

Прикарпатський національний університет імені Василя
Стефаника
Педагогічний інститут
Кафедра математичних і природничих дисциплін початкової
освіти

**РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ
З ПРОПОРЦІЙНИМИ ВЕЛИЧИНАМИ
В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ**

(Методичні рекомендації для студентів спеціальності
«Початкова освіта»)

Івано-Франківськ
2013

ББК 74.262.21
Т-24

Ткачук О.М. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З
ПРОПОРЦІЙНИМИ ВЕЛИЧИНАМИ В ПОЧАТКОВІЙ
ШКОЛІ (Методичні рекомендації для студентів спеціальності
«Початкова освіта») / Івано-Франківськ: Видавництво ,
2013. – 46 с.

Рецензенти: Козак М.В., доцент Тернопільського
педагогічного університету; Кульчицька Н.В., доцент
Прикарпатського університету

Рекомендовано до друку Вченою Радою Педагогічного
інституту Прикарпатського університету імені Василя
Стефаника (протокол № 4 від 12.03.2013р.)

ВСТУП

Навчання розв'язуванню задач становить одне із основних і найважливіших завдань викладання математики в початковій школі. Для цього є декілька причин. Найперше, розв'язування задач сприяє розвитку логічного мислення, по-друге, при розв'язуванні задач знаходять своє практичне застосування і закріплення практичні навички обчислень виразів і виконання дій. Крім того, арифметичні задачі служать засобом для розуміння основних математичних понять та законів.

Математика безпосередньо пов'язана з життям. Якщо задачний матеріал цікавий, сучасний і зрозумілий для учнів, тоді задача не тільки вчить, але й виховує і розвиває, і показує, як використовувати набуті математичні знання і вміння для практичних потреб. Школярі при розв'язуванні задач в початковому курсі математики повинні навчитися аналізувати задачу, раціонально використовувати числові дані, систематично працювати по розбиттю складеної задачі на прості і досягати поставленої мети найкоротшим способом. В процесі розв'язування задач формуються специфічні риси характеру: цілеспрямованість, наполегливість, воля, вміння працювати і любов до праці, розвиток самостійності в мисленні і діях, початки уяви, креативності та ініціативи. Значить, математика не тільки навчає, але й виховує.

Було здійснено багато спроб зробити єдину класифікацію складених задач по певному критерію, але всі вони були безуспішні. Арифметичні задачі по математичному змісту, по методах розв'язування і по тематиці дуже різні. Для полегшення розгляду способів їх розв'язку прийнято групувати задачі по певних правилах, об'єднуючи в групи. Найважливішим фактором, який визначає успіх у навчанні розв'язувати задачі, є строга методична послідовність при

виборі і розміщенні задач. Задачі на знаходження невідомого за двома різницями та задачі на рух розглянуто в окремих розділах.

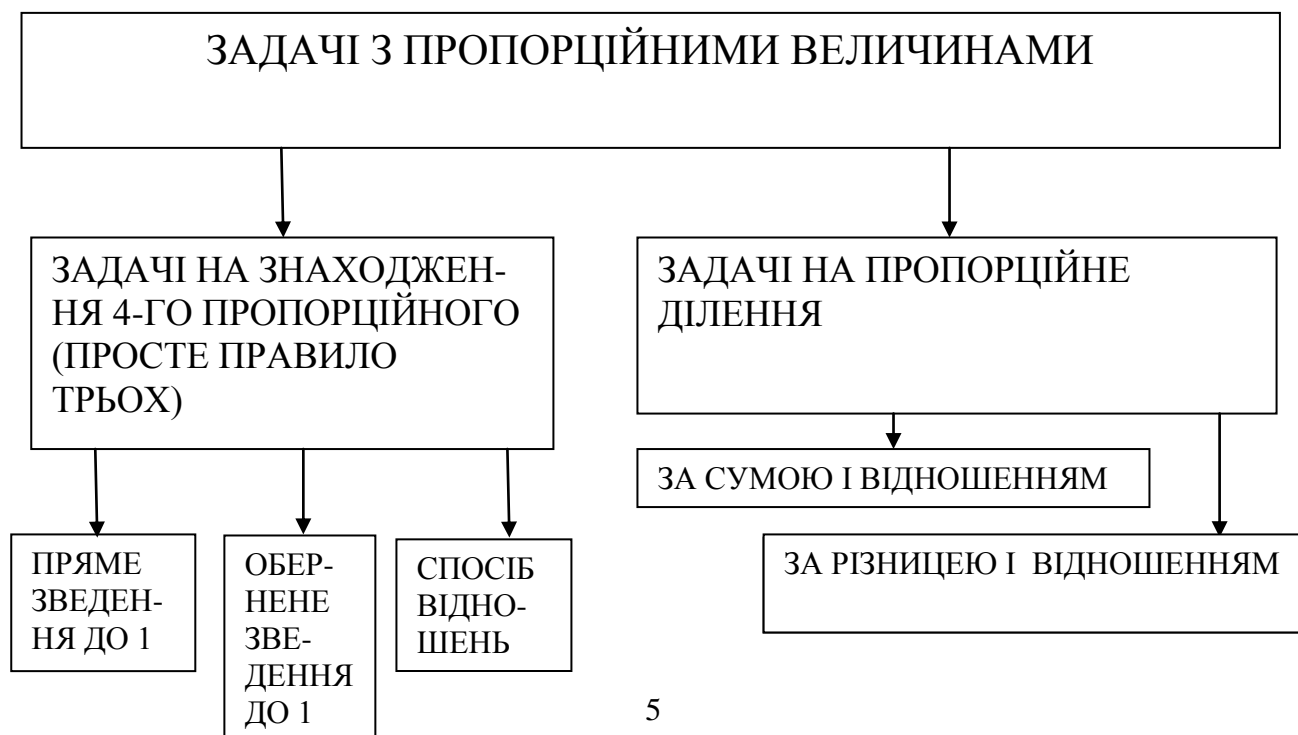
1. ЗАДАЧІ З ПРОПОРЦІЙНОЮ ЗАЛЕЖНІСТЮ ВЕЛИЧИН

Ідея функціональної залежності – одна із основних ідей всієї математики, тому пропедетика функціональної залежності становить значну частину вчення початкового курсу математики. Для вироблення чіткого і зрозумілого поняття про функцію не обов'язково треба знайомити учнів з самим терміном «функція», тому що для молодших школярів повинно бути важливим не саме слово, й той зміст, який несе це слово. І саме цей зміст, це поняття треба утворювати поступово і добиватися розуміння його суті. Найбільш широкі можливості для формування і розвитку уявлення про функцію і функціональну залежність в початковій школі дають задачі з пропорційними величинами. Ці задачі знайомлять дітей з найпоширенішими і найбільш простими залежностями – прямою та оберненою пропорціональністю. Вивчення цієї теми має велике значення не тільки для розвитку логічного мислення, але й для теоретичної підготовки успішного вивчення математики в наступних класах. Складність та понятійна насиченість цієї теми робить її особливо важкою для розуміння учнів, але в той же час вона дає молодшим школярам дуже багато для розуміння основ математики як науки. Зрозуміло, що ця тема в порівнянні з іншими є більш теоретичною і її засвоєння вимагає від учнів більших зусиль. Це, в свою чергу, накладає на вчителя обов'язок самому добре знати і розуміти цю тему, бачити

такі залежності в задачах і житті та привертати до них увагу учнів.

Для вивчення і засвоєння поняття прямої і оберненої пропорційної залежності треба розв'язати велику кількість задач на пропорційні величини. Це корисно і для показу значення математики в житті, тому що в життєвій практиці задачі з такими зв'язками зустрічаються найчастіше. Зважаючи на навчальне і розвиваюче значення задач з пропорційними величинами і їх широке практичне використання, кількість таких задач має перевагу над іншими. Сюжет задач може бути різний, до цих задач можуть відноситися і окремі задачі на рух. Ці задачі, крім того, є найбільш складними для учнів, тому вчителю необхідно дотримуватися правильної логічно і методично обґрунтованої послідовності при їх розгляді.

За своєю структурою задачі з пропорціональними величинами поділяються на 2 види: 1) задачі на знаходження четвертого пропорційного (на просте правило трьох); 2) задачі на пропорційне ділення. Задачі другого виду містять такі випадки ділення: а) за сумою і відношенням; б) за різницею і відношенням. Взаємозв'язок між задачами відображено на рисунку:



Сюжети цих задач містять три величини, пов'язаних між собою пропорційною залежністю. Це можуть бути, наприклад, ціна, кількість і вартість товару; швидкість, час руху та пройдена при цьому віддаль і ін. Для розв'язування цих задач необхідно формувати у учнів знання про зв'язки пов'язаних між собою величин. Цьому передують велика підготовча робота вчителя по ознайомленню учнів з новою термінологією, розумінням змісту нових понять і термінів та встановленню зв'язків між ними. В процесі цієї роботи вчитель має донести до школярів перші уявлення про функціональну залежність між величинами, які зустрічаються в текстових задачах в початковому курсі математики. В таб.1 показано приклади таких залежностей і взаємозв'язок між ними.

