

# 9 МЕХАНІЧНІ ХВИЛІ

Вище (розділ 8) були розглянуті характеристики періодичних рухів (коливань) ізольованих матеріальних точок (тіл). В даному розділі ми розглянемо випадок, коли періодичного руху надано матеріальній точці (частинці), яка є складовою частиною суцільного середовища (повітря, вода, тверде тіло тощо). Таке середовище складається із великої кількості пружно зв'язаних одна з одною частинок і, якщо збуджуються коливання однієї із частинок, то в середовищі виникають коливання і інших пружно зв'язаних одна з одною частинок. Отже, збуджена частинка є центром поширення коливань в середовищі. **Процес поширення коливань у середовищі називається хвилею.** Хвилі, які виникають і поширюються в пружному середовищі, називають **механічними хвилями**. Механічні хвилі (наприклад, хвилі на поверхні води, звукові хвилі, хвилі, що збуджуються в струнах тощо) є коливальні рухи матеріальних частинок. Хвиля сама по собі не є матеріальним тілом, однак її поширення можливе тільки в матеріальному середовищі (речовині). Хвиля представляє собою коливання, які при своєму поширенні не переносять з собою речовини. Однак, будь-які хвилі переносять енергію із однієї точки простору в іншу.

Крім механічних хвиль існують і так звані **електромагнітні хвилі**: це – радіохвилі, теплове випромінювання, світло, рентгенівське і  $\gamma$  – випромінювання. Електромагнітні хвилі представляють собою коливання електромагнітного поля. Вони можуть поширюватися не тільки в речовині але і у вакуумі.

## § 9.1. Характеристика хвиль

Основні параметри, які використовуються для характеристики періодичної синусоїдальної хвилі, показані на рис. 9.1.

Вищі точки хвильового руху називають **пучностями**, а нижчі – **впадинами**. **Амплітуда** – це максимальна висота пучності або глибина впадини, яка вимірюється відносно положення

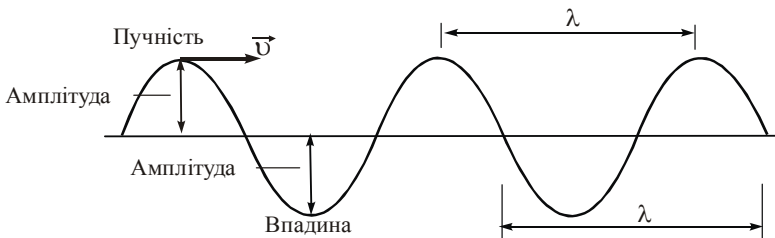


Рис. 9.1

рівноваги. **Довжина хвилі ( $\lambda$ )** – це відстань між двома сусідніми пучностями або впадинами. **Частота ( $\nu$ )** – це число повних коливань за одиницю часу. **Період ( $T$ )** – час, на протязі якого здійснюється одне повне коливання. Із визначення зрозуміло, що

$$T = \frac{1}{\nu}. \quad (9.1)$$

### Швидкість поширення хвилі

$$\boxed{\nu = \frac{\lambda}{T}} \quad \text{або} \quad \boxed{\nu = \lambda \nu}. \quad (9.2)$$

Швидкість поширення хвилі залежить від властивостей середовища, в якому вона поширюється. Наприклад, в натягнутій струні вона залежить від сили натягу струни  $F_n$  і від маси на одиницю довжини струни  $\mu$ . Для хвиль з невеликою амплітудою

$$\nu = \sqrt{\frac{F_n}{\mu}} = \sqrt{\frac{F_n L}{m}}, \quad (9.3)$$

де  $\mu = m/L$ .

**Приклад 9.1.** Спостерігач помітив, що гребні хвиль проходять повз носа нерухомого човна кожні 5 с. Відстань між гребнями він оцінив у 15 м. З якою швидкістю рухаються хвилі?

**Розв'язок.** Швидкість хвиль розрахуємо за формулою (9.2):

$$\nu = \frac{\lambda}{T} = \frac{15 \text{ м}}{5 \text{ с}} = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Приклад 9.2.** Хвиля з довжиною  $\lambda = 0,5 \text{ м}$  поширюється вздовж дроту довжиною  $L = 300 \text{ м}$ , загальна маса якого  $m = 30 \text{ кг}$ . Знайти швидкість поширення і частоту цієї хвилі. Сила натягу дроту  $F_n = 4000 \text{ Н}$ .

**Розв'язок.** Для знаходження швидкості хвилі скористаємось формулою (9.3):

$$\nu = \sqrt{\frac{F_n}{\mu}} = \sqrt{\frac{F_n}{m/L}} = \sqrt{\frac{(4000 \text{ Н})(300 \text{ м})}{(30 \text{ кг})}} = 200 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Частоту хвилі виразимо із формули (9.2):

$$\nu = \frac{\nu}{\lambda} = \frac{200 \text{ м/с}}{0,50 \text{ м}} = 400 \text{ Гц}.$$

Хвилі, в яких коливання частинок здійснюються перпендикулярно до напрямку поширення хвилі, називають **поперечними** (рис. 9.2). Якщо коливання відбуваються в напрямку поширення хвилі, то таку хвилю називають **поздовжньою** (рис. 9.3). У випадку

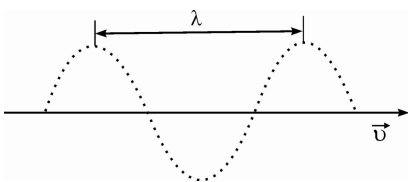


Рис. 9.2

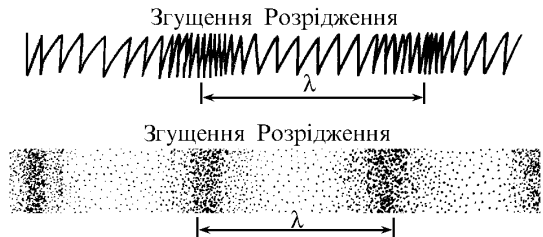


Рис. 9.3

поперечної хвилі чергуються горби і впадини, а у випадку поздовжньої – області **згущення** і **розрідження**. Механічні хвилі можуть бути як поперечними, так і поздовжніми,

а електромагнітні хвилі – тільки поперечні.

### § 9.2. Рівняння біжучої хвилі

Рівняння хвилі виражає залежність зміщення коливальної точки, яка приймає участь в процесі, від координати її положення рівноваги і часу. В загальному випадку для хвилі, що поширюється вздовж осі  $OX$ , ця залежність записується так:

$$S = f(x, t).$$

Знайдемо рівняння хвилі у більш явному вигляді. Нехай коливання частинки середовища з координатою  $x = 0$  (джерело коливань) задано рівнянням

$$S = A \cos \omega t, \quad (9.4)$$

де  $S$  – зміщення частинки середовища,  $\omega$  – циклічна частота,  $A$  – амплітуда коливань. До частинки з координатою  $x$  коливання прийде із запізненням на час

$$\tau = \frac{x}{v},$$

де  $v$  – швидкість поширення хвилі, тому рівняння коливань частинки з координатою  $x$  запишеться так:

$$S = A \cos \omega(t - \tau) = A \cos \omega\left(t - \frac{x}{v}\right). \quad (9.5)$$

Рівняння

$$S = A \cos \omega\left(t - \frac{x}{v}\right). \quad (9.5, a)$$

називають **рівнянням біжучої гармонічної хвилі**, що поширюється в додатному напрямку осі  $X$ -ів. Воно визначає зміщення будь-якої точки, яка бере участь у хвильовому процесі, в будь-який момент часу. Враховуючи, що  $vT = \lambda$ ,  $\omega = 2\pi/T$ , а  $2\pi/\lambda = k$ , формулу (9.5, а) можна переписати у більш зручному вигляді:

$$S = A \cos (\omega t - kx). \quad (9.5, б)$$

Величина  $k$  називається **хвильовим числом**. Аргумент при косинусі в формулах (9.5, а) і (9.5, б) називається **фазою хвилі**. Швидкість хвилі  $v$  називають **фазовою швидкістю хвилі**, оскільки вона характеризується зміщенням фази.

Рівняння хвилі, яка поширюється в зворотному напрямку (вліво), запишеться так:

$$S = A \cos \omega\left(t + \frac{x}{v}\right) = A \cos (\omega t + kx). \quad (9.5, в)$$

В даному випадку в формулах (9.5, а) і (9.5, б)  $v$  замінено на  $-v$ .

При поширенні хвилі завжди можна знайти геометричне місце точок, які знаходяться в однаковій фазі. Ця сукупність точок є **поверхнею**, яку називають **фронтом хвилі**.

Якщо джерело хвиль мале (точкове), а швидкість поширення коливань у всіх напрямках однакова, то, очевидно, що фронтом хвилі є сферична поверхня з центром в джерелі. Така хвиля називається **сферичною**. Рівняння такої хвилі має вигляд:

$$S = \frac{A_0}{r} \cos \omega\left(t - \frac{r}{v}\right) = \frac{A_0}{r} \cos (\omega t - kr), \quad (9.6)$$

де  $A_0$  – амплітуда на одиничній відстані  $r = 1$  від джерела,  $r$  – відстань від джерела.

Хвиля, фронтом якої є площина, називається **плоскою хвилею**. Якщо площина хвилі

перпендикулярна осі  $X$ -ів, то рівняння плоскої хвилі має вигляд:

$$S = A \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) = A \cos (\omega t - kx). \quad (9.7)$$

### § 9.3. Енергія пружної хвилі. Потік енергії

Пружна хвиля, поширюючись в середовищі, переносить енергію з одного місця в інше. Ця енергія є енергією коливань середовища, яка передається від однієї частинки до іншої. В синусоїдальній хвилі  $x = A \sin (\omega t - kx)$  з частотою  $\omega$  і амплітудою  $A$  частинки здійснюють коливання так, що кожна частинка володіє енергією

$$W = \frac{1}{2} k A^2, \quad (9.8)$$

(див. ф-лу (8.19)). Якщо врахувати, що  $k = m\omega^2$  (табл. 8.1), то отримаємо, що

$$W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2, \quad (9.9)$$

де  $m$  – маса речовини середовища в елементарному об'ємі  $\Delta V$ , в якому частинки коливаються в однаковій фазі і рухаються з однаковими швидкостями. Якщо врахувати, що  $m = \rho \Delta V$ , то формула (9.9) набуде такого вигляду:

$$W = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \Delta V. \quad (9.10)$$

Отже, із (9.10) видно, що енергія прямо пропорційна квадрату амплітуди, квадрату частоти та густині середовища. Зауважимо, що формула (9.10) виражає середнє значення енергії, що переноситься хвилею.

Енергію, що припадає на одиницю об'єму, називають об'ємною густиною енергії:

$$w = \frac{W}{\Delta V} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2. \quad (9.11)$$

Для характеристики переносу енергії хвилею користуються поняттями потоку та густиною потоку енергії. Енергію, що переноситься хвилею через поверхню  $S$ , перпендикулярну до напрямку поширення хвилі за одиницю часу, називають потоком енергії:

$$\Phi = \frac{WS_{\perp}}{\Delta t} = \frac{W}{\Delta t} S \cos \theta, \quad (9.12)$$

де  $\theta$  – кут між напрямком поширення хвилі і нормаллю до поверхні,  $S_{\perp} = S \cos \theta$ . Якщо швидкість поширення хвилі  $v$ , то через поверхню  $S$  за одиницю часу пройде потік енергії

$$\Phi = w S v. \quad (9.13)$$

Потік енергії, що переноситься через одиничну поверхню за одиницю часу, називають густиною потоку енергії. За означенням

$$j = \frac{\Phi}{S} = w v = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v. \quad (9.14)$$

Густина потоку енергії величина векторна. Вектор  $\vec{j}$  називають вектором Умова (1846 – 1915) на честь російського фізика, який вперше у 1874 р. запропонував поняття густини потоку енергії.

**Приклад 9.3.** В одній і тій же ділянці земної кори дві сейсмічні хвилі мають одну і ту ж частоту ( $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ), але енергія однієї хвилі вдвічі більша другої ( $W_1 = 2W_2$ ). Яке відношення амплітуд цих двох хвиль?

**Розв'язок.** Згідно умови задачі  $W_1 = 2W_2$ . Використовуючи формулу (9.10), маємо:

$$\frac{1}{2} \rho \omega^2 A_1^2 \Delta V = 2 \frac{1}{2} \rho \omega^2 A_2^2 \Delta V,$$

звідки

$$\frac{A_1^2}{A_2^2} = 2 \quad \text{або} \quad \frac{A_1}{A_2} = \sqrt{2}.$$

### § 9.4. Стоячі хвилі

До цього ми розглядали біжучу хвилю, яка поширювалась на нескінченність, тобто хвиля не поверталася назад.

Розглянемо зараз однорідне середовище, яке з одного боку обмежене (скажімо, справа). Будемо вважати, що межа знаходиться так близько до джерела хвиль, що згасанням хвиль можна знехтувати. На межі двох середовищ хвиля частково заломиться (пройде в друге середовище) а частково відіб'ється, тобто повернеться в перше середовище. Прямі і зворотні хвилі, додаючись, утворять так звану стоячу хвилю. Отже, стоячі хвилі утворюються при накладанні біжучої прямої і відбитої хвиль.

Будемо вважати, що амплітуди, а також частоти і довжини у обидвох цих хвиль однакові, оскільки згасанням ми знехтували. Нехай рівняння падаючої хвилі

$$S_1 = A_0 \cos(\omega t - kx), \quad (9.15)$$

а рівняння відбитої хвилі

$$S_2 = A_0 \cos(\omega t + kx), \quad (9.16)$$

де  $k = 2\pi/\lambda$  – хвильове число,  $\omega = 2\pi/T$  – колова частота. Зміна знаку перед  $kx$  в (9.16) відповідає зміні напрямку поширення хвилі. Результуюче зміщення матеріальної точки в момент часу  $t$  дорівнюватиме:

$$S = S_1 + S_2 = A_0 \cos(\omega t - kx) + A_0 \cos(\omega t + kx) = 2A_0 \cos kx \cos \omega t. \quad (9.17)$$

Тут використано відому в тригонометрії формулу:  $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

Рівняння (9.17) є **рівнянням стоячої хвилі**. Із цього рівняння видно, що амплітудою результуючого коливання (стоячої хвилі) є

$$A = 2A_0 \cos kx, \quad (9.18)$$

тобто вона різна для різних точок середовища, змінюючись від точки до точки за гармонічним законом.

Отже, рівняння стоячої хвилі описує гармонічні коливання частинок середовища, амплітуди коливань яких різні для різних точок середовища. В рівнянні стоячої хвилі (9.17), на відміну від рівняння біжучої хвилі (9.15), відсутня швидкість поширення фази. Це означає, що стояча хвиля нерухома, в той час як біжуча хвиля здійснює рух вперед.

Із (9.18) видно, що амплітуда стоячої хвилі змінюється від 0 до  $2A_0$ . Точки, в яких амплітуда рівна нулю, визначаються із умови  $\cos kx = 0$ , тобто коли  $kx = \pm(n + 1/2)\pi$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Ці точки називаються **вузлами стоячої хвилі** або **вузловими точками**. Координати вузлових точок знайдемо із умови  $kx = \pm(n + 1/2)\pi$ . Тоді

$$x_{\text{вузл}} = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}, \quad (9.19)$$

Як видно із (9.19), вузлові точки знаходяться на відстані  $\lambda/2$  одна від одної.

Точки, в яких амплітуда максимальна і дорівнює  $2A_0$ , задовольняють умові  $\cos kx = 1$ , тобто, коли  $kx = \pm n\pi$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Ці точки називаються **пучностями стоячої хвилі**. Скориставшись умовою  $kx = \pm n\pi$ , знайдемо координати пучностей

$$x_{\text{пучн}} = \pm \frac{n\lambda}{2}, \quad (9.20)$$

Отже, відстань між сусідніми пучностями, як і між сусідніми вузлами, дорівнює  $\lambda/2$ . Тому відстань між вузлом і сусідньою пучністю дорівнює

$$l = x_{\text{вузл}} - x_{\text{пучн}} = \lambda/4. \quad (9.21)$$

На рис. 9.4 показано частину стоячої хвилі, яка утворюється при коливанні струни. Амплітуди всіх точок, які коливаються між двома сусідніми вузлами, мають один і той

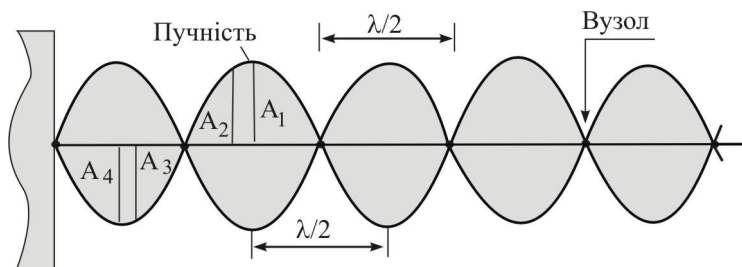


Рис. 9.4

самий знак, а при переході через вузол вони міняють знак на протилежний: амплітуди  $A_1$  і  $A_2$  – додатні, а амплітуди  $A_3$  і  $A_4$  – від’ємні. Це означає, що всі частинки, які знаходяться між сусідніми вузлами, коливаються в однакових фазах. Частинки, що знаходяться по різні сторони вузла, коливаються в протилежних фазах.

У стоячій хвилі на відміну від біжучої енергія не переноситься, оскільки обидві хвилі несуть назустріч одна одній в середньому однакові енергії. Через вузли енергія не переноситься. Отже, енергія ніби “стоїть” на місці і не переноситься вздовж середовища (струни, мотузки тощо). Повна енергія стоячої хвилі зосереджена між вузловими точками і з часом не змінюється. Відбувається тільки перехід кінетичної енергії в потенціальну і навпаки.

Для того, щоб у пружному середовищі утворилася стояча хвиля, потрібно, щоб розмір середовища  $L$  узгоджувався з довжиною хвилі  $\lambda$ . Експериментально (а потім і теоретично) було доведено, що довжини стоячих хвиль  $\lambda$  зв’язані з довжиною середовища  $L$  таким співвідношенням:

$$n \frac{\lambda}{2} = L, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (9.22)$$

На рис. 9.5 показано послідовність хвильових картин, які відповідають різним стоячим хвилям, що виникають на одній і тій же струні.

Частоти, на яких виникають стоячі хвилі, називаються **власними частотами**.

Найменша частота, на якій на даній струні може виникати стояча хвиля, називається **основною власною частотою**  $\nu_1$  (рис. 9.5, а). Якщо довжина хвилі зменшиться на половину, то частота повинна подвоїтися, оскільки швидкість поширення для всіх хвиль однакова (див.

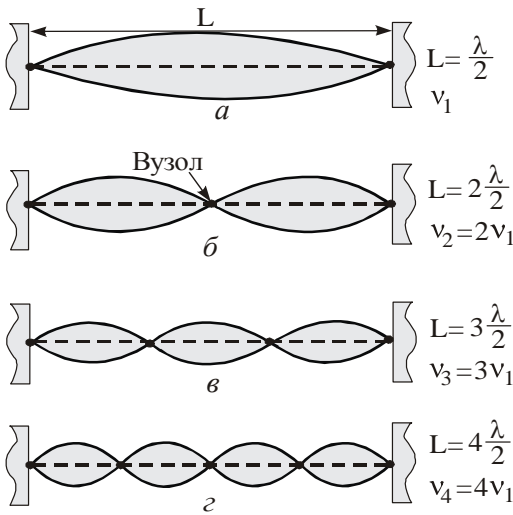


Рис. 9.5

**Приклад 9.4.** Струна цимбал має довжину  $L = 1,1$  м і масу  $m = 9$  г. а) З якою силою повинна бути натягнута струна, щоб основна частота дорівнювала  $\nu_1 = 131$  Гц? б) Чому дорівнюють частоти другої, третьої і четвертої гармонік?

**Розв'язок.** а) Силу натягу струни виразимо із формули (9.3):

$$F_n = \mu v^2 = \frac{v^2 m}{L} = 4L\nu^2 m = 4(1,10\text{ м})(131\text{ с}^{-1})^2(9 \cdot 10^{-3}\text{ кг}) = 679,6\text{ Н},$$

де  $\mu = m/L$  – маса на одиницю довжини,  $v = \lambda\nu$  – швидкість поширення коливань,  $\lambda = 2L$  – довжина хвилі.

