

Обчислюємо площу перерізу S зразка в деформованому стані, виходячи з того, що об'єм гуми збільшується на незначну величину і при малих деформаціях: $S_0l_0 = Sl \Rightarrow S = S_0 \frac{l_0}{l} = 0.00000036 \cdot \frac{0.45}{0.642} = 25.23 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2$.



Мал. 5

Далі визначаємо модуль пружності гуми (модуль Юнга):

$$E = \sigma/\epsilon; E = (mg/S)(l_0/\Delta l) = \\ = \frac{0.11 \cdot 9.8}{25.23 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{0.45}{0.192} = 10.22 \text{ (МПа).}$$

На завершенні даного лабораторно-практичного заняття учням можна запропонувати наступні контрольні питання:

1. Коли виникає сила пружності?
2. Як довести, що при деформації тіла виникає сила пружності?
3. Від чого залежить значення сили пружності?
4. Як формулюється закон Гука?
5. За яких умов спрвджується закон Гука?
6. На скільки потрібно видовжити пружину, щоб сила пружності дорівнювала 1 Н?

Висновки. Застосування сучасного нового обладнання у навчанні – одна з найбільш важливих і стійких тенденцій розвитку освітнього процесу. Завдяки новому облад-

нанні на якісно вищому рівні реалізується принцип наочності навчання, який спирається на діалектико-матеріалістичну теорію пізнання, суть якої полягає у сходжені до абстрактного мислення, а від нього до практики. Головним питанням сьогодення в системі нової освіти є опанування учнями вмінь і навичок саморозвитку особистості, що значною мірою досягається шляхом впровадження нового обладнання, організації процесу навчання. Нові форми розвитку вимагають нових правил і нових шляхів досягнення результатів. Така позиція вимагає від сучасної освіти реформаційних кроків щодо оновлення її змісту та застосування нових педагогічних підходів, впровадження нових технологій, що модернізують навчальний процес.

Список використаних джерел:

1. Бар'яхтар В.Г. Фізика. 10 клас. Академічний рівень : підручник для загальноосвіті. навч. закладів / В.Г. Бар'яхтар, Ф.Я. Божинова. – Х. : Ранок, 2010. – 256 с.
2. Гайдучок Г.М. Фронтальний експеримент з фізики в 7-11 класах середньої школи / Г.М. Гайдучок, В.Г. Нижник. – К. : Радянська школа, 1989.
3. Демонстраційний експеримент по фізиці в средній школі / [под ред. Покровского]. – М. : Просвіщення, 1978. – Ч.1.
4. Коршак С.В. Методика і техніка шкільного фізичного експерименту / С.В. Коршак, Б.Ю. Миргородський. – К. : Вища школа, 1981.

In this article the performance of laboratory work «Law Hooke» by modern laboratory and demonstration kit for cabinets Physics German company «PHYWE» as an example of using new technologies in the performance of a physical experiment.

Key words: experiment, the law, Hooke, equipment, installation.

Отримано: 1.04.2012

УДК 378.147:004.94

I. O. Теплицький, С. О. Семеріков

Криворізький національний університет

НА ПЕРЕХРЕСТИ ЕКОЛОГІЇ, МАТЕМАТИКИ, ІНФОРМАТИКИ Й ФІЗИКИ

Статтю присвячено реалізації міжпредметних зв'язків у процесі навчання комп'ютерного моделювання. Розглядається модель Лотки-Вольтерра, побудова й опрацювання сприяє формуванню уявлень про системні зв'язки природничих наук.

Ключові слова: комп'ютерне моделювання, математична екологія, модель Лотки-Вольтерра, електронні таблиці.

Постановка проблеми. Відомо, що популяції в природі існують, а точніше, співіснують як співтовариства різних видів, що перебувають у різноманітних стосунках. Тому природним є дослідження моделей співіснування *двох* популяцій. Класифікація таких моделей здійснюється відповідно до типу міжвидових стосунків: 1) модель «хижак – жертва»; 2) модель «паразит – хазяїн»; 3) модель конкурренції за обмежені спільні ресурси існування тощо.

Зазначимо, що математична екологія як наука почала формуватися у 20–30-х роках ХХ століття. Визначальною подією для подальшого розвитку цієї науки стала поява в 1931 р. книги відомого італійського математика та фізика, засновника сучасної математичної екології Віто Вольтерра «Математична теорія боротьби за існування» [1]. В цій книзі вперше були систематично розглянуті математичні моделі, що описують відношення між *двохма* біологічними видами. Один із розділів був присвячений аналізу взаємин між хижаками і жертвами. Ці драматичні відносини ми й покладемо в основу подальшої роботи.

Аналіз останніх досліджень з вирішення загальної проблеми та видлення невирішених питань. У роботах [2; 3] висвітлено властивості систем Лотки-Вольтерри, у роботах [4–7] розглянуті основні елементи педагогічної технології комп'ютерного моделювання, систематично викладеної у навчальному посібнику [8]; наводяться численні приклади її застосування до побудови й дослідження детермінованих навчальних моделей у середовищі електронних таблиць.

Метою статті є розгляд системних зв'язків природничих наук у процесі навчання комп'ютерного моделювання.

Виклад основного матеріалу. *Метою дослідження* поставимо питання про характер зміни чисельності представників кожного виду із плинном часу.

I. Постановка задачі і побудова математичної моделі

Нехай у ставку з карасями (жертвами) з'являються хижаки (хижаки).

На те і щука у ставку, щоб карась не дрімав.

Припущення 1. За умови, що хижаки й жертви ізольовані одні від одних, а зовнішніх обмежень на ресурси середовища (їжа, простір, світло) для карасів немає, динаміку кожної популяції для достатньо малих проміжків часу Δt можна описати законом Мальтуса, де всі індекси «1» відносяться до жертв, а індекси «2» – до хижаків.

$$\begin{cases} \frac{\Delta N_1}{\Delta t} = k_1 N_1, \\ \frac{\Delta N_2}{\Delta t} = -k_2 N_2. \end{cases}$$

Тут $k_1 = \frac{\Delta N_1}{N_1 \Delta t}$ і $k_2 = -\frac{\Delta N_2}{N_2 \Delta t}$ – відповідні відносні при-

rosti чисельності жертв і хижаків за одиницю часу. Знак « \rightarrow » у другому рівнянні означає, що ізольовані від жертв (їжі) хижаки матимуть від'ємний приріст, тобто їхня чисельність із плинном часу зменшуватиметься, і вони вимиратимуть.

Але якщо хижаки й жертви опиняються поруч, зміни чисельності обох популяцій становуть взаємозалежними. За цих умов приймемо:

Припущення 2. Швидкість приросту жертв має залежати від розмірів популяції хижаків: вона зменшується зі зростанням чисельності хижаків. Для швидкості приросту хижаків спрвджується протилежне: швидкість приросту хижаків збільшуватиметься одночасно зі зростанням чисельності жертв.

Оскільки хижак з'їдає жертву лише при зустрічі з нею, приймемо:

Припущення 3. Число зустрічей пропорційне як кількості жертв N_1 , так і хижаків N_2 , тобто добутку $N_1 \cdot N_2$.

Для опису стосунків між популяціями В. Вольтерра запропонував таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\Delta N_1}{\Delta t} = k_1 N_1 - a_1 N_1 N_2, \\ \frac{\Delta N_2}{\Delta t} = -k_2 N_2 + a_2 N_1 N_2. \end{cases} \quad (1)$$

Тут N_1, N_2 – відповідно чисельності жертв і хижаків у деякий момент часу; k_1, a_1, k_2, a_2 – постійні коефіцієнти.

Завдання. Поясніть, чому вирази, що пропорційні добутку $N_1 \cdot N_2$, входять до рівнянь системи (1) з протилежними знаками?

Перепишемо наведену систему (1) у формі скінчених різниць:

$$\begin{cases} \Delta N_1 = N_1(k_1 - a_1 N_2) \Delta t, \\ \Delta N_2 = -N_2(k_2 - a_2 N_1) \Delta t. \end{cases} \quad (2)$$

Система рівнянь (1) або (2) є математичною моделлю динаміки співіснування двох біологічних видів на основі відносин «хижак – жертва». У математичній екології ця модель відома під назвою **«модель Лотки-Вольтерри»**.

