

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

ОСНОВИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за напрямом підготовки 6.060101 «Будівництво» в галузі знань 0601 «Будівництво та архітектура» (професійне спрямування «Автомобільні дороги і аеродроми», «Мости і транспортні тунелі»)

Харків
ХНАДУ
2013

УДК 378:303.732.4(072)
ББК 74.58:22.161я7
О 75

*Гриф надано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України
(лист № 1/11-5246 від 17.04.12)*

Рецензенти: **Піротті Є.Л.**, д-р техн. наук, професор
(Харківський національний технічний університет «ХПІ»)
Воробйов Ю.С., д-р техн. наук, професор
(інститут Проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного
НАН України)
Бодянський Є.В., д-р техн. наук, професор
(Харківський національний університет радіоелектроніки)

О 75 Основи системного аналізу: навч. посібник / **О.Я. Ніконов, А.І. Кудін, М.В. Костікова, І.В. Скрипіна, В.О. Шевченко** – Х.: ХНАДУ, 2012. – 160 с.

ISBN

У навчальному посібнику розкрито основи теорії систем, методи системного підходу. Наведено основні положення системного аналізу, які включають найважливіші досягнення сучасної методології. Подано необхідні методичні матеріали для самостійного вивчення дисципліни. Розглянуто основні положення про підприємство, як відкриту систему і основні напрямки взаємодії з оточуючим середовищем.

Посібник розрахований на студентів університетів та вищих навчальних закладів, аспірантів, викладачів, а також може бути корисним для інженерів та дослідників, які виконують наукові і інженерні розробки в різних прикладних областях.

Табл. 11. Іл. 31. Бібліогр. 38 назв.

УДК 378:303.732.4(072)
ББК 74.58:22.161я7

ISBN

© Ніконов О.Я., Кудін А.І., Костікова М.В.,
Скрипіна І.В., Шевченко В.О., 2012
© ХНАДУ, 2012

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ. 8	8
1.1. Коротка історія виникнення та розвитку системного аналізу ..	8
1.2. Основні терміни та визначення	12
1.3. Класифікація систем	15
1.4. Властивості систем	18
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ	19
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	20
РОЗДІЛ 2. ОСНОВНІ ЗАВДАННЯ, МЕТОДИ ТА ЕТАПИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ	21
2.1. Основні завдання системного аналізу	21
2.2. Основні методи та етапи системного аналізу	22
2.3 Структурний та ситуаційний системний аналіз	24
2.4. Метод побудови дерева цілей.....	30
2.5. Аналіз і синтез систем	32
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ	35
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	36
РОЗДІЛ 3. МНОЖИНИ. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ.....	37
3.1. Поняття множин.....	37
3.2. Способи задання множин.....	37
3.3. Відносини між множинами.....	38
3.4. Операції над множинами	38
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ	40
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	41
РОЗДІЛ 4. МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ.....	42
4.1. Моделі систем, типи моделей.....	42
4.2. Організаційні принципи опису моделей систем	46
4.2.1. Рівень абстрагування при описуванні систем	46
4.2.2. Вербально-інформаційний принцип опису моделі системи	48
4.2.3. Модель типу життєвий цикл.....	48
4.2.4. Опис системи за допомогою моделі чорного ящика....	48
4.2.5. Опис системи за допомогою графічної моделі	50
4.3 Математичні моделі систем	51
4.3.1. Формальна математична модель системи	51

4.3.2. Дві області використання математичних методів моделювання	52
4.3.3. Характеристика математичних методів моделювання систем	53
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ	56
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	57
РОЗДІЛ 5. СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ПІДПРИЄМСТВ	58
5.1. Модель організації як відкритої системи	58
5.2. Зовнішнє та внутрішнє середовища організації	60
5.3. Системний аналіз та цілі організації.....	63
5.4. Системний підхід до завдань стратегічного управління	67
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ	72
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	72
РОЗДІЛ 6. ОСНОВНІ ЕТАПИ ПРОЦЕСУ ВІДШУКАННЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ	73
6.1. Основні процедури прийняття рішення	73
6.2. Постановка задачі	74
6.3. Побудова моделі.....	75
6.4. Отримання рішення	75
6.5. Здійснення рішення	76
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ	78
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	78
РОЗДІЛ 7. ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ	79
7.1. Загальна схема вибору оптимального рішення	79
7.2. Прийняття рішень за детермінованих умов	79
7.3. Прийняття рішень за умов ризику	82
7.4. Прийняття рішень за умов невизначеності	84
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ	88
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	88
РОЗДІЛ 8. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ.....	89
8.1. Типи інформаційних технологій, моделювання систем.....	89
8.2. Огляд інформаційних систем	90
8.3. Методи комп'ютерного моделювання систем.....	97
8.4. Програмні засоби забезпечення аналізу даних.....	102
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ ..	103

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	104
РОЗДІЛ 9. ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛЕЙ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ДЛЯ РІШЕННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ	105
9.1. Загальна математична модель лінійного програмування.....	105
9.1.1. Постановка задачі лінійного програмування	105
9.1.2. Форми запису моделей задач лінійного програмування...	107
9.2 Використання моделей лінійного програмування для рішення задач оптимізації графічним методом	109
9.2.1 Геометрична інтерпретація рішення.....	109
9.2.2 Алгоритм графічного методу рішення задач лінійного програмування	116
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	118
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ ...	118
9.3 Використання моделей лінійного програмування для рішення задач оптимізації методом симплекс-таблиць	122
9.3.1 Теоретичні відомості	122
9.3.2 Приклади розв'язування задач симплекс-методом	128
9.3.3 Використання електронних таблиць для рішення ЗЛП симплекс-методом	136
9.3.4 Приклади вирішення ЗЛП методом симплекс-таблиць з використання штучних змінних	140
ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	148
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ ...	148
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК	152
ЛІТЕРАТУРА.....	155

ВСТУП

ВСТУП

Виникнення прикладної науки "Системний аналіз" є об'єктивною необхідністю для людей пізнавати світ, який нас оточує. Елементи системного світогляду виникли ще в античному світі. На протязі всієї історії розвитку науки, освіти, та культури в цілому поняття системи змінювалось, уточнювалось, розвивалось. Особливу увагу поняттю системи і розвитку системного аналізу як науки було приділено в кінці вісімнадцятого та на протязі дев'ятнадцятого та двадцятого століть в зв'язку з швидким розвитком промисловості.

В результаті розвитку науки про системи австрійський біолог і філософ Л. фон Берталанфі у 1950 р. сформулював ідею побудови загальної теорії систем не залежно від їх природи. З цього часу можна рахувати оформлення системного аналізу як самостійної науки, яка зайняла по своєму значенню одне з перших місць серед інших наук.

Особливу актуальність методи системного аналізу набули, коли масштаби результатів діяльності людей стали помітно впливати на оточуюче середовище і на їх життєдіяльність. Для суспільства дуже важливо вміти передбачати і не допускати трагічних наслідків природних, екологічних і техногенних катастроф, в значній мірі обумовлених як нерозумінням системності, так і небажанням та нездатністю втілити системні ідеї в такі дії, які б не порушували системні закони природи і суспільства.

Настав час, коли при прийнятті рішень, керівники будь-якого рівня, бізнесмени, розробники проектів повинні вирішувати не тільки питання оптимальної організації роботи підприємств, відомств, держави але і користуватись гаслами: "Не нашкодь" та "Збережи оточуюче середовище свого села, міста, країни і в цілому Землі.

Тому при дослідженні результатів діяльності людей у сфері виробничої та невиробничої діяльності, чи при прогнозуванні її передбачуваних результатів недостатньо застосувати лише традиційні аналітичні методи дослідження. Необхідні цілісні, комплексні підходи. Одним із таких методів є системний підхід, що розглядає об'єкти створені людиною, як складні цілісні системи в різних аспектах: як економічну систему, як технічну систему, як екологічну систему, як систему взаємодії з навколишнім середовищем і самою людиною.

Термін "системний підхід" змістовно відображає групу методів, за допомогою яких реальний об'єкт описується як сукупність взаємодіючих компонентів. Ці методи розвиваються в рамках окремих наукових дисциплін і загальнонаукових концепцій, являються результатом їх міждисциплінарного синтезу. Використання системного підходу в науці стимулює також успіх окремих системних теорій в різних областях знань.

Системний підхід відноситься до не чисельних, але дивовижно плодovitих інтелектуальних винаходів людства, без використання яких неможлива професійна діяльність в будь-якій сфері. Володіння системним аналізом, системним моделюванням і конструюванням, системною практичною діяльністю – вища характеристика культури мислення людини.

Головною метою вивчення дисципліни "Основи системного аналізу" є вивчення основних термінів і понять системного аналізу, а також розвиток системного мислення, усвідомлення необхідності застосування системного підходу до завдань управління та прийняття рішень, до дослідження складних явищ і процесів діяльності підприємств, технічних комплексів і т.п.

Для вивчення дисципліни "Основи системного аналізу" теоретичним фундаментом є знання з таких дисциплін, як вища математика, фізика, філософія, математична статистика, теорія ймовірностей, теорія множин, математичне програмування, дослідження операцій, теорія графів.

Знання отримані при вивченні дисципліни "Основи системного аналізу" будуть використані при виконанні курсових та дипломних робіт, при обстеженні об'єктів і систем, при моделюванні систем, прийнятті рішень і виконанні обов'язків за фахом. Технічними засобами системного аналізу є сучасна комп'ютерна техніка, інформаційні системи.

Завдання, що містяться у навчальному посібнику, спрямовані як на ознайомлення з теоретичними відомостями щодо системного аналізу, так і на їх базі виконання практичних розрахунків.

Даний навчальний посібник з дисципліни "Основи системного аналізу" орієнтований на підготовку студентів за напрямом "Будівництво", тому містить спеціально адаптовані приклади, спрямовані на те, щоб майбутні фахівці з будівництва змогли використати отримані знання на практиці у своїй професійній діяльності.

РОЗДІЛ 1

ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

1.1. Коротка історія виникнення та розвитку системного аналізу

Поняття «системний аналіз», «системний підхід», «Системне дослідження» включають ключове слово система. Система (від грецького *systema* – ціле, складене із частин; об'єднане) – множина елементів, які знаходяться (перебувають) у відносинах і зв'язках один з одним, утворюючи певну цілісність, єдність [1].

Система – упорядкована множина структурно і функціонально взаємозв'язаних елементів [2].

Спочатку слово «система» було пов'язано з формами соціально-історичного буття. Лише пізніше принцип порядку, ідея впорядкування переносяться на Всесвіт.

Зміна значення слова система проходило поступово і першим, хто зробив це, був Демокрит (460 – 360 р. до н.е.), давньогрецький філософ, один із основоположників матеріалістичного атомізму.

Утворення складних тіл з атомів він уподібнює творенню слів зі складів і складів з букв. Порівняння неподільних форм (елементів з буквами) – один з перших етапів формування науково-філософського поняття, що володіє узагальненим універсальним значенням.

На наступному етапі відбуваються подальша універсалізація значення слова система, наділення його вищим узагальненим значенням, що дозволяє застосовувати його і до фізичних, і до штучних об'єктів.

Це характерно для засновників об'єктивного ідеалізму Платона (427 – 347 р. до н.е.) та Аристотеля (384 – 322 р. до н.е.), що коливаються між матеріалізмом і ідеалізмом.

Отже, в античній (стародавній) філософії термін «система» характеризував впорядкованість і цілісність природних об'єктів, а термін «синтагма» – впорядкованість і цілісність штучних об'єктів, перш за все продуктів пізнавальної діяльності.

Астрономія одна з перших наук яка перейшла до онтолого-натуралістичної інтерпретації системності всесвіту. (Онтологія – мета-

фізичне вчення про буття, метафізичне – ідеалістичне вчення про незмінність раз і назавжди даних і недоступних дослідженню основ світу, яке розглядає явище не в їх взаємозв'язку, не в їх русі, зміні та розвитку).

М. Коперник (1473 – 1543) створив Геліоцентричну систему світу, пояснивши, що Земля, як і інші планети, обертається навкруги Сонця і, крім того, обертається навкруги своєї осі.

Галілей і Ньютон подолали **телеологізм** (вчення про кінцеві причини) Миколи Коперника в його астрономії, виробили певну концептуальну систему з категоріями – річ і властивості, ціле і частина. Річ трактувалася як сума окремих властивостей. Відношення виражало дію якогось предмету на інший, перший з яких був причиною, а другий – слідством. Дуже важливо: на перший план висувався каузальний (причинний), а не телеологічний (все в природі побудовано цілеспрямовано і що у всякому розвитку досягається раніше поставлена мета) спосіб пояснення.

Глибоку і ґрунтовну розробку ідея системної організації наукового знання одержала в німецькій класичній філософії. Структура наукового знання, принципи і підстави побудови теоретичних систем ця філософія сприймала як системність форми знань, а не їх змісту. Цю лінію проводить і І.Г. Фіхте (1762 – 1814), та їх послідовники К. Шмід, Я. Фріз та інші.

Теоретичне природознавство XIX – XX століть виходить з розрізнення предмету і об'єкту знання. Підкреслюючи активний характер людського пізнання, новий спосіб думки трактує предмет досліджень як щось створене і створюване людиною в ході освоєння природи. Підіймається роль моделей в пізнанні.

Ціле розуміється вже не як проста сума, а як функціональна сукупність, яка формується деяким відношенням, що наперед задається, між елементами. При цьому фіксується наявність особливих інтеграційних характеристик даної сукупності – цілісність, не зведення до складових елементів. Сама ця сукупність, відношення між елементами (їх координація, субординація і т.д.) визначаються деяким правилом або системоутворюючим принципом. Цей принцип відноситься як до породження властивостей цілого з елементів, так і до породження властивостей елементів з цілого. Системоутворюючий принцип дозволяє не тільки постулювати ті або інші властивості елементів і системи, але і передбачати можливі елементи і властивості системної сукупності.

Марксизм (К. Маркс (1818 – 1883) підкреслює єдність природи і діяльності людини, проводить думку про те, що «людина в процесі виробництва може діяти лише так, як діє сама природа, тобто може змінювати лише форми речовин» [Маркс К., Енгельс Ф. // Соч. Т. 23. С. 52].

Марксистська **гносеологія** (теорія пізнання) висунула певні принципи аналізу системності наукового знання. До них відносяться історизм, єдність змістовної і формальної сторін наукового знання, трактування системності не як замкнутої системи, а як послідовності понять і теорій, що розвивається. При такому підході системність знань припускає подальше вдосконалення системи понять.

Спроби розробити загальні принципи системного підходу були зроблені лікарем, філософом і економістом А.А. Богдановим (1873 – 1928) в роботі «Загальна організаційна наука (тектологія)» (3-е изд. М.; Л., 1925 – 1929. Ч. 1 – 3). Дослідження, проведені вже в наші дні, показали, що важливі ідеї і принципи кібернетики, сформульовані Н. Вінером і особливо У. Росс Ешбі, значно раніше, хоча і в декілька іншій формі, були виражені Богдановим. В ще більшій мірі це відноситься до загальної теорії систем (ЗТС) Л. фон Берталанфі, ідейна частина якої багато в чому передбачена автором тектології.

Тектологія (греч. – «будівник») – вельми оригінальна загальнонаукова концепція, історично перший розгорнений варіант загальної теорії систем (ЗТС). Її створенням автор хотів кинути виклик марксизму, висунувши на противагу йому концепцію, яка претендує на універсальність. Для побудови тектології використовується матеріал самих різних наук, в першу чергу природних. Аналіз цього матеріалу приводить до висновку про існування єдиних структурних зв'язків і закономірностей, загальних для самих різномірних явищ.

Австрійський біолог і філософ Л. фон Берталанфі (1901 – 1972) першим із західних учених розробив концепцію організму як відкритої системи і сформулював програму побудови ЗТС. В своїй теорії він узагальнив принципи: цілісності, організації, **еквіфінальності** (досягнення системою одного і того ж кінцевого стану за різних початкових умов) і **ізоморфізму** (однакового представлення).

Л. фон Берталанфі більш чітко сформулював ідею побудови загальної теорії систем, не залежно від їх природи (1950 р.). Реалізацію цієї системи він бачив у тому, щоб знайти структурну спільність законів, які встановлені в різних науках та виводити на цій основі загальносистемні закономірності. Основоположниками системного підходу є: Л. фон Берталанфі, А.А. Богданов, Г. Саймон, П. Друкер, А. Чандлер.

В якості особового і головного популяризатора системних ідей виступала науково – технічна революція, яка забезпечувала бурхливий розвиток системного підходу [1]. На заході ідеї теорії систем розвивали такі вчені, як: В. Леонтьєв, Р. Акофф, О. Ланге, М. Месарович, Р. Мертон, Т. Парсонс, У. Рос Эшбі. В Союзі радянських соціалістичних республік (СРСР), в 60 – 70-і роки проблеми системології створення загальної теорії систем були також дуже популярними. Дослідженнями тут займалися: В.Г. Афанасьєв, В.М. Глушков, В.П. Кузьмін, Ю.Г. Марков, І.Б. Новік, Л.А. Петрушенко, В.Н. Садовський, М.І. Сєтров, В.С. Тюхтін, А.І. Уємов, Е.Г. Юдін та ін. Зусиллями цих вчених була розвинута концепція сучасного розвитку системного підходу в трьох напрямках:

- 1 - системології як теорії технічних систем (ТС);
- 2 - системотехніки як практики;
- 3 - системного аналізу як методології.

А також розроблена основна сукупність системних принципів:

– **Цілісність**, що дозволяє розглядати одночасно систему як єдине ціле і в той же час як підсистему для систем вищих рівнів.

– **Ієрархічність будови**, тобто наявність безлічі (принаймні, двох) елементів, розташованих на основі підкорення елементів нижчого рівня елементам вищого рівня. Реалізація цього принципу добре видно на прикладі будь-якої конкретної організації. Як відомо, будь-яка організація є взаємодією двох підсистем: управляючої і керованої. Одна підкоряється іншій.

– **Структуризація**, що дозволяє аналізувати елементи системи і їх взаємозв'язки в рамках конкретної організаційної структури. Як правило, процес функціонування системи обумовлений не стільки властивостями її окремих елементів, скільки властивостями самої структури.

– **Множинність**, що дозволяє використовувати безліч кібернетичних, економічних і математичних моделей для опису окремих елементів і системи в цілому.

– **Системність** – властивість об'єкту володіти усіма ознаками системи.

Терміни теорія систем і системний аналіз, не дивлячись на період більше 25 років їх використання, все ще не знайшли загальноприйнятого – стандартного тлумачення.

Запропоновані варіанти загальних системних концепцій будуються на різних передумовах і відрізняються різноманітністю засобів, що використовуються. Саме факт висунення цих концепцій перетворив системний підхід на наукову реальність. І цьому не перешкоджає відсутність єдиної загальноприйнятої теорії систем.

Висновок з історії виникнення та розвитку системного аналізу – для виникнення та розвитку системних теорій та понять були об'єктивні причини: такі теорії не могли не виникнути, вони і сьогодні розвиваються і ми є свідками чергового етапу їх розвитку [3].

1.2. Основні терміни та визначення

Системний аналіз – це сукупність методів дослідження процесів функціонування складних систем на основі моделювання і направлених на підвищення їх ефективності (вдосконалення).

Системний аналіз використовує **системний підхід** до вивчення об'єктів, явищ і процесів великого ступеня складності.

Системний підхід – напрям методології дослідження, який реалізує на практиці принципи цілісності розгляду явищ і процесів у всій складності, взаємозв'язку і взаємообумовленості їх розвитку.

У основі системного аналізу вивчення об'єктів, явищ і процесів великого ступеня складності лежить поняття системи.

Система – (грец. *systema* – складене з частин, сполучене) це сукупність (цілісна множина) об'єктів (елементів), зв'язаних між собою певними відносинами і взаємодіючих так, щоб забезпечити досягнення певної мети (рішення задачі). Це не є остаточним визначенням поняття системи. У науковій літературі є багато визначень поняття системи, що відносяться як до загальних так і до конкретних систем різних видів [3, 4, 5, 6, 7, 8] Наприклад, система знаряддя обробки ґрунту, система транспортних засобів перевезення пасажирів, система поглядів, система векторів.

Для системи характерні такі властивості:

- а) задані зв'язки, що існують між елементами системи;
- б) кожний з елементів у середині системи вважається неподільним;
- в) з навколишнім середовищем система взаємодіє як єдине ціле.

Елемент – це найпростіша неподільна частина системи, а його властивості визначаються конкретною задачею. Елемент завжди зв'язаний із самою системою. Елемент складної системи може бути в свою чергу складною системою в іншій задачі.

Підсистема – це складова системи, яка складається з об'єднання елементів, але за масштабом менша, ніж система в цілому.

Дуже часто для простоти систему визначають як комплекс функціонально взаємозв'язаних елементів.

З визначення системи виходить, що її обов'язковими компонентами є елементи (об'єкти) і зв'язки між ними. Процес розділення системи на елементи (об'єкти, підсистеми) і саме поняття елементу (об'єкту, підсистеми) вельми умовні і відносні, оскільки будь-який елемент у свою чергу можна розглядати як сукупність інших елементів. Наприклад, система перевезення пасажирів у місті, як її підсистеми можна розглядати: автобусна система перевезення пасажирів, трамвайна система перевезення пасажирів, система безпеки перевезення пасажирів на автотранспорті і т.д., які в свою чергу виступаючи як системи, будуть складатись із своїх підсистем.

Оскільки всі елементи, з яких складається система певним чином взаєморозташовані і взаємозв'язані, то можна говорити про **структуру системи**.

Структура системи – це зображення елементів та зв'язків між ними. Тут розглядається функціональна, технічна, організаційна структура. Передбачається що система має два і більше рівнів управління. Будь-яка система має ієрархічну структуру управління, тобто ряд ланок, розташованих від нижчих до вищих в порядку підлеглості. Наприклад: організаційна структура Харківського національного автотодорожнього університету наведена на рис. 1.1 (прямі зв'язки вказані суцільними прямими зі стрілками, зворотні переривистими).

Зв'язок показує взаємодію елементів системи між собою та зовнішнім середовищем. Тут використовуються узагальнені оцінки, наприклад, зв'язки направлені чи ненаправлені, сильні чи слабкі, додатні чи від'ємні. Зв'язок однозначно характеризує структуру системи.

При аналізі тих або інших конкретних систем виявляється достатнім виділення обмеженого числа ступенів ієрархії. При цьому системи низького рівня є підсистемами більш високого рівня і т.д., аж до так званої суперсистеми, що знаходиться на верхньому ступені ієрархічної структури. Наприклад, економічна система країни – суперсистема.

Як відомо, сучасне виробництво характеризується спеціалізацією окремих його частин, розподілом праці і функцій між підсистемами. І дуже часто мета і задачі одного підрозділу можуть суперечити або входити в конфлікт з метою і задачами іншого підрозділу.

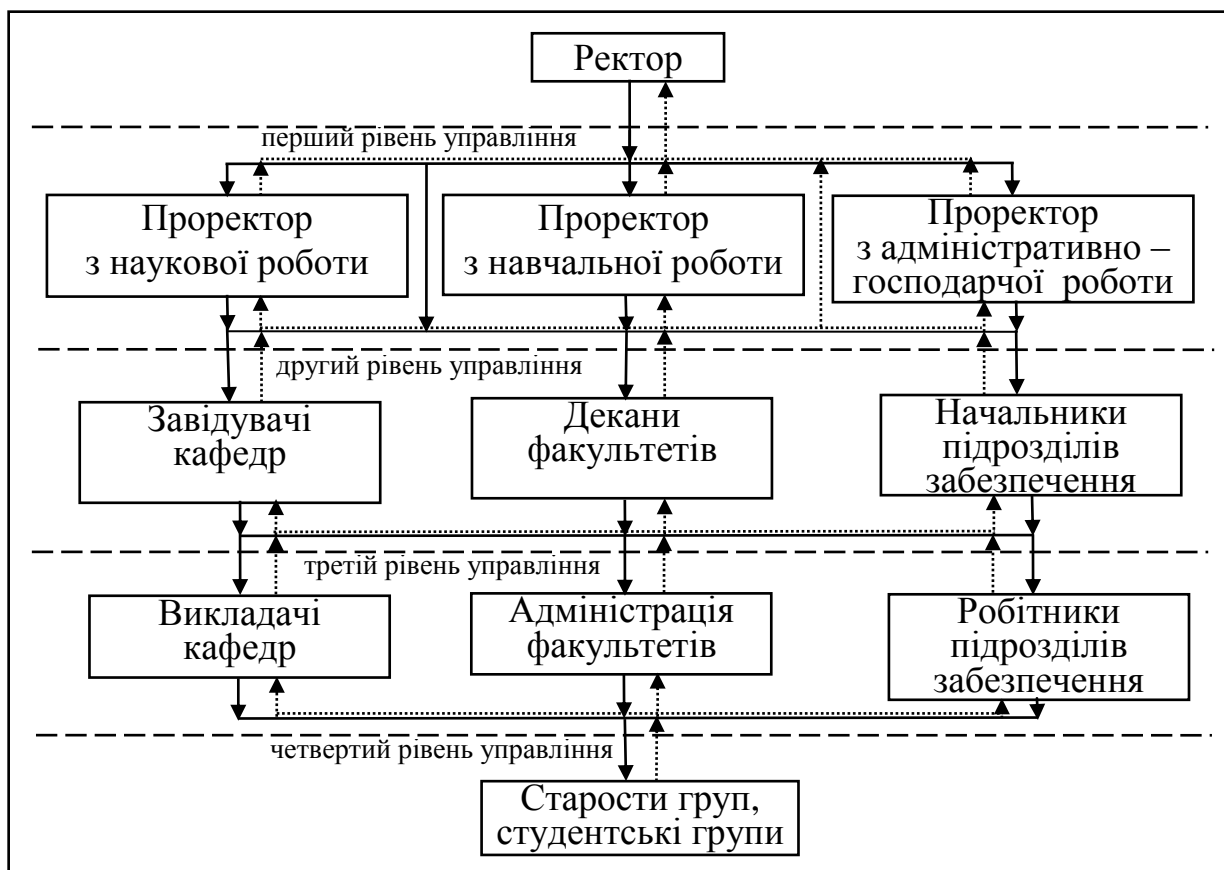


Рис. 1.1. Організаційна структура ХНАДУ

Наприклад: при визначенні оптимального прибутку від перевезень пасажирів для автотранспортного підприємства плановий відділ прагнучиме до проведення скорочень витрат; відділ постачання - до збільшення закупівель запчастин з метою прискорення ремонту автотранспорту, що приводить до збільшення витрат.

У цих умовах основним науковим принципом аналізу і синтезу великих систем стає системний підхід, який полягає у взаємозв'язаному розгляді роботи всіх елементів (підсистем) і системи в цілому та їх впливу на кінцевий результат роботи всієї системи.

Таким чином, критерієм вибору рішення на будь-якому з ієрархічних рівнів є максимум ефекту для всієї системи в цілому (тобто системи найвищого рівня, прийнятого до розгляду), а не для якої-небудь окремої частини.

Стан – це миттєва оцінка або фаза розвитку системи.

Рівновага – це певний стан системи, в якому вона знаходиться деякий, або заданий час і в якому вона виконує своє функціональне призначення, незважаючи на зовнішні чи внутрішні збурення.

Поведінка системи – це правила переходу з одного стану в інший, або утримання рівноваги при зовнішніх чи внутрішніх збуреннях (впливах).

1.3. Класифікація систем

Класифікацію систем в системному аналізі можна виконувати виходячи з різних вимог до самої системи чи взаємодії системи з середовищем, а також від поставленої мети самим дослідником відносно властивостей системи, які він хоче знати, або які для нього є важливими. При цьому систему можна характеризувати однією чи кількома ознаками.

Перш за все можна визначити властивість системи за сутністю її створення (походженням):

- **природні**, які існують в об'єктивній дійсності (нежива, жива природа, суспільство). Приклади систем – сонячна система, гряда гір, популяція тварин, суспільство.

- **концептуальні**, або ідеалізовані системи, які відображають, реальну дійсність, об'єктивний світ. Сюди відносяться: наукові теорії, наукові закони, літературні твори і т.п., тобто системи, які за різним ступенем відображають об'єктивну реальність.

- **штучні**, які створені людиною для досягнення конкретної мети (технічні чи організаційні).

При використанні системного аналізу для задач синтезу та аналізу систем використовують таку класифікацію систем за:

- видом об'єкта – технічні, біологічні, організаційні та інші;
- науковим спрямуванням – математичні, фізичні, хімічні, та інш.;
- видом формалізації детерміновані, стохастичні;
- взаємодією з навколишнім середовищем – відкриті та закриті;
- складністю структури і поведінки – прості, великі, складні;
- ступенем організованості – добре організовані, погано організовані (дифузні), із самоорганізацією;
- розвитком у часі – статичні та динамічні.

По складу і структурі системи класифікуються на прості, великі і складні.

Проста система – це система, функціонування якої (в рамках конкретної задачі) можна досліджувати як щось ціле, без розбиття її на більш дрібні підсистеми.

Велика система – це система, яку важко досліджувати без розбиття її на більш прості підсистеми. Після такого розбиття функціонування підсистем можна досліджувати практично незалежно одна від одної.

Складна система – це система, функціонування компонентів якої настільки взаємозв'язане, що ізольований розгляд процесів їх функціонування або просто неможливий, або приводить до помилкових висновків.

Таким чином, **великими і складними** називаються системи з розгалуженою структурою і значною кількістю взаємозв'язаних і взаємодіючих елементів та великою кількістю інформаційних зв'язків.

Оскільки системи функціонують в просторі, і в часі, то в залежності від організації взаємодії систем з зовнішнім середовищем їх можна класифікувати на відкриті і закриті, а в залежності від розвитку в часі на статичні та динамічні. Тоді:

Відкриті – це системи, в яких процеси визначаються впливом зовнішнього середовища і самі надають на нього істотну дію.

Закриті – це системи, які в процесі функціонування використовують тільки ту інформацію, що виробляється усередині самої системи.

Статичні системи – це системи з одним можливим станом.

Динамічні системи – це системи з безліччю станів, в яких з часом відбувається перехід з одного стану в інший. Практично всі системи є динамічними, все залежить від проміжку часу, на якому ми розглядаємо стан системи.

Добре організовані системи - це такі, для яких можна визначити окремі елементи, зв'язки між ними, правила об'єднання в підсистеми та оцінити зв'язки між компонентами системи та її цілями. Такі системи можуть описуватись у вигляді математичних залежностей, які зв'язують мету та засоби її досягнення - критеріїв ефективності чи оцінками функціонування. Розв'язання задач аналізу та синтезу в добре організованих системах здійснюється аналітичними методами. Приклади: сонячна система, яка описує найбільш суттєві закономірності руху планет; опис роботи електронного пристрою за допомогою системи рівнянь, які враховують особливості роботи; аналітичні моделі об'єктів управління та інш.

Для відображення досліджуваного об'єкта у вигляді добре організованої системи виділяють найбільш суттєві фактори та відкидають

другорядні. В добре організованих системах використовується, в основному, кількісна інформація.

Погано організовані системи – системи, в яких важко визначити окремі елементи і зв'язки між ними. Закономірності зв'язків між елементами можна визначити при отриманні статистичних закономірностей та перенесенню їх на поведінку системи з деякими показниками ймовірності.

Характерним для цих систем є використання багатокритеріальних задач з численними припущеннями та обмеженнями. Приклади: системи масового обслуговування, економічні та організаційні системи.

В погано організованих системах використовується, в основному, якісна інформація, зокрема нечіткі множини.

З поняттями «добре організована» та «погано організована» системи тісно зв'язані терміни «добре визначена» та «погано визначена» системи.

Ці системи можуть називатись також **детермінованими** та **стохастичними**.

Детерміновані – це системи, у яких перехід з одного стану в інший (тобто поведінка системи) є визначеним.

Стохастичні – системи, у яких перехід з одного стану в інший (тобто поведінка системи, або розвиток) не є чітко визначеним та розглядається як випадковий процес.

Системи із самоорганізацією – це системи, які мають чітко визначену можливість адаптації до змінювання умов роботи. Частинним випадком системи із самоорганізацією для управління технічними об'єктами є адаптивні системи з еталонними моделями чи ідентифікатором, що розглядається в дисципліні «Теорія автоматичного управління».

Підсистема – це складова системи, яка складається з об'єднання елементів, але за масштабом менша, ніж система в цілому.

В останні роки сформувався новий напрям прикладного системного аналізу – **синергетика** (від грецького *synergos* – разом діючі, фізіол. м'язи, працюючі разом) - наука про загальні процеси самоорганізації в складних не рівноважних структурах, яка висуває наукові пояснення процесів нерівноважної впорядкованості, наприклад в економічній реальності.

Слід також виділити **соціально – економічні** системи – комплексні структури, які складаються з економічних, виробничо-технічних та соціальних підсистем, вони мають різну мету (напри-

клад: місто, організація, підприємство), але є дуже важливими для забезпечення життєдіяльності людей.

1.4. Властивості систем

Одна із головних концепцій системного аналізу є пошук і використання відповідностей між різними системами. Для пошуку відповідностей можна виділити групу властивостей, що характеризують схожі системи [5,6]:

- сутність та складність систем;
- зв'язок систем із зовнішнім середовищем;
- цілеспрямованість систем;
- параметри розвитку та функціонування систем.

Зупинимося на найважливіших властивостях систем [9].

Цілісність та подільність. Система є, передусім, цілісною сукупністю елементів. Це означає, що, з одного боку, система – це цілісне утворення, а з іншого – в її складі чітко можуть бути виділені окремі цілісні об'єкти (елементи). Але не компоненти утворюють ціле (систему), а навпаки, при поділі цілого виявляють компоненти системи. **Первинність цілого – головний постулат теорії систем.**

Неадитивність системи (емерджентність). Властивості системи хоча і залежать від властивостей елементів, але не визначаються ними повністю. Функціонування системи не може бути зведено до функціонування окремих її компонентів. Сукупне функціонування взаємозв'язаних елементів системи породжує якісно нові функціональні властивості системи. Звідси випливає важливий висновок: **система не зводиться до простої сукупності елементів**; розділяючи систему на частини, досліджуючи кожную з них окремо, неможливо пізнати всі властивості системи в цілому. Цю властивість ще називають системною, або **інтегративною**.

Синергетика – (від грец. *synergetikos* – спільний, погоджений, діючий), науковий напрямок, що вивчає зв'язки між елементами структури (підсистемами), які утворюються у відкритих системах (біологічних, фізико-хімічних, економічних та інших) завдяки інтенсивному (потоківому) обміну речовинами й енергією з навколишнім середовищем за нерівноважних умов. Теоретичні засади синергетики – термодинаміка нерівноважних процесів, теорія випадкових процесів, теорія нелінійних коливань і хвиль.

Спрямованість процесів самоорганізації обумовлена внутрішніми властивостями об'єктів (підсистем) у їх індивідуальному і колективному прояві, а також впливами з боку середовища, у якому знаходиться система. Але поведінка елементів (підсистем) і системи в цілому істотно характеризується спонтанністю — акти поведінки не є строго детермінованими.

Ієрархічність системи — це складність структури системи, яка характеризується такими показниками: кількістю рівнів ієрархії управління системою, різноманіттям компонентів та зв'язків, складністю поведінки і т. п. Ієрархічність системи також полягає у тому, що систему можна розглядати як елемент системи вищого порядку (надсистеми), а її елементи — як системи.

Взаємозалежність між системою та зовнішнім середовищем. Система формує та проявляє свої властивості при взаємодії із зовнішнім середовищем. Вона розвивається під впливом зовнішнього середовища, але при цьому намагається зберегти якісну визначеність та властивості, що забезпечують відносну стійкість та адаптивність її функціонування.

Рівень самостійності та відкритості системи визначається такими показниками: кількістю зв'язків системи із зовнішнім середовищем у середньому на один її елемент чи інший параметр; інтенсивністю обміну інформацією чи ресурсами між системою та зовнішнім середовищем; ступенем впливу інших систем.

Цілеспрямованість системи означає наявність у неї мети.

Надійність системи (наприклад, організації) характеризується, зокрема: безперебійністю функціонування системи при виході із ладу одного із компонентів; фінансовою стійкістю та платоспроможністю організації; перспективністю запровадженої економічної, технічної, соціальної політики

Розмірність системи — кількість компонентів системи та зв'язків між ними. Ці показники характеризують також складність системи.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ

1. Описати історичні віхи розвитку системного аналізу.
2. Дати визначення основних термінів та понять, які використовуються у системному аналізі.
3. Класифікувати системи за сутністю їх створення.

4. Класифікувати системи по взаємодії з зовнішнім середовищем.
5. Дати тлумачення поняттям: цілісність, подільність систем.

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. В якому напрямку змінювалось поняття значення слова система?
2. Що розуміють під поняттям ціле в кінці 19-го століття?
3. Ким були зроблені перші спроби розробити загальні принципи системного підходу ?
4. Хто першим сформулював програму побудови загальної теорії систем (ЗТС)?
5. Які властивості систем відносяться до основної сукупності системних принципів?
6. Які властивості систем беруться до уваги при класифікації систем?
7. Які групи властивостей характеризують схожість систем?
8. Що стверджує головний постулат теорії систем?

РОЗДІЛ 2

ОСНОВНІ ЗАВДАННЯ, МЕТОДИ ТА ЕТАПИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

2.1. Основні завдання системного аналізу

Головне завдання системних досліджень – пошук ефективних методів та засобів дослідження й управління об'єктами та їх взаємодії з зовнішнім середовищем. До основних завдань, що розв'язуються за допомогою системного аналізу та теорії систем, можна віднести такі:

- виявлення та чітке формулювання проблеми (задачі) за умов невизначеності;
- визначення або вибір оптимальної структури систем;
- виявлення мети функціонування та розвитку систем;
- вивчення організації взаємодії між підсистемами та елементами;
- врахування впливу зовнішнього середовища;
- вибір оптимальних алгоритмів функціонування систем.

Принципи системного підходу – це положення загального характеру, що є узагальненням досвіду дослідження людиною складних систем, їх часто вважають ядром методології. Відомо біля двох десятків таких принципів, але найважливішими базовими принципами, на які спирається загальна теорія систем та системний аналіз, є **принцип системності** та **принцип ізоморфізму**.

Принцип системності відображає загальність погляду на об'єкти, явища і процеси світу як на системи з усіма властивими системам закономірностями. Він обумовлює необхідність спільного розгляду системи як цілого і як сукупності елементів, дослідження будь-якої частини системи разом з її зв'язками з іншими частинами та із зовнішнім середовищем.

Цей принцип постулює необхідність ієрархічного, принаймні трирівневого, дослідження системи: необхідно досліджувати власне систему, її підсистеми та елементи, а також розглядати систему як елемент системи вищого порядку.

Принцип ізоморфізму постулює наявність однозначної (власне Ізоморфізм) чи часткової (гомоморфізм) відповідності структури однієї системи структурі іншої, що дає змогу моделювати одну систему за

допомогою іншої, подібної в деякому відношенні. Сучасні дослідження як у загальній теорії систем, так і в тих галузях знань, які в основному, виникли на її основі (синергетика, теорія катастроф), свідчать про наявність не тільки ізоморфізму чи суворой відповідності структури систем, а й загальних закономірностей у їх розвитку та функціонуванні.

Обидва ці принципи підкреслюють наявність загальних системних закономірностей, але вони не виключають специфіки будови, функціонування та руху систем різних типів. Загальні закономірності і намагається розкрити загальна теорія систем, тоді як аналізом загального й особливого в конкретних системах займаються інші галузі науки.

Серед інших важливих принципів слід відмітити такі:

- **принцип кінцевої мети**: абсолютний пріоритет кінцевої мети системи;

- **принцип ієрархії**: корисне введення ієрархії елементів та (чи) їхнє ранжирування, корисне виділення модулів (підсистем) у системі та розгляд системи як сукупності підсистем;

- **принцип функціональності**: спільний розгляд структури і функції системи з пріоритетом функції над структурою;

- **принцип розвитку**: врахування динамічності системи, її здатності до розвитку, розширення, накопичення інформації, врахування невизначеності та випадковості при функціонуванні системи.

Отже, метою теорії систем та системного аналізу є відшукування принципів, загальних для різних складних об'єктів, на основі встановлення емпіричними дослідженнями їх ізоморфізму, функцій та динаміки.