Таб.1.

ціна × кількість = вартість;
швидкість × час = відстань;
продуктивність праці × час = виконана робота;
довжина × ширина = площа прямокутника;
маса × кількість предметів = загальна маса;
місткість × кількість посудин = загальна місткість;
Витрата на річ × кількість речей = загальна витрата.

Неправильне трактування термінів, які зустрічаються в умові задачі, є джерелом помилок. Учні повинні чітко розуміти і розрізняти терміни: ціна і вартість, швидкість і відстань, продуктивність праці і виконана робота та ін. Формування і розуміння цих понять – окрема лінія роботи вчителя – класовода. Для цього можна використовувати

формулювання однієї й тієї ж задачі з різними термінами для кращого запам'ятовування учнями їх змісту. Наприклад:

***Задача 1.** За 8 кг картоплі і заплатили 24 гривні. Скільки треба заплатити за 15 кг такої самої картоплі?*

Текст такої задачі найбільш зрозумілий для учнів – початківців, тому що він не містить спеціальних термінів: ціна, кількість і вартість товару. Сюжет задачі і дії, якими можна його ілюструвати, можна змодельовати практично. Для розуміння значення нових термінів їх треба вводити в умову задачі поступово. Наприклад, введемо в цю задачу термін вартість, пояснивши учням його зміст. Тоді умова задачі буде така:

***Задача 2.** Вартість 8 кг картоплі становить 24 гривні. Яка вартість 15 кг такої самої картоплі?*

В процесі аналізу цієї задачі вчитель має можливість цілеспрямовано проводити роботу для формування понять «ціна», «вартість» і розуміння змісту цих термінів. Важливо чітко провести межу між цими близькими поняттями, адже ціна – це теж вартість, але вартість одиниці виміру товару (1 кг, 1 ц, 1 т і ін.) в залежності від сюжету задачі. Тому ці терміни бажано вводити не одночасно, і на початковому етапі змінювати умову задачі з використанням звичайних слів для перевірки правильності розуміння учнями змісту. Учні повинні правильно читати умову такої задачі, вимовляючи числівники, записані цифрами, в родовому відмінку (*восьми кілограмів, п'ятнадцяти кілограмів*).

Аналіз задачі. У задачі задано три величини, дві із них - відомі і мають однакове найменування: 8 кг та 15 кг. Третя величина – 24 гривні – має таке ж найменування, як і шукана величина – вартість. Оскільки ціна картоплі незмінна (вартість 1 кг), то зрозуміло, що чим **більше** кілограмів картоплі буде куплено, тим **більше** грошей треба за неї заплатити. Більше того, можна сказати, що у **стільки разів більше (менше)** треба

гривень, у **скільки разів більше (менше)** куплять такої картоплі. Отже, величини в задачі пов'язані прямо пропорційною залежністю. Таких термінів учням не повідомляють, вони тільки повинні зрозуміти і запам'ятати, що на практиці можуть бути ситуації, коли збільшення (зменшення) однієї величини у 2, 3, 4 і т.д. разів приводить до збільшення (зменшення) іншої величини, пов'язаної із даною величиною у стільки ж само разів.

Для розуміння обернено пропорційної залежності учні повинні проаналізувати життєві ситуації, в яких **збільшення (зменшення)** однієї величини у кілька разів викликає **зменшення (збільшення)** другої, залежної від неї величини у стільки ж разів. Наприклад, задача того ж сюжету, але з обернено пропорційною залежністю між величинами, проаналізована на уроці вчителем із правильними висновками і акцентами в порівнянні із попередньою задачею, дасть дітям правильне розуміння цих двох залежностей і відмінностей між ними.

Задача 3. Скільки кілограмів картоплі можна купити за 24 гривні, якщо 1 кг картоплі коштує 1 гривню? 2 гривні? 3 гривні? 4 гривні?

Для наочного зображення і порівняння отриманих результатів задачі можна використати таб.2.

Таб.2.

Кількість грошей(вартість)	Ціна (вартість 1 кг)	Маса купленої картоплі
24 гривні	1 гривня	24 кг
24 гривні	2 гривні	12 кг
24 гривні	3 гривні	8 кг
24 гривні	4 гривні	6 кг

При аналіз цієї таблиці діти розуміють, що за одні й ті ж гроші (в даному випадку 24 гривні) можна купити різну кількість (масу) картоплі. Це залежить від ціни картоплі – чим **вища ціна**, тим **менше** картоплі можна купити (і навпаки). Це якісний аналіз обернено пропорційної залежності. Кількісний аналіз показує, що при **збільшенні** ціни **у 2 рази** (наприклад, з 1 грн. на 2 грн.) кількість купленої картоплі **зменшується** теж **у 2 рази**: по ціні 1 грн. можна купити 24 кг картоплі, а по ціні 2 грн. – тільки 12 кг, тобто у 2 рази менше.

2. ЗАДАЧІ НА ЗНАХОДЖЕННЯ ЧЕТВЕРТОГО ПРОПОРЦІЙНОГО

Розглянемо перший вид задач – на знаходження четвертого пропорційного. Істотні ознаки задач на знаходження четвертого пропорційного такі:

- 1) в сюжеті задачі говориться про два випадки, пов'язаних 2 парами спільних величин, які є попарно пропорціональні;
- 2) в умові задаються три пропорційні величини, одна з яких є сталою для обох випадків;
- 3) для однієї величини (величини з одним найменуванням) дано два числові значення;
- 4) для другої величини (з іншим найменуванням) дано лише одне числове значення, а друге (пропорційне) значення цієї величини треба знайти.

Отже, в таких задачах говориться про три величини, пов'язані між собою пропорційною залежністю (прямою або оберненою), причому одна із заданих величин є сталою (позначимо її буквою c), а значення двох інших змінюється (позначимо їх буквами a та b відповідно). Для однієї змінної, наприклад, a , задається два значення, а для змінної b – одне

значення задано, а друге треба знайти. Про третю величину c в умові задачі обов'язково говориться, що вона є сталою в обох випадках. Згідно такого підходу можна розглянути 3 основні групи задач з пропорційними величинами, які розв'язуються такими способами: 1) прямим зведенням до одиниці; 2) оберненим зведенням до одиниці; 3) способом відношень. Розглянемо їх на прикладі задач, в яких розглядаються найбільш зрозумілі для учнів початкових класів величини - ціна, кількість і вартість, пов'язані прямою і оберненою пропорційністю. Значення сталої величини c буде присвоюватися величині в залежності від умови задачі.

Задачі, що розв'язуються прямим зведенням до одиниці.

Таб.3.

№	Назва виду задач	Задані компоненти	Умова задачі
1	Просте правило трьох (1-й вид)	Множники і один добуток	За 6 кг огірків заплатили 42 гривні. Скільки коштують 10 кг таких огірків?
2	Пропорціональне ділення (1-й вид)	Множники і сума добутків	В одному сувої міститься 20м, а в другому – 25 м такої ж тканини. Вартість двох сувоїв 675 грн. Скільки гривень коштує кожний сувій?
3	Різниця двох величин (1-й вид)	Множники і різниця добутків	Мама купила першого дня 14 кг помідорів, а другого дня – ще 8 кг

			таких самих помідорів, причому заплатила за них на 48 гривень менше. Яка вартість помідорів, куплених першого і другого дня окремо?
--	--	--	---

Спосіб прямого зведення до одиниці полягає в тому, що спочатку до одиниці зводять величину, для якої задано два значення. В задачі №1 з таб.3 це вартість 1 кг огірків (ціна) , в задачі №2 – вартість 1 м тканини, в задачі №3 – вартість 1 кг помідорів. Отже, при розв’язуванні задач цієї групи спочатку треба знайти спільний невідомий множник – ціна продукції (вартість 1кг огірків чи 1 кг помідорів, 1м тканини). В другій задачі треба попередньо знайти суму множників, а в третій задачі – їх різницю. Після цього можна знайти ті величини, про які йдеться в запитанні до задачі.

Задачі, що розв’язуються оберненим зведенням до одиниці.

Таб.4.

№	Назва виду задач	Задані компоненти	Умова задачі
1	Просте правило трьох (2-й вид)	Добутки і один множник	За 6 кг огірків заплатили 42 гривні. Скільки кілограмів таких огірків можна купити за 84 гривні?
2	Пропорціональне	Добутки і су-	В двох сувоях міститься

	ділення (2-й вид)	ма множників	45 метрів однакової тканини. Вартість першого сувою – 300 гривень, а другого – 375 гривень. Скільки метрів тканини було в кожному сувої?
3	Різниця двох величин (2-й вид)	Добутки і різниця множників	Мама купувала помідори протягом двох днів. Першого дня вона заплатила за них 112 гривень, а другого дня – 64 гривні. Першого дня мама купила на 6 кг помідорів більше, ніж другого дня. Скільки кілограмів помідорів купила мама кожного дня?