В. Вольтерра згадував, що у 1925 році його знайомий розповів цікавий факт. Коли в роки першої світової війни та в перші повоєнні роки інтенсивність промислів на Адріатиці різко скоротилася, то в умовах почали спостерігати помітне зростання відносної долі хижих риб. Щоб пояснити цей факт, В. Вольтерра й запропонував модель (1).

Завдання. Поясніть, як система (1) або (2) враховує наведений факт.

При формалізації стосунків «хижак – жертва» приймемо далі:

Припущення 4. Коефіцієнти моделі k_1, a_1, k_2, a_2 не залежать від того, яку саме частину кожної популяції ми бажаємо описати. Таку популяцію називають *просторово однорідною*. Дійсно, у випадку неоднорідного розподілу хижаків і жертв може скластися ситуація, коли частина хижаків знаходиться дуже далеко від жертв (a_2 великий), а решта – поблизу (a_2 великий). В такому разі опис кожної популяції системою рівнянь (1) стає неможливим.

Припущення 5. Будемо вважати, що коефіцієнти моделі є сталими в просторі і не змінюються з плинном часу.

II. Комп’ютерна модель

Виявилося, що модель Лотки-Вольтерри не має точних аналітических розв’язків, тобто неможливо виразити $N_1(t)$ і $N_2(t)$ через відомі елементарні функції. Тому єдине, що залишається в означеній ситуації – це скористатися чисельним розв’язуванням. То ж підготуємо таблицю за таким зразком:

A	B	C	D	E	F	G
1	t	N_1	N_2	ΔN_1	ΔN_2	<i>Дано:</i>
2						$k_1 =$
3						$k_2 =$
4						$a_1 =$
5						$a_2 =$
6						$N_{01} =$
7						$N_{02} =$
8						$\Delta t =$
...	

Комірки другого рядка (для моменту часу $t = 0$) мають такий уміст:

комірки	формули / числа
A2	0
B2	$=\$G\6
C2	$=\$G\7
D2	$=B2*(\$G\$2-\$G\$4*C2)*\$G\8
E2	$=C2*(\$G\$3-\$G\$5*B2)*\$G\8

Заповнимо третій рядок, який далі скопіюємо у наступні n рядків, де $n = t_{\text{моделювання}} / \Delta t$:

комірки	формули
A3	$=A2+\$G\8
B3	$=B2+D2$
C3	$=C2+E2$
D3	$=B3*(\$G\$2-\$G\$4*C3)*\$G\8
E3	$=C3*(\$G\$3-\$G\$5*B3)*\$G\8

Тепер можна розпочинати

III. Обчислювальний експеримент

1. Уведемо такі вхідні дані: $k_1 = 5$; $k_2 = 0,001$; $a_1 = 0,002$; $a_2 = 10$; $N_{01} = 15000$; $N_{02} = 2500$; $\Delta t = 0,01$. Візьмемо кількість рядків таблиці $n \approx 400$.

2. Результати моделювання подані на рис. 1.

A	B	C	D	E	F	G
1	t	N_1	N_2	ΔN_1	ΔN_2	<i>Дано:</i>
2	0,00	15000	2500	0	125	$k_1 = 5$
3	0,01	15000	2625	-38	131	$k_2 = 10$
4	0,02	14963	2756	-77	137	$a_1 = 0,002$
5	0,03	14886	2893	-117	141	$a_2 = 0,001$
6	0,04	14769	3034	-158	145	$N_{01} = 15000$
7	0,05	14611	3179	-198	147	$N_{02} = 2500$
8	0,06	14413	3326	-238	147	$\Delta t = 0,01$
...	

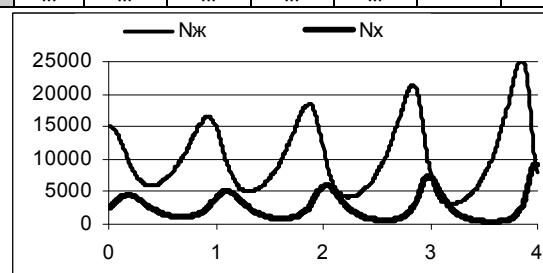


Рис. 1

3. З таблиці й графіків на рис. 1 видно, що зміни чисельності, як хижаків, так і жертв, є коливаннями із майже одинаковими періодами (переконайтесь за таблицею) та зі зростаючими амплітудами.

Питання

3.1. Чим, на вашу думку, обумовлене зростання амплітуд?

3.2. Як ви вважаєте, чому фази цих коливань не співпадають?

4. За графіками бачимо, що із самого початку коливання чисельності хижаків відбуваються навколо значення 10000, а жертв – 2500. Перевіримо, чи не відповідають ці значення рівноважному стану розглядуваного співтовариства. Узявши $N_{01} = 10000$, ми одразу одержуємо відповіді й, крім того, принципово важливий результат: *модель Лотки-Вольтерри передбачає рівноважний стан (рис. 2)*.

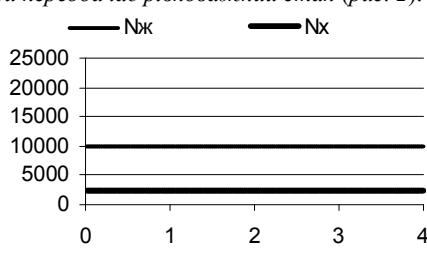


Рис. 2

Тут слід зазначити, що нам просто пощастило. Якби значення параметра N_{01} , що відповідає рівноважному стану, знаходилось не в точці 10000, то пошуки його шляхом обчислювальних експериментів могли б виявитись досить тривалими. Далі слід було б зафіксувати деяке значення параметру N_{01} , а експериментувати з параметром N_{02} . Та виявляється, в цьому немає потреби: оскільки рівноважному стану відповідає $\Delta N_1 = 0$ і $\Delta N_2 = 0$, то з (2) одразу видно, що нульо мають дорівнювати вирази в дужках: $k_1 - a_1 N_2 = 0$ і $k_2 - a_2 N_1 = 0$, звідки для будь-якого, окрім й початкового моменту $t = 0$, маємо

$$N_{02} = k_1/a_1 \text{ і } N_{01} = k_2/a_2 \quad (3)$$

Перевірка дає: $N_{02} = 5/0,002 = 2500$ і $N_{01} = 10/0,001 = 10000$.

Отже, рівноважні стани повністю визначаються значеннями параметрів k_1 , a_1 , k_2 і a_2 – коефіцієнтів моделі. При одержанні розв'язку (3) передбачалося, що чисельності N_1 і N_2 не змінюються з часом ($\Delta N_1 = 0$ і $\Delta N_2 = 0$). Це один із багатьох розв'язків – стаціонарний.

Коротко підсумуємо, що зроблено на цей момент.

4.1. На початку 30-х років ХХ ст. Віто Вольтерра поєднав математичне моделювання з популяційною екологією, і в результаті утворилося нове перехрестя наук – сучасна математична екологія.

4.2. Модель «хижак – жертва» не має аналітичних розв'язків, і єдиний вихід тут – це застосувати чисельне розв'язування, що зручно робити з використанням комп’ютера.

4.3. Залучення комп’ютера до розв'язування задач математичної екології привело на згадане перехрестя ще одну природничу науку – інформатику.

5. Залишився не з'ясованим той факт, що періоди коливань чисельності хижаків і жертв, по-перше, однакові між собою і, по-друге, ці періоди не залежать від значень, що їх набувають N_1 і N_2 у ході своєї зміни. Оскільки коливні процеси є предметом вивчення фізики, і ми навіть вже скористались деякими поняттями теорії коливань (амплітуда, період, фаза), фізиця поки що не сказала свого вирішального слова.

5.1. Припустимо, що система «хижак – жертва» якимось чином (не має значення, яким саме) опинилась поблизу рівноваги. При цьому чисельності хижаків і жертв мало відрізняються від відповідних стаціонарних значень.

Нехай $N_1 = k_2/a_2 + n$ і $N_2 = k_1/a_1 + x$, де n, x малі у порівнянні з N_1 і N_2 .

Якщо ці вирази підставити в (1) і знектувати добутком nx внаслідок його малості у порівнянні з рештою членів, то одержуємо

$$\begin{cases} \frac{\Delta n}{\Delta t} = -k_2 \frac{a_1}{a_2} x, \\ \frac{\Delta x}{\Delta t} = k_1 \frac{a_2}{a_1} n. \end{cases} \quad (4)$$

Уведемо нову змінну $v = k_1 \frac{a_2}{a_1} n$. Після відповідної заміни система (4) набуває такого спрощеного вигляду:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x}{\Delta t} = v, \\ \frac{\Delta v}{\Delta t} = -k_1 k_2 x. \end{cases} \quad (5)$$

5.2. Якби ми нічого не знали про модель Лотки-Вольтерри, і перед нами було б поставлене питання: «Що саме описує система рівнянь (5), де k_1 і k_2 – деякі постійні числа?», то рано чи пізно у цій системі ми б, напевно, впізнали рівняння, що описують рух вантажу на пружині за умови, що x – зміщення вантажу від положення рівноваги, v – швидкість вантажу і вираз $k_1 k_2$ дорівнює відношенню жорсткості пружини до маси вантажу. Звідси випливає, що система (5) має такий самий розв'язок, як і задача про малі коливання вантажу на пружині – пружинного маятника.

Збіг рівнянь, що описують малі коливання пружинного маятника і чисельність особин у системі «хижак – жертва» поблизу зі стаціонарним станом, дозволяє стверджувати, що кількості хижаків і жертв повинні змінюватись за гармонічним законом із періодом

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k_1 k_2}}. \quad (6)$$

Якщо далі пригадати, що коливання швидкості маятника випереджають коливання його координати на чверть періоду (на $\pi/2$ рад), то слід зробити висновок, що коливання чисельності хижаків також мають випереджати коливання чисельності жертв на чверть періоду.

5.3. Таким чином, розв'язком системи рівнянь Лотки-Вольтерри є коливання чисельності хижаків і жертв, зсуну-

ті одне відносно одного за фазою, з періодом $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k_{ex} \cdot k_{njz}}}$. Звісно, коли амплітуда цих коливань зростає, вони перестають описуватися законом косинуса або синуса, тобто перестають бути гармонічними, що видно з графіків на рис. 1, проте період залишається незмінним.

Вправа

5.3.1. Поясніть, чому період коливань не залежить від N_1 і N_2 .

5.3.2. Обчисліть період T згідно (6) і порівняйте одержане значення з тим, що дає таблиця за рис. 1, на якій зображене не менше трьох періодів. За результатами порівняння зробіть висновки.

5.4. Завершимо експериментальне дослідження моделі Лотки-Вольтерри побудовою її аналізом графіків зміни чисельності обох популяцій в залежності від часу згідно спрощеної системи (5). Будемо мати на увазі, що система (1) автоматично переходить до спрощеного вигляду за умови, визначеній у п. 1, тобто коли початкові кількості особин кожного виду N_{01} і N_{02} мало відрізняються від своїх стаціонарних значень (10000 і 2500 відповідно). Надамо ім, наприклад, значення: $N_{01} = 10040$ і $N_{02} = 2520$.

Результат, поданий на рис. 3, виявляється надзвичайно невиразним (перевірте!). Причиною є те, що на кожній з координатних осей ми вирішили показати несумірні пари чисел 10000 і 40 та 2500 і 20.

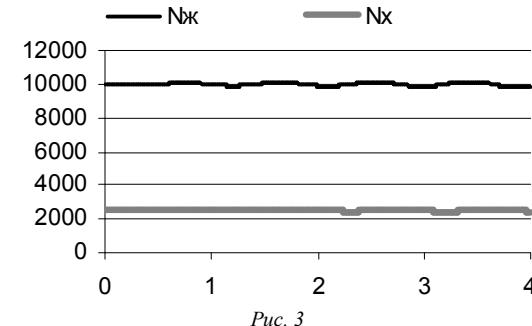


Рис. 3

Чисельне розв'язування системи (2) привело до висновку, що чисельності популяцій обох видів із плинном часу здійснюють складні коливання зі зростаючою амплітудою (рис. 1). У спрощеній системі (5) ці коливання набувають гармонічного характеру, але безпосередньо побачити цей факт досить складно: результат на графіку, поданому на рис. 3, виявляється непереконливим, і наступний матеріал доцільно вивчати після розгляду теми «Фазова площа» [5] нашого навчального посібника [8].

