

5 РОБОТА, ПОТУЖНІСТЬ, ЕНЕРГІЯ

§ 5.1. Робота і потужність

Поняття роботи пов'язане з поняттям сили, швидкості і переміщення. Якщо під дією сили змінюється абсолютне значення швидкості, то говорять, що сила виконує роботу. У випадку, коли швидкість збільшується, то вважається, що робота додатна, а коли зменшується – від'ємна. Якщо сила, що діє на тіло, стала і рух відбувається прямолінійно, то робота, яка виконується даною силою, дорівнює добутку сили F на пройдений тілом шлях S (рис. 5.1):

$$A = F S. \quad (5.1)$$

В цьому випадку напрямок сили співпадає з напрямком переміщення.

Якщо сила прикладена до тіла під кутом θ (рис. 5.2) по відношенню до напрямку пе-

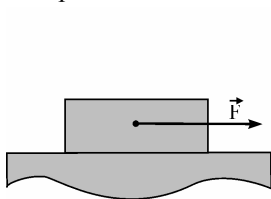


Рис. 5.1

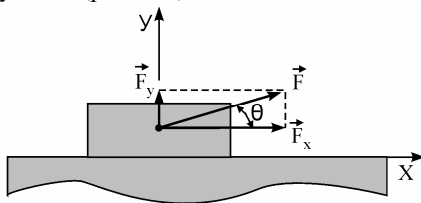


Рис. 5.2

реміщення, то робота дорівнюватиме добутку складової сили в напрямку переміщення і величини переміщення, викликаного цією силою:

$$A = F_x S = FS \cos \theta, \quad (5.2)$$

де F_x – складова сили F в напрямку переміщення (в напрямку осі X -ів), S – переміщення, θ – кут між напрямком вектора сили \vec{F} і вектора переміщення \vec{S} .

Сила, яка прикладена до тіла в напрямку, перпендикулярному до переміщення, роботи не виконує (наприклад, F_y – складова сили F на рис. 5.2).

Якщо на тіло діють кілька сил, то повна робота, яка виконується над тілом, дорівнює алгебраїчній сумі робіт кожної із сил, діючих на тіло. Ця повна робота виконується рівнодійною всіх сил, що діють на тіло.

Оскільки добуток двох векторів $\vec{F} \cdot \vec{S} = FS \cos \theta$ є скалярним добутком, то робота є **скалярною** величиною.

Одиницею роботи в СІ є джоуль (Дж) на честь англійського фізика Джоуля (1818 – 1889), праці якого були присвячені розкриттю понять роботи і енергії: $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

В атомній і ядерній фізиці в якості одиниці роботи використовують електрон-вольт (еВ): $1 \text{ еВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Приклад 5.1. Яку потрібно виконати роботу, щоб підняти вантаж масою $m = 10$ кг на висоту $h = 10$ м? Вантаж піднімається за допомогою мотузки.

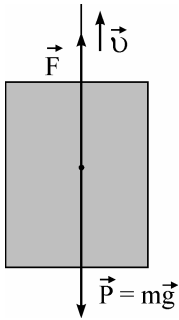


Рис. 5.3

Розв'язок. Нехай вантаж піднімається зі сталою швидкістю. На вантаж будуть діяти дві сили – сила земного тяжіння \vec{P} і сила \vec{F} з боку мотузки. Тоді

$$A = Fh. \quad (1)$$

Оскільки $\vec{F} = -\vec{P}$, то

$$A = -Ph = -mgh. \quad (2)$$

Ця робота виконується проти сили земного тяжіння. Таким чином

$$A = -(10 \text{ кг})(9,8 \text{ м/с}^2)(10 \text{ м}) = -980 \text{ Н} \cdot \text{м} = -980 \text{ Дж}.$$

Висновок. Із (2) видно, що робота проти сил тяжіння залежить тільки від висоти підйому h по вертикалі і ніякими підйомними машинами (пристроями), наприклад, похилою площиною, не можна змінити її величини.

Приклад 5.2. Яку роботу потрібно виконати, щоб пересунути ящик масою $m = 60$ кг зі сталою швидкістю на відстань $S = 12$ м в горизонтальному напрямку по підлозі, якщо сила тертя $F_T = 150$ Н? (рис. 5.4).