При розв’язуванні задач способом оберненого зведення до одиниці спочатку зводять до одиниці значення тієї величини, для якої задано тільки одне значення. Розв’язування задач цієї групи теж зводиться до відшукування невідомих множників. Однак, в першій задачі його можна знайти відразу, а в наступних – ні. В другій задачі треба попередньо знайти суму добутків, а в третій задачі - різницю добутків.

Задачі, що розв’язуються способом відношень

Особливістю задач, які розв’язуються способом відношень, є те, що в переважній більшості випадків в умові цих задач задаються 3 величини одного виду, які мають одне

найменування. В складніших задачах таких величин може бути більше ніж 3, але всі вони перебувають в пропорціональній залежності. Приклади найпростіших задач, які розв'язуються способом відношень, наведено в таб.5.

Таб.5.

№	Назва виду задач	Задані компоненти	Умова задачі
1	Просте правило трьох (3-й вид)	Множники і один добуток	Мама купила огірки і помідори, причому на кожні 6 кг огірків припадало 4 кг помідорів. Скільки всього овочів купила мама, якщо огірків вона купила 24 кг?
2	Пропорціональне ділення (3-й вид)	Множники і сума добутків	Мама купила 40 кг огірків та помідорів. Скільки окремо огірків і помідорів купила мама, якщо відомо, що на кожні 6 кг огірків припадало 4 кг помідорів?
3	Різниця двох величин (3-й вид)	Множники і різниця добутків	Мама купила огірки і помідори, причому помідорів на 8 кг менше, ніж огірків. Скільки окремо огірків і помідорів купила мама, якщо відомо, що на кожні 6 кг

			огірків припадало 4 кг помідорів?
4	Пропорційнальне ділення	Добутки і один множник	Мама купила 6 кг огірків і заплатила за них 26 грн. Скільки треба заплатити за 12 кг помідорів, якщо ціна їх така сама, як огірків?

В задачах цієї групи треба спочатку знайти спільний невідомий множник, а вже після цього обчислюються шукані добутки. В першій задачі невідомий множник знайти відразу, в другій задачі треба попередньо суму множників, а в третій задачі – різницю множників, а потім – шукані добутки. Останню задачу із цієї таблиці не можна розв'язати способом зведення до одиниці, хоча по своїй структурі вона є звичайною задачею на знаходження четвертого пропорційного. Однак при спробі застосувати звичний алгоритм розв'язку учні не можуть виконати дію ділення ($26:6$) – виникає проблема, яку вирішують під керівництвом вчителя.

Отже, задачі на просте правило трьох (на знаходження четвертого пропорційного) бувають трьох видів, які відрізняються між собою своєю структурою і способом розв'язування. Це саме можна сказати і про задачі на пропорційне ділення та про задачі на знаходження невідомого за різницею двох величин. В основу такого підходу покладено структуру задач, яка визначає аналіз задачі та спосіб розв'язування. Другим фактором є зміст задач, від якого у великій мірі залежить складність розв'язку.

В період підготовчої роботи до розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного вчитель має

ознайомити дітей з величинами і розкрити зв'язки між цими пропорційними величинами використовуючи різні методичні прийоми. Рекомендується на уроці математики провести гру в «в магазин», використовуючи різні «товари» (зошити, ручки, олівці, фломастери, книги, альбоми для малювання і т.д.) з різною умовною ціною, визначеною для кожного виду товару і прикріпленою до нього. Кількість кожного виду товару має бути більшою від 1 шт., в цьому випадку є сенс говорити про **вартість** товару, відмінну від **ціни**. Пояснення вчителя під час гри і безпосередні дії і розмова «продавця» з «покупцями», в ролі яких виступають учні, формують і закріплюють в учнів розуміння нових понять, їх зміст і значення, якими вони скористаються на практиці. Розв'язування простих задач на підготовчому етапі закріплює знання про зв'язки між величинами і дає можливість спостерігати за зміною однієї величини в залежності від іншої при сталій третій величині, тобто вести пропедевтичну роботу по формуванню поняття функціональної залежності. Наприклад, це можна зробити при розв'язуванні такої задачі: Ціна зошита 2 гривні. Яка вартість 3 зошитів? 4 зошитів? 6 зошитів? 12 зошитів? 24 зошитів? Числові дані цієї задачі і її розв'язки варто оформити у виді таблиці:

Ціна зошита	2 грн	2 грн	2 грн	2 грн	2 грн
Число зошитів	3 шт.	4 шт.	6 шт.	12 шт.	24 шт.
Вартість зошитів	6 грн	8 грн	12 грн	24 грн	48 грн

Працюючи з цією таблицею, діти можуть встановити, що: при сталій ціні збільшення числа зошитів призводить до збільшення їх вартості і навпаки. В дальшій роботі встановлюється складніша залежність: якщо кількість зошитів **збільшити** (*зменшити*) у кілька разів, то у стільки ж разів **збільшиться** (*зменшиться*) їх вартість, якщо ціна зошита

буде сталою, тобто така задача знайомить дітей з основою прямопропорційної функціональної залежності. На наступних уроках учням пояснюють, як можна знайти кількість товару, якщо відомо ціну і його вартість, і як знайти ціну за відомими вартістю та кількістю товару. Використання дії ділення при обчисленні цих величин дає вчителю можливість вести ціленаправлену роботу по пропедевтиці оберненопропорційної функціональної залежності.

Аналогічно опрацьовують інші групи величин (див. таб.1). Тут може бути більша самостійність учнів при становленні зв'язків між величинами, бо вони використовують раніше засвоєні знання. Для вчителя важливо правильно керувати роботою учнів на підготовчому етапі при розв'язуванні простих задач та ознайомленням із зв'язками між величинами. Якщо така робота проведена добре, то учні легко розв'язують задачі на знаходження четвертого пропорційного. Корисно для закріплення та узагальнення способу розв'язування проводити творчу роботу над задачами.

Отже, задачі з пропорційними величинами відрізняються своєю структурою і способом розв'язування. До них варто віднести і деякі задачі на рух через їх специфічні особливості у формулюванні умови та спільного підходу до аналізу задачі.

Розглянемо методику роботи над задачами на знаходження четвертого пропорційного. В умові такої задачі говориться про дві величини, які залежать одна від одної. Їх залежність може бути або прямо пропорційною, або обернено пропорційною. В тексті задачі задається 2 значення однієї змінної величини (з однаковим найменуванням) та 1 значення величини другого виду (з іншим найменуванням), а друге її значення треба знайти. В таких задачах одна величина **обов'язково** є постійною, і це підкреслюється прямо або непрямо спеціальними словами в умові задачі. Одне із завдань вчителя – навчити учнів виокремити ці слова в умові,

назвати сталу величину, зрозуміти її роль в задачі і використати її для знаходження невідомої. Наприклад:

Задача 4. За 5 зошитів заплатили 4 гривні. Скільки треба заплатити за 6 **таких** зошитів?

Задача 5. Купили 5 пакетів гречки загальною масою 4 кг 500 г. Наступного дня купили ще 2 кг 700 г гречки в **таких самих** пакетах. Скільки пакетів гречки купили наступного дня?

Задача 6. Дві косарки за 4 години скошили 24 га трави. За скільки годин скосить **ця сама** косарка 138 га трави?

Задача 7. На трьох гектарах землі посіяли 500 кг пшениці. Скільки потрібно пшениці, щоб засіяти 300 га землі, якщо норма висіву зерна на 1 га залишиться **незмінною**?

Задача 8. На 5 пар черевиків витрачено 20 кв.дм шкіри. Скільки квадратних дециметрів шкіри потрібно на 16 пар **таких** черевиків?

Задача 9. Хлопчик купив 7 зошитів в лінійку та 5 зошитів в клітинку. За всі зошити він заплатив 9 грн. 80 коп. Скільки коштують куплені зошити в лінійку і клітинку окремо, якщо відомо, що їх **ціна однакова**?

Виділені слова в умові цих задач вказують на сталу величину. Учні спочатку на них не звертають увагу, хоча без врахування їх змістового навантаження задача не мала б однозначного розв'язку. Вчитель постійно підкреслює важливість цих вказівок на постійну величину і її використання для знаходження відповіді на питання задачі.

Кожну із цих задач можна розв'язати способом зведення до одиниці. Спочатку обчислюється значення сталої величини, а потім з допомогою цього значення обчислюється одна або кілька шуканих величин. Для прикладу розв'яжемо таким способом задачу 1.

Задача 1. За 8 кг картоплі і заплатили 24 гривні. Скільки треба заплатити за 15 кг **такої самої** картоплі?