Щоб отримати переконливу інформацію про дослідженій процес, зобразимо його на фазовій площині в координатах N_1 , N_2 , що, як ми бачили, є аналогами зміщення x , і швидкості його зміни v , тобто виведемо на екран графіків залежності $N_2 = f(N_1)$ – рис. 4.

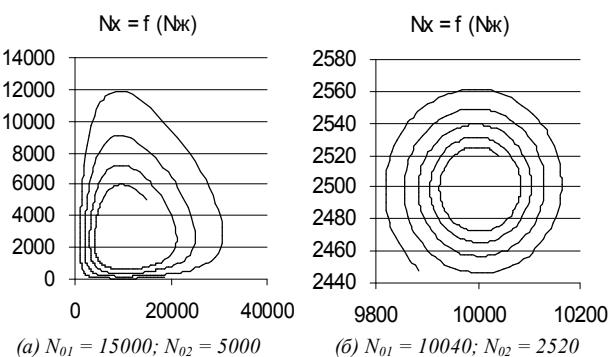


Рис. 4

З рис. 4а видно наступне:

- процес дійсно є коливальним;
- амплітуда коливань постійно зростає.

Згущення траекторій зображеній точками біля координатних осей обумовлене тим, що величини N_1 і N_2 за своюю

природою є додатними числами і не можуть набувати від'ємних значень, а тому вони «вимушенні» групуватись у вузьких смугах біля осей.

У порівнянні з рис. 1 ніяких принципово нових відомостей тут немає, а от фазовий портрет процесу, поданий на рис. 4б, повністю усуває недоліки, перелічені при аналізі рис. 3.

Вправа

5.4.1. Проаналізуйте рис. 4б.

5.4.2. За таблицею рис. 1 з'ясуйте, чи утворюють послідовності максимумів функцій $N_1 = N_1(t)$ і $N_2 = N_2(t)$ прогоresії. Якщо так, то які саме: арифметичні чи геометричні?

6. І все ж погодитесь, не дуже віриться, що система «хижак – жертва» є таким своєрідним генератором незатухаючих коливань!

6.1. Якщо ж із цим погодиться, то як у такому разі в системі реалізується позитивний зворотний зв'язок, необхідний для переходу системи в режим генерації?

6.2. Висловіть свої міркування стосовно джерела енергії, за рахунок якої можуть здійснюватись такі коливання (до того ж із зростаючими амплітудами).

6.3. За яких умов, на вашу думку, може відбутись загасання цих коливань?

7. Запропонуйте додаткові версії моделі, пов'язані з виломом жертв (карасів) та жертв і хижаків (карасів і щук) одночасно. Розробіть план таких досліджень і реалізуйте його.

Висновки:

1. Модель Лотки-Вольтерри передбачає процеси, що відбуваються лише в просторово однорідних системах і нічого не говорить про можливий розвиток подій у випадках просторових неоднорідностей. Тому вона, хоч і дає до деякої міри адекватний розв'язок, але є досить спрошеною та грубою і дозволяє отримати тільки «усереднене розуміння» того, як із плином часу змінюється кількість елементів системи.

2. У методі моделювання широко використовують два принципово різні підходи. При першому підході створюється математична модель процесу і виконується аналітичне або чисельне її розв'язування, яке за можливості супроводжується графічними побудовами. Тут комп'ютер використовується здебільшого як високоекективний обчислювальний засіб. Саме у такий спосіб ми здійснили описане вище дослідження. Другий підхід – комп'ютерне *імітаційне моделювання* складної системи. Воно дозволяє одержати більш докладні уявлення про процеси (в моделі Лотки-Вольтерри було б врахування просторових неоднорідностей), але такий підхід потребує значно складніших алгоритмів. Розв'язуючи подібні задачі, дослідники активно використовують якісний аналіз, моделюють системи у спеціалізованих сучасних середовищах, розробляють «правила гри» і розмірковують над тим, які з цих «правил» найбільш повно відповідають реальній системі. У цих моделях дуже часто характеристикам процесу надають випадкових значень, і такі моделі прийнято називати *імітаційними*. До речі, в середовищі моделювання, створеному мовою програмування C++, авторами розроблена імітаційна модель системи «хижак – жертва», яка працює за іншим алгоритмом, але дає схожі результати.