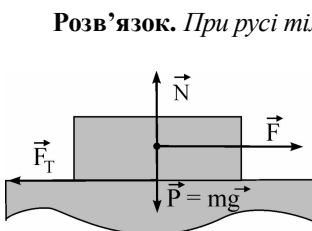


Рис. 5.4

Розв'язок. При русі тіла зі сталою швидкістю зовнішня сила \vec{F} зрівноважується гальмівною силою тертя \vec{F}_T , тобто $\vec{F} = -\vec{F}_T$. В цьому випадку сила \vec{F} виконує роботу проти сил тертя. Тому

$$A = -F_T S = (-150 \text{ Н})(12 \text{ м}) = -18 \cdot 10^2 \text{ Дж}.$$

Висновок. Процес переміщення тіла проти сил тертя під впливом прикладеної зовнішньої сили супроводжується виконанням роботи цією силою незалежно від того прискорюється тіло, чи рухається зі сталою швидкістю.

Приклад 5.3. Знайти роботу, що виконується при розтяганні пружини на $x = 20$ см від її нормального положення, якщо коефіцієнт жорсткості пружини $k = 4$ Н/м² (рис. 5.5).

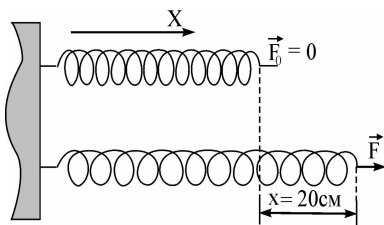


Рис. 5.5

Розв'язок. Зовнішня сила \vec{F} , необхідна для розтягу пружини, визначається законом Гука (3.29)

$$F = kx. \quad (1)$$

Однак, ця сила не є сталою, а лінійно збільшується з розтягом пружини. Тому тут потрібно скористатися середнім значенням цієї сили, яка дорівнює середньому арифметичному:

$$\langle F \rangle = \frac{1}{2}(0 + F) = \frac{1}{2}F, \quad (2)$$

тоді

$$A = \langle F \rangle x = \frac{1}{2}Fx = \frac{1}{2}kx^2.$$

Зовнішня сила зрівноважується силою пружності пружини, яка протилежно направлена до \vec{F} , тому говорять, що **робота виконується проти сил пружності**, і вона дорівнює

$$A = -\frac{1}{2}kx^2 = -\frac{1}{2}(4 \text{ Н/м})(0,2 \text{ м})^2 = -0,08 \text{ Дж}.$$

Знак “–” показує, що робота виконується над пружиною, тобто проти сил пружності.

Робота завжди виконується на протязі деякого відтинку часу t . Роботу, яка виконується за одиницю часу, називають **потужністю**:

$$N = \frac{A}{t}. \quad (5.3)$$

Одиницею потужності в СІ є джоуль на секунду (Дж/с). Ця одиниця отримала назву ват (Вт) на честь шотландського інженера Джеймса Ватта (1736 – 1819): $1 \text{ Дж} / \text{с} = 1 \text{ Вт}$. Дольні одиниці потужності: $1 \text{ МВт} = 10^6 \text{ Вт}$; $1 \text{ кВт} = 10^3 \text{ Вт}$.

Приклад 5.4. Турист масою $m = 60 \text{ кг}$ за $t = 4 \text{ год}$ піднімається на гору висотою $h = 1000 \text{ м}$. З якою середньою потужністю працював турист?

Розв’язок. Згідно з формулою (5.3)

$$N = \frac{A}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{(60 \text{ кг})(9,8 \text{ м/с}^2)(1000 \text{ м})}{(60)(60)(4) \text{ с}} = 40,8 \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 40,8 \text{ Вт}.$$

§ 5.2. Кінетична і потенціальна енергія

Енергія є одним із найбільш важливих фізичних понять. Однак, дати просте і разом з тим достатньо строге і повне визначення енергії не так просто. Для випадку механічної енергії її можна визначити як **“здатність тіла (системи) виконувати роботу”**. Отже, в процесі роботи енергія системи змінюється. До здійснення роботи у системи була одна певна енергія, після виконання роботи – інша.

Енергію вимірюють в одиницях роботи. В механіці розрізняють два види енергії – **кінетичну і потенціальну**.