Стала величина в цій задачі – це вид картоплі, іншими словами - це **ціна**, тобто **вартість 1 кг** картоплі. Вона залишається незмінною при купівлі, і цю сталу величину можна використати для розв’язування, але спочатку її треба знайти. Вчитель, аналізуючи задачу, поступово підводить дітей до розуміння зв’язків задачі.

– Що треба знати, щоб визначити вартість 15 кг картоплі? *(Треба знати, скільки коштує 1 кг такої картоплі, тобто треба знати ціну).*

– Оскільки картопля однакова, то це значить, що ціна картоплі незмінна. Про це сказано в умові задачі. Ціна буде такою ж, як і при купівлі попередніх 8 кг. Чи відомо, скільки заплатили за 8 кг такої картоплі? *(Відомо. Заплатили 24 гривні.)*

– Якщо за 8 кг картоплі заплатили 24 гривні, чи можна визначити, скільки заплатили за 1 кг цієї картоплі? *(Так, можна.)*

– Яку дію треба виконати, щоб дати відповідь на це питання? *(Дію ділення.)*

– Назвіть числа, які треба ділити. $(24:8=3)$.

– Отже, яка ціна картоплі? Тобто, яка вартість 1 кг картоплі? *(3 гривні.)*

– Як визначити вартість 15 кг такої картоплі? Яку дію треба виконати? *(Треба виконати дію множення).*

– Чому треба множити? *(Тому що за 15 кг треба заплатити у 15 разів більше, ніж за 1 кг).*

– Назвіть числа, які треба множити. $(3 \cdot 15 = 45 \text{ (грн.)})$.

– Яка відповідь на питання задачі? *(Відповідь. За 15 кілограмів картоплі треба заплатити 45 гривень.)*

Проаналізуємо задачу №2 із таб.5, яка пов’язується способом відношень: *Мама купила 40 кг огірків та помідорів. Скільки*

окремо огірків і помідорів купила мама, якщо відомо, що на кожні 6 кг огірків припадало 4 кг помідорів?

- Скільки видів овочів купила мама? (Два види – огірки і помідори.)

- Що сказано в умові задачі про їх масу? *(на кожні 6 кг огірків припадало 4 кг помідорів).*

- Чи можна сказати, чого більше купила мама – огірків чи помідорів? (Огірків більше, бо кожного разу купували 6 кг огірків, а помідорів - менше, тільки 4 кг).

- Скільки кілограмів огірків і помідорів разом купували кожного разу? Якою дією? (Додавання: $6+4=10$ (кг)).

- Отже, кожного разу мама купувала 10 кг огірків і помідорів разом. А відомо, скільки всього овочів купила мама? (так, відомо. В умові задачі сказано, що мама купила 40 кг огірків та помідорів.)

- Чи можна визначити, скільки разів купувала мама **такі** овочі по 10 кг? Яку дію треба виконати? (Дію ділення. Треба 40 поділити на 10.)

- Отже, наступна дія $40:10=4$

- Яке це ділення? На рівні частини чи на вміщення? Чому? *(Це ділення на вміщення. Ми визначаємо, скільки разів по 10 кг міститься в 40 кг.)*

- Яке найменування частки? *(Найменування буде іншим: $40:10=4$ (рази).)*

- Отже, мама купувала 4 рази огірки і помідори. Кожного разу вона купувала 6 кг огірків і 4 кг помідорів. Скільки всього огірків купила мама? Як це знайти? *(Треба 6 кг помножити на 4.)*

- Скільки всього помідорів купила мама? *(Треба 4 кг помножити на 4.)*

- Отже, ми склали такий план розв'язування:

-

1) Скільки кілограмів огірків і помідорів разом купувала мама за один раз?

$$6+4=10(\text{кг})$$

2) Скільки разів купувала мама овочі?

$$40:10=4(\text{р.})$$

3) Скільки всього огірків купила мама?

$$6\cdot 4=24 (\text{кг})$$

4) Скільки всього помідорів купила мама?

$$4\cdot 4=16 (\text{кг})$$

Відповідь. Мама купила 24 кілограми огірків і 16 кілограмів помідорів.

Зрозуміло, що в підготовчій роботі до розв'язування таких задач необхідно ознайомити учнів з величинами, їх найменуваннями та зв'язками між цими величинами, про що вже було сказано вище. Ця робота проводиться постійно при вивченні і арифметичного, і геометричного матеріалу, і на уроках з інших предметів. Тут важливо також правильно підібрати і провести дидактичні ігри, екскурсії, знайомство з різною технікою (особливо для задач на рух та на продуктивність праці). Такі уроки математики розширюють кругозір учнів та наближують математику до реального життя, підвищують зацікавленість дітей цим нелегким для них шкільним предметом. Детальний аналіз задачі (як це зроблено для задачі 1) кожний раз проводити не треба, і сам аналіз треба урізноманітнювати. Повторюючи умову задачі, учні виділяють в ній числові дані і пояснюють, що означає кожне число. Коли учні набудуть деяких навиків при розв'язуванні таких задач, корисно вияснити, яка буде величина відповіді у порівнянні з даними числами – більша чи менша, і по якій причині. Важливою є творча робота над задачею, тому що в ході такої роботи вчитель може показати учням особливості прямо пропорційної або

обернено пропорційної залежності, а це, в свою чергу, є обов'язковою складовою пропедевтики функціональної залежності початкового курсу математики. Аналізуючи зміну залежних між собою величин, учні роблять висновок: збільшення (зменшення) однієї величини у кілька разів призводить до збільшення (зменшення) другої величини у стільки ж разів в одному випадку – випадку прямопропорційної залежності. В іншому випадку обернено пропорційної залежності збільшення (зменшення) однієї величини у кілька разів призводить до зменшення (збільшення) другої величини у стільки ж разів. Звичайно, самі терміни залежностей учням не називають, але тенденції залежності між величинами учні повинні розуміти.

Після розв'язування таких задач на кількох уроках з іншими величинами спосіб узагальнюють і роблять висновки. На етапі закріплення творча робота над розв'язаними задачами, порівняння задач різних видів, але з однією групою величин, встановлення схожості і відмінності між задачами з використанням різної термінології та різних груп пропорційних величин сприяє кращому засвоєнню і запам'ятовуванню. Схожість та відмінність встановлюється і для умови, і термінології, і для способу розв'язування. Корисно пропонувати учням самим складати подібні задачі, це свідчить про глибину засвоєння вивченого матеріалу та розуміння зв'язків між величинами, про які йдеться в умові. Задачі на пропорційну залежність відповідають різним практичним ситуаціям, тому вони є джерелом інформації про життя і про реальні значення різних величин. Наприклад, можна скласти задачу на рух, аналогічну до задачі 1 про купівлю картоплі: *За 8 годин пішохід пройшов 24 км. Скільки кілометрів пройде пішохід на 15 годин, якщо швидкість його руху буде незмінною?* Після складання такої задачі та її

аналізу треба звернути увагу учнів на вибір величин та їх числові значення, без знання яких задачу правильно скласти не можна. Приблизні питання вчителя:

- Чи можна замість 8 *годин* взяти 8 *хвилин*, а величину 24 *км* лишити без зміни? (Ні, не можна. Пішохід за 8 хвилин не зможе пройти 24 км).
- Чи можна в цій задачі замість слова «пішохід» використати слово «автобус» чи «літак»? (Ні, не можна. Автобус, а тим більше літак за 8 годин пройде віддаль набагато більшу, ніж 24 км).

Задачі поступово ускладнюються. Після ретельного аналізу задач на підготовчому етапі і детального пояснення кожної дії подальша робота ведеться на розсуд вчителя в залежності від готовності учнів класу. Хоча задачі ускладнюються, пояснення можна скоротити, бо воно в певній мірі буде повторюватися. Розв'язки задач записуються у вигляді дій з коротким поясненням кожної або без пояснення. Відповіді до кожної задачі записуються обов'язково.

На наступному етапі дітям вже не важко розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного з різними групами величин.

3. ЗАДАЧІ НА ПРОПОРЦІЙНЕ ДІЛЕННЯ

У 3 класі вводять задачі на пропорційне ділення. Вони містять дві змінні пропорційні величини та одну або декілька сталих величин. В задачах можуть бути задані різні комбінації сталих і змінних. Класифікацію всіх типів задач на пропорційне ділення з прямо пропорційною залежністю відображено в таб.6.(аналогічно [1]).

Таб.6.