3. Виявляється, що з неменшим успіхом моделлю Лотки-Вольтерри можна скористатись і для з'ясування питань про кінетику (тобто розвиток процесу в часі) хімічних та ядерних реакцій. Тут частинки реагентів унаслідок дифузії

рухаються, зустрічаються, вступають у реакції, в результаті яких вони «гинуть», продукуючи нові частинки і т.п. Розмноженню риб відповідає, наприклад, ланцюгова ядерна реакція, їхній загибелі – поглинання частинок (нейтронів) у реакторі. Для розв'язання таких задач зазвичай складають рівняння, схожі на рівняння системи (1) і дістають попередні грубі й усереднені дані – відомості про досліджуваний процес. Схожі результати з'являються і при вивчені багатьох інших конкурючих взаємообумовлених процесів.

4. Таким чином, наше дослідження, яке починалося розв'язанням задачі математичної екології, отримало несподіване продовження і виявилося проявом системного підходу при використанні комп'ютерної технології моделювання як інтегруючої основи сучасного природознавства.

Перспективи подальших досліджень: розробка методичних основ навчання комп'ютерного моделювання фізичних процесів у Web-середовищі.

Список використаних джерел:

1. Volterra V. Lesons sur la thaorie mathamatique de la lutte pour la vie / Vito Volterra. – Paris : Gauthier-Villars et cie., 1931. – 214 p.
2. Takeuchi Y. Global Dynamical Properties of Lotka-Volterra Systems / Y. Takeuchi. – Singapore : World Scientific, 1996. – 302 p.
3. Lotka A.J. Elements of Physical Biology / Alfred J. Lotka. – Baltimore : Williams & Wilkins Company, 1925. – 495 p.
4. Теплицький І.О. Факультативний курс «Основи комп'ютерного моделювання» / І.О. Теплицький // Зб. наук. праць Кам'янець-Подільського держ. пед. ун-ту: Серія педагогічна. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський держ. пед. ун-т, IBB, 2002. – Вип. 8: Дидактики дисциплін фізико-математичної та технологічної освітніх галузей. – С. 210-217.
5. Теплицький І.О. Методика ознайомлення школярів з поняттям фазового простору в курсі фізики / І.О. Теплицький, С.О. Семеріков // Зб. наук. праць Кам'янець-Подільського держ. ун-ту: Серія педагогічна. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський держ. ун-т, IBB, 2003. – Вип. 9: Методологічні принципи формування фізичних знань учнів і професійних якостей майбутніх учителів фізики та астрономії. – С. 163-165.
6. Теплицький І.О. Комп'ютерне моделювання руху тіл під дією сили всесвітнього тяжіння / І.О. Теплицький, С.О. Семеріков // Зб. наук. праць Кам'янець-Подільського держ. ун-ту: Серія педагогічна. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський держ. ун-т, IBB, 2004. – Вип. 10: Дидактики дисциплін фізико-математичної та технологічної освітніх галузей. – С. 166-172.
7. Теплицький І.О. Комп'ютерне моделювання абсолютної та відносних рухів планет Сонячної системи / І.О. Теплицький, С.О. Семеріков // Зб. наук. праць Кам'янець-Подільського держ. ун-ту: Серія педагогічна. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський держ. ун-т, IBB, 2007. – Вип. 13: Дидактика фізики і підручники фізики (астрономії) в умовах формування європейського простору вищої освіти. – С. 211-214.
8. Теплицький І.О. Елементи комп'ютерного моделювання : навчальний посібник / І.О. Теплицький. – 2-е вид., випр. і доп. – Кривий Ріг : КДПУ, 2010. – 264 с., іл.

The article is devoted to implementation of interdisciplinary connections in the learning of computer simulation. On the model of Lotka-Volterra are shown forming understanding about system connections of science.

Key words: computer simulation, mathematical ecology, Lotka-Volterra model, spreadsheets.

Отримано: 27.05.2012