



ЗАДАЧІ НА РУХ: методика проведення підготовчої роботи

Світлана СКВОРЦОВА, д-р пед. наук, професор кафедри математики і методики її навчання, ДЗ «Південноукраїнський національний педагогічний університет ім. К. Д. Ушинського»

Ознайомлюючись з одним з найскладніших типів задач — задачами на рух двох тіл у різних напрямках (назустріч або у протилежні сторони), учні 4-го класу часто відчувають труднощі під час їх розв'язування.

Автор статті пропонує новий підхід до введення у початковій школі задач цього типу.

Задачі на рух — особливий вид задач, у якому описується процес руху одне відносно одного двох тіл, що переміщуються в різних (назустріч і в протилежних напрямках) або в одному (наздогін та з відставанням) напрямках. Вони містять взаємопов'язані величини: подоланий шлях, швидкість руху і час. Залежно від даних та шуканого кожен з видів цих задач поділяють на три підвиди (див. табл.).

Таблиця

ПІДВИДИ ЗАДАЧ НА РУХ

Назва підвиду	Зміст умови	
	Що дано?	Що треба знайти?
На знаходження відстані, яку разом подолали два тіла під час спільного руху	Швидкості обох тіл та час їх спільного руху	Відстань між тілами на момент початку або закінчення руху
На знаходження швидкості руху одного з тіл	Відстань між тілами на момент початку або закінчення руху, час спільного руху та швидкість руху одного з тіл	Швидкість руху іншого тіла
На знаходження часу руху	Значення відстані між тілами на момент початку або закінчення руху та швидкостей руху обох тіл	Час спільного руху тіл

Зазначимо, що, відповідно до нової редакції Державного стандарту загальної початкової освіти (2011), задачі на рух в одному напрямку було вилючено з початкового курсу математики, тому зосередимо увагу

лише на методиці формування у молодших школярів умінь розв'язувати задачі на рух двох тіл у різних напрямках (назустріч або у протилежні сторони) — вони є найскладнішими для засвоєння учнями 4-го класу. Це актуалізує потребу створення такої системи навчальних задач та методики роботи над ними, за допомогою яких учень зрозумів би особливості способів розв'язування задач цього типу та набув вправності у їх реалізації.

Новий підхід до опанування учнями задач на одночасний рух у різних напрямках

У методичній літературі описано такий підхід до ознайомлення із задачами на одночасний рух у різних напрямках: спочатку учні ознайомлюються з трьома підвидами задач на одночасний рух назустріч (див. табл.) і розв'язують їх двома способами; після цього аналогічно опрацьовують три підвиди задач на одночасний рух у протилежних напрямках (див. табл.) (М.О. Бантова, М.В. Богданович, Я.А. Козак, М.В. Коль, О.С. Пчолко, О.О. Свечніков та ін.).

Але ж задачі на знаходження відстані (часу та швидкості) при одночасному русі назустріч та у протилежних напрямках мають однакові способи розв'язування. Тому є сенс розглядати ці види задач одночасно.

Згідно з традиційним підходом, учні одразу ознайомлюються з двома способами розв'язування задач на знаходження відстані й швидкості руху. Однак ці способи принципово відмінні: при розв'язуванні І способом розглядають рух кожного тіла окремо і лише потім відповідають на запитання задачі; при

Державний стандарт ● Математика

розв'язуванні II способом розглядають рух одного тіла відносно іншого і дізнаються, наскільки змінюється відстань між тілами за одиницю часу. Саме це є ключем до розв'язання задачі, після чого можна відповісти на її запитання. Практика свідчить, що діти краще засвоюють I спосіб міркування, тоді як II викликає у багатьох із них труднощі.

Ми пропонуємо підхід, коли задачі на одночасний рух назустріч і в протилежних напрямках розглядаються паралельно: спочатку розв'язуються задачі на знаходження відстані між тілами на момент початку або закінчення руху I способом; потім — задачі на знаходження швидкості руху одного з тіл, так само I способом; після його засвоєння вводиться II спосіб розв'язування задач на знаходження відстані між тілами та швидкості одного з тіл; лише після цього вивчаються задачі на знаходження часу спільного руху.*

Пропонована методика спрямована на формування в учнів умінь аналізувати, зіставляти, узагальнювати і робити висновки, а тому сприяє реалізації стратегічного завдання шкільної освіти — підготовки дитини до життя.