Величини			Задачі
ціна	кількість	вартість	
Стала	Дано два або більше значень	Дано суму значень, які відповідають кількості. Знайти доданки	Учениця купила по однаковій ціні 6 олівців і 4 ручки. Всього вона заплатила 11 гривень. Скільки коштували олівці і ручки?
Стала	Дано суму значень, які відповідають вартості. Знайти доданки	Дано два або більше значень	Учениця купила по однаковій ціні зошити в клітку і лінійку, всього 10 штук. За зошити в клітку вона заплатила 12 грн., а за зошити в лінійку 8грн. Скільки було куплено окремо зошитів у клітку і в лінійку?
Дано два або більше значень	Стала	Дано суму значень, які відповідають ціні. Знайти доданки	У магазині продали однакову кількість шапок і шарфів. Шапка коштувала 50грн., а шарф 30 грн. За всі продані речі виручили 1600 грн. Скільки кош-

			тували окремо всі шапки і всі шарфи?
Дано суму значень, які відповідають вартості. Знайти доданки	Стала	Дано два або більше значень	У магазині продали однакову кількість шапок і шарфів. Шапка з шарфом коштувала 80 гривень. За всі шапки виручили 1000 гривень, а за всі шарфи 600 гривень. Скільки коштувала шапка і скільки коштував шарф окремо?

Спільними рисами більшості задач на пропорційне ділення є такі:

- 1) в сюжеті задачі йдеться про два види взаємопов'язаних між собою величин, які мають різне найменування;
- 2) в задачі задається два значення величини одного виду (одного найменування) і суму значень величин другого виду (іншого найменування). Ці три величини взаємопов'язані і перебувають в пропорційній залежності;
- 3) в задачі треба знайти значення доданків, які утворюють суму, задану в умові.

Вміння розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного є необхідною умовою успішного засвоєння задач на **пропорційне ділення**. Вивчення таких задач поряд із задачами на ділення у даному відношенні є логічним завершенням засвоєння прямої і оберненої пропорційної

залежності. Задачі, при розв'язуванні яких треба застосувати такі правила, бувають різної складності. В загальному до цього виду відносяться задачі, в яких вимагається одне число поділити пропорційно іншим заданим числам (двом або більше). Наприклад, така абстрактна задача: *«Поділити число 72 на дві частини у відношенні 6:2»* може бути по іншому сформульована так: *«Поділити число 72 на дві частини прямопропорційно числам 6 і 2»*. Це означає, що два числа, які ми отримаємо у відповіді (позначимо їх a і b), в сумі мають давати 72 (тобто $a+b=72$), а їх відношення $a:b=6:2$. Цей запис слід пояснити учням так: частка від ділення чисел a і b така сама, як і при діленні числа b на 2. Щоб розв'язати таку задачу, треба знайти, скільки всього рівних частин міститься в числі 72. Кількість частин визначається як сума чисел, на які треба ділити дане число 72. Отже, спочатку обчислюємо кількість всіх частин, а потім – скільки одиниць припадає на одну частину. Запис розв'язку цієї задачі по діях такий:

- 1) $6 + 2 = 8(\text{ч.})$ – всього частин;
- 2) $72 : 8 = 9(\text{од.})$ – в одній частині;
- 3) $9 \cdot 6 = 54$ - перше число;
- 4) $9 \cdot 2 = 18$ - друге число.

Відповідь. Перше число – 54, друге число – 18.

Перевірка: сума чисел 54 і 18 рівна 72, а відношення 54:18 таке ж, як і чисел 6:2 (отримується виконанням дії ділення, тобто $54:18=3$, і $6:2=3$). Отже, $54:18=6:2$. З часом треба вводити складніші випадки пропорційного ділення, коли частка чисел у відношенні не виражається цілим числом. Наприклад, попередню задачу можна сформулювати таким чином: *«Поділити число 72 на дві частини у відношенні 7:2»*. Частка чисел 7:2 не виражається цілим числом, що може викликати труднощі при розв'язуванні. Учні повинні знати, як працювати

в такому випадку, тому вчитель має пояснити, що спосіб розв'язування задачі залишається незмінним, а для перевірки правильності розв'язку треба складові числа 72 (числа 56 та 16) треба поділити на їх спільний дільник 8. Отримаємо: $56:8=7$; $16:8=2$. Отже, $56:16=7:2$.

При аналізі сюжетних задач майстерність педагога полягає у виборі таких способів пояснення нового виду задач, які б запам'яталася учням і давали можливість виділити ці задачі і способи їх розв'язування серед великої кількості задач інших видів. Для цього можна використовувати різні технології викладу нового матеріалу, особливо корисно використати створення проблемних ситуацій. Це зацікавить учнів, буде тримати їх у напруженні і створить ситуацію успіху при знаходженні розв'язку задачі. Першу задачу на пропорційне ділення можна утворити разом із учнями, взявши за основу добре проаналізовану і розв'язану задачу на знаходження четвертого пропорційного. Наприклад, учні розв'язали таку задачу на знаходження четвертого пропорційного:

Задача 10. *Для школи купили по однаковій ціні 6 вазонів із фіалками та 8 вазонів із кактусами. За вазони із фіалками заплатили 72 гривні. Скільки коштували вазони із кактусами?*

Розв'язання цієї задачі по діях учні записують на дошці:

$$1) 72 : 6 = 12(\text{грн.})$$

$$2) 12 \cdot 8 = 96 (\text{грн.})$$

Відповідь формулюється усно біля дошки, а учні записують в зошитах. Взявши умову цієї задачі за основу, вчитель разом із учнями перетворює її в задачу на пропорційне ділення. Для цього умову треба змінити, ввівши загальну вартість всіх вазонів, тобто задавши суму чисел $72+96=168$. В задачі тепер буде 2 невідомі величини, які треба відшукати – це вартість

кожного виду вазонів окремо. Для відповіді на ці питання число 168 треба поділити на дві частини пропорційно числам 6 і 8. Отже, запитань до задачі буде 2, і у відповіді маємо отримати 2 числа. Вчитель ціленапрявлено змінює умову задачі 7, перетворюючи в задачу 8 на пропорційне ділення.

Задача 11. *Для школи купили по однаковій ціні 6 вазонів із фіалками та 8 вазонів із кактусами. За всі вазони разом заплатили 168 гривень. Яка вартість кожного виду вазонів окремо?*

Вчитель задає запитання, які повинні підвести дітей до розуміння суті задачі і способу її розв'язування.

Вчитель. Нам треба знайти вартість **кожного** виду вазонів. Які це види? Скільки видів вазонів в цій задачі?

- Скільки чисел ми повинні отримати у відповіді до задачі? Чому саме 2 числа?
- Чи можна відразу знайти вартість вазонів із фіалками? Із кактусами? Чому не можна?
- Чи можемо ми знайти, скільки купили всіх вазонів разом? Для чого це потрібно?
- Як можна визначити ціну одного вазона? Чи буде ціна вазона залежати від виду? Чому не буде? Як це можна використати для знаходження ціни?
- Яка буде перша дія? Напишіть коротке пояснення цієї і всіх наступних дій.

-

1) $6 + 8 = 14$ (в.) – купили для школи.

2) $168 : 14 = 12$ (грн.) - ціна одного вазона.

3) $12 \cdot 6 = 72$ (грн.) – вартість вазонів із фіалками.

4) $12 \cdot 8 = 96$ (грн.) - вартість вазонів із кактусами.

Відповідь. Вартість вазонів із фіалками 72 гривні, а вазонів із кактусами 96 гривень.

Це не єдиний спосіб вивчення задач на пропорційне ділення. Вчитель сам вирішує, який спосіб вибрати і в якому порядку розв'язувати такі задачі. Це робиться на основі знання потенціалу класу, ступеня засвоєння попереднього матеріалу, вміння розв'язувати задачі попередніх видів та багатьох інших об'єктивних та суб'єктивних факторів.

Поступово вводять задачі на пропорційне ділення з різними величинами, а потім – задачі інших видів. Для узагальнення цього виду задач треба розглянути вправи творчого характеру, зміну даних до задачі, складання і розв'язування обернених задач та ін.

Задача 12. Троє чоловіків купили лотерейні квитки «Спортлото» і на один із них виграли 750 грн. Як вони повинні розділити виграш, якщо перший вніс 24 грн., другий 15 грн. і третій – 11 грн.?

Вчитель. В цій задачі число 750 треба поділити не на дві, а на три частини, бо за квитки платили три чоловіки. Зрозуміло, що найбільший виграш із цих 750 грн. має отримати той, хто вніс найбільше грошей. Весь виграш (750 грн.) треба поділити пропорціонально внескам чоловіків, тобто числам 24, 15 та 11. Щоб визначити суму виграшу кожного чоловіка, нам треба дізнатися, скільки гривень буде припадати на кожную вкладену ними гривню, тобто визначити коефіцієнт виграшу. Спосіб розв'язування залишається таким самим, як і в попередніх задачах. Складемо план розв'язування:

1) Яку суму грошей потратили на квитки 3 чоловіки разом?

$$24+15+11=50 \text{ (грн.)}$$

2) Який коефіцієнт виграшу?

$$750:50=15$$

3) Який виграш отримав кожний чоловік?

$$24 \cdot 15 = 360 \text{ (грн.)} - \text{отримав перший чоловік;}$$

$$15 \cdot 15 = 225 \text{ (грн.)} - \text{отримав другий чоловік;}$$

$11 \cdot 15 = 165$ (грн.) - отримав третій чоловік.

Відповідь. Перший чоловік отримав 360 гривень, другий – 225 гривень, третій – 165 гривень.

4. ЗАДАЧІ НА ЗНАХОДЖЕННЯ НЕВІДОМИХ ЗА ДВОМА РІЗНИЦЯМИ

Задачі цього виду містять в умові одну або кілька сталих величин, із яких можна утворити дві різниці, при цьому одна різниця задається зразу, а другу треба знайти. Іншими словами, в умові задачі задається два значення однієї величини, а відповідні значення іншої величини, пов'язаної із першою, задаються у вигляді різниці двох значень, які необхідно визначити. Величини, які виражають дві різниці, взаємопов'язані, і їх залежність дає можливість знайти шукані величини. Є декілька видів задач на дві різниці, але в початковій школі розглядають тільки два види таких задач (див. таб.7).

Таб. 7

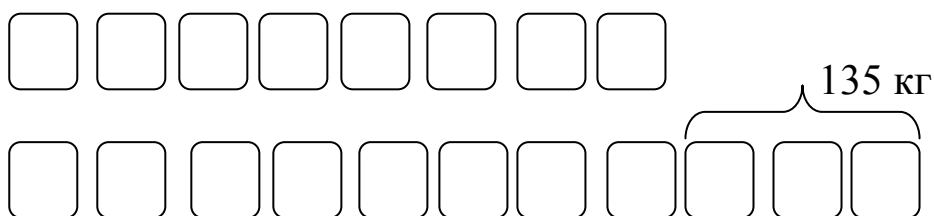
№	Величина	1-ша змінна	2-на змінна	Задача
1	Стала	Дано два значення	Дано різницю двох значень, які відповідають кількості, і їх значення треба знайти.	З першої ділянки зібрали 8 мішків картоплі, а з другої ділянки – 11 таких мішків, причому з другої ділянки зібрали на 135 кг картоплі більше, ніж з першої ділянки. Скільки кілограмів картоплі

				зібрали з кожної ділянки окремо?
2	Стала	Дано різницю двох значень, які відповідають вартості, і їх значення треба знайти.	Дано два значення	З першої ділянки зібрали 360 кг картоплі, а з другої – 495 кг такої ж картоплі. З першої ділянки зібрали на 3 мішки менше, ніж з другої ділянки. Скільки мішків картоплі зібрали з кожної ділянки?

Обидва види задач на дві різниці розв’язують способом знаходження значення сталої величини. На підготовчому етапі перед розглядом цього типу задач рекомендується розглянути прості задачі на зведення до одиниці та ускладнені задачі, які встановлюють явно суть кожної різниці. Наприклад, перед розв’язуванням задачі №1 із таб.7 Можна запропонувати такі прості задачі:

- 1) З першої ділянки зібрали 8 мішків картоплі, а з другої ділянки – 11 таких мішків. На скільки більше мішків картоплі зібрали з другої ділянки, ніж з першої? На скільки менше мішків картоплі зібрали з першої ділянки, ніж з другої?
- 2) З якої ділянки зібрали більше картоплі? Чому?
- 3) У скількох мішках знаходиться картопля, яка перевищує урожай з першої ділянки?
- 4) У 3 мішках знаходилося 135 кг картоплі. Скільки кілограмів картоплі у одному такому мішку?

Можна виконати схематичний малюнок, який допоможе учням зрозуміти суть такої задачі.



Отже, для розв’язування задачі такого виду треба знати дві різниці пов’язаних між собою величин: одна різниця – це різниця кількості мішків, зібраних з першої і другої ділянок ($11-8=3$), а друга різниця – це різниця в кілограмах картоплі, які зібрані з цих ділянок (135 кг). Другу різницю обчислювати не треба, вона в задачі задається відразу.

Методичні прийоми вчителя при вивченні задач на знаходження невідомих за двома різницями подібні до методик при ознайомленні із задачами на пропорційне ділення. Тут можна використовувати різні проблемні ситуації, складання задач по принципу «від простого до складного», використання різної наочності та предметного моделювання, таблиці, схематичні рисунки тощо. Вчитель має нагадати учням подвійну суть математичного терміну «різниця»: різниця – це назва математичного виразу, який містить дію віднімання ($11 - 8$), а з другого боку, різниця – це одне число, яке є результатом виконаної дії віднімання (135 кг). Для розв’язування цього виду задач розуміння подвійної суті цих термінів допомагає краще зрозуміти і засвоїти спосіб їх розв’язування і використовувати його не за зразком, механічно, а з усвідомленням значення кожного числа, заданого і знайденого в процесі розв’язку.

При складанні задач учнями за даними числовими значеннями вчитель повинен активно допомагати учням правильно підбирати слова, виправляти граматичні і математичні неточності, слідкувати за правильним використанням математичних термінів. Наведемо конкретний приклад. Треба скласти задачу за даними із таблиці:

Витрата на 1 річ	Кількість речей	Загальна витрата
Однакова	1 тиждень – 18 ш. 2 тиждень – 23 ш.	? на 2 кг менше ? кг.

Під керівництвом вчителя учні складають таку задачу:

Задача 13. *Першого тижня трикотажне ательє сплело 18 шапок, а другого тижня – 23 **таких** шапки, причому першого тижня витратили на 2 кг **шерсті менше**, ніж другого тижня. Скільки шерсті витрачено на виготовлення шапок першого тижня?*

При розборі цієї задачі треба показати дві різниці, які треба використати при розв’язуванні задачі. Перша різниця задана явно, її значення – 2 кг. На запитання вчителя: «Чому величина 2 кг є різницею?» учні повинні дати пояснення. (2 кг – це назва результату дії віднімання. Ця величина утворилася, коли відняли загальні витрати шерсті другого і першого тижня. Самі витрати по тижнях невідомі, але для розв’язку задачі це не має значення – важливий тільки результат дії віднімання, який задано в умові задачі). Другу різницю треба обчислити, виконавши дію віднімання: $23 - 18 = 5$ (ш.) Отже, саме на виробництво цих 5 шапок витрачено надлишкових 2 кг шерсті. Оскільки витрати на 1 шапку однакові, то їх можна знайти дією ділення: $2000:5=400$ (г). Наступна дія дає відповідь на запитання задачі: $400 \cdot 18 = 7200$ (г). **Відповідь.** *Першого тижня на шапки витратили 7 кг 200 г шерсті.*

Узагальнення способів розв'язування задач і перевірки ступеня їх засвоєння можна здійснити при перетворенні цих задач. При цьому саме перетворення може бути різним – задача може ускладнюватися або спрощуватися. Так, задача на знаходження четвертого пропорційного може бути розчленована на задачу на пропорційне ділення і на задачу на знаходження невідомих за двома різницями. Можна ускладнити дану задачу, ввівши додаткові дані і змінивши запитання задачі. Творча робота над задачею допомагає учням чітко уявити структуру задачі та залежність між даними, а, значить, і правильно вибирати дії і використовувати залежності між величинами при розв'язуванні. Зрозуміло, що творчу роботу над задачею вчитель повинен проводити тоді, коли переконається, що учні зрозуміли спосіб розв'язування і більшість учнів без труднощів знаходять відповідь.

5. ЗАДАЧІ НА РУХ

Задачі з пропорційними величинами, які пов'язані із рухом тіл, традиційно розглядаються в окремій темі «Швидкість. Час. Відстань». Цю тему детально вивчають в 4 класі. При цьому вивчають різні види руху, формулюють і вивчають формули, які пов'язують швидкість, час і відстань. Але серед всього розмаїття задач власне на рух ми виділяємо тільки ті задачі, при розв'язуванні яких можна і треба використати правила, які застосовують при розв'язуванні задач з пропорційними величинами.

Особливість задач на рух полягає у введенні та використанні нової специфічної величини – **швидкості** та одиниць її вимірювання. При поясненні змісту цієї величини вчителю слід пам'ятати, що діти пов'язують поняття «швидше – повільніше» не з швидкістю руху, а з часом, затраченим на

рух. Дітей треба ознайомлювати з поняттям швидкості на простих і зрозумілих прикладах.

Вчитель. Віддаль між сусідніми селами 20 км. Чому автомобіль проїжджає цю віддаль швидше, ніж велосипедист? Чому пішохід потратить на подолання цього шляху більше часу, ніж велосипедист?

Відповідаючи на ці питання, треба користуватися поняттям «швидкість». Слід пояснити учням, що слова «швидше, повільніше» не пов'язані безпосередньо з часом руху, їх можна використовувати тільки тоді, коли відома швидкість. Знаючи час руху, можна дати відповідь тільки на питання «Хто витратив більше часу на весь шлях?» Наприклад, повідомлення: «Мотоцикл був в дорозі 40 хвилин, а автомобіль 50 хвилин» не дає відповіді на питання, хто з них рухався швидше, а хто повільніше.