2.2. Основні методи та етапи системного аналізу

Методики системного аналізу спрямовані на формалізацію процесу дослідження системи, процесу постановки та розв'язання проблеми.

Загальним для всіх методик системного аналізу є осмислення суті та основної мети життєдіяльності системи, формування варіантів подання системи (процесу розв'язання задачі) та вибір кращого варіанта. На кожній стадії дослідження, від інтуїтивної постановки проблеми до вибору оптимальних рішень за допомогою строгих математичних методів, використовуються різноманітні наукові методи і прийоми, що складаються із неоднакової кількості етапів аналізу, зміст яких залежить від складності розв'язуваних завдань.

Методи системного аналізу об'єднують: **математичні методи, комп'ютерні технології, теорії автоматичного управління, дослідження операцій**, що приводить до об'єктивної необхідності залучати знання з різних наук.

Для опису поведінки систем використовуються методи **теорії інформації та прийняття рішень**. В теорії систем традиційні математичні методи (диференціальні, інтегральні рівняння і т.д.) не дозволяють повністю описати реальні процеси в складних системах, тому поряд із кількісною інформацією використовується якісна інформація, зокрема, **теорія нечітких множин** – чітко структуровані задачі, в яких використовується лише кількісна інформація, замінюються слабо структурованими або неструктурованими, вводиться **поняття лінгвістичної змінної**.

У загальному вигляді системне дослідження проблеми складається з таких етапів:

- формулювання проблеми;
- виявлення мети;
- формулювання критеріїв;
- визначення наявних ресурсів для досягнення мети;
- генерація альтернатив та сценаріїв.

Системне дослідження довільної проблеми починається з формулювання та опису проблемної ситуації [8]. Попереднє формулювання проблеми є досить наближеним та може істотно відрізнятись від того, яким насправді має бути робочий варіант сформульованої проблеми. Формулювання проблеми здійснюється на вербальному (словесному) рівні і, як правило, є досить розпливчастим.

Наприклад, керівника підприємства можуть цікавити такі проблеми: «Як підвищити ефективність роботи підприємства?», «Як збільшити обсяги доходів?», «Який вибрати інвестиційний проект?» тощо.

До довільної проблеми необхідно відноситись не як до ізольованої, а як до комплексу взаємопов'язаних проблем. Тому після виявлення проблеми необхідно здійснити її розширення до проблематики, тобто виявити інші проблеми, які пов'язані з досліджуваною та без врахування яких вона не може бути розв'язана.

Для виявлення та структуризації важких для розуміння та нечітко сформульованих проблем, що характеризуються великою кількістю та складним характером взаємозв'язків, застосовується **дерево аналізу проблеми**. Дерево проблеми, як правило, включає такі основні компоненти:

– що необхідно дослідити та розробити? Із яких елементів складається система?

– що має вирішити поставлене завдання?

– як система функціонує і як вона взаємодіє з іншими системами?

Для розширення проблеми необхідно розглядати як над, так і підсистеми відносно системи, для якої сформульовано вихідну проблему, з метою виявлення основних факторів, що впливають на досліджувані процеси або систему, та визначення відношень між ними. Ці перші етапи є найважливішими, оскільки правильне розв'язання довільної проблеми залежить передусім від того, наскільки правильно з'ясовано, у чому насправді вона полягає й у чому полягає її складність.

Для розширення проблематики при аналізі організаційних систем визначають перелік заінтересованих сторін, до яких відносять:

– замовника;

– осіб, які приймають рішення;

– учасників (як активних – тих, чиї дії необхідні для розв'язання проблеми, так і пасивних – тих, на кому позначаються наслідки);

– системних аналітиків (для мінімізації їхнього впливу на інших заінтересованих осіб).

Кожна з заінтересованих сторін має своє бачення проблеми та своє ставлення до неї. Формування проблематики полягає у визначенні того, які зміни і чому бажає внести кожна із заінтересованих сторін.

На наступному етапі потрібно визначити мету, тому що як формалізовані, так і слабо структуровані проблеми необхідно звести до такого вигляду, коли вони стають завданнями відшукування відповідних засобів для досягнення заданої мети. Коли йдеться про мету, то слід з'ясувати, чого ми насправді бажаємо.

Існує небезпека підміни мети засобами, якщо суб'єкт, мету якого необхідно виявити, сам її чітко не усвідомлює.

2.3. Структурний та ситуаційний системний аналіз

Поняття структури є одним з основних в системному аналізі. За ступенем зв'язку та розумінням будови чи сприйняття системи розрізняють форми, сукупності та структури.

Форма – це зовнішній вигляд об'єкта безвідносно до його суті.

Сукупність – це з'єднання або набір в одну множину безвідносно до форми чи порядку.

Структура — це множина частин або форм (елементів), які знаходяться у взаємодії та специфічному порядку, необхідному для реалізації функцій. **Отже, функція є первинною щодо структури.**

Структура системи — це стійка упорядкованість у просторі і в часі її елементів і зв'язків. Властивістю структури є можливість існування протягом певного часу за допомогою зв'язуючого пристосування для збереження елементів (частин) та їх відношень приблизно в одному й тому ж порядку, реагуючи при цьому на дії середовища.

Структура системи може бути охарактеризована за типами зв'язків, які в ній є або які в ній переважають. Найпростішими зв'язками є паралельне, послідовне з'єднання та зворотній зв'язок. Зворотній зв'язок виконує регулюючу роль у системі.

У залежності від характеру організації в системі елементів і їхніх зв'язків можна виділити основні типи структур (рис. 2.1): **послідовну (а), паралельну (б), кільцеподібну (в), ієрархічну (дерево-видну) (г), які відображають послідовне підвищення ступеня центра- лізації системи.**

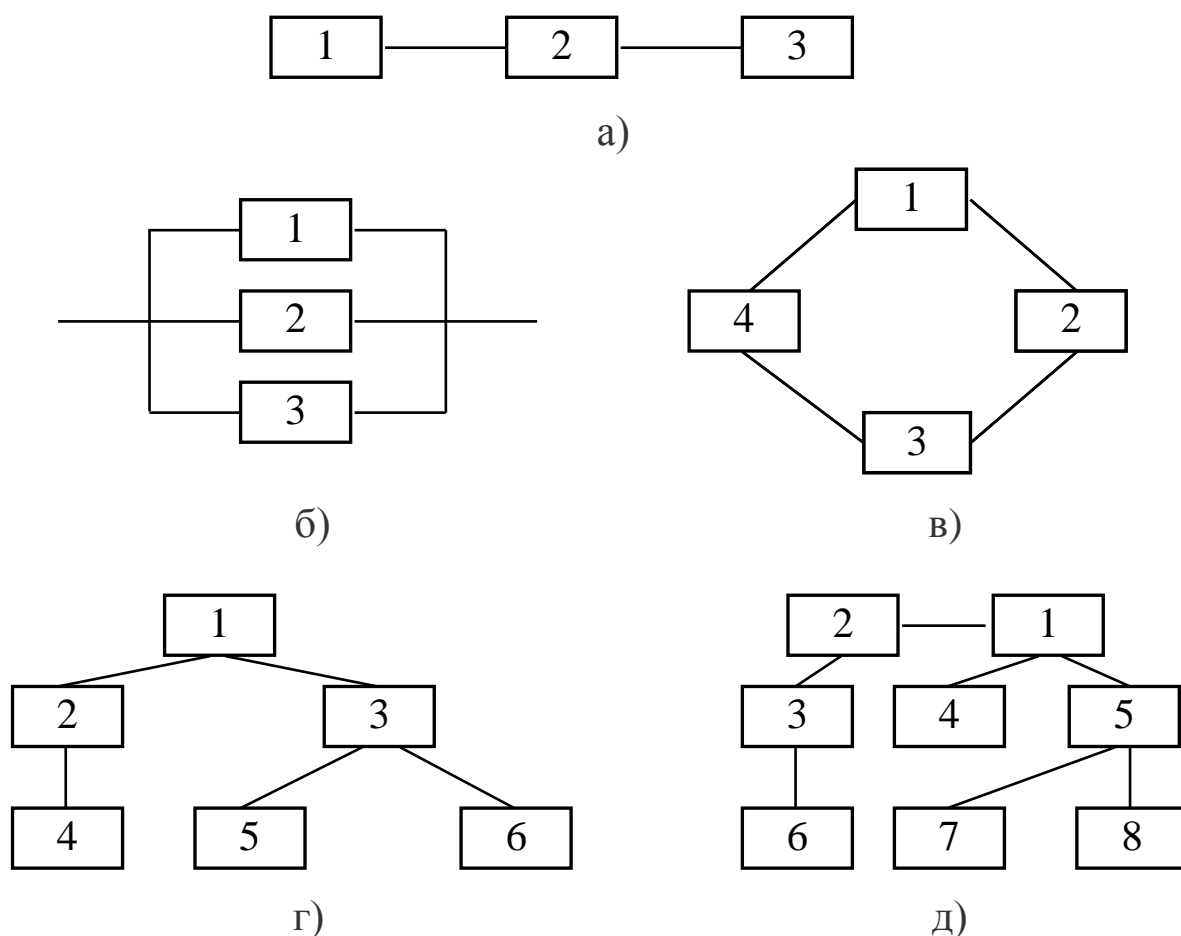


Рис. 2.1. Основні типи структур

Взагалі ж структури можуть бути найрізноманітніші і включати різні **комбінації взаємозв'язків елементів (д)**.

При дослідженні складних систем в більшості випадків вони є або достатньо жорстко централізованими (ієрархії), або ж мають малий ступінь централізації (нечітка мережа малих систем). В залежності від призначення та властивостей зовнішнього середовища більш або менш ефективними можуть бути або ієрархії, або мережі. У процесі створення системи та планування її діяльності врешті-решт розглядаються компроміси між роботою великої, добре об'єднаної ієрархічної системи з доволі простим призначенням та багатоелементною багатоцільовою мережею достатньо малих систем з розподіленими і нечіткими взаємними зв'язками. Ієрархії є не чим іншим, як різновидом мереж.

Організаційні структури змінюються:

- відповідно до цілей того, хто їх створює, менеджерів та підсистем;
- □внаслідок сприймання нових потреб, усвідомлення нових функцій та побудови нових потоків, що відповідають цим функціям;
- □внаслідок еволюції шляхом реагування на збурення зовнішнього середовища;
- □модифікуючи старі та утворюючи нові структури, які роблять їх менш вразливими до можливих пошкоджень.

Незважаючи на те, що ієрархії мають певні недоліки, обумовлені простішою формою, ієрархічна побудова більш поширена в конфігурації організацій, ніж мережна. Окрім того ієрархії є прозорими структурами для ефективного відображення проблем.

Ієрархія – це структура з підпорядкованістю, тобто з нерівноправними зв'язками – дії в одному напрямку виявляють набагато більший вплив, аніж у зворотному. В більшості випадків прямий зв'язок – це керування і керуюча інформація, зворотній – інформація про виконання та відхилення. На практиці розглядаються два основні типи ієрархічних структур – деревовидна та ієрархічна.

Деревовидна структура є найпростішою для аналізу та реалізації. В майже всіх випадках в ній виділяються ієрархічні рівні – групи елементів, що знаходяться на однаковій віддалі (вимірюваної як кількість ребер) від головного елемента (кореня дерева). Структури цього типу є надзвичайно поширеними (ієрархія проектування складної програмної системи, ієрархія цілей у складній організацій-

ній системі, ієрархія за ознакою керованості процесів в живому організмі, ієрархія в зграї тварин).

Ромбовидна структура приводить до множинної (частковий випадок — подвійної) підпорядкованості, належності елементів нижнього рівня. Приклади – участь одного технічного елемента в роботі більш ніж: одного вузла, блока, використання одних і тих самих даних або результатів вимірювань в різних завданнях.

Будь-яка ієрархія звужує можливості та гнучкість системи. Елементи нижнього рівня обмежуються домінуванням верхнього рівня, вони здатні впливати на це домінування лише частково та, зазвичай, з певною затримкою. Однак введення ієрархії різко спрощує створення та функціонування системи. Недарма той чи інший ступінь ієрархії спостерігається практично у всіх складних природних системах. Негативні наслідки ієрархії багато в чому долаються шляхом зменшення жорсткості підпорядкування, можливістю самостійно реагувати на деякі дії без жорсткої регламентації згори.

Отже, структура є стійкими взаємними зв'язками між елементами системи, які забезпечують її цілісність. Структура є найконсервативнішою характеристикою системи: хоча стан системи змінюється, структура її зберігається незмінною іноді дуже тривалий час. Якщо розглядати поняття «структура» у взаємному зв'язку з поняттям мети, то **під структурою слід розуміти спосіб досягнення мети.**

При аналізі структури важливим є її топологічний аналіз. Метою топологічного аналізу є відображення можливостей структури для реалізації функцій, виходячи з наявних елементів та відношень між ними, не вникаючи у їх змістовний опис. У випадку аналізу структури системи використовують 3 етапи опису зв'язків:

- встановлення зв'язків, тобто чи є зв'язок, чи він відсутній;
- встановлення напрямку;
- встановлення характеру зв'язків (потоків).

Основні завдання, які розв'язуються на першому етапі:

- визначення зв'язаності системи;
- виділення ізольованих, тобто зв'язаних в собі підсистем;
- виділення циклів;
- визначення мінімальних та максимальних послідовностей елементів, що розділяють елементи один від одного.

На другому етапі розв'язують такі задачі:

- визначення зв'язаності системи;

- проводять топологічну декомпозицію з метою виділення структур підсистем;
- аналіз та виділення входів та виходів;
- визначення рівнів у структурі шляхом побудови порядкових функцій;
- визначення мінімальних та максимальних шляхів;
- розрахунок структурно-топологічних характеристик.

На останньому етапі визначають місцеві та загальні контури управління, проводять декомпозицію зв'язків, будують оператори з'єднання елементів структури із розщепленими зв'язками.

При управлінні об'єктами керівникам дуже часто приходить приймати рішення в залежності від ситуацій, які виникли на той чи інший момент і керівник повинен вміти приймати такі рішення. Тому ситуаційний підхід один з найбільш перспективних у сучасному управлінні. З одного боку, ситуаційний аналіз належить до найбільш розроблених інструментів послідовного, комплексного аналізу ситуацій прийняття важливих управлінських рішень. З іншого - дозволяє виявити основні тенденції та впливи на динаміку розвитку ситуації.

Ситуаційний підхід дозволяє приймати рішення, ґрунтуючись на аналізі й розумінні ситуації, динаміки її зміни, а не виходячи з традиційного принципу спроб і помилок. Це робить підхід більш ефективним і дозволяє часто уникати значних втрат ресурсів та часу. В основу ситуаційного підходу покладено ситуаційний аналіз.

Ситуаційний аналіз - це комплексні технології підготовки, прийняття й реалізації управлінського рішення, які базуються на аналізі окремо взятої управлінської ситуації. Крім того, технології ситуаційного аналізу дозволяють не тільки обґрунтовано приймати довгострокові управлінські рішення, але й корегувати стратегічні цілі організації.

Ситуаційний аналіз передбачає, що, хоча в діяльності організацій є багато чого спільного, кожна ситуація індивідуальна й управлінське рішення необхідно приймати конкретно для ситуації та для об'єкта управління в даний момент.

Методологія ситуаційного підходу виходить із того, що управлінець повинен:

– оволодіти засобами професійного управління (розуміння процесу управління, індивідуальної та групової поведінки, методів планування й контролю, кількісних методів прийняття рішень) і сучасними технологіями ситуаційного аналізу;

- передбачати можливі наслідки прийнятих рішень - як позитивні, так і негативні від застосування певної методики або концепції;
- правильно інтерпретувати ситуацію з виділенням найбільш важливих факторів і оцінкою наслідків їх змін;
- пов'язувати конкретні прийоми з конкретними ситуаціями для досягнення мети найбільш ефективним шляхом;
- приймати ефективне рішення.

Центральна роль у ситуаційному підході належить визначенню ситуаційних змінних (факторів), які мають суттєвий вплив на розвиток ситуації.

Основні змінні, які потребують уваги управлінців, – це мета, структура, завдання, технологія та люди. Розглянемо їх детальніше.

1. Мета. Організацію можна розглядати як засіб досягнення мети, який дозволяє виконувати колективно те, чого неможливо досягти лише індивідуальними зусиллями. Цілі є конкретними бажаними результатами, яких прагне досягти організація. Цілі підрозділів у різних організацій, що виконують схожу діяльність, будуть ближчими між собою, ніж цілі підрозділів в організаціях, що провадять різні види діяльності. Наприклад, цілі підрозділу планового відділу в компанії «Київміськбуд» будуть ближчими до цілей того ж підрозділу компанії «Київський облавтодор», ніж до цілей виробничого підрозділу самої компанії «Київміськбуд».

2. Структура. Структура організації – це логічні взаємовідносини рівнів управління й підрозділів, побудовані у формі, яка дозволяє найбільш ефективно досягнути мету організації.

3. Завдання. Завдання – це робота або частина роботи, що має бути виконана встановленим способом у певні терміни. Завдання видаються працівникам, які функціонально відповідальні за певні процеси.

4. Технологія. Технологію визначають як засіб, що використовується для перетворення ресурсів на новий товар. Це важливий компонент для багатьох компаній у контексті забезпечення конкурентоспроможності.

5. Люди. Виділяють три основних аспекти людського фактора в ситуаційному підході до управління: поведінка окремих людей; поведінка людей у групах; характер поведінки керівника в ролі лідера та його вплив на поведінку окремих людей і груп.

Використання ситуаційного підходу базується на альтернативності досягнення однакових цілей, що має враховуватися в розробці управлінського рішення.

2.4. Метод побудови дерева цілей

На практиці, як правило, існує кілька цілей і тому важливо, окрім визначення головної мети, не упустити деякі з суттєвих серед інших. Для цього застосовують метод побудови дерева цілей, що був запропонований в 1957 році групою американських учених та успішно використаний.

Під деревом цілей розуміють ієрархічну деревоподібну структуру, яка отримується поділом загальної цілі на підцілі, а їх, у свою чергу, на детальніші складові, нові підцілі, функції тощо [9].

Якщо всі ці елементи зобразити графічно, то одержимо «дерево цілей», повернуте «короною» донизу (рис. 2.1). При цьому головну ціль розміщують на найвищому рівні.

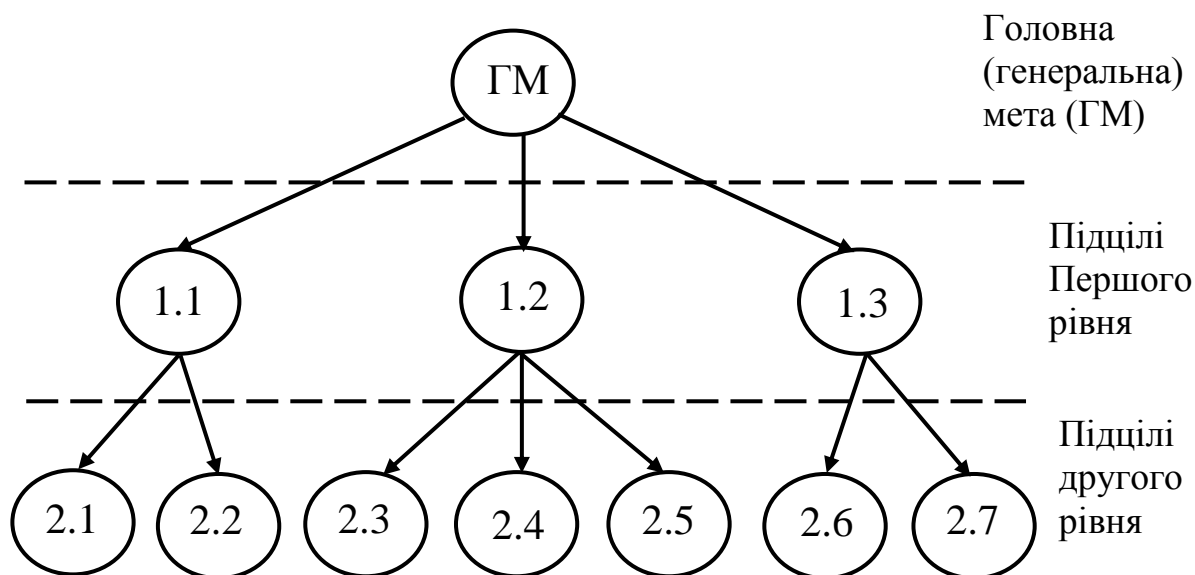


Рис. 2.1. Граф дерева цілей

Перевагою цього методу є те, що він уможлиблює поділ складного завдання, яке важко формалізувати, на сукупність простіших завдань, для розв'язання яких існують перевірені прийоми і методи. Послідовний поділ розв'язуваної проблеми на її частини – підпроблеми є важливим етапом системного аналізу проблем. Поділ продовжують доти, доки не отримають прості, звичні, очевидні завдання, які можна розв'язати відомими методами.

Метод побудови дерева цілей являє собою один із найрозповсюдженіших та найефективніших способів аналізу слабо структурованих завдань, що стоять перед дослідником системи. Деревоподібні

ієрархічні структури використовуються і при дослідженні та удосконаленні організаційних структур.

Наприклад, організація, яка будує дороги поставила собі за мету – зменшити витрати на будівництво доріг це буде головна мета – ГМ. Для цього їй необхідно розглянути декілька підцілей, які можуть сприяти досягненню мети. Підцілями першого рівня можуть бути: 1.1 – зменшення витрат на оплату праці; 1.2 – зменшення витрат на придбання матеріалів та технічних засобів; 1.3 – зменшення витрат на проектні роботи.

На другому рівні для досягнення мети 1.1 можна визначити наступні підцілі: 2.1 – підвищити продуктивність праці; 2.2 – наймати менш кваліфікованих робітників. Потім для кожної підцілі другого рівня здійснюється поділ на підцілі третього рівня і т. д. поки не будуть отримані прості елементи, які не можуть бути далі розбиті на інші цілі. Це тільки приклад, щоб можна було уявити, як будується граф дерева цілей.

При побудові дерева цілей необхідно, з одного боку, здійснювати дослідження цілей зацікавленими у розв’язанні проблеми сторонами, а з іншого – передбачати можливість уточнення цілей, їх розширення або зміни. В цьому полягає одна із головних причин ітеративності системного аналізу.

Отже, в рамках цього етапу дослідникові треба:

- чітко визначити цілі, досягнення яких сприяє вирішенню виявленої проблеми; виявити інформацію про параметри системи та зовнішнього середовища, які необхідно враховувати;
- визначити сукупність допущень та обмежень, в рамках яких буде розв’язуватись проблема.

Слід пам’ятати, що вибір неправильних цілей призведе не стільки до розв’язання існуючої проблеми, скільки до виникнення нових проблем.

На наступному етапі необхідно визначити критерії та обмеження. Під **критеріями** розуміють кількісні показники якісних цілей, які мають точніше їх характеризувати. Критерії мають якомога точніше відповідати цілям, хоча і не можуть повністю збігатися з ними, оскільки вони фіксуються в різних шкалах вимірювання:

цілі – в номінальних, а критерії – в шкалах, що передбачають упорядкування.

Найпоширенішими та важливими критеріями при аналізі ефективності функціонування економічних систем (наприклад, підпри-

ємств) є прибуток, собівартість продукції, обсяги виробництва та збуту, якість, надійність та конкурентоспроможність продукції, ефективність управління тощо.

При формуванні критеріїв головним є не їх кількість, а те, наскільки повно вони характеризують мету. Тому тут прагнуть до компромісу між повнотою описування мети та кількістю критеріїв. Для повноти описування проблемної ситуації необхідно розглядати три взаємодіючі системи:

- систему, в якій існуюча ситуація розглядається як проблема;
- систему, в рамках якої можна вплинути на проблему для її вирішення;
- зовнішнє середовище, в якому існують та з яким взаємодіють ці дві системи.

Необхідно враховувати, що характер цілей цих трьох систем істотно відрізняється: для першої системи необхідно розв'язати проблему, для другої головна мета полягає в розв'язанні проблеми з найменшими витратами ресурсів, при цьому необхідно враховувати вплив зовнішнього середовища.

2.5. Аналіз і синтез систем

У наукових дослідженнях велику роль грають методи аналізу і синтезу.

Суть аналітичного методу Декарт в XVII ст. формулював так: розбити задачу на стільки частин, скільки необхідно для того, щоб її легко можна було вирішити.

Успішність і значення аналізу полягає не тільки в тому, що ціле можна розкласти на достатньо прості частини, а і в тому, що, об'єднуючи, синтезуючи, можна створити ціле.

Аналіз і синтез доповнюють, але не замінюють один одного.

У філософському розумінні аналіз і синтез є методами пізнання дійсності. Сутність аналітичного методу пізнання полягає у поділі (реальному чи мислимому) цілого на частини, в поданні складного у вигляді сукупності простіших компонентів та дослідженні властивостей цих компонентів. Потім знання про частини агрегується в знання про систему в цілому. Але при поділі системи в процесі аналізу можуть втрачатися суттєві властивості як самої системи, так і окремих відділених від неї частин. Це обумовлено такими важливи-

ми властивостями систем, як цілісність та емерджентність (властивості системи хоча і залежать від властивостей елементів, але не визначаються ними повністю).

Синтезний метод пізнання полягає в об'єднанні частин у ціле. Проте синтез не зводиться лише до «механічного збирання» частин, що були одержані шляхом аналізу. При синтезному підході систему необхідно розглядати як складову більшої системи (надсистеми) та, дослідивши її, дезагрегувати знання про неї для пояснення призначення частин. Це досягається вивченням значення та функцій частин у цілому. У такий спосіб аналіз і синтез доповнюють один одного.

Операції поділу цілого на частини та їх з'єднання у ціле називають відповідно **декомпозицією** та **агрегуванням**.

При використанні декомпозиції задача ділиться на підзадачі, система – на підсистеми, цілі – на підцілі і тому подібне.

Декомпозиція – це представлення системи у вигляді об'єднання простих елементів, кожний із яких виконує свої функції у даній системі і які порівняно легко можна описати або представити.

Операція декомпозиції представляється як співставлення об'єкта аналізу з деякою моделлю, як виділення того, що відповідає елементам моделі системи взятої за основу при синтезі системи.

Тобто ми можемо стверджувати, що основою декомпозиції є модель системи. Тому повна декомпозиція залежить від завершеності моделі, її повноти.

Агрегування – операція протилежна декомпозиції, полягає в об'єднанні деякої частини елементів в ціле, яке називається агрегатом. Агрегування дає можливість перетворювати сукупність окремих елементів системи в систему з заданою структурою та функціями чи функцією, а також при моделюванні систем відображати та перетворювати складну модель системи в більш просту або багатовимірну модель – в модель меншої розмірності.

У вужчому розумінні **аналіз** системи полягає в її декомпозиції з подальшим визначенням статичних та динамічних характеристик її елементів, що розглядаються у взаємодії з іншими елементами системи та зовнішнім середовищем.

Синтез системи полягає в її створенні (проектуванні, організації, оптимізації) через визначення статичних та динамічних характеристик, що мають забезпечувати у сукупності максимальну відповідність системи поставленим завданням.

Розглянемо головні завдання, що вирішуються за допомогою аналізу та синтезу систем [11].

На етапі декомпозиції системи здійснюється:

- визначення та декомпозиція загальної мети дослідження та головної функції системи як обмеження в просторі станів системи або в області допустимих ситуацій. Найчастіше декомпозицію виконують побудовою дерева цілей та дерева функцій;
- виділення системи із середовища (поділ на «систему» та «не систему»);
- опис впливових факторів;
- опис тенденцій розвитку;
- опис системи як «чорного ящика» (див. розділ 4, підрозділ 2.4);
- функціональна (за функціями), компонентна (за типом елементів), структурна (за типом відношень між елементами) декомпозиція системи.

Глибина декомпозиції – кількість рівнів дерева цілей – визначається метою дослідження системи. Аналіз та синтез систем можуть здійснюватись у таких аспектах:

- структурному;
- функціональному;
- інформаційному;
- параметричному.

Структурний аналіз проводиться з метою дослідження статичних характеристик системи виділенням у ній підсистем та елементів різного рівня і зв'язків між ними. Тобто об'єктами дослідження структурного аналізу є різні можливі варіанти структури системи.

Метою структурного синтезу є розроблення (створення, проектування, реорганізація, оптимізація) системи, яка повинна мати певні властивості. Структурний синтез виконується для обґрунтування множини елементів структури, відношень та зв'язків, які б забезпечували в сукупності максимальну відповідність заданим властивостям.

Функціональний аналіз проводиться з метою визначення динамічних характеристик системи через дослідження процесів зміни її станів з часом на основі прийнятих алгоритмів (способів, методів, принципів) її функціонування. У межах функціонального аналізу досліджуються алгоритми та методи управління системою, включаючи загальний закон функціонування, що містить всі основні етапи та функції управління (формулювання цілі управління, збір та оброб-

лення необхідної інформації, прийняття рішень, планування, організації, контроль, виконання рішень тощо).

Метою функціонального синтезу є обґрунтування оптимальних характеристик процесів функціонування системи, тобто її станів у майбутньому відповідно до поставлених перед системою цілей.

Інформаційний аналіз спрямований на дослідження якісних та кількісних характеристик інформаційних процесів у системі. При цьому вивчають:

- збір та сприйняття інформації (ці процеси характеризують взаємодію системи із зовнішнім середовищем);
- обмін інформацією між окремими підсистемами;
- аналіз, оброблення, створення нової інформації;
- використання інформації;
- обмін інформацією із зовнішнім середовищем.

Завданням інформаційного синтезу є обґрунтування необхідного обсягу та форм подання інформації, методів та засобів її передавання, оброблення, зберігання. Інформаційний синтез доповнює завдання інформаційного аналізу, що здійснюється з метою визначення необхідних кількісних та якісних характеристик інформації, яка використовується в процесі функціонування системи.

Параметричний аналіз полягає у визначенні необхідної та достатньої сукупності узагальнених та часткових показників, що утворюють ієрархічну структуру та мають характеризувати найсуттєвіші властивості системи.

Сутністю параметричного синтезу є обґрунтування необхідної та достатньої сукупності показників, які дають змогу оцінити бажані властивості системи, яка створюється, та її загальну ефективність.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ

1. Опишіть, для чого і коли використовується дерево аналізу проблем.
2. Поясніть, що розуміють під структурою системи.
3. Опишіть в чому заключається методологія ситуаційного аналізу.
4. Поясніть, які задачі стоять перед дослідником при побудові дерева цілей.

5. Дайте огляд аспектів, у яких може здійснюватись аналіз та синтез систем.
6. Опишіть в чому полягає сутність параметричного аналізу.

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Які принципи теорії систем є найважливішими, базовими принципами, на які спирається загальна теорія систем та системний аналіз?
2. В чому полягає головне завдання системних досліджень?
3. Що є загальним для усіх методик системного аналізу?
4. Методи яких дисциплін використовуються у методах системного аналізу?
5. З яких загальних етапів складається системне дослідження проблеми?
6. Що розуміють під методом побудови дерева цілей
7. В чому полягає суть аналітичного методу?
8. В чому полягає суть синтезного методу?
9. В чому полягає структурний аналіз систем?
10. В чому полягає функціональний аналіз систем?
11. В чому полягає інформаційний аналіз систем?
12. В чому полягає параметричний аналіз систем?

РОЗДІЛ 3

МНОЖИНИ. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ

3.1. Поняття множин

В системному аналізі для рішення задач широко використовуються теоретико – множинні поняття та позначення, прийняті в сучасній математиці для описання систем та їх моделей, тому розглянемо основні поняття теорії множин.

Множиною називається сукупність (об'єднання, клас, сімейство) об'єктів будь-якої природи, які називають елементами [12].

Елементами множини можуть бути: люди, річки, вироби, точки в просторі і т.п.

Як правило множини позначаються прописними латинськими буквами: A, B, C, D, E, X, Y а елементи множин (Мн) рядковими $a, b, c, d, e, x, y, \dots$

Якщо елемент y належить множині E , то це позначається $y \in E$ належить, якщо не належить то позначається $y \notin E$, пуста (порожня) множина позначається $E = \emptyset$.

Множини, елементами яких є числа, називаються числовими і позначаються:

N -множини (Мн) всіх натуральних чисел;

C -Мн всіх цілих чисел;

R -Мн раціональних чисел;

D -Мн всіх дійсних чисел.

3.2. Способи задання множин

Множина може бути задана безпосередньо переліком його елементів, наприклад, $A = \{2, 4, 6, 8\}$ – множина парних цифр, $B = \{1, 2, 3, 4\}$ – множина чисел натурального ряду не більше числа 4; $C = \{\text{Харків, Лопань}\}$ – множина річок, які протікають через місто Харків.

Переліком усіх елементів можна задати лише кінцеву множину, при цьому кожний її елемент повинен бути наперед відомим.

Множина може бути задана вказівкою характерної (обмежувальної) властивості. Наприклад, множина X , яка визначається де-

якою характеристичною властивістю P позначається таким чином $X = \{x / P\}$ (елементи множини X володіють властивістю P)

Цей запис означає, що множину X утворюють ті елементи (об'єкти) x , які володіють властивістю P . Наприклад: $X = \{x \in D / x > 0\}$ – множина усіх додатних натуральних чисел.

Спосіб задання множин вказуючий характеристичні властивості, є найбільш універсальним. З його допомогою можна описувати, як кінцеві так і нескінченні множини, елементи яких нам ще невідомі і може бути невідомо чи є вони взагалі. Наприклад, $X = \{x \in N / x \leq 20000\}$ це треба трактувати так – множина X складається з елементів x , які належать множині N і які є числами натурального ряду не більше числа 20 000, або $A = \{z \in D / z^2 + 12z + 20 = 0\}$ – це значить, що множина A складається з елементів z , які є елементами множини D , і які приймають значення коренів рівняння $z^2 + 12z + 20 = 0$. Як бачимо, для задання множини нам зовсім не обов'язково вирішувати приведені рівняння. Якщо рівняння вирішене тоді множину ми можемо задати перерахувавши його корені $A = \{-4, -10\}$.

3.3. Відносини між множинами

Підмножина. Хай X та Y дві непустих множини, тобто $X \neq \emptyset$ та $Y \neq \emptyset$ тоді, якщо всі елементи множини X є також елементами множини Y , говорять, що X підмножина множини Y або множина Y включає множину X . Відношення включення позначається символом \subset , отже, $X \subset Y$ означає, що X є підмножиною Y . Можлива і така форма запису: $Y \supset X$.

Окремим випадком включення є рівність. Дві множини є рівними, якщо вони складаються з одних і тих же елементів $X = Y$, наприклад, якщо $X = \{a, b, c\}$ і $Y = \{a, b, c\}$, тоді можна записати $X \subset Y$ та $Y \subset X$.

3.4. Операції над множинами

Об'єднання. Хай A і B дві довільних множини, об'єднанням буде безліч елементів, які належать або A , або B , або як A так і B , об'єднання множин позначається $A \cup B$, тоді ми можемо записати:

$$A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$$

Приклад, хай $A = \{a, b, c\}$; $B = \{a, d, b, e\}$, тоді

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$$

Наочне уявлення дає так звана діаграма Ейлера-Венна (рис. 3.1.)



Рис. 3.1. Наочне уявлення об'єднання множин:

а – множини мають однакові елементи, б – множини не мають спільних елементів, об'єднання заштриховано

Перетин. Хай A і B дві довільних множини. Перетин позначається $A \cap B$, називається безліч всіх елементів, які належать як A так і B , це можна записати як $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$. Відповідно до нашого прикладу перетин буде дорівнювати $A \cap B = \{a, b\}$. Очевидно, якщо $A \cap B = \emptyset$, то Множини не мають загальних елементів. На діаграмі Ейлера-Венна це можна буде зобразити як на рис. 3.2.



Рис. 3.2. Наочне уявлення перетину множин:

а – множини мають однакові елементи, б – множини не мають однакових елементів

Ситуація коли перетин буде дорівнювати одній із множин $A = A \cap B$, може бути тільки тоді, коли $A \subset B$ (B включає A) рис. 3.3.

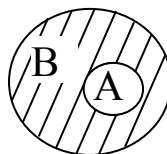


Рис. 3.3. Діаграма Ейлера-Венна демонструє перетин множин,

коли множина B включає множину A

Різниця (віднімання). У нас є дві довільних множини A та B . Різниця між ними позначається $A \setminus B$ - називається множина елементів A , які не належать B , тобто $A \setminus B = \{x \in A \mid x \notin B\}$, аналогічно $B \setminus A = \{x \in B \mid x \notin A\}$. Рисунок 3.4. на діаграмі Ейлера – Венна зображена: а – різниця $A \setminus B$, б – різниця $B \setminus A$. Різниця заштрихована.

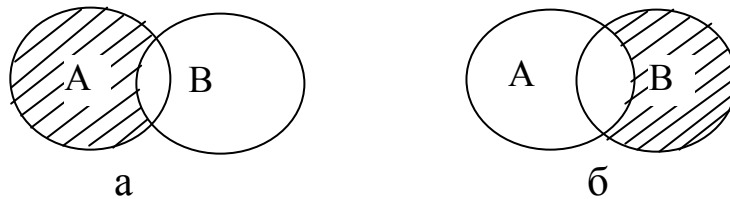


Рис. 3.4. Різниця множин $A \setminus B$ та $B \setminus A$

Приклад, маємо множина $A = \{a, c, z, w\}$ та $B = \{a, y, w, t\}$, тоді отримаємо різницю $A \setminus B = \{c, z\}$ та, $B \setminus A = \{y, t\}$.

У тих випадках, коли розглядається ряд множин A, B, C і всі вони є підмножинами S , то S називається основною універсальною множиною.

Якщо $A \subset S$ то різниця $S \setminus A$ називається доповненням множини A до множини S і позначається \bar{A} .

Визначення доповнення можна записати: $\bar{A} = \{x \mid x \in S \wedge x \notin A\}$.

Геометрично це можна інтерпретувати таким чином (рис. 3.5.).

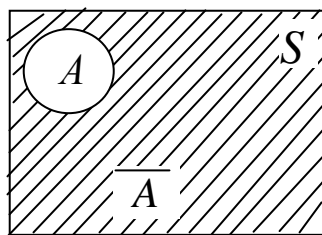


Рис. 3.5. Доповнення множини A до множини S

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ

1. Опишіть де і коли використовуються теоретико-множинні поняття та позначення в системному аналізі.
2. Дайте трактування операції об'єднання множин.
3. Дайте трактування операції перетину множин.

4. Що розуміють під різницею множин?

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Як позначаються множини та їх елементи?

2. Як позначається – елемент належить множині?

3. Як позначається – елементи множини X володіють властивістю P ?

4. Як позначається множина Y включає множину X ?

5. Якщо $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, d, b, e\}$, чи вірно тоді такий запис $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$?

6. Що означає цей запис $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$?

7. Що означає цей запис $A = \{a, f, z, w\}$, $B = \{a, k, w, t\}$, $A \setminus B = \{f, z\}$?

РОЗДІЛ 4

МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ

4.1. Моделі систем, типи моделей

Слово «модель» походить від латинського слова *modulus* – зразок. Моделі являють собою певний умовний образ об'єкта дослідження.

Представлення про будь-яку систему чи об'єкт, пов'язаний, як правило, з їх вивченням і відображенням характеристик елементів, взаємозв'язків, структурних та функціональних властивостей у вигляді **моделі**, яка відображає суттєві відомості про систему. Таким чином модель може використовуватись для отримання загальних відомостей про систему чи для її дослідження.

Ієрархічна схема університету ХНАДУ (рис. 1.1.), наприклад, є його графічною моделлю, що відображує його ієрархічно-організаційну структуру.

Процес дослідження реальних систем, що включає побудову моделі, дослідження її властивостей та перенесення одержаних відомостей на реальну систему називають **моделюванням**.

Модель – це спеціально створюваний об'єкт, на якому відтворюються конкретні (цілком певні) характеристики реально досліджуваної системи, об'єкту чи процесу з метою їх використання для управління або вивчення властивостей оригіналу.

Характерною рисою моделей можна вважати їх спрощеність відносно оригіналу або реальної життєвої ситуації, яку моделюють. Спрощеність моделей є неминучою, тому що оригінал лише в обмеженій кількості відношень (властивостей) відображується у моделі.