б) Частоти другої, третьої і четвертої гармонік

$$\nu_2 = 2\nu_1 = 2(131\text{ Гц}) = 262\text{ Гц},$$

$$\nu_3 = 3\nu_1 = 3(131\text{ Гц}) = 393\text{ Гц},$$

$$\nu_4 = 4\nu_1 = 4(131\text{ Гц}) = 524\text{ Гц}.$$

**Приклад 9.5.** Швидкість поширення хвилі в струні  $v = 480$  м/с. На якій відстані один від одного знаходяться вузли стоячої хвилі з основною частотою  $\nu_1 = 86,0$  Гц?

**Розв'язок.** Оскільки струна коливається з основною частотою (перша гармоніка), то стояча хвиля має лише одну пучність і вузли будуть знаходитися на кінцях струни (рис. 9.5, а). Тоді, згідно (9.22)

$$L = n \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2\nu_1} = \frac{480\text{ м/с}}{2(86,0\text{ с}^{-1})} = 2,79\text{ м}.$$

Тут  $n = 1$  а  $\lambda = v/\nu_1$ .

### § 9.5. Звукові хвилі

**Звук** – це пружні хвилі, що поширюються в суцільних середовищах (газоподібному, рідкому або твердому) і сприймаються органами слуху. Часто поняття звуку асоціюється зі слухом і, значить, з фізіологічними і психологічними процесами, які відбуваються у вухах і мозку людини і тварини. Як правило, звукові хвилі створюються в повітрі, але звуки можна почути і

ф-лу (9.2)), отже наступна частота  $\nu_2 = 2\nu_1$  (рис. 9.5, б). Таким чином, частоти стоячих хвиль рівні  $\nu_1, 2\nu_1, 3\nu_1, \dots$ . Хвилю з найнижчою частотою  $\nu_1$  називають **першою гармонікою**, хвилю з частотою  $\nu_2 = 2\nu_1$  називають **другою гармонікою** і т. д. В музиці звуки з частотами  $2\nu_1, 3\nu_1, 4\nu_1, \dots$  називають **обертонами**.

Насамкінець, зауважимо, що стоячі хвилі збуджуються у будь-яких тілах, здатних здійснювати коливання. Власні частоти залежать від розмірів тіла, так само як власні частоти коливань струни залежать від її довжини. У всіх музикальних інструментах звуки утворюються завдяки стоячим хвилям у струнах у струнних, в стовпах повітря у духових тощо.

під водою. До звукових хвиль належать хвилі, частоти яких лежать в межах сприймання органами слуху людини. Людське вухо, як правило, сприймає частоти від **16** до **20000 Гц**. Звукові коливання більш високої частоти ( $> 20000$  Гц) називають **ультразвуком**, більш низької ( $< 16$  Гц) – **інфразвуком**.

Взагалі, здатність людини сприймати високочастотні звуки погіршується з віком. Якщо молода людина сприймає звуки з частотою до 20000 Гц, то та ж людина в середньому віці здатна сприймати звуки з частотами менше 12000 Гц. Суттєво погіршується слух у людей, які систематично піддаються впливу дуже гучних звуків (гул літаків, шум потужних вентиляторів і відбійних молотків, гучна музика тощо).

Зауважимо, що деякі види тварин і комах здатні сприймати звуки значно вищих частот за наведений вище діапазон. Наприклад, собаки здатні сприймати звуки з частотами близько 38000 Гц, а кити  $\approx 100000$  Гц.

**Джерелами** звуку можуть бути будь-які явища, які викликають збурення середовища. В штучно створюваних випромінювачах звуку для цієї мети використовують коливання твердих тіл (наприклад, струни і деки музикальних інструментів, дифузори гучномовців і мембрани телефонів, п'єзоелектричні пластини) або обмежені об'єми повітряного або водного середовища (органні труби, свистки). Коливання можуть збуджуватися ударом (струни фортепіано, дзвону), підтримуватися за рахунок поступлення потоку повітря (газу), створюватися шляхом перетворення коливань електричного струму в механічні (електроакустичні перетворювачі). В природі звуки виникають при обтіканні твердих тіл потоком повітря або води. Джерелами звуків є різні техніки і обладнання, які створюють значне шумове забруднення оточуючого середовища. Особливим джерелом звуків є голосовий апарат людини і тварин.

До приймачів звуку в першу чергу відносять слуховий апарат людини і тварин. В техніці для приймання звуку застосовуються головним чином електроакустичні перетворювачі – **мікрофони** в повітрі, **гідрофони** у воді, **геофони** в земній корі.

Однією із характеристик звуку є його **швидкість поширення** в середовищі. В рідинах і газах поширюються тільки поздовжні хвилі, швидкість поширення яких залежить від стисливості середовища та його густини і визначається за формулою

$$v = \sqrt{\frac{k}{\rho}}, \quad (9.23)$$

де  $k$  – модуль об'ємного стиску,  $\rho$  – густина середовища. В гелію, густина якого значно менша густини повітря, а модуль об'ємного стиску майже такий же, швидкість звуку більша майже в три рази.

Значення швидкості звуку в різних газоподібних і рідких середовищах при температурі 20° С наведені в таблиці 9.1.

Таблиця 9.1

Речовина	Швидкість звуку, м/с
Повітря	343
Повітря (0°С)	331
Гелій	1005
Водень	1300
Вода	1440
Морська вода	1560

Таблиця 9.2

Речовина	Швидкість поздовжніх хвиль, м/с	Швидкість поперечних хвиль, м/с
Платина	3800	1700
Цинк	4200	2440
Нікель	5630	2960
Магній	5765	3065
Кварц плавлений	5970	3762

В твердих тілах крім поздовжніх хвиль можуть поширюватися і поперечні хвилі, швидкість поширення яких знаходять відповідно за формулами:

$$v_{\text{позд}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad v_{\text{поп}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (9.24)$$

де  $E$  – модуль Юнга,  $G$  – модуль зсуву. В таблиці 9.2 наведено значення швидкості поширення звуку в деяких твердих тілах для поздовжніх і поперечних хвиль. Неоднаковість швидкостей поздовжніх і поперечних хвиль у твердих тілах покладено в основу роботи сейсмографів, які використовують для визначення епіцентрів землетрусів і вивержень.

**Приклад 9.6.** Яка довжина хвилі звуку з частотою  $\nu = 10000$  Гц, який поширюється в морській воді? Якою буде довжина хвилі того ж звуку в повітрі?

**Розв'язок.** Довжину хвилі звуку виразимо із формули (9.2):

$$\lambda = \frac{v}{\nu}.$$

Тоді

$$\lambda_{\text{м.в}} = \frac{1560 \text{ м/с}}{10000 \text{ с}^{-1}} = 0,156 \text{ м},$$

$$\lambda_{\text{пов}} = \frac{343 \text{ м/с}}{10000 \text{ с}^{-1}} = 0,0343 \text{ м},$$

де  $v_{\text{м.в}} = 1560 \text{ м/с}$  – швидкість звуку в морській воді,  $v_{\text{пов}} = 343 \text{ м/с}$  – швидкість звуку в повітрі (табл. 9.1).