Центральна ідея методики — навчити розв'язувати задачі на рух шляхом їх **усебічного аналізу й дослідження**. В основі такої діяльності лежить **визначення впливу на план розв'язування задачі зміни певного показника**:

- напрямку руху тіл;
- числових даних в умові;
- шуканої величини.

Визначення впливу цих змін на математичну структуру задачі та план її розв'язування допомагає учням сформулювати спільні ознаки задач на одночасний рух у різних напрямках та план їх розв'язування.

Спільні ознаки задач на одночасний рух у різних напрямках

- В обох видах задач ідеться про одночасний рух двох тіл назустріч в протилежних напрямках.
- Кожен вид задач містить чотири числові значення (три з них дані, а одне — шукане):
 - швидкість руху першого тіла;
 - швидкість руху другого тіла;
 - час їх одночасного руху;
 - відстань, яку подолали обидва тіла за цей час.

* Цей підхід реалізовано у таких посібниках:

1. Сковцова С. О. Методична система навчання розв'язування сюжетних задач учнів початкових класів: [монографія] / С. О. Сковцова. — Одеса : Астропринт, 2006.
2. Сковцова С. О. Методика навчання розв'язування сюжетних задач у початковій школі: [навч.-метод. посіб. для студ. за спец. 6.010100 "Початкове навчання"] / С. О. Сковцова. — Одеса : Фенікс, 2011. — Ч. II. Методика формування в молодших школярів умінь розв'язувати задачі певних видів.
3. Сковцова С. О. Сюжетні задачі на процеси. 3-4-ті класи / С. О. Сковцова. — К. : Редакції газет з дошкільної та початкової освіти, 2013.

** Запропонований підхід реалізовано у підручнику "Математика. 4 клас" та в навчальному зошиті "Математика. 4 клас. Частина 3" (авт. — С. О. Сковцова, О. В. Онопрієнко).

План розв'язування**

I спосіб

Перша дія — визначають відстань, яку пододало перше тіло.

Друга дія — обчислюють відстань, яку пододало друге тіло.

Третя дія — відповідають на запитання задачі.

II спосіб

Перша дія — визначають, наскільки збільшується зменшується відстань між тілами за одиницю часу.

Друга дія — відповідають на запитання задачі.

Особливості підготовчої роботи

Успішність навчання школярів розв'язувати задачі на рух значною мірою залежить від якісно проведеної підготовчої роботи. Їй доцільно присвятити два уроки.

Мета підготовчої роботи — актуалізувати знання про взаємопов'язані величини (подоланий шлях, швидкості та час руху тіл), взаємозв'язки між ними; організувати спостереження за одночасним рухом двох тіл одне відносно одного (назустріч та у протилежних напрямках).

Таку діяльність організовують на основі розв'язування простих та складених задач відомих дітям видів. На цьому етапі не лише повторюють взаємозв'язок між даними величинами, а й приділяють певну увагу актуалізації фізичного змісту швидкості.

Актуалізація фізичного змісту швидкості

Приклад 1

- Поясни, що означають твердження: гусінь повзе зі швидкістю 18 м/год; літак летить зі швидкістю 950 км/год.

У ході обговорення з'ясовують: швидкість гусені 18 м/год означає, що за кожну годину вона долає по 18 м; швидкість літака 950 км/год означає, що за кожну годину він пролітає по 950 км.

Приклад 2

- Визнач, чому дорівнює швидкість руху таких об'єктів:
 - меч-риби, якщо вона щогодини пропливає 100 км;
 - верблюда, що кожної години проходить 8 км;
 - велосипедиста, який щосекунди долає 3 м.

На основі розмірковувань діти дають пояснення. Якщо меч-риба щогодини пропливає по 100 км, то

її швидкість становить 100 км/год. Верблюду, який за кожну годину проходить по 8 км, рухається зі швидкістю 8 км/год. Якщо велосипедист долає шосекуди по 3 м, то його швидкість — 3 м/с.



Приклад 3

Вибери швидкість, з якою, на твою думку, може їхати легковий автомобіль: 60 км/хв; 80 км/год; 8 км/с.

Це завдання сприяє розвитку критичного мислення учнів. Вони аналізують зазначені показники швидкості та оцінюють їх відповідність реальним технічним характеристикам автомобіля. Роблять висновок, що машина може рухатись зі швидкістю 80 км/год.

Розв'язування простих та складених задач вивчених типів

Знання фізичного змісту швидкості як шляху, що його долає тіло за одиницю часу, учні використовують у розв'язуванні простих та складених, зокрема й типових, задач.

Приклад 1. Задача на знаходження четвертого пропорційного

- Літак за 3 год пролетів 2700 км. Який шлях він подолає за 6 год, якщо летітиме з такою самою швидкістю?



Працюючи над задачею, з'ясовують, про що у ній розповідається. (*Про рух літака*). Які величини описують процес руху? (*Швидкість та час руху, подоланий шлях*). Педагог пропонує записати задачу коротко у формі таблиці. Що означає число 3? Число 2700? Число 6? Яке число є шуканим? Що означає вислів "однакова величина"? Доходять висновку, що це — задача на знаходження четвертого пропорційного. Що є ключем до розв'язання задачі? (*Знаходження значення однакової величини — швидкості*). Як знайти однакову величину в цій задачі? (*Щоб знайти швидкість, треба подоланий шлях поділити на час руху. Для першого випадку руху літака шлях і час відомі, тому однакову величину знаходимо за даними першого випадку*).

Складають план розв'язування задачі:

- знаходимо швидкість руху літака, однакову величину, дією ділення;
- знаходимо подоланий шлях у другому випадку, відповідаємо на запитання задачі дією множення.

Учні самостійно записують розв'язання задачі та відповідь.

Приклад 2. Задача, обернена до задач на різницеve порівняння двох часток (задачі, пов'язані з одиничною нормою)

- Слон долає 60 м за 30 с. Швидкість руху лева на 11 м/с більша, ніж швидкість руху слона. Який шлях подолає лев за 9 с?

Педагог пропонує зіставити задачі 2 і 1. З'ясовують, що в задачі 2 швидкість руху вже не є однаковою величиною — у слона і лева швидкості руху різні, швидкість лева більша. Узнати її однією дією не можна — спочатку треба знайти швидкість руху слона, а потім виконати *ще одну дію*. Отже, зміна в умові задачі вплине на розв'язання таким чином, що додасться ще одна арифметична дія, якою дізнаються швидкість лева. І лише після цього можна буде знайти подоланий левом шлях і відповісти на запитання задачі. Педагог пропонує учням розв'язати цю задачу вдома.

Формування первинних уявлень про рух одного тіла відносно іншого

Важливе значення для ознайомлення із задачами на одночасний рух у різних напрямках має спостереження за рухом одного тіла відносно іншого — назустріч та у протилежні сторони. Учні мають зробити певні висновки про зміну відстані між тілами, про складові відстані на момент початку чи закінчення руху та про час спільного руху двох тіл.

Аби унаочнити такі види руху, педагог викликає до дошки двох учнів, які стають у різних кінцях класу й за командою вчителя починають рухатися один назустріч одному, а зустрівшись, зупиняються.

Решта дітей за результатами спостереження мають зробити висновки:

- як змінюється відстань між учнями;
- що можна сказати про час руху кожного учня;
- з чого складається вся відстань, яка була між учнями на момент початку руху — шлях, який подолали обидва.

Після цього учні повертаються спинами один до одного і за відповідними командами педагога рухаються у протилежних напрямках, а потім зупиняються.

Діти, що спостерігали за рухом, роблять висновки.

У випадку одночасного руху тіл назустріч одне одному у протилежних напрямках:

1) відстань між тілами впродовж усього часу зменшується, збільшується;

2) загальний шлях складається зі шляху, який пододало перше тіло, і шляху, який пододало друге тіло;

3) обидва тіла витратили на рух однаковий час, тому що почали і закінчили рухатись одночасно.

$$\begin{aligned} 1) S &= S_1 + S_2 \\ 2) t &= t_1 + t_2 \end{aligned}$$

Педагог пропонує зіставити висновки, зроблені в ході спостережень за одночасним рухом двох учнів назустріч одне одному і у протилежні сторони. Під керівництвом учителя діти доходять висновку, що відмінність спостерігається лише щодо зміни відстані між тілами: при русі назустріч відстань між учнями

Державний стандарт ● Математика

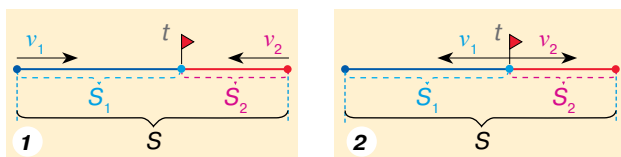
зменшується, а при русі у протилежні сторони — збільшується, тоді як час спільного руху та показники відстані на момент початку або закінчення руху однакові.

Первинне закріплення цих висновків та ознайомлення зі схематичним зображенням таких видів руху двох тіл можна здійснити за допомогою завдання.

Ознайомся з текстами і схемами до них. Зроби висновки: як змінюється відстань між тілами; з чого складається відстань між тілами на момент початку руху (на момент закінчення руху); що можна сказати про час руху кожного тіла.

1. Два учні, які стояли в протилежних кінцях класної кімнати, одночасно рушили назустріч один одному, зустрілись і зупинилися.

2. Два учні, які стояли в одному місці класної кімнати, рушили одночасно в протилежні боки й зупинилися за сигналом.



Педагог має звернути увагу школярів на короткий запис у вигляді креслення. Якщо учні рухаються назустріч одне одному (у протилежних напрямках), то стрілки спрямовані відповідно; над ними пишуть значення швидкостей тіл; місце зустрічі (місце, з якого почався рух) позначають прапорцем, а над ним записують час руху; відрізки, що відображають шлях кожного тіла, позначають фігурними дужками; загальний шлях ілюструє цілий відрізок, його так само позначають фігурною дужкою. Слід звернути увагу дітей на буквенний запис сформульованих висновків.

Для усвідомлення зроблених висновків доцільно опрацювати спеціальні завдання різного змісту:

- на знаходження часу руху кожного тіла, якщо відомий час зустрічі тіл;
- на знаходження часу руху одного з тіл, якщо відомий час руху другого тіла до зустрічі;
- на порівняння відстаней, які подолали тіла, за умови однакових та різних швидкостей;
- на визначення характеру зміни відстані між тілами за їх одночасного руху назустріч та у протилежних напрямках і числового значення цієї зміни за одиницю часу.

Наприклад

- З двох міст одночасно назустріч одне одному вийшли два пішоходи і зустрілися через 3 години. Скільки часу рухався кожний пішохід?
- Два пішоходи вийшли одночасно в протилежних напрямках і закінчили свій рух через 2 години. Скільки часу рухався кожен пішохід? Що можна сказати про відстань, яку пройшов кожен

пішохід, якщо: вони рухалися з однаковою швидкістю; швидкість першого більша від швидкості другого?

- У місто із села вийшов пішохід. У цей самий час назустріч йому з міста виїхав мотоцикліст, який зустрівся з пішоходом через 40 хвилин. Скільки часу рухався до зустрічі пішохід?



Встановлення закономірностей зміни відстані між тілами при спільному русі

На наступному уроці, використовуючи подані вище висновки, учні визначають спосіб знаходження зміни відстані між тілами за одиницю часу.

Приклад 1

Два лижники вийшли одночасно назустріч одне одному. Перший лижник іде зі швидкістю 12 км/год, а другий — зі швидкістю 14 км/год. Як змінюється відстань між лижниками? На скільки вона зменшиться через 1 год? Через 2 год?

Спочатку діти пояснюють числа задачі. Число 12 км/год означає швидкість першого лижника: він щогодини долає по 12 км. Число 14 км/год — це швидкість другого лижника: він за кожен годину проходить 14 км.

Після цього педагог пропонує учням поміркувати, як змінюється відстань між лижниками. (*Відстань між лижниками щогодини зменшується, оскільки вони наближаються один до одного*). На скільки кілометрів наближається перший лижник до другого щогодини? (*На 12 км*). На скільки щогодини наближається другий лижник до першого? (*На 14 км*). На скільки вони наблизяться один до одного за першу годину? (*На 12 км + 14 км = 26 км*). На скільки зменшиться відстань між лижниками через 1 годину? (*На 26 км*). На скільки наблизяться лижники один до одного за другу годину? (*Так само — на 12 км + 14 км = 26 км*). Отже, за першу годину вони наблизяться один до одного на 26 км і за другу годину так само — на 26 км, тому за дві години вони наблизяться один до одного на 26 км · 2 = 52 км.

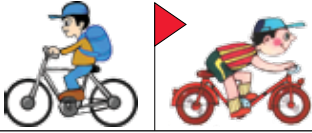
Під керівництвом учителя діти роблять висновок: *щогодини лижники наближаються один до одного на суму шляхів, які кожен з них долає за цей час*.

Після цього варто дати учням ще одне завдання.

Приклад 2

Два велосипедисти одночасно виїхали з одного пункту в протилежних напрямках. Швидкість руху першого велосипедиста становила 5 м/с, другого — 3 м/с. Як змінюється відстань між велосипедистами? На

скільки збільшиться відстань між ними через 1 секунду? Через 2 секунди?



Розв'язуючи задачу, діти роблять висновок: *щогодини велосипедисти віддаляються один від одного на суму шляхів, які кожен з них долає за цей час.*

Педагог пропонує учням зіставити обидва висновки щодо відстані, на яку віддаляються або наближаються одне до одного два тіла за одиницю часу. В результаті обговорення виводять правило.

!

У випадку одночасного руху двох тіл назустріч одне одному у протилежних напрямках відстань між тілами за одиницю часу зменшується, збільшується,

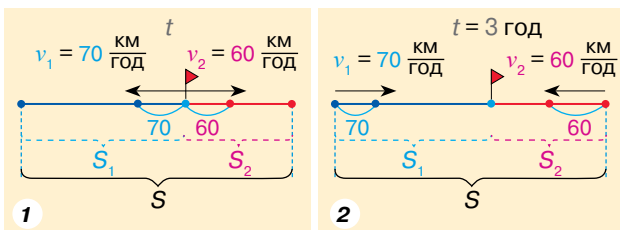
а її числове значення визначають додаванням шляхів, що їх долають перше і друге тіла за одиницю часу.

Використовуючи зроблений висновок, учні виконують наступні завдання.

- До кожної задачі добери короткий запис. Дай відповіді на запитання.

1. Два автомобілі одночасно від'їхали від будинку в протилежних напрямках. Перший автомобіль рухався зі швидкістю 70 км/год, другий — 60 км/год. Як змінювалася відстань між автомобілями щогодини? На скільки кілометрів вона змінювалася? Що можна сказати про відстань між автомобілями на момент закінчення руху?

2. Два автомобілі одночасно почали рухатись назустріч один одному й зустрілися через 3 год. Швидкість руху першого автомобіля становила 70 км/год, другого — 60 км/год. Скільки годин рухався кожний автомобіль до моменту зустрічі? Як змінювалася відстань між автомобілями щогодини? На скільки кілометрів вона змінювалася? Що можна сказати про відстань між автомобілями на момент початку руху?



За коротким записом 1 пояснюють: 70 км/год — швидкість першого автомобіля (він щогодини долає по 70 км); 60 км/год — швидкість другого автомобіля (він за кожну годину проходить 60 км). Оскільки автомобілі рухаються у протилежних напрямках, вони віддаляються один від одного: перший щогодини

віддаляється від другого на 70 км, а другий від першого ще на 60 км; отже, разом вони віддаляються один від одного на $70 + 60 = 130$ (км) — відстань між автомобілями змінюється на суму шляхів, які долає кожен автомобіль за одиницю часу. Вся відстань між автомобілями на момент закінчення руху складатиметься зі шляху, подоланого першим автомобілем (відстань, на яку він віддалився від другого), і зі шляху, пройденого другим автомобілем (відстань, на яку він віддалився від першого автомобіля) за весь час руху.

За коротким записом 2 пояснюють значення швидкостей автомобілів у другій задачі. Число 3 означає час руху до моменту зустрічі, а також час руху першого автомобіля і час руху другого автомобіля. Оскільки вони рухаються назустріч один одному, то відстань між ними буде зменшуватися. Перший автомобіль долає за годину по 70 км і наближається до другого на 70 км щогодини. Другий автомобіль долає за цей же час по 60 км і щогодини наближається до першого на 60 км. Отже, разом автомобілі наближаються один до одного на суму шляхів, які вони долають за одиницю часу: $70 + 60 = 130$ (км).

Зроблені висновки щодо зміни відстані між тілами за одиницю часу при русі назустріч та у протилежні сторони є дуже важливими з огляду на необхідність засвоєння учнями другого способу розв'язування задачі на рух — він є ключем до розв'язання задачі!

Аби виробити у школярів міцні вміння розв'язувати аналогічні задачі на основі зроблених висновків, важливо запропонувати їм достатню кількість тренувальних завдань.

Приклад 1

Два катери відійшли від пристані одночасно у протилежних напрямках. Швидкість руху першого катера — 25 км/год, другого — 34 км/год. Як змінюється відстань між катерами? На скільки кілометрів збільшується відстань між катерами щогодини?



Приклад 2

Дві черепахи одночасно попливли назустріч одна одній. Швидкість руху першої черепахи — 9 дм/хв, другої — 5 дм/хв. Як змінюється відстань між черепахами? На скільки дециметрів зменшується відстань між черепахами щохвилини?

Така послідовна підготовча робота сприятиме більш успішному формуванню в учнів 4-го класу навичок розв'язування задач на рух, зміст і методику роботи над якими буде розкрито у наступних числах журналу. ●