

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/292994907>

Основи фізики

Book · December 2014

CITATIONS

0

READS

797

3 authors, including:



[L. E. Kovalev](#)

Uman National University of Horticulture

17 PUBLICATIONS 10 CITATIONS

SEE PROFILE

В.М. Дякон, Л.Є. Ковальов, М.Н. Миколайчук

ОСНОВИ ФІЗИКИ

Навчальний посібник

Видання друге, виправлене та доповнене

2015

УДК 53(075.8)

ББК 22.3я73

Д 99

Рекомендовано вченою радою Уманського національного університету садівництва як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів
(протокол № 6 від 3 квітня 2014 року)

Рецензенти:

Железняк О.О., доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри аерокосмічної геодезії НАУ;

Мартинюк М.Т., доктор педагогічних наук, професор, член-кор. АПН, завідувач кафедри фізики УДПУ;

Оксіюк О.Г., доктор технічних наук, доцент, завідувач кафедри кібербезпеки та захисту інформації КНУ

Дякон В.М., Ковальов Л.Є., Миколайчук М.Н. Основи фізики: Навчальний посібник./ В.М. Дякон, Л.Є. Ковальов, М.Н. Миколайчук . – Вид. 2-ге випр. та доп. - Бровари: «АНФ ГРУП», 2015. – 192 с.

Навчальний посібник містить систематичне викладення основних питань сучасного курсу загальної фізики. Окремий параграф присвячений деяким питанням астрофізики.

Для студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за інженерними спеціальностями.

ISBN 978-966-97259-7-4

УДК 53(075.8)

ББК 22.3я73

ЛАТИНСЬКИЙ АЛФАВІТ

Латинська літера	Назва літери
<i>A a</i>	а
<i>B b</i>	бе
<i>C c</i>	це
<i>D d</i>	де
<i>E e</i>	е, є*
<i>F f</i>	еф
<i>G g</i>	ге, же*
<i>H h</i>	га, аш*
<i>I i</i>	і
<i>J j</i>	йот, жі*
<i>K k</i>	ка
<i>L l</i>	ель
<i>M m</i>	ем

Латинська літера	Назва літери
<i>N n</i>	ен
<i>O o</i>	о
<i>P p</i>	пе
<i>Q q</i>	ку
<i>R r</i>	ер
<i>S s</i>	ес
<i>T t</i>	те
<i>U u</i>	у
<i>V v</i>	ве
<i>W w</i>	дубль ве
<i>X x</i>	ікс
<i>Y y</i>	ігрек
<i>Z z</i>	зет

* використовується у науці

ГРЕЦЬКИЙ АЛФАВІТ

Грецька літера	Назва літери
<i>A α</i>	альфа
<i>B β</i>	бета
<i>Γ γ</i>	гамма
<i>Δ δ</i>	дельта
<i>E ε</i>	епсilon
<i>Z ζ</i>	дзета
<i>H η</i>	ета
<i>Θ θ</i>	тета
<i>I ι</i>	йота
<i>K κ</i>	каппа
<i>Λ λ</i>	лямбда
<i>M μ</i>	мю

Грецька літера	Назва літери
<i>N ν</i>	ню
<i>Ξ ξ</i>	ксі
<i>O ο</i>	омікрон
<i>Π π</i>	пі
<i>P ρ</i>	ро
<i>Σ σ</i>	сігма
<i>T τ</i>	тау
<i>Υ υ</i>	іпсилон
<i>Φ φ</i>	фі
<i>X χ</i>	хі
<i>Ψ ψ</i>	псі
<i>Ω ω</i>	омега

ЗМІСТ

Вступ.....	6
1. Механіка	11
1.1. Механіка як розділ фізики	11
1.2. Кінематика матеріальної точки	12
1.3. Кінематика твердого тіла.....	16
1.4. Динаміка матеріальної точки.....	18
1.5. Динаміка обертального руху	20
1.6. Закони збереження імпульсу і моменту імпульсу	25
1.7. Робота і енергія.....	26
1.8. Гармонічні коливання. Звукові хвилі.....	30
1.9. Механіка рідин	35
2. Молекулярна фізика і термодинаміка.....	39
2.1. Макроскопічні стани та параметри	39
2.2. Молекулярно-кінетична теорія ідеального газу	42
2.3. Явища перенесення в газах	46
2.4. Статистичні розподіли	48
2.5. Перше начало термодинаміки	51
2.6. Теплоємність.....	54
2.7. Адіабатний процес. Рівняння Пуассона	55
2.8. Теплові машини	56
2.9. Друге начало термодинаміки	58
2.10. Цикл Карно. Теореми Карно.....	59
2.11. Рівність Клаузіуса. Ентропія.....	61
2.12. Реальні гази	63
2.13. Тверді тіла і рідини	67
3. Електродинаміка	74
3.1. Постійне електричне поле у вакуумі.....	75
3.2. Діелектрики і провідники в електростатичному полі.....	82
3.3. Постійний електричний струм	88
3.4. Статичне магнітне поле у вакуумі.....	93
3.5. Магнітне поле у речовині.....	98
3.6. Електромагнітна індукція.....	101
3.7. Рівняння Максвелла	104
3.8. Електричні коливання. Змінний струм	107

4. Оптика	113
4.1. Електромагнітні хвилі. Оптичний діапазон	113
4.2. Дисперсія і поглинання світла	118
4.3. Фотометричні поняття і величини	122
4.4. Геометрична оптика	124
4.5. Інтерференція світла	126
4.6. Дифракція світла	130
4.7. Поляризація світла	134
4.8. Квантові властивості світла	137
5. Атомна і ядерна фізика	142
5.1. Основні положення квантової механіки	142
5.2. Атом водню та воднеподібні атоми	148
5.3. Атомні системи з багатьма електронами	155
5.4. Елементи зонної теорії	159
5.5. Основні властивості атомних ядер	163
5.6. Фундаментальні взаємодії та ядерні сили	167
5.7. Ядерні реакції. Радіоактивність	170
5.8. Елементарні частинки	173
5.9. Деякі питання астрофізики	176
Додаток А. Префікси для утворення кратних та частинних одиниць вимірювання	186
Додаток Б. Основні фізичні константи	186
Додаток В. Позасистемні одиниці	187

ВСТУП

Інтенсифікація переходу від інструментальних до науково-інформаційних технологій виробництва гостро поставила проблему підвищення ролі фундаментальних дисциплін у підготовці інженерно-технічних кадрів. Як одна з фундаментальних наук про природу фізика відіграє провідну роль у задоволенні як матеріальних, так й інтелектуальних потреб людства. Більшість розділів фізики встановлюють важливі і загальні закономірності, які необхідно знати кожному студентові для свідомого розуміння і творчого засвоєння фахових дисциплін, майбутньої роботи у галузі техніки і науки.

Слід розрізняти фізику – науку і фізику – навчальний курс. *Курс загальної фізики* складається з розділів: механіка, молекулярна фізика, термодинаміка, електродинаміка, оптика, фізика атома, фізика атомного ядра та елементарних частинок.

Фізика – наука, яка вивчає простіші і разом з тим найбільш загальні закономірності явищ природи, властивості та будову матерії, закони її руху.

Матерія – нескінченна множина усіх співіснуючих у світі об'єктів і систем, сукупність їх властивостей та зв'язків, відношень та форм руху. Вона містить у собі не тільки об'єкти та тіла природи, які безпосередньо спостерігаються, але й всі ті, які не дані людині у його відчуженнях.

Невід'ємною властивістю матерії є рух. *Рух матерії* являє собою будь-які зміни, які відбуваються з матеріальними об'єктами в наслідок їх взаємодій. У природі спостерігаються різні види руху матерії: механічні, коливальні і хвильові, тепловий рух атомів та молекул, рівноважні і нерівноважні процеси, радіоактивний розпад, хімічні та ядерні реакції, розвиток живих організмів і біосфери.

Необхідно відмітити, що матерією не є простір і час, в яких відбувається рух матерії. Простір являє собою математичну модель відношень між елементами структур, які створені матеріальними об'єктами. Час утворюється із множини процесів з відмінною динамікою і являє собою інтегровану властивість Всесвіту. Фактично ні процеси, ні зміни, ні рух, не відбуваються у часі. Навпаки, вони самі є реальною фізичною основою для введення поняття часу. Простір і час є абстракціями, лише різними засобами опису одного й того ж явища - руху матерії. Матерією не є й інформація та абстракції. Стосовно до інфо-

рмачії матеріальним може бути тільки носій інформації, а не сама інформація, уяви, фантазії.

На сучасному етапі розвитку природознавства розрізняють наступні види матерії: речовина, фізичне поле і фізичний вакуум. До матеріальних відносяться й такі об'єкти невідомої природи як темна матерія та темна енергія.

Речовина являє собою основний вид матерії, яка має масу спокою. До речовинних об'єктів відносяться: елементарні частинки, атоми, молекули та величезна кількість матеріальних об'єктів, які утворені з них. Властивості речовини залежать від зовнішніх умов та інтенсивності взаємодії атомів і молекул, що й обумовлює різні агрегатні стани речовини.

Фізичне поле – особливий вид матерії, який забезпечує фізичну взаємодію матеріальних об'єктів та їх систем. До фізичних полів відносять: електромагнітне і гравітаційне поля, поле ядерних сил, хвильові поля, які відповідають різним частинкам. Джерелом фізичних полів є частинки.

Фізичний вакуум – це найнижчий енергетичний стан квантованого поля. Цей термін був введений в квантовій теорії поля для пояснення деяких процесів. Середня кількість частинок – квантів поля у вакуумі дорівнює нулю, однак в ньому можуть народжуватись частинки у проміжних станах, які існують дуже короткий час.

Серед матеріальних об'єктів слід розрізняти об'єкти мікросвіту, макросвіту і мегасвіту.

Мікросвіт – це область гранично малих мікрочастинок, які безпосередньо не спостерігаються. Це світ молекул, атомів та елементарних частинок.

Макросвіт – це світ макроскопічних об'єктів, які складаються з великої кількості мікрочастинок. Він представлений макромолекулами, речовинами у різних агрегатних станах, живими організмами, людиною та продуктами її діяльності.

Мегасвіт – галузь величезних космічних масштабів, відстані в якій вимірюються астрономічними одиницями (1 а.о. дорівнює 8,3 світлової хвилини), світловими роками (1 світловий рік дорівнює 10 трлн. км) і парсеками (1 пк дорівнює 30 трлн. км), а час існування космічних об'єктів – мільйони та мільярди років. До мегасвіту відносяться: планети та їх системи, зірки, галактики та їх скупчення, що утворюють метagalaktiki.

Фізика як наука має модельний характер своєї побудови. Задача фізики полягає в тому, що створити у нашій пам'яті таку картину фізичного світу, яка найбільш повно відображає його властивості та забезпечує такі співвідношення між елементами моделі, які існують між елементами зовнішнього світу.

Відомо, що модель – це знакова або уявна система, що відтворює чи відображає принципи внутрішньої організації, ті чи інші властивості досліджуваного об'єкту і яка може замінити цей об'єкт у пізнавальному процесі з метою одержання нової інформації про нього. Моделюючи об'єкт пізнання, маємо завжди пам'ятати, що *модель аналогічна, подібна, схожа з оригіналом, але не тотожна з ним.*

У реальному фізичному світі зв'язки між матеріальними предметами та явищами настільки різноманітні, що охопити всіх їх неможливо не тільки в практичному, але й в теоретичному принциповому сенсі. Тому при створенні моделей беруть до уваги тільки суттєві для даного кола явищ властивості та зв'язки.

Моделі, які використовуються у фізиці, є наближеними моделями, їх справедливість для реального матеріального об'єкту може бути гарантованою лише в певних межах. Поза цих меж модель може стати непридатною і навіть безглуздою. Суттєво підкреслити, що один і той же фізичний об'єкт у різних ситуаціях може бути поданий різними моделями.

Фізика є наукою експериментальною. На основі експериментів і спостережень створюється модель, в межах якої робляться передбачення про явища, які у свою чергу перевіряються в експериментах і спостереженнях. В результаті цього модель уточнюється, робляться нові передбачення і т.д.

При вивченні будь-якого кола явищ дуже важливо встановити *основні закони* або *принципи*, за допомогою яких можна пояснити усі відомі явища з розглянутого кола, а також передбачити нові. Такій підхід до вивчення явищ природи отримав назву *методу принципів*. Засновником його у фізиці був великий Ньютон (1643-1727). Самі основні закони або принципи не можуть бути доведені логічно. Їх доказом може бути тільки дослід. Дослідним шляхом можна встановити справедливості принципів лише в обмежених межах та з обмеженою точністю. При розширенні кола явищ та підвищенні точності експерименту можуть розширені й ці межі. Але може трапитись, що принципи стають не справе-

дливими. Тоді виникає необхідність у їх заміні новими принципами. Старі принципи при цьому можуть не втратити свого значення (у своїх межах застосування). Сила і привабливість методу принципів в тому, що весь матеріал, який отриманий з основних принципів логічним та математичним шляхом, є достовірним, звичайно, у межах, в яких основні принципи були доведені експериментально.

Першим кроком у пізнанні є встановлення відмінностей між фізичними об'єктами. Завдяки цьому вдається ідентифікувати об'єкти вивчення. Після цього виникає задача порівняння, яка реалізується вимірюваннями. Вимірюванням фізичних властивостей називається процедура віднесення цим властивостям деяких чисел таким чином, щоб порівняння властивостей можна було провести шляхом порівняння чисел.

Для вимірювання деякої фізичної властивості потрібно обрати одиницю вимірювання, тобто конкретну фізичну властивість, якій надається число 1. Властивості, якості і т.д., якими оперує фізика, називаються *фізичними величинами*. Отже, задача вимірювання зводиться до знаходження числового значення фізичної величини. *Кожна з фізичних величин може вимірюватись лише у своїх власних одиницях*. Тому кількість одиниць вимірювання дорівнює кількості фізичних величин. З такою великою кількістю різних одиниць вимірювання дуже незручно працювати, але є можливість їх системно взаємопов'язати. За допомогою цих зв'язків між фізичними величинами можна одиниці вимірювання кожної з них пов'язати між собою. Для цього необхідно обґрунтувати вибір базових одиниць вимірювання – *основних одиниць* – невеликої кількості фізичних величин, через які можна виразити одиниці вимірювання всієї сукупності фізичних величин. Встановлена таким чином взаємопов'язана множина одиниць вимірювання будь-яких фізичних величин одержала назву *системи одиниць*.

Вибір сукупності фізичних величин, одиниці вимірювання яких приймаються за основні, є справою угоди. Історично склалось, що за основні вибиралися різні величини і до недавнього часу у фізиці використовувалось декілька систем. З принципової точки зору всі системи одиниць рівноцінні. Вони відрізняються одна від одної лише практичною доцільністю та зручністю.

У 1960 році наукова та технічна спільнота всіх країн світу прийняла *Міжнародну систему одиниць SI* (CI – система інтернаціональна). У системі CI основними одиницями

є: для вимірювання довжин – 1 метр (м), маси – 1 кілограм (кг), часу – 1 секунда (с), абсолютної температури – 1 кельвін (К), сили електричного струму – 1 ампер (А), сили світла – 1 кандела (кд), кількості речовини – 1 моль (моль); допоміжними одиницями: одиниця плоского кута – 1 радіан (рад) та просторового кута – 1 стерадіан (стер).

1. МЕХАНІКА

1.1. МЕХАНІКА ЯК РОЗДІЛ ФІЗИКИ

Механіка – наука про рух та рівновагу тіл. Принципи механіки вперше були сформульовані Ньютоном. Механіка Ньютона ґрунтується на міцному фундаменті експериментальних фактів, що відносяться до повільних рухів макроскопічних тіл.

Макроскопічними є звичайні тіла, що оточують нас, тобто тіла, які складаються з величезної кількості молекул або атомів. *Мікроскопічними* називають об'єкти атомного та субатомного масштабу (молекули, атоми, протон, нейтрон, електрон та всі елементарні частинки).

Під *повільним* або *нерелятивістським* рухом розуміють рух, швидкість якого набагато менша за швидкість світла у вакуумі $c \approx 300\,000$ км/с. Рух, швидкість якого наближається до швидкості світла у вакуумі, називають *швидким* або *релятивістським*. У цьому сенсі рух штучного супутника із швидкістю $v = 8$ км/с є ще дуже повільним.

Результатом розв'язання проблеми опису руху в мікросвіті стало *створення квантової механіки*, а проблема швидких рухів дала потужний поштовх до формування основ *релятивістської фізики*.

Отже, у сучасній механіці, і у фізиці взагалі, співіснують тісно взаємопов'язані і як усталені класичні, так й новітні наукові уявлення про природу. Її структура є доволі складною і розгалуженою. У чому переконуємося, розглядаючи схему механіки як науки.

$v \sim c$	класична релятивістська механіка (механіка Ейнштейна)	квантова релятивістська механіка (механіка Дірака)
$v \ll c$	класична нерелятивістська механіка (механіка Ньютона)	квантова нерелятивістська механіка (механіка Шредінгера)
	макросвіт	мікросвіт

Класична нерелятивістська механіка складається з трьох розділів: кінематики, динаміки та статички. *Кінематика* подає математичний опис руху тіл, не розглядаючи причин, які викликали цей рух. *Динаміка* вивчає вплив взаємодії тіл на характер їхнього руху. *Статика* вивчає умови рівноваги тіл.

1.2. КІНЕМАТИКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Простір і час. В основу всієї механіки (як і фізики загалом) покладено уявлення про властивості *простору* та *часу*. Стосовно "порожнього" простору вважається, що він *однорідний* та *ізотропний*, тобто всі його точки рівноправні відносно як простих лінійних переміщень (однорідність), так і поворотів (ізотропність). Крім того, вважається, що наш простір задовольняє Евклідову (плоску) метрику.

Якщо тлумачення поняття "простір" більш-менш очевидно, то цього аж ніяк не можна сказати про поняття "час" – одного з найскладніших у фізиці. У найпростішому (кількісному) розумінні час – це показ якогось *годинника*. Точніше кажучи, це проміжок між двома якимись вимірюваннями годинником. Під годинником у фізиці розуміють будь-який матеріальний об'єкт, що здійснює періодичні коливання. Такими є: механічний маятник; Земля, що обертається навколо власної осі або Сонця (*астрономічний годинник*); коливання кристалічної решітки кварцу (*кварцовий годинник*); коливання атомів в молекулах (*молекулярний годинник*); коливання електромагнітного поля у вузьких спектральних лініях атомів деяких ізотопів хімічних елементів, які знаходяться в точно визначених зовнішніх умовах, що чітко контролюються (*атомний годинник*). Особливу стабільність мають останні коливання. Вважається, що час тече *рівномірно*.

Слід зазначити, що закон збереження енергії є наслідком із припущення про однорідність часу, закон збереження імпульсу впливає з припущення про однорідність простору, а закон збереження моменту імпульсу – із властивості ізотропності простору.

Основні поняття кінематики. *Матеріальною точкою* називають тіло, розмірами якого можна знехтувати порівняно з його переміщенням. Так автомобіль на трасі, безумовно, є матеріальною точкою. А той самий автомобіль, розташований на платформі, яка обертається, узяти за матеріальну точку ніяк не можна.

Будь-який рух є відносним, тому неодмінно потрібно вказувати, відносно якого тіла розглядається рух даної матеріальної точки. Якщо при цьому до вибраного *тіла відліку* ми додамо *годинник* для вимірювання часу та ще зв'яжемо з тілом відліку *систему координат*, то дістанемо *систему відліку*.

Положення матеріальної точки відносно вибраної системи відліку зручно задати за допомогою *радіуса-вектора* \vec{r} , проведеного із центра системи координат (наприклад, прямокутної декартової) до матеріальної точки M (рис. 1.1).

Радіус-вектор можна записати у вигляді:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z, \quad (1.1)$$

де x, y, z – координати радіуса-вектора \vec{r} ,

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори (*орти*) вздовж осей OX, OY та OZ , відповідно.

Формула, якою подається однозначний зв'язок радіуса-вектора з часом, називається рівнянням руху.

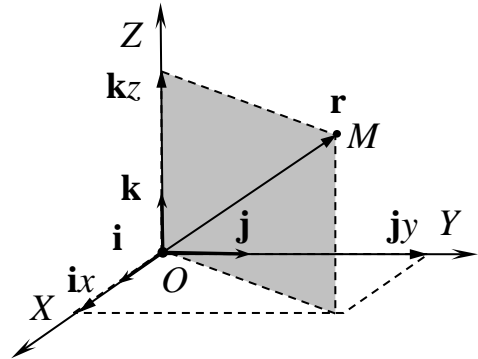


Рис. 1.1

У векторній формі рівняння руху записується так:

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (1.2)$$

Можна рівняння руху записати у скалярній формі. Для цього потрібно задати залежність кожної координати від часу:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t). \quad (1.3)$$

Траєкторія – це лінія у просторі, яку описує матеріальна точка під час руху.

Відстань, яку проходить матеріальна точка вздовж траєкторії за час $\Delta t = t_2 - t_1$, називається *довжиною шляху*, або просто *шляхом* Δs (рис. 1.2).

Вектор, який з'єднує початкове положення точки 1 з кінцевим її положенням 2, називається *вектором переміщення*, або просто *переміщенням*. Вектор переміщення дорівнює зміні радіуса-вектора, або його приросту, за час Δt :

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

Середньою шляховою швидкістю v_{cp} називається відношення шляху Δs до часу Δt , за який точка пройшла цей шлях:

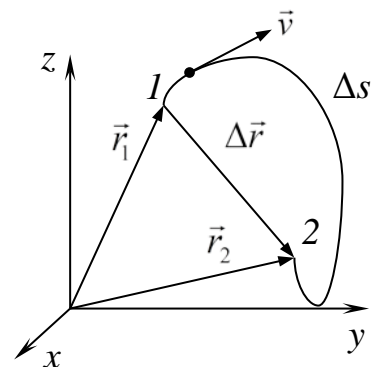


Рис. 1.2

$$v_{cp} = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \quad (1.4)$$

Середня шляхова швидкість – скаляр.

Середня швидкість \vec{v}_{cp} визначається відношенням приросту радіуса-вектора до інтервалу часу, за який відбувається цей приріст:

$$\vec{v}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (1.5)$$

Вектор середньої швидкості має напрям уздовж вектора переміщення.

Із зменшенням проміжку часу матеріальна точка проходитиме все менший шлях і точка 2 буде все ближче до точки 1. Відповідно модуль вектора переміщення наближатиметься до довжини шляху, а напрям вектора переміщення – до напрямку дотичної до траєкторії в точці 1.

Істинною або миттєвою швидкістю \vec{v} називається границя, до якої прямує вектор середньої швидкості, коли $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (1.6)$$

Миттєва швидкість \vec{v} – це швидкість у даній точці траєкторії, вона дорівнює першій похідній від радіуса-вектора за часом і спрямована по дотичній до траєкторії в напрямку руху точки.

В прямокутній декартовій системі координат

$$\vec{r}(t) = \vec{i}x(t) + \vec{j}y(t) + \vec{k}z(t)$$

і для швидкості отримуємо

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i} \frac{dx}{dt} + \vec{j} \frac{dy}{dt} + \vec{k} \frac{dz}{dt} = \vec{i}v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z, \quad (1.7)$$

де компоненти швидкості задаються формулами:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}. \quad (1.8)$$

Модуль швидкості обчислюється за формулою:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad (1.9)$$

а напрям задається напрямними косинусами за відомим правилом:

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v}, \quad \cos \beta = \frac{v_y}{v}, \quad \cos \gamma = \frac{v_z}{v}. \quad (1.10)$$

Швидкість матеріальної точки, взагалі кажучи, є функцією часу: $v = v(t)$.

Рух із сталою швидкістю називається *рівномірним*. Якщо напрям вектора швидкості залишається незмінним, то такий рух називається *прямолінійним*.

Прискорення характеризує стрімкість зміни швидкості.

Прискорення дорівнює *першій похідній від швидкості за часом, або другій похідній від радіуса-вектора за часом*:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}. \quad (1.11)$$

Швидкість у загальному випадку змінюється як за модулем, так і за напрямом. Тому зручно виокремити дві складові прискорення, одна характеризує зміну швидкості за модулем, а друга – за напрямом.

При прямолінійному русі швидкість змінюється тільки за модулем. Тому:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \quad (1.12)$$

Ця складова прискорення напрямлена по дотичній до траєкторії і тому називається *тангенціальним прискоренням* (рис. 1.3).

При рівномірному обертанні по колу швидкість змінюється тільки за напрямом. Відповідне прискорення нам відоме – це доцентрове прискорення. Воно спрямоване до центра кола по нормалі до вектора швидкості і тому називається *нормальним прискоренням*:

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad (1.13)$$

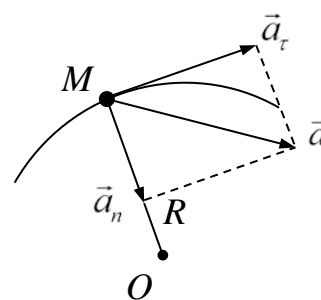


Рис. 1.3

де R – радіус кола.

Нормальне прискорення існує тоді, коли траєкторія руху точки криволінійна. У загальному випадку, при русі тіла по довільній кривій, для кожній точки *радіус кривини траєкторії* R є радіус кола, вписаного у відрізок траєкторії, на якому розглядається рух точки.

Повне прискорення дорівнює векторній сумі тангенціального і нормального прискорення:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \vec{\tau} \frac{dv}{dt} + \vec{n} \frac{v^2}{R}, \quad (1.14)$$

де $\vec{\tau}$ і \vec{n} – одиничні вектори (дотичний і нормальний до траєкторії, відповідно).

Модуль прискорення дорівнює:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}. \quad (1.15)$$

1.3. КІНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТІЛА

Тверде тіло та види його руху. Абсолютно твердим тілом називають тіло, деформаціями якого можна знехтувати порівняно з його переміщенням. Це означає, що відстань між двома довільно вибраними точками тіла залишається сталою при будь-яких рухах тіла.

Розрізняють два основних види руху твердого тіла: поступальний та обертальний. Будь-який рух твердого тіла в даний момент часу можна розкласти на ці два простіші види руху.

Поступальним називають такий рух твердого тіла, при якому будь-яка пряма лінія, що зв'язана з цим тілом, переміщується в просторі паралельно самій собі. Траєкторії точок *еквідистантні* і можуть бути суміщені простим паралельним перенесенням. Швидкості всіх точок твердого тіла, що рухається поступально, однакові.

Кінематика поступального руху твердого тіла зводиться до кінематики однієї з його точок, як правило, центру мас тіла.

Обертальним називається такий рух, при якому всі точки тіла рухаються по колах, центри яких містяться на одній прямій, яка називається *віссю обертання*, а площини кіл перпендикулярні до осі обертання.

Точки тіла, які містяться на різних відстанях від осі обертання, рухаються по різних колах, і тому пройдений шлях, швидкість та прискорення різних точок тіла будуть різними.

Проте є кінематична характеристика, однакова для всіх точок тіла, що обертається, – це кут повороту радіуса обертання φ . Звичайно, його й потрібно взяти за основу,

описуючи обертальний рух. За аналогією з поступальним рухом, для описання обертального руху вводять поняття *кутового переміщення*: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, яке вимірюється в радіанах.

Рух по колу. Якщо матеріальна точка рухається по колу радіуса R (рис. 1.4), то для пройденого шляху можна записати $s = R\varphi$ (за початок відліку взята точка A). Абсолютне значення швидкості

$$v = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt} = R\omega, \quad (1.16)$$

$$\text{де швидкість зміни кута } \frac{d\varphi}{dt} = \omega \quad (1.17)$$

називається *кутовою швидкістю*.

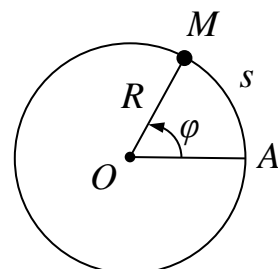


Рис. 1.4

Обертання називається *рівномірним*, якщо кутова швидкість ω стала. При рівномірному обертанні величину ω називають *кутовою* або *циклічною частотою обертання*. Величина

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1.18)$$

дає кількість обертів за одиницю часу і називається *частотою обертання* (іноді її позначають n). Величина

$$T = \frac{1}{\nu} \quad (1.19)$$

є тривалістю одного оберту і називається *періодом обертання*.

В загальному випадку кутова швидкість залежить від часу. Перша похідна від кутової швидкості за часом або друга похідна від кута за часом називається *кутовим прискоренням*

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (1.20)$$

Очевидно, що лінійні і кутові швидкість та прискорення зв'язані між собою простими співвідношеннями:

$$v = R\omega, \quad a = R\varepsilon. \quad (1.21)$$

1.4. ДИНАМІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Маса, імпульс, сила. Будь-яке тіло протидіє намаганню привести його у рух чи змінити модуль або напрям швидкості. Ця властивість тіл називається *інертністю*. *Міра інертності тіл називається масою*.

Слід зазначити, що *інертна маса* співпадає з *гравітаційною масою*, яка фігурує у законі *всесвітнього тяжіння*: два тіла притягуються одне до одного з силами, що пропорційні добутку їх мас і обернено пропорційними квадрату відстані між ними:

$$F = G \frac{Mm}{r^2}, \quad (1.22)$$

де $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ – гравітаційна стала.

Імпульсом тіла (матеріальної точки) \vec{p} називається вектор, який дорівнює добутку маси матеріальної точки на її швидкість:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (1.23)$$

Сила є мірою інтенсивності взаємодії тіл, що проявляється в зміні їх імпульсів.

Закони динаміки. Перший закон Ньютона (закон інерції): *якщо на тіло (матеріальну точку) не діє сила, то воно знаходиться у спокої або рухається рівномірно і прямолінійно.*

Таке тіло називається *вільним*, а його рух – *вільним рухом* або *рухом за інерцією*.

Інерціальною називається така система відліку, відносно якої вільне тіло знаходиться у спокої або рухається рівномірно і прямолінійно.

Зміст закону інерції, по суті, зводиться до твердження, що існує, принаймні, одна інерціальна система відліку. Система відліку, що рухається відносно інерціальної системи із сталою швидкістю, також буде інерціальною.

Другий закон Ньютона: *в інерціальній системі відліку швидкість зміни імпульсу матеріальної точки дорівнює прикладеній до неї силі:*

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}. \quad (1.24)$$

Останнє рівняння, що виражає основний закон динаміки, називається *рівнянням руху матеріальної точки*.

Слід зазначити, що другий закон Ньютона у наведеному формулюванні виконується як в нерелятивістській так і в релятивістській класичній механіці. В останній в якості маси слід використовувати *релятивістську масу* $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, де m_0 – маса спокою.

В класичній нерелятивістській механіці, коли швидкості руху тіл набагато менші від швидкості світла у вакуумі, маса стала, і рівняння руху можна записати в іншій формі.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \quad \text{і тому}$$

$$m\vec{a} = \vec{F}.$$

Коли $\vec{F} = 0$, з рівняння руху випливає

$$m\vec{a} = 0, \quad \text{тому} \quad \vec{a} = 0.$$

Це означає, що швидкість стала, і ми отримали перший закон Ньютона як наслідок другого закону. Проте перший закон Ньютона є незалежним законом, який виражає критерій придатності системи відліку для розгляду руху. Будь-які кінематичні характеристики та закони динаміки мають сенс лише тоді, коли вказано систему відліку. Закони динаміки Ньютона справджуються тільки щодо інерціальних систем відліку.

Якщо між собою взаємодіють лише дві матеріальні точки, то їхні імпульси змінюються з часом однаково.

Це **третій закон Ньютона**: *дві матеріальні точки діють одна на одну з силами, які чисельно рівні між собою і напрямлені в протилежні боки вздовж прямої, що сполучає ці точки*:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (1.25)$$

Принцип відносності Галілея. Будемо вважати інерціальну систему відліку K умовно нерухомою, а інерціальна система K' рухається відносно неї з швидкістю \vec{V} . Положення матеріальної точки відносно системи K задається радіусом-вектором \vec{r} , а відносно системи K' – радіусом-вектором \vec{r}' . Положення системи K' відносно системи K задається радіусом-вектором \vec{r}_0 . Зв'язок між цими векторами $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{r}_0$. Оскільки швидкість \vec{V} стала, то $\vec{r}_0 = \vec{V}t$ та ми отримуємо формули *перетворення Галілея*:

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{V}t, \quad t' = t,$$

де остання рівність означає, що в класичній нерелятивістській механіці плин часу в усіх системах відліку однаковий.

Узявши похідні за часом t від радіусів-векторів, отримуємо **закон додавання швидкостей** при переході від однієї інерціальної системи до іншої:

$$\frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} - \vec{V}, \quad \frac{d\vec{r}'}{dt'} = \frac{d\vec{r}}{dt} - \vec{V}, \quad \text{або} \\ \vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}. \quad (1.26)$$

Узявши похідну за часом від швидкостей та врахувавши, що $\frac{d\vec{V}}{dt} = 0$, отримуємо:

$$\vec{a}' = \vec{a}.$$

Маса матеріальної точки та сила з переходом від однієї інерціальної системи відліку до іншої не змінюються:

$$m\vec{a}' = m\vec{a} \quad \text{і} \quad \vec{F}' = \vec{F}, \quad \text{а тому} \quad m\vec{a}' = \vec{F}'.$$

Ми прийшли до **принципу відносності Галілея**: закони механіки Ньютона мають однаковий вигляд у всіх інерціальних системах відліку. Кажуть, що закони механіки Ньютона інваріантні відносно перетворень Галілея.

1.5. ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ

Рівняння моментів. Для розгляду динаміки обертального руху треба ввести поняття *моменту сили* і *моменту імпульсу*. При цьому слід розрізняти поняття моментів відносно точки та відносно вісі.

Нехай O – точка, відносно якої розглядається момент вектора сили або вектора імпульсу. Її називають *полюсом*. Позначимо літерою \vec{r} радіус-вектор, проведений з цієї точки до точки A прикладання сили \vec{F} (рис. 1.5).

Моментом сили \vec{F} відносно полюса O називається векторний добуток радіуса-вектора \vec{r} на силу \vec{F} :

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]. \quad (1.27)$$

Аналогічно визначається *момент імпульсу \vec{p} матеріальної точки відносно полюса O* . Таким буде векторний добуток

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}]. \quad (1.28)$$

Нехай полюс O нерухомий. Узявши похідну за часом від моменту імпульсу, дістанемо:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\frac{d\vec{r}}{dt}, \vec{p} \right] + \left[\vec{r}, \frac{d\vec{p}}{dt} \right].$$

Але імпульс матеріальної точки $\vec{p} = m\vec{v}$ колінеарний до її швидкості $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, тому вираз у перших дужках дорівнює нулю. Крім того $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$. Отже,

$\left[\vec{r}, \frac{d\vec{p}}{dt} \right] = [\vec{r}, \vec{F}] = \vec{M}$. В результаті дістанемо:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (1.29)$$

Це рівняння називається *рівнянням моментів*.

Тверде тіло можна розглядати як систему жорстко зв'язаних матеріальних точок. Для всього тіла можна ввести поняття моменту імпульсу системи матеріальних точок як векторну суму моментів імпульсів всіх матеріальних точок. Тоді в рівнянні моментів під \vec{M} розуміється момент всіх зовнішніх сил, що діють на тіло, так як векторна сума всіх внутрішніх сил системи матеріальних точок, згідно з третім законом Ньютона, дорівнює нулю.

У проекціях на осі координат рівняння моментів виглядає так:

$$\frac{dL_x}{dt} = M_x, \quad \frac{dL_y}{dt} = M_y, \quad \frac{dL_z}{dt} = M_z.$$

Момент сили відносно вісі. Розглянемо обертання матеріальної точки A масою m , навколо нерухомої вісі, яка проходить через полюс O . Позначимо вісь обертання через Z . Точка A жорстко закріплена на колі, яке вона описує навколо вісі Z .

Нехай на точку діє стала сила \vec{F} (рис. 1.5). Представимо вектори \vec{r} і \vec{F} у вигляді

$$\vec{r} = \vec{r}_\perp + \vec{r}_\parallel, \quad \vec{F} = \vec{F}_\perp + \vec{F}_\parallel.$$

Тут \vec{r}_\perp – складова вектора \vec{r} , яка перпендикулярна до осі Z , а \vec{r}_\parallel – складова того ж вектора, яка паралельна цій вісі. Аналогічний зміст мають вектори \vec{F}_\perp і \vec{F}_\parallel . Очевидно, що вектори \vec{r}_\perp та \vec{F}_\perp лежать в площині, яка перпендикулярна вісі обертання Z (ця площина перетинає вісь обертання у точці O').

Зрозуміло, що обертальний момент навколо вісі Z створює лише складова сили \vec{F}_\perp . Розкладемо цю силу в площині обертання на тангенціальну $\vec{F}_{\perp\tau}$ та нормальну $\vec{F}_{\perp n}$ складові (рис. 1.6). Точка набуває сталого тангенціального прискорення \vec{a}_τ , яке визначається тангенціальною складовою сили \vec{F}_\perp :

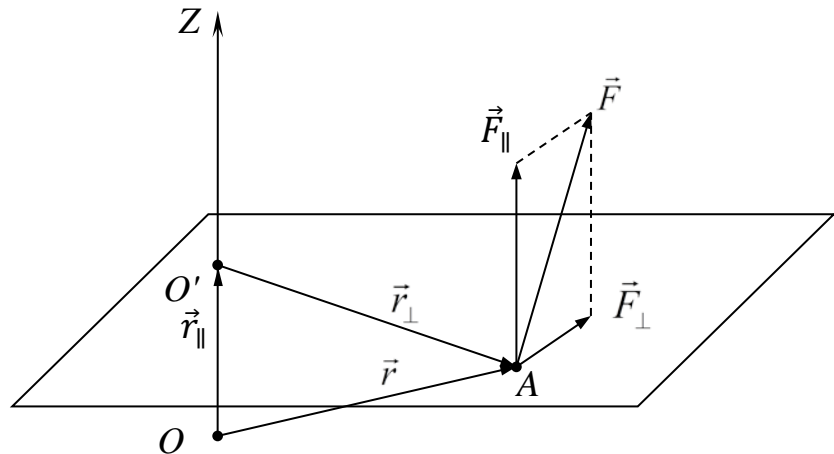


Рис. 1.5

$$F_{\perp\tau} = F_\perp \sin \alpha = m a_\tau.$$

Тут α – кут між напрямками векторів \vec{r}_\perp і \vec{F}_\perp .

Нормальна складова сили \vec{F}_\perp разом з реакцією зв'язку створює нормальне прискорення.

Введемо кутове прискорення $\varepsilon = a_\tau / r_\perp$.

Тоді

$$F_\perp \sin \alpha = m r_\perp \varepsilon.$$

Помножимо ліву і праву частини цього виразу на r_\perp , дістанемо:

$$F_\perp r_\perp \sin \alpha = m r_\perp^2 \varepsilon.$$

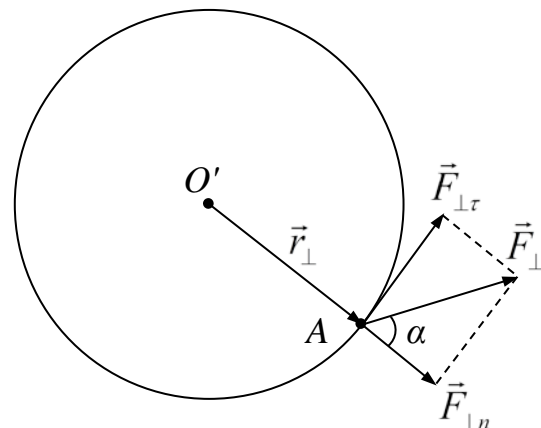


Рис. 1.6

Величина $M_z = F_{\perp} r_{\perp} \sin \alpha$ називається моментом сили \vec{F} відносно вісі Z . Момент сили відносно вісі можна записати за допомогою векторного добутку:

$$\vec{M}_{\parallel} = [\vec{r}_{\perp}, \vec{F}_{\perp}], \quad M_z = |\vec{M}_{\parallel}|. \quad (1.30)$$

Отже, момент сили відносно вісі є проекція на цю вісь моменту сили відносно точки, яка лежить на цієї ж вісі.

Аналогічно при знаходженні проекції L_z достатньо визначити тільки паралельну вісі Z складову вектора \vec{L} :

$$\vec{L}_{\parallel} = [\vec{r}_{\perp}, \vec{p}_{\perp}]. \quad (1.31)$$

Момент інерції. Величина $I = mr_{\perp}^2$ називається моментом інерції матеріальної точки відносно вісі обертання. За допомогою моменту інерції момент імпульсу матеріальної точки відносно вісі можна записати у вигляді:

$$L_z = r_{\perp} mv = r_{\perp} m \omega r_{\perp} = mr_{\perp}^2 \omega = I \omega.$$

Після введення нових величин рівняння моментів відносно вісі:

$$I \varepsilon = M \quad \text{або} \quad I \frac{d\omega}{dt} = M. \quad (1.32)$$

Ми опустили індекс біля позначення моменту сили M , так як зрозуміло, що при розгляді обертання навколо вісі, завжди мова йде про момент сили відносно вісі, а не про момент сили відносно точки.

Момент інерції, як і маса, – величина адитивна, тому для обчислення моменту інерції твердого тіла достатньо додати моменти інерції всіх матеріальних точок, з яких утворено тверде тіло.

Момент інерції будь-якого тіла можна представити формулою:

$$I = kml^2. \quad (1.33)$$

Під l слід розуміти який-небудь характерний розмір тіла або відстань якої-небудь характерної точки його до осі обертання. Коефіцієнт пропорційності k залежить тільки від форми тіла та його розміщення відносно вісі обертання. Так, наприклад, момент інерції тонкого однорідного стержня відносно перпендикулярної вісі, що проходить через його

центр мас, дорівнює $I = \frac{1}{12} ml^2$, де l – довжина стержня; момент інерції суцільної од-

норідної кулі: $I = \frac{2}{5}mR^2$, де R – радіус кулі. Моменти інерції тіл правильної форми давно обчислені і наводяться у довідниках.

Суттєво допомагає у визначенні моменту інерції теорема **Гюйгенса-Штейнера**: *момент інерції тіла відносно будь-якої вісі дорівнює моменту інерції його відносно паралельної вісі, що проходить через центр мас, доданої до величини ma^2 , де a – відстань між осями*:

$$I = I_C + ma^2. \quad (1.34)$$

Основний закон динаміки обертального руху. Момент імпульсу твердого тіла визначається як векторна сума моментів імпульсу всіх матеріальних точок тіла. Його можна записати у вигляді

$$L = I\omega. \quad (1.35)$$

Тоді рівняння моментів (1.29) приймає вигляд:

$$\frac{d(I\omega)}{dt} = M, \quad (1.36)$$

а для абсолютно твердого тіла ($I = \text{const}$) маємо:

$$I \frac{d\omega}{dt} = M \quad \text{або} \quad I\varepsilon = M. \quad (1.37)$$

Рівняння (1.36), (1.37) виражають **основний закон динаміки обертального руху твердого тіла**.

Кінетична енергія твердого тіла, що обертається, визначається за формулою:

$$K_\omega = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{L^2}{2I}. \quad (1.38)$$

Порівняння понять і закономірностей поступального та обертального рухів виявляє аналогію між цими рухами. Рівняння обертального руху має такий же вигляд як і рівняння другого закону Ньютона. Роль маси в обертальному русі виконує момент інерції, в якості прискорення виступає кутове прискорення, а швидкості – кутова швидкість; роль сили – момент сили M , а роль імпульсу – момент імпульсу L .

1.6. ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ ІМПУЛЬСУ І МОМЕНТУ ІМПУЛЬСУ

Закон збереження імпульсу. Закони збереження є одним із найпотужніших знарядь, якими постійно користуються фізики.

За третім законом Ньютона для двох матеріальних точок, що взаємодіють одна з одною, швидкість зміни імпульсу однієї точки дорівнює швидкості зміни імпульсу іншої:

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt}, \quad \text{або} \quad \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0.$$

Отже, повний імпульс системи з двох матеріальних точок є величина стала:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{const}.$$

На кожну матеріальну точку діють як зовнішні, так і внутрішні сили. Як вище було показано, внутрішні сили взаємодії між матеріальними точками не можуть привести до зміни їхнього повного імпульсу. Хоча це було показано тільки для двох частинок, що взаємодіють, але неважко здогадатися, що можна розглянути систему попарно і дійти такого самого висновку. Повний імпульс системи може змінюватись тільки зовнішніми по відношенню до системи силами.

Швидкість зміни повного імпульсу системи матеріальних точок дорівнюватиме рівнодійній усіх зовнішніх сил:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}^{(e)}, \quad (1.39)$$

де $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$ – повний імпульс системи;

$\vec{F}^{(e)} = \vec{F}_1^{(e)} + \vec{F}_2^{(e)} + \dots + \vec{F}_m^{(e)} = \sum_{i=1}^m \vec{F}_i^{(e)}$ – рівнодійна всіх зовнішніх сил.

Якщо на систему не діють зовнішні сили або їх рівнодійна дорівнює нулю, то повний імпульс цієї системи сталий. Таку систему називають *замкненою*, або *ізолюваною*.

Якщо $\vec{F}^{(e)} = 0$, то $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$, і тому $\vec{p} = \text{const}$.

Це і є **закон збереження імпульсу** для системи матеріальних точок, що взаємодіють між собою: *повний імпульс ізолюваної системи матеріальних точок сталий*.

Закон збереження моменту імпульсу. Основною динамічною характеристикою обертального руху є момент імпульсу.

Якщо розглянути систему матеріальних точок, то повним моментом імпульсу системи називається векторна сума моментів імпульсу всіх матеріальних точок системи.

Внутрішні моменти сил не можуть змінити повного моменту імпульсу системи. Змінити повний момент імпульсу можуть тільки моменти зовнішніх сил. Саме тому до основного закону динаміки обертального руху системи матеріальних точок входить момент зовнішніх сил:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^{(e)}. \quad (1.40)$$

$$\text{Якщо } \vec{M}^{(e)} = 0, \quad \text{то } \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \quad \text{і} \quad \vec{L} = \text{const}.$$

Закон збереження моменту імпульсу: якщо повний момент зовнішніх сил дорівнює нулю, то повний момент імпульсу системи сталий.

1.7. РОБОТА І ЕНЕРГІЯ

Робота сил. Якщо під дією сили змінюється абсолютне значення швидкості матеріальної точки, то кажуть, що сила виконує роботу.

Роботою сили \vec{F} на елементарному (нескінченно малому) переміщенню $d\vec{s}$ називається добуток проекції F_s цієї сили на напрям переміщення та величини самого переміщення:

$$dA = F_s ds = F ds \cos \alpha, \quad (1.41)$$

де α – кут між векторами \vec{F} і $d\vec{s}$ (рис. 1.7).

Оскільки, переміщення елементарне, величина dA називається також *елементарною роботою* на відміну від роботи на скінченному переміщенні.

Якщо скористатись поняттям скалярного добутку, то можна сказати, що *елементарна робота дорівнює скалярному добутку сили на елементарне переміщення*:

$$dA = (\vec{F}, d\vec{s}). \quad (1.42)$$

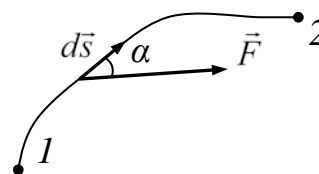


Рис. 1.7

Робота на певній ділянці траєкторії (скінченна робота) дорівнює сумі всіх елементарних робіт і може бути обчислена інтегруванням:

$$A_{12} = \int_1^2 (\vec{F}, d\vec{s}). \quad (1.43)$$

Якщо сила на всьому шляху від точки 1 до точки 2 стала, то її можна винести за знак інтеграла і ми дістаємо добре відому з курсу елементарної фізики формулу:

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha. \quad (1.44)$$

Робота, віднесена до одиниці часу, називається *потужністю*:

$$P = \frac{dA}{dt}. \quad (1.45)$$

При сталій силі, потужність знаходиться простим відношенням роботи до часу, за який вона була виконана: $P = A/t$.

Кінетична енергія. Якщо в формулу для роботи підставити $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ і $d\vec{s} = \vec{v}dt$, то дістанемо:

$$A = \int (\vec{v}, d\vec{p}).$$

За визначенням імпульсу $\vec{p} = m\vec{v}$ та в класичній нерелятивістській механіці маса не залежить від швидкості, так що $\vec{v}d\vec{p} = m\vec{v}d\vec{v} = mv dv$ (ми скористалися очевидною рівністю $\vec{v}^2 = v^2$, яка після диференціювання дає $\vec{v}d\vec{v} = v dv$).

Повна робота в разі зміни швидкості від v_1 (точка 1) до v_2 (точка 2):

$$A_{12} = m \int_{v_1}^{v_2} v dv = \frac{mv^2}{2} \Big|_{v_1}^{v_2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Величина

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \quad (1.46)$$

називається *кінетичною енергією матеріальної точки*.

Таким чином, *робота сили при переміщенні матеріальної точки дорівнює приросту кінетичної енергії цієї точки*:

$$A_{12} = K_2 - K_1.$$

Всі сили, які зустрічаються в макроскопічній механіці, прийнято поділяти на *консервативні* і *неконсервативні*.

Потенціальна енергія. *Консервативними називаються сили, робота яких залежить тільки від початкової та кінцевої точки траєкторії, але не залежить від її виду.* Робота консервативних сил на замкнутій траєкторії дорівнює нулю.

Сила тяжіння, сила Кулона та всі центральні сили є консервативними силами.

Всі сили, які не є консервативними, називаються *неконсервативними силами*.

Для консервативних сил можна ввести поняття *потенціальної енергії* U . *Потенціальна енергія системи є функцією тільки її координат та робота консервативних сил дорівнює зміні потенціальної енергії системи:*

$$A_{12} = U_1 - U_2.$$

Потенціальна енергія системи визначається з точністю до довільної сталої, але фізичний зміст має не сама потенціальна енергія, а її різниця у різних станах.

Потенціальна енергія тіла в однорідному полі тяжіння дорівнює:

$$U = mgh, \quad (1.47)$$

де h – висота, на який знаходиться тіло по відношенню до рівня, що прийнятий за нульовий.

Закон збереження механічної енергії. Отже, з одного боку, робота дорівнює зміні потенціальної енергії системи, а з другого – приросту кінетичної енергії:
 $U_1 - U_2 = K_2 - K_1$, звідки

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2.$$

Сума кінетичної і потенціальної енергії системи, називається її *повною енергією* E . Таким чином, ми прийшли до **закону збереження енергії в механіці**: *повна механічна енергія системи стала, якщо на неї діють тільки консервативні сили:*

$$E \equiv K + U = \text{const}. \quad (1.48)$$

Дисипативні сили. До неконсервативних сил відносяться перш за все, *дисипативні сили*, робота яких при будь яких рухах в замкнутій системі завжди від'ємна. Дисипативними є *сили тертя та сили опору*.

Як експериментально встановив Кулон, *сила тертя* F_{mp} не залежить від площі поверхні, вздовж якої тіла зіткнулі, і пропорційна силі *нормального тиску* F_n , з яким одне тіло діє на інше:

$$F_{mp} = \mu F_n, \quad (1.49)$$

де μ називається коефіцієнтом тертя.

При наявності сухого тертя тіло може знаходитись у спокої, навіть коли на нього діє деяка сила.

На відміну від сил сухого тертя сили рідкого або в'язкого тертя між шарами рідини або газу при їх русі обертаються у нуль, коли відносні швидкості шарів стають рівними нулю.

Крім сил, обумовлених в'язким тертям, на поверхню тіла, що рухається в рідині або газі, діють також сили нормального тиску – сили опору. При великих швидкостях вони набагато перевищують сили в'язкого тертя.

При малих швидкостях сили опору пропорційні першій степені швидкості тіла:

$$\vec{F}_{on} = -k_1 \vec{v}. \quad (1.50)$$

При великих швидкостях сили опору пропорційні квадрату швидкості:

$$\vec{F}_{on} = -k_2 v \vec{v}. \quad (1.51)$$

Інші формулювання закону збереження енергії. Макроскопічна механіка враховує тільки кінетичну енергію макроскопічного руху тіл та їх макроскопічних частин, а також їх потенціальну енергію. Але вона не розглядає внутрішню атомістичну будову речовини. При зіткненні, терті та аналогічних процесах кінетична енергія видимого руху тіл не зникає. Вона тільки переходить у кінетичну енергію невидимого хаотичного руху атомів і молекул речовини, а також в потенціальну енергію їх взаємодії. Ця частина енергії тіла отримала назву *внутрішньої енергії*.

Розширимо поняття енергії новими її формами: енергія електромагнітного поля, ядерна енергія тощо. Це дозволяє узагальнити **закон збереження енергії**: *енергія ніколи не створюється і не зникає, вона може тільки переходити з однієї форми в іншу*.

Важливим наслідком релятивістської механіки став висновок про взаємозв'язок між повною релятивістською енергією частинок та їх масою:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (1.52)$$

де m_0 – маса спокою частинки, v – її швидкість.

Крім того, у релятивістському випадку повна енергія й імпульс пов'язані співвідношенням:

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = m_0^2 c^2. \quad (1.53)$$

У релятивістській механіці діє об'єднаний **закон збереження енергії-імпульсу**: збереження імпульсу неодмінно тягне за собою збереження повної енергії та навпаки.

1.8. ГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ. ЗВУКОВІ ХВИЛІ

Гармонічні коливання. *Коливаннями* називають процеси, у результаті здійснення яких система постійно повертається до початкового стану (положення рівноваги). Якщо це відбувається через однаковий проміжок часу – період T , то коливання називаються *періодичними*.

Коливальну систему незалежно від її фізичної природи називають *осцилятором*.

Розрізняють коливання вільні і вимушені. *Вільні* коливання виконує система, до якої не підводиться зовні енергія. Якщо при цьому система не витрачає своєї енергії, то коливання будуть *незгасаючими*. Якщо ж енергія системи зменшується, наприклад через виконання роботи проти зовнішніх сил, то коливання будуть *згасаючими*. Вільні механічні коливання внаслідок наявності сил опору є згасаючими. *Вимушені* коливання – це коливання, які здійснює система під впливом зовнішньої періодичної сили. Такі коливання будуть незгасаючими, так як підтримуються періодичним підведенням енергії ззовні для компенсації втрат.

Найважливішими серед коливальних рухів є *гармонічні коливання* – простіші періодичні коливання. *Коливання, при яких величина що коливається, змінюється з часом за законом синуса або косинуса, називаються гармонічними*. Гармонічні коливання величини x (наприклад, зміщення від положення рівноваги) описуються рівнянням

$$x = A \cos(\omega t + \delta). \quad (1.54)$$

Величина A дає максимальне відхилення величини x від рівноважного значення і називається *амплітудою коливань*. Величина ω називається *циклічною частотою*; ар-

гумент косинуса $\omega t + \delta$ – фазою коливань, а її значення при $t = 0$, тобто величина δ , – початковою фазою.

Період коливань – це час одного повного коливання. Так як період косинуса дорівнює 2π , то

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (1.55)$$

Кількість коливань за одиницю часу називається *частотою коливань*:

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (1.56)$$

Швидкість гармонічних коливань дістанемо, узявши першу похідну від зміщення за часом:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \delta). \quad (1.57)$$

Так як прискорення є першою похідною від швидкості за часом, або другою похідною від зміщення за часом, то

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \delta) = -\omega^2 x. \quad (1.58)$$

Сила, що діє при гармонічному коливанні, дорівнює

$$F = ma = -m\omega^2 x. \quad (1.59)$$

Пружинний, фізичний, математичний маятники. Розглянемо коливання пружинного маятника, що складається з тіла масою m і пружини, яка повертає тіло до положення рівноваги.

Згідно із **законом Гука** при малих зміщеннях сила пружності прямо пропорційна до зміщення:

$$F_{np} = -kx. \quad (1.60)$$

Знак "мінус" означає, що сила напрямлена в бік, протилежний зміщенню. Коефіцієнт пропорційності k називається *коефіцієнтом жорсткості* пружини.

Порівнявши силу пружності з силою, що діє при гармонічних коливаннях, дістанемо:

$$m\omega^2 = k.$$

Отже, пружинний маятник здійснює гармонічні коливання з циклічною частотою

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.61)$$

і періодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (1.62)$$

Повна механічна енергія незгасаючих пружних коливань стала і дорівнює максимальному значенню кінетичної енергії, або максимальному значенню потенціальної енергії. Вона зв'язана з амплітудою співвідношенням

$$E = \frac{kA^2}{2}. \quad (1.63)$$

Фізичним маятником називається тверде тіло, яке може гойдатись навколо нерухомої горизонтальної вісі. Точка A перетину її з вертикальною площиною (рис. 1.8), яка проходить через центр мас маятника, називається *точкою підвісу*.

Малі коливання фізичного маятника будуть приблизно гармонічними з циклічною частотою

$$\omega = \sqrt{\frac{mga}{I}}, \quad (1.64)$$

I – момент інерції маятника відносно вісі A , a – відстань між центром мас C і точкою підвісу A .

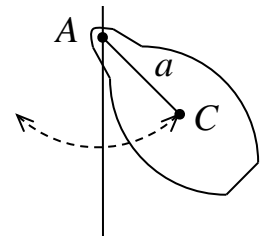


Рис. 1.8

Період коливань фізичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}. \quad (1.65)$$

Окремим випадком фізичного маятника є *математичний маятник*. Так називається маятник, вся маса якого практично зосереджена в одній точці – в центрі мас маятника C . Прикладом математичного маятника може бути кулька, яка підвішена на довгій нитці.

У випадку математичного маятника $a = l$, $I = ml^2$, де l – довжина маятника, і формула для періоду коливань переходить у

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (1.66)$$

Порівнюючи формули періоду коливань фізичного і математичного маятників, приходимо до висновку, що фізичний маятник коливається так же, як математичний з довжиною

$$l = \frac{I}{ma}, \quad (1.67)$$

яка називається *зведеною довжиною* фізичного маятника.

Поширення коливань у пружних середовищах. Механічні хвилі. У пружних середовищах кожна частинка пружно зв'язана з іншими і може здійснювати вільні коливання подібно до пружного маятника. Оскільки частинок у середовищі багато, то вільні коливання однієї частинки (джерело коливань) спричиняють коливання сусідніх, а ті у свою чергу змушують коливатися розташовані далі від них частинки і т. д. Але, внаслідок інертності частинок, коливання кожної наступної частинки запізнюватимуться у часі порівняно з коливаннями попередньої частинки. Таким чином, вільні коливання, збуджені в якійсь ділянці пружного середовища, розповсюджуватимуться у цьому середовищі. Процес поширення механічних коливань у пружному середовищі називається *механічною хвилею*.

Механічні хвилі поділяються на поперечні і поздовжні. *Поперечною хвилею* називається хвиля, в якій коливання частинок середовища відбуваються перпендикулярно до поширення хвилі. Прикладом поперечних хвиль може бути хвиля у довгому шнурі, один кінець якого здійснює коливальний рух. Поперечні хвилі спостерігаються лише в тих середовищах, де можливі пружні деформації зсуву, що характерно тільки для твердих тіл. Отже, поперечні хвилі можливі лише у твердих тілах.

Поздовжньою хвилею називають хвилю, в якій коливання частинок відбуваються вздовж напрямку поширення хвилі. Прикладом поздовжньої хвилі є хвиля згущень і розріджень у довгій пружині, один кінець якої закріплено, а ударами по вільному кінцю збуджено коливання її витків. Поздовжню хвилю можна дістати в тих середовищах, де можливі пружні деформації стиску та розтягу. Такі деформації властиві будь-яким тілам: тве-

рдим, рідким і газоподібним. Тому позовжні хвилі можуть поширюватись в будь-яких середовищах.

Під час поширення хвилі частинки речовини не переносяться з хвилею, а тільки здійснюють коливальні рухи навколо положень рівноваги.

Геометричне місце точок, до яких доходять коливання в момент часу t , називається *фронтом хвилі* або *хвильовим фронтом*. Фронт хвилі являє собою ту поверхню, яка відокремлює частину простору, в якій вже відбувається хвильовий процес, від області, в якій коливання ще не відбуваються.

Геометричне місце точок хвилі, які коливаються в однакових фазах, називається *хвильовою поверхнею*. Хвильових поверхонь існує нескінченна множина. у той час як хвильовий фронт у кожен момент часу тільки один. Хвильові поверхні залишаються нерухомими, а хвильовий фронт весь час переміщується. Хвильові поверхні можуть бути довільної форми. У простіших випадках вони мають форму площин або сфер. Відповідно хвилі у цих випадках називаються *плоскими* або *сферичними*.

Швидкість хвилі v називається швидкість поширення коливань у просторі, тобто швидкість хвильового фронту. Відстань, яку проходить хвиля за час, що дорівнює періоду T коливань, називається *довжиною хвилі λ* . Отже, довжина хвилі – це мінімальна відстань між точками, які коливаються в однакових фазах. Довжина хвилі, її швидкість та період коливань перебувають між собою у співвідношенні:

$$\lambda = vT. \quad (1.68)$$

Звукові хвилі. Звуковими хвилями називаються хвилі в пружному середовищі, які сприймаються органом слуху людини. Властивості звукових хвиль, закономірності їх збудження, поширення, сприймання людиною та взаємодії їх з речовиною вивчається у розділі фізики, який називається *акустикою*.

Звукові хвилі являють собою поширення коливань густини і тиску середовища (згущень і розріджень середовища). Швидкість поширення звукових хвиль залежить від властивостей середовища (його пружності і густини). В газах вона має значення від 0,2 до 1,2 км/с , у рідинах – від 1,2 до 2 км/с, а у твердих тілах - від 2 до 5 км/с. З підвищенням температури середовища швидкість звуку зростає приблизно пропорційно кореню квадратному із термодинамічної температури. У повітрі з температурою 0 °С швидкість

звуку становить 331 м/с, а при 20 °С – 343 м/с. Швидкість поперечних звукових хвиль у твердих тілах завжди менша за швидкість поздовжніх хвиль.

Звукові хвилі з частотами від 16 до 20 000 Гц, які людина сприймає органом слуху, називаються *чутними звуками*. Звукові хвилі із частотами меншими 16 Гц називаються *інфразвуками*, а частотами в діапазоні 20 -10⁵ кГц – *ультразвуками*, у діапазоні 10⁵ - 10⁷ кГц – *гіперзвуками*.

Фізичні характеристики звукових коливань такі ж як для інших хвиль: частота, швидкість поширення, енергія, інтенсивність, потужність, тиск. Психофізіологічне сприйняття людиною звуку характеризується сукупністю в ньому хвиль, гучністю, висотою, тембром.

Щоб людина реагувала на звук, необхідно, щоб його інтенсивність була не меншою від деякої мінімальної величини, яку називають *порогом чутності*. Інтенсивність звуку визначається амплітудою коливань частинок у звуковій хвилі. Вухом людини має найбільшу чутливість до звуків частоти від 700 до 6 000 Гц.

Фізичному поняттю інтенсивності звуку відповідає фізіологічне відчуття *гучність* звуку. Поняття інтенсивності і гучності не рівноцінні. Рівень гучності визначається в одиницях, які називаються белами, але на практиці використовують одиниці у десять разів менші – децибели. Найбільшу інтенсивність звуку, при якій людське вухо сприймає коливання як звук, називають порогом больового відчуття. За гучністю типовим джерелами є: поріг чутності - 0 дБ; шелест листя – 10 дБ; шепіт – 20 дБ; звичайна розмова – 60 дБ; шумна вулиця – 80 дБ; оркестр – 120 дБ; поріг больового сприймання – 130 дБ.

1.9. МЕХАНІКА РІДИН

Рівняння Бернуллі. Для опису руху рідини можна вказати модулі та напрями швидкостей різних частинок рідини, які у різні моменти часу проходять через одну й ту ж точку простору. Якщо взяти всі можливі точки простору і зафіксувати час t , то у просторі ми отримуємо миттєву картину розподілу швидкостей – *поле швидкостей*. У кожній точці простору буде вказаний вектор швидкості тієї частинки рідини, яка проходить через цю точку в даний момент часу. Лінія, дотична до якої вказує напрям швидкості частинки рідини, яка проходить в даний момент часу через точку дотику, називається *лінією струму* (*течії*).

Поверхня, утворена лініями струму, що проведені через всі точки невеликого замкнутого контуру, виділеного в рідині, називається трубкою струму (течії), рідина, що тече по всій сукупності трубок струму – потоком. Тобто, лінії струму є траєкторіями руху частинок рідини в стаціонарному потоці.

Якщо поле швидкостей, а отже, й відповідні йому лінії струму не змінюються з часом, то рух рідини називають *стаціонарним*. Якщо ж вони змінюються з часом, то рух називається *нестационарним*. У випадку нестационарного руху швидкість рідини явно залежить від координат і часу: $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t)$. При стаціонарному русі явної залежності від часу немає, швидкість залежить тільки від координат: $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r})$.

Вивчення руху реальних рідин є досить складною задачею. Для її спрощення спочатку розглядають випадок *ідеальної рідини*, яка вважається нестисливою і в якій нехтують силами в'язкого тертя між шарами рідини.

Розглянемо стаціонарну течію ідеальної рідини в трубці змінного діаметра, що розміщена довільно в просторі у будь-якому консервативному силовому полі, наприклад, у полі тяжіння. Застосувавши закон збереження механічної енергії для нерозривної течії рідини, одержуємо *рівняння Бернуллі*:

$$P + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}, \quad (1.69)$$

де ρ – густина рідини, v – модуль швидкості течії рідини у перерізі трубки струму, який знаходиться на висоті h від умовно вибраного рівня, P – тиск у тому ж перерізі трубки струму, що викликаний пружністю рідини, a – висота цієї точки у полі тяжіння.

Припустимо, що тонка трубка струму має змінний поперечний переріз, а її вісь горизонтальна. Прикладом може бути горизонтальна труба змінного перерізу, по якій тече рідина. Тоді $h = \text{const}$, і рівняння Бернуллі отримає вигляд:

$$P + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}. \quad (1.70)$$

Величина P в цьому рівнянні називається *статистичним тиском*, $\rho v^2 / 2$ – *динамічним (швидкісним) тиском*, а їх сума – *повним тиском*.

Із рівняння (1.70) слідує, що у тих перерізах трубки струму (течії), де швидкість рідини більша, статистичний тиск менший, а в тих, де швидкість рідини зменшується, статистичний тиск зростає. Ця закономірність, яка з поправками властива також для руху

газів, пояснює низку природних явищ. Наприклад: швидке висихання грудок на поверхні рилі при вітрі (аерація ґрунту), піднімання у повітря важких предметів повітряними вихрами, засмоктування предметів, що знаходяться на поверхні водяного потоку при попаданні у вихрові водоверті, зривання дахів будівель при буревіях, різноманітні прояви гідро таранів тощо. Вказана закономірність знайшла широке застосування у сучасній техніці: утворення піднімальної сили гвинтокрилих літальних апаратів, водний транспорт на підводних крилах, карбюратори двигунів внутрішнього згорання, відкачуючи гази водоструминні насоси, різного роду інжектори, розпилювачі та ін.

Формула Торрічеллі. Розглянемо витікання ідеальної рідини через малий отвір у боковій стінці, або дні відкритої широкої посудини (рис. 1.9).

У перерізі посудини B швидкість рідини настільки мала, що її можна вважати рівною нулю. Швидкість рідини у точці A позначимо через v . Рівняння Бернуллі для такого випадку набуває вигляду

$$gh + \frac{P_0}{\rho} = \frac{v^2}{2} + \frac{P_0}{\rho},$$

де P_0 – атмосферний тиск, а h – висота рідини від рівня отвору.

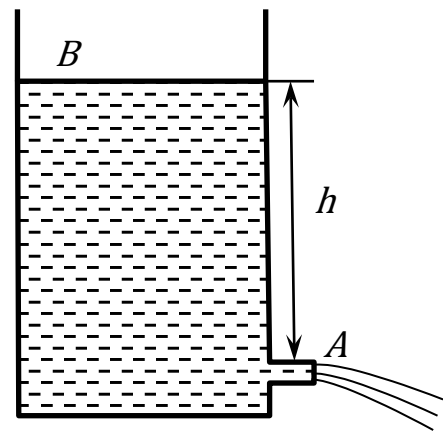
(Рис. 1.9)

Звідси отримуємо

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (1.71)$$

Формула (1.71) називається *формулою Торрічеллі*.

Формула Пуазейля. У реальних рідинах, крім сил нормального тиску, на границях шарів рідини, що рухаються, діють ще *дотичні сили в'язкості*. Рівняння Бернуллі, яке отримане при відсутності сил в'язкості, приводить до висновку: якщо рідина тече по горизонтальній прямій трубі сталого поперечного перерізу, то при стаціонарному русі статичний тиск рідини має бути однаковим по всій довжині труби. В дійсності тиск рідини в трубі спадає у напрямі її руху. Для підтримування стаціонарної течії на кінцях труби треба підтримувати сталу різницю тисків, яка урівноважує сили в'язкості, які виникають при течії рідини.



Нехай в'язка нестислива рідина тече вздовж прямолінійної циліндричної труби, радіус якої R . Лінії струму паралельні вісі труби. Якщо виділити довільну нескінченно вузьку трубку струму, то з умови нестисливості випливає, що швидкість течії v буде однаковою вздовж всієї трубки струму – швидкість рідини не може змінюватись вздовж труби. Але вона, звичайно може змінюватись із зміною відстані r від вісі труби. Отже, швидкість рідини є функцією радіуса r :

$$v = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} (R^2 - r^2), \quad (1.72)$$

де P_1 – тиск рідини на вході труби, P_2 – тиск на виході, l – довжина труби, η – коефіцієнт динамічної в'язкості, (коефіцієнт внутрішнього тертя).

Швидкість v максимальна на вісі труби, де вона досягає значення

$$v = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} R^2. \quad (1.73)$$

При віддаленні від вісі труби швидкість зменшується за параболічним законом.

Витрати рідини, тобто кількість її, що протікає за одну секунду через поперечний переріз труби визначається за формулою Пуазейля:

$$Q = \pi \rho \frac{P_1 - P_2}{8\eta l} R^4, \quad (1.74)$$

де ρ – густина рідини.

2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

2.1. МАКРОСКОПІЧНІ СТАНИ ТА ПАРАМЕТРИ

Термодинамічні параметри. *Ізольованою або замкнутою системою називають систему тіл, які не можуть обмінюватись енергією з оточуючими тілами.*

Така система є ідеалізацією, але створити умови, коли обмін енергією системи з іншими тілами стане нехтовно малим, можна шляхом розміщення системи в тверду теплоізоляційну, або адіабатичну, оболонку.

Залишена сама на сам ізольована система самочинно (спонтанно) прийде до якогось цілком визначеного *найбільш імовірного, або рівноважного, стану.*

Загальне начало термодинаміки: *яким би не був початковий стан тіл ізольованої системи, в ній зрештою встановиться термодинамічна рівновага, в якій припиняться всі макроскопічні процеси.*

Під макроскопічними процесами розуміються будь-які зміни, які відбуваються з макроскопічними частинами системи, тобто частинами, що містять величезну кількість частинок (наприклад, вирівнювання температур двох тіл, які приведені у контакт, та одне з яких було попередньо нагріте).

Термодинамічна рівновага може бути охарактеризована як *динамічна рівновага*, коли надто інтенсивно йдуть процеси молекулярного масштабу, але всі макроскопічні процеси припиняються.

Макроскопічні властивості – це властивості, які визначаються в термодинамічній системі, що перебуває в рівноважному стані, їх можна визначити за допомогою приладів.

Можна сказати і навпаки: значення макроскопічних властивостей характеризують конкретний рівноважний стан термодинамічної системи, оскільки кожному стану відповідають цілком певні значення властивостей.

Тому їх ще називають *термодинамічними, або макроскопічними, параметрами стану.*

Приклади макроскопічних параметрів стану: тиск, густина, об'єм, температура, внутрішня енергія, теплопровідність, ентропія, ентальпія.

Макроскопічні параметри, які визначають стан системи та її відношення до оточуючих тіл, поділяються на *внутрішні* і *зовнішні*. Внутрішні параметри визначають внутрішній стан системи. Зовнішніми параметрами характеризуються зовнішні тіла та силові поля, що впливають на систему. Наведемо приклади внутрішніх і зовнішніх параметрів.

Нехай газ міститься у посудині з твердими стінками. Об'єм посудини визначається положенням зовнішніх тіл – стінок. Це зовнішній параметр. Тиск, який газ чинить на стінки посудини, залежить від швидкостей теплового руху його молекул. Він є внутрішнім параметром.

Рівняння стану. Макроскопічні параметри не незалежні. Зокрема, для однорідної і однофазної системи, прикладом якої може бути достатньо розріджений (ідеальний) газ, незалежних параметрів стану всього два. Таким чином, для фіксації конкретного стану ідеального газу достатньо задати два макроскопічних параметри стану.

Найчастіше використовують такі параметри: температура (T), тиск (P), об'єм (V), густина (ρ).

Для ідеального газу достатньо задати два з них: (P, V) , (P, T) або (V, T) . Решта параметрів будуть однозначними функціями двох визначальних параметрів.

Дослід показує, що в стані термодинамічної рівноваги об'єм, тиск і температура знаходяться у функціональній залежності не тільки для ідеальних, але і для реальних газів, а також для будь-яких фізично однорідних та ізотропних тіл.

Рівнянням стану називають математичний зв'язок тиску, об'єму і температури:

$$f(P, V, T) = 0. \quad (2.1)$$

Рівняння стану для одного моля ідеального газу має вигляд:

$$PV = RT, \quad (2.2)$$

де $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – універсальна газова стала.

Якщо по осях координат відкладати визначальні параметри стану, то кожна точка на площині параметрів відповідатиме конкретному рівноважному термодинамічному стану. На рис. 2.1 зображені два стани 1 та 2.

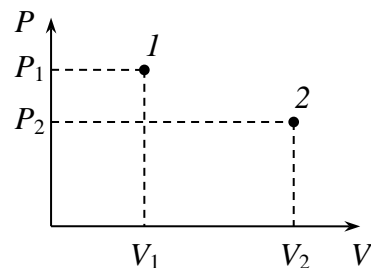


Рис.2.1

Квазістатичні процеси. Термодинамічна система може переходити з одного стану до іншого. Такий перехід називають *термодинамічним процесом* або просто *процесом*. Початковий і кінцевий стани, звичайно, рівноважні стани.

Але сам термодинамічний процес – це завжди нерівноважний процес, і його не можна зображати лінією на площині параметрів. Строго рівноважний процес ніколи не реалізується в природі.

В теоретичних методах термодинаміки широко використовуються так звані *квазістатичні*, або *квазірівноважні процеси*, тобто ідеалізовані процеси, які складаються з станів рівноваги, які неперервно слідують один за одним. Квазістатичні процеси також є абстракціями. Але до них можна підійти як завгодно близько.

Нехай в циліндрі знаходиться газ та поршень утримується в положенні рівноваги вантажем Q (дрібний пісок) (рис. 2.2). Якщо зняти частину вантажу або додати новий, то рівновага порушиться. З часом, після складних рухів газу та коливань поршня, система знов прийде до стану рівноваги. Подібні нерівноважні процеси дуже складні.

Знімемо або додаммо одну піщинку. Від цього рівновага порушиться нескінченно мало. Якщо повторити цю процедуру багато разів, то можна змінити вантаж на скінченну величину. Разом з вантажем зміниться на скінченну величину і об'єм газу. Цей процес складається з послідовності нескінченно малих процесів, кожен з яких дуже мало порушує стан рівноваги. Ми отримали дуже повільний процес, який можна вважати квазістатичним.

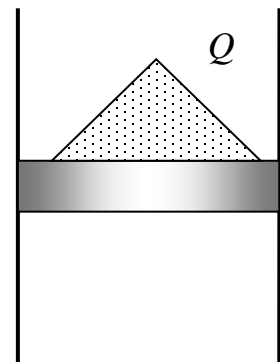


Рис. 2.2

В термодинаміці часто зустрічаються наступні квазістатичні процеси: 1) *ізохорний процес* – процес, який відбувається при сталому об'ємі ($V = const$); 2) *ізобарний процес* – процес, в якому сталим залишається тиск ($P = const$); 3) *ізотермічний процес* – процес, який відбувається при сталій температурі ($T = const$); 4) *квазістатичний адіабатний процес* – квазістатичний процес, який відбувається без підведення та відведення тепла.

2.2. МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ

Молекулярні сили. Молекули взаємодіють між собою завдяки молекулярним силам. На великих відстанях це сили притягання, які швидко спадають при збільшенні відстані (обернено пропорційні до відстані в шостому степені). На малих відстанях – це сили відштовхування, які сильно залежать від відстані (пропорційні до відстані у степені, який приблизно дорівнює тринадцяти). При наближенні молекул сили відштовхування сильно зростають. Відстань між центрами молекул, коли сили притягання переходять у сили відштовхування приймається за діаметр молекули.

В газах при нормальних умовах середні відстані між молекулами великі порівняно з їх діаметрами. На таких відстанях молекулярні сили дуже слабкі. Молекулярні сили проявляються лише на малих відстанях порядку діаметра молекул. Взаємодію молекул на малих відстанях називають *зіткненнями*.

Якщо газ в цілому знаходиться у спокої (наприклад, міститься у закритій посудині), то в результаті зіткнень встановлюється хаотичний рух, в якому всі напрямки руху молекул рівноімовірні. Такий рух називається *тепловим*. Для достатньо розрідженого газу, що міститься у посудині, можна у першому наближенні нехтувати розмірами молекул та зіткненнями їх між собою. Треба врахувати лише зіткнення молекул з стінками посудини. Така проста модель приводить до законів ідеальних газів.

Закони ідеальних газів. Ідеальні гази строго підлягають законам *Бойля-Маріотта* та *Гей-Люссака*. Всі інші гази називаються реальними.

Введемо деякі поняття.

Молем речовини називається кількість цієї речовини, яка містить стільки молекул, скільки атомів міститься у 12 г ізотопу вуглецю ^{12}C . Відповідна кількість атомів – це так зване число Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

Густина газу ρ дорівнює масі всіх молекул, які містяться в одиниці об'єму газу. Якщо маса молекули m , а концентрація n , то густина

$$\rho = nm; \quad \text{одиниця густини} - \text{кг/м}^3.$$

Тиск P – це сила, яка діє на одиницю площі поверхні перпендикулярно до неї:

$$P = \frac{F}{S}, \quad \text{точніше} \quad P = \frac{dF}{dS}. \quad (2.3)$$

Одиниця тиску – H/m^2 або паскаль ($Па$).

Закон Бойля-Маріотта: добуток об'єму V даної маси газу на його тиск P залежить тільки від температури.

Формула, що виражає цей закон є рівнянням Менделєєва-Клапейрона:

$$PV = \frac{M}{\mu} RT \quad (\text{для одного моля } PV = RT), \quad (2.4)$$

де M – маса газу, μ – його молярна маса.

Якщо t – температура в градусах Цельсія, а T – абсолютна температура в кельвінах, то наближено

$$t = T - 273,15 \text{ } ^\circ C. \quad (2.5)$$

Користуючись цим виразом рівняння, що виражає закон Бойля-Маріотта, можна записати у вигляді

$$PV = P_0 V_0 (1 + \alpha t), \quad (2.6)$$

де P_0 і V_0 – тиск і об'єм газу при температурі $t = 0 \text{ } ^\circ C$, а α – сталий коефіцієнт, чисельне значення якого приблизно дорівнює $\alpha = \frac{1}{273,15} \text{ } ^\circ C^{-1}$.

Закон Гей-Люссака: для всіх ідеальних газів коефіцієнт α один і той же.

Залежність тиску газу від характеристик його молекул визначається основним рівнянням молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу:

$$P = \frac{1}{3} nm \langle v^2 \rangle \quad \text{або} \quad PV = \frac{1}{3} Nm \langle v^2 \rangle, \quad (2.7)$$

де $N = nV$ – загальна кількість молекул в об'ємі V .

Для грубого уявлення про швидкості молекул газу можуть використовуватись деякі середні величини. Наприклад, середня квадратична швидкість:

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}. \quad (2.8)$$

$$\text{З основного рівняння} \quad \bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{3P/\rho}. \quad (2.9)$$

Для зручності останню формулу краще перетворити за допомогою рівняння стану ідеальних газів $P/\rho = RT/\mu$. Тоді отримуємо

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{3RT/\mu}. \quad (2.10)$$

Для моделі газу, яка складається з невзаємодіючих молекул, справедливий закон *Дальтона*.

Нехай в різних посудинах однакового об'єму V при одній і той же температурі T містяться різні ідеальні гази. Позначимо тиски цих газів через P_1, P_2, \dots, P_n . Гази змішують в тому ж об'ємі та підтримують температуру суміші T . Закон Дальтона стверджує, що $P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$. Тиски P_1, P_2, \dots, P_n називаються *парціальними тисками* газів, які складають суміш.

Закон Дальтона: *тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків цих газів.*

Температура. З'ясуємо фізичний зміст температури в молекулярно-кінетичній теорії. Поняття температури вводиться для характеристики різної ступені нагрітості тіл. Якщо два тіла, які мають різну температуру, привести до зіткнення, то відбуватиметься процес передавання теплової енергії від тіла, більш нагрітого, до тіла, менш нагрітого.

Процес передавання енергії триватиме доти, доки температура обох тіл не стане однаковою. Однаковим стане і ступінь нагрітості тіл. Якщо тіла – ідеальні гази, то обмін енергією означає обмін кінетичною енергією. В ідеальному газі молекули не взаємодіють одна з одною, і тому немає потенціальної енергії.

В молекулярно-кінетичній теорії доводиться, що в *стані теплової рівноваги середні кінетичні енергії всіх молекул газу однакові*.

Запишемо основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії для одного моля ідеального газу у вигляді

$$PV = \frac{2}{3} N_A \frac{m \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{2}{3} N_A \langle E_k \rangle,$$

де $\langle E_k \rangle$ – середня кінетична енергія однієї молекули газу.

Порівнявши це рівняння з рівнянням Менделєєва-Клапейрона, дістанемо:

$$\frac{2}{3} N_A \langle E_k \rangle = RT.$$

Виразимо звідси середню кінетичну енергію молекули:

$$\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T$$

Позначимо відношення двох універсальних констант через третю константу, яка називається сталою Больцмана:

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}. \quad (2.11)$$

Отже,

$$\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} kT. \quad (2.12)$$

Середня кінетична енергія молекули пропорційна до абсолютної температури. Абсолютний нуль температури відповідає рівності нулю кінетичної енергії поступального руху молекули

Отже, абсолютний нуль – це така температура, при якій в тілі припиняється тепловий рух та залишається тільки рух частинок, що пов'язаний з нульовою енергією. Рух частинок, який пов'язаний з нульовою енергією, це суто квантово-механічний ефект. Абсолютна температура відлічується від абсолютного нуля.

Одиниця абсолютної температури – один кельвін (1 K).

Внутрішня енергія. Внутрішня енергія газу складається з кінетичної енергії поступального, обертального і внутрішнього руху молекул та атомів, а також з потенціальної енергії їх взаємодії. Для ідеальних газів, коли молекулярні сили дуже малі, потенціальною енергією взаємодії молекул можна нехтувати.

Для моделі ідеального газу, в якій молекули розглядаються як матеріальні точки, внутрішня енергія визначається повною кінетичною енергією поступального руху всіх молекул. Наприклад, для одного моля

$$U = N_A \langle E_k \rangle = \frac{3}{2} N_A kT = \frac{3}{2} RT. \quad (2.13)$$

Внутрішня енергія ідеального газу залежить тільки від температури.

Кількістю ступенів свободи i називають кількість незалежних величин або координат, що повністю визначають положення молекули у просторі. Згідно з можливими видами руху розрізняють поступальні, обертальні і коливальні ступені свободи (i_n ,

i_o, i_k). В молекулярно-кінетичній теорії доводиться, що середня кінетична енергія, що припадає при тепловій рівновазі на одну ступінь свободи будь-якої атомно-молекулярної системи дорівнює $\frac{1}{2}kT$.

Для одноатомного газу можливий тільки поступальний рух та $i = i_n = 3$. Отже, з виразу для внутрішньої енергії одноатомного газу можна зробити висновок, що внутрішня енергія одного моля газу дорівнює

$$U = \frac{i}{2}RT \quad (\text{для будь-якої маси газу } U = \frac{i}{2} \cdot \frac{M}{\mu} RT). \quad (2.14)$$

Двохатомну молекулу можна уявити у вигляді "жорсткої гантелі", або "пружної гантелі". Жорстка гантель, крім поступального руху, може ще обертатись навколо двох осей. Тому $i = i_n + i_o = 3 + 2 = 5$. Атоми у пружній гантелі додатково можуть коливатись вздовж прямої, що їх сполучає: $i = i_n + i_o + 2i_k = 3 + 2 + 2 = 7$. Зверніть увагу на те, що кількість коливальних ступенів свободи помножено на два. Це тому, що в коливальному русі, крім кінетичної енергії, є ще й потенціальна.

Багатоатомну молекулу можна розглядати як абсолютно тверде тіло, яке має три поступальних та три обертальних ступенів свободи: $i = i_n + i_o = 3 + 3 = 6$.

Тиск ідеального газу. Отримуємо ще одну формулу для тиску ідеального газу. З рівняння Менделєєва-Клапейрона, з урахуванням що $R = N_A k$, маємо

$$P = \frac{M}{V} \frac{N_A}{\mu} kT, \quad P = \frac{\rho N_A}{\mu} kT \quad \text{та} \quad P = \frac{m N_A}{\mu} n kT \quad (\rho = nm).$$

Так як $m N_A = \mu$, остаточно дістаємо:

$$P = nkT. \quad (2.15)$$

2.3. ЯВИЩА ПЕРЕНЕСЕННЯ В ГАЗАХ

Явищами перенесення називають перенесення маси, імпульсу і кінетичної енергії при накладанні на хаотичний тепловий рух полів густини, швидкості і температури. За відсутності таких полів через будь-яку площадку, виділену в газі, проходить однакова кількість молекул в обох напрямках і немає ніякого спрямованого перенесення. Але якщо є неоднорідності, то тепловий рух буде їх "розмивати" і з'являться напрямлені потоки.

Усі процеси перенесення зумовлені намаганням термодинамічної системи переходити самочинно до стану термодинамічної рівноваги, при якому будь-які неоднорідності повністю відсутні.

Дифузією називають процес перенесення маси, якщо густина або концентрація молекул різна в різних частинах об'єму газу.

Якщо виділити в газі площинку dS і виміряти кількість маси dm , яка проходить через цю площинку за час dt , то цей потік, як показує дослід, завжди пропорційний до градієнта густини ρ . Для одновимірного випадку

$$dI_m = \frac{dm}{dS \cdot dt} = -D \frac{d\rho}{dx}, \quad (2.16)$$

де D – коефіцієнт дифузії.

Ця формула виражає перший закон Фіка для дифузії.

Внутрішнім тертям (в'язкістю) називають процес перенесення імпульсу, якщо швидкість напрямленого руху газу або рідини є різною в різних місцях простору.

Потік імпульсу dI_p , тобто імпульс, який переноситься через одиничну площинку в одиницю часу, як показує дослід, завжди пропорційний до градієнта дрейфової швидкості шарів газу або рідини u . Для одновимірного випадку

$$dI_p = \frac{d(mv)}{dS \cdot dt} = -\eta \frac{du}{dx}. \quad (2.17)$$

Оскільки швидкість зміни імпульсу дорівнює силі, то формулу можна записати так:

$$dF = -\eta \frac{du}{dx} dS, \quad (2.18)$$

де dF – сила внутрішнього тертя, що діє на площинку dS шару газу або рідини, η – коефіцієнт динамічної в'язкості, або коефіцієнт внутрішнього тертя.

Остання формула виражає закон Ньютона для внутрішнього тертя, або в'язкості.

Явище теплопровідності полягає в тому, що йде потік теплової енергії від частини системи з вищою температурою до частини системи, температура якої нижча. Експериментальні дані добре описуються законом Фур'є: потік теплової енергії, тобто кількість теплової енергії, яка проходить через одиничну площинку за одиницю часу, пропорційна до градієнта температури. Для одновимірного випадку

$$dI_q = \frac{dQ}{dS \cdot dt} = -K \frac{dT}{dx}, \quad (2.19)$$

де K – коефіцієнт теплопровідності.

2.4. СТАТИСТИЧНІ РОЗПОДІЛИ

Розподіл Максвелла. З молекулярної точки зору фізичні величини, які зустрічаються в термодинаміці, як у будь-якому розділі макроскопічної фізики, мають зміст *середніх значень*, які приймають при певних умовах якісь функції мікроскопічних станів системи. Про величини такого роду кажуть, що вони мають статистичний характер або є статистичними. Прикладами таких величин є тиск, густина, температура тощо. Та обставина, що ці величини підлягають певним закономірностям, які не притаманні окремим атомам і молекулам, пов'язана з колосальною кількістю таких частинок в макроскопічних тілах. Такі закономірності називаються *статистичними* або *імовірнісними закономірностями*.

Розподіл молекул газу за абсолютними значеннями їх швидкостей був встановлений Максвеллом.

Нехай газ складається з дуже великої кількості N тотожних молекул, які знаходяться в стані хаотичного теплового руху при певній температурі T . Позначимо через $F(v)dv$ імовірність того, що модуль швидкості молекули лежить в інтервалі від v до $v + dv$. Помножена на N , вона дає імовірнісну кількість молекул dN з такими швидкостями. $F(v)$ називають функцією розподілу.

Формула Максвелла, яка виражає закон розподілу молекул за абсолютними значеннями швидкостей, має вигляд

$$F(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right). \quad (2.20)$$

Отже,

$$dN = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) dv. \quad (2.21)$$

Формулу Максвелла можна застосовувати не тільки до газів, але і для рідин та твердих тіл у всіх випадках, коли ще можна користуватись класичним описом руху.

Швидкість, при якій функція $F(v)$ максимальна, називають *найімовірнішою швидкістю* v_m .

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}. \quad (2.22)$$

Раніше ми користувались *середньою квадратичною швидкістю*:

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \approx 1,22v_m. \quad (2.23)$$

Середня, або середня арифметична, швидкість молекули визначається звичайною формулою

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \int v dN = \int_0^{\infty} v F(v) dv.$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} = v_m \sqrt{\frac{4}{\pi}} \approx 1,13v_m. \quad (2.24)$$

Ці три швидкості відрізняються одна від одної числовим множником порядку одиниці, причому $\bar{v}_{\text{кв}} > \bar{v} > v_m$. Тому кожна з них може бути використана для загального уявлення про швидкості теплового руху молекул.

Розподіл Больцмана. У відсутності зовнішніх сил середня концентрація молекул газу n в стані рівноваги скрізь однакова. Але цього не буде при наявності силових полів. Розглянемо ідеальний газ в однорідному полі тяжіння.

Якби теплового руху не було, то всі молекули під дією гравітаційного поля упали б на Землю і покрили б її тонісіньким шаром. Проте якби не було гравітаційного поля, газ мав би намагатися набути стану рівноваги, який відповідав би рівномірному розподілу молекул по всьому об'ємі. Але це добре для обмеженого об'єму. В умовах відкритого простору молекули повітря за відсутності поля тяжіння просто розбіжаться і назавжди покинуть Землю. Існування атмосфери біля Землі із зміною концентрації по висоті – результат компромісу між полем тяжіння і тепловим рухом.

В стані теплової рівноваги температура T газу скрізь однакова. Для механічної рівноваги необхідно, щоб концентрація молекул газу спадала із збільшенням висоти. Направимо вісь Z вертикально вгору та знайдемо закон зміни концентрації n з координатами

тою z в стані теплової і механічної рівноваги.

Виберемо горизонтальний тонкий шар, товщина якого dz , а площа $S = 1 \text{ м}^2$ (рис. 2.3). Різниця тисків dP на верхній і нижній поверхні шару дорівнює вазі всіх молекул, які містяться в цьому шарі:

$$dP = -mgndz,$$

де mg – вага однієї молекули.

Тиск ідеального газу

$$P = nkT.$$

Якщо температура стала, зміна тиску визначається тільки зміною концентрації:

$$dP = kTdn$$

Порівнюючи цю зміну тиску з попереднім співвідношенням, дістаємо:

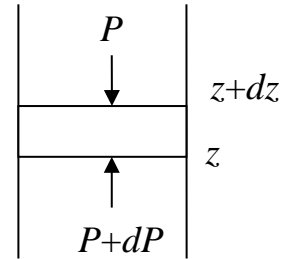


Рис. 2.3

$$kT \frac{dn}{n} = -mgdz.$$

Величина $mgdz = dE_p$ являє собою потенціальну енергію однієї молекули, яка піднята в полі сили тяжіння на висоту dz .

Тоді

$$kT \frac{dn}{n} = -dE_p.$$

Візьмемо інтеграл від лівої і правої частини диференціального рівняння:

$$kT \int_{n_0}^n \frac{dn}{n} = - \int_0^{E_p} dE_p.$$

Межі інтегрування вибрано так: у точці, де потенціальна енергія дорівнює нулю, концентрація дорівнює n_0 , а в точці, де потенціальна енергія дорівнює E_p , концентрація дорівнює n . Після інтегрування дістаємо:

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{E_p}{kT}\right). \quad (2.25)$$

Здобута формула називається *розподілом Больцмана*, або просто *формулою Бо-*

льцмана.

Стосовно до однорідного поля тяжіння, якщо від концентрації n перейти до тиску P , то з формули Больцмана отримуємо так звану *барометричну формулу*:

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right). \quad (2.26)$$

де $\mu = mN_A$ – молярна маса газу, P_0 – атмосферний тиск на поверхні Землі, P – тиск на висоті h .

2.5. ПЕРШЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМІКИ

Робота газу. У класичній термодинаміці вважається, що термодинамічна система може обмінюватись енергією із зовнішнім середовищем тільки двома способами: під час виконання механічної роботи та в процесі теплообміну.

Механічна робота виконується при зміні об'єму газу.

Розглянемо газ в циліндрі з поршнем (рис. 2.4). Обчислимо нескінченно малу або *елементарну роботу* δA , яку виконує газ при нескінченно малому квазістатичному розширенні, при якому його об'єм збільшується на dV . Тиск під поршнем при нескінченно малому переміщенні останнього можна вважати сталим.

Елементарна робота при переміщенні поршня на величину dx : $\delta A = Fdx = PSdx$.

Так як приріст об'єму дорівнює $dV = Sdx$, то

$$\delta A = PdV. \quad (2.27)$$

Для того щоб від елементарної роботи перейти до роботи для скінченного процесу, треба знайти інтеграл

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} PdV. \quad (2.28)$$

Цей інтеграл дорівнює площі під кривою процесу в координатах об'єм – тиск (рис. 2.5).

Обчислимо роботу, яку виконує газ в деяких процесах.

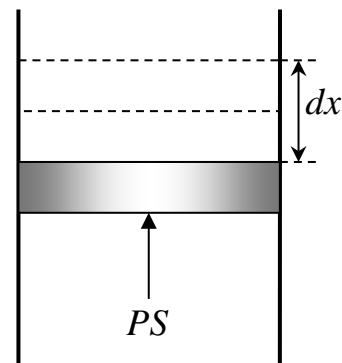


Рис. 2.4

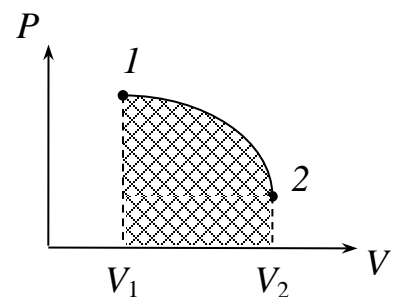


Рис. 2.5

1. Робота в ізохорному процесі ($V = const$) дорівнює нулю.

$$2. \text{ В ізобарному процесі } (P = \text{const}) \quad A_{12} = P(V_2 - V_1). \quad (2.29)$$

3. В ізотермічному процесі один моль ідеального газу виконує роботу

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (2.30)$$

Якщо система при завершенні всіх процесів повернулася в початковий стан, то кажуть, що вона здійснила *коловий процес* або *цикл*. Робота, яку виконує система в коловому процесі, чисельно дорівнює площі циклу в координатах VP (рис. 2.6). При цьому якщо точка, яка зображає стан системи, описує цикл за годинниковою стрілкою, то робота системи додатна. Якщо ж цикл здійснюється проти годинникової стрілки, то вона від'ємна.

Теплообмін. Уточнимо поняття внутрішньої енергії з точки зору термодинаміки.

Внутрішньої енергією U системи називається функція стану, приріст якої у будь-якому процесі, що здійснюється в адіабатичній оболонці, дорівнює роботі зовнішніх сил над системою при переході її з початкового рівноважного стану в кінцевий рівноважний стан.

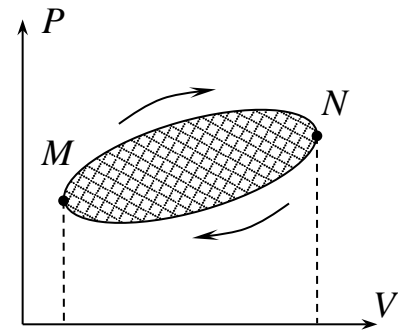


Рис. 2.6

$$U_2 - U_1 = A_{12}^{\text{зовн}}.$$

Для квазістатичних процесів $A_{12}^{\text{зовн}} = -A$ (газ в циліндрі). У цьому випадку

$$U_1 - U_2 = A_{12},$$

тобто робота системи при адіабатичних процесах виконується за рахунок зменшення внутрішньої енергії.

Якщо система знаходиться в адіабатичній оболонці, то єдиним способом змінити її внутрішню енергію є виконання над нею макроскопічної роботи. Якщо ж адіабатичної ізоляції немає, то зміна внутрішньої енергії можлива шляхом *теплообміну*.

Процес обміну внутрішніми енергіями дотичних тіл, який не супроводжується виконанням макроскопічної роботи, називається *теплообміном*. Енергія, яка передається тілу оточуючим середовищем шляхом теплообміну, називається кількістю *теплоти*, або просