

30 ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ



Планк Макс (1858 – 1947) – німецький фізик – теоретик, творець квантової теорії. Народився в Кілі. Закінчив Берлінський університет. Наукові роботи відносяться до термодинаміки, теорії теплового випромінювання, теорії відносності, квантової теорії, історії і методології фізики, філософії. У 1900 р. ввів поняття кванта дії, чим заклав початок квантової теорії. За відкриття кванта дії М. Планк був удостоєний Нобелівської премії (1918 р).

§ 30.1. Рівноважне випромінювання

Випромінювання світла відбувається в результаті переходів атомів, молекул та інших атомних систем із станів з більшою в стани з меншою енергією. Випромінене світло несе з собою частину енергії системи. В залежності від того, де береться ця енергія, розрізняють і різні види свічення. Випромінювання, яке супроводжує хімічні перетворення, називають **хемілюмінесценцією**. Наприклад, свічення фосфору, який повільно окислюється на повітрі. Свічення в цьому випадку відбувається за рахунок зменшення внутрішньої енергії тіла при зміні його хімічного складу. **Електролюмінесценцією** називають свічення, яке виникає при електричному впливі на речовину. Бомбардування електронним пучком твердих тіл може викликати їх свічення, яке називають **катодолімінесценцією**. Процеси випромінювання, які виникають внаслідок освітлення тіл, називаються **фотолімінесценцією**.

В тих випадках, коли енергія, необхідна для випромінювання, надається тілу нагріванням, тобто підводом тепла до тіла, випромінювання називають **тепловим** або **температурним**. Теплове випромінювання є найрозповсюдженішим свіченням тіл, і воно має місце при будь-якій температурі, однак при невисоких температурах випромінюються практично тільки довгі (інфрачервоні) хвилі.

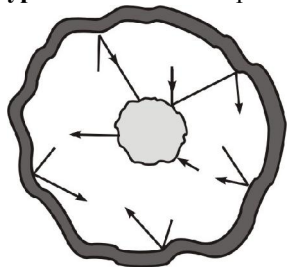


Рис. 30.1

Оточимо тіло, яке випромінює електромагнітні хвилі, непроникною оболонкою з ідеально відбиваючою поверхнею (рис. 30.1). В оболонці – вакуум. Відбите оболонкою випромінювання впаде на тіло і поглинеться ним (частково або повністю). Таким чином, буде відбуватися безперервний обмін енергією між тілом і випромінюванням, яке оточує його. Якщо розподіл енергії між тілом і випромінюванням залишається незмінним для кожної довжини хвилі, то стан системи тіло – випромінювання буде рівноважним. Досліди показують, що єдиним випромінюванням, яке

може бути рівноважним є теплове випромінювання. Всі інші види випромінювання –

нерівноважні. Рівноважне випромінювання характеризується рядом властивостей, притаманних тільки йому. Зокрема, **густина променевої енергії рівноважного випромінювання, її спектральний склад, напрямок поширення не залежать від форми і матеріалу тіла, поміщеного в оболонку.** Ці властивості визначаються лише температурою тіла. **Рівноважне випромінювання однорідне, тобто його густина є одна і та ж у всіх точках всередині оболонки. Воно ізотропне і неполяризоване.** До рівноважних процесів застосовні закони термодинаміки. Це означає, що теплове випромінювання повинно підкорятися принципам термодинаміки. Тому можна стверджувати, що теплове випромінювання є зв'язуючою ланкою між **термодинамікою і оптикою.** Зауважимо, що до рівноважного випромінювання (а не тільки до речовини) можна застосовувати поняття температури, що дорівнює температурі тіла, яке його випромінює, оскільки випромінювання і тіло перебувають у стані термодинамічної рівноваги. Цей важливий принциповий момент був вперше з'ясований російським фізиком Б.Б. Голіциним (1862 – 1916) у 1893 р.

§ 30.2. Випромінювальна і поглинальна здатності тіл

Для характеристики теплового випромінювання введемо деякі величини, які характеризують випромінювання в просторі. Ці величини мають зміст для будь-якого випромінювання, а не тільки для рівноважного.

Випромінювальна здатність. Перш за все введемо поняття енергетичної світності тіла R_e . Під енергетичною світністю будемо розуміти потік енергії, що випромінюється одиницею поверхні випромінюючого тіла у всіх напрямках. Вимірюється енергетична світність у ватах (Вт).

Зауважимо, що випромінювання складається із хвиль різних частот ω (або довжин λ). Потік енергії, який випромінюється одиницею поверхні тіла в інтервалі частот $d\omega$, позначимо через dR_ω . Якщо інтервал $d\omega$ невеликий, то потік dR_ω буде пропорційний $d\omega$. Тобто

$$dR_\omega = r_\omega d\omega. \quad (30.1)$$

Величина r_ω називається випромінювальною здатністю тіла. Із (30.1) видно, що **випромінювальна здатність є не що інше, як величина потоку енергії (потужність випромінювання), яка випромінюється одиницею поверхні тіла в одиничному інтервалі частот.** Тобто

$$r_\omega = \frac{dR_\omega}{d\omega}. \quad (30.2)$$

Оскільки випромінювальна здатність залежить від частоти, то її ще часто називають **спектральною густиною випромінювання.**

Досвід показує, що випромінювальна здатність залежить не тільки від частоти, але й від температури випромінюючого тіла, так що випромінювальна здатність є функція частоти і температури ($r_{\omega T}$). Відповідно і енергетична світність R також є функцією частоти і температури $R_{\omega T}$.

Знаючи випромінювальну здатність, можна вирахувати енергетичну світність R_e :

$$R_e = \int dR_{\omega T} = \int_0^\infty r_{\omega T} d\omega. \quad (30.3)$$

Випромінювання можна характеризувати замість частоти ω довжиною хвилі λ . Ділянці спектра $d\omega$ буде відповідати інтервал довжин хвиль $d\lambda$. Довжина хвилі λ пов'язана із частотою ω співвідношенням

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega}. \quad (30.4)$$

Диференціюючи (30.4), знаходимо співвідношення, яке пов'язує між собою $d\lambda$ і $d\omega$:

$$d\lambda = -\frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega. \quad (30.5)$$

Знак “–” у виразі (30.5) істотного значення не має, він лише вказує на те, що із зростанням однієї величини, ω або λ , інша величина зменшується. Тому знак “–” ми надалі писати не будемо.

Враховуючи вище сказане, доля енергетичної світності, яка припадає на інтервал $d\lambda$, по аналогії з (30.1), може бути представлена у вигляді:

$$dR_\lambda = r_\lambda d\lambda. \quad (30.6)$$

Якщо $d\omega$ і $d\lambda$, які входять у вирази (30.1) і (30.6), пов'язані співвідношенням (30.5), тобто відносяться до однієї і тієї ж ділянки спектра, то величини dR_ω і dR_λ повинні бути рівними:

$$r_\omega d\omega = r_\lambda d\lambda. \quad (30.7)$$

Замінивши в (30.7) $d\lambda$ відповідно (30.5), отримаємо:

$$r_\omega d\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega, \quad (30.8)$$

звідки

$$r_\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2} = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c} \quad \text{або} \quad r_\lambda = r_\omega \frac{\omega^2}{2\pi c} = r_\omega \frac{2\pi c}{\lambda^2}. \quad (30.9)$$

За допомогою (30.9) можна перейти від r_λ до r_ω і навпаки.

Поглинальна здатність. Нехай на елементарну площадку поверхні тіла падає потік променевої енергії dR_ω , зумовлений електромагнітними хвилями, частота яких обмежена інтервалом $d\omega$. Частина цього потоку dR'_ω буде поглинута тілом. Тоді безрозмірна величина

$$a_\omega = \frac{dR'_\omega}{dR_\omega}, \quad (30.10)$$

показує, яка доля енергії, що падає на тіло, ним поглинається. Величину a_ω називають **поглинальною здатністю тіла**.

Поглинальна здатність як і випромінювальна здатність також залежить від температури. Тобто є функція частоти і температури ($a_{\omega T}$).

§ 30.3. Абсолютно чорне тіло

Тіла, які здатні поглинати все випромінювання (будь-якої довжини), яке на них падає при будь-якій температурі, називають абсолютно чорними. За визначенням, для абсолютно чорних тіл $a_{\omega T} = 1$ при будь-яких довжинах хвиль і при будь-якій температурі. Абсолютно чорних тіл як і будь-яких інших ідеалізованих об'єктів в природі не існує. Однак, можна знайти тіла, які дуже близькі за своїми властивостями до абсолютно чорних (сажа, китайська туш, бархат). Найкращим наближенням до абсолютно чорного тіла є замкнута порожнина, в стінці якої зроблено невеликий отвір, через який випроміню-

вання може виходити назовні (рис. 30.2).

Якщо стінки такої порожнини непрозорі, то при достатньо малих розмірах отвору в порожнині встановиться випромінювання, близьке до рівноважного. Через отвір буде виходити практично таке ж випромінювання, яке випромінювалось би абсолютно чорною площадкою тієї ж форми і розмірів. Якщо через отвір в порожнину пройде промінь світла, то після багатократного відбивання і розсіяння всередині порожнини він практично поглинеться повністю. Це означає, що подібна порожнина з маленьким отвором веде себе як абсолютно чорне тіло.

В теорії теплового випромінювання поряд з поняттям абсолютно чорного тіла часто користуються іншою ідеалізованою моделлю реальних тіл – **сірим тілом**. Тіло називають сірим, якщо його поглинальна здатність однакова для всіх частот (довжин хвиль) і залежить тільки від температури, матеріалу і стану поверхні, причому $a_T < 1$.

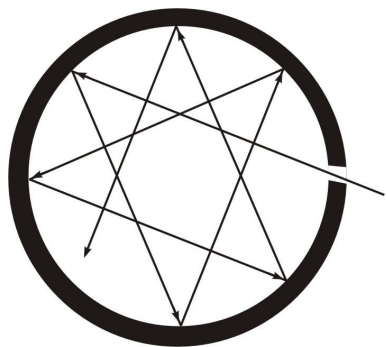


Рис. 30.2

§ 30.4. Закон Кірхгофа*

Між випромінювальною і поглинальною здатностями будь-якого тіла існує певний зв'язок. В цьому можна переконатися, якщо розглянути наступний експеримент. Нехай в

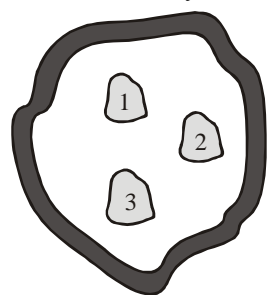


Рис. 30.3

деяку оболонку, з якої відсмоктано повітря і в якій підтримується стала температура, поміщено декілька тіл (рис. 30.3), які між собою можуть обмінюватися енергією шляхом випромінювання і поглинання електромагнітних хвиль. Дослід показує, що така система через деякий час перейде в стан теплової рівноваги – всі тіла приймуть одну і ту ж температуру, рівну температурі оболонки T . Тіло з більшою випромінювальною здатністю втрачає більше енергії з одиниці поверхні, ніж тіло з меншою випромінювальною здатністю. А оскільки температура тіл не змінюється, то тіло, яке більше випромінює енергії, повинно і більше поглинати, тобто володіти більшою поглинальною здатністю. Таким чином, чим більша випромінювальна здатність

тіла $r_{\omega T}$, тим більша і його поглинальна здатність $a_{\omega T}$. Звідси випливає співвідношення:

$$\left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_3 = \dots = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_k, \quad (30.11)$$

де індекси 1, 2, 3, ... відносяться до різних тіл.

Кірхгоф у 1859 р. сформулював наступний закон: **відношення випромінювальної здатності тіла до його поглинальної здатності не залежить від його природи і воно є для всіх тіл однією і тією ж універсальною функцією частоти (довжини хвилі) і температури:**

$$\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} = f(\omega, T) \quad \text{або} \quad \frac{r_{\lambda T}}{a_{\lambda T}} = \varphi(\lambda, T). \quad (30.12)$$

Самі величини $r_{\omega T}$ і $a_{\omega T}$ окремо взяті, можуть змінюватись у великих межах при переході від одного тіла до іншого. Відношення ж їх виявляється однаковим для всіх тіл.

*Кірхгоф Густав Роберт (1824 – 1887) – німецький фізик (див. ст. 259).

Закон Кірхгофа є точним кількісним узагальненням правила, яке емпірично встановив ще у 1809 р. Прево (1751 – 1839). Відповідно до цього правила, **якщо поглинальні здатності тіл різні, то будуть різними і їх випромінювальні здатності.**

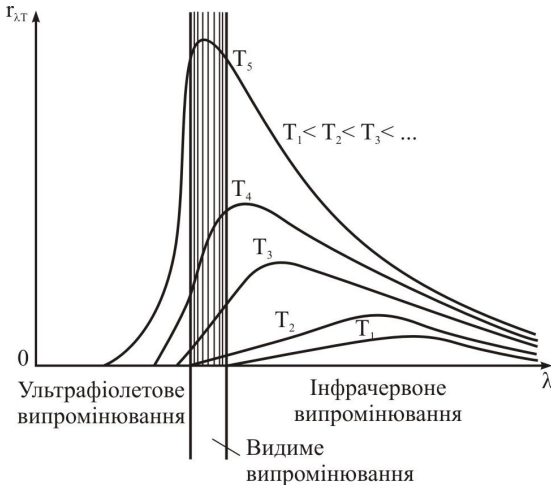


Рис. 30.4

Якщо застосувати закон Кірхгофа до абсолютно чорних тіл, для яких $a_{\omega T} = 1$, то формула (30.12) набуде вигляду

$$r_{\omega T} = f(\omega, T). \quad (30.13)$$

Із (30.13) видно, що для абсолютно чорного тіла випромінювальна здатність є універсальною функцією частоти і температури.

Експериментально було встановлено вигляд універсальної функції $f(\omega, T)$ або $\varphi(\lambda, T)$ (рис. 30.4). Площа, яка охоплюється кривою, чисельно дорівнює енергетичній світності абсолютно чорного тіла при відповідній температурі. При підвищенні температури максимум випромінювальної здатності зміщується в бік коротких хвиль. При температурі, вищій 5250 К, максимум випромінювання припадає на жовте, синє і фіолетове світло.

§ 30.5. Закон Стефана-Больцмана

Теоретичне обґрунтування закономірностей випромінювання абсолютно чорного тіла мало велике значення в історії фізики – воно призвело до появи поняття квантів енергії.

Довгий час спроба теоретично отримати вигляд універсальної функції $f(\omega, T)$ не давала загального розв'язку задачі. У 1879 р. австрійський фізик Стефан (1835 – 1893), аналізуючи експериментальні дані, дійшов висновку, що енергетична світність R_T будь-якого тіла пропорційна четвертому степеню абсолютної температури. У 1884 р. інший австрійський фізик Больцман, виходячи із термодинамічних міркувань, теоретично одержав для енергетичної світності абсолютно чорного тіла наступне значення

$$R_T = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \sigma T^4, \quad (30.14)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$ – стала, T – абсолютна температура. **Величина σ є не що інше, як кількість енергії, яка випромінюється за одиницю часу (1с) одним квадратним метром поверхні абсолютно чорного тіла, що має температуру 1 К.** Константу σ називають **сталою Стефана-Больцмана.**

Вираз (30.14) отримав назву закону (формули) Стефана-Больцмана. Цей закон перевірявся німецькими фізиками у 1897 р. О. Люммером (1860 – 1925) і Е. Прингсгеймом (1859 – 1917) при випромінюванні абсолютно чорного тіла в інтервалі температур від температури рідкого повітря (~83 К) до $T = 2300 \text{ К}$ і знайшов підтвердження в широкому температурному інтервалі (рис. 30.5).

Приклад 30.1. Знайти потужність випромінювання абсолютно чорної кулі, яка знаходиться в кімнаті при температурі $T = 20^\circ \text{С}$. Радіус кулі $r = 10 \text{ см}$.

Розв'язок. Потужність випромінювання кулі це енергія, що випромінюється кулею за

одиницю часу:

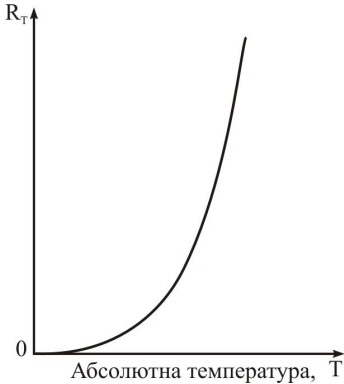


Рис. 30.5

$$P = R_e S, \quad (1)$$

де R_e – енергія, що випромінюється одиницею поверхні за 1с (інтегральна випромінювальна здатність), $S = 4\pi r^2$ – поверхня кулі.

Інтегральна випромінювальна здатність визначається законом Стефана-Больцмана:

$$R_T = \sigma T^4, \quad (2)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / \text{м}^2 \cdot \text{К}^4$, T – абсолютна температура.

Враховуючи (2), отримуємо:

$$P = \sigma T^4 S = 4\pi \sigma T^4 r^2 = \\ = 4(3,14)(5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4})(293 \text{ К})^4 (0,1 \text{ м})^2 = 52,5 \text{ Вт}.$$

§ 30.6. Закони Віна

У 1893 р. німецький фізик В. Він (1864 – 1928) теоретично вивів закон, який записується так:

$$T\lambda_{\max} = b, \quad (30.15)$$

де b – стала величина. Вираз (30.15) називають **законом зміщення Віна: довжина хвилі, яка відповідає максимальному значенню випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна його абсолютній температурі.**

Закон зміщення Віна (30.15) неодноразово піддавався експериментальній перевірці і повністю узгоджується з результатами експериментів (рис. 30.6). За сучасними даними, стала Віна $b = 2,896 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$. Із (30.15) видно, що при підвищенні температури абсолютно чорного тіла максимум його випромінювальної здатності зміщується в бік коротких довжин хвиль (рис. 30.4 і 30.6).

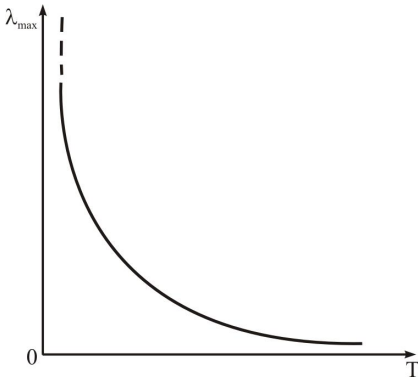


Рис. 30.6

Розрахунки залежності λ_{\max} від температури показують, що при температурі, меншій за $T = 4000 \text{ К}$, максимум випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла лежить за межами видимої ділянки спектра і припадає на ділянку інфрачервоного випромінювання. При $T = 3000 \text{ К}$ $\lambda_{\max} = 9,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. При $T = 5000 \text{ К}$ максимум випромінювання відповідає жовто-зеленому кольору ($\lambda_{\max} = 5,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$). При температурах, вищих за 6000 К , максимум зміщується в ультрафіолетову ділянку спектра (рис. 30.4).

І закон Стефана-Больцмана (30.14), і закон зміщення Віна (30.15) можна використати для знаходження температури поверхні Сонця. Обидва закони дають однакове значення температури поверхні Сонця – біля 6000 К .

Інший закон Віна (який, до речі, випливає із закону зміщення Віна) вказує, що максимальна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла зростає пропорційно п'ятому степеню абсолютної температури

$$r_{\lambda_{\max}} = aT^5. \quad (30.16)$$

де $a = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт} / \text{м}^2 \cdot \text{К}^5$ – стала величина. Іноді вираз (30.16) називають другим законом Віна.

Приклад 30.2. а) При якій температурі максимальна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла припадає на довжину хвилі $\lambda_{\text{max}} = 1,0 \text{ нм}$? б) На яку довжину хвилі припадає максимальна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла при температурі $T = 800 \text{ К}$?

Розв’язок. Температура випромінювання і довжина хвилі, на яку припадає максимальна випромінювальна здатність, зв’язані законом зміщення Віна (30.15):

$$T\lambda_{\text{max}} = b, \quad (1)$$

де $b = 2,896 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – стала величина. Із (1) маємо:

$$T = \frac{b}{\lambda_{\text{max}}} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}}{10^{-9} \text{ м}} = 2,896 \cdot 10^6 \text{ К},$$

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}}{800 \text{ К}} = 3,62 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

§ 30.7. Розподіл енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла

Спроби знайти аналітичний вираз універсальної функції $r_{\lambda T} = \varphi(\lambda, T)$, яка задовольняла б експериментальним кривим, тривалий час не мали успіху.

В 1896 р. В. Він запропонував аналітичний вигляд функції розподілу енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла:

$$r_{\lambda T} = a_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{b_1}{\lambda T}}, \quad (30.17)$$

де a_1 і b_1 – сталі величини.

Формула Віна (30.17) давала достатньо добре співпадання з результатами дослідів для малих значень λT , тобто для короткохвильової частини спектра (рис. 30.7).

Подальші теоретичні дослідження вигляду універсальної функції Кірхгофа були здійснені Релеєм і Джінсом* на основі класичної статистичної фізики. У 1905 р. вони отримали таку формулу для функції розподілу енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла:

$$r_{\lambda T} = 2\pi c k T \lambda^{-4}, \quad (30.18)$$

де k – стала Больцмана, c – швидкість світла, T – абсолютна температура.

Формула Релея-Джінса (30.18) добре узгоджувалась з експериментальними даними в області довгих хвиль (великих значень λT). Для коротких хвиль вона була явно неправильною (рис. 30.7). Формула Релея-Джінса суперечила закону Віна і закону Стефана-Больцмана. За формулою (30.18) $r_{\lambda T}$ монотонно зростає із зростанням частоти (із зменшенням λ), не маючи максимуму (рис. 30.7), а інтегральна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла при будь-якій температурі перетворюється в нескінченність:

$$R = \int_0^{\infty} r_{\lambda T} d\lambda = \int_0^{\infty} 2\pi c k T \lambda^{-4} d\lambda = -2\pi c k T \frac{1}{3\lambda^3} \Big|_0^{\infty} = \infty. \quad (30.19)$$

* Релей Джон Уільям (1842 – 1919) та Джінс Джеймс Холвуд (1877 – 1944) – англійські фізики.

тоді, як згідно закону Стефана-Больцмана R пропорційна T^4 , тобто є величиною скінченою і добре узгоджується з експериментом.

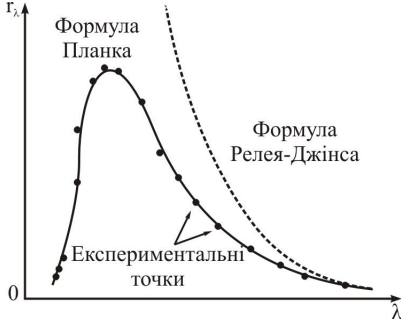


Рис. 30.7

Праці Релея і Джінса показали, що послідовне застосування класичної фізики до дослідження випромінювання абсолютно чорного тіла дає абсурдні результати, які суперечать закону збереження енергії. Критичний стан, що виник у проблемі теплового випромінювання абсолютно чорного тіла, образно назвали “ультрафіолетовою катастрофою”. Зміст такої назви полягає в тому, що закон збереження енергії порушується в області коротких хвиль, тобто в області ультрафіолету.

Вихід із катастрофи був під силу лише фізиці з якісно новими уявленнями про природу випромінювання.

вання.

§ 30.8. Формула Планка

Першим, хто відмовився від класичних уявлень при вирішенні проблеми випромінювання абсолютно чорного тіла, був видатний німецький фізик Макс Планк. В 1900 р. він запропонував принципово новий метод розрахунку функції $r_{\lambda T}$, який ґрунтується на квантових уявленнях. В основу методу Планк поклав уявлення про те, що тіла випромінюють енергію не безперервно, а окремими порціями, які одержали назву квантів. Величина енергії кванта пропорційна частоті, тобто

$$W = h\nu, \quad (30.20)$$

де $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж \cdot с — стала Планка, ν — частота випромінювання.

Нові уявлення Планка про кванти енергії докорінно змінили погляди фізиків на елементарні процеси випромінювання і поглинання світла, а також на всі інші процеси в мікросвіті. Так виникла нова епоха у вченні про будову матерії та її рух.

Керуючись уявленнями про квантовий характер випромінювання осциляторів, Планк отримав такий вираз для випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла:

$$r_{\lambda T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1}, \quad (30.21)$$

де c — швидкість світла, k — стала Больцмана, T — абсолютна температура.

Формула Планка (30.21) добре узгоджується з експериментальними даними у всьому інтервалі довжин хвиль при будь-яких температурах (рис. 30.7), а це означає, що із неї повинні випливати всі відомі закони теплового випромінювання.

Приклад 30.3. Інтенсивність сонячного світла біля поверхні Землі складає $C = 1300$ Вт/м². Скільком фотонам на 1 см²/с відповідає ця величина? При розрахунках прийняти середню довжину хвилі, рівною $\lambda = 550$ нм.

Розв’язок. Кількість світлових фотонів, що припадає на 1 м² поверхні Землі, визначається формулою:

$$N = \frac{C}{\varepsilon_f} = \frac{C\lambda}{ch}, \quad (1)$$

де $\varepsilon_f = ch/\lambda$ – енергія фотона, λ – довжина світлової хвилі, $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – стала Планка, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі. Тоді:

$$N = \frac{(1300 \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2})(5,50 \cdot 10^{-7} \text{ м})}{(6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})(3 \cdot 10^8 \text{ м/с})} = 3,6 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} = 3,6 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Приклад 30.4. Показати, як із формули Планка можна отримати формулу Релея-Джінса та формулу Віна.

Розв'язок. 1. Розглянемо область великих довжин хвиль і високих температур, де енергія кванта набагато менша за середню класичну енергію осцилятора kT ($\varepsilon_f \ll kT$).

В цьому випадку $\frac{hc}{k\lambda T} \ll 1$ і величину $e^{\frac{hc}{k\lambda T}}$ в ф-лі (30.21) можна розкласти в ряд:

$$e^{\frac{hc}{k\lambda T}} = 1 + \frac{hc}{k\lambda T} + \left(\frac{hc}{k\lambda T}\right)^2 \frac{1}{2!} + \left(\frac{hc}{k\lambda T}\right)^3 \frac{1}{3!} + \dots,$$

і якщо обмежитися тільки першими двома членами (це можна робити при $\frac{ch}{k\lambda T} < 0,0001$), то отримаємо:

$$r_{\lambda T} \approx \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{1 + \frac{hc}{k\lambda T} - 1} = 2\pi ckT\lambda^{-4}.$$

Це і є формула Релея-Джінса.

2. У випадку коротких довжин хвиль і низьких температур $\frac{ch}{k\lambda T} \gg 1$ в знаменнику формули (30.21) одиницею можна знехтувати. Тоді матимемо:

$$r_{\lambda T} = a_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{b_1}{\lambda T}},$$

де $a_1 = 2\pi hc^2$, $b_1 = hc/\lambda$.

Із формули Планка (30.21) можна отримати і закон зміщення Віна:

$$T\lambda_{\max} = \frac{hc}{4,965k} = b,$$

та закон Стефана-Больцмана:

$$R_T = \int_0^\infty \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{\frac{hc}{k\lambda T}}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1} d\lambda = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4.$$

Із виразу $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}$ Планк вперше визначив величину сталої h . За сучасними даними $h = 6,626075 \cdot 10^{-34}$ Дж · с (відносна похибка складає $0,60 \cdot 10^{-6} \%$).

Насамкінець, зауважимо, що за відкриття законів теплового випромінювання Вільгельму Віну у 1911 р. було присуджено Нобелівську премію.