На підготовчому етапі перед введенням швидкості і одиниць її вимірювання треба з учнями повторити одиниці довжини - кілометр, метр, дециметр, сантиметр, міліметр та одиниці часу – година, хвилина, секунда і співвідношення між ними:

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$$

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см}$$

$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$

$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$

$$1 \text{ год} = 60 \text{ хв}$$

$$1 \text{ хв} = 60 \text{ с.}$$

Після цього учнів знайомлять з одиницями вимірювання швидкості, які для них достатньо незвичні і мають подвійне найменування – 1км/год, 1 км/хв., 1км/с, 1м/хв., 1 м/с і т.д. Велику увагу на перших порах при вивченні швидкості треба приділяти правильності запису та усного найменування її одиниць. Треба намагатися чіткого розмежування понять «швидкість» та «віддаль» і не плутати одиниці їх

вимірювання. Ці поняття є близькі, бо швидкість по своїй суті це теж віддаль, але віддаль специфічна, це віддаль, пройдена за одиницю часу. Саме цим пояснюється найменування одиниці швидкості.

Діти повинні добре розуміти, що задачі на рух – це задачі величинами *швидкість*, *час*, *віддаль (шлях)*, які пов’язані між собою з пропорційною залежністю, прямою або оберненою. Знаючи будь-які дві із них, можна визначити третю величину. В математиці *швидкість*, *час*, *віддаль* прийнято позначати спеціальними буквами: *швидкість* - V , *час* - t , *віддаль* – S . Ці три величини пов’язані між собою залежностями, які виражаються формулами: $S=V \cdot t$, $V=S/t$, $t=S/V$.

Деякі задачі із сюжетом на рух по своїй суті і способу розв’язування можна віднести до задач іншого виду. Наприклад, задача, складена дітьми за даними із таб.? є, фактично, задачею на знаходження невідомого за двома різницями.

Нехай на дошці висить таблиця із даними до задачі, яку треба скласти.

Швидкість	Час	Шлях
Однакова	1 – 5 год 2 – 9 год	? на 24 км менше ? грн.

Під керівництвом вчителя учні складають задачу:

Задача 14. Один пішохід був у поході 5 годин, а другий – 9 годин, і пройшов на 24 км більше, ніж перший. Скільки кілометрів пройшов кожний пішохід, якщо їх швидкість була однакова?

Учні з’ясовують, чому пройдений шлях кожним пішоходом різна, за який час пішоходи проходять однаковий

шлях, звідки береться шлях 24 км, який час затрачено на проходження цих 24 км. Після цього можна скласти план розв'язування задачі:

1) На скільки більше годин був у поході другий пішохід?

$$9 - 5 = 4 \text{ (год.)}$$

2) Яка швидкість пішоходів?

$$24 : 4 = 6 \text{ (км/год)}$$

3) Скільки кілометрів пройшов перший пішохід?

$$6 \cdot 5 = 30 \text{ (км)}$$

4) Скільки кілометрів пройшов другий пішохід?

$$6 \cdot 9 = 54 \text{ (км)}$$

Відповідь. Перший пішохід пройшов 30 кілометрів, другий пішохід пройшов 54 кілометри.

Слід звернути увагу, що відповідь на останнє питання задачі можна отримати і другим способом, виконавши дію $30 + 24 = 54 \text{ (км)}$. Перевірку розв'язку задачі можна зробити, звіряючи умову з числами, отриманими в діях і у відповіді.

Задача 15. Швидкість автомобіля, який виїхав з пункту А, рівна 60 км/год. Швидкість другого автомобіля, який одночасно виїхав йому назустріч із пункту В, рівна 80 км/год. Перший автомобіль до зустрічі проїхав 240 км. Яку віддаль проїхав другий автомобіль до зустрічі?

Ця задача по своїй структурі, кількості даних і зв'язку між ними відноситься до задач на знаходження четвертого пропорційного. Для її розв'язування можна використати ті ж методи, що й до інших задач цього виду. Сталою величиною в задачі є час руху автомобілів. Щоб його знайти, треба використати формулу $t = S/V$. З умови задачі відомі шлях (240 км) і швидкість (60 км/год) першого автомобіля. А знаючи час

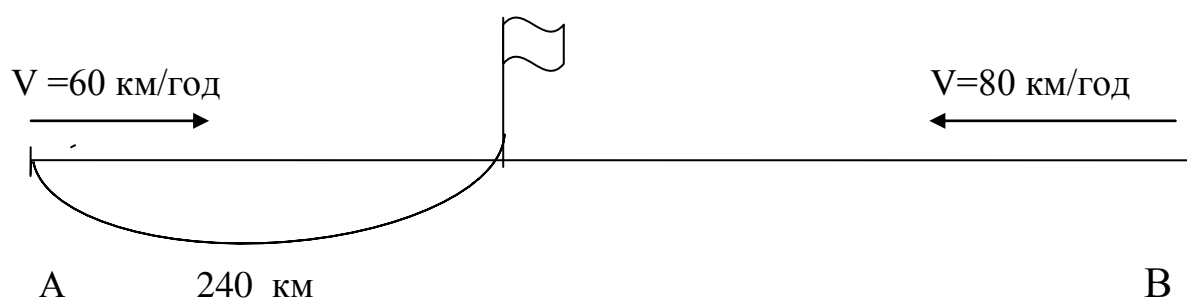
руху і швидкість другого автомобіля, знайдемо пройдений ним шлях за формулою $S=V \cdot t$. Запис розв'язку по діях має вид:

1) $240:60 = 4(\text{год})$ - час руху;

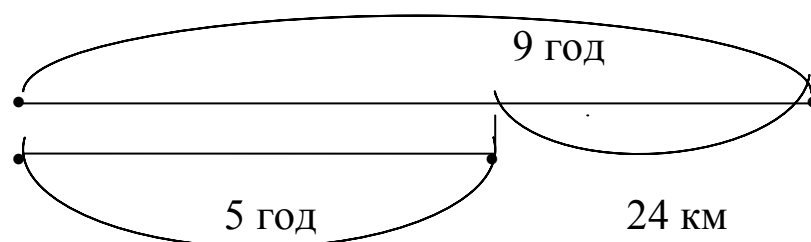
2) $80 \cdot 4 = 320$ (км) –пройшов другий автомобіль.

Відповідь. Другий автомобіль до зустрічі пройшов 320 кілометрів.

Кожна задача на рух вимагає аналізу конкретної задачної ситуації, і, по можливості, її наочної інтерпретації. Для цього можна використати схематичні рисунки, які відображають співвідношення між величинами і сам процес руху. До задачі можна намалювати таку схему:



На схемах відрізок зображає віддаль між двома пунктами, стрілки над ним показують величину швидкості і напрям руху об'єктів (в даному разі назустріч один одному). Прапорець символізує місце зустрічі рухомих об'єктів. Всі числові дані задачі повинні бути відображені на схемі. Попередню **задачу 14** можна проілюструвати так:



6. ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИКОНАННЯ

1. На 7 однакових сорочок витратили 18м тканини. Скільки треба метрів тканини, щоб пошити 28 таких сорочок?
2. В одній коморі було 6 мішків насіння, а в другій 3 такі мішки. Всього в двох коморах було 90 кг насіння. Скільки кілограмів насіння було в кожній коморі окремо?
3. Один вантажний автомобіль може перевезти 1200 ц цементу за 40 рейсів, а другий – за 24 рейси. Скільки рейсів треба зробити двом таким автомобілям одночасно для перевезення 3200 ц цементу?
4. Три косарки однакової потужності скошили траву з площі 54 га за 9 годин. За скільки годин дві такі косарки скосять траву з 24 га?
5. За кожну правильну відповідь на шкільному конкурсі учень 3 класу отримує стільки ж балів, скільки учень 4 класу. Учень 4 класу дав правильну відповідь на 12 питань, що в 3 рази більше, ніж учень 3 класу. Всього обидва учні отримали за цей конкурс 96 балів. Скільки балів отримав учень 3 класу і 4 класу окремо?
6. Шапка і шарф коштують однаково. Магазин продав 8 шапок і 9 шарфів, на загальну вартість 1020 грн. Скільки коштують всі продані шапки і всі шарфи окремо?
7. Два трактори за 8 годин зорали 144 га. Скільки гектарів може зорати один трактор за 3 години?