**Приклад 9.7.** Мандрівник визначає довжину озера, прислухаючись до звуку луни свого голосу, відбитого від скелі на протилежному березі озера. Він чує луну через  $t = 1,2$  с після крику. Яка довжина озера?

**Розв'язок.** Якщо позначити відстань від мандрівника до скелі (довжину озера) через  $l$ , то звук за час  $t = 1,2$  с проходить відстань  $2l$ . Тоді

$$l = \frac{vt}{2} = \frac{(343 \text{ м/с})(1,2 \text{ с})}{2} = 205,8 \text{ м}.$$

Тут  $v = 343 \text{ м/с}$  – швидкість звуку в повітрі (табл. 9.1).

Наступною характеристикою звуку є його **інтенсивність або сила звуку**. Це величина, яка чисельно дорівнює середній енергії  $W$ , що переноситься за одиницю часу через одиничну поверхню в перпендикулярному напрямку до неї:

$$I = \frac{W}{S_{\perp} t}. \quad (9.25)$$

Отже, інтенсивність звукової хвилі (як і будь-якої іншої біжучої хвилі) визначається як **потужність, що припадає на одиницю площі**. Одиницею інтенсивності звуку в СІ є  $\text{Вт/м}^2$ . Інтенсивність – це потік енергії в джоулях за секунду через поперечний переріз площею  $1 \text{ м}^2$ . Зауважимо, що при всіх інших рівних умовах інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди (бо  $W \sim A^2$ ). Цей висновок справедливий для будь-яких біжучих хвиль, в тому числі для хвиль на воді, на струні, електромагнітних хвиль. Частота і інтенсивність – незалежні одна від одної характеристики хвилі. Інакше кажучи, однієї і тієї ж інтенсивності може бути як високочастотний, так і низькочастотний звук і навпаки, звук однієї частоти може бути великої і малої інтенсивності.

Людське вухо чутливе до звуків, інтенсивність яких змінюється в широкому інтервалі. Мінімальну інтенсивність (силу) звуку, яку ще може сприймати вухо людини  $I_0 \approx 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$ , називають **порогом чутливості**. Порог чутливості для різних частот різний. Наведене вище значення порогу чутливості відноситься до діапазону частот від 1000 до 3000 Гц.

Інтенсивність звуку, за якої втрачається відчуття звуку і настає болюче відчуття, називають **порогом болювого відчуття**. Порог болювого відчуття також залежить від частоти звуку і для наведених вище частот відповідає інтенсивності звуку близько  $1 \text{ Дж/(м}^2 \cdot \text{с)}$ .

Оскільки діапазон інтенсивностей звуків, які сприймає людина, дуже великий, достатньо зручно користуватися значеннями, що відповідають логарифмові відношення шуканих величин. Логарифм відношення інтенсивності звуку  $I$  до інтенсивності  $I_0$ , що відповідає порогу чутливості, називають **рівнем інтенсивності звуку  $L$** :

$$L = \lg \frac{I}{I_0}. \quad (9.26)$$

Рівень інтенсивності звуку  $L$  в логарифмічній шкалі виражають в **белах (Б)\***. Якщо рівень якогось звуку дорівнює 1 бел (1 Б), то відношення інтенсивності  $I$  цього звуку до  $I_0$  дорівнює 10 ( $I/I_0 = 10$ ). Якщо рівень звуку дорівнює 2 Б, то  $I/I_0 = 10^2$  і т. д.

1 Бел – це достатньо велика одиниця, тому на практиці, як правило, користуються одиницею в 10 разів меншою – децибелом (дБ): 10 дБ = 1 Б, 20 дБ = 2 Б, 30 дБ = 3 Б і т. д.

Фізичному поняттю – рівню інтенсивності (сили) звуку  $L$  відповідає суб'єктивна характеристика – **рівень гучності**. Однак, зауважимо, що величина, яку ми сприймаємо як гучність, не є прямо пропорційною інтенсивності і, разом з тим, чим більша інтенсивність, тим звук гучніший. Рівень гучності  $\beta$  будь-якого звуку розраховується за формулою:

$$\beta = 10 \lg \frac{I}{I_0}, \quad (9.27)$$

де  $I$  – інтенсивність звуку,  $I_0$  – поріг чутливості. Так, наприклад, рівень гучності звуку інтенсивністю  $I = 1,0 \cdot 10^{-10} \text{ Вт/м}^2$  дорівнює

$$\beta = 10 \lg \left( \frac{10^{-10}}{10^{-12}} \right) = 10 \lg 100 = 20 \text{ дБ.}$$

Гучність звуку, інтенсивність якого відповідає порогу чутливості ( $I_0 = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$ ),

$$\beta = 10 \lg \left( \frac{10^{-12}}{10^{-12}} \right) = 10 \lg 1 = 0.$$

Отже, при збільшенні інтенсивності звуку в 10 разів рівень гучності збільшується на 10 дБ.

В таблиці 9.3 наведені інтенсивності і рівні гучності для деяких звуків, що найчастіше зустрічаються.

Постійний вплив високоінтенсивного звуку (шуму реактивних літаків, поїздів, рок-музики, верстатів в заводських цехах) негативно діє на слух і психіку людини. В деяких країнах і містах законодавчо заборонені вуличні шуми, які перевищують 100 дБ. Тим, хто на роботі піддається впливу шумів  $> 100 \text{ дБ}$ , слід користуватися навушниками.

Музикальний звук, крім гучності, характеризують ще **висотою** і **тембром**. **Висота звуку** визначається його найменшою резонансною **основною** частотою, яка відповідає наявності

\* Одиниця названа на честь винахідника телефону А. Г. Белла (1847 – 1922).

Таблиця 9.3

Джерело звука	Рівень гучності, дБ	Інтенсивність, Вт/м <sup>2</sup>
Звук (будь-який) на порозі чутливості	0	$1,0 \cdot 10^{-12}$
Шум листя	10	$1,0 \cdot 10^{-11}$
Шепіт	20	$1,0 \cdot 10^{-10}$
Радіо (негучне)	40	$1,0 \cdot 10^{-8}$
Інтенсивний вуличний рух	70	$1,0 \cdot 10^{-5}$
Сирена (на відстані 30 м від неї)	100	$1,0 \cdot 10^{-2}$
Рок музика в закритих приміщеннях	120	1
Реактивний літак (на відстані 30 м від нього)	140	100

вузлів тільки на кінцях струни (§ 9.3, рис. 9.5, а). Основна частота дорівнює  $\nu = v / \lambda = v / 2L$  (де  $L$  – довжина струни,  $v$  – швидкість поширення хвилі по струні). Змінюючи ефективну довжину струни або швидкість поширення хвилі ( $v = \sqrt{F_n / \mu}$ , де  $F_n$  – сила натягу струни,  $\mu$  – маса струни, що припадає на одиницю довжини), можна змінити частоту звуку, а значить і висоту звуку.

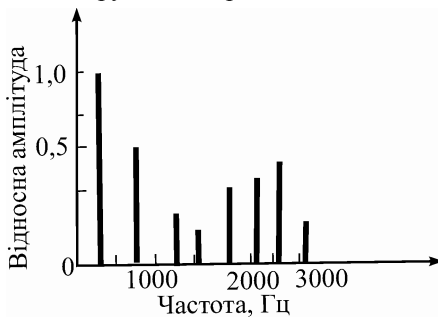


Рис. 9.6

**Тембр звуку** визначається його спектральним складом. Звук однієї частоти (чистий синусоїдальний звук), який називають **простим тоном**, отримати важко. Завжди до основної частоти, яка визначає висоту тону, додаються коливання з частотами, кратними до основної (**оберто-ни**), які і створюють **тембр звуку**. Майже чистий тон дає лише камертон. Музикальні звуки мають лінійчаті (дискретні) спектри. На рис. 9.6 наведено спектр звуку, який отримується при грі на кларнеті. Шум шелесту листя створює суцільний спектр.

Для спектрального аналізу звуку його необхідно розкласти на окремі гармонічні складові.

**Приклад 9.8.** Амплітуда звукової хвилі в 1000 разів перевищує поріг чутливості. Яка інтенсивність цієї хвилі в децибелах?

**Розв'язок.** Інтенсивність (рівень гучності) звукової хвилі в децибелах (дБ) знайдемо, скориставшись формулою (9.27)

$$\beta = 10 \lg \frac{I}{I_0},$$

де  $I_0$  – інтенсивність, яка відповідає порогу чутливості.

Інтенсивність звукової хвилі пропорційна квадрату амплітуди і визначається як швидкість потоку енергії через одиничну поверхню (ф-ла (9.14)):

$$I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v.$$

Тоді

$$\beta = 10 \lg \frac{\frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v}{\frac{1}{2} \rho \omega^2 A_0^2 v} = 10 \lg \frac{10^6 A_0^2}{A_0^2} = 60 \text{ дБ.}$$

Тут  $A = 1000 A_0$ ,  $\lg 10^6 = 6$ .

### § 9.6. Інфра - і ультразвуки

**Інфразвуки** – це пружні хвилі з частотою коливань менше 16 Гц. Пружні хвилі таких частот вухом людини не сприймаються. Нижня частотна межа інфразвуку невизначена, сьогодні вона  $\approx 0,001$  Гц.

Інфразвукові хвилі поширюються в повітряному і водному середовищах, а також в земній корі (сейсмічні хвилі).

Основними особливостями інфразвуку є його мале поглинання і розсіювання: перше обумовлене його низькою частотою, а друге – великою довжиною хвилі. Внаслідок малого поглинання і розсіювання інфразвук може поширюватися на дуже великі відстані. Так, наприклад, при штормовому хвилюванні на морі виникають потужні інфразвукові хвилі, які практично без згасання поширюються на сотні і тисячі кілометрів. Риби і морські тварини чуттєво сприймають ці коливання і, таким чином, заздалегідь відчувають наближення шторму. Відомо, що звуки викидів вулканів, атомних вибухів можуть багаторазово обходити навколо земної кулі, а сейсмічні хвилі можуть перетинати всю товщу Землі. З цих же причин інфразвук неможливо ізолювати і всі звукопоглинаючі матеріали втрачають ефективність на інфразвукових частотах.

Природними джерелами інфразвуку є метеорологічні, сейсмічні і вулканічні явища: вітер, морські хвилі, водопади, землетруси, обвали, викиди вулканів, грозові розряди, полярні сніга тощо.

Джерела інфразвуку, які пов'язані з людською діяльністю: вибухи, ударні хвилі надзвукових літаків, двигуни різних машин і технологічне обладнання, кораблі, транспорт тощо.

Встановлено, що інфразвук з високим рівнем інтенсивності (120 дБ і більше) шкідливо впливає на людський організм. Інфразвук може викликати втрату чутливості органів рівноваги тіла, що в свою чергу призводить до появи болю у вухах, хребті та пошкодження мозку. Ще більш згубно впливає інфразвук на психіку людини. Дуже шкідливими є інфразвукові вібрації, оскільки при їх впливі можуть виникати резонансні явища окремих органів, які можуть призвести до їх розриву. Тому вивченням інфразвуку займаються фізики, біологи, медики.

Разом з тим інфразвук знаходить корисне практичне застосування при дослідженні океанічного середовища, верхніх шарів атмосфери, в сейсмології для вивчення землетрусів та внутрішньої будови Землі, для розв'язку деяких задач зв'язку, для передбачення виникнення цунамі тощо.

Для прийому і вимірювання інфразвуку використовують спеціальні мікрофони, гідрофони і геофони.

**Ультразвукові хвилі** – це пружні хвилі з частотою понад 20000 Гц. Верхня межа частоти ультразвукових коливань в газах складає біля  $10^9 - 10^{10}$  Гц. Ця межа визначається міжмолекулярними відстанями і тому залежить від агрегатного стану речовини, в якій поширюється ультразвукова хвиля. Хвилі, частоти яких лежать вище  $10^9$  Гц, називають **гіперзвуковими**.

Отримують ультразвукові хвилі за допомогою спеціальних приладів, здатних перетворювати електромагнітні коливання в механічні. Дія таких приладів ґрунтується на властивості деяких кристалічних тіл (кварц, сегнетова сіль, турмалін, титанат барію та інші) змі-

нювати свої розміри (деформуватися) під дією змінного електричного або магнітного полів. Так, наприклад, якщо кварцову тонку пластину помістити в змінне електричне поле, тобто до неї прикласти змінну електричну напругу, то вона, періодично деформуючись, буде виконувати вимушені коливання, збуджуючи в середовищі, за певної частоти, ультразвукові хвилі (рис. 9.7). Найбільший ефект випромінювання механічної хвилі виникає за виконання умови резонансу. Так, для пластин товщиною 1 мм резонанс виникає для кварцу на частоті 2,87 МГц, сегнетової солі – 1,5 МГц, титанату барію – 2,75 МГц.



Рис. 9.7

За фізичною природою ультразвукові хвилі такі ж, як і звукові хвилі будь-якої довжини. Проте, внаслідок більш високих частот ультразвук володіє рядом специфічних особливостей. Зокрема: 1) Можливість одержання ультразвуку великої інтенсивності навіть при невеликих амплітудах коливань, оскільки при певній амплітуді густина потоку енергії пропорційна квадрату частоти (див. ф-лу (9.14)). 2) Поширення ультразвукових хвиль у газах і рідинах супроводжується переміщенням середовища в напрямку поширення хвиль. 3) Стиски і розрідження, які створюються ультразвуком, призводять до утворення розривів суцільності рідини – утворюються так звані кавітаційні бульбашки (явище кавітації). При захопленні кавітаційних бульбашок утворюються короткочасні імпульси тиску, які здатні руйнувати навіть досить міцні матеріали.

Швидкість поширення ультразвукових хвиль і їх поглинання істотно залежать від стану середовища: на цьому ґрунтується використання ультразвуку для вивчення молекулярних властивостей речовини (молекулярна акустика). На основі явища інтерференції ультразвукових хвиль створена ультразвукова голографія – отримання тривимірних зображень мікрооб'єктів.

Встановлено, що ультразвук впливає на біологічні об'єкти, викликаючи цілий ряд ефектів. Так, за малої інтенсивності він активізує процеси обміну, підвищує активність біологічних мембран, викликає теплову дію. За великої інтенсивності ультразвук руйнує клітини, мікроорганізми і біомакромолекули, пошкоджує біологічні мембрани та змінює проникність мембран. Ультразвук великої інтенсивності використовується для диспергування твердих і рідких матеріалів з метою отримання високодисперсних порошків і емульсій для потреб фармацевтичної промисловості.

Встановлено, що ультразвук впливає на біологічні об'єкти, викликаючи цілий ряд ефектів. Так, за малої інтенсивності він активізує процеси обміну, підвищує активність біологічних мембран, викликає теплову дію. За великої інтенсивності ультразвук руйнує клітини, мікроорганізми і біомакромолекули, пошкоджує біологічні мембрани та змінює проникність мембран. Ультразвук великої інтенсивності використовується для диспергування твердих і рідких матеріалів з метою отримання високодисперсних порошків і емульсій для потреб фармацевтичної промисловості.

Ультразвук знайшов широке застосування у медицині. При операціях ультразвук використовується як **“ультразвуковий скальпель”**, який здатний розрізати не тільки м'яке але і кісткові тканини.

Оскільки ультразвук згубно впливає на мікроорганізми, то його використовують для стерилізації. За допомогою ультразвуку з'єднують (“зварюють”) пошкоджені або трансплантовані кістки. У діагностиці ультразвук малої інтенсивності використовують для дослідження внутрішніх органів людини (УЗД); у терапії для лікування багатьох хвороб використовується теплова і механічна дія ультразвуку.

### § 9.7. Ефект Допплера

Добре відомо, що якщо до нерухомого спостерігача наближається автомобіль із включеним звуковим сигналом, то висота звуку зростає з наближенням до спостерігача і різко зменшується після того, як машина проїхала мимо спостерігача. Отже, якщо джерело звуку наближається до спостерігача, то висота звуку зростає в порівнянні з тим, коли джерело звуку знаходиться в стані спокою. Якщо ж джерело звуку віддаляється від спостерігача, то висота звуку зменшується. Це явище отримало назву **ефекту Допплера** – на честь австрій-

ського фізика Христіана Юхана Допплера (1803 – 1853), який широко дослідив це явище. Оскільки висота звуку визначається частотою звукових коливань, то це означає, що при русі джерела відносно спостерігача змінюється частота, яка сприймається спостерігачем.

Розглядаючи цей ефект, треба перш за все мати на увазі, що швидкість поширення звукових хвиль у середовищі не залежить від руху джерела і приймача звуку. Дослідним шляхом встановлено, що якщо джерело і приймач звуку нерухомі відносно середовища, то частота звуку, яку реєструє приймач, дорівнює частоті звуку, яку генерує джерело. Тобто

$$\nu_0 = \frac{v}{\lambda_0}, \quad (9.28)$$

де  $v$  – швидкість поширення звуку,  $\nu_0$  і  $\lambda_0$  – його частота і довжина хвилі відповідно. Далі зауважимо, що при русі відносно середовища (наприклад, повітря), джерело або приймач можуть рухатися за хвилею або проти поширення хвилі.

1) Нехай джерело звуку нерухоме відносно середовища, а рухається приймач. Якщо приймач рухається до джерела вздовж прямої лінії зі швидкістю  $v'$  (рис. 9.8, а), то швидкість поширення звуку відносно приймача дорівнюватиме  $v + v'$  (в даному випадку приймач рухається проти напрямку поширення хвилі). Оскільки довжина звукової хвилі при цьому не змінюється, то частота коливань, яку реєструватиме приймач

$$\nu' = \frac{v + v'}{\lambda_0} = \nu_0 \frac{v + v'}{v} = \nu_0 \left(1 + \frac{v'}{v}\right), \quad (9.29)$$

де  $\lambda_0 = v / \nu_0$  – довжина звукової хвилі, яку випромінює джерело,  $v$  – швидкість поширення звуку, коли джерело і приймач нерухомі відносно середовища,  $\nu_0$  – частота коливань джерела. Отже, якщо приймач рухається до джерела звуку, то він реєструє більшу частоту ( $\nu' > \nu_0$ ), ніж частота коливань джерела звуку.

Якщо приймач звуку віддаляється від нерухомого джерела звуку зі швидкістю  $v'$  (приймач рухається в напрямку поширення хвиль), то він при цьому реєструватиме частоту

$$\nu' = \frac{v - v'}{\lambda_0} = \nu_0 \frac{v - v'}{v} = \nu_0 \left(1 - \frac{v'}{v}\right), \quad (9.30)$$

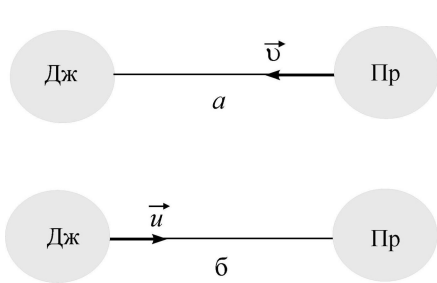


Рис. 9.8

де  $v - v'$  – швидкість звукових хвиль відносно приймача. В даному випадку частота, яку реєструється приймачем, менша частоти коливання джерела звуку ( $\nu' < \nu_0$ ).

2) Далі розглянемо випадок, коли джерело звуку рухається відносно нерухомого приймача зі швидкістю  $u$ . Якщо джерело наближається до приймача (рис. 9.8, б), то за час  $T_0$  ( $T_0$  – період коливань джерела звуку) джерело переміститься на відстань  $uT_0$ , а хвиля за цей же час пошириться на відстань  $vT_0$ . При цьому довжина хвилі  $\lambda'$  і від-

повідна частота  $\nu'$ , яку реєструє приймач, будуть:

$$\lambda' = vT_0 - uT_0 = (v - u)T_0 = \frac{v - u}{\nu_0},$$

$$\nu' = \frac{v}{\lambda'} = v_0 \frac{v}{v - u} = v_0 \frac{1}{1 - \frac{u}{v}}. \quad (9.31)$$

де  $v_0$  – частота коливань джерела звуку,  $v$  – швидкість поширення звуку. Приймач реєструє частоту, більшу за частоту коливань джерела звуку ( $\nu' > \nu_0$ ).

При віддаленні джерела звуку від приймача довжина хвилі

$$\lambda' = (v + u)T_0 = \frac{v + u}{v_0},$$

а частота

$$\nu' = \frac{v}{\lambda'} = v_0 \frac{v}{v + u} = v_0 \frac{1}{1 + \frac{u}{v}}, \quad (9.32)$$

яка є меншою за частоту коливань джерела звуку ( $\nu' < \nu_0$ ). Якщо джерело і приймач будуть рухатися одночасно, то формула для частоти, яку реєструватиме приймач, запишеться так:

$$\nu' = v_0 \frac{1 \pm \frac{v'}{v}}{1 \mp \frac{u}{v}} = v_0 \frac{v \pm v'}{v \mp u}. \quad (9.33)$$

Тут верхні знаки (“+” в чисельнику і “–” в знаменнику) відповідають випадку, коли приймач і джерело наближаються один до одного; нижні знаки (“–” у чисельнику і “+” в знаменнику) – коли приймач і джерело віддаляються один від одного.

В таблиці 9.4 зібрано формули зміни частоти у всіх можливих випадках.

Таблиця 9.4

Стан руху джерела звуку і приймача	Формули
Приймач наближається до нерухомого джерела	$\nu' = v_0 \left(1 + \frac{v'}{v}\right)$
Приймач віддаляється від нерухомого джерела	$\nu' = v_0 \left(1 - \frac{v'}{v}\right)$
Джерело наближається до нерухомого приймача	$\nu' = v_0 \frac{1}{1 - \frac{u}{v}} = v_0 \frac{v}{v - u}$
Джерело віддаляється від нерухомого приймача	$\nu' = v_0 \frac{1}{1 + \frac{u}{v}} = v_0 \frac{v}{v + u}$
Джерело і приймач наближаються один до одного	$\nu' = v_0 \frac{v + v'}{v - u}$
Джерело і приймач віддаляються один від одного	$\nu' = v_0 \frac{v - v'}{v + u}$

Насамкінець, ще раз зауважимо, що поширення звукових хвиль відбувається в певному середовищі, і коли ми говоримо, що джерело (або приймач) “рухається” або “не рухається”, то мається на увазі рух відносно середовища.

Зміна частоти звукової хвилі внаслідок ефекту Допплера відбувається і у випадку, коли звукова хвиля відбивається від рухомої перешкоди. Якщо відбита хвиля в цьому випадку накладеться на падаючу, то виникне биття (див § 8.3). Відбиті від червоних кров'яних тілець ультразвукові хвилі використовують для визначення швидкості течії крові. Аналогічним чином цей метод можна використати для визначення швидкості клапанів і стінок серця, для виявлення руху грудної клітки зародка, для дистанційного контролю за серцебиттям тощо.

Ефект Допплера спостерігається і для електромагнітних хвиль.

**Приклад 9.9.** В нормальних умовах швидкість потоку крові в аорті  $v' \approx 0,28$  м/с. Вдвоє потоку направлено ультразвукові хвилі з частотою  $\nu_0 = 4,20$  МГц. Ці хвилі відбиваються від червоних кров'яних тілець. Якою буде частота спостережуваного при цьому биття? Швидкість поширення хвиль в крові  $\nu = 1,5 \cdot 10^3$  м/с.

**Розв'язок.** Падаюча і відбита звукові хвилі накладаються і утворюють результуючу хвилю. Однак, внаслідок ефекту Допплера частота відбитої хвилі буде децю відрізнятися від частоти падаючої хвилі; в результаті виникнуть биття, частота яких дорівнює різниці частот падаючої і відбитої хвилі:  $\nu_{\delta} = \nu_0 - \nu''$  (див. § 8.3), де  $\nu_0$  – частота падаючої хвилі,  $\nu''$  – частота відбитої хвилі.

Ефект Допплера в даному випадку проявляється двічі. Кров'яні тіลця ведуть себе як рухомий приймач (що віддаляється від джерела) і “реєструє” ультразвукову хвилю на частоті

$$\nu' = \nu_0 \frac{\nu - \nu'}{\nu} = 4,20 \cdot 10^6 \text{ Гц} \frac{(1,5 \cdot 10^3 \text{ м/с} - 0,28 \text{ м/с})}{1,5 \cdot 10^3 \text{ м/с}} = 4199216 \text{ Гц}.$$

Далі кров'яні тілця діють як вторинне “джерело” ультразвуку, яке віддаляється від приймача. Частота відбитої хвилі буде дорівнювати

$$\nu'' = \nu' \frac{\nu}{\nu + \nu'} = 4199216 \text{ Гц} \frac{1,5 \cdot 10^3 \text{ м/с}}{1,5 \cdot 10^3 \text{ м/с} + 0,28 \text{ м/с}} = 4198432 \text{ Гц}.$$

Тоді

$$\nu_{\delta} = \nu_0 - \nu'' = (4200000 - 4198432) \text{ Гц} = 1568 \text{ Гц}.$$

**Приклад 9.10.** Ефект Допплера для ультразвукових хвиль на частоті  $\nu_0 = 1,8$  МГц використовується для контролю частоти серцебиття зародка. Спостережувана частота биття (максимальна) дорівнює  $\nu_{\delta} = 600$  Гц. Вважаючи, що швидкість поширення ультразвуку в тканині рівна  $\nu = 1,5 \cdot 10^3$  м/с, розрахувати максимальну швидкість руху поверхні серця.

**Розв'язок.** Тут, як і в попередньому прикладі, ефект Допплера проявляється двічі. В перший раз, коли поверхня серця, до якої направлена хвиля, виконує роль рухомого приймача і “реєструє” звукову хвилю на частоті  $\nu'$ . Оскільки за умовою задачі частота биття максимальна, то частота  $\nu''$ , відбитої від поверхні серця, повинна бути мінімальною, а це означає, що поверхня (приймач) серця рухається від джерела. Тому

$$\nu' = \nu_0 \frac{\nu - \nu'}{\nu}. \quad (1)$$

Далі поверхня серця діє як вторинне “джерело” ультразвуку (відбитого), яке віддаляється від приймача. Частота відбитої хвилі

$$v'' = v' \frac{v}{v + v'} . \quad (2)$$

Враховуючи (1), формулу (2) перепишемо так:

$$v'' = v_0 \frac{v - v'}{v} \cdot \frac{v}{v + v'} = v_0 \frac{v - v'}{v + v'} . \quad (3)$$

Тоді

$$v_{\delta} = v_0 - v'' = v_0 - v_0 \frac{v - v'}{v + v'} = \frac{2v'v_0}{v + v'} ,$$

звідки

$$v' = \frac{v v_{\delta}}{2v_0 - v_{\delta}} = \frac{(1,5 \cdot 10^3 \text{ м/с})(600 \text{ Гц})}{2(1,80 \cdot 10^6 \text{ Гц}) - 600 \text{ Гц}} = 0,25 \frac{\text{м}}{\text{с}} .$$