1. Кінетична енергія – це енергія, якою володіє тіло завдяки його руху. Для того, щоб знайти аналітичний вираз кінетичної енергії, знайдемо роботу, яку може здійснити рухоме тіло, у випадку одновимірного руху. Будемо вважати, що тіло знаходиться в стані спокою ($v_0 = 0$). Якщо до нього прикладемо деяку сталу силу \vec{F} , то тіло прискориться і, пройшовши шлях $S = at^2 / 2$, набуде швидкості $v = at$. Робота, виконана над тілом

$$A = FS = ma \frac{at^2}{2} = \frac{1}{2} m(at)^2 = \frac{mv^2}{2}. \quad (5.4)$$

Якщо зараз це тіло масою m , що рухається зі швидкістю v , зупинити, то воно може виконати роботу, рівну $mv^2 / 2$. Тому величину $mv^2 / 2$ визначають як **кінетичну енергію поступального руху тіла**:

$$\boxed{W_k = \frac{mv^2}{2}}. \quad (5.5)$$

Таке визначення кінетичної енергії дає кількісний зміст уявленню про енергію, як здатність виконати роботу.

Далі, якщо на тіло масою m , яке рухається з початковою швидкістю v_1 , подіяти силою \vec{F} в напрямку його руху, то тіло, пройшовши шлях S , набуде швидкості v_2 . Робота, виконана над тілом, дорівнює $A = FS$. Використовуючи другий закон Ньютона $F = ma$ і формулу (2.16), записану для нашого випадку у вигляді $v_2^2 = v_1^2 + 2aS$, отримаємо:

$$A = FS = m\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right),$$

або

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \Delta W_k. \quad (5.6)$$

Звідси: **повна робота, виконана над тілом, дорівнює зміні його кінетичної енергії.** Формулу (5.6) часто називають теоремою про зв'язок роботи і енергії: якщо над тілом виконується робота, його кінетична енергія зростає; якщо тіло володіє кінетичною енергією, то воно може здійснити роботу над іншим тілом, при цьому його енергія зменшується.

Приклад 5.4. Сарана масою $m = 3,0$ г в стрибку розвиває швидкість $v = 3,40$ м/с.

а) Знайти її кінетичну енергію при цій швидкості. б) Якщо сарана перетворює енергію з ККД = 40 %, то яку кількість енергії вона витрачає на цей стрибок?

Розв'язок. а) Кінетична енергія сарани

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{(3,0 \cdot 10^{-3} \text{ кг})(3,40 \text{ м/с})^2}{2} = 1,73 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$$

Ця енергія складає 40 % від енергії, яку витрачає сарана на стрибок.

б) Величина енергії, яку сарана витрачає на стрибок, дорівнює

$$\Delta W = \frac{(1,73 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}) 100}{40} = 4,33 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$$

2. Потенціальна енергія. Кінетична енергія тіла, як було з'ясовано вище, обумовлена його рухом. Енергія тіла може бути обумовлена і його положенням у просторі та його формою. Таку енергію називають **потенціальною енергією (W_n)**.

Потенціальною енергією володіє, наприклад, заведена пружина годинника, якої вона набула завдяки роботі, яку здійснила над нею людина. При розкручуванні пружина виконує роботу, повертаючи стрілки годинника.

Піднімаючи тіло масою m на певну висоту h над вихідним рівнем, ми виконуємо роботу проти сил тяжіння, завдяки чому тіло набуває **гравітаційної потенціальної енергії**. В даному положенні тіло володіє здатністю виконати роботу, якщо йому дати можливість впасти.

Кількісно гравітаційну потенціальну енергію визначимо наступним чином. Підняти тіло масою m вертикально вгору на висоту h можна тільки приклавши до нього силу не меншу сили тяжіння mg . При цьому ми виконаємо роботу

$$A = FS = -mgh.$$

Тоді тіло набуде енергію mgh , яка має зміст потенціальної, тобто

$$W_n = mgh \quad (5.7)$$

Якщо тілу дозволити вільно впасти з висоти h , то в кінці свого шляху воно набуде швидкості $v = \sqrt{2gh}$ (див. ф-лу (2.23)) і його потенціальна енергія перетвориться в кінетичну:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m(2gh)}{2} = mgh. \quad (5.8)$$

Таким чином, робота, яка виконується проти сил тяжіння, накопичується (акумулюється) піднятим тілом і зберігається ним у вигляді потенціальної енергії ($W_n = mgh$).