8. Один маляр може пофарбувати 120 дверей за 12 днів, а другий – за 8 днів. За скільки днів, працюючи разом, два малярі пофарбують 250 дверей?
9. Друкарня відправила книги у два магазини однаковими пачками. В перший магазин відправлено 6 пачок, а в другий – у 3 рази більше. Всього у два магазини відправлено 720 книг. Скільки книг відправлено в кожний магазин?
10. Автомобіль за 2 дні проїхав 520 км, рухаючись з однаковою швидкістю. Першого дня він був у дорозі 3 години, а другого дня – на 2 години більше, ніж першого. Яку відстань проїхав автомобіль другого дня?
11. За 3 кг моркви і 4 кг буряків заплатили 24 грн.50 коп. Скільки коштували буряки, якщо ціна моркви і буряків однакова?
12. Магазин продав за день 18 пачок масла і 15 пачок маргарину по однаковій ціні за пачку, і отримав за ці товари 231 гривню. Скільки гривень коштує 1 пачка масла?
13. Барбі купила 5м шовку для своїх сукенок і заплатила на 30 монет більше, ніж Джейн, яка купила 3м такого ж шовку. Скільки монет заплатила Джейн за тканину для своїх сукенок?
14. Першого дня пішохід пройшов 24 км, а другого дня – 32 км, причому другого дня він у дорозі на 2 години довше.

Знайти віддаль, яку пройшов пішохід кожного дня, якщо його швидкість була однаковою.

15. Комбайн зібрав врожай зернових з двох ділянок: з першої – 456 ц, а з другої – 684 ц. Площа другої ділянки на 6 га більша, ніж першої. Скільки центнерів зерна зібрали з другої ділянки, якщо врожайність на обох ділянках була однаковою?
16. Бабуся купила внукам 6 пампушок і 8 пиріжків за однаковою ціною, але за пиріжки вона заплатила на 5 грн. більше. Яка вартість пампушок?
17. Фабрика пошила в січні 2500 костюмів, а в лютому – на 40 таких костюмів менше. В січні було витрачено на 200м тканини більше. Скільки тканини витратила фабрика на костюми за два місяці?
18. На пошиття двох блузок витратили 6м тканини. Скільки метрів тканини треба для пошиття 3 таких блузок? 4 таких блузок?
19. На пошиття двох блузок витратили 6м тканини. Скільки таких блузок можна пошити з 15м тканини? з 18м?
20. Два робітники виготовили 320 деталей. Перший робітник потратив на цю роботу 9 днів, а другий – 7 днів. Скільки деталей виготовив кожний робітник?
21. Дві бригади за час спільної роботи уклали 720м залізничних шпал. Кільки метрів шпал уклала кожна бригада, якщо в першій було 7 робітників, а в другій 5?

22. За 8 брусків мила і 6 тюбиків зубної пасти заплатили 56 грн. Яка вартість всього купленого мила, якщо відомо, що ціна одного бруска мила дорівнює ціні одного тюбика зубної пасти?
23. 8 однакових автобусів за 4 рейси перевезли 1728 пасажирів. Скільки пасажирів перевезуть 3 таких автобуси за 5 рейсів?
24. За 4 дні роботи 5 ткаць виткало 920 м полотна. Скільки метрів полотна можуть виткати 3 ткачі за 2 дні роботи?
25. 3 кухарки за 4 години зіпили 576 вареників. Скільки вареників зіпить 4 кухарки за 2 години?
26. Із 50 кг свіжих фруктів отримують 9 кг сушених. Скільки кілограмів сушених фруктів можна отримати із 350 кг свіжих?
27. Із 50 кг свіжих фруктів отримують 9 кг сушених. Скільки кілограмів свіжих фруктів потрібно, щоб отримати 27 кг сушених?
28. Чайні пакетики запакували в однакові коробки. Відомо, що маса 24 коробок на 1 кг 200 г більша, ніж маса 18 таких коробок. Чи вистачить 32 коробки для упаковки чайних пакетиків загальною масою 6 кг?
29. При обсмажуванні кави із 6 кг свіжих зерен кави отримують 4 кг смажених. Скільки кілограмів обсмажених зерен отримають із 12ц свіжих зерен?

30. Щоб отримати стільки тепла, скільки дають при спалюванні 2ц нафти, треба спалити 3ц вугілля. Скільки потрібно нафти, щоб замінити 900 кг вугілля?
31. Один трактор витратив за день 90 л пального, а другий – 120л. Скільки годин працював кожний трактор, якщо всього вони працювали 21 год?
32. На два хлібозаводи завезли 280 мішків борошна, причому перший хлібозавод отримав 6т, а другий – 8т борошна. Скільки мішків борошна отримав перший хлібозавод?
33. Два загони учнів збирали шипшину. Перший загін зібрав 8 кошиків ягід, а другий загін – на 3 кошики більше, ніж перший. При цьому другий загін зібрав на 18 кг шипшини більше. Знайти масу шипшини, зібраної учнями другого загону.
34. Із 11м лляної тканини пошили 3 скатертини. Скільки метрів тканини потрібно для пошиття 9 таких скатертин?
35. Набір із 6 склянок коштує 19 грн. Скільки коштує 3 таких склянки? Скільки коштує 9 таких склянок?
36. Чотири косарки працювали одночасно 7 годин і викосили разом 756т трави. За який час 3 таких косарки скосять 486 т трави?
37. Визначити масу сіна, яку з'їдять 6 кролів за 5 днів, якщо 2 таких кролі за 3 дні з'їли 2 кг 100 г сіна.
38. На заправку автомобілів швидкої допомоги першого дня витратили 4 бочки бензину, а другого дня – 5 таких

бочок. Всього за два дні витратили 900 л пального. Скільки літрів пального витратили другого дня?

39. У два магазини привезли однакові порції морозива загальною масою 18 кг 720 г. У перший магазин привезли 83 порції, а в другий – на 10 порцій менше. Знайти масу морозива, яке привезли в перший магазин.
40. Для двох груп дитячого садка привезли нові ліжка. Молодша група отримала 29 ліжок, а старша – 32 таких ліжка. Вартість всіх ліжок для обох груп становила 25620 грн. Яка вартість ліжок для молодшої групи?
41. На швейній фабриці за перший тиждень пошили 230 блузок, а за другий таких самих блузок пошили у 2 рази більше. На всі блузки витратили 1725 м тканини. Знайти розхід тканини швейної фабрики за перший тиждень.
42. Оля купила 40 дм стрічки, що на 30 см більше від довжини такої ж стрічки, яку купила Мар'яна. Скільки за стрічку заплатила Оля, якщо Мар'яна заплатила на 1 грн. 80 коп. менше, ніж Оля?
43. Оля купила 40 дм стрічки, що на 30 см більше від довжини такої ж стрічки, яку купила Мар'яна. Скільки заплатила Оля, якщо разом вони заплатили за придбані стрічки 49 грн. 80 коп.?
44. Для приготування фарфору необхідно взяти 25 частин білої глини, 2 частини піску і 1 частину гіпсу. Скільки треба взяти кожного із цих матеріалів для приготування 1 кг 400г фарфору?

45. Літак за 12 хвилин пролетів 180 км. Скільки кілометрів пролетить цей літак за півгодини з такою ж швидкістю?
46. Велосипедист їхав 8 годин зі сталою швидкістю протягом двох днів. Першого дня він проїхав 65 км, а другого дня – 39 км. Скільки кілометрів проїхав велосипедист другого дня?
47. Поділити число 204 прямо пропорційно числам 6 і 11.
48. Поділити число 644 на частини у відношенні 7:9:12.
49. 15 робітників виконали деяку роботу за 46 днів. За скільки днів цю саму роботу зроблять 23 робітники, якщо їх продуктивність буде такою ж?
50. Для 5 коней на 30 днів потрібно 9 ц вівса. Скільки вівса потрібно для 7 коней на 2 тижні?

ЗМІСТ

ВСТУП.	3
1. ЗАДАЧІ З ПРОПОРЦІЙНОЮ ЗАЛЕЖНІСТЮ ВЕЛИЧИН.	4
2. ЗАДАЧІ НА ЗНАХОДЖЕННЯ ЧЕТВЕРТОГО ПРОПОРЦІЙНОГО.	9
3. ЗАДАЧІ НА ПРОПОРЦІЙНЕ ДІЛЕННЯ.	22
4. ЗАДАЧІ НА ЗНАХОДЖЕННЯ НЕВІДОМИХ ЗА ДВОМА РІЗНИЦЯМИ.	29
5. ЗАДАЧІ НА РУХ.	33
6. ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИКОНАННЯ.	38

Література

1. Методика викладання математики в початкових класах: навчальний посібник /. М.О Бантова, Г.В.Бельтюкова, О.М.Полевщикова – К.: Вища школа, 1977. – 304 с.
2. Методика навчання розв'язування сюжетних задач у початковій школі: навч.-метод.посібник. Частина II – Методика формування в молодших школярів умінь розв'язувати задачі певних видів / Скворцова С.О. - Одеса: «Фенікс», 2011. – 156 с.
3. Навчаємо математики. Методика роботи над задачами / О.П.Корчевська - Тернопіль: Мандрівець, 2008. - 160 с.