Для різних цілей дослідження можна будувати різні моделі того самого об'єкта. Тому мета визначає, які риси оригіналу мають бути відображені в моделі. Отже, питання про якість такого відображення – адекватність моделі, її реальність – правомірно вирішувати лише відносно поставленої мети.

Моделі можуть класифікуватись по різним признакам:

– по призначенню моделі – тобто, які властивості системи буде відтворювати модель;

– по методу побудови - тобто, що використовувалось для побудови моделі;

– по розгляді в часі – статичні чи динамічні і т. п.

Ми розглянемо класифікацію моделей з точки зору використання засобів, за допомогою яких вони реалізовані рис. 4.1.

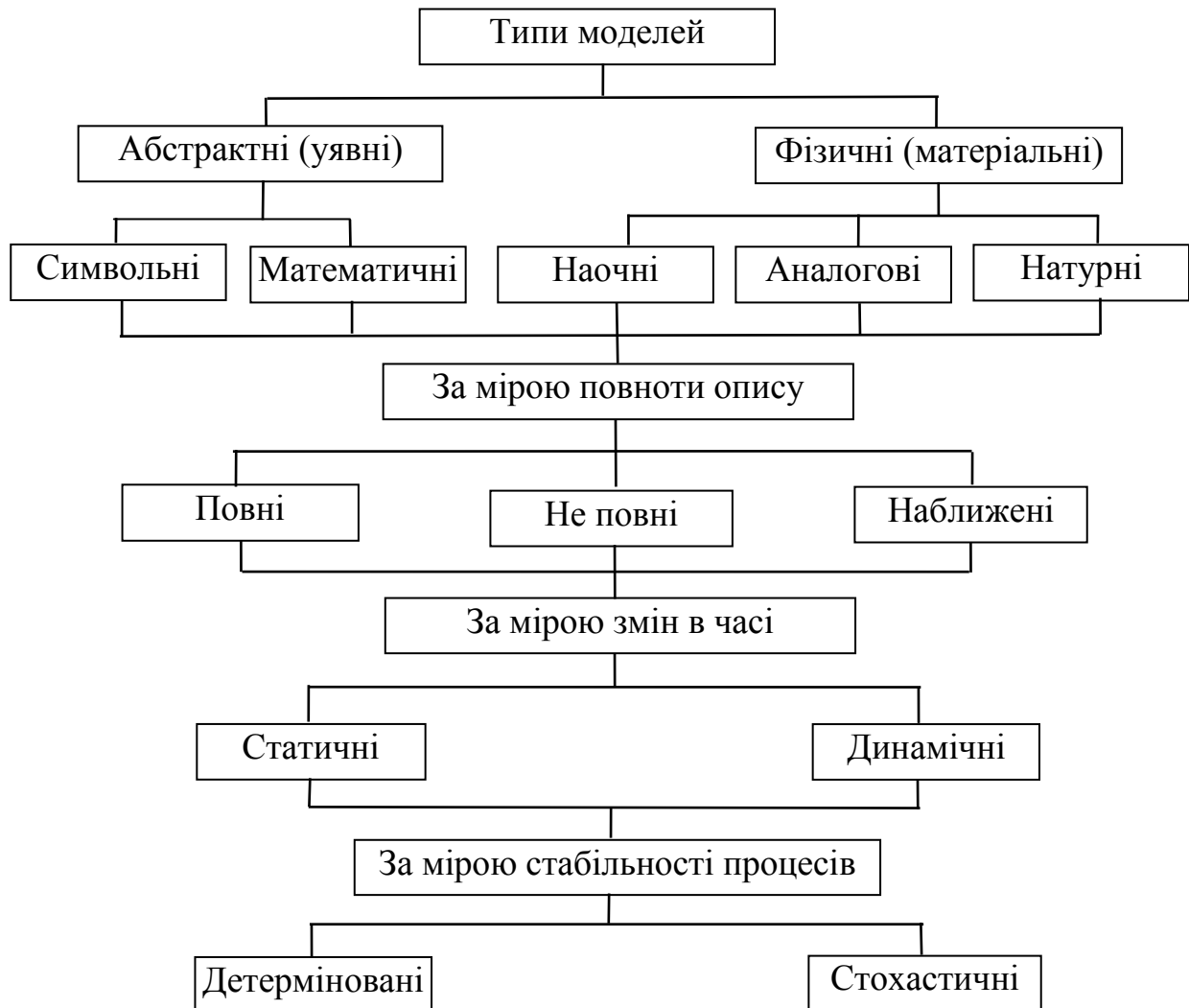


Рис. 4.1. Типи моделей систем з точки зору використання засобів, за допомогою яких вони реалізовані

Фізичні (матеріальні) – це моделі, які сконструйовані людиною штучно, або взяті з природи в якості зразків. Сюди відносяться:

наочні – моделі відображають, головним чином, структуру або геометричні характеристики оригіналу. Наприклад: макет будівлі, креслення деталі, макет літака. Ці моделі, як правило, зменшені подібності реальних об’єктів тієї ж фізичної природи;

аналогові – ці моделі використовують подібність деяких фізичних процесів, що протікають в оригіналі і моделі. Так розряд елект-

ричного контуру моделює коливання маятника, аналогові обчислювальні машини моделюють технологічні процеси і т. п.

натурні – це моделі де дослідження проводять на реальному об'єкті, або його зменшеній копії із подальшим обробленням результатів експерименту на основі теорії подібності.

абстрактні (уявні) – це моделі, створені у формі уявних образів у голові дослідника, теоретика. Вони представлені типами:

символьні – це моделі, створені в результаті вивчення властивостей системи та їх опису з використанням рівнянь, графіків функцій, графів і т. п.

математичні – моделі, які описують систему на якійсь формалізованій мові і які дозволяють робити висновки про поведінку системи за допомогою формальних перетворень, які виконуються над цим описом.

Усі вище перелічені моделі можуть поділятися:

– за повнотою опису моделі на **повні, неповні, наближені**.

Повні моделі адекватні об'єкту у просторі та часі. Для **неповного** моделювання ця адекватність не зберігається. При **наближеному** моделюванні беруться до уваги тільки найважливіші аспекти системи;

– за мірою змін в часі на **статичні та динамічні**. **Статичні** моделі застосовуються для описування стану системи у фіксований момент. **Динамічні** для опису поведінки систем упродовж відрізка часу.

– за мірою стабільності процесів на **детерміновані та стохастичні**. **Детерміновані** моделі відображають процеси, для яких передбачається відсутність випадкових впливів, а у **стохастичних** враховують випадкові процеси та події.

Інформаційні (кібернетичні) моделі пов'язані з побудовою моделей, які відтворюють інформаційні зв'язки між підсистемами в середині системи та з зовнішнім середовищем. А також відображають вплив інформаційних даних на поведінку системи. Для побудови моделі необхідно виділити досліджувану функцію реального об'єкта та спробувати формалізувати її через окремі оператори зв'язку між входом і виходом.

Структурні моделі базуються на специфічних особливостях структур певного вигляду, які використовують для формалізованого опису систем (теоретико-множинних, лінгвістичних) специфічних підходів до моделювання.

Структурне моделювання включає:

- методи сітьового моделювання;
- структурний підхід до формалізації структур різних типів (ієрархічних, матричних) на основі теоретико-множинного їх подання та поняття номінальної шкали теорії вимірювання;
- поєднання методів структуризації з лінгвістичними.

Ситуаційні моделі базуються на модельній теорії мислення, в рамках якої можна описати основні механізми регулювання процесів прийняття рішень. Основою побудови ситуаційної моделі є описання об'єкта у вигляді сукупності елементів, що пов'язані між собою певними відношеннями, які відбивають семантику предметної галузі. Модель об'єкта має багаторівневу структуру і являє собою інформаційний контекст, на тлі якого здійснюються процеси управління.

Порівняння класифікацій систем і моделей приводить до висновку про їх принципову схожість. Це обумовлено тим, що модель представляє собою специфічну різновидність системи, яка створюється людиною спеціально для рішення дослідницьких задач.

Розглянемо більш детально математичне моделювання (ММ) систем.

ММ є найсучаснішим і, разом з тим, найефективнішим методом моделювання.

Математичні моделі підрозділяються на: аналітичні і імітаційні, детерміновані, стохастичні (вірогіднісні), фенологічні, асимптотичні та ін.

Аналітичні ММ – описують систему (об'єкт) відносинами-функціями в явній або неявній формі (диференційні рівняння, інтегральні рівняння, оператори) таким чином, що можливо безпосередньо за допомогою відповідного математичного оператора зробити необхідні висновки про саму систему і її властивості.

Імітаційні ММ – це сукупність програм для ЕОМ, за допомогою яких відтворюються алгоритми і процедури, що описують процес функціонування досліджуваної системи.

Детерміновані ММ – описують цілком певні процеси, перебіг яких можна повністю представити, якщо відомі початкові умови і закономірності протікання цих процесів.

Стохастичні ММ – використовують для опису випадкових процесів, перебіг яких описується законами розподілу вірогідності відповідних випадкових величин і однозначно передбачений бути не може.

Фенологічні ММ – це моделі, отримані в результаті прямого спостереження явища або процесу, в результаті його безпосереднього вивчення або осмислення.

Асимптотичні ММ – це моделі, одержані як окремий випадок з деякої більш загальної моделі в результаті логічних міркувань (дедуктивний метод).

Складання моделей – це спроба зрозуміти процес, тому їх не можна вважати незмінними. Тут вже не йде мова про абсолютну категорію, одні і ті ж аспекти даної системи можна описувати різними моделями, що одночасно мають право на існування. Тому, основна задача полягає в тому, щоб побудувати (або вибрати) модель, адекватну поставленій задачі дослідження. Кінцевою ж метою розробки ММ є прогноз результатів при тих або інших діях на параметри системи.

4.2. Організаційні принципи опису моделей систем

4.2.1. Рівень абстрагування при описуванні систем

Складну систему, як правило, неможливо «охопити» повністю. Процес поділу системи на рівні, що характеризують технологічні, інформаційні, економічні та інші аспекти її функціонування називають **стратифікацією** системи, а самі рівні – **стратами**. На кожній страті в ієрархії структур є свій власний набір змінних, які дають змогу значною мірою обмежитись дослідженням лише одного аспекту системи, однієї страти. Незалежність страт дає можливість глибше та детальніше досліджувати системи, хоча припущення про їх незалежність може призвести до неповного розуміння поведінки системи в цілому.

Приклад. 1. Виробничий комплекс (рис. 4.2.). Цей комплекс моделюють, як правило, на трьох стратах:

- на виробничому рівні (фізичні процеси оброблення та перетворення сировини в продукцію);
- на рівні управління та оброблення інформації;
- на економічному рівні виробництва з погляду продуктивності та прибутковості. Для кожного з цих трьох аспектів системи існує своя мова описування, свої моделі, хоча система залишається тією самою.

Загальні властивості стратифікованого описування систем можна сформулювати так:

- вибір страт, у термінах яких описується система, залежить від спостерігача (дослідника), його знань та мети дослідження;
- аспекти функціонування системи на різних стратах у загальному випадку незалежні між собою, тому принципи та закони, що використовуються для характеристики системи на довільній страті, в загальному випадку не можна вивести із принципів та законів, які використовуються в інших стратах;
- для кожної страти існує своя мова описування, набір термінів, концепцій та принципів.

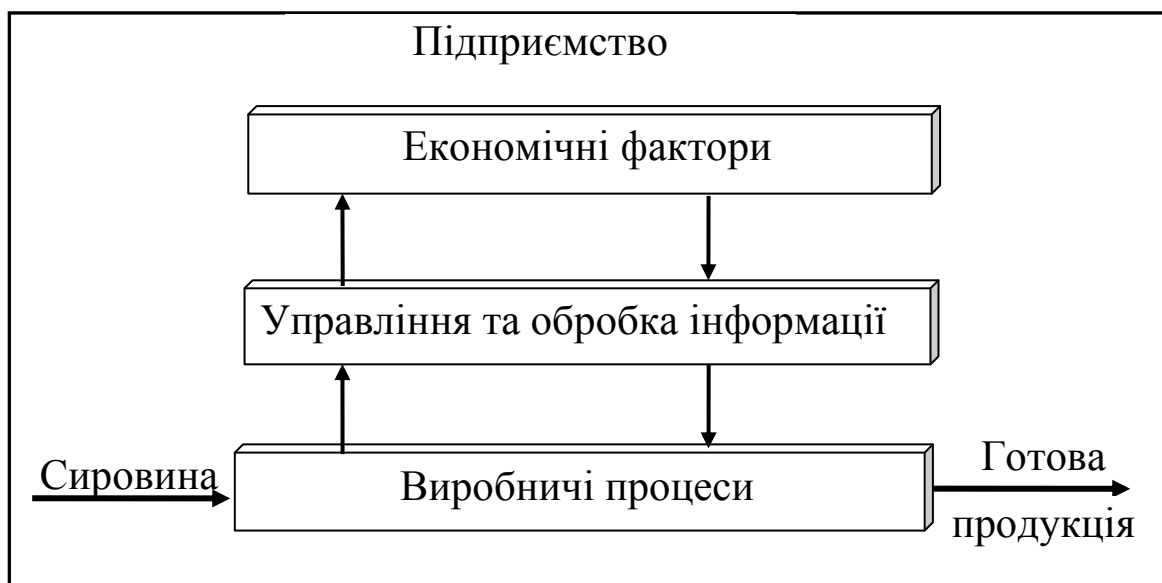


Рис. 4.2. Виробничий комплекс

Головними рівнями дослідження систем є мікроскопічний та макроскопічний.

Мікроскопічне дослідження системи пов'язане із детальним описуванням кожного компоненту системи, дослідженням їх структури, функцій, взаємозв'язків, структури системи в цілому тощо. Практична реалізація найважливішого етапу мікропідходу – виявлення елементів системи та взаємозв'язків між ними, пов'язана із необхідністю подолання суперечності між бажанням повного дослідження кожної з підсистем і елементів системи та реальною можливістю дослідити при цьому структуру системи в цілому і принципи її функціонування.

Макроскопічне дослідження полягає в ігноруванні детальної структури системи та вивченні тільки загальної поведінки системи як

єдиного цілого. Метою тут є побудова моделі системи через дослідження її взаємодії із зовнішнім середовищем (моделі типу «вхід – вихід», або «чорний ящик» див. п 4.2.4).

4.2.2. Вербально-інформаційний принцип опису моделі системи

Для створення тієї або іншої моделі системи необхідно спочатку дати її вербально-інформаційний опис (BIO). Verbalis – латинське слово, означає словесний.

У BIO системи, як правило, включають і описують:

- 1) зовнішнє середовище;
- 2) зв'язки системи із зовнішнім середовищем;
- 3) елементарний склад системи (з яких елементів складається), елементи у свою чергу можуть розглядатися як системи меншого рівня;
- 4) всі зв'язки між елементами системи і підсистем або основні зв'язки між елементами і підсистемами, якщо неможливо описати всі зв'язки;
- 5) роботу (функціонування) системи.

Такий опис системи необхідно вважати початковою моделлю системи. Вона є базою для створення інших більш спеціалізованих моделей графічних, математичних і т.п.

4.2.3. Модель типу життєвий цикл

При дослідженні і моделюванні динамічних систем, зміни в яких відбуваються еволюційно, необхідно враховувати, що важливу роль грає концентрація життєвого циклу моделі і різні його етапи. Моделі типу життєвий цикл враховують зміни, які відбуваються з системою на протязі певного відрізка часу при управлінні роботою системи.

Наприклад, за допомогою такої процедури шахову партію ділять на дебют, міттельшпіль і ендшпіль. Життя людини – на дитинство, зрілість і старість або більш детальні етапи: дитинство, отрочество, юність, молодість, зрілість і старість.

4.2.4. Опис системи за допомогою моделі чорного ящика

Важливу роль для людини грають образотворчі моделі. Серед них найбільш широко використовуються графічні моделі, які зобра-

жають систему, її складові частини, зовнішнє середовище і зв'язки між ними у вигляді плоского малюнка.

Найпростішою моделлю системи є модель так званого чорного ящика, в якій акцент робиться на призначення і поведінку системи, а про її внутрішню будову є тільки опосередкована інформація, яка відображає зв'язок системи із зовнішнім середовищем. Зображення системи у вигляді моделі чорного ящика приведено на рис. 4.3.

Зв'язки системи, які направлені зовні в систему, називаються **входом системи**, вони впливають на систему, використовуючи її як спосіб.

Зв'язки системи з середовищем, які направлені від системи в середовище – це **вихід**. Вони є продуктом роботи системи і впливають на зміну середовища або використовуються зовні системи.

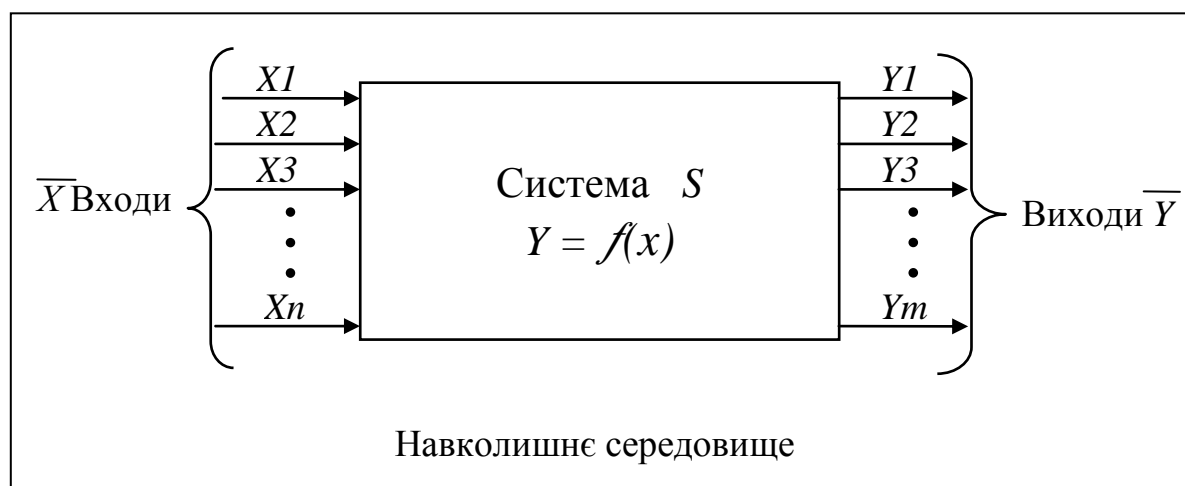


Рис. 4.3. Відображення моделі системи у вигляді чорного ящика

Підхід, який реалізується в моделі чорного ящика, відкриває можливості для об'єктивного вивчення систем, побудова яких невідома або дуже складна для того, щоб було можливо по властивостях складових частин і структурних зв'язків між ними зробити висновки про їх поведінку.

Використовуючи спостереження і залежності зміни вихідних величин Y від зміни вхідних величин X можна досягти такого рівня знань властивостей системи, які дозволяють передбачити зміну вихідних величин при зміні вхідних.

Моделі, в яких однаково змінюються вхідні і вихідні величини, називаються ізоморфними, не дивлячись на те, що їх фізична суть різна. Наприклад: маятник і коливальний контур.

4.2.5. Опис системи за допомогою графічної моделі

Графічні моделі, як правило, відображають внутрішні зв'язки і побудови системи. Ті частини системи, які використовуються як найменші і неподільні, називаються елементами системи.

Ті частини системи, які складаються з декількох елементів і мають певну цілісність, називаються підсистемами.

При необхідності вказують на ієрархічність частин систем (підсистем), тобто їх залежність (див. рис. 1.1.).

На графічній системі зв'язки і відношення між елементами зображаються у вигляді направлених або ненаправлених ліній, які об'єднують об'єкти. Таким чином створюється структурна схема систем. Математичним апаратом аналізу структурних схем, а також графічних моделей систем є теорія графів.

Графи складаються з об'єктів двох типів: невеликих фігур на площині (кіл, прямокутників і т.п.) і ліній, які їх з'єднують (сполучають). Фігури називаються вершинами графа, лінії – ребрами. При аналізі систем елементам ставлять у відповідність вершини графа, а зв'язкам – ребра. За допомогою графів описують: організаційну структуру підприємств, організацій; функціональну структуру, технічну структуру. Використовуючи теорію графів можна вирішувати наступні задачі: визначення максимальних і мінімальних шляхів; задачі сіткового та календарного планування для визначення критичних шляхів; транспортні задачі; задачі контролю і діагностики. При цьому використовуються наступні структури графів рис. 4.4.

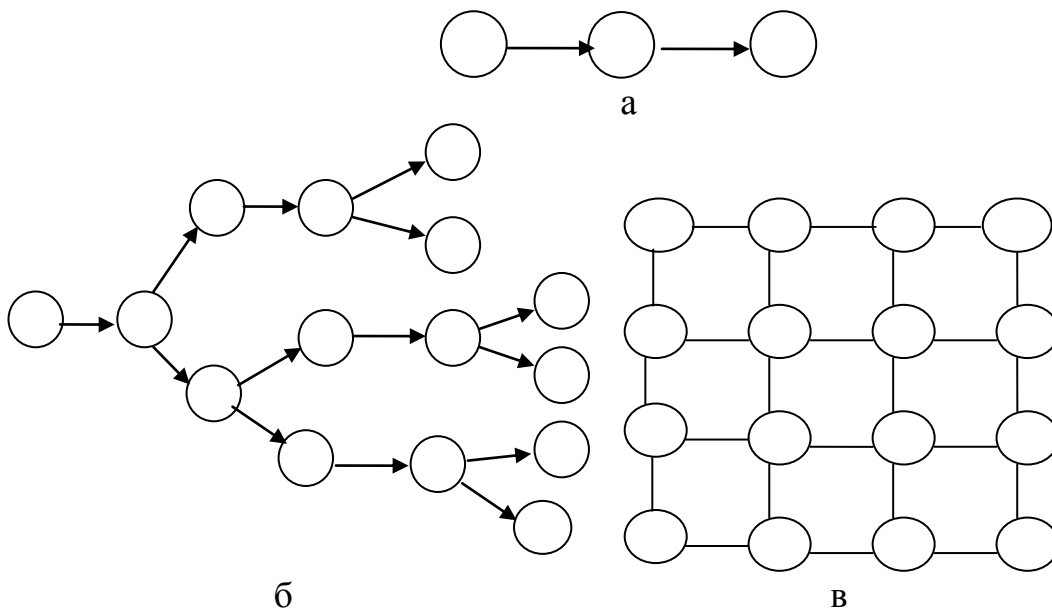


Рис. 4.4. Приклади графів різних структур: а) Лінійна структура графа, б) Деревовидна структура графа, в) Матрична структура

4.3. Математичні моделі систем

4.3.1. Формальна математична модель системи

У загальному випадку формальну математичну модель системи S можна подати у вигляді такої множини величин, що описують процес функціонування системи [9]:

$x_i \in X, i = \overline{1, n_x}$ – сукупність вхідних впливів на систему;

$y_j \in Y, j = \overline{1, n_y}$ – сукупність вихідних характеристик системи;

$v_k \in V, k = \overline{1, n_v}$ – сукупність збурюючих впливів зовнішнього середовища;

$h_l \in H, l = \overline{1, n_h}$ – сукупність внутрішніх параметрів системи.

Тоді формальний запис моделі системи буде мати такий вигляд:

$$y_1(t) = f_1(x_1, x_2, \dots, x_{n_x}, v_1, v_2, \dots, v_{n_v}, h_1, h_2, \dots, h_{n_h}, t);$$

$$y_2(t) = f_2(x_1, x_2, \dots, x_{n_x}, v_1, v_2, \dots, v_{n_v}, h_1, h_2, \dots, h_{n_h}, t);$$

$$\dots;$$

$$\dots;$$

$$\dots;$$

$$y_{n_y}(t) = f_{n_y}(x_1, x_2, \dots, x_{n_x}, v_1, v_2, \dots, v_{n_v}, h_1, h_2, \dots, h_{n_h}, t),$$

де t – час.

Якщо розглядати процес функціонування системи як послідовну зміну її станів $H(t_1), H(t_2), \dots, H(t_k)$, то вони можуть бути інтерпретовані як координати точок у k - вимірному фазовому просторі. Сукупність усіх можливих станів системи називають **простором станів**.

Формально стан системи S у момент часу $t_0 < t^* \leq T$ повністю визначається її початковим станом $\overrightarrow{H^0} = \overrightarrow{H}(t_0)$, вхідними впливами $\overrightarrow{O}(t^*)$, керуючими впливами $\overrightarrow{U}(t^*)$, впливами зовнішнього середовища $V(t^*)$, що мали місце за проміжок часу $t^* - t_0$. Це можна подати такими двома векторними рівняннями:

$$\overrightarrow{H}(t) = g(\overrightarrow{H^0}, \overrightarrow{X}, \overrightarrow{V}, \overrightarrow{U}, t);$$

$$\overrightarrow{Y}(t) = f(\overrightarrow{H}, t)$$

Тут перше рівняння за початковим станом системи $\overrightarrow{H^0}$ та змінними $\overrightarrow{X}, \overrightarrow{V}, \overrightarrow{U}$ визначає вектор-функцію $\overrightarrow{H}(t)$, а друге за станом $\overrightarrow{H}(t)$

визначає ендогенні змінні на виході системи $\vec{y}(t)$. У такий спосіб ланцюжок рівнянь об'єкта «вхід – стан – вихід» дає змогу визначити характеристики системи:

$$\vec{y}(t) = f \left[g(\vec{H}^0, \vec{X}, \vec{V}, \vec{U}, t) \right].$$

Отже, під математичною моделлю системи розуміють скінченну підмножину змінних $\{ \vec{X}(t), \vec{V}(t), \vec{U}(t) \}$ разом з математичними зв'язками між ними та характеристиками $\vec{Y}(t)$.

4.3.2. Дві області використання математичних методів моделювання

У даний час можна виділити два основні типи задач, в рішенні яких використовуються математичні методи і ЕОМ. Це, так звані, макрозадачі і мікрозадачі. При всій умовності такого розподілу підставою для нього є відмінність між характером і методами рішення задач на різних рівнях планування народного господарства.

Під **макрозадачами** розуміють задачі, в яких розв'язуються основні теоретичні і практичні народногосподарські проблеми, такі, як співвідношення типів розвитку окремих галузей в загальній системі народного господарства, аналіз питань ціноутворення і ціновстановлення, довгострокове і перспективне планування і т.д. Іншими словами, – це задачі оптимального функціонування всієї економіки країни.

До **мікрозадач** відносять задачі, що стоять перед окремою галуззю, підприємством, цехом, ділянкою і т.д. В їх числі можна назвати раціональне розміщення і спеціалізацію виробництва, розрахунок оптимальної виробничої потужності підприємства, задачі календарного, об'ємного і техніко-економічного планування, розкрою матеріалів, перевезення вантажів і т.д.

Неважко помітити, що задачі другого напрямку є, з одного боку, більш масовими і, з другого боку, набагато більш простими.

Якщо над макрозадачами працюють великі (крупні) колективи учених і рішення цих задач визначає поведінку всієї економіки країни, то мікрозадачі виникають на кожному підприємстві, вимагають швидкого рішення, і займаються ними обмежене число працівників

виробництва і проектних організацій. При їх рішенні використовуються відомі математичні моделі і алгоритми. Головна трудність полягає в правильному формулюванні цілей і умов задачі, а саме рішення звичайно виконується за стандартними програмами в обчислювальних центрах відповідних виробничих організацій. Об'єктом нашого розгляду будуть математичні методи рішення задач саме цього типу.

4.3.3. Характеристика математичних методів моделювання систем

Найбільш поширені види математичних моделей, які використовуються на практиці для моделювання систем, це моделі математичного програмування, статистичні моделі, моделі теорії масового обслуговування, управління запасами та теорії ігор.

Моделі математичного програмування (МП) застосовують для визначення оптимального способу розподілу обмежених ресурсів за наявності попиту, який перевищує ресурс.

Усі задачі МП мають подібну структуру. Їх можна визначити як задачі мінімізації (максимізації) m – вимірного показника (функціонала) ефективності $f_m(x)$, $m = 1, 2, \dots, m$, n – вимірного векторного аргументу $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, компоненти якого задовольняють систему обмежень-рівностей $h_k(x) = 0$, $k = 1, 2, \dots, K$ та обмежень-нерівностей $g_l(x) \geq 0$, $l = 1, 2, \dots, L$; $\psi_p(x) \leq 0$, $p = 1, 2, \dots, P$.

Усі задачі МП можна класифікувати за виглядом та розмірністю функцій $f_m(x)$, $h_k(x)$, $g_l(x)$, $\psi_p(x)$ і розмірністю та типом вектора x :

- однокритеріальні задачі МП – $f_m(x)$ – скаляр;
- багатокритеріальні задачі МП – $f_m(x)$ – вектор;
- детерміновані задачі МП – дані детерміновані;
- стохастичні задачі МП – дані ймовірні.

Найчастіше застосовуються задачі лінійного програмування (у зв'язку з простотою їх розв'язання). Згідно з результатами опитування журналом «Фортуна» віцепрезидентів різних компаній моделі лінійного програмування та моделі управління запасами є найпоширенішими у промисловості. Лінійне програмування, як правило, використовують спеціалісти підрозділів для розв'язання виробничих проблем.

У загальному випадку задача лінійного програмування формулюється так: знайти екстремум цільової функції

$$f_m(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i \rightarrow \max(\min)$$

за наявності обмежень:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ij}x_j + \dots + a_{in}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_i; \quad i = 1, \dots, m;$$

$$(x_j \geq 0; \quad j = \overline{1, n})$$

де a_{ij} , b_i , c_i ($i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$) – задані постійні величини.

Як відомо (див., наприклад, [20, 21]), розв'язок таких задач можна знайти симплекс-методом.

Серед типових варіантів застосування задач лінійного програмування при системному дослідженні проблем управління виробництвом можна навести такі:

- планування асортименту виробів (визначення оптимального асортименту продукції залежно від наявності обмежених ресурсів);
- маршрутизація виробництва продукції (визначення оптимального технологічного маршруту виготовлення виробу), що має послідовно пройти через кілька технологічних операцій, кожна з яких характеризується своїми витратами та продуктивністю);
- управління технологічним процесом;
регулювання запасів (наприклад, визначення оптимальної кількості товару на складі);
- календарне планування виробництва (складання календарних планів, мінімізуючих загальні витрати через урахування витрат на зберігання запасів, оплату за понаднормовану роботу тощо);
- планування розподілу продукції (складання оптимального графіка відвантаження продукції з урахуванням розподілу її між іншими виробничими підприємствами та складами, складами та магазинами);
- визначення оптимального варіанта підвищення виробничих потужностей (наприклад, визначення найкращого місця побудови нового заводу через оцінку витрат на транспортування між альтернативними місцями розміщення виробництва та місцями постачання сировини і збуту готової продукції);

- календарне планування транспорту;
- розподіл працівників.

Статистичні моделі використовуються для визначення кількісного та якісного впливу одних чинників на інші в результаті діяльності людей, або навколишнього середовища. Окрім цього, статистичні моделі застосовують до задач економічного прогнозування (моделі екстраполяції, часових рядів, регресійні моделі тощо).

Найпоширенішими є лінійні множинні регресійні рівняння, які можна подати у матричному вигляді:

$$y = Xb + u,$$

де y , b , u – відповідно вектори залежної змінної, невідомих параметрів та випадкової похибки розмірністю $1 \times n$ (n – кількість спостережень), а X – матриця пояснюючих змінних (факторів) розмірністю $k \times n$ (k – кількість факторів):

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{n2} & x_{n3} & \dots & x_{nk} \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_k \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_n \end{pmatrix}.$$

Тоді при виконанні класичних допущень методу найменших квадратів (МНК) оцінки невідомих параметрів можна знайти (див., наприклад, [13]) за допомогою МНК:

$$b = (X'X)^{-1} X'y.$$

Моделі теорії масового обслуговування (ТМО) застосовують для визначення оптимальної кількості обслуговуючих об'єктів стосовно потреби у них та дають змогу мінімізувати витрати у разі значної їх нестачі. Ці моделі застосовують у сфері транспорту, обслуговування тощо (для систем банківських установ, кас з продажу авіа- та залізничних квитків, супермаркетів, автозаправок і т. п.). Окрім цього ТМО можна застосовувати для дослідження систем управління, в яких існує необхідність перебувати в стані очікування. Це є наслідком ймовірнісного характеру виникнення вимоги в обслуговуванні.

Моделі управління запасами застосовуються для визначення часу на розміщення замовлень на ресурси та необхідного обсягу цих ресурсів, а також обсягу готової продукції на складах. Будь-яка орга-

нізація повинна підтримувати певний рівень запасів на складах для запобігання виникненню затримок на виробництві та у збуті. Метою застосування цих моделей є мінімізація негативних наслідків нагромадження запасів, що пов'язані з певними витратами (зберігання запасів, недостатнім обсягом запасів і т. п.).

Моделі теорії ігор, ігрові задачі передбачають участь у активній взаємодії двох сторін або гравців: керуючої системи, яка визначає стан об'єкта та має забезпечити ефективне управління (екстремальне значення цільової функції) та середовища (наприклад, дії конкурентів), що формує вплив, який погіршує ефективність управління системою.

Для детальнішого ознайомлення з цими методами можна поради, наприклад, такі роботи: [4, 6, 14, 20, 21, 23,].

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ

1. Опишіть, що собою представляє модель і як вона використовується.
2. Дайте характеристику стратифікації систем.
3. Порівняйте Мікроскопічне та Макроскопічне дослідження системи.
4. Складіть план вербально-інформаційного опису системи організації районного автодорожнього управління.
5. Поясніть особливість використання моделей типу «Життєвий цикл».
6. Поясніть особливість використання моделей типу «Чорного ящика» з точки зору які властивості системи вони відображають.
7. Проаналізуйте особливість використання графічних моделей.
8. Які множини величин враховує у загальному випадку формальна математична модель системи S ?
9. Проаналізуйте чим відрізняються макрозадачі від мікрозадач.
10. Проведіть огляд математичних моделей: математичного програмування; теорії ігор; управління запасами; теорії масового обслуговування з точки зору загальних властивостей цих моделей.

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Дайте визначення поняттю модель.
2. На які типи поділяють моделі?

3. Для чого призначені аналітичні ММ?
4. Для чого призначені імітаційні ММ?
5. Для чого призначені фенологічні ММ?
6. Для чого призначені детерміновані ММ?
7. Для чого призначені стохастичні ММ?
8. Для чого призначені асимптотичні ММ?
9. Що таке вербально інформаційний опис системи?
10. Як формулюється у загальному випадку задача лінійного програмування?

РОЗДІЛ 5

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ПІДПРИЄМСТВ

5.1. Модель організації як відкритої системи

Одна з найважливіших підсистем соціально-економічної системи країни є організація. Організації можна надати наступне визначення.

Організація – соціально-економічна система, що поєднує знаряддя праці та групу людей, які сумісно реалізують певну спільну мету та діють на основі певних принципів і правил [9].

До організацій можна віднести фірми, підприємства, корпорації, наукові установи тощо. Більш того, як організацію можна розглядати й сукупність систем, що підпорядковані або взаємно пов'язані між собою чи з іншими системами, зокрема, з соціально-політичними та соціально-економічними, з системами інших країн (наприклад, транснаціональними корпораціями, офшорними компаніями, державними та банківськими установами тощо). З погляду системного підходу у організації як соціально-економічної системи існують такі системоутворюючі фактори та властивості:

- організації є цілісними системами;
- організації складаються з окремих підсистем, що є їх складовими;
- наявність спільної головної мети для всіх компонентів та підсистем організації;
- підпорядкування цілей кожного компонента спільній меті системи та усвідомлення кожним виконавцем своїх завдань і загальної мети;
- виконання кожним елементом своїх функцій, зумовлених поставленими завданнями;
- відношення субординації та координації між компонентами системи (тобто ієрархічний принцип будови й управління);
- наявність зворотного зв'язку між керуючою та керованою підсистемами;
- суттєва залежність від зовнішнього середовища.

Модель організації як відкритої системи зображено на рис. 5.1. Організація одержує від зовнішнього середовища інформацію, фі-

нансові та трудові ресурси, матеріали (сировину, енергію тощо). У процесі функціонування вона перетворює входи (інформація, капітал, сировина природні, трудові ресурси і т. п.) у виходи (продукція, послуги, інформація та ін.), які є результатом її діяльності.

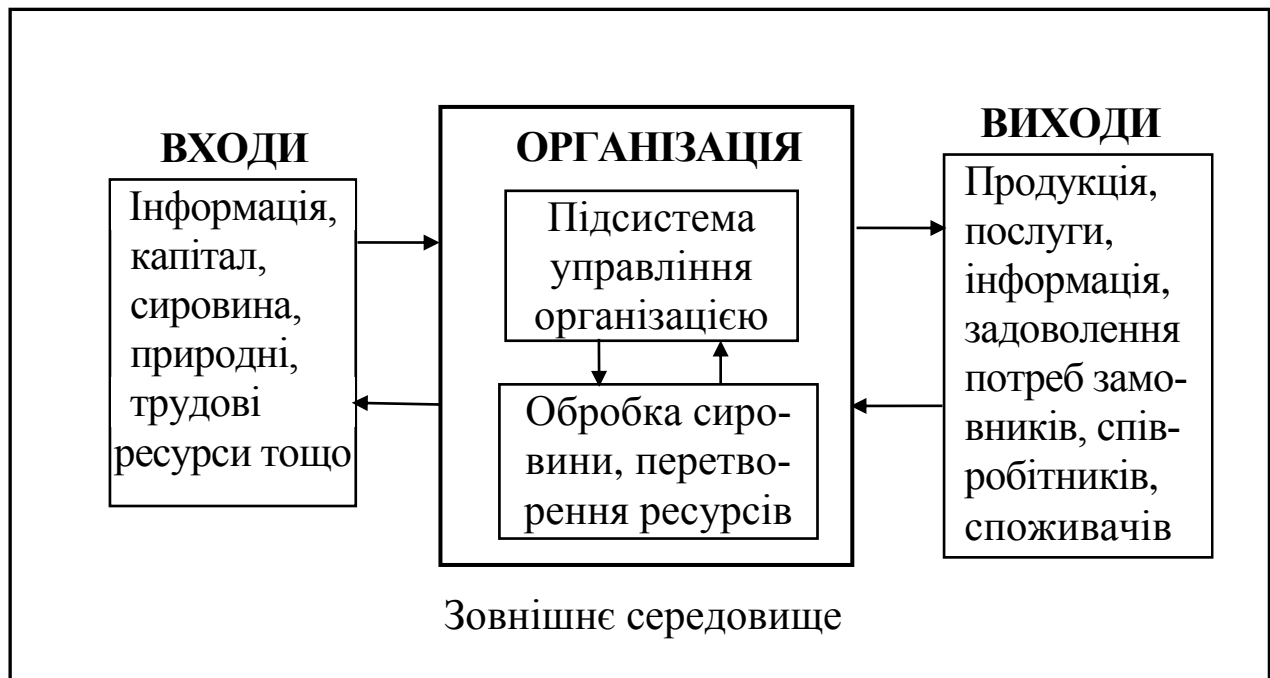


Рис. 5.1. Організація як відкрита система

Однією з важливих особливостей організації є її взаємозв'язок із зовнішнім середовищем та суттєва залежність від останнього, що проявляється у необхідності одержання ресурсів для свого функціонування і реалізація результатів своєї діяльності. Організація не може залишатися ізольованою, їй необхідно взаємодіяти з іншими системами (суспільними організаціями, постачальниками, замовниками, вищими органами управління, профспілками тощо) для забезпечення умов існування та розвитку.

Отже, організація є цілісною відкритою системою, яка багатьма зв'язками з'єднана з зовнішнім та внутрішнім середовищем.

Основні аспекти внутрішнього середовища організації, які потребують уваги керівництва це: мета, структура, завдання, технології та персонал [15].

Мета організації є бажаним кінцевим рівнем окремих характеристик організації, або результати, на досягнення яких спрямована її діяльність. Організацію можна розглядати як засіб, що уможлиблює спільне досягнення таких результатів, яких неможливо було б досягти окремим її підрозділам та працівникам.

Структура організації – це логічні взаємовідносини рівнів управління, які дають змогу найефективніше досягати мету організації. Структура організації передбачає розподіл праці, що є необхідною умовою підвищення її ефективності.

Майже в усіх організаціях існує горизонтальний розподіл праці за спеціалізованими напрямками. Якщо організація достатньо велика, то спеціалістів групують у межах однієї функціональної сфери (відділи, управління, цехи тощо). Вертикальний поділ праці реалізується за принципом ієрархії управління зверху донизу, який передбачає підпорядкування співробітників різних рівнів. Керівник організації може мати у своєму підпорядкуванні кілька керівників середньої ланки, які керують окремими функціональними підрозділами та можуть, у свою чергу, мати кількох підлеглих.

Завдання – це певна робота, її частина або етап, серія робіт, що має бути виконана у заздалегідь встановлений термін та способом. Завдання організації поділяють на роботу з людьми, з предметами (машинами, сировиною, інструментами) чи з інформацією.

Важливим фактором ефективності виробництва є спеціалізація завдань, тобто розподіл роботи на окремі операції, що сприяє підвищенню ефективності праці окремих працівників та функціонування організації в цілому.

Технологія – це, за визначенням деяких дослідників [15], спосіб поєднання кваліфікаційних навичок, обладнання, інфраструктури, інструментів, відповідних знань, необхідних для здійснення бажаного перетворення входів системи (сировини, інформації). Важливими елементами сучасної технології є стандартизація, механізація та автоматизація, що стимулюють подальше підвищення спеціалізації.

Персонал – це керівники, рядові виконавці, співробітники різної кваліфікації. Від їхнього професіоналізму, кваліфікації, бажання, енергії залежить ефективність діяльності організації у досягненні своєї мети.

5.2. Зовнішнє та внутрішнє середовища організації

Для того, щоб визначити та реалізувати стратегію поведінки організації, керівництво повинно мати поглиблене уявлення як про внутрішнє середовище організації, її потенціал та тенденції розвитку, так і про тенденції розвитку зовнішнього середовища. Зовнішнє се-

редовище організації є джерелом одержання організацією ресурсів, необхідних для виготовлення продукції та її збуту, щоб забезпечити своє існування та розвиток.

Під **зовнішнім середовищем організації** розуміють сукупність елементів, що оточують її та справляють на її діяльність суттєвий вплив (рис. 5.2.). Аналіз зовнішнього середовища організації передбачає аналіз її мікрооточення (безпосереднього оточення) та макрооточення (опосередкованого оточення) [16, 17, 18, 19].

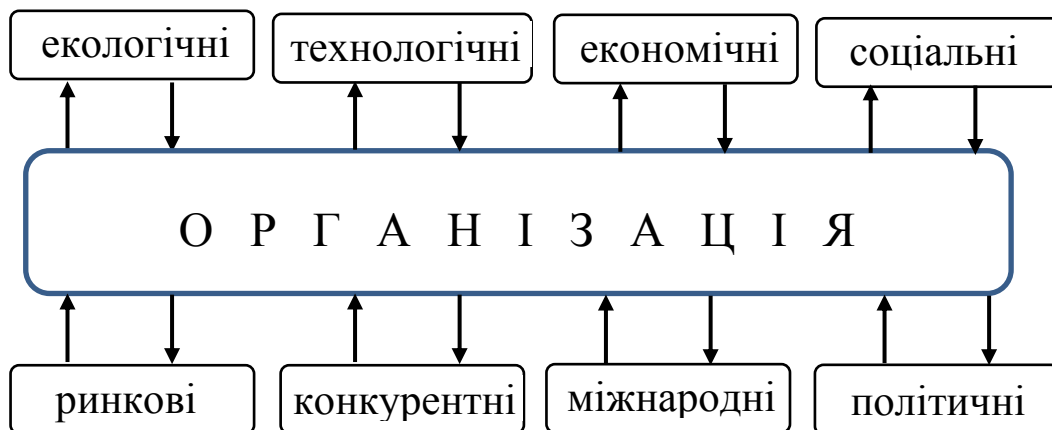


Рис. 5.2. **Фактори зовнішнього середовища організації**

До **макрооточення** належать фактори, які можуть не справляти безпосереднього та негайного впливу на ефективність та стійкість функціонування організації, але які все одно мають певний (опосередкований) вплив на неї.

Аналіз макрооточення має містити дослідження міжнародних факторів (воєнні конфлікти, економічні кризи), політичних процесів у країні, правового регулювання, стану економіки, рівня науково-технічного та технологічного розвитку суспільства, соціальної та культурної складових суспільства, стану навколишнього середовища тощо.

Розглянемо, як приклад, необхідність дослідження деяких з наведених вище факторів макрооточення.

Економічні фактори. Економічні фактори необхідно постійно відстежувати, тому що дослідження стану економіки дає змогу з'ясувати, як формуються та перерозподіляються ресурси. До найважливіших економічних показників відносять внутрішній валовий продукт (ВВП), темпи інфляції, валютний курс, процентні ставки, платіжний баланс, рівень безробіття та ін. Необхідно визначати, як

впливає рівень цих характеристик на розвиток організації або які можуть бути загрози.

Політичні фактори. Успішне функціонування організації залежать від рівня політичної стабільності в країні. Необхідно мати уявлення про наміри органів влади щодо певних секторів економіки та суспільства в цілому. Лобіювання своїх інтересів у державних структурах. Політичні фактори також можуть бути джерелом як загроз, так і позитивних можливостей для організації.

Технологічні та науково-технічні фактори. Аналіз новітніх науково-технічних тенденцій дає змогу своєчасно змінювати технології, або займати нові ніші ринку, що є наслідком упровадження та розробки новітніх технологій науково технічного прогресу (НТП). Прикладом найдинамічніших сфер є бурхливий розвиток інформаційних систем і технологій, телекомунікацій.

Міжнародні фактори. Керівництва фірм, що діють на міжнародних ринках, мають постійно аналізувати стан світових ринків, зовнішньоторговельну кон'юнктуру, митну, антидемпінгову та іншу політику торговельних країн-партнерів.

Соціальні та демографічні фактори. Дослідження цих факторів спрямоване на визначення впливу таких соціальних показників, як рівень життя та освіти населення, традицій та цінностей, що існують у суспільстві, демографічних тенденцій тощо. Соціальні фактори впливають як на інші фактори макрооточення, так і на внутрішнє середовище організації.

Фактори **мікрооточення** безпосередньо впливають на діяльність організації. До безпосереднього оточення відносять споживачів, постачальників, конкурентів, ринок робочої сили, а також органи державного управління та відповідні закони, що регламентують діяльність організацій.

Аналіз **внутрішнього середовища** організації дає змогу виявити ті можливості, той потенціал, на який може розраховувати організація для досягнення своєї мети. Внутрішнє середовище аналізується за такими напрямками:

- кадри, їх потенціал, кваліфікація, інтереси тощо;
- організація управління та маркетингу;
- стан основної діяльності (виробництво, організаційні характеристики, наукові дослідження та розробки тощо);
- фінансовий стан;

– організаційна культура.

Аналіз фінансового стану уможлиблює виявлення наявних та потенційно слабких місць організації в порівнянні з конкурентами.

Дослідження внутрішнього середовища спрямоване на з'ясування сильних та слабких сторін організації. Сильні сторони є тією базою, на яку організація спирається у конкурентній боротьбі та яку вона повинна намагатись розширювати й укріплювати. Слабкі сторони мають бути предметом пильної уваги керівництва, щоб їх позбутись. Зовнішнє середовище досліджується з метою визначення загроз та можливостей, які необхідно враховувати при визначенні та досягненні цілей.

5.3. Системний аналіз та цілі організації

Цілі організації повинні являти собою гармонійне поєднання власних цілей організації, цілей надсистем (галузі, суспільства тощо) та цілей підсистем (підрозділів, відділів, працівників).

Серед усіх цілей організації необхідно виділити стрижневу, базову ціль, що є головним стимулом її діяльності та має відігравати не тільки організуючу й інтегруючу роль, а й виконувати пропагандистську функцію. Така ціль являє собою **місію** організації, її призначення – задоволення певних потреб споживачів. **Місія** є своєрідною філософською та соціальною установкою організації, провідним напрямом її діяльності.

Наприклад, місією організації, яка займається обслуговуванням доріг, є підтримка доріг у якісному робочому стані, а місія організацій, які займаються будівництвом доріг, є зовсім іншою – це побудова якісних нових доріг.

За розроблення місії організації здебільшого необхідно враховувати такі інтереси:

- співзасновників та власників;
- співробітників;
- споживачів продукції (послуг) організації;
- партнерів, постачальників, конкурентів;
- громадських організацій та органів місцевого самоуправління;
- органів державної влади.

Місія організації є орієнтиром для розроблення стратегічних цілей організації. Інші цілі організації повинні являти собою засоби

їх реалізації. До таких засобів можна віднести маркетинг, виробництво, підбір і навчання персоналу, проведення науково-дослідних робіт тощо.

Маючи на увазі можливе значне різноманіття підходів до визначення та структурування сфер і цілей, можна зробити висновок, що для комерційних організацій цільова орієнтація так чи інакше має бути пов'язана із прибутковістю діяльності. Всі інші цілі все одно будуть відсунуті на другий план та залишаться засобами досягнення прибутковості, тому що саме прибуток зумовлює можливість існування, розвитку та процвітання комерційної організації.

Наведемо перелік найрозповсюдженіших цілей організацій:

- зростання доходів;
- збільшення обсягів виробництва та продажу;
- збільшення частки ринку;
- зниження собівартості;
- підвищення якості продукції;
- підвищення конкурентоспроможності;
- розширення номенклатури та поліпшення якості товарів і послуг;
- поліпшення обслуговування клієнтів;
- підвищення продуктивності праці;
- соціальна відповідальність;
- добробут найманих працівників.

Загальна класифікація цілей організації зображена на рис. 5.3.

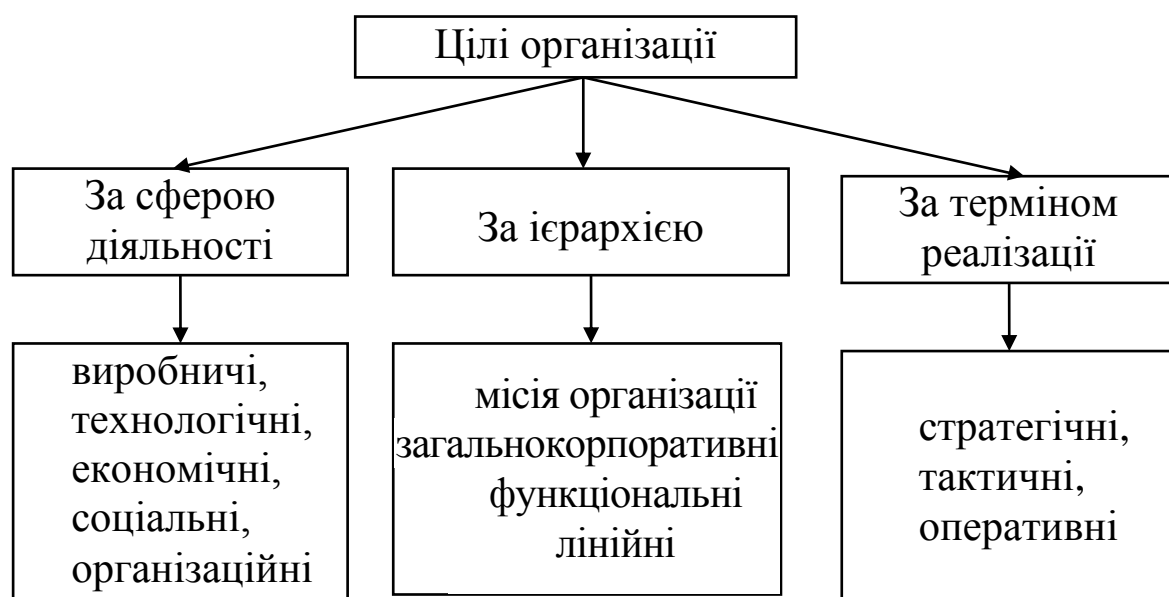


Рис. 5.3. Класифікація цілей організації

Природно, що ефективно здійснити місію фірми можна лише тоді, коли всі засоби, що для цього використовуються, зв'язані в єдину гармонійну систему. При цьому кожний із цих засобів, у свою чергу, теж є системою, що складається із різних компонентів. Наприклад, підприємство складається із взаємозалежних цехів, відділів, служб. Кожний цех також є системою, що включає верстати, різне устаткування, яке обслуговує персонал, і т. д.

Сукупність засобів, призначених для досягнення якоїсь цілі, являє собою систему, що містить у собі багато підсистем, ніби «вкладених» одна в одну. При цьому кожна з цих систем є одночасно і метою, і засобом: з одного боку, можна казати про інтегральну якість, роль цієї системи, тобто її ціль, для досягнення якої призначені компоненти системи як засоби, а з другого боку, вся дана система є засобом для досягнення цілей вищого рівня ієрархії.

Важливою особливістю соціально-економічних систем є суперечливість цілей, оскільки цілі окремих підрозділів не завжди збігаються з цілями та функціями організації. Окрім цього, працівники мають свої власні цілі. Цю властивість особливо важливо враховувати при управлінні. При недосконалому менеджменті цілі окремих підрозділів підприємства можуть бути протилежними (наприклад, якщо відділ збуту бажає одержати якомога ширший асортимент продукції, а виробничий відділ, навпаки, намагається полегшити свої завдання за рахунок виробництва вужчого асортименту), тому для ефективного управління необхідно так розподілити завдання між структурними підрозділами, щоб їхня діяльність сприяла досягненню головних цілей підприємства.

Але виходячи з загальних цілей, не завжди легко вдається правильно визначити завдання, що постають перед органами управління організації на певному етапі. Крім цього, завжди виникають труднощі з переходом до практичних форм і методів їх реалізації.

Якщо відбувається розрив між цілями та засобами для їх досягнення, то організація не зможе вирішити поставлені завдання.

Методом системного аналізу, спрямованим на забезпечення єдності вибраної цілі та засобів її досягнення, є побудова дерева цілей (див. тему 2). Починається побудова цього дерева з процедури структуризації - поділу основної мети на елементи, тобто підцілі, кожна з яких є засобом чи напрямком її досягнення. Потім кожна з підцілей,

у свою чергу, розглядається як ціль і поділяється на компоненти. Процес поділу варто вести доти, доки на самому нижньому рівні «дерева» не виявляться засоби, реалізація яких не викликає принципових труднощів і сумнівів.

Приклад. Якщо метою першого рівня є збільшення доходів, то цілями другого рівня може бути збільшення обсягів виробництва та продажу, збільшення частки ринку. Цілями третього рівня – поліпшення обслуговування клієнтів, розширення та поліпшення номенклатури товарів і послуг, а цілями четвертого рівня – підвищення продуктивності праці тощо.

Необхідно зауважити, що на практиці процес структуризації здійснювати дуже непросто. Він вимагає особливої чіткості мислення, тому що в реальних системах багато неформальних відносин, складних взаємодій, що важко виділити і врахувати.

При виборі цілей організації слід враховувати певні вимоги, які має задовольняти кожна ціль. Цілі мають бути чіткими, кількісно вимірюваними, досяжними, мають співвідноситися з місією та мати часові межі їх досягнення. Ці особливості цілей називають SMART-характеристикою (SMART аббревіатура дивись нижче), що є сукупністю найважливіших вимог до цілей. Отже, цілі мають бути:

Specific – чітко визначеними (ціль має чітко фіксувати, що необхідно одержати в результаті діяльності, в який термін її необхідно досягти та хто відповідає за її реалізацію);

Measurable – вимірюваними (має існувати можливість кількісно або у якийсь інший спосіб об'єктивно оцінити, чи була ціль досягнута);

Achievable – досяжними (реальними);

Related – співвідносними та сумісними (цілі мають бути сумісні ієрархічно, тобто довгострокові цілі мають відповідати місії організації, середньострокові мають забезпечувати досягнення довгострокових цілей; окрім цього цілі повинні бути несуперечливими);

Time-bound – має бути визначена часова шкала за термінами досягнення цілей.

Окрім цього, цілі мають бути гнучкими (повинна існувати можливість для коригування цілей відповідно до змін у зовнішньому та внутрішньому середовищі).

Після визначення місії та цілей організації вибирають певну стратегію їх здійснення.

Стратегія організації – це генеральний план дій, що визначає пріоритети стратегічних завдань, ресурси та послідовність дій для їх досягнення. Тому побудова дерева цілей має доповнюватися упорядкованим переліком засобів їх реалізації.

5.4. Системний підхід до завдань стратегічного управління

Для успішного функціонування організацій за сучасних умов їхня діяльність та дії керівництва не можуть зводитися лише до реагування на зміни, що відбуваються. Все ширше визнається необхідність свідомого управління цими змінами на базі науково обґрунтованих процедур їх передбачення, регулювання, пристосування до цілей організації зовнішніх умов. З другого боку, сама організація має адекватно реагувати на зміни у зовнішньому середовищі.

Сучасним інструментом управління організацією за умов зростання динамічності зовнішнього середовища та пов'язаною з цим невизначеністю є методологія стратегічного управління.

Стратегічне управління можна визначити як діяльність, спрямовану на економічно ефективне досягнення перспективних цілей організації на основі утримання конкурентних переваг та адекватного реагування на зміни у зовнішньому середовищі.

Необхідність застосування стратегічного управління зумовлена такими причинами:

- усвідомленням того, що організація є відкритою системою і що головні джерела її успіху знаходяться у зовнішньому середовищі;
- за умов посилення конкурентної боротьби стратегічна орієнтація діяльності організації є одним із вирішальних факторів її виживання та успішної діяльності. Стратегічне управління дає змогу адекватно реагувати на фактори невизначеності та ризику, що властиві зовнішньому середовищу;
- оскільки майбутній економічний розвиток характеризується значним ступенем невизначеності і традиційні суто екстраполяційні прогнози не спрацьовують, необхідно застосовувати системний, ситуаційний, сценарний підходи для планування діяльності організацій;
- для того, щоб організація у найкращий спосіб реагувала на впливи зовнішнього середовища, її система управління має володіти адаптивними властивостями.

Існують різні наукові підходи до управління – структурний, ситуаційний, процесний, маркетинговий тощо [15, 19]. Недолік підходів різних шкіл до управління полягає в тому, що кожна з них зосереджує увагу тільки на деякому одному важливому елементі, а не розглядає ефективність управління як результуючу дію, що залежить від багатьох факторів, як це розглядається при системному підході.

Системний підхід до управління передбачає, що керівники мають бачити організацію як сукупність взаємопов'язаних елементів, таких як персонал, матеріали і обладнання, завдання та технології, що орієнтовані на досягнення різних цілей за змінюваних умов у зовнішньому середовищі [15]. Іншою важливою особливістю системного підходу до управління є те, що управлінські рішення тією чи іншою мірою виходять з наявності системного (синергетичного) ефекту, зумовленого наявністю у системи якісно нових властивостей, які відсутні у її складових (емерджентності).

Через ситуаційний підхід реалізується принцип адаптивності, що є надзвичайно важливим для стратегічного управління. Його суть полягає в тому, що внутрішня структура (організаційна структура, система планування, культура організації тощо) є реакцією організації на зміни у зовнішньому та деякі зміни у внутрішньому середовищі.

Так, наприклад, якщо зовнішнє середовище відносно стабільне, то керівництво організації тяжіє до більшої централізації управління, орієнтованого на жорсткий контроль на всіх рівнях ієрархії. Якщо ж зовнішнє середовище нестабільне та в ньому відбуваються постійні зміни, які містять як загрози, так і нові можливості для організації, то керівництво вимушене більше піклуватися про проблеми виживання, що вимагає гнучкості системи управління. Організаційна структура у такому разі має бути децентралізованішою та гнучкою, що дає змогу швидко та адекватно реагувати на можливі зміни.

Стратегічне управління є процесом, що визначає послідовність дій організації з розроблення та реалізації її місії. Він включає постановку цілей, розроблення стратегії, визначення необхідних ресурсів та підтримку взаємовідносин із зовнішнім середовищем, що уможливорює вирішення поставлених завдань та досягнення цілей організації.

Завданням стратегічного управління є забезпечення такої взаємодії організації із середовищем, яка б дала їй змогу підтримувати власний потенціал на рівні, необхідному для досягнення цілей та на-

дала б змогу виживати у довгостроковій перспективі. Стратегічне управління можна розглядати як динамічну сукупність низки взаємопов'язаних управлінських процесів (рис. 5.4.).

Ці процеси логічно впливають один з одного, але існує і **зворотний зв'язок** та відповідний **зворотний вплив** кожного процесу на всю сукупність. У цьому полягає важлива особливість стратегічного управління.

При стратегічному управлінні значна увага приділяється аналізу перспектив організації, завданням якого є виявлення тих тенденцій, загроз та можливостей, а також надзвичайних ситуацій, що можуть вплинути на існуючі тенденції. Цей аналіз доповнюється аналізом позиції організації у конкурентній боротьбі.

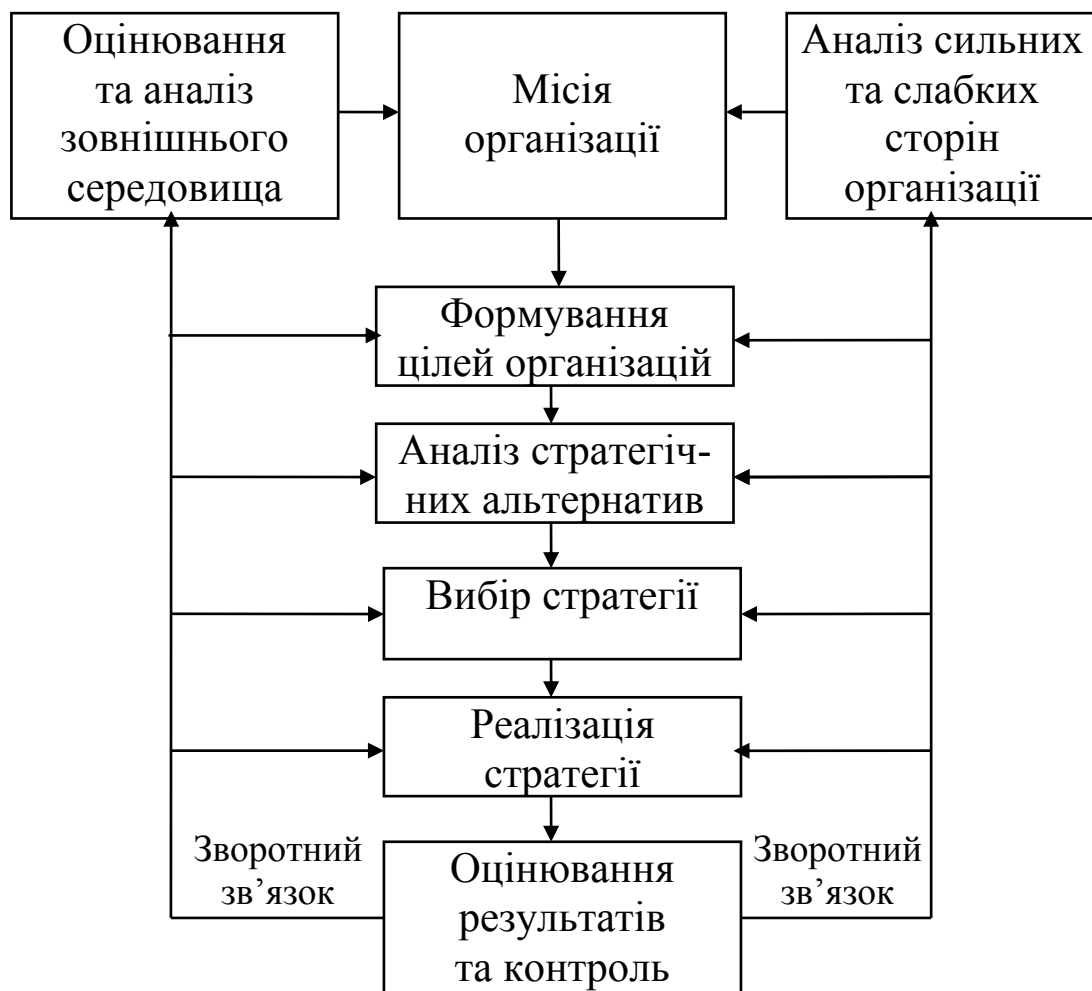


Рис. 5.4. Схема процесу стратегічного управління

Розрізняють два головні кінцеві результати стратегічного управління. Перший із них – це потенціал організації, який забезпечує досягнення цілей у майбутньому. З боку «входу» цей потенціал складається із ресурсів (сировини, інформації, трудових ресурсів то-

що), а з боку «виходу» – з виробленої продукції та послуг, з набору правил соціальної поведінки, дотримання яких сприяє досягненню цілей організації.

Другим кінцевим результатом стратегічного управління є гнучка внутрішня організаційна структура організації, яка має забезпечувати її стійкість у разі змін у зовнішньому середовищі і своєчасно та адекватно реагувати на зміни в економічній кон'юктурі.

Потенціал та структура організації визначаються архітектонікою та якістю персоналу. До архітектоніки організації належать:

- технології, інформаційне забезпечення, виробниче обладнання, його потужність та можливості, споруди;
- рівень організації виробництва;
- структура управління, розподіл функціональних обов'язків та повноважень у прийнятті рішень;
- внутрішні комунікації;
- організаційна культура, норми, цінності, що є засадами організаційної поведінки.

Якість персоналу визначається:

- ставленням до змін;
- професійною кваліфікацією;
- вмінням вирішувати проблеми;
- мотивацією участі у стратегічній діяльності та здатністю долати опір і перешкоди на цьому шляху.

Отже, діяльність із стратегічного управління спрямована на забезпечення стратегічної позиції, що має сприяти довгостроковій життєздатності організації за мінливих умов. У комерційній організації до завдань керівництва належить виявлення недоліків та здійснення в разі необхідності стратегічних змін; створення архітектоніки, що має сприяти цьому.

На відміну від стратегічного оперативне управління має на меті використання існуючої стратегічної позиції організації для досягнення цілей. У комерційній організації керівник, що займається оперативним управлінням, має забезпечити перетворення потенціалу організації у реальний прибуток. Його функції полягають у визначенні загальних оперативних завдань, мотивації, координації та контролі як керівників, так і виконавців у межах організації. Головні відмінності стратегічного управління від оперативного наведено у табл. 5.1.

Перевага системного підходу до завдань управління організаціями полягає в органічній єдності процедур аналізу і синтезу (див. Розділ 2 підрозділ 2.4). Досвід свідчить, що частіше організації користуються аналізом у вузькому розумінні цього слова, здійснюючи поділ завдань, проблемних ситуацій на складові. Набагато рідше користуються синтезом, для застосування якого необхідне діалектичне мислення, певна філософська культура.

Таблиця 5.1

Відмінності між стратегічним та оперативним управлінням

Характеристика	Оперативне управління	Стратегічне управління
Призначення	Виробництво товарів та послуг з метою одержання прибутку від їх реалізації	Виживання організації у довгостроковій перспективі
Об'єкт концентрації уваги	Пошук шляхів ефективнішого використання ресурсів	Пошук нових можливостей у конкурентній боротьбі, відстеження та прогнозування майбутніх змін у зовнішньому середовищі з метою адаптації до них
Часовий горизонт	Орієнтоване на коротко та середньострокову перспективу	Орієнтоване на довгострокову перспективу
Критерій ефективності управління	Прибутковість та раціональність використання виробничого потенціалу	Своєчасність та адекватність реакції організації на нові вимоги ринку залежно від зміни зовнішнього середовища

Разом з тим, сучасний менеджмент вимагає інтегрованого, системного підходу, оскільки управління – це діяльність, що передусім спрямована на об'єднання, синтез інтересів людей.

Застосування методу дерева цілей у процесі прийняття управлінського рішення є використанням результату аналітичної та синтезуючої роботи. Сам процес поділу загальної цілі на підцілі є способом їх об'єднання, тому що при цьому виявляються не тільки окремі компоненти, а й відносини між ними, зв'язки з головною метою. У такий спосіб структуризація здійснюється одночасно з інтеграцією.

Хоча «дерево цілей» відображає структуру системи далеко не повністю і замінити собою всю сукупність процедур системного ана-

лізу не може, проте воно допомагає наочно виразити «цільовий» підхід до організації сучасного підприємства, що дуже важливо за умов динамічного середовища, яке постійно впливає на цілі підприємства та обумовлює необхідність їх коригування.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ

1. Які існують системоутворюючі фактори та властивості у організації як соціально-економічної системи з погляду системного підходу?
2. Опишіть призначення структури організації.
3. Опишіть, що мається на увазі: технологія в організації та завдання організації.
4. Перерахуйте системоутворюючі фактори організації як соціально-економічної системи.
5. Відобразіть модель організації як відкритої системи.
6. Опишіть зовнішнє середовище організації.
7. Назвіть найрозповсюдженіші цілі організації.
8. Характеризуйте стратегічне та оперативне управління.
9. Що визначає стратегічне управління організацією?
10. Поясніть, чому організація є відкритою системою.

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що розуміють в системному підході під поняттям організація?
2. Які основні аспекти внутрішнього середовища організації потребують уваги керівництва?
3. Що розуміють в системному підході під поняттям персонал організації?
4. Що таке структура організації?
5. Що таке фактори макрооточення?
6. Що мають на увазі під місією організації?
7. Що передбачає системний підхід до управління організацією?
8. Як визначається якість персоналу?
9. Що визначає оперативне управління організацією?
10. Коли використовується принцип адаптивності в управлінні організацією?

РОЗДІЛ 6

ОСНОВНІ ЕТАПИ ПРОЦЕСУ ВІДШУКАННЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ

6.1. Основні процедури прийняття рішення

Системний аналіз – це сукупність методів дослідження процесів функціонування складних систем на основі моделювання, направлених на підвищення ефективності їх роботи, тобто вдосконалення.

Для того, щоб це здійснити, необхідно виконати цілий ряд складних робіт по розробці методів, за допомогою яких можна буде дослідити роботу системи і дати рекомендації по її удосконаленню та рекомендувати ухвалити певні рішення по управлінню роботою об'єкту.

Окремі процедури (або операції) прийняття рішень, як правило, поділяють на **формалізовані** та **неформалізовані**. Системний аналіз допускає, що в певних ситуаціях неформалізовані рішення, що приймаються людиною (особою, що приймає рішення, – ОПР) можуть бути прийнятнішими. У системному аналізі розглядаються як формалізовані, так і неформалізовані процедури прийняття рішень.

Формалізовані процедури базуються на використанні прикладної математики (зокрема, таких її розділів, як дослідження операцій, математичне програмування, теорія розроблення та прийняття рішень, теорія масового обслуговування, моделі управління запасами, теорія ігор, марківські процеси тощо) та обчислювальної техніки. Іноді математичними методами досліджується зв'язана множина процедур та здійснюється моделювання процесу прийняття рішення.

Результати дослідження об'єктів, в основному, представляються математичними моделями системи. Найбільше поширення набули **імітаційні математичні моделі (ММ)** – це сукупність програм для ЕОМ, за допомогою яких відтворюються алгоритми і процедури, що описують процес функціонування досліджуваної системи.

До числа алгоритмічних методів слід віднести:

- лінійне програмування;
- нелінійне програмування;
- динамічне програмування;
- методи теорії масового обслуговування;
- статистичне моделювання та ін.

При рішенні задач системного аналізу з використанням ЕОМ необхідно від змістовної постановки задачі перейти до її формального образу, тобто до ММ.

При цьому використовуються терміни:

Операція – це сукупність дій або заходів, направлених на досягнення певної мети.

Оптимізація – отримання якнайкращого по вибраному критерію рішення з безлічі допустимих рішень.

Критерій – міра якості рішень. Якщо рішення ухвалюється з урахуванням декількох критеріїв, то така оптимізаційна задача називається багатокритеріальною.

Функція мети – це така математична функція, яка відповідає заданому критерію ефективності операції. Якщо в результаті рішення задачі буде набуто екстремального значення функції мети (критерію ефективності), то це означає, що знайдено оптимальне рішення або оптимальний план.

Рішення задачі по відшукуванню оптимального рішення містить такі основні етапи:

1. Постановка задачі.
2. Побудова математичної моделі.
3. Отримання рішення.
4. Аналіз і перевірка правильності рішення.

У цілому, для реалізації задач системного аналізу використовується розділ системного аналізу «Дослідження операцій».

Розглянемо з позицій системного підходу більш детально основні етапи і елементи побудови (розробки) системи ухвалення рішень у великих системах управління.

6.2. Постановка задачі

Основним при системному підході є визначення мети, яку необхідно досягти. Цією метою може бути споруда заводу, освоєння нової продукції, реконструкція доменної печі, зниження витрат виробництва і т.д. При формулюванні мети можуть, проте, виникнути труднощі, пов'язані з необхідністю їх точного визначення. Ось приклад з історії другої світової війни. Для захисту від ворожих літаків на англійських транспортних судах були встановлені зенітні кулемети. Через деякий час з'ясувалося, що вони не наносять великої втрати авіації супротивника, і поступила пропозиція їх зняти. Проте, більш детальне вивчення питання показало помітне зниження втрат торго-

вого флоту, оснащеного кулеметами, і вони були збережені. Адже метою установки кулеметів було саме скорочення втрат флоту, а не збільшення нанесення шкоди авіації супротивника.

Як впливає з прикладу, разом з формулюванням мети повинен бути вибраний надійний критерій ефективності, що дозволяє розрізняти способи досягнення поставленої мети і вибрати серед них кращий.

6.3. Побудова моделі

Оскільки вивчення роботи системи та її аналіз пов'язані, як правило, із спостереженням і експериментом, то моделі (визначення поняття моделі надано в підрозділі 4.1) і створюються для того, щоб з їх допомогою можна було виконати кількісне дослідження роботи системи в різних умовах і таким чином одержати уявлення, як діятимуть в подібних умовах реальні системи.

Тому найзручнішим і правильним методом рішення організаційно-управлінських задач за допомогою системного аналізу є метод моделювання, тобто створення моделей систем (об'єктів) і вивчення їх роботи. Цей метод є основним для вивчення складних систем.

Моделювання є важливим інструментом наукової абстракції, що дозволяє виділити, обґрунтувати і аналізувати істотні для даного дослідження характеристики об'єкту – властивості, взаємозв'язки, структурні і функціональні параметри.

Складання моделей – це спроба зрозуміти процес, тому їх не можна вважати незмінними. Одні і ті ж аспекти даної системи можна описувати різними моделями, що одночасно мають право на існування. Тому основна задача полягає в тому, щоб побудувати (або вибрати) модель, адекватну поставленій задачі дослідження. Кінцевою ж метою розробки ММ є прогноз результатів при тих або інших діях на параметри системи.

6.4. Отримання рішення

Наступний третій етап полягає в отриманні рішення за допомогою побудованої моделі. Елементами, що беруть участь в рішенні, є початкова інформація і правила вибору рішення (вирішальні правила). Важливість цих елементів неможливо переоцінити. Найдосконаліша модель безкорисна без достовірної інформації.

Вирішальне правило – дає можливість однозначно вибрати переважне в якому-небудь значенні рішення. Воно, як правило, має

форму алгоритму, тобто представляє послідовність дій, яка однозначно приводить до рішення.

Представлення вирішального правила у вигляді алгоритму означає чисельне рішення моделі.

Яскравим прикладом чисельних методів є симплекс-метод рішення задач лінійного програмування.

Загальна ідея чисельного рішення включає вибір якої-небудь допустимої комбінації незалежних змінних, підстановку їх в умови задачі і одержання рішення для інших комбінацій змінних. Перебір комбінацій змінних припиняють тоді, коли, наприклад, рівняння звернеться в тотожність або цільова функція задачі лінійного програмування досягне оптимуму.

Необхідно враховувати також, що початкову задачу управління не завжди вдається представити у вигляді моделі, якій відповідає задача оптимізації з готовим і ефективним апаратом рішення.

У цьому випадку дуже корисним (а іноді і єдиним) засобом виявляються евристичні методи рішення задач, які не є строгими і засновані на здоровому глузді і наявному досвіді рішення подібних задач у минулому.

6.5. Здійснення рішення

Слід зазначити, що при дослідженні реальних систем етапи побудови моделі і її рішення можуть повторюватися кілька разів, поступово наближаючи модель по властивостях до об'єкту. Додаткова інформація, одержана при цьому, може також привести до перегляду цілей і критеріїв ефективності задачі, тобто змінити її постановку.

Самий останній і відповідальний етап – **здійснення рішення**. Він виконується особами або особою, відповідальною за роботу системи. Задача розробників на цьому етапі полягає в тому, щоб представити свої рішення і рекомендації в наочній, зрозумілій і переконливій формі. Від цього може багато в чому залежати доля результатів.

При цьому необхідно враховувати, що кількісні результати не є вичерпними при ухваленні рішення. Керівник повинен враховувати і інші чинники (мораль, традиції, звички), які поки що не піддаються формалізації і кількісній оцінці.

З погляду системного аналізу процес прийняття рішення (див. табл. 6.1) можна подати як послідовність виконання відповідного набору його етапів, який у кожному конкретному разі уточнюється.

Зміст основних фаз прийняття та реалізації рішень

Фаза прийняття рішення	Зміст фази прийняття рішення
1	2
1. Збір Інформації про можливі проблеми	1.1. Спостереження за внутрішнім середовищем організації 1.2. Спостереження за зовнішнім середовищем організації
2. З'ясування та визначення причин виникнення проблеми	2.1. Описування проблемної ситуації 2.2. Виявлення організаційної ланки, де виникла проблемна ситуація 2.3. Формулювання проблеми 2.4. Оцінювання її важливості 2.5. З'ясування причин виникнення проблеми
3. Формулювання цілей вирішення проблеми	3.1. Визначення цілей організації 3.2. Формулювання цілей вирішення проблеми
Фаза прийняття рішення	Зміст фази прийняття рішення
4. Вибір та обґрунтування стратегії вирішення проблеми	4.1. Детальне описування об'єкта 4.2. Визначення розмаху варіації факторів 4.3. Визначення вимог до розв'язку 4.4. Визначення критеріїв ефективності розв'язку 4.5. Визначення обмежень
5. Розроблення варіантів розв'язання проблеми	5.1. Поділ задачі на підзадачі (аналіз) 5.2. Пошук ідей розв'язання кожної підзадачі 5.3. Визначення та знаходження можливих варіантів розв'язання для кожної підзадачі та підсистеми 5.4. Вибір та побудова моделей і проведення розрахунків 5.5. Узагальнення результатів розв'язання кожної підзадачі 5.6. Прогнозування наслідків прийняття відшуканого розв'язку для кожної підзадачі 5.7. Розроблення варіантів розв'язання всієї задачі (проблеми)
6. Вибір кращого варіанта	6.1. Аналіз ефективності варіантів розв'язку 6.2. Оцінювання впливу некерованих параметрів
7. Коригування та узгодження рішення	7.1. Аналіз рішення з виконавцями 7.2. Узгодження рішення з функціонально взаємодіючими службами 7.3. Затвердження рішення

1	2
8. Реалізація рішення	8.1. Підготовка робочого плану реалізації 8.2. Реалізація 8.3. Внесення змін у робочий план у ході реалізації рішення 8.4. Оцінювання ефективності реалізації прийнятого рішення

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ

1. Поясніть, що таке формалізовані і неформалізовані процедури прийняття рішень.
2. Дайте характеристику імітаційним математичним моделям.
3. Які основні етапи включає рішення задачі по відшукуванню оптимального рішення?
4. Дайте характеристику етапу постановки задачі.
5. Дайте характеристику етапу побудови моделі.
6. Дайте характеристику етапу отримання рішення.
7. Дайте характеристику етапу здійснення рішення.

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. На чому базуються формалізовані процедури прийняття рішень?
2. На чому базуються неформалізовані процедури прийняття рішень.?
3. Що таке операція?
4. Що таке оптимізація?
5. Що розуміють під критерієм?
6. Що представляє собою функція мети?
7. Що таке постановка задачі?
8. В чому полягає основна задача при розробці моделі?
9. На які основні моменти необхідно звернути увагу при отриманні рішення?
10. Хто несе відповідальність за здійснення рішення?

РОЗДІЛ 7

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ

7.1. Загальна схема вибору оптимального рішення

В загальному вигляді, для того, щоб знайти оптимальне рішення, необхідно мати декілька альтернативних рішень (стратегій), x_i , де $i = \overline{1, n}$. Можливість для кожної альтернативи розрахувати, або отримати пакет даних D_j , $j = \overline{1, l}$ з прогнозованими результатами K_{ij} . Далі з урахуванням ризику вибирається альтернатива X_{opt} , яка найкраще відповідає критерію E . Процедура вибору оптимального рішення з чітко визначеною структурою можна подати у такий спосіб (рис. 7.1.). Остаточне рішення приймається як із врахуванням розрахунків за моделями, так і на підставі досвіду та інтуїції відповідального (відповідальних) за прийняття рішення (ВПР).



Рис. 7.1. Чітко структуроване рішення

7.2. Прийняття рішень за детермінованих умов

Розглянемо загальну постановку задачі прийняття рішення. Нехай ВПР має набір стратегій (варіантів рішення), які подані вектором $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ на елементи якого накладено ряд обмежень, що зумовлені фізичним та економічним змістом задачі:

$$g_i = g_i(a_i, x) \quad \{\leq, =, \geq\} b_i \\ i = \overline{1, m},$$

де a, b – вектори параметрів.

Тоді ефективність управління характеризується деяким числовим критерієм оптимальності $f(x, c)$, а завдання ВПР полягає у виборі стратегії \tilde{x}_j з множини допустимих стратегій \tilde{x} , яка найкраще відповідає цьому критерію.

Очевидно, що загальна постановка однокритеріальної статичної детермінованої задачі прийняття рішення (ЗПР) збігається з загальною постановкою задачі математичного програмування (МП). Тому для розв’язання такого типу ЗПР може бути використаний арсенал методів, розроблений для задач МП (див., наприклад, [20, 21, 24]).

Але на практиці, як правило, необхідно приймати рішення, враховуючи кілька критеріїв, що приводить до задач векторної (багатокритеріальної) оптимізації. Позначимо векторний критерій через $\bar{E} = (e_1, e_2, \dots, e_k)$, де \bar{E} – вектор-функція від стратегій x . Тоді оптимальне рішення має задовольняти співвідношення:

$$\bar{E} = E(\bar{x}) = \underset{x \in X}{opt}[E(x)],$$

де opt – оператор оптимальності, X – множина допустимих альтернатив, \bar{x}, \bar{E} – оптимальна стратегія та відповідне оптимальне значення вектора ефективності.

Складність таких задач полягає в тому, що для них не очевидний сам принцип оптимальності, оскільки критерії досить часто можуть бути суперечливими та вимірюватись у різних одиницях і шкалах.

Один із найвідоміших принципів багатокритеріальної оптимізації – це принцип Парето. Парето-оптимальність не потребує виділення однієї найкращої альтернативи (тобто кращої за всіма критеріями). Множина оптимальних, за Парето, стратегій X^* містить стратегії, які більш прийнятні щодо довільної альтернативи з множини X_* , де $X^* \cup X_* = X$. При цьому довільні дві стратегії з множини Парето непорівнянні. Непорівнянними називають стратегії x_i, x_j , якщо стратегія x_i є кращою за однією групою критеріїв, а x_j – за іншою.

Розглянемо найпоширеніші методи розв’язання задач векторної оптимізації.

Найпростішим є **метод головного часткового критерію**, який полягає у тому, що серед усіх критеріїв вибирається головний, а для інших

встановлюються мінімально допустимі рівні b_i , після чого задача зводиться до задачі на умовний екстремум головного часткового критерію.

Метод лексикографічної оптимізації застосовується тоді, коли критерії можна проранжувати та впорядкувати за ступенем важливості. Тоді на першому етапі вибирають підмножину стратегій $X_1 \subseteq X$, що мають найкращі оцінки за першим критерієм. На другому кроці обирається підмножина альтернатив $X_2 \subseteq X_1$, що мають кращі оцінки за другим критерієм, і т. д.

У **методі послідовних поступок** для кожного з проранжованих критеріїв вибирається максимально допустиме відхилення його значення від найкращого. Цей метод відрізняється від попереднього тим, що на кожному кроці будують множину альтернатив з урахуванням допустимого відхилення критерію від найкращого значення («поступки»).

Метод згортки є операцією перетворення векторного критерію в скалярний. Для згортки необхідно у певний спосіб нормалізувати критерії для створення можливості їх порівняння. Для цього, наприклад, можна перейти до абстрактних величин або до величин з однаковими одиницями вимірювання. Потім векторний критерій замінюють скалярним:

$$E(x) = f(e_1(x), e_2(x), \dots, e_k(x)).$$

Як функціональну залежність $f(\cdot)$ найчастіше застосовують такі типи згорток:

$$E(x) = \sum_{i=1}^k \alpha_i e(x_i) \text{ — адитивні;}$$

$$E(x) = \prod_{i=1}^k \alpha_i e(x_i) \text{ — мультиплікативні;}$$

$$E(x) = \left[\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (e_i(x))^p \right]^{\frac{1}{p}} \text{ — агреговані,}$$

де α_i — вага i -того критерію, p — показник компенсації одних рівноцінних критеріїв великими змінами інших.

Недоліки застосування згорток полягають у необхідності визначення та обґрунтування вагових коефіцієнтів для часткових критеріїв та вибору типу згортки.

7.3. Прийняття рішень за умов ризику

ЗПР за умов ризику називають стохастичними. У таких задачах кожній стратегії x_i ставиться у відповідність не один, а кілька можливих наслідків $\{s_j\}$ з відомими умовними ймовірностями їх реалізації. Умови таких задач наочніше можна подати у вигляді таблиці (табл. 7.1).

Таблиця 7.1

Стохастична задача прийняття рішення

Стратегія	Наслідок												Математичне споді- вання показника ефективності
	S_1		S_2		...		S_j		...		S_r		
x_l	P_{11}	Q_{11}	P_{12}	Q_{12}	P_{1j}	Q_{1j}	P_{1r}	Q_{1r}	$M\left(x_1\right)=\sum_{j=1}^r Q_{1j} \cdot P_{1j}$
x_2	P_{21}	Q_{21}	P_{22}	Q_{22}	P_{2j}	Q_{2j}	P_{2r}	Q_{2r}	$M\left(x_2\right)=\sum_{j=1}^r Q_{2j} \cdot P_{2j}$
...
x_i	P_{i1}	Q_{i1}	P_{i2}	Q_{i2}	P_{ij}	Q_{ij}	P_{ir}	Q_{ir}	$M\left(x_i\right)=\sum_{j=1}^r Q_{ij} \cdot P_{ij}$
...
x_n	P_{n1}	Q_{n1}	P_{n2}	Q_{n2}	P_{nj}	Q_{nj}	P_{nr}	Q_{nr}	$M\left(x_n\right)=\sum_{j=1}^r Q_{nj} \cdot P_{nj}$

Тут P_{ij} , Q_{ij} – ймовірність j -го наслідку за реалізації i -ї стратегії та ефективність рішення у разі настання j -го наслідку за реалізації i -ї стратегії відповідно.

Для прийняття рішень за умов ризику найчастіше використовують методи зведення стохастичних ЗПР до детермінованих, наприклад, метод штучного зведення до детермінованої схеми та метод оптимізації в середньому.

Сутність методу штучного зведення до детермінованої схеми полягає у тому, що всі випадкові фактори наближено замінюють деякими не випадковими характеристиками, як правило, їх математичними сподіваннями. У результаті стохастична ЗПР замінюється детермінованою.

Сутність методу оптимізації в середньому полягає в переході від випадкового показника ефективності Q до деякої статистичної

характеристики. Загалом Q залежить від вектора стратегій (варіантів) x , масиву детермінованих факторів A , певних реалізацій y_1, y_2, \dots, y_l , випадкових факторів Y_1, Y_2, \dots, Y_l :

$$Q = Q(x, A, y_1, y_2, \dots, y_l),$$

тоді математичне сподівання $M[Q]$:

$$\begin{aligned} F = M[Q] &= \int \int \dots \int (A, x, y_1, y_2, \dots, y_l) f(y_1, y_2, \dots, y_l) dy_1 dy_2 \dots dy_l = \\ &= F(x, A, B), \end{aligned}$$

де B – масив відомих статистичних характеристик випадкових величин Y_1, Y_2, \dots, Y_l ; $f(y_1, y_2, \dots, y_l)$ – закон розподілу випадкових величин Y_1, Y_2, \dots, Y_l .

При оптимізації в середньому за цим критерієм вибирається оптимальна стратегія з множини допустимих стратегій $x \in X$, що максимізує величину математичного сподівання $F = M[Q]$ показника ефективності. Оптимальна стратегія має задовольняти умову:

$$\bar{F} = F(x, A, B) = \max_{x \in X} F(x, A, B) = \max_{x \in X} M[Q(A, x, y_1, y_2, \dots, y_l)].$$

У такому разі оптимальна стратегія при багаторазовому прийнятті рішення дасть у середньому кращий результат.

У дискретному випадку математичне сподівання показника ефективності буде мати вигляд

$$F_i = M[x_i] = \sum_{j=1}^r Q_j P_j, \quad i = \overline{1, n}.$$

Тоді як оптимальна за методом оптимізації в середньому буде обрана стратегія, для якої

$$\bar{F} = F(\bar{x}) = \max_{l \leq i \leq n} \left[\sum_{j=1}^r Q_j P_j \right],$$

тобто стратегія, якій відповідає максимальне значення у крайньому правому стовпці таблиці.

За оптимізації в середньому можливі три випадки стосовно критерію оптимальності:

– критерій може бути одержаний в аналітичному вигляді (якщо інтеграл береться в аналітичному вигляді);

– критерій оптимальності одержано в алгоритмічному вигляді, тобто одержано алгоритм, що уможливорює за певних значень не випадкових аргументів x , A , B одержання чисельного значення критерію оптимальності F ;

– одержання критерію оптимальності неможливе ні в аналітичній, ні в алгоритмічній формі. У цьому разі застосовують метод статистичних випробувань Монте-Карло для одержання необхідних математичних характеристик, зокрема, математичного сподівання критерію оптимальності.

Отже, при розв'язанні стохастичних ЗПР виникають дві проблеми: проблема вибору схеми переходу від стохастичної задачі до детермінованої і проблема, що пов'язана з вибором методу розв'язання та обчислювальної схеми процесу прийняття рішення відповідної детермінованої ЗПР.

7.4. Прийняття рішень за умов невизначеності

Задача прийняття рішення (ЗПР) за умов невизначеності полягає у виборі оптимальної стратегії, успіх реалізації якої залежить також від деяких невизначених факторів, невідомих в момент прийняття рішень ВПР і незалежних від оперуючої сторони. Розрізняють невизначеності не стохастичної та стохастичної природи.

Так, невизначеності не стохастичної природи можуть спричинятися дією таких факторів:

Стратегічні невизначеності – коли в операції приймають участь кілька оперуючих сторін, які мають різні цілі (наприклад, діями конкурентів). Тут невизначеність зумовлена тим, що ВПР приймає рішення за умов, коли невідомі майбутні дії або стратегії інших учасників (у термінах теорії ігор – гравців).

Концептуальні невизначеності – невизначені фактори, для особливо складних рішень, та рішень, що мають довгострокові наслідки або можуть бути пов'язані з нечітким усвідомленням ВПР як власних цілей та можливостей, так і інших гравців. Окрім цього, концептуальні невизначеності можуть бути пов'язані з труднощами кількісної оцінки складних цілей та якісних критеріїв, що важко формалізуються.

ЗПР з невизначеністю не стохастичного типу розв'язують методами теорії ігор та теорії мінімаксу [14, 25, 26, 27].

Невизначеності стохастичного типу зумовлені об'єктивною дійсністю, яку називають природою. Природа розглядається як незацікавлена сторона. У такому разі ЗПР розв'язуються за допомогою теорії статистичних рішень.

Розглянемо постановку ЗПР за умов невизначеності стохастичного типу. Нехай ВПР може реалізувати одну з m можливих стратегій: x_1, x_2, \dots, x_m . Прийняття рішення відбувається за умов недостатньо відомої нам ситуації стосовно стану природи (зовнішнього середовища), але щодо стану якої ми можемо зробити n допущень $P_i, i=\overline{1, n}$, які можна розглядати як стратегії природи. Наш виграш (ефект від прийнятого рішення) a_{ij} для кожної пари стратегій вважається відомим і заданий у вигляді матриці $A = [a_{ij}]$ задач за умов невизначеності стохастичного типу (таб. 7.2).

Таблиця 7.2

Задача за умов невизначеності стохастичного типу

Стратегія	Допущення стану природи					
	P_1	P_2	...	P_j	...	P_r
x_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1j}	...	a_{1r}
x_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2j}	...	a_{2r}
...
x_i	a_{i1}	a_{i2}	...	a_{ij}	...	a_{ir}
...
x_n	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nj}	...	a_{nr}
Q	q_1	q_2	...	q_j	...	q_r

Окрім матриці виграшів, можна володіти апріорною інформацією щодо ймовірностей можливих станів природи, заданою вектором $Q = (q_j), j = \overline{1, n}$, де q_j – ймовірність стану P_i . Завдання полягає у виборі оптимальної стратегії. У теорії статистичних рішень пропонується кілька критеріїв вибору оптимального рішення.

Критерій Вальда, або мінімаксний критерій (ММ) відповідає позиції надзвичайної обережності. Згідно з цим критерієм ВПР вибирає стратегію $x_i, i = \overline{1, n}$, за якої мінімальний виграш вважається максимальним. Ця стратегія гарантує певний виграш за найгірших умов:

$$Wl = \max_i e_{ir}.$$

$$e_{ir} = \min_j a_{ij},$$

або

$$Wl = \max_i \min_j a_{ij}.$$

Реалізується це доповнення матриці рішень $\|a_{ij}\|$ стовпцем з найменших результатів e_{ir} кожного рядка. Вибрати необхідно ті варіанти x_{io} , в рядку якого стоїть найменше значення e_{ir} цього стовпця.

Критерій Лапласа. Відтворює позицію нейтралітету. Цю позицію можна використовувати, якщо ми не володіємо апріорною інформацією щодо ймовірностей можливих станів природи, то можна вважати їх однаково ймовірними. Тоді вибираємо стратегію, що забезпечить нам виграш:

$$Lp = \max_i e_{ir} = \max_i \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij} \right).$$

Критерій середнього виграшу. Якщо ймовірності стосовно стану природи q_i відомі, то можна скористатися критерієм середнього виграшу або баєсівською стратегією. Згідно з цим критерієм, що базується на оптимізації в середньому, ВПР як оптимальну вибирає ту стратегію, яка максимізує середній виграш, тобто:

$$a_{\text{н.д.}} = \max_i \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} q_j \right).$$

Критерій Севіджа. Відповідно до цього критерію ВПР орієнтується на найменш сприятливий випадок і обирає стратегію, що мінімізує втрати за найгірших умов:

$$Sw = \min_i \max_j e_{ir} = \min_i \left[\max_j (\max_i a_{ij} - a_{ij}) \right],$$

де e_{ir} – ризик при застосуванні стратегії x_i , за умов P_j тобто різниця між максимальним виграшем, який ВПР міг би одержати, якби достовірно знав, що буде мати місце стан P_j та виграшем при застосуванні стратегії x_j , за умов P_j .

Критерій Гурвіца. Цей критерій передбачає при виборі рішення за умов невизначеності не розраховувати на найгірший чи найкращий варіант, а рекомендує розраховувати на деяку проміжну си-

туацію, зважуючи найгірші та найкращі умови. Згідно з цим критерієм одержимо виграш:

$$Hw = \max_i \left[c \min_j a_{ij} + (1-c) \max_j a_{ij} \right],$$

де c – деякий коефіцієнт ($0 < c < 1$), який можна інтерпретувати як ступінь схильності до ризику ВПР.

Приклад. Розглянемо приклад застосування розглянутих вище критеріїв оптимальності. Нехай інвестиційна компанія має три альтернативні стратегії щодо вкладання коштів: x_1 – будівництво житла, x_2 – вкладання коштів у без ризикові цінні папери та дорогоцінні метали, x_3 – інвестиції у промисловість. Будемо розглядати три можливі стани природи (в нашому випадку це стан економічної кон'юнктури): P_1 – стан економічної кон'юнктури погіршиться, P_2 – стан економічної кон'юнктури не зазнає суттєвих змін, P_3 – стан економічної кон'юнктури поліпшиться. Матриця виграшів та значення критеріїв наведені в таб. 7.3.

Таблиця 7.3

Задача прийняття рішення за умов невизначеності

Альтернативні стратегії вкладання коштів	Стан економічних кон'юнктур			Критерій вибору оптимального рішення									
	P_1	P_2	P_3	Середній виграш		Вальда		Лапласа		Севіджа		Гурвіца	
x_1	40	60	70	60		40		57	57	30		55	
x_2	45	50	55	51		45	45	50		10	10	50	
x_3	23	50	95	62	62	23		56		72		59	59
Q	0,2	0,4	0,4										

Критерій середнього виграшу розраховано за такого допущення щодо ймовірностей станів економічної кон'юнктури: 0,2 – для стану P_1 , 0,4 – P_2 , 0,4 – P_3 . Критерій Гурвіца розраховано для $a = 0,5$. За даними табл. 7.3 можна зробити висновок, що за критеріями Вальда та Севіджа слід вибрати стратегію x_2 , Гурвіца та середнього виграшу – x_3 , а Лапласа – x_1 . Отже, якщо ВПР не має особливих підстав щодо позиції крайнього песимізму, то слід вибрати стратегію x_3 .

Процес прийняття рішення за умов невизначеності стохастичного типу є певною мірою суб'єктивним, але в будь-якому разі є сенс проаналізувати ситуацію з погляду різних критеріїв.

Для детальнішого вивчення загальної теорії прийняття рішень можна порадити праці [25, 26, 27, 28, 29]. Так, зокрема, в праці [29] розглядаються методи прийняття технічних рішень за умов невизначеності методами аналізу.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ

1. Визначити, чим характеризується ефективність управління за детермінованих умов.
2. Описати методи, які використовуються для рішення задач багатокритеріальної (векторної) оптимізації.
3. Пояснити, в чому полягає сутність метода зведення стохастичних ЗПР до детермінованих.
4. Вказати особливості ЗПР за умов невизначеності.
5. Назвіть, які критерії вибору оптимальних рішень пропонується використовувати у теорії статистичних рішень.

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. В чому полягає основна ідея знаходження оптимального рішення?
2. В чому полягає суть методу згортки?
3. В чому полягають недоліки застосування згорток?
4. В чому полягають особливості ЗПР за умов ризику?
5. Які проблеми виникають при розв'язанні стохастичних задач прийняття рішення?
6. В якому випадку рекомендується використовувати критерій середнього виграшу?
7. Яку позицію при прийнятті рішення реалізує використання критерію Лапласа?
8. При прийнятті рішення, яку позицію відтворює використання критерію Вальда?
9. Яку стратегію прийняття рішення реалізує критерій Севіджа?
10. Отримання якого рішення, за умов невизначеності, передбачає використання критерію Гурвіца?

РОЗДІЛ 8

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ

8.1. Типи інформаційних технологій, моделювання систем

Будь-яке підприємство, є досить складною системою, утвореною з множини елементів, поєднаних різноманітними зв'язками. Складові частини підприємств, також переважно досить складні і можуть розглядатися як окремі системи або його підсистеми.

Загалом можна виділити такі великі підсистеми підприємств:

- підсистема стратегічного управління;
- виробнича підсистема;
- підсистема управління виробництвом;
- підсистема управління технологічними процесами;
- підсистема управління фінансами;
- підсистема реалізації продукції;
- підсистема організації складського зберігання тощо.

Очевидно, що дослідження таких складних об'єктів пов'язане з необхідністю опрацювання значного обсягу інформації. Ця інформація потребує узагальнення та аналізу. Виявлена інформація, як правило, не структурована та потребує формалізації.

Нині існує дуже велика кількість різних інформаційних технологій (ІТ), які використовують електронно-обчислювальні машини, та спрямованих на полегшення розробки, створення та використання інформаційних моделей для різних підсистем підприємств. Причому наявні системи поділяються на певні типи, в основному, за безпосереднім призначенням та підходами, які в них використовуються. До їх головних типів відносяться:

– **АСУ** – автоматизовані системи управління. Вони мають, широкий спектр застосування: від автоматизації базових функцій підприємства до автоматизації прийняття управлінських рішень.

– **MIS** (*management information system*) – управлінські інформаційні системи (УІС), що призначені для збору та оброблення даних, які потім надаються менеджеру для забезпечення процесу оперативного управління.

– **СППР** – системи підтримки прийняття рішень, які призначені робити обґрунтований вибір з певного переліку альтернатив дивись розділ 8.2.

– **ЕС** – експертні системи. Їх призначення – замінити експерта в певній галузі [34, 35].

– **UML** (*Unified modeling language*) – уніфікована мова моделювання. Ця мова призначена для визначення, зображення, проектування та документування програмних систем, бізнес-систем та інших систем різного виду, більш докладніше в [32].

– **CASE** – комп’ютерне проектування інформаційних систем (ІС). Ця інформаційна технологія призначена для розроблення складних ІС у цілому [30, 31].

– **SADT** – техніка структурного моделювання. Вона призначена для побудови функціональної моделі об’єкта певної предметної галузі [33].

– Пакети для статистичного та математичного аналізу даних.

– Інтелектуальний аналіз даних (*Data Mining*).

Усі перелічені вище типи інформаційних технологій мають багато спільного, але дечим і різняться. Тому досить часто для повноцінного системного аналізу використовують кілька підходів з метою доповнення ними один одного.

Розглянемо деякі з цих технологій детальніше.

8.2. Огляд інформаційних систем

Найбільш розповсюдженими є ІС призначені полегшувати аналіз функціонування підприємства, здійснювати моніторинг його діяльності, розробляти стратегічні та тактичні рішення щодо подальшої діяльності підприємства. Такі програми одержали назву АСУ.

Зупинимось на загальноприйнятій термінології. Одним з найпопулярніших термінів є *ERP* (*Enterprise Resource Planning*, в перекладі – планування ресурсу підприємства), який запровадила компанія *Gartner Group* ще на початку 90-х років XX століття. Але, незважаючи на досить довгу історію, чіткого визначення цього терміна не існує й донині. Фактично *ERP* – це концепція розвитку АСУ, яка за час свого існування постійно розвивається та змінюється. Усі АСУ, особливо орієнтовані на ринок середніх та великих підприємств, так чи інакше розвивались під впливом цієї концепції. На момент її виник-

нення мова йшла, передусім, про об'єднання розрізнених даних в межах підприємства.

До головних галузей та напрямків діяльності підприємства, які охоплює АСУ, належать:

- облік запасів;
- розрахунки з постачальниками та покупцями;
- головна книга; розрахунок заробітної плати;
- облік основних фондів;
- облік витрат на роботи та проекти;
- реєстрація продажів;
- персонал;
- сервісне обслуговування клієнтів;
- транспортні операції;
- постачання(закупівлі), проекти, збут;
- технічне обслуговування обладнання;
- виробництво продукції;
- фінанси;
- науково-дослідна та дослідно-конструкторська роботи (НДДКР);
- маркетинг;
- складське зберігання.

Нині на українському ринку працюють понад 70 компаній, які пропонують АСУ різного рівня функціонального забезпечення.

Очевидно, що жоден з виробників не в змозі самотійно реалізувати абсолютно всі можливості в межах одного програмного продукту. Тому більшість розробників ідуть шляхом інтеграції з іншими компаніями з метою розроблення спеціалізованих систем.

Останнім часом зросла потреба в спрощенні взаємодії з зовнішніми контрагентами, тому більшість зарубіжних АСУ здійснюють обмін даними в стандартних форматах *EDI* (*Electronic Data Interchange*) та *XML*. Варто зауважити, що є також і вітчизняні розробки, які підтримують *XML*. Що стосується *EDI*, то його реалізація за наших умов потребує значної роботи із стандартизації на державному рівні. Дуже помітна орієнтація АСУ на *Internet*, що виражається у доступі до функцій АСУ через браузер.

Інформаційні системи в процесах прийняття рішень

Прийняття рішення є особливим видом діяльності, що полягає у формуванні варіантів рішення (альтернатив) з подальшим оцінюван-

ням їх відносної ефективності та розподілом згідно з цим ресурсів між варіантами (див. розділ 7). Простішими типами рішень є прийняття або відхилення альтернативи, вибір найкращої альтернативи, ранжування альтернатив.

Для прийняття обґрунтованого рішення потрібно враховувати багато (десятки чи сотні) факторів, які складно взаємодіють між собою. У той же час людина ефективно може синхронно оперувати не більш ніж 7 – 9 об'єктами. Для подолання такої суперечності існують спеціальні інформаційні системи.

Серед багатьох типів ІС, що застосовуються для прийняття рішень, слід виділити два головні:

- **управлінські УІС** (*MIS – management information system*);
- **системи підтримки прийняття рішень СППР** (*DSS – decision support system*).

Головні компоненти УІС – база даних, комп'ютерна система та форма, в якій розподіляються дані. У базі даних може формуватися, наприклад, інформація про ціни, вихід продукції, наявність ресурсів, кадровий потенціал тощо. Комп'ютерна система в УІС обробляє інформацію для різних підрозділів організації. Ця інформація є базою для прийняття управлінських рішень, або для формування моделей прийняття рішень.

СППР відрізняються від УІС тим, що менеджер є внутрішнім компонентом СППР, а не зовнішнім, як в УІС. Тобто менеджер взаємодіє з ІС та одержує рішення в ітеративному процесі. СППР часто інтегрує економіко-математичні моделі як первинні елементи, з якими СППР взаємодіє.

За функціональними можливостями та галузями використання можна виділити СППР трьох типів.

СППР першого типу – системи індивідуального користування, бази знань яких формуються безпосередньо користувачем. У них використовуються багатокритеріальне оцінювання альтернатив.

СППР другого типу – системи індивідуального користування, бази знань яких адаптуються до досвіду користувача. Вони призначені для підтримки прийняття рішень у ситуаціях, які часто зустрічаються (вибір суб'єкта кредитування, вибір виконавця роботи, призначення на посаду тощо). Такі системи також використовують для оцінювання альтернатив за кількома критеріями та забезпечують підтримку прийняття рішення в наявній ситуації на підставі результатів практичного використання ресурсів, які були отримані в минулому.

СППР третього типу використовують навіть тоді, коли СППР перших двох типів неможливо застосувати через відсутність єдиних критеріїв для оцінювання кожної альтернативи. Вони мають найбільші функціональні можливості, призначені для використання в органах державного управління найвищого рівня (Адміністрації Президента, Верховній Раді, Кабінеті Міністрів, міністерствах, обласних держадміністраціях) та в великих бізнес-структурах. Схема загальної структури СППР зображена на рис. 8.1.

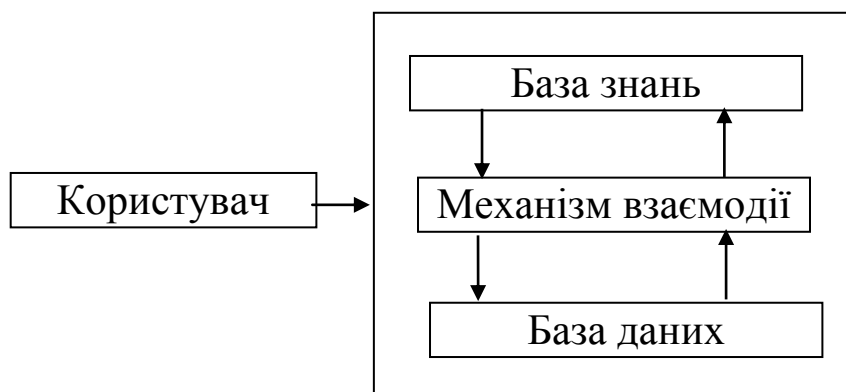


Рис. 8.1. Загальна структура СППР

Додатковим аспектом СППР є взаємодія між її складовими. Так, наприклад, рішення щодо управління запасами впливають не тільки на виробництво, а й на маркетинг, розподіл продукції, витрати. Потоки інформації забезпечують розроблення інтегративного, системного рішення.

Прийняття рішення не означає закінчення операцій з СППР. Прийняті рішення та їх наслідки у вигляді зворотних зв'язків накопичуються в базі даних. Отже, СППР є динамічною системою з неперервним оновленням даних.

Експертні системи

На початку 80-х років у дослідженнях штучного інтелекту сформувався самостійний напрямок, що дістав назву «експертні системи» (ЕС) [34, 35, 36]. Мета досліджень з ЕС полягає в розробленні програм, за допомогою яких розв'язують слабо структуровані задачі та задачі, які важко формалізуються та є складними для експерта – людини. Використовуючи ЕС, управлінці отримують результати за якістю та ефективністю не гірші, ніж рішення, що генеруються експертом. Дослідни-

ки в галузі ЕС для назви своєї дисципліни також часто використовують термін «інженерія знань», що був введений Е. Фейгенбаумом як «привнесення принципів та інструментарію досліджень проблем, що потребують знань експертів». Надалі терміни «експертні системи» та «інженерія знань» використовуватимемо як синоніми.

Експертні системи та системи штучного інтелекту відрізняються від систем оброблення даних тим, що в них використовується символний (а не числовий) спосіб подання інформації, символне виведення та евристичний пошук рішення (а не пошук за відомим алгоритмом).

ЕС застосовують для вирішення складних практичних завдань. Рішення експертних систем є «прозорими», тобто їх можна пояснити користувачу на якісному рівні. Ця властивість ЕС забезпечується їх здатністю аналізувати свої знання. Експертні системи здатні поповнювати свої знання в ході взаємодії з експертом. Необхідно зауважити, що технологія ЕС нині використовується для розв'язання різних типів завдань (інтерпретації, прогнозування, діагностики, планування, конструювання, контролю, наладки, інструктажу, управління) в різноманітних проблемних галузях, таких як фінанси, нафтова, газова та хімічна промисловість, гірнича справа, освіта, телекомунікації та зв'язок тощо.

Розглянемо структуру експертних систем. Типова статична ЕС складається з таких основних компонентів:

База даних (робоча пам'ять) призначена для вхідних та проміжних даних задачі, що розв'язується в поточний момент. Цей термін збігається за назвою, але дещо розбігається за значенням із терміном, що використовується в інформаційно-пошукових системах (ІПС) та в системах управління базами даних (СУБД) для позначення всіх даних (в тому числі довготермінових), що зберігаються в системі.

База знань в ЕС призначена для зберігання довгострокових (а не поточних) даних, що описують галузь, яка розглядається, та правил, що описують можливі перетворення її даних.

Розв'язувач, використовуючи вхідні дані із робочої пам'яті та знання із БЗ, формує таку послідовність правил, які при застосуванні до вхідних даних ведуть до розв'язання задачі.

Компонент поповнення знань автоматизує процес поповнення ЕС знаннями, що здійснюється користувачем-експертом.

Пояснювальний компонент розкриває, як система отримала розв'язок задачі (або чому його не отримала) та які знання вона при

цьому використала, що полегшує експерту тестування системи та підвищує довіру до отриманого результату.

Діалоговий компонент орієнтований на організацію дружнього спілкування з користувачем як під час розв'язання задач, так і в процесі набуття знань та пояснення результатів роботи.

У структуру динамічної ЕС додатково вводяться два компоненти:

- підсистема моделювання зовнішнього світу;
- підсистема зв'язків із навколишнім середовищем.

Остання здійснює зв'язок із зовнішнім середовищем через систему датчиків та контролерів. Крім того, традиційні компоненти статичної ЕС можна суттєво змінювати, щоб відображати часову логіку подій, які відбуваються в реальному світі.

У розробленні ЕС беруть участь представники таких спеціальностей:

- **експерт** у проблемній галузі, визначає знання (дані та правила), що характеризують проблемну галузь, забезпечує повноту та правильність введених в ЕС знань, завданням яких буде розв'язання проблеми;

- **інженер зі знань** – спеціаліст із розроблення ЕС (методи та технології, що він використовує, називають методами та технологіями інженерії знань). Допомогає експерту виявити та структурувати знання, необхідні для функціонування ЕС, здійснює вибір тих інструментальних засобів (ІЗ), які найнеобхідніші для роботи ЕС.

- **програміст із розроблення інструментальних засобів**; здійснює вибір того ІЗ, який найбільш підходить для даної проблемної галузі, та визначає спосіб подання даних у цьому ІЗ; виділяє та програмує (традиційними засобами) стандартні функції (типові для даної проблемної галузі), які будуть використовуватись у правилах, що вводяться експертом.

- **програміст із розроблення програмних засобів (ПЗ)**, розробляє ПЗ (якщо ПЗ розробляється спочатку), що містить в ідеалі всі основні компоненти ЕС, та здійснює його інтеграцію із середовищем, в якому воно буде використовуватись.

Також у процесі розроблення ЕС можуть бути задіяні при необхідності й інші учасники. Наприклад, інженер із знань може запросити інших експертів, щоб переконатись у правильності свого розуміння головного експерта, репрезентативності тестів, що демонструють особливості задачі, яка розглядається, у єдності поглядів різних експертів.

пертів на якість рішень, що пропонуються. Крім того, для складних систем вважається доцільним залучати до головного циклу розроблення кількох експертів. Однак у цьому разі, як правило, необхідно, щоб один із експертів відповідав за несуперечливість знань, що повідомляються колективом експертів.

Нині застосовується певна технологія розроблення ЕС, яка складається з таких шести етапів: ідентифікації, концептуалізації, формалізації, виконання, тестування та дослідної експлуатації.

Етап ідентифікації пов'язаний передусім із осмисленням тих задач, які потрібно розв'язувати майбутній ЕС, та формуванням вимог до неї. Результатом даного етапу має бути відповідь на запитання: «Що треба робити та які ресурси необхідно задіяти?» Для цього необхідно ідентифікувати задачу, визначити учасників процесу проектування та їх ролі, виявити ресурси та цілі.

Ідентифікація задачі полягає в складанні неформального (вербального) опису, в якому мають міститися: загальні характеристики задачі; підзадачі, які виділяються в даній задачі; ключові поняття (об'єкти), їх вхідні (вихідні) дані; ймовірний вид рішення, а також знання, що відносяться до задачі, яка розв'язується.

На **етапі концептуалізації** проводиться змістовний аналіз проблемної галузі, виявляються поняття, що використовуються та їх взаємозв'язки, визначаються методи розв'язання задач. Цей етап закінчується створенням моделі проблемної галузі (ПГ), що містить головні концепти та відношення.

На **етапі формалізації** всі ключові поняття та відношення описуються деякою формальною мовою, яка або вибирається із уже існуючих, або створюється спочатку. Інакше кажучи, на даному етапі визначаються склад засобів та способи подання декларативних та процедурних знань. Здійснюється це подання і в підсумку формується описання рішення задачі ЕС на запропонованій інженером із знань формальній мові.

Мета етапу виконання – створення одного або кількох прототипів ЕС, що розв'язують поставлені задачі. Потім, на даному етапі за результатами тестування та дослідної експлуатації створюється кінцевий продукт, придатний для промислового використання. Розроблення прототипу полягає в програмуванні його компонентів або виборі вже відомих інструментальних засобів та наповненні бази знань.

У процесі **етапу тестування** проводиться оцінювання способу представлення знань в ЕС у цілому. Для цього інженер із знань під-

бирає приклади, що забезпечують перевірку всіх можливостей розробленої ЕС.

На етапі **дослідної експлуатації** перевіряється придатність ЕС для кінцевого користувача. Придатність ЕС для користувача визначається переважно зручністю роботи з нею та її корисністю.

Під час розроблення ЕС завжди здійснюється її модифікація. Виділяють такі види модифікації системи: переформулювання понять та вимог, переконструювання подання знань у системі та удосконалення прототипів.

Використовувати ЕС варто лише тоді, коли її розробка можлива, виправдана та методи інженерії знань відповідають задачі.

8.3. Методи комп'ютерного моделювання систем

Як зазначалось у попередніх підрозділах, розроблення та використання СППР та ЕС безпосередньо пов'язані з моделюванням у тих проблемних галузях, для яких створюються відповідні інформаційні системи. Крім того, моделювання є основним етапом системного аналізу. Тому, звичайно, існують сучасні інформаційні технології, які забезпечують автоматизацію цього процесу.

Традиційно під моделюванням на ЕОМ розумілося лише імітаційне моделювання. Але в останні роки завдяки розвитку графічного інтерфейсу і графічних пакетів широкий розвиток отримало комп'ютерне, структурно-функціональне моделювання та було покладено початок використанню комп'ютера при концептуальному моделюванні, де він використовується, наприклад, для побудови систем штучного інтелекту.

Під **комп'ютерною моделлю** найчастіше розуміють:

- умовний образ об'єкта чи деякої системи об'єктів (або процесів), описаних за допомогою взаємозалежних комп'ютерних таблиць, блок-схем, діаграм, графіків, малюнків, анімаційних фрагментів, гіпертекстів тощо, які відображують структуру та взаємозв'язки між елементами об'єкта або системи. Комп'ютерні моделі такого типу називають структурно-функціональними;

- окрему програму, сукупність програм, програмний комплекс, що дає змогу через певну послідовність обчислень та графічне відображення їх результатів відтворювати (імітувати) процеси функціонування об'єкта чи системи об'єктів за умови впливу на них різних,

як правило випадкових, факторів. Такі моделі називають **імітаційними моделями**.

Комп'ютерне моделювання – це метод розв'язання завдання аналізу або синтезу складної системи на засадах використання його комп'ютерної моделі. Суть комп'ютерного моделювання полягає в знаходженні кількісних і якісних результатів за допомогою наявної моделі. Якісні висновки, які отримують за результатами аналізу, дають змогу знайти невідомі раніше характеристики складної системи: її структуру, динаміку розвитку, стійкість, цілісність тощо. Кількісні висновки мають характер прогнозу майбутніх чи пояснення минулих значень змінних, що характеризують систему.

Предметом комп'ютерного моделювання можуть бути: економічна діяльність фірми, банку, виробничого підприємства; інформаційно-обчислювальна мережа; технологічний процес; будь який інший реальний об'єкт чи процес, наприклад процес інфляції, і загалом, будь-яка складна система. Цілі комп'ютерного моделювання можуть бути різними, однак найчастіше моделювання є, як уже зазначалося раніше, головним етапом (процедурою) системного аналізу, тобто сукупності методологічних засобів, що використовуються для підготовки та прийняття рішень економічного, організаційного, соціального чи технічного характеру.

Комп'ютерна модель складної системи має за можливості відображати всі головні фактори і взаємозв'язки, що характеризують реальні ситуації, критерії та обмеження. Модель має бути досить універсальною, щоб за можливості була спроможною описувати близькі за призначенням об'єкти, і водночас досить простою, щоб уможливити виконання необхідних досліджень з мінімальними витратами.

Усе це підтверджує той факт, що моделювання систем, розглянуте загалом, є скоріш мистецтвом, ніж наукою, із самостійним набором засобів відображення явищ і процесів реального світу. Тому досить складно навести єдину, узагальнену класифікацію завдань комп'ютерного моделювання та створити достатньо універсальні його інструментальні засоби для об'єктів довільної природи. Однак, якщо звузити коло розглянутих об'єктів, обмеживши його, наприклад, завданнями комп'ютерного моделювання за системного аналізу об'єктів економіко-організаційного керування, то можна підібрати ряд досить універсальних підходів і програмних засобів.

Існує велике різноманіття засобів комп'ютерного моделювання, особливо структурно-функціонального, які з'являються мало не щодня. Однією із спроб подолати розбіжності між такими засобами є уніфікована мова моделювання.

Уніфікована мова моделювання (*Unified modeling language, UML*) є графічною мовою для візуалізації, специфікації, конструювання та документування систем, в яких більша роль належить програмному забезпеченню. За допомогою *UML* можна розробити детальний план системи, що відображує не тільки її концептуальні елементи, такі як системні функції та бізнес-процеси, а й конкретні особливості реалізації, в тому числі типи, написані спеціальними мовами програмування. Можна розробити також схеми баз даних та програмні компоненти багаторазового використання.

В 1996 році група управління об'єктами (*Object Management Group, OMG*) звернулась до спільноти, яка займалась розробкою методів управління об'єктами з пропозицією створити стандартний синтаксис для об'єктного орієнтованого аналізу та відповідну семантичну метамодель. Перша версія *UML (UML 1.0)* з'явилась у січні 1997 р. як відповідь на цю пропозицію. Після її обговорення та дороблення в листопаді 1997 р. версія *UML 1.1* була успішно затверджена та прийнята до використання практично всіма найбільшими компаніями — виробниками програмного забезпечення (*Microsoft, IBM, Hewlett-Packard, Oracle, Sybase* та ін.). Крім того, практично всі світові виробники *CASE*-засобів, крім *Rational Software*, заявили про готовність підтримки *UML* у своїх продуктах.

Творці *UML* подають її як мову для визначення, подання, проектування та документування програмних систем, бізнес-систем та інших різних систем. *UML* виключає: нотацію та метамодель. Нотація є сукупністю графічних об'єктів, які використовуються в моделях, вона є синтаксисом мови моделювання. Для детальнішого ознайомлення з ключовими поняттями, семантикою та процесом використання *UML* можна порекомендувати [32].

Основні принципи та концептуальні засади CASE-технологій

Тенденції сучасних інформаційних технологій ведуть до постійного ускладнення інформаційних систем (ІС), що створюються в різних галузях економіки. При створенні ІС досить широко застосовували структурну методологію. Але її використання для проекту-

вання ІС викликало ряд проблем, зумовлених, зокрема, значним обсягом ручної роботи:

- неадекватна специфікація вимог;
- нездатність виявляти помилки в проектних рішеннях;
- низька якість документації, що знижує експлуатаційні властивості;
- затяжний цикл та незадовільні результати тестування.

Перераховані вище проблеми спонукали до появи програмно технологічних засобів спеціального типу – CASE-засобів, що реалізують CASE-технологію створення та супроводження ІС [30, 31]. Термін CASE (*Computer Aided Software Engineering*) (комп'ютерна підтримка інженерії програмного забезпечення), а за іншою версією – *Computer Aided System Engineering* (комп'ютерна підтримка інженерії систем)) використовується зараз у досить широкому розумінні. Нині під терміном CASE- засоби розуміють програмні засоби, що підтримують процеси створення та супроводження ІС, враховуючи аналіз та формулювання вимог, проектування прикладного ПЗ (додатків) та баз даних, генерування коду, тестування, документування, забезпечення якості, конфігураційне керування та управління проектом, а також інші процеси.

Сучасні CASE- засоби охоплюють широкий діапазон підтримки численних технологій проектування: від простих засобів аналізу і документування до повномасштабних засобів автоматизації. До CASE-засобів належать як відносно дешеві системи для персональних комп'ютерів з дуже обмеженими можливостями, так і дорогі системи для неоднорідних обчислювальних платформ і операційних середовищ. Так, сучасний ринок програмних засобів нараховує близько 300 різних CASE- засобів, найпотужніші з яких певною мірою використовуються практично усіма провідними західними фірмами [9].

Структурне моделювання

Як зазначалося раніше, існують кілька підходів до автоматизованого аналізу складних систем. Вагоме місце серед них посідає структурно-функціональне моделювання, яке отримало самостійний розвиток та має досить популярні реалізації в конкретних технологіях та програмних продуктах.

Структурно-функціональне моделювання започатковане у теорії автоматичного управління (ТАУ), де було розвинуто апарат, що міс-

тять не тільки правила утворення і перетворення, а й досить загальну методологію аналізу і синтезу структурних схем. Хоча динамічні структурно-функціональні схеми ТАУ мають широкі можливості для аналізу неперервних, лінійних динамічних систем, що описуються диференційними рівняннями, вони погано підходять для описування процесів у організаційних системах, де зв'язки між окремими блоками мають набагато ширший зміст і рідко можуть бути зведені до деякої функції часу (сигналу).

Подальший розвиток структурно-функціонального моделювання пов'язаний із виникненням автоматизованих систем управління виробництвом. Загалом АСУ використовують мову структурно-функціонального моделювання, яка застосовується при системному аналізі і проектуванні автоматизованих організаційних систем.

Сучасні методи структурно-функціонального аналізу і моделювання складних систем були закладені завдяки працям професора Масачусетського технологічного інституту Дугласа Росса. Розвиток ідеї описування складних об'єктів як ієрархічних, багаторівневих, модульних систем за допомогою невеликого набору типових елементів привів до появи *SADT* (*Structured Analyses and Design Technique*), що в дослівному перекладі означає "технологія структурного аналізу і проектування" і є методологією структурно-функціонального моделювання й аналізу складних систем [33]. З часу своєї появи *SADT* постійно удосконалювалася і широко використовувалася для ефективного вирішення цілого ряду проблем.

Першою рисою, що вирізняє *SADT* методологію, є принцип побудови моделі зверху вниз. Цей принцип означає, що можна починаючи з досить простих макроекономічних моделей розвитку сектору економіки в цілому чи окремої галузі, дійти, якщо потрібно, до окремих технологічних процесів. При цьому відповідно до призначення моделі на кожному рівні можна сформулювати обґрунтовані вимоги щодо її точності.

Другою рисою є можливість уточнювати (деталізувати) моделі за допомогою розкриття *SADT*-блоків вищого рівня ієрархії, нові штрихи за необхідності можуть бути додані без зміни тих моделей, що вже побудовані. У такий спосіб *SADT* реалізує ієрархічне, багаторівневе моделювання, і це є її відмінність від відомих підходів.

Третьою особливістю моделювання на основі *SADT* є можливість одночасно зі структуруванням проблеми розробляти структуру

бази даних, а точніше – баз даних, тому що на різних рівнях ієрархічного моделювання доцільно мати окремі бази даних. У пакеті *DESIGN/IDEF* автоматизовано процес опису бази даних, що відповідає структурі моделі. Отже, одночасно з ієрархічною структурою моделі одержують і структуру розподіленої бази даних. Для моделювання баз даних використовують мову *SGL*.

Отже, можна зробити висновок, що застосування методології *SADT* дає змогу уніфікувати різні блоки моделі складної системи, розподілити процес створення моделі і об'єднати окремі модулі в єдину ієрархічну динамічну модель.

8.4 Програмні засоби забезпечення аналізу даних

Аналіз даних є невід'ємною частиною процесу дослідження систем будь-якого типу. Всі названі вище інформаційні системи активно використовують дані різного типу. Існує багато класичних методів аналізу, які базуються на математичному апараті (математична статистика, математичне програмування, лінійна алгебра тощо) та чудово себе зарекомендували протягом свого існування. Розглянемо сучасні програмні засоби, які дають можливість провести повноцінний математичний та статистичний аналіз даних.

На ринку програмних засобів існує надзвичайно велика кількість додатків, які пропонують допомогу у розв'язанні задач аналізу даних як у пакетному режимі, так і у вигляді бібліотек функцій, які можна використовувати в інших програмних продуктах. Коротко охарактеризуємо найпопулярніші та функціонально повні з них:

- *Matlab* від *Math Works* – комп'ютерна оболонка для інтерактивних та командних обчислень і візуалізації. Вона об'єднує в собі чисельний аналіз, операції з матрицями, сигнальні процеси та графіки в зручному для використання середовищі, де задачі та розв'язки подаються у математичному запису без використання традиційного програмування.

- *Mathematica* від *Wolfram* – вичерпна комп'ютерна система для чисельних, символічних та графічних обчислень і візуалізації. Інтерактивний обчислювальний та графічний інструмент із вбудованою мовою програмування для швидких та точних розв'язків. Інформацію можна подавати як у звичайному математичному поданні, так і у вигляді функцій з використанням вбудованої мови програмування.

Електронний документ цієї комп'ютерної системи, який називається *notebooks* (записна книжка), допомагає користувачеві створювати тексти, здійснювати обчислення, будувати графіки та анімацію для технічного звіту чи презентації роботи. Існує також можливість підключення додаткових пакетів за допомогою технології *Add-ons*.

– *S-PLUS* від *S-PLUS* – інтерактивне програмне середовище для аналізу даних. *S-PLUS* містить: об'єктно-орієнтовану мову програмування, уніфіковану парадигму для дослідження статистичних моделей та тисячі вбудованих статистичних і графічних функцій.

– *SAS* від *SAS Institute* – інтерактивне та командне програмне середовище, що утворене з модулів для головного аналізу даних, статистики та написання звітів. *SAS* також забезпечує підключення до баз даних *ORACLE* та *INGRES*, аналіз часових рядів та прогнозування, кольорові графіки, матричне програмування та розвинену статистику, забезпечує експертну підтримку.

– *SPSS* від *SPSS Inc.* – один із найпотужніших, але й дорогих, статистичних пакетів. Має зручний інтерфейс. Містить досить повний набір статистичних (усього понад 60) та графічних процедур, а також процедур для створення звітів. Має вбудований засіб, що виконує інтелектуальну функцію, наприклад пояснює користувачеві, яку статистику краще застосувати в кожному конкретному випадку.

– *Statistica* від *StatSoft Inc.* – найзбалансованіший за співвідношенням «потужність/зручність» пакет. Має широкий спектр функціональних алгоритмів і потужну графіку, а також відповідні засоби для редагування графічних матеріалів. Користувач має знати статистичну термінологію, хоча дуже об'ємна довідкова система дає змогу досить повно ознайомлюватися з алгоритмами, що використовуються.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ

1. Що привело до розробки та створення інформаційних моделей підприємств та їх підсистем на основі використання комп'ютерних технологій?

2. Яка стратегія розвитку АСУ набула переваги останнім часом?

3. Що відноситься до головних компонентів управлінських інформаційних систем (УІС)?

4. Визначте різницю між системою підготовки прийняття рішення (СППР) та управлінських інформаційних систем (УІС).

5. Проаналізуйте, чим відрізняється побудова експертних систем від систем обробки даних.

6. Поясніть тенденцію, яку реалізують CASE-технології створення та супроводження ІС.

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Назвіть основні підсистеми підприємств, для яких, в основному, розробляються інформаційні моделі.

2. По якому принципу поділяються на певні типи інформаційні моделі для різних підсистем підприємств?

3. Які інформаційні системи є найбільш розповсюдженими і як вони називаються?

4. Назвіть які ІС застосовуються для прийняття рішень.

5. Для чого призначені експертні системи (ЕС)?

6. З яких основних компонентів складається типова статична ЕС?

7. В якому випадку комп'ютерні моделі називають імітаційними моделями?

8. Що найчастіше розуміють під комп'ютерною моделлю?

9. Для чого призначена Уніфікована мова моделювання (*Unified modeling language, UML*)?

10. Що зараз розуміють під терміном CASE-засоби?

11. Для чого призначена система *SADT (Structured Analyses and Design Technique)* – «технологія структурного аналізу і проектування»?

РОЗДІЛ 9

ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛЕЙ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ДЛЯ РІШЕННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ

9.1 Загальна математична модель лінійного програмування

9.1.1 Постановка задачі лінійного програмування

Системний аналіз – метод дослідження процесів функціонування складних систем на основі моделювання і направлений на підвищення їх ефективності (удосконалення). Одним з основних методів удосконалення роботи систем є пошук ефективних управлінських рішень. Одним з напрямів, який використовується в системному аналізі для пошуку та обґрунтування прийняття ефективних рішень по управлінню підприємствами, є дослідження операцій.

Дослідження операцій – це прикладний напрям, що вивчає способи вдосконалення і підвищення ефективності організації, планування і управління в різних системах на основі кількісних методів.

Найбільше розповсюдження знаходять оптимізаційні задачі. Задача оптимізації в загальному випадку включає **три складові**:

- цільову функцію (критерій оптимізації);
- обмеження;
- граничні умови.

Критерій оптимізації (цільова функція) показує вплив змінних на величину критерію, яка повинна бути мінімізована або максимізована залежно від вибраної мети.

Обмеження визначають існуючі зв'язки між змінними, конкретні значення яких необхідно знайти в результаті рішення задачі.

Граничні умови показують гранично допустимі значення змінних, які вони можуть прийняти в результаті рішення задачі.

Множина значень змінних, які ми шукаємо і які задовольняють граничним умовам і обмеженням, називають **допустимим рішенням задачі**, у якому потім необхідно знайти значення змінних, які забезпечують максимальне (мінімальне) значення цільової функції.

Задачі пошуку значень параметрів, що забезпечують екстремум функції за наявності обмежень, накладених на аргументи, носять загальну назву задач математичного програмування.

Серед задач математичного програмування (МП) найпростішими є задачі лінійного програмування (ЗЛП), для яких характерно, що: показник ефективності (цільова функція) лінійно залежить від елементів рішення; обмеження, що накладаються на елементи рішення, мають вид лінійних рівностей, або нерівностей щодо елементів рішення.

Загальна математична модель виробничих процесів і явищ, що мають лінійні залежності, записується у вигляді загальної задачі лінійного програмування (ЗЛП) і подається у вигляді [37, 38]:

Знайти максимум (мінімум) функції мети

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_jx_j + \dots + c_nx_n \rightarrow \max (\min) \quad (9.1)$$

за умови обмежень

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1n}x_n \{ \leq, \geq, = \} b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2j}x_j + \dots + a_{2n}x_n \{ \leq, \geq, = \} b_2 \\ \dots \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ij}x_j + \dots + a_{in}x_n \{ \leq, \geq, = \} b_i \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mj}x_j + \dots + a_{mn}x_n \{ \leq, \geq, = \} b_m \end{array} \right. \quad (9.2)$$

і граничними умовами

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_j \geq 0, \dots, x_n \geq 0. \quad (9.3)$$

Звідси необхідно знайти значення змінних, які задовольняють умови (9.2), (9.3), тоді як цільова функція приймає екстремальне (мінімальне або максимальне) значення.

Задачу легко привести до канонічної форми, тобто до того вигляду, коли в системі обмежень (9.2) всі b_i ($i=1, 2, \dots, m$) невід'ємні, а всі обмеження записані рівностями.

Для цього необхідно: якщо якесь b_i від'ємне, то помноживши i -й обмеження на (-1) , отримаємо в правій частині відповідної не-

рівності додатне значення (при цьому, якщо це нерівність, необхідно знак нерівності поміняти на протилежний).

Коли i -е обмеження має вид нерівності: $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ij}x_j + \dots + a_{in}x_n \leq b_i$, то його завжди можна привести до рівності, якщо ввести додаткову змінну x_{n+1} , одержимо рядок i у вигляді: $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ij}x_j + \dots + a_{in}x_n + x_{n+1} = b_i$. Аналогічно, обмеження виду $a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kj}x_j + \dots + a_{kn}x_n \geq b_k$ можна привести до рівності, якщо від його лівої частини відняти, введену нову змінну x_{n+2} , тобто $a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kj}x_j + \dots + a_{kn}x_n - x_{n+2} = b_k$.

Отже будь-яку задачу ЛП можна записати у вигляді такої канонічної форми:

Знайти максимум функції мети

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_jx_j + \dots + c_nx_n \rightarrow \max \quad (9.4)$$

за умов

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1n}x_n + x_{n+1} = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2j}x_j + \dots + a_{2n}x_n + x_{n+2} = b_2 \\ \dots \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ij}x_j + \dots + a_{in}x_n + x_{n+i} = b_i \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mj}x_j + \dots + a_{mn}x_n + x_{n+m} = b_m \end{array} \right., \quad (9.5)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_j \geq 0, \dots, x_n \geq 0. \quad (9.6)$$

Задачу можна вирішувати на мінімум, якщо Z помножити на (-1) , тоді можна записати:

$$\max (Z) = \min(-Z) = \min(-c_1x_1 - c_2x_2 - c_3x_3 - \dots - c_jx_j - \dots - c_nx_n).$$

9.1.2 Форми запису моделей задач лінійного програмування

Моделі задач лінійного програмування зручно записувати за допомогою знаку суми

$$Z(x) = \sum_{j=1, n}^n c_j x_j \rightarrow \max$$

за умов

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{1, m};$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}.$$

Ще компактнішою є запис ЗЛП у векторно-матричному вигляді:

$$Z = CX \rightarrow \max$$

за умов

$$AX = A_0,$$

$$X \geq 0,$$

де $C = (c_1, c_2, c_3, \dots, c_j, \dots, c_n)$ – вектор коефіцієнтів при змінних цільової функції;

$$A = \{a_{ij}\} = \begin{pmatrix} a_{11}, & a_{12}, & a_{13}, & \dots, & a_{1j}, & \dots, & a_{1n} \\ a_{21}, & a_{22}, & a_{23}, & \dots, & a_{2j}, & \dots, & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1}, & a_{i2}, & a_{i3}, & \dots, & a_{ij}, & \dots, & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}, & a_{m2}, & a_{m3}, & \dots, & a_{mj}, & \dots, & a_{mn} \end{pmatrix} \quad - \text{ матриця}$$

коефіцієнтів при змінних;

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_j \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} \quad - \text{ вектор змінних; } A_0 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_i \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix} \quad - \text{ вектор вільних членів.}$$

Часто задачі ЛП зручно записувати у векторній формі:

$$Z = CX \rightarrow \max$$

за умов

$$A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 + \dots + A_jx_j + \dots + A_nx_n = A_0,$$

$$X \geq 0,$$

$$\text{де } A_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{i1} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{i2} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ \dots \\ a_{i3} \\ \dots \\ a_{m3} \end{pmatrix}, \dots, A_i = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{ij} \\ \dots \\ a_{mj} \end{pmatrix}, \dots, A_n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{in} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix}$$

вектори коефіцієнтів при змінних.

9.2 Використання моделей лінійного програмування для рішення задач оптимізації графічним методом

9.2.1 Геометрична інтерпретація рішення

Для розв'язання двовимірних задач лінійного програмування, тобто задач з двома змінними, а також деяких тривимірних задач застосовується графічний метод, який ґрунтується на геометричній інтерпретації та аналітичних властивостях задач лінійного програмування.

Геометричну інтерпретацію ЗЛП розглянемо на такому прикладі.

Нехай ремонтний підрозділ підприємства «Харківський обл. автодор» ухвалив рішення по здійсненню реконструкції дороги, використовуючи асфальтобетонну суміш типу «А» і типу «В». Довжина ремонтної ділянки не менше 20 км. При цьому необхідно, використати асфальтобетон типу «А» на ділянці довжиною не менше ніж 5 км, суміші типу «В» – на ділянці довжиною не менше 6 км. Техніко-економічні показники наведені в табл. 9.1.

Техніко-економічні показники ремонту дороги

№ п/п	Техніко-економічні показники з розрахунку на 1 км дороги	Тип асфальтобетону		Наявний ресурс, людино-днів
		А	В	
1	Ручна робота, людино-днів	21	27	750
2	Механізована робота, людино-днів	32	22	800
3	Витрати тис. грн./км	21	17	

Критерієм оптимізації є мінімум витрат на виконання робіт.

Запишемо економіко-математичну модель виконання робіт по укладанню асфальтобетону типу «А» і типу «В», використовуючи наступні позначення:

x_1 – шукана довжина дороги, яку необхідно укласти асфальтобетоном типу «А»;

x_2 – шукана довжина дороги, яку необхідно укласти асфальтобетоном типу «В».

Задача лінійного програмування матиме вигляд:

$$Z = 21x_1 + 17x_2 \rightarrow \min ,$$

де Z – функція мети, це витрати на виконання ремонтних робіт, які необхідно мінімізувати за умов:

$$\text{довжина ремонтної ділянки: } x_1 + x_2 \geq 20, \quad (9.7)$$

$$\text{ручна робота, людино-днів: } 21x_1 + 27x_2 \leq 750, \quad (9.8)$$

$$\text{механізована робота, людино-днів: } 32x_1 + 22x_2 \leq 800, \quad (9.9)$$

Довжина ділянки, яку необхідно укласти:

$$\text{асфальтобетоном типу «А»: } x_1 \geq 5, \quad (9.10)$$

$$\text{асфальтобетоном типу «В»: } x_2 \geq 6, \quad (9.11)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \quad (9.12)$$

Послідовність рішення задачі графічним методом представлено на рис. 9.1 – 9.4.

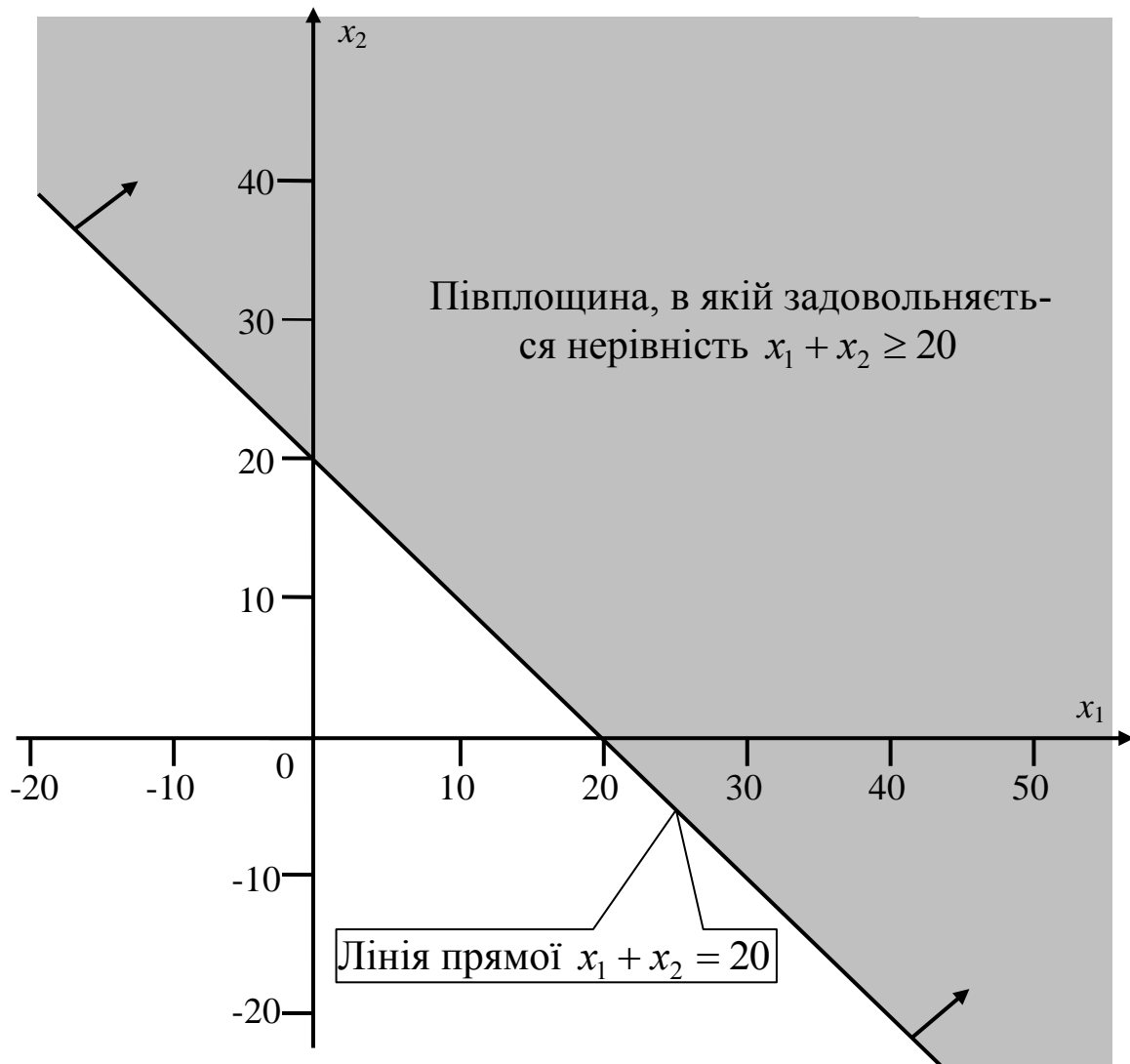


Рис. 9.1. Побудова лінії для нерівності (9.7) і виділення півплощини, яка задовольняє цю нерівність

Рішення задачі ЛП методом геометричної інтерпретації починають з побудови системи координат, де приймаємо вісь абсцис як x_1 , а вісь ординат позначимо як x_2 .

Область допустимих рішень отримаємо таким чином. Кожне обмеження задає півплощину з граничною прямою, в якій задовольняються умови обмеження. Наприклад, розглянемо обмеження (9.7). Для визначення півплощини, в якій задовольняються умови обмеження, побудуємо пряму, яка буде відповідати рівнянню цього обмеження. Для цього обмеження запишемо у вигляді рівняння $x_1 + x_2 = 20$, яке відповідає формулі прямої.

Побудуємо цю пряму. Для цього на системі координат необхідно побудувати дві точки і потім провести через них лінію. Для цього виконаємо наступні дії.

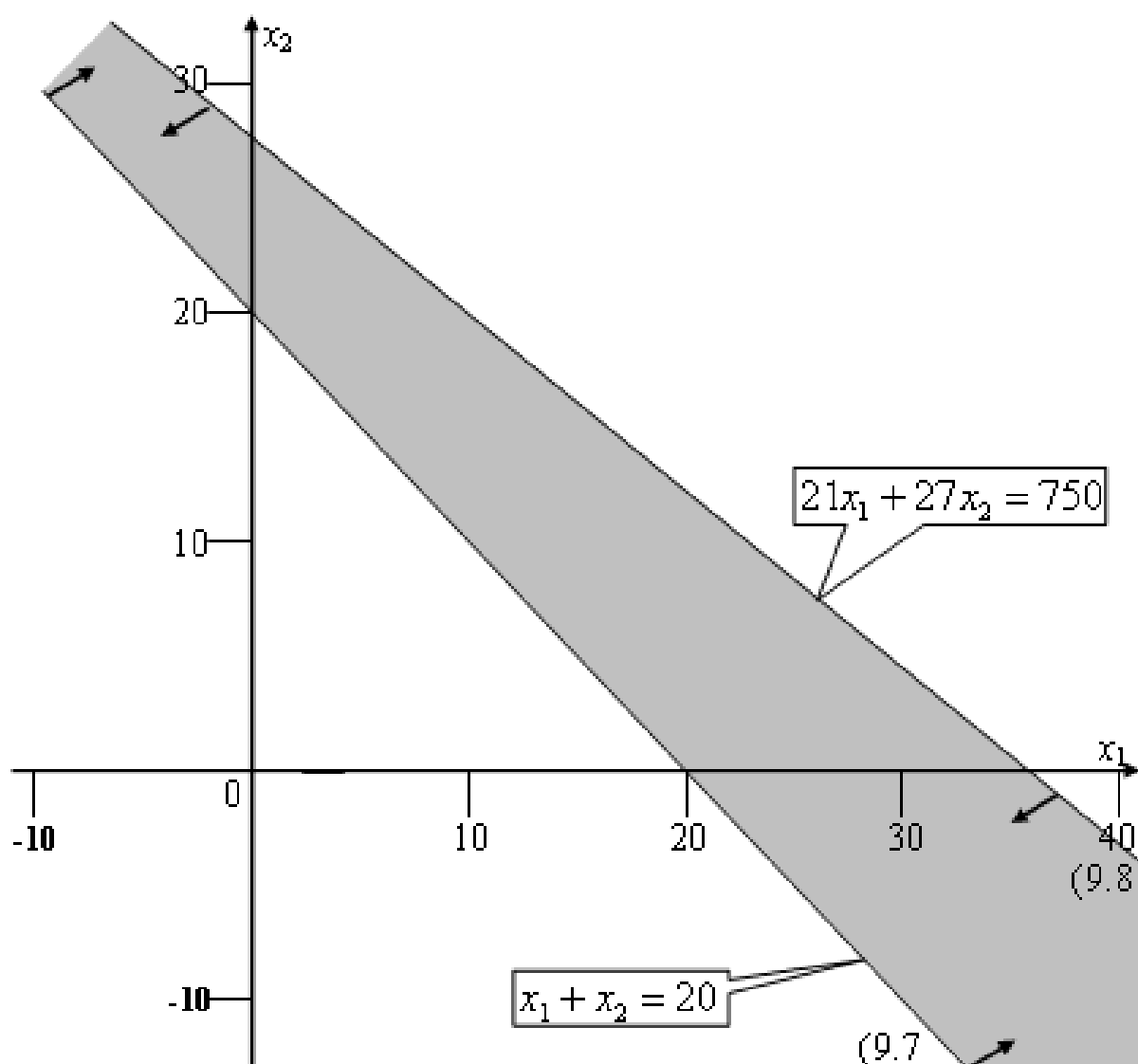


Рис. 9.2. Обмежена площа, яка задовольняє обмеженням: (9.7) і (9.8)

Приймаємо $x_1 = 0$, тоді з формули $0 + x_2 = 20$ визначаємо, що $x_2 = 20$. Відмічаємо на системі координат точку з координатами $(0; 20)$. Приймаємо, що $x_2 = 0$, тоді $x_1 = 20$. Відмічаємо на системі координат точку з координатами $(20; 0)$. Будуємо пряму $x_1 + x_2 = 20$ і визначаємо півплощину, яка описується нерівністю $x_1 + x_2 \geq 20$. З цією метою в нерівність підставляємо координати якоїсь характерної

точки площини, наприклад $x_1 = 1$ і $x_2 = 1$. Отримаємо $1 + 1 = 2 < 20$. Це означає, що півплощина, в якій розташована ця точка не задовольняє нерівність (9.7).

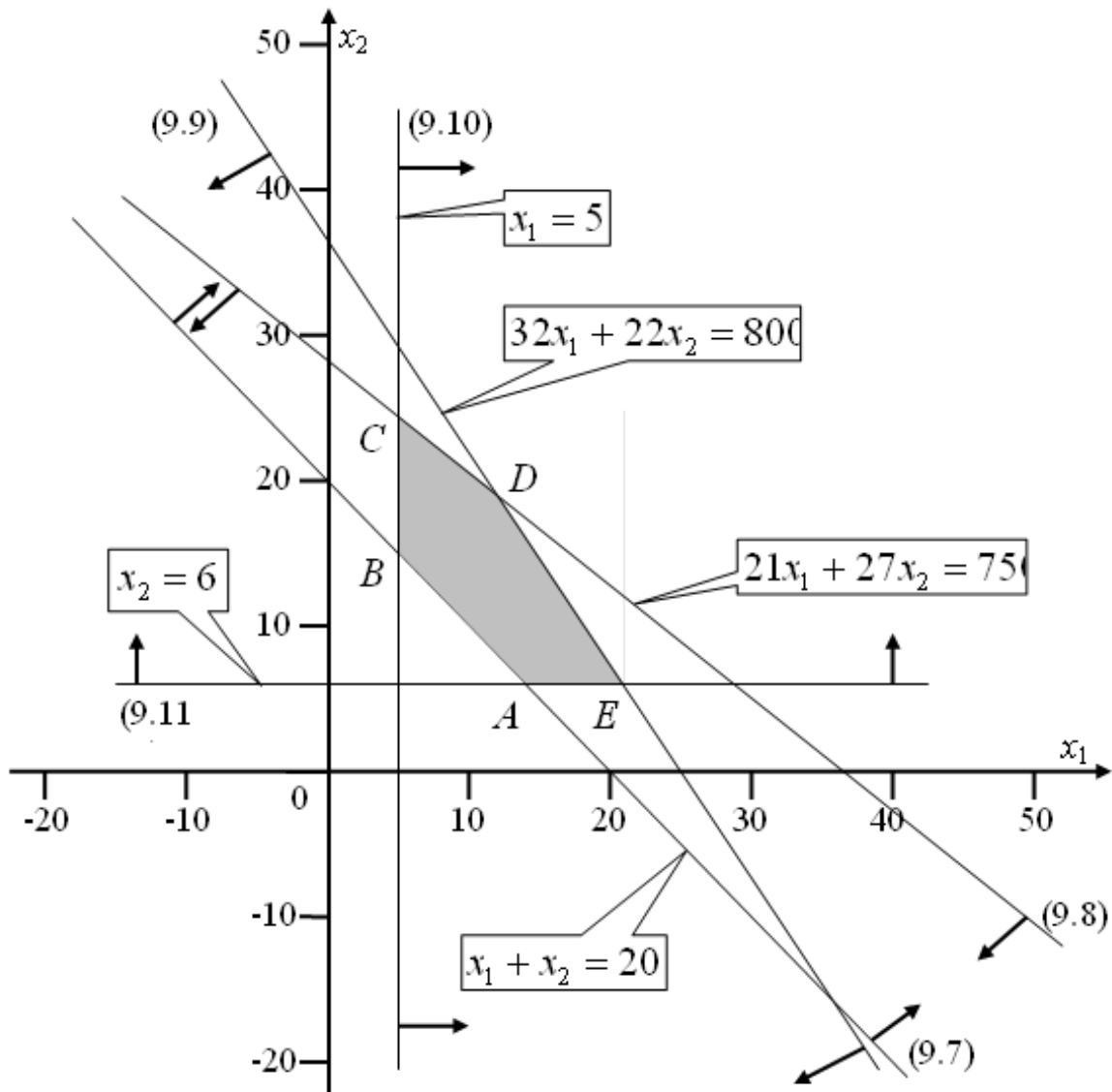


Рис. 9.3. Область допустимих рішень задачі – многокутник $ABCDE$

Виберемо будь – яку точку, яка розташована в іншій півплощині, наприклад, точку з координатами $x_1 = 15$ і $x_2 = 10$, отримаємо $15 + 10 = 25 > 20$. Це означає, що півплощина, в якій розташована ця точка і множина точок, які належать цій півплощині, задовольняють нерівність (9.7). Відмітимо цей факт направленою стрілкою (див. рис. 9.1.).

Розглянемо нерівність (обмеження) (9.8). Для цього виконаємо послідовність дій для визначення координат точок, через які можна провести пряму $21x_1 + 27x_2 = 750$. З цією метою приймаємо, напри-

клад, $x_1 = 0$, тоді $x_2 = 27,8$, координати першої точки $(0; 27,8)$. Приймаємо $x_2 = 0$, тоді $x_1 = 35,7$, що відповідає координаті другої точки $(35,7; 0)$. Проводимо пряму через ці точки (див. рис. 9.2.).

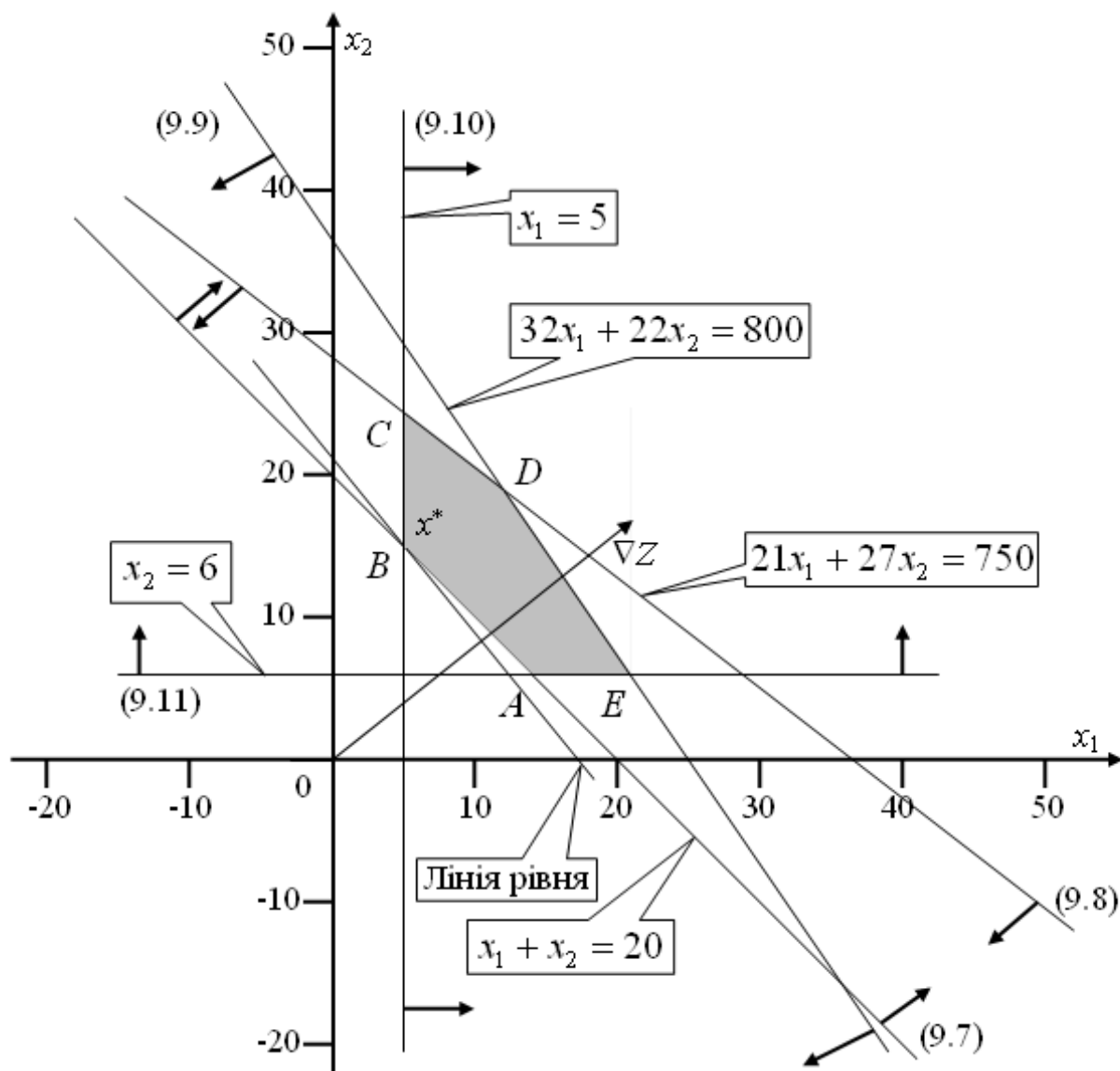


Рис. 9.4. Оптимальне значення цільової функції x^*

Визначаємо, в якій півплощині задовольняється обмеження (9.8). Для цього підставимо в нерівність координати будь-якої точки, яка розташована нижче лінії (9.8), наприклад, точки з координатами $(10; 10)$, отримаємо $21 \cdot 10 + 27 \cdot 10 = 210 + 270 = 480 < 750$. Це означає, що множини точок, які розташовані в півплощині з точкою $(10; 10)$, задовольняють обмеження (9.8). Цей факт відмітимо стрілкою відповідної направленості (рис. 9.2.).

Площина, яка знаходиться між лініями (9.7) та (9.8), задовольняє як обмеженню $x_1 + x_2 \geq 20$ так і обмеженню $21x_1 + 27x_2 \leq 750$.

Аналогічно будуюмо півплощини, які відповідають обмеженням (нерівностям) (9.9) – (9.11). У результаті перетину цих півплощин утворюється область допустимих розв'язків (рішень) задачі (на рис. 9.3. – многокутник $ABCDE$).

Гradientом функції (grad) $f(x)$ називається вектор $\nabla f(x) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)$, який будується з точки $(0; 0)$ і вказує напрям найшвидшого зростання функції. Для побудови градієнту необхідно взяти похідні від цільової функції по змінній x_1 та по x_2 .

У лінійній функції мети $Z = c_1x_1 + c_2x_2$ ці похідні дорівнюють коефіцієнтам при відповідних змінних: $\text{grad } Z = (c_1; c_2)$, де $x_1 = c_1$, $x_2 = c_2$. У нашому прикладі $x_1 = c_1 = 21$, а $x_2 = c_2 = 17$.

Напрямок зростання функції вказує напрям вектора градієнта, який задається від точки $(0; 0)$ до точки (c_1, c_2) , напрям зменшення функції – зворотний напрям: від (c_1, c_2) до $(0; 0)$. Будуюмо градієнт функції у відповідності з координатами від точки $(0,0)$ через точку $(21, 17)$ рис. 9.4.

Для знаходження максимального (мінімального) значення функції мети необхідно побудувати лінію рівня.

Лінія рівня – лінія, будується перпендикулярно градієнту. У будь-якій точці побудованої лінії рівня функція мети має одне і теж значення, Переміщуючи лінію рівня по градієнту ми будемо мати різні значення функції мети.

В задачах ЛП використання градієнта спрощує побудову ліній рівня і знаходження оптимального плану (рішення задачі). Для досягнення максимуму лінії рівня (цільової функції) необхідно переміщувати лінію рівня по градієнту в бік зростання (від точки $(0; 0)$ до точки c_1, c_2 , для досягнення мінімуму – в бік зменшення (від $c_1; c_2$ до $(0; 0)$) до тих пір, поки лінія рівня не стане дотичною до многокутника допустимих рішень. В нашому прикладі функція мети $Z = 21x_1 + 17x_2 \rightarrow \min$ прагне до мінімуму, тому лінію рівня ми переміщуємо у зворотному напрямі до точки $B(x^*)$, в якій функція мети прийме мінімальне значення. Для грубого визначення значень аргу-

ментів опускаємо перпендикуляри на осі x_1 і x_2 , отримаємо їх значення. У нашому випадку $x_1 = 5$, $x_2 = 15$ (рис. 9.4.).

Для точного обчислення значень аргументів необхідно вирішити систему рівнянь прямих, які перетинаються у точці x^* . Це прямі:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 20; \\ x_1 = 5. \end{cases}$$

Вирішивши цю систему рівнянь отримаємо $x_1 = 5$; $x_2 = 15$.

Висновок:

Цільова функція $Z = 21x_1 + 17x_2 \rightarrow \min$ приймає при значеннях ($x_1 = 5$ та $x_2 = 15$) оптимальне (мінімальне) значення і буде дорівнювати $Z = 21 \cdot 5 + 17 \cdot 15 = 105 + 255 = 360$ тис. грн.

9.2.2 Алгоритм графічного методу рішення задач лінійного програмування

Алгоритм графічного методу рішення задач ЛП складається з наступних кроків:

1. Будуємо систему координат і в ній прямі лінії, рівняння яких одержуємо замінюючи в обмеженнях задачі (9.2) знаки нерівностей на знаки рівності.

2. Визначаємо півплощини, які задовольняють кожному обмеженню задачі.

3. Знаходимо багатокутник рішення задачі лінійного програмування (область допустимих рішень).

4. Будуємо вектор – градієнт $\vec{N} = (c_1; c_2)$, який задає напрям збільшення значень цільової функції задачі.

5. Будуємо пряму $c_1x_1 + c_2x_2 = \text{const}$, яку називають лінія рівня, і яка будується як перпендикуляр до вектора \vec{N} .

6. Переміщаємо лінію рівня по градієнту у напрямі вектора \vec{N} (для задачі максимізації) або в протилежному напрямі (для задач мінімізації), доки вона не стане дотичною до якої–небудь вершини багатокутника допустимих рішень, де цільова функція досягає екстремального (мінімального чи максимального) значення.

7. Визначаємо координати точки, в якій цільова функція приймає максимальне (мінімальне) значення, вирішуючи систему рівнянь двох прямих, які перетинаються в цій точці. Обчислюємо екстремальне значення цільової функції в цій точці, підставляючи значення змінних в рівняння цільової функції.

У разі застосування графічного методу розв'язування задач лінійного програмування можливі такі випадки.

Цільова функція набуває максимального значення в вершині A многокутника допустимих рішень (рис. 9.5.). Максимального значення цільова функція досягає в будь-якій точці відрізка AB (рис. 9.6.) Тоді задача ЛП має однакові по своїй ефективності альтернативні оптимальні плани.

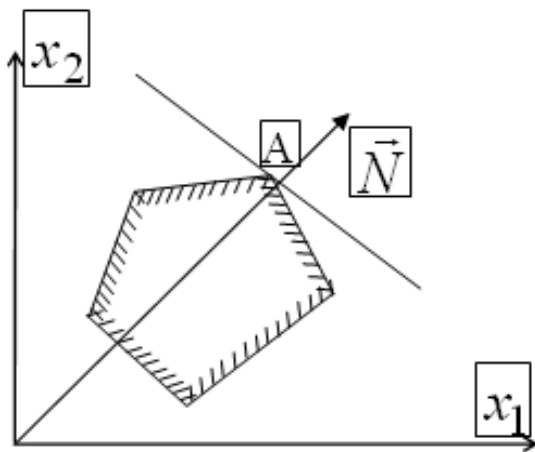


Рис. 9.5.

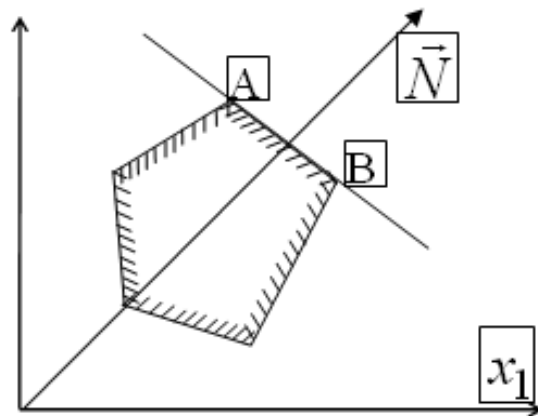


Рис. 9.6.

Задача лінійного програмування не має оптимальних планів: рис. 9.7. – цільова функція не обмежена згори; рис. 9.8. – система обмежень задачі несумісна.

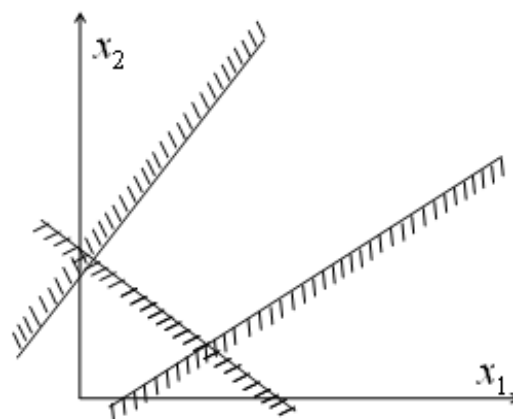
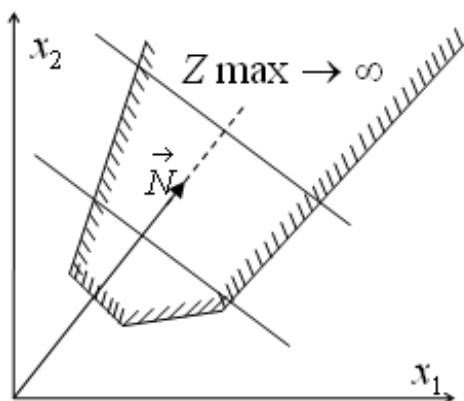


Рис. 9.7.

Рис. 9.8.

Задача лінійного програмування має оптимальний план за необмеженої області допустимих рішень (рис. 9.9., 9.10.). На рис. 9.9. маємо максимум функції цілі у точці B , на рис. 9.10. у точці B мінімум.

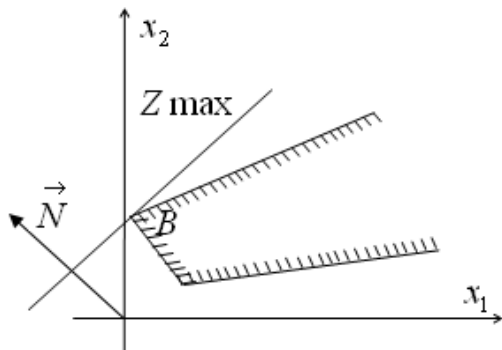


Рис. 9.9.

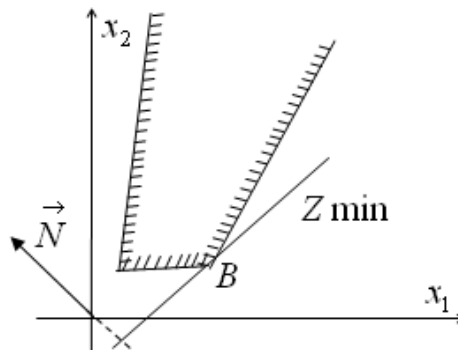


Рис. 9.10.

При виконанні навчального завдання для самостійного рішення задач «Розв'язування задач графічним методом» можна використувати ПК (текстовий редактор *Word* для побудови рішень з масштабуванням сітки і масштабів зображень в цілому).

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. З яких складових в загальному випадку складається задача оптимізації?
2. На що вказує цільова функція?
3. Що визначають обмеження?
4. На що вказують граничні умови?
5. Поясніть, що таке допустимі рішення задачі.
6. Як записується загальна математична модель задачі лінійного програмування?
7. Які використовуються форми запису моделей задач лінійного програмування?
8. Як визначити півплощину для рівняння одного обмеження в якій воно задовольняється?
9. Як побудувати багатокутник допустимих рішень?
10. На що вказує градієнт функції мети і як він будується?
11. Для чого використовується лінія рівня?
12. З послідовності яких кроків складається алгоритм графічного методу рішення задач лінійного програмування?

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ

Завдання1. Самостійно виконати розрахунок задачі лінійного програмування графічним методом. Дані приведені у табл. 9.2.

Таблиця 9.2

Таблиця завдань – цільова функція, обмеження, граничні умови

Номер варіанта	Умова задачі	Номер варіанта	Умова задачі
1	2	3	4
1	$F = 7x_1 + 6x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \geq 10, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ x_1 \leq 6, \\ x_2 \leq 5; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	2	$F = 3x_1 - 2x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 11, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 20; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
3	$F = 5x_1 - 3x_2 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \geq 6, \\ x_1 - x_2 \geq 4, \\ 4x_1 + 7x_2 \leq 28; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	4	$F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 9, \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 27, \\ 2x_1 + x_2 \leq 14; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
5	$F = 7x_1 - 2x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 3, \\ x_1 + x_2 \geq 1, \\ -3x_1 + x_2 \leq 3, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	6	$F = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq 4, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ 7x_1 + 4x_2 \leq 28 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

7	$F = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -6, \\ x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1 \leq 3, \\ x_2 \leq 5; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	8	$F = 2x_1 - 4x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 8x_1 - 5x_2 \leq 16, \\ x_1 + 3x_2 \leq 2, \\ 2x_1 + 7x_2 \geq 9, \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
---	---	---	---

Продовження табл. 9.2

1	2	3	4
9	$F = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ x_1 - 2x_2 \geq -4, \\ x_1 + x_2 \geq 4; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	10	$F = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 - 4x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ -x_1 + x_2 \leq 7, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
11	$F = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 - x_2 \geq -3, \\ 6x_1 + 7x_2 \leq 42, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \geq 4; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	12	$F = 5x_1 + x_2 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} x_1 + 7x_2 \geq 7, \\ -2x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 10, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ 7x_1 + x_2 \geq 7, \\ x_1 \leq 6, \\ x_2 \leq 7; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

13	$F = x_1 - x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 \geq 8, \\ 8x_1 + 5x_2 \leq 80, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ x_1 + 4x_2 \geq 4; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	14	$F = 7x_1 + x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 14, \\ 3x_1 - 5x_2 \leq 15, \\ 5x_1 + 3x_2 \geq 21; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
15	$F = 7x_1 - x_2 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3, \\ 5x_1 + x_2 \geq 5, \\ x_1 + 5x_2 \geq 5; \end{cases}$ $0 \leq x_1 \leq 4,$ $0 \leq x_2 \leq 4$	16	$F = x_1 + x_2 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 8, \\ x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ x_1 - x_2 \leq 3; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

1	2	3	4
17	$F = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 3 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 20 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	18	$F = 2x_1 - 4x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 7x_1 - 8x_2 \leq 16, \\ x_1 + 3x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + 7x_2 \leq 9 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
19	$F = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -6, \\ x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1 \leq 3, \\ x_2 \leq 5; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	20	$F = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 - x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 10, \\ 4x_1 - x_2 \leq 12, \\ 7x_1 + x_2 \leq 7; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
21	$F = -3x_1 + 6x_2 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ x_1 - 2x_2 \geq -4,; \\ x_1 + x_2 \geq 4 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	22	$F = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 8, \\ 3x_1 + 7x_2 \geq 2 \\ x_1 + 2x_2 \geq 6; \end{cases}$ $0 \leq x_1 \leq 1,$ $0 \leq x_2 \leq 1$
23	$F = x_1 + x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ -5x_1 + x_2 \leq 0, \\ -x_1 + 5x_2 \geq 0, \\ x_1 + x_2 \leq 6; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	24	$F = x_1 + x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 7, \\ -x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_1 + x_2 \leq 6; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
25	$F = -2x_1 + x_2 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ 3x_1 + x_2 \geq 3; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	26	$F = -2x_1 + x_2 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ -3x_1 + 2x_2 \geq 3; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

1	2	3	4
27	$F = -3x_1 + x_2 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ 3x_1 + x_2 \geq 15, ; \\ x_1 \leq 8 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	28	$F = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq -6, \\ x_1 + x_2 \geq 3; \end{cases}$ $0 \leq x_1 \leq 9,$ $0 \leq x_2 \leq 6$
29	$F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 + 5x_2 \geq 4; \end{cases}$ $0 \leq x_1 \leq 3,$ $0 \leq x_2 \leq 3$	30	$F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ x_1 - 2x_2 \geq -4, \\ x_1 + x_2 \geq 4; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
31	$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ 2x_1 + x_2 \geq 10, \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	32	$F = 2x_1 - 4x_2 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 8x_1 - 5x_2 \leq 16, \\ x_1 + 3x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + 7x_2 \leq 9, \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

9.3 Використання моделей лінійного програмування для рішення задач оптимізації методом симплекс-таблиць

9.3.1 Теоретичні відомості

Як відмічалось раніше, графічний метод для визначення оптимального плану задач лінійного програмування (ЗЛП) доцільно використовувати для задач з двома змінними. При більшій кількості змінних використовують модель загального методу розв'язування задач лінійного програмування – так званий **симплекс-метод**.

Основна ідея симплекс-методу полягає в переході від одного допустимого базисного рішення до іншого, так що значення цільової функції при цьому безперервно збільшуються (задача максимізації). В результаті оптимальне рішення знаходять за кінцеве число кроків. Рационалізація симплекс-методу як за формою представлення даних,

так і в способі організації обчислень привела до розробки табличного варіанту симплекс-методу, який назвали – **метод симплекс-таблиць**. Вказаний метод добре пристосований для програмування і рішення задач з використанням обчислювальної техніки.

У теорії лінійного програмування використовується наступна термінологія.

Будь-які m змінних, які входять в систему m лінійних рівнянь з n змінними ($m < n$) називаються **основними** (або **базисними**), якщо визначник матриці коефіцієнтів при них відмінний від нуля (в літературі такий визначник часто називають **базисним мінором матриці A**). Тоді інші $n - m$ змінних називаються **неосновними** (або **вільними**).

Базисним рішенням системи m лінійних рівнянь з n змінними називається рішення, в якому усі $n - m$ неосновних змінних дорівнюють нулю.

В задачах лінійного програмування особливий інтерес представляють допустимі базисні рішення, або, як їх ще називають, опорні плани. Число базисних рішень є кінцевим, оскільки воно дорівнює числу груп основних змінних, що не перевершує C_n^m . (Комбінаціями із n елементів по m називаються їх з'єднання, що розрізняються один від одного тільки самими елементами. Наприклад: комбінації з трьох елементів a, b, c по 2: ab, ac, bc . Число всіх поєднань із n різних елементів по m : $C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n - m)!}$).

Алгоритм рішення задачі лінійного програмування (задача максимізації) методом симплекс-таблиць складається з п'яти етапів і полягає в наступному:

1. Після введення додаткових змінних $x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m}$ систему обмежень і лінійну цільову функцію представимо як систему рівнянь у вигляді, який називається **розширеною системою**. При введенні додаткових змінних необхідно мати на увазі, що всі додаткові змінні повинні мати той же знак, що і вільні члени:

$$\left\{ \begin{array}{llllll} a_{11}x_1 & +a_{12}x_2 & +\dots & +a_{1n}x_n & +x_{n+1} & =b_1 \\ a_{21}x_1 & +a_{22}x_2 & +\dots & +a_{2n}x_n & +x_{n+2} & =b_2 \\ \dots & & & & & \\ a_{m1}x_1 & +a_{m2}x_2 & +\dots & +a_{mn}x_n & +x_{n+m} & =b_m \\ F - c_1x_1 & -c_2x_2 & -\dots & -c_nx_n & & =0 \end{array} \right. . \quad (9.13)$$

Перетворення обмежень нерівностей у рівняння виконується за допомогою додаткових змінних, які вводяться до лівої частини обмежень типу « \leq » зі знаком «+», а до обмежень типу « \geq » зі знаком «-». У цільовій функції задачі додаткові змінні мають коефіцієнт нуль [37, 38].

Після зведення задачі до канонічного вигляду її записують у векторній формі. За означенням опорного плану задачі лінійного програмування його утворюють m одиничних лінійно незалежних векторів, які становлять базис m - вимірного простору (де m – кількість обмежень у задачі лінійного програмування).

На цьому етапі розв'язування задачі можливі такі випадки:

- після запису задачі у векторній формі в системі обмежень є необхідна кількість одиничних векторів. Тоді початковий опорний план визначається безпосередньо без додаткових дій;

- у системі обмежень немає необхідної кількості одиничних незалежних векторів. Тоді для побудови першого опорного плану застосовують **метод штучного базису**. Ідея полягає в тому, що відсутні одиничні вектори можна створити, ввівши до відповідних обмежень деякі змінні з коефіцієнтом +1, які називають **штучними**. У цільову функцію ЗЛП додають штучні змінні з коефіцієнтом $+M$ (для задач на \min), або $-M$ (для задач на \max), де M – досить велике додатне число.

Визначені одиничні лінійно незалежні вектори утворюють базис, і змінні, що відповідають їм, називають **базисними**, а всі інші змінні – **вільними**. Їх прирівнюють до нуля, та з кожного обмеження задачі визначають значення базисних змінних. У такий спосіб отримують початковий опорний план задачі лінійного програмування.

2. Початкову розширену систему заносять в першу симплексну таблицю. В першому лівому стовпці таблиці записуються основні змінні (їх імена), стовпець носить назву «Базис». В другому стовпці – вільні члени розширеної системи b_1, b_2, \dots, b_m , стовпець носить назву "Вільні члени". Далі будуються стовпчики, кількість яких відповідає кількості змінних задачі. Кожен стовпчик має ім'я своєї змінної, всі ці стовпчики мають один заголовок «Змінні», а в рядках записуються відповідні коефіцієнти цієї змінної, які пов'язані з нею в кожному обмеженні задачі лінійного програмування. Останній стовпець підготовлений для оціночних відносин, необхідних при розрахунку найбільшого можливого значення змінної. Він має умовну назву «Оціноч-

ні відношення». В робочу частину таблиці, починаючи з третього стовпця і другого рядка, заносять коефіцієнти a_{ij} при змінних з розширеної системи (див. табл. 9.3). Останній рядок таблиці в якому приведено рівняння для лінійної функції мети називається **оцінковим** рядком. В ньому вказуються коефіцієнти цільової функції з протилежним знаком $b_j = -c_j$. Якщо при рішенні задачі використовується метод штучного базису, тоді нижче оціночного рядка записується ще один рядок, в якому записують коефіцієнти M при штучних змінних, які введені в цільову функцію. Далі таблицю перераховують по визначеним правилам.

3. Перевіряється виконання критерію оптимальності, при рішенні задачі на максимум – наявність в останньому рядку від'ємних коефіцієнтів $c_j < 0$. Якщо таких немає, то рішення оптимальне, досягнуто $\max F = c_0$ (в лівому нижньому кутку таблиці), основні змінні приймають значення b_{i0} (другий стовпець); не основні змінні дорівнюють 0, тобто одержано оптимальне базисне рішення.

Таблиця 9.3

Перша симплекс-таблиця. Структура побудови

Базис	Вільні члени	Змінні										Оціночні відношення
		x_1	x_2	x_3	...	x_j	...	x_s	...	x_{n-1}	x_n	
x_1	b_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1j}	...	a_{1s}	...	a_{1n-1}	a_{1n}	b_{10}/a_{1s}
x_2	b_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2j}	...	a_{2s}	...	a_{2n-1}	a_{2n}	b_{20}/a_{2s}
...
x_i	b_{i0}	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	...	a_{ij}	...	a_{is}	...	a_{in-1}	a_{in}	b_{i0}/a_{is}
...
x_q	b_{q0}	a_{q1}	a_{q2}	a_{q3}	...	a_{qj}	...	a_{qs}	...	a_{qn-1}	a_{qn}	b_{q0}/a_{qs}
...
x_m	b_{m0}	a_{m1}	a_{m2}	a_{m3}	...	a_{mj}	...	a_{ms}	...	a_{mn-1}	a_{mn}	b_{m0}/a_{ms}
F	c_0	$-c_1$	$-c_2$	$-c_3$...	$-c_j$...	$-c_s$...	$-c_{n-1}$	$-c_n$	

Оцінковий рядок

Розв'язувальний елемент

Напрямний стовпець

Напрямний рядок

4. Якщо критерій оптимальності невиконаний, то найбільший по модулю від'ємний коефіцієнт $c_j < 0$ в останньому рядку визначає **напрямний стовпець** s (табл. 9.3). **Напрямний стовпець вказує яку змінну необхідно ввести в базис (ім'я стовпця).**

Складаємо оціночні відношення для кожного елемента прямого стовпця в рядках (це відношення елементів стовпця «вільні члени» до елементів «прямого стовпця» по рядкам – дивись табл. 9.3). Відношення будуть мати наступні значення:

- а) ∞ , якщо b_{i0} та a_{is} мають різні знаки;
- б) ∞ , якщо $b_{i0} = 0$ та $a_{is} < 0$;
- в) ∞ , якщо $a_{is} = 0$;
- г) 0 , якщо $b_{i0} = 0$ та $a_{is} > 0$;
- д) $\left| \frac{b_{i0}}{a_{is}} \right|$, якщо b_{i0} та a_{is} мають однакові знаки.

Розрахувавши всі оціночні відношення для елементів прямого стовпця. Визначаємо $\min_i \left\{ \left| \frac{b_{i0}}{a_{is}} \right| \right\}$ (мінімальний елемент по абсолютному значенню) у стовпці оціночні відношення. Якщо кінцевого мінімуму немає, то задача не має кінцевого оптимуму ($F_{\max} = \infty$). Якщо мінімум кінцевий, то вибираємо рядок q , на якому він досягається (будь-який, якщо їх декілька), і називаємо його **напрямним рядком**. **Напрямний рядок вказує, яку змінну необхідно вивести з базису.** На перетині напрямних рядка і стовпця знаходиться **розв'язувальний елемент** a_{qs} (в табл. 9.3 виділений).

5. **Переходимо до розрахунку нової симплексної-таблиці**, використовуючи розв'язувальний елемент a_{qs} , дані попередньої таблиці та метод Гауса – Жордана за правилами:

5.1. У новій таблиці спочатку заповнюють перший стовпчик – новий **базис**: замість основної змінної x_q записуємо змінну x_s .

5.2. Напрямний рядок необхідно поділити на розв'язувальний елемент a_{qs} і здобуті числа записати у відповідний рядок (в нашому випадку q) нової симплексної таблиці.

5.3. Напрямний стовпчик у новій таблиці записують як одиничний (всі нулі, одна одиниця) – з одиницею замість розв'язувального елемента.

5.4. Аналізуємо елементи в напрямному рядку і стовпчику.

Якщо в напрямному рядку є нульовий елемент, то відповідний стовпчик переписують у нову симплекс-таблицю без змін.

Якщо в напрямному стовпчику є нульовий елемент, то відповідний рядок переписують у нову симплекс-таблицю без змін.

5.5. Усі інші елементи для нової (наступної таблиці) a'_{ij} обчислюються за **правилом прямокутника**. Прямокутник визначається двома основними вершинами. Перша вершина – це будь – який елемент, який необхідно обчислити для нової таблиці, друга вершина – розв'язувальний елемент a_{qs} . Два інших елемента обираються так, щоб вони утворили вершини прямокутника з уже вибраними (див. рис. 9.11.). Це умовний прямокутник який допомагає визначати, які елементи необхідно використати для обчислень нового елемента.

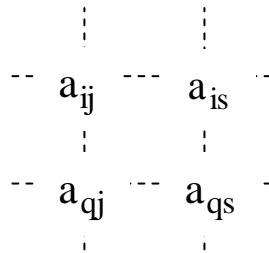


Рис. 9.11. Елементи матриці, які утворюють вершини прямокутника

Нове значення елемента розраховується так: від старого значення елемента віднімається добуток елементів, розташованих на протилежних вершинах прямокутника, розділений на розв'язувальний елемент. Це відображено у формулі (9.14).

$$a'_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{is} \cdot a_{qj}}{a_{qs}},$$

$$b'_i = b_i - \frac{a_{is} \cdot b_q}{a_{qs}},$$
(9.14)

де a'_{ij} – нове значення елемента, яке буде вставлене в нову таблицю; a_{ij} – старе значення елемента, яке використовується для обчислення нового значення; a_{qs} – розв'язуючий елемент; a_{is} , a_{qj} – елементи, які утворюють прямокутник і які використовуються для розрахунку нового значення елемента.

Аналогічно розраховуються усі елементи нової симплекс-таблиці, у тому числі стовпець вільних членів та елементи оцінкового рядка.

Після закінчення розрахунку нової симплекс-таблиці переходимо до пункту 3 алгоритму.

У разі застосування симплекс-методу для розв'язування задач лінійного програмування можливі такі випадки.

1. В оцінковому рядку останньої симплекс-таблиці оцінка коефіцієнта при вільній (небазисній) змінній дорівнює 0, це означає, що задача лінійного програмування має альтернативний оптимальний план. Отримати його можна, вибравши розв'язувальний елемент у зазначеному стовпчику таблиці та здійснивши один крок симплекс-методом.

2. Якщо при переході у симплекс-методі від одного опорного плану до іншого при визначенні оціночних відношень немає додатних елементів, тобто неможливо вибрати змінну, яка має бути виведена з базису, то це означає, що цільова функція ЗЛП є необмеженою й оптимальних планів не існує.

3. Якщо для опорного плану ЗЛП всі оцінки у оцінковому рядку задовольняють умову оптимальності, але при цьому хоча б одна штучна змінна є базисною і має додатне значення, то це означає, що система обмежень задачі несумісна і оптимальних планів такої задачі не існує.

9.3.2 Приклади розв'язування задач симплекс-методом

Розв'язування задач симплекс-методом розглянемо на прикладах моделювання прийняття оптимальних рішень при управлінні виробництвом.

Задача 1. Асфальтобетонний завод (АБЗ) володіє деякими ресурсами для виготовлення асфальтобетонів типів А, Б, та В. Необхідно скласти план виробництва асфальтобетонів з найбільшим значенням прибутку та найкращим використанням ресурсів. В табл. 9.4 приведені норми ресурсів (щебінь, пісок, мінеральний порошок, бітум) для виробництва трьох типів асфальтобетонів А, Б, та В. В цій же таблиці показаний прибуток від виробництва та реалізації кожного типу асфальтобетону.

Таблиця 9.4

Норми розходу ресурсів для виробництва асфальтобетонів

№ п/п	Ресурси	Норми розходу, тон			Запаси, тон
		А	Б	В	
1	Щебінь	0,50	0,40	0,30	6000,00
2	Пісок	0,35	0,45	0,58	5900,00
3	Мінеральний порошок	0,15	0,10	0,08	1650,00
4	Бітум	0,06	0,08	0,10	1100,00
Прибуток (грн./т)		83,10	62,00	53,00	

Для побудови моделі лінійного програмування прийmemo за x_1 кількість асфальтобетону типу А, x_2 – кількість асфальтобетону типу Б, x_3 – кількість асфальтобетону типу В, яку необхідно запланувати для виробництва, щоб отримати максимальний прибуток.

Тоді умовами задачі будуть обмеження ресурсів, які є в розпорядженні заводу для виробництва продукції вказаних типів:

$$\begin{cases} 0,50 x_1 + 0,40 x_2 + 0,30 x_3 \leq 6000 \\ 0,35 x_1 + 0,45 x_2 + 0,58 x_3 \leq 5900 \\ 0,15 x_1 + 0,10 x_2 + 0,08 x_3 \leq 1650 \\ 0,06 x_1 + 0,08 x_2 + 0,10 x_3 \leq 1100 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1, 3}. \end{cases}$$

Цільова функція задачі визначається як загальний максимальний прибуток від реалізації асфальтобетонів А, Б, В і може бути записана:

$$Z = 83,10 x_1 + 62,00 x_2 + 53,00 x_3 \rightarrow \max.$$

Рішення. Розв'яжемо задачу симплекс-методом у відповідності з розглянутим алгоритмом.

1. Запишемо систему обмежень у вигляді розширеної системи рівнянь (канонічній формі запису) увівши до лівої частини обмежень додаткові змінні x_4, x_5, x_6, x_7 – ці додаткові змінні за економічним змістом означають наявні, але не використані ресурси для виготовлення асфальтобетонів (залишки ресурсів після закінчення виробництва).

$$\begin{cases} 0,50 x_1 + 0,40x_2 + 0,30x_3 + x_4 = 6000 \\ 0,35 x_1 + 0,45x_2 + 0,58x_3 + x_5 = 5900 \\ 0,15 x_1 + 0,10x_2 + 0,08x_3 + x_6 = 1650 \\ 0,06 x_1 + 0,08x_2 + 0,10x_3 + x_7 = 1100 \end{cases},$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1,7}.$$

У цільовій функції Z додаткові змінні мають коефіцієнти, які дорівнюють нулю:

$$Z = 83,1 \cdot x_1 + 62,0 \cdot x_2 + 53,0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 + 0 \cdot x_7 \rightarrow \max$$

Канонічну систему обмежень задачі запишемо у векторній формі:

$$x_1 \cdot \vec{A}_1 + x_2 \cdot \vec{A}_2 + x_3 \cdot \vec{A}_3 + x_4 \cdot \vec{A}_4 + x_5 \cdot \vec{A}_5 + x_6 \cdot \vec{A}_6 + x_7 \cdot \vec{A}_7 = \vec{A}_0,$$

$$\text{де } \vec{A}_1 = \begin{pmatrix} 0,50 \\ 0,35 \\ 0,15 \\ 0,06 \end{pmatrix}, \vec{A}_2 = \begin{pmatrix} 0,40 \\ 0,45 \\ 0,10 \\ 0,08 \end{pmatrix}, \vec{A}_3 = \begin{pmatrix} 0,30 \\ 0,58 \\ 0,08 \\ 0,10 \end{pmatrix}, \vec{A}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{A}_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\vec{A}_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{A}_7 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{A}_0 = \begin{pmatrix} 6000 \\ 5900 \\ 1650 \\ 1100 \end{pmatrix}.$$

Оскільки вектори $\vec{A}_4, \vec{A}_5, \vec{A}_6, \vec{A}_7$ одиничні та лінійно незалежні, саме з них складається початковий базис у зазначеній системі векторів. Змінні задачі x_4, x_5, x_6, x_7 , які відповідають одиничним базисним векторам, називають **базисними**, а решту **вільними змінними** задачі лінійного програмування. Прирівнюючи вільні змінні до нуля з кожного обмеження задачі отримаємо рівняння:

$$\begin{cases} 0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 + 0 \cdot x_7 = 6000 \\ 0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 1 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 + 0 \cdot x_7 = 5900 \\ 0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 1 \cdot x_6 + 0 \cdot x_7 = 1650 \\ 0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 + 1 \cdot x_7 = 1100 \end{cases}.$$

Звідси значення базисних змінних:

$$x_4 = 6000, x_5 = 5900, x_6 = 1650, x_7 = 1100,$$

Оскільки додатні коефіцієнти змінних x_4, x_5, x_6, x_7 відповідають лінійно незалежним векторам, то за означенням

$$x_0 = (0; 0; 0; 6000; 5900; 1650; 1100)$$

є опорним планом задачі і для цього початкового плану цільова функція буде дорівнювати:

$$Z_0 = 83,1 \cdot 0 + 62,0 \cdot 0 + 53,0 \cdot 0 + 0 \cdot 6000 + 0 \cdot 5900 + 0 \cdot 1650 + 0 \cdot 1100 = 0$$

2. Заповнимо першу симплекс-таблицю згідно розробленої моделі для першого опорного плану задачі. В стовбець «Базис» запишемо базисні змінні в тому порядку, в якому у нас записані рівняння розширеної форми. У стовпці «Вільні члени» запишемо їх значення по рядкам. Далі записуємо коефіцієнти при кожній змінній у відповідних рівняннях обмежень. В останньому рядку записуємо значення цільової функції у першому опорному плані (цільова функція дорівнює 0) та значення коефіцієнтів при змінних зі зворотнім знаком у цільовій функції.

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Оціночні відношення
x_4	6000,00	0,50	0,40	0,30	1	0	0	0	
x_5	5900,00	0,35	0,45	0,58	0	1	0	0	
x_6	1650,00	0,15	0,10	0,08	0	0	1	0	
x_7	1100,00	0,06	0,08	0,10	0	0	0	1	
F	0,00	-83,10	-62,00	-53,00	0	0	0	0	

3. Перевіряється виконання критерію оптимальності. Якщо всі елементи оцінкового рядка більше або дорівнюють 0, то план оптимальний і значення базисних змінних дорівнюють значенням вільних членів: $x_4 = 6000,00$, $x_5 = 5900,00$ і т.д. В нашому випадку критерій оптимальності не виконується: у оцінковому рядку є від'ємні елементи. Опорний план не оптимальний і його можна поліпшити. За алгоритмом симплекс-методу необхідно перейти до нового опорного плану задачі.

4. Перехід від одного опорного плану до іншого виконують змінною базису, тобто за рахунок виключення з поточного базису якоїсь змінної та включення замість неї нової з числа вільних змінних. Аналізуємо значення елементів оцінкового рядка. Вибираємо максимальний по модулю від'ємний елемент і визначаємо стовпець, в якому знаходиться цей елемент як напрямний стовпець, відмічаємо його стрілкою. Він вказує, яку змінну необхідно ввести в базис. У нашому випадку це змінна x_1 .

Для визначення напрямного рядка, розраховуємо оціночні відношення – по рядках виконуємо ділення вільних членів на коефіцієнти при змінних напрямного стовпчика, наприклад, $6000/0,5 = 12000$; $5900/0,35 = 16857,142$; $1650/0,15 = 11000$; $1100/0,06 = 18333,333$. Вибираємо найменше додатне значення $\min(12000; 16857,142; 11000; 18333,333) = 11000$. Рядок, в якому знаходиться це значення, буде напрямним рядком. Відмічаємо цей рядок стрілочкою. Він вказує яку змінну необхідно вивести з базису. У нашому випадку це змінна x_6 .

На перетині напрямного стовпця і напрямного рядка знаходимо і відмічаємо розв'язувальний елемент.

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Оціночні відношення
x_4	6000,00	0,50	0,40	0,30	1	0	0	0	12000,000
x_5	5900,00	0,35	0,45	0,58	0	1	0	0	16857,142
x_6	1650,00	0,15	0,10	0,08	0	0	1	0	11000,000
x_7	1100,00	0,06	0,08	0,10	0	0	0	1	18333,333
F	0,00	-83,10	-62,00	-53,00	0	0	0	0	



5. Переходимо до розрахунку нової симплексної таблиці.

5.1. У новій таблиці спочатку заповнюють перший стовпчик – новий базис: замість основної змінної x_6 записуємо змінну x_1 .

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Оціночні відношення
x_4									
x_5									
x_1									
x_7									
F									

5.2. Потім заповнюють рядок нової (введеної) змінної. Для заповнення рядка в новій таблиці необхідно елементи напрямного рядка поділити на розв'язувальний елемент, який дорівнює 0,15, і здобуті числа записати у відповідний рядок (в нашому випадку x_1) нової симплексної таблиці.

5.3. Розв'язувальний стовпчик у новій таблиці записують як одиничний (всі нулі, одна одиниця) з одиницею замість розв'язувального елемента.

Перший результат заповнення симплекс-таблиці має такий вигляд:

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Оціночні відношення
x_4		0							
x_5		0							
x_1	11000,00	1	0,66	0,53	0	0	6,66	0	
x_7		0							
F		0							

5.4. Аналізуємо елементи в напрямному рядку і напрямному стовпчику.

Якщо в напрямному рядку є нульовий елемент, то відповідний стовпчик переписують у нову симплекс-таблицю без змін.

Якщо в напрямному стовпчику є нульовий елемент, то відповідний рядок переписують у нову симплекс-таблицю без змін.

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Оціночні відношення
x_4		0			1	0		0	
x_5		0			0	1		0	
x_1	11000,00	1	0,667	0,533	0	0	6,667	0	
x_7		0			0	0		1	
F		0			0	0		0	

5.5. Усі інші елементи для нової (наступної таблиці) a'_{ij} обчислюються за **правилом прямокутника**. Прямокутник визначається двома основними вершинами. Перша вершина – целюбий елемент, який необхідно обчислити заново, друга вершина – розв'язувальний

елемент (у нашому випадку 0,15). Два інших елемента обираються так, щоб вони утворили вершини прямокутника з уже вибраними. Розглянемо на прикладі розрахунку другої симплекс-таблиці.

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Оціночні відношення
x_4	$6000-(1650 \times 0,5)/0,15=500,00$	0	$0,4-(0,10 \times 0,5)/0,15=0,067$	$0,3-(0,08 \times 0,5)/0,15=0,033$	1	0	$0-(1 \times 0,5)/0,15=-3,330$	0	
x_5	$5900-(1650 \times 0,35)/0,15=2050,00$	0	$0,45-(0,10 \times 0,35)/0,15=0,217$	$0,58-(0,08 \times 0,35)/0,15=0,393$	0	1	$0-(1 \times 0,35)/0,15=-2,330$	0	
x_1	11000,00	1	0,667	0,533	0	0	6,667	0	
x_7	$1100-(1650 \times 0,06)/0,15=440,00$	0	$0,08-(0,10 \times 0,06)/0,15=0,040$	$0,1-(0,06 \times 0,08)/0,15=0,068$	0	0	$0-(1 \times 0,06)/0,15=-0,400$	1	
F	$0-(1650 \times (-83,10))/0,15=914100,00$	0	$-62-(0,10 \times (-83,10))/0,15=-6,600$	$-53-(0,08 \times (-83,10))/0,15=-8,680$	0	0	$0-(1 \times (-83,10))/0,15=554,000$	0	

Таким чином отримаємо наступну таблицю:

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Оціночні відношення
x_4	500,00	0	0,067	0,033	1	0	-3,330	0	
x_5	2050,00	0	0,217	0,393	0	1	-2,330	0	
x_1	11000,00	1	0,667	0,533	0	0	6,667	0	
x_7	440,00	0	0,040	0,068	0	0	-0,400	1	
F	914100,00	0	-6,600	-8,680	0	0	554,000	0	

Переходимо до виконання пункту 3 алгоритму рішення задачі лінійного програмування.

Знову перевіряємо виконання критерію оптимальності – аналізуємо рядок цільової функції (оцінковий рядок). Критерій оптимальності у нас не виконується. Переходимо до пункту 4 алгоритму рішення задачі лінійного програмування.

4. Виконуємо перехід від одного опорного плану до іншого зміною базису, тобто за рахунок виключення з поточного базису якоїсь змінної та включення замість неї нової. Аналізуємо оцінковий рядок цільової функції. Вибираємо максимальний по модулю від'ємний елемент і визначаємо його як напрямний стовпець (відмічений стрілкою). Він вказує, яку змінну необхідно ввести в ба-

зис, у нашому випадку це змінна x_3 . Розраховуємо оціночні відношення, отримуємо напрямний рядок (відмічений стрілкою). Він вказує, який елемент необхідно вивести з базису – це x_5 . Відмічаємо розв’язувальний елемент.

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Оціночні відношення
x_4	500,0	0	0,07	0,03	1	0	-3,33	0	1500,00
x_5	2050,0	0	0,22	0,39	0	1	2,33	0	5211,86
x_1	11000,0	1	0,66	0,53	0	0	6,66	0	20625,00
x_7	440,0	0	0,04	0,07	0	0	-0,40	1	6470,59
F	914100,0	0	-6,60	-8,68	0	0	554,00	0	

Виконуємо послідовність дій пункту 5 алгоритму рішення задачі лінійного програмування по розрахунку нової симплекс-таблиці. Отримуємо нову симплекс-таблицю.

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Оціночні відношення
x_4	326,27	0	0,05	0	1	-0,08	-3,14	0	6754,39
x_3	5211,86	0	0,55	1	0	2,54	-5,93	0	9461,54
x_1	8220,34	1	0,37	0	0	-1,36	9,83	0	22045,45
x_7	85,59	0	0,00	0	0	-0,17	0,00	1	33666,67
F	959338,98	0	-1,82	0	0	22,07	502,51	0	

Переходимо до пункту 3. Нова симплекс-таблиця теж є неоптимальною, так як в оцінковому рядку є від’ємне число. Використовуючи процедуру симплекс-методу, визначаємо третій опорний план задачі, який наведено у вигляді симплекс-таблиці:

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Оціночні відношення
x_2	6754,39	0	1	0	20,70	-1,75	-64,91	0	
x_3	1491,23	0	0	1	-11,40	3,51	29,82	0	
x_1	5701,75	1	0	0	-7,72	-0,70	34,04	0	
x_7	68,42	0	0	0	-0,05	-0,17	0,17	1	
F	971622,81	0	0	0	37,65	18,88	384,46	0	

В оцінковому рядку третьої симплекс-таблиці немає від'ємних чисел, тобто всі $c_j \geq 0$ і задовольняють умову оптимальності. Це означає, що знайдено оптимальний план задачі:

$$X^* = (x_1=5701,75; x_2=6754,39; x_3=1491,23; x_4=0; \\ x_5=0; x_6=0; x_7=68,42)$$

або

$$X^* = (5701,75; 6754,39; 1491,23; 0; 0; 0; 68,42);$$

$$\max Z = 83,1 \cdot 5701,75 + 62,0 \cdot 6754,39 + 53,0 \cdot 1491,23 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 + 0 \cdot 68,42 = \\ = 971622,81 \text{ грн.}$$

Отже план виробництва продукції передбачає випуск асфальто-бетону типу А – 5701,75 т, типу Б – 6754,39 т та типу В – 1491,23 т. Залишок ресурсів: всі ресурси використані повністю за виключенням бітуму – залишок 68,42 т. Прибуток, який повинен отримати асфальтобетонний завод складає 971 622,81 грн.

9.3.3 Використання електронних таблиць для рішення ЗЛП симплекс-методом

Рішення задач симплекс-методом дуже зручно виконувати використовуючи табличний процесор *Excel*. При цьому можна змінюючи вхідні дані отримувати різні варіанти рішення задачі. Методику використання табличного процесора *Excel* для рішення ЗЛП розглянемо на прикладі рішення абстрактної задачі:

Функція мети прагне до мінімуму:

$$Z = 3x_1 - 2x_2 - x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 \leq 6 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1, 3}. \end{cases}$$

Для рішення задачі будемо використовувати алгоритм рішення задачі на максимум, а систему нерівностей запишемо у канонічній формі:

$$Z = -3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 6 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 4 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, 4}.$$

Тепер ми маємо два одиничних вектори x_4, x_5 , та цільову функцію, яка прагне до максимуму. Побудуємо по цим даним симплекс-таблицю в *Excel*.

J14		f _x						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Вільні	Змінні					Оціночні
2	Базис	члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	відношення
3	x_4	6	1	3	-3	1	0	
4	x_5	4	-2	1	1	0	1	
5	Z	0	3	-2	-1	0	0	

Далі діємо згідно алгоритму:

1. Аналізуємо значення елементів оцінкового рядка. Вони не задовольняють вимогам оптимальності. Вибираємо мінімальний від'ємний елемент і відмічаємо цей стовпець, як напрямний. Розраховуємо оціночні відношення, записавши в комірку **H3** формулу **=B3/D3** та в комірку **H4** формулу **=B4/D4**.

D5		f _x -2						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Вільні	Змінні					Оціночні
2	Базис	члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	відношення
3	x_4	6	1	3	-3	1	0	
4	x_5	4	-2	1	1	0	1	
5		0	3	-2	-1	0	0	

В результаті знайшли напрямний рядок та розв'язувальний елемент.

D3		fx		3				
	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Вільні	Змінні					Оціночні
2	Базис	члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	відношення
3	x_4	6	1	3	-3	1	0	2 ←
4	x_5	4	-2	1	1	0	1	4
5		0	3	↑ -2	-1	0	0	

2. Тепер необхідно виконати розрахунок елементів нової таблиці. Для цього достатньо скопіювати стару таблицю і видалити з неї усі числові дані, а назви рядків і стовпців залишити. Тобто структура таблиці залишається без зміни на увесь час обчислень. Видаляємо з базиса змінну x_4 , а в базис вводимо змінну x_2 .

3. Перераховуємо напрямний рядок (по алгоритму всі елементи рядка діляться на розв'язувальний елемент), використовуючи формулу **=B3/\$D\$3** (формулу записати в комірку **B9**), копіюємо дану формулу в діапазон комірок **C9:G9**, отримаємо:

G9		fx		=G3/\$D\$3				
	A	B	C	D	E	F	G	H
7		Вільні	Змінні					Оціночні
8	Базис	члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	відношення
9	x_2	2	0,3333	1	-1	0,3333	0	
10	x_5							
11								

4. Розраховуємо всі інші елементи нової таблиці використовуючи правило прямокутника та враховуючи ту особливість, що рядок і стовпець, з яких беруть елементи при побудові любого прямокутника і для любого елемента, не змінюються (їх імена необхідно записувати як абсолютні адреси або всієї комірки, або рядка, або стовпця). Розглянемо приклад запису формул в *Excel* для розрахунку елементів рядка базисного елемента x_5 та оцінкового рядка. В комірку **B10** запишемо формулу **=B4-(B\$3*\$D4)/\$D\$3**. Копіюючи дану формулу у діапазон комірок **B10:G11**, отримаємо повний розрахунок другої таблиці:

G11		fx =G5-(G\$3*\$D\$5)/\$D\$3						
	A	B	C	D	E	F	G	H
7		Вільні	Змінні					Оціночні відношення
8	Базис	члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
9	x_2	2	0,3333	1	-1	0,3333	0	
10	x_5	2	-2,333	0	2	-0,333	1	
11		4	3,6667	0	-3	0,6667	0	

5. Аналізуємо значення елементів оцінкового рядка. Вони не задовольняють вимогам оптимальності. Вибираємо мінімальний від'ємний елемент і відмічаємо цей стовпець, як напрямний (стовпець x_3).

Розраховуємо згідно правил оціночні відношення: записуємо в комірку **H9** символ безконечності (∞) та в комірку **H10** формулу **=B10/E10**. Знаходимо напрямний рядок (мінімальний елемент по абсолютному значенню в стовпці «Оціночні відношення») та розв'язуючий елемент – комірка **E10**:

G11		fx =G5-(G\$3*\$D\$5)/\$D\$3						
	A	B	C	D	E	F	G	H
7		Вільні	Змінні					Оціночні відношення
8	Базис	члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
9	x_2	2	0,3333	1	-1	0,3333	0	∞
10	x_5	2	-2,333	0	2	-0,333	1	1 ←
11		4	3,6667	0	↑ -3	0,6667	0	

6. Виконаємо розрахунок елементів нової таблиці. Видаляємо з базиса змінну x_5 , а в базис вводимо змінну x_3 .

7. Перераховуємо напрямний рядок, розділивши всі елементи рядка на розв'язуючий елемент. В комірку **B16** запишемо формулу **=B10/\$E\$10** та скопіювати її в діапазон комірок **C16:G16**. В результаті отримаємо таблицю:

G16		fx =G10/\$E\$10						
	A	B	C	D	E	F	G	H
13		Вільні	Змінні					Оціночні відношення
14	Базис	члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
15	x_2							
16	x_3	1	-1,167	0	1	-0,167	0,5	
17								

8. Розраховуємо всі інші елементи нової таблиці використовуючи правило прямокутника. Для рядка базисної змінної x_2 запишемо формулу для розрахунку елемента комірки **B15**: **=B9-(B\$10*\$E9)/\$E\$10**, скопіюємо її в діапазон комірок **C15:G15**, отримаємо розрахунок. Скопіюємо формулу з комірки **B15** в комірку **B17**, а з неї в діапазон комірок **C17:G17**. Отримаємо розрахунок нової таблиці:

G17		fx		=G11-(G\$10*\$E11)/\$E\$10				
	A	B	C	D	E	F	G	H
13		Вільні	Змінні					Оціночні
14	Базис	члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	відношення
15	x_2	3	-0,833	1	0	0,1667	0,5	
16	x_3	1	-1,167	0	1	-0,167	0,5	
17		7	0,1667	0	0	0,1667	1,5	

В оцінковому рядку третьої симплексної таблиці немає від'ємних чисел, а значить він задовольняє умову оптимальності. Це означає, що знайдений оптимальний план задачі:

$$X^* = (0; 3; 1; 0; 0),$$

$$\min Z_0 = 3 \cdot 0 - 2 \cdot 3 - 1 \cdot 1 = -7.$$

Отже поставлена задача вирішена. Як бачимо, використання табличного процесора *Excel* є простим, зручним і наочним засобом рішення ЗЛП методом симплекс-таблиць.

9.3.4 Приклади вирішення ЗЛП методом симплекс-таблиць з використання штучних змінних

Задача 1. Організація виготовляє щебінь фракції 5 – 10 мм, назвемо його продукція А, щебінь фракції 10 – 20 мм, назвемо його продукція Б та щебінь фракції 20 – 40 мм, назвемо його продукція В. Обробка щебеню виконується на двох дробилках послідовно. Тобто обробка щебеню проходить у дві стадії. Тривалість обробки однієї партії продукції кожного виду задано в табл. 9.5 (партія продукції складає 10 т).

Таблиця 9.5

Тривалість обробки різних видів продукції на дробильних установках

Дробильні установки	Тривалість обробки партії продукції, годин		
	А	Б	В
1	2	2,5	3
2	2,5	1	0,5

Час використання дробилок обмежений: першої дробилки не більше ніж 450 машино-годин, для другої не більше ніж 380 машино-годин.

Прибуток, який отримує організація від реалізації кожного виду щебеню складає: від реалізації щебеню фракції А – 100 грн. за партію; фракції Б – 80 грн. за партію; фракції В – 60 грн. за партію. Необхідно визначити максимальний прибуток організації від реалізації щебеню.

Побудова математичної моделі. Нехай x_j кількість виробництва партій продукції j -го виду, де j – може набувати значення від 1 до 3.

Умовами задачі будуть обмеження часу використання дробилок для виробництва щебеню трьох видів:

для дробилки 1: $2x_1 + 2,5x_2 + 3x_3 \leq 450$

для дробилки 2: $2,5x_1 + 1x_2 + 0,5x_3 \leq 380$.

Цільова функція задачі визначається як максимізація прибутку від реалізації щебеню:

$$Z = 100x_1 + 80x_2 + 70x_3 \rightarrow \max.$$

Отже математична модель поставленої задачі має такий вигляд:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2,5x_2 + 3x_3 \leq 450 \\ 2,5x_1 + 1x_2 + 0,5x_3 \leq 380 \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

Розв'язування. Розв'яжемо задачу симплекс-методом у відповідності з розглянутим алгоритмом.

1. Запишемо систему обмежень задачі в канонічній формі. Для цього перейдемо від обмежень – нерівностей до строгих рівнянь, увівши до лівої частини обмежень додаткові змінні x_4 , та x_5 :

$$\begin{cases} 2x_1 + 2,5x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 450 \\ 2,5x_1 + 1x_2 + 0,5x_3 + x_5 \leq 380 \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

Ці додаткові змінні за економічним змістом означають можливий, але не використаний для виробництва продукції час роботи дробилок 1 та 2. У цільовій функції Z додаткові змінні мають коефіцієнти, які дорівнюють нулю:

$$\max(100 \cdot x_1 + 80 \cdot x_2 + 70 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5).$$

Канонічну систему обмежень задачі запишемо у векторній формі

$$x_1 \cdot \vec{A}_1 + x_2 \cdot \vec{A}_2 + x_3 \cdot \vec{A}_3 + x_4 \cdot \vec{A}_4 + x_5 \cdot \vec{A}_5 = \vec{A}_0,$$

$$\text{де } \vec{A}_1 = \begin{pmatrix} 2,0 \\ 2,5 \end{pmatrix}, \vec{A}_2 = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 1,0 \end{pmatrix}, \vec{A}_3 = \begin{pmatrix} 3,0 \\ 0,5 \end{pmatrix}, \vec{A}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{A}_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Оскільки додатні коефіцієнти x_4 та x_5 відповідають лінійно незалежним векторам, то за означенням

$$x_0 = (0; 0; 0; 450; 380)$$

є опорним планом задачі і для цього початкового плану цільова функція буде дорівнювати:

$$Z_0 = 100 \cdot 0 + 80 \cdot 0 + 70 \cdot 0 + 0 \cdot 450 + 0 \cdot 380 = 0.$$

2. Складемо симплексну таблицю для першого опорного плану задачі:

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Оціночні відношення
x_4	450	2,0	2,5	3,0	1	0	
x_5	380	2,5	1,0	0,5	0	1	
Z	0	-100,0	-80,0	-70,0			

Елементи останнього рядка симплекс-таблиці є оцінковим рядком, за допомогою якого опорний план перевіряється на оптимальність. В даному випадку опорний план не оптимальний, він містить від'ємні елементи. Відмічаємо напрямний стовпець, розраховуємо оціночні відношення, вибираємо і відмічаємо напрямний рядок та виділяємо розв'язувальний елемент:

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Оціночні відношення
x_4	450	2,0	2,5	3,0	1	0	225,00
x_5	380	2,5	1,0	0,5	0	1	152,00
Z	0	-100,0	-80,0	-70,0			

Будуємо і розраховуємо нову симплекс-таблицю. Перш за все в новій симплекс-таблиці з базису видаляємо змінну x_5 , а вводимо нову змінну x_1 . Порядок розрахунку інших елементів для нової таблиці розглянуто вище. В результаті отримаємо:

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Оціночні відношення
x_4	146	0,0	1,7	2,6	1,0	-0,8	56,2
x_1	152	1,0	0,4	0,2	0,0	0,4	760,0
Z	15200	0,0	-40,0	-50,0	0,0	40,0	

В другій таблиці опорний план теж не оптимальний, він містить від'ємні елементи. Відмічаємо напрямний стовпець, розраховуємо оціночні відношення, вибираємо і відмічаємо напрямний рядок та виділяємо розв'язувальний елемент. Далі обчислюємо елементи нової таблиці у відповідності з алгоритмом. Отримуємо нову таблицю:

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Оціночні відношення
x_3	56	0,0	0,7	1,0	0,4	-0,3	85,9
x_1	140	1,0	0,3	0,0	-0,1	0,5	522,9
Z	18008	0,0	-7,3	0,0	19,2	24,6	

В третій таблиці опорний план теж не оптимальний. Виконуємо вищевказані дії і отримуємо четверту таблицю:

Базис	Вільні члени	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Оціночні відношення
x_2	86	0,0	1,0	1,5	0,6	-0,5	
x_1	118	1,0	0,0	-0,4	-0,2	0,6	
Z	18635	0,0	0,0	11,1	23,5	21,2	

В оцінковому рядку четвертої симплекс-таблиці немає від'ємних чисел. Всі елементи оцінкового рядка більше або дорів-

нують 0 і задовольняють умову оптимальності. Це означає, що знайдено оптимальний план задачі:

$$X^* = (x_1=118; x_2=86; x_3=0; x_4=0; x_5=0)$$

або

$$X^* = (118; 86; 0; 0; 0)$$

План виробництва продукції, що передбачає випуск 118 партій продукції А (1180 т) та 86 партій продукції Б (860 т), оптимальний і дає найбільший прибуток 18635 грн. При цьому час роботи дробилок використовується повністю $x_4 = x_5 = 0$.

Задача 2. Розглядається з метою ознайомлення з методом використання штучних змінних при рішенні задач симплекс-методом.

Умова задачі. Розв'язати задачу 2 із додатковою умовою: щєбінь фракції В має виготовлятися в кількості не менше 50 партій (500 т).

Розв'язування. Математичну модель сформульованої задачі запишемо так:

$$Z = 100x_1 + 80x_2 + 70x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2,5x_2 + 3x_3 \leq 450 \\ 2,5x_1 + 1x_2 + 0,5x_3 \leq 380 \\ x_3 \geq 50 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, 3}.$$

Застосовуємо для розв'язування поставленої задачі симплекс-метод. Записуємо спочатку систему обмежень у канонічній формі:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2,5x_2 + 3x_3 + x_4 = 450 \\ 2,5x_1 + 1x_2 + 0,5x_3 \quad + x_5 = 380 \\ x_3 \quad \quad \quad - x_6 = 50 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, 6}.$$

При цьому нерівність типу \geq перетворюємо у рівняння введенням у ліву частину обмеження додаткової змінної зі знаком "-".

Векторна форма запису буде мати вигляд:

$$x_1 \cdot \vec{A}_1 + x_2 \cdot \vec{A}_2 + x_3 \cdot \vec{A}_3 + x_4 \cdot \vec{A}_4 + x_5 \cdot \vec{A}_5 + x_6 \cdot \vec{A}_6 = \vec{A}_0$$

$$\text{де } \vec{A}_1 = \begin{pmatrix} 2,0 \\ 2,5 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{A}_2 = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{A}_3 = \begin{pmatrix} 3,0 \\ 0,5 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{A}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{A}_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{A}_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Серед записаних векторів є лише два одиничні: \vec{A}_4 та \vec{A}_5 , а базис у тривимірному просторі повинен складатись з трьох одиничних векторів. Ще один одиничний вектор можна створити, увівши в третє обмеження з коефіцієнтом +1 штучну змінну x_7 , якій відповідатиме

$$\text{одиничний вектор } \vec{A}_7 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Тепер розглянемо розширену задачу лінійного програмування:

$$\max(100 \cdot x_1 + 80 \cdot x_2 + 70 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 - M \cdot x_7)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2,5x_2 + 3x_3 + x_4 = 450 \\ 2,5x_1 + 1x_2 + 0,5x_3 + x_5 = 380 \\ x_3 - x_6 + x_7 = 50 \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, 7}. \end{cases}$$

На відміну від додаткових змінних штучна змінна x_7 має в цільовій функції Z коефіцієнт $+M$ (для задач на \min), або $-M$ (для задач на \max), де M – досить велике додатне число. У розширеній задачі базисними змінними є x_4, x_5, x_7 , а решта змінних вільні. Початковий опорний план задачі:

$$x_0 = (0; 0; 0; 450; 380; 0; 50).$$

Для цього початкового плану цільова функція буде дорівнювати:

$$Z_0 = 100 \cdot 0 + 80 \cdot 0 + 70 \cdot 0 + 0 \cdot 450 + 0 \cdot 380 + 0 \cdot 0 - M \cdot 50.$$

Заповнимо першу симплекс-таблицю задачі крім оцінкового рядка. У цій симплекс-таблиці додамо новий стовпець C_j . У ньому будемо записувати значення коефіцієнтів при базисних змінних у цільовій функції. Над рядком з іменами змінних розташуємо рядок зі

значеннями коефіцієнтів цільової функції початкового плану. Заповнена таблиця має вигляд:

Базис	C_j	Вільні члени	100	80	70	0	0	0	$-M$	Оціночні відношення
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_4	0	450	2	2,5	3	1	0	0	0	
x_5	0	380	2,5	1	0,5	0	1	0	0	
x_7	$-M$	50	0	0	1	0	0	-1	1	
$Z_j - C_j$										

Розрахуємо елементи оцінкового рядка:

$$Z_0 = \sum_{j=1}^3 C_j \cdot b_j = 0 \cdot 450 + 0 \cdot 380 + (-M \cdot 50) = 0 - 50 \cdot M ,$$

$$Z_1 = -c_1 + \sum_{j=1}^3 C_j \cdot a_{1j} = -100 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 2,5 + (-M \cdot 0) = -100 - 0 \cdot M ,$$

$$Z_2 = -c_2 + \sum_{j=1}^3 C_j \cdot a_{2j} = -80 + 0 \cdot 2,5 + 0 \cdot 1 + (-M \cdot 0) = -80 - 0 \cdot M ,$$

$$Z_3 = -c_3 + \sum_{j=1}^3 C_j \cdot a_{3j} = -70 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 0,5 + (-M \cdot 1) = -70 - 1 \cdot M$$

і т.д. Як видно, значення оцінок складаються з двох частин, одна з яких містить M , а інша просто число. Тому для зручності розбиваємо оцінковий рядок на два рядка. У перший оцінковий рядок записуємо просто число, а в другий число з коефіцієнтом M . Отримаємо наступну таблицю:

Базис	C_j	Вільні члени	100	80	70	0	0	0	$-M$	Оціночні відношення
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_4	0	450	2	2,5	3	1	0	0	0	
x_5	0	380	2,5	1	0,5	0	1	0	0	
x_7	$-M$	50	0	0	1	0	0	-1	1	
$Z_j - C_j$		0	-100	-80	-70	0	0	0	0	
		$-50M$	0	0	$-M$	0	0	M	0	

Оцінки першого опорного плану не задовольняють умовам оптимальності і тому він є неоптимальним. Відповідно алгоритму рішення задач лінійного програмування симплекс-методом виконуємо перехід до наступного опорного плану задачі згідно з прикладом рішення задачі 2. Подальше рішення задачі представлено у вигляді таблиці:

Базис	C_j	Вільні члени	100	80	70	0	0	0	$-M$	Оціночні відношення
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_4	0	450	2	2,5	3	1	0	0	0	$450/3=150$
x_5	0	380	2,5	1	0,5	0	1	0	0	$380/0,5=760$
x_7	$-M$	50	0	0	1	0	0	-1	1	$50 \leftarrow$
$Z_j - C_j$		0	-100	-80	-70	0	0	0	0	
		$-50M$	0	0	$\uparrow -M$	0	0	M	0	
Базис	C_j	Вільні члени	100	80	70	0	0	0	$-M$	Оціночні відношення
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_4	0	300	2	2,5	0	1	0	3	-3	$300/2=150$
x_5	0	355	2,5	1	0	0	1	0,5	-0,5	$355/2,5=142$
x_3	70	50	0	0	1	0	0	-1	1	∞
$Z_j - C_j$		3500	-100	-80	0	0	0	-70	70	
		0	$\uparrow 0$	0	0	0	0	0	M	
Базис	C_j	Вільні члени	100	80	70	0	0	0	$-M$	Оціночні відношення
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_4	0	16	0	1,7	0	1	-0,8	2,6	-2,6	$16/1,7=9,41$
x_1	100	142	1	0,4	0	0	0,4	0,2	-0,2	$142/0,4=355$
x_3	70	50	0	0	1	0	0	-1	1	∞
$Z_j - C_j$		17700	0	-40	0	0	40	-50	50	
		0	0	$\uparrow 0$	0	0	0	0	M	
Базис	C_j	Вільні члени	100	80	70	0	0	0	$-M$	Оціночні відношення
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_2	80	9,4	0	1	0	1	0	2	-2	
x_1	100	138,24	1	0	0	0	1	0	0	
x_3	70	50	0	0	1	0	0	-1	1	
$Z_j - C_j$		18076	0	0	0	24	21	11	-11	
		0	0	0	0	0	0	0	M	

В останньому оцінковому рядку таблиці всі елементи опорного плану відповідають вимогам оптимальності, опорний план є оптимальним планом задачі. Вектор рішення має вигляд:

$$X^* = (138,24; 9,4; 50; 0; 0; 0; 0; 0),$$

$$Z_0 = 100 \cdot 138,24 + 80 \cdot 9,4 + 70 \cdot 50 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 - M \cdot 0 = 18076.$$

Ми отримали, що, при заданих умовах, оптимальним є виробництво щебеню: фракції А – 138 партій, або 1380 т; фракції Б – 9 партій, або 90 т; та фракції В – 50 партій, або 500 т. В цьому випадку буде отримано найбільший прибуток, який складе 18076 грн.

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. В чому полягає основна ідея симплекс-методу?
2. Що називається базисним рішенням системи m лінійних рівнянь з n змінними?
3. З скількох етапів складається алгоритм рішення задачі лінійного програмування (задача максимізації) методом симплекс-таблиць?
4. Які дії необхідно виконати і коли, щоб представити систему обмежень як систему рівнянь у вигляді, який називається розширеною системою?
5. Яка кількість одиничних незалежних векторів повинна бути у розширеній системі рівнянь?
6. В якому випадку застосовують метод штучного базису?
7. Які змінні називаються базисними, а які вільними?
8. З яких елементів складається типова структура симплекс-таблиці?
9. Який рядок в симплекс-таблиці називається оцінковим рядком і що він визначає?
10. Як визначається напрямний стовпець, на що він вказує та для чого використовується?
11. Як визначається напрямний рядок і на що він вказує?
12. Як визначається розв'язувальний елемент і для чого він призначений?
13. В якій послідовності розраховується нова симплекс-таблиця?
14. В якому випадку закінчується виконання послідовності розрахунків симплекс-таблиць?

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ЗАСВОЄННЯ ЗНАНЬ

Завдання 1. Самостійно виконати розрахунок задачі лінійного програмування методом симплекс-таблиць з використанням табличного процесора *Excel*. Дані приведені у табл. 9.6.

Таблиця завдань – цільова функція, обмеження, граничні умови

Номер Вар.	Умова задачі	Номер Вар.	Умова задачі
1	2	3	4
1	$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ 2x_1 + x_2 \leq 16, \\ x_2 \leq 5, \\ 3x_1 \leq 21; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$	2	$F = 14x_1 - 10x_2 - 3x_3 + 9x_4 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 35, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 30, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 40; \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}.$
3	$F = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 \leq 4000, \\ x_2 \leq 6000, \\ x_1 + \frac{2}{3}x_2 \leq 6000; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$	4	$F = -30x_1 + 10x_2 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 \geq -2, \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 3; \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1, 3}.$
5	$F = -3x_1 - 4x_2 - 5x_3 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \geq -4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 6; \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1, 3}.$	6	$F = 5x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 5, \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 \geq -3; \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1, 3}.$
7	$F = -x_1 - x_2 + 3x_3 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} -x_1 - x_2 - 2x_3 \geq -2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 8 \end{cases},$ $x_j \geq 0, j = \overline{1, 3}.$	8	$F = x_1 + 3x_2 + 9x_3 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 10, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 \geq -2; \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1, 3}.$
9	$F = 3x_1 - 2x_2 - x_3 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} -x_1 - 3x_2 + 3x_3 \geq -6, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 \leq 4; \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1, 3}.$	10	$F = 2x_1 + x_2 - x_3 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 1, \\ -x_2 - x_3 \geq -2, \\ x_1 + x_3 \leq 2; \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1, 3}.$

1	2	3	4
11	$F = x_1 + 2x_2 - 3x_3 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 4, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_3 \leq 2; \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$	12	$F = 3x_1 - 2x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ -3x_1 + 4x_2 \geq -12, \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 12; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
13	$F = -2x_1 + x_2 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 - 2x_2 \leq 0; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$	14	$F = -3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ x_1 - 2x_2 \leq 3; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
15	$F = 2,4 \cdot (26x_1 + 45x_2) \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 \leq 100, \\ x_1 \leq 30, \\ x_2 \leq 20; \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$	16	$F = 5x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 5, \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 \geq -3, \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$
17	$F = -x_1 - x_2 + 3x_3 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 - 2x_3 \geq -2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 8 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	18	$F = x_1 + 3x_2 + 9x_3 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 10, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 \geq -2' \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$
19	$F = x_1 - 3x_2 + x_3 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + x_3 \leq -2, \\ 2x_2 + 4x_3 \leq 7 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	20	$F = -x_1 - 2x_2 + 2x_3 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 10, \\ x_1 - x_2 \leq 2 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
21	$F = x_1 + 3x_2 - 3x_3 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 \geq 2, \\ -x_1 - 2x_3 \geq -6 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	22	$F = x_1 - x_2 + 3x_3 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 + 3x_3 \leq 10, \\ x_1 - x_2 - x_3 \geq -3 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$

1	2	3	4
23	$F = 3x_1 - 2x_2 - x_3 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} -x_1 - 3x_2 + 3x_3 \geq -6, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	24	$F = 2x_1 - x_2 - 3x_3 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_3 \leq 6, \\ x_1 - x_2 - x_3 \geq -2 \\ -x_1 + 6x_3 \geq -4 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
25	$F = -2x_1 - 3x_2 + x_3 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 \leq 5, \\ 3x_1 - 2x_2 \geq -4, \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	26	$F = -3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_4 = -5 \\ 2x_2 + x_3 \leq 4 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 \geq -8 \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,4}$
27	$F = 2x_1 + x_2 - x_3 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 1, \\ -x_1 - x_3 \geq -2, \\ x_1 + x_3 \leq 2, \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	28	$F = 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 - x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ -2x_1 + 2x_3 \geq -4, \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
29	$F = x_1 + 2x_2 - 3x_3 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 4, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_3 \leq 2, \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	30	$F = x_1 - 5x_2 - x_3 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 3, \\ 2x_1 + x_3 \leq 5, \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
31	$F = 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 8, \end{cases}$ $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$	32	$F = -50x_1 - 30x_2 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 30x_1 + 15x_2 \leq 2400, \\ 12x_1 + 26x_2 \leq 2160, \\ x_1 - x_2 \leq 30, \\ x_2 \leq 80, \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

А	Динамічні системи, 16 Допустимі рішення задачі, 105
Автоматизовані системи управ- ління, 90	Е
Агрегування, 33	Еквіфінальність, 10
Аналіз, 33	Експертні системи, 94
Аналітичні ММ, 45	Елемент, 12
Асимптотичні ММ, 46	Емерджентність, 18
Б	З
Базисні змінні, 123, 124	Завдання, 60
Базисні рішення системи, 123	Закриті системи, 16
В	Зв'язок, 13
Велика система, 16	Змінні – вільні, 124
Вирішальне правило, 75	Зовнішнє середовище організації, 61
Відкриті системи, 16	І
Вільні змінні, 124	Ієрархічність будови, 11
Г	Ієрархічність системи, 19
Гносеологія, 10	Ізоморфізм, 10
Головне завдання системних дос- ліджень, 21	Імітаційні ММ, 45, 736
Гradient функції, 115	Інтегративна властивість, 18
Граничні умови, 105	Інформаційний аналіз, 35
Д	К
Декомпозиція, 33	Комп'ютерне моделювання, 98
Дерево аналізу проблеми, 23	Концептуальні невизначеності, 84
Дерево цілей, 30	Критерій Вальда, 85
Детерміновані ММ, 45	Критерій Гурвіца, 86
Детерміновані системи, 17	Критерій Лапласа, 86
	Критерій оптимізації (цільова функція), 105

Критерій Севіджа, 86
Критерій середнього виграшу, 86
Критерій, 31, 74

Л

Лінія рівня, 115

М

Макрозадачі, 52
Макрооточення, 61
Макроскопічне дослідження системи, 47
Мета, 59
Метод симплекс-таблиць, 123
Метод штучного базису, 124
Мікрооточення, 62
Множина, 37
Множинність, 11
Моделі математичного програмування, 53
Моделі теорії ігор, 56
Моделі теорії масового обслуговування, 55
Моделі управління запасами, 55
Модель, 42

Н

Надійність системи, 19
Напрямний рядок, 126
Напрямний стовпець, 126
Неадитивність, 18

О

Обмеження, 105

Операція, 74
Оптимізація, 74
Організація, 58
Оцінковий рядок, 125

П

Параметричний аналіз, 35
Первинність цілого, 18
Персонал, 60
Підмножина, 38
Підсистема, 13, 17
Поведінка системи, 15
Погано організовані системи, 17
Правило прямокутника, 127, 133
Принцип ієрархії, 22
Принцип ізоморфізму, 21
Принцип кінцевої мети, 22
Принцип розвитку, 22
Принцип системності, 21
Принцип функціональності, 22
Принципи системного підходу, 21
Проста система, 15

Р

Рівень самостійності та відкритості системи, 19
Рівновага, 14
Розв'язувальний елемент, 126
Розмірність системи, 19
Розширена система, 123

С

Синергетика, 18
Синтагма, 8
Синтез, 33

Система, 8, 12

Системи із самоорганізацією, 17

Системи підтримки прийняття рішень, 92

Системний аналіз, 12, 73

Системний підхід, 12

Системність, 11

Ситуаційні моделі, 45

Соціально–економічні системи, 17

Стан, 14

Статистичні моделі, 55

Статичні системи, 16

Стохастичні ММ, 45

Стохастичні системи, 17

Стратегічне управління, 68

Стратегічні невизначеності, 84

Стратегія організації, 66

Страти, 46

Стратифікація, 46

Структура організації, 60

Структура системи, 13, 25

Структуризація, 11

Структурне моделювання, 100

Структурний аналіз, 34

Структурні моделі, 44

Ф

Фенологічні ММ, 46

Функціональний аналіз, 34

Функція мети, 74

Ц

Цілеспрямованість системи, 19

Цілі організації, 63

Цілісність та подільність, 18

Цілісність, 11

Т

Тектологія, 10

Телеологізм, 9

Теорія нечітких множин, 23

Технологія, 60

У

Управлінські інформаційні системи (УІС), 92

ЛІТЕРАТУРА

1. Сурмин Ю.П. Теория систем и системный анализ: учеб. пособие / Ю.П. Сурмин. – К.: МАУП, 2003. – 368 с.
2. Основи системного аналізу: Підручник [Текст] / М.З. Згуровський, Н.Д. Панкратова. – К.: Видавнича група ВНУ, 2007. – 544 с.
3. Ладанюк А.П. Основи системного аналізу: навч. посібник / А.П. Ладанюк. – Вінниця: Нова книга, 2004. – 176 с.
4. Браславец М.Е. Кибернетика / М.Е. Браславец, Т.Ф. Гуревич. – К.: Вища школа, 1977. – 325 с.
5. Кобринский Н.Е. Экономическая кибернетика / Н.Е. Кобринский, Е.З. Майминас, А.Д. Смирнов. – М.: Экономика, 1982. – 276 с.
6. Острейковский В.А. Теория систем / В.А. Острейковский. – М.: Высшая школа, 1997. – 240 с.
7. Перегудов Ф.И. Введение в системный анализ / Ф.И. Перегудов, Ф.П. Тарасенко. – М.: Высшая школа, 1989. – 367 с.
8. Петраков Н.Я. Кибернетические проблемы управления экономикой / Н.Я. Петраков. – М.: Наука, 1974. – 160 с.
9. Черняк Ю.И. Системный анализ в управлении экономикой / Ю.И. Черняк. – М.: Экономика, 1975. – 166 с.
10. Шарапов О.Д. Системный анализ: навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. / О.Д. Шарапов, В.Д. Дербенцев, Д.Є. Семьонов. – К.: КНЕУ, 2003. – 154 с.
11. Денисов А.А. Теория больших систем управления. уч. пособие для вузов / А.А. Денисов, Д.А. Колесников. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 288 с.
12. Анфилатов В.С., Системный анализ в управлении / В.С. Анфилатов, А.А. Емельянов, А.А. Кукушкин. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 368 с.
13. Балашевич В.А. Математические методы в управлении производством / В.А. Балашевич. – Минск: «Вышэйш. Школа», 1976. – 336 с. с ил.
14. Лук'яненко І.Г. Економетрика: підручник / І.Г. Лук'яненко, Л.І. Краснікова. – К.: Знання, 1998. – 494 с.
15. Моисеев Н.Н. Математические модели системного анализа / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука, 1981. – 236 с.

16. Мескон М.Х. Основы менеджмента / М.Х. Мескон, М. Альберт, Ф. Хедоури. – М.: Дело, 1993. – 704 с.
17. Виханский О.С. Стратегическое управление / О.С. Виханский. – М.: Гардарики, 1999. – 296 с.
18. Котлер Ф. Маркетинг, менеджмент. Анализ, планирование, внедрение, контроль / Ф. Котлер. – СПб.: Питер, 2001. – С. 549 – 550.
19. Лафта Дж. К. Эффективность менеджмента организаций / Дж.К. Лафта. – М.: Русская деловая литература, 1999. – 320 с.
20. Фатхутдинов Р. А. Стратегический маркетинг / Р.А. Фатхутдинов. – М.: 2000. – 640 с.
21. Браверман Э.М. Математические модели планирования и управления в экономических системах / Э.М. Браверман. – М.: Наука, 1976. – 368 с.
22. Экономико-математические методы и прикладные модели / Под. ред. Федосеева В. В. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 391 с.
23. Кемпбелл Р. Макконелл, Стенлі Л. Брю. Мікроекономіка. Львів, Просвіта, 1999. – 672 с.
24. Поспелов Д. А. Ситуационное управление: теория и практика / Д.А. Поспелов. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
25. Таха Х. Введение в исследование операций: В 2-х книгах / Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 976 с.
26. Андрейчиков А.В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике / А.В. Андрейчиков, О.Н. Андрейчикова. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 368 с.
27. Нейман Дж. Теория игр и экономическое поведение / Дж. Нейман, О. Моргенштерн. – М.: Наука, 1970. – 708 с.
28. Теория прогнозирования и принятия решений: учеб. пособие / Под ред. С.А. Саркисяна. – М.: Высшая школа, 1977. – 351 с.
29. Теория выбора и принятия решений. Учеб. пособие. Макаров И. М. и др. – М.: Наука, 1982. – 328 с.
30. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений: Пер. с нем. – М.: Мир, 1990. – 208 с., ил.
31. Кальянов Г.Н. CASE структурный системный анализ / Г.Н. Кальянов. – М.: Лори, 1996. – 242 с.
32. Проектирование информационных систем с использованием CASE-технологий: учеб. пособие / Санкт-Петербургский гос. ун-т водных коммуникаций. – СПб.: СПГУВК, 2000. – 172 с.

33. Фаулер М. UML в кратком изложении. Применение стандартного языка объектного моделирования / М. Фаулер. – М.: Мир, 1999. – 192 с.

34. Марка Д. А., Мак-Гоуэн К. Методология структурного анализа и проектирования / Пер. с англ. – М.: 1993. – 240 с.

35. Попов З. В. Статические и динамические экспертные системы: Учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. «Прикл. Математика», «Автоматиз. системы обработки информации и управления» / З.В. Попов, И.Б. Фоминых, Е.Б. Кисель, М.Д. Шапот. – М.: Финансы и статистика, 1996. – 320 с.

36. Экспертные системы: состояние и перспективы: Сб. науч. тр. / АН СССР; Институт проблем передачи информации / Д. А. Поспелов (ред.). – М: Наука, 1989. – 152 с.

37. Одинцов Б. Е. Проектирование экономических экспертных систем: учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. «Информационные системы в экономике» / Б.Е. Одинцов. – М.: Компьютер, 1996. – 166 с.

38. Вітлінський В.В. Математичне програмування: навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. / В.В. Вітлінський, С.І. Наконечний, Т.О. Терещенко. – К.: КНЕУ, 2001. – 248 с.

39. Егоршин А.А., Малярец Л.М. Математическое программирование: учеб. Пособие / А.А. Егоршин, Л.М. Малярец. – Харьков, ИД «ИНЖЭК», 2003. – 240 с. Русск. яз.

ДЛЯ НОТАТОК

ДЛЯ ПОДАТОК

Навчальне видання

НІКОНОВ Олег Якович
КУДІН Анатолій Іванович
КОСТИКОВА Марина Володимирівна
СКРИПІНА Ірина Валентинівна
ШЕВЧЕНКО Вікторія Олександрівна

ОСНОВИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

Навчальний посібник

Відповідальний за випуск *Ніконов О.Я.*

Редактор *Тесленко О.О.*

Дизайн обкладинки

Комп'ютерна верстка *Гладкої О.І.*

План 2013, поз.25.
Підписано до друку . 2012 р. Формат . Папір газетний.
Гарнітура Times New Roman Cyr. Віддруковано на ризографі.
Умовн. друк. арк. 9,3. Обл.-вид. арк. 10,2.
Зам. № . Наклад прим. Ціна договірна.

Видавництво
Харківського національного автомобільно-дорожнього університету

Видавництво ХНАДУ, 61200, Харків-МСП, вул. Петровського, 25
Тел./факс: (057) 700-38-72; 707-37-03, e-mail: rio@khadi.kharkov.ua

Свідоцтво Державного комітету інформаційної політики, телебачення та радіомовлення України про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції, серія ДК № 897 від 17.04.2002 р.