Зміна потенціальної енергії тіла визначається формулою

$$\Delta W_n = mg(h_2 - h_1) = mg\Delta h, \quad (5.9)$$

де $\Delta h = h_2 - h_1$ – зміна висоти (положення тіла.)

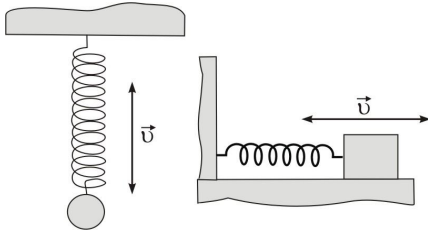


Рис. 5.6

Якщо рухоме тіло зупиняється пружиною, його кінетична енергія зникає, а пружина деформується (стискається або розтягується). Однак, в міру того, як пружина повертається до попереднього вигляду, кінетична енергія може з'явитися знову. Щоб забезпечити збереження енергії в цьому випадку, ми повинні допустити, що втрачена кінетична енергія тіла перетворилася в потенціальну енергію деформованої пружини. На рис. 5.6 наведені приклади систем, де відбуваються такі перетворення.

Потенціальна енергія деформованої пружини пропорційна квадрату величини деформації. Вона дорівнює

$$W_n = \frac{1}{2} kx^2, \quad (5.10)$$

де x – величина деформації пружини, k – коефіцієнт пропорційності, який залежить від властивостей матеріалу, з якого виготовлена пружина, та її конструкції і визначається експериментально. Отже, потенціальна енергія пружини залежить від природи матеріалу, із якого виготовлена пружина, і ні в якому разі не залежить від її інертної маси, як це спостерігається у випадку гравітаційної **потенціальної енергії**.

Потенціальна енергія електричних зарядів або магнітів за даної конкретної геометрії дії сил пропорційна оберненій величині відстані між зарядами або магнітами:

$$W_n \approx \frac{1}{r}. \quad (5.11)$$

Слід зауважити, що вимірюються не абсолютні значення, а різниці значень потенціальної енергії. Разом з тим при розрахунках потенціальної енергії суттєвим є вибір її нульового значення (початку відліку), який є, доречі, довільним. І хоч вибір нульового значення потенціальної енергії довільний, існує кілька цілком допустимих погоджень. Наприклад, якщо система типу пружини знаходиться в недеформованому стані, так що вона не старається ні стиснутися, ні розтягнутися, то цілком розумно буде вважати її **потенціальну енергію рівною нулю**. Якщо тіла, що взаємодіють завдяки електричних, магнітних і гравітаційних сил, знаходяться так далеко один від одного, що їх взаємний вплив незрівнянно малий, то можна вважати, що на такій відстані їх потенціальна енергія рівна нулю. Коли тіла притягаються, то їх потенціальна енергія **від'ємна**, і навпаки, якщо тіла відштовхуються, то їх потенціальна енергія **додатна**. Система з додатною потенціальною енергією сама здатна виконувати роботу; система, над якою здійснюють роботу, володіє від'ємною потенціальною енергією.

Тіло з від'ємною потенціальною енергією знаходиться в потенціальній ямі, наприклад, електрон в атомі, нуклон (протон або нейтрон) в ядрі.

Існує багато інших форм потенціальної енергії. Одним із наочних прикладів є акумуляторна батарея автомобіля. Енергія, джерелом якої є працюючий двигун, нагромаджується за рахунок того, що вона викликає певні хімічні перетворення в акумуляторній батареї, пізніше її можна отримати у вигляді електричної енергії. Джерелом кінетичної енергії двигуна служить хімічна енергія бензину. Запасом енергії володіє стиснуте повітря чи пара. Їжу та-

кож можна розглядати як одну із форм запасеної енергії, яка в організмі живих істот перетворюється в кінетичну енергію. Величезна кількість енергії запасена в атомному ядрі. Всі названі вище форми нагромадженої енергії зв'язані з певними видами зміщень, перегрупуваннями чи деформаціями тих чи інших частин системи. Іноді це видимі неозброєним оком зміни, іноді це невидимі зміни (атоми, атомне ядро тощо).

Приклад 5.5. Мавпочка масою $m = 4,2$ кг перескакує з однієї гілки на іншу, розміщену на $\Delta h = 1,7$ м вище за першу. На скільки при цьому зміниться потенціальна енергія мавпочки?

Розв'язок. Зміну потенціальної енергії розрахуємо за формулою (5.9):

$$\Delta W_n = mg\Delta h = (4,2 \text{ кг})(9,8 \text{ м/с}^2)(1,7 \text{ м}) = 69,97 \text{ Дж.}$$

§ 5.3. Консервативні сили

Всі сили за властивостями можна об'єднати у два класи – **консервативні і неконсервативні**. Сили, робота яких не залежить від форми шляху, по якому діють сили, а лише від положення точок початку і кінця руху, називають консервативними (потенціальними).

Прикладом консервативних сил є сила тяжіння та сила пружності і всі центральні сили (гравітаційна, електростатична, магнітна тощо). Робота першої залежить тільки від зміни висоти ($A = -mgh$), а друга – від зміни довжини пружини ($A = -\frac{1}{2}kx^2$).

Зауважимо, що робота консервативної сили є зворотною: якщо на якійсь ділянці шляху тіло виконує роботу над іншими тілами, то на зворотному шляху на цій же ділянці буде виконана точно така ж робота над даним тілом. Отже, для консервативних сил робота по будь-якому замкнутому шляху дорівнює нулю. Математично це виражається так

$$\oint \vec{F} d\vec{S} = 0. \quad (5.12)$$

Кружечок на знаку інтеграла означає, що інтеграл береться по замкнутому контуру. Це свідчить про те, що при виконанні роботи консервативними силами має місце закон збереження енергії. Виходячи із сказаного, можна дати ще і таке визначення консервативних сил. **Консервативними** називають сили, які залежать тільки від конфігурації системи і робота яких на будь-якому замкнутому контуру дорівнює нулю.

До **неконсервативних** сил відносяться сили опору, які виникають при русі тіла в рідкому або газоподібному середовищах. Сюди слід віднести і силу тертя. Робота проти сил тертя дорівнює добутку сили тертя на повний шлях, пройдений тілом. Оскільки сила тертя завжди направлена в протилежний бік переміщенню, то робота, яка здійснюється проти сил тертя, завжди від'ємна. Тому робота проти сил тертя по замкнутому контуру ніколи не може дорівнювати нулю. Отже, робота неконсервативної сили не є зворотною. Для неконсервативних сил, в силу вище сказаного, механічна енергія не зберігається.

Припустимо далі, що на тіло діють кілька сил, деякі із яких є консервативними. Оскільки зміна потенціальної енергії дорівнює роботі консервативних сил ($A_{\text{конс}} = W_n$), робота, яка виконується всіма іншими силами, що діють на тіло, дорівнює сумарній зміні кінетичної енергії, тобто

$$A' = \Delta W_n + \Delta W_k.$$

Однак, оскільки зміна потенціальної енергії є від'ємною роботою, яка здійснюється консервативними силами, то

$$A' + A_{\text{конс}} = \Delta W_k, \quad (5.13)$$

де $A' + A_{\text{конс}}$ – повна робота всіх сил. Вираз (5.13) називають **теоремою про зв'язок енергії і роботи**.

§ 5.4. Інші види енергії

Крім потенціальної і кінетичної енергії існують і інші види енергії: **теплова, електрична, магнітна, світлова, хімічна, атомна, ядерна** тощо. Причому тіло може володіти одночасно декількома видами енергії, їх сума дає повний запас енергії тіла.

Джерелами теплової енергії є нафта, вугілля, бензин, газ, в яких при згоранні хімічна енергія перетворюється в тепло і інші види енергії. Більшість джерел енергії утворилися із рослин, які росли мільйон років назад, черпаючи свою хімічну енергію від Сонця. Нескладно показати, що всі джерела енергії (за виключенням ядерної) створює для нас Сонце.

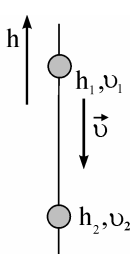
Перераховані вище види енергії можна розглядати як різновидності кінетичної і потенціальної енергії на молекулярному, атомному, ядерному рівнях тощо. Ці види енергії прийнято називати **внутрішньою енергією тіла**. Так, згідно атомно-молекулярної теорії, внутрішня енергія інтерпретується як кінетична або потенціальна енергія рухомих атомів (або молекул). З підвищенням температури тіла атоми або молекули, з яких воно складається, починають рухатися швидше. Енергію, акумульовану в паливі, можна розглядати як потенціальну енергію, обумовлену взаємним розміщенням атомів в молекулі. Цю енергію можна використати, якщо її вивільнити.

Електричну, магнітну і ядерну енергію також можна в кінцевому рахунку розглядати за допомогою понять кінетичної і потенціальної енергії.

Внутрішня енергія системи може змінюватися, якщо в системі відбуваються структурні зміни: при хімічних реакціях, коли молекули одного типу перетворюються в молекули іншого типу, при перетворенні одних атомних ядер в інші тощо. Елементарні частинки також володіють запасом власної енергії рівним $W_0 = m_0 c^2$, де m_0 – маса спокою частинки, c – швидкість світла у вакуумі. При перетворенні одного виду елементарних частинок в інший вивільняється енергія $\Delta W = (\Delta m) c^2$, де Δm – зменшення повної маси спокою, яке відбувається в результаті перетворення.

§ 5.5. Закон збереження енергії

Нехай тіло масою m вільно падає з висоти h . На висоті h_1 його швидкість нехай дорівнює v_1 , а дещо пізніше на висоті h_2 вона дорівнює v_2 (рис. 5.7). За цей час потенціальна енергія тіла зменшилася на $\Delta W_n = mgh_1 - mgh_2$, при цьому його кінетична енергія збіль-



шилася на величину $\Delta W_k = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$. Відомо (§ 5.2), що зміна кінетичної енергії тіла дорівнює роботі сил тяжіння, яка з іншого боку дорівнює ΔW_n . Тоді

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = mgh_1 - mgh_2,$$

або

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2. \quad (5.14)$$

Суму кінетичної і потенціальної енергії тіла (системи) називають його **повною енергією** W . Із формули (5.14) маємо, що

$$W = W_k + W_n = \text{const.} \quad (5.15)$$

Це означає, що **сума кінетичної і потенціальної енергії тіла, що вільно падає, стала**. Однак, останнє має місце тільки в тому випадку, коли на тіло або на систему тіл, діють консервативні сили. Отже, в системі, в якій діють тільки консервативні сили, повна механічна енергія залишається сталою. Це твердження називається **законом збереження механічної енергії в системі**.

Якщо на тіло або систему тіл, крім консервативних сил діють і неконсервативні сили, наприклад, сила тертя, то частина механічної енергії тіла (або системи) перетворюється в теплову енергію, яка є одним із видів внутрішньої енергії (див. § 5.4). В цьому випадку закон збереження механічної енергії виконується лише наближено. Замість нього вступає в дію загальний закон збереження енергії, який є справедливим для будь-якого виду енергії. Сьогодні добре відомо, що кожному класу сил можна визначити певний вид енергії, що відповідає роботі, виконаній цими силами. При цьому досвідом встановлено, що повна енергія в будь-якому випадку залишається сталою: **при будь-яких процесах повна енергія не збільшується і не зменшується, вона тільки перетворюється із одного виду в інший і передається від одного тіла до іншого, але її повна величина залишається сталою**. Це один із найбільш важливих законів фізики. Його велика роль в фізиці і інших науках визначається наступним: 1) за його допомогою можна розв'язувати задачі, які іншими методами важко або взагалі неможливо розв'язати; 2) цей всезагальний закон пояснює нам порядок, який існує в оточуючому нас світі. Поняття енергії, крім того, є зв'язуючою ланкою між різними науками. Насамкінець, зауважимо, що енергія є атрибутом матерії і є кількісною мірою руху матерії.

Приклад 5.6. Обрахувати кінетичну енергію W_k і швидкість v стрибун з жердиною масою $m = 70$ кг, яка необхідна для подолання планки на висоті $h = 5,0$ м. Вважати, що центр маси стрибун розміщений на висоті $h' = 0,9$ м і досягає максимальної висоти на рівні планки (рис. 5.8).

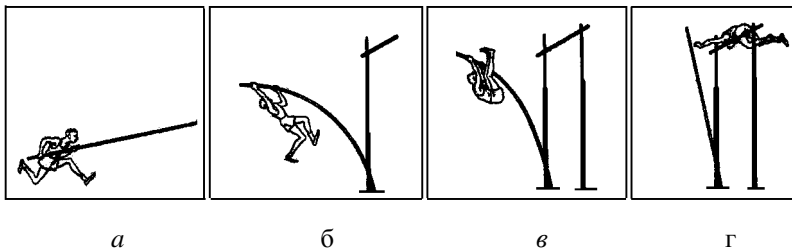


Рис. 5.8

Розв'язок. Запишемо закон збереження механічної енергії:

$$\frac{mv^2}{2} + mgh' = 0 + mgh,$$

де $\frac{mv^2}{2}$ – кінетична енергія стрибун в момент початку стрибка, mgh' – потенціальна енергія центра маси стрибун в момент початку стрибка, mgh – потенціальна енергія стрибун в момент подолання планки. Тоді

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = mg(h - h') = (70 \text{ кг})(9,8 \text{ м/с}^2)(5 \text{ м} - 0,9 \text{ м}) = 2,8 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

$$v = \sqrt{\frac{2W_k}{m}} = \sqrt{\frac{2(2800 \text{ Дж})}{70 \text{ кг}}} = 8,9 \text{ м/с.}$$

На рис. 5.8 показано рух стрибун з жердиною. Кінетична енергія стрибун, яка залежить від його швидкості (положення а), частково перетворюється в пружну потенціальну енергію жердини (положення б). Далі стрибун піднімається в повітря, набуваючи потенціальної енергії як за рахунок кінетичної енергії стрибун, так і за рахунок пружної потенціальної енергії жердини (положення в). Коли стрибун знаходиться над планкою (положення г) його кінетична енергія мінімальна, а потенціальна (гравітаційна) енергія, навпаки, велика.

Приклад 5.7. З якою швидкістю риба повинна вистрибнути з води, щоб їй подолати водоспад висотою $h = 2,8 \text{ м}$.

Розв'язок. Скористаємось знову законом збереження механічної енергії:

$$\frac{mv^2}{2} = mgh,$$

звідки

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9,8 \text{ м/с}^2)(2,8 \text{ м})} = 7,4 \text{ м/с.}$$

Приклад 5.8. Хлопчик масою $m = 17 \text{ кг}$ з'їжджає з гірки висотою $h = 4,6 \text{ м}$ і, коли знаходиться у підніжжя гірки, він володіє швидкістю $v = 2,2 \text{ м/с}$. Яка кількість теплоти при цьому виділиться?

Розв'язок. Скористаємось загальним законом збереження енергії:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \Delta Q,$$

де mgh – потенціальна енергія хлопчика на вершині гірки, $mv^2/2$ – кінетична енергія хлопчика у підніжжя гірки, ΔQ – кількість теплоти, яка виділиться в процесі з'їзджання хлопчика з гірки. Тоді

$$\Delta Q = mgh - \frac{mv^2}{2} = (17 \text{ кг})(9,8 \text{ м/с}^2)(4,6 \text{ м}) - \frac{(17 \text{ кг})(2,2 \text{ м/с})^2}{2} = 725,22 \text{ Дж.}$$

§ 5.6. Енергія в біології

Підтримування життєдіяльності нашого організму та забезпечення здатності його виконувати певну роботу неможливе без систематичного постачання йому енергії, основним постачальником якої є продукти харчування. Продукти харчування забезпечують нас хімічною енергією, яка перетворюється в процесі засвоєння в інші види енергії. З'єднуючись з киснем, паливо-їжа (вуглеводи) перетворюється у вуглекислий газ (CO_2) і воду (H_2O) з вивільненням енергії. Типова кількість енергії, яка вивільняється, складає $2 \cdot 10^4 \text{ Дж}$ на 1 г вуглеводів. Майже вдвічі більше енергії на 1 г міститься в жирах тварин. Мінімальний життєвий рівень, за якого підтримується робота серця, легенів та мінімум травлення їжі, вимагає певної кількості енергії. Цей мінімум енергії називається **основним обміном речовин**.

У здорової людини мінімальний життєвий рівень складає близько 8500 Дж на день. Для виконання роботи потрібна додаткова енергія: так гра в футбол вимагає додатково $\sim 2000 \text{ Дж}$ на годину, а для 8 годинної важкої фізичної праці необхідно ще $\sim 8000 \text{ Дж}$.

Таким чином, вантажнику потрібно споживати більше їжі, ніж людині, яка нічого не робить. Однак, слід зауважити, що тільки $\sim 25\%$ енергії, яка вивільняється при споживанні палива-їжі, переходить в механічну роботу, а інші 75% витрачаються на тепло.

Отже, людині, якщо вона не лежить в ліжку, необхідна додаткова їжа понад мінімальний рівень. Уже сьогодні кількість продуктів харчування і палива регулюють життя і визначають добробут людей на планеті, хоча в майбутньому велику загрозу для людства може представляти нестача прісної води.

Приклад 5.9. На скільки вистачить 450 г жиру для підтримування нормальних навантажень (~ 500 Вт). Інакше кажучи, як довго людина повинна виконувати фізичні вправи з надлишком ваги, щоб позбутися 450 г жиру?

Розв'язок. В одному грамі жиру, як “паливі,” запасено ~ 40000 Дж енергії. Таким чином, 450 г жиру володіють енергією

$$W = (450 \text{ г})(40000 \text{ Дж/г}) = 18 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

Оскільки $P = \frac{W}{t}$, то

$$t = \frac{W}{P} = \frac{18 \cdot 10^6 \text{ Дж}}{500 \text{ Дж/с}} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ с} = 10 \text{ год.}$$

Приклад 5.10. Скільки харчових калорій слід споживати щоденно для підтримування життя? Одна харчова калорія (1 кал) відповідає 4,18 Дж хімічної енергії (1 кал = 4,18 Дж).

Розв'язок. Мінімальна потужність, що витрачається людиною щоденно, \sim рівна 110 Вт (~ 150 Вт в стані неспання і ~ 80 Вт в стані сну). Тоді людині щоденно необхідна енергія

$$W = Pt = (110 \text{ Вт})(8,6 \cdot 10^4 \text{ с}) = 9,5 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

Така кількість енергії міститься в їжі калорійністю

$$A = \frac{W}{4,18 \text{ Дж/кал}} = \frac{9,5 \cdot 10^6 \text{ Дж}}{4,18 \text{ Дж/кал}} = 2272 \text{ ккал.}$$

Приклад 5.11. Спальня розмірами $4 \times 4 \times 2,5$ м наглухо закрита. Двоє людей сплять в ній на протязі $t = 8$ год. Чи витратять вони весь кисень? Якщо ні, то який процент? Початкова густина кисню $\rho = 0,26 \text{ кг/м}^3$. Кожна людина в процесі сну генерує $P_0 = 90$ Вт теплової енергії, причому на кожні $\Delta W = 10^4$ Дж витрачається 1 г кисню. Чи потрібна за цих умов вентиляція?

Розв'язок. Початкова маса кисню в кімнаті

$$m = \rho V = (0,26 \text{ кг/м}^3)(40 \text{ м}^3) = 10,4 \text{ кг.}$$

Тут $V = 4 \times 4 \times 2,5 \text{ м} = 40 \text{ м}^3$ – об'єм кімнати.

На протязі $t = 8 \text{ год} = 28800 \text{ с}$ кожна людина в результаті споживання кисню виділить

$$W = P_0 t = (90 \text{ Дж/с})(28800 \text{ с}) = 2,59 \cdot 10^6 \text{ Дж,}$$

енергії, а двоє людей $2W = 5,18 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$

Для того, щоб виділилася вказана енергія, потрібно використати кисню масою

$$\Delta m = \frac{2W}{\Delta W} = \frac{5,18 \cdot 10^6 \text{ Дж}}{10^4 \text{ Дж/г}} = 518 \text{ г,}$$

що складає

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{0,518 \text{ кг}}{10,4 \text{ кг}} 100 \% \approx 5 \%.$$

Буде використано $\approx 5 \%$ кисню. Тому для поповнення запасу кисню вентиляція не потрібна, але вона потрібна для видалення неприємних запахів і зменшення молекул CO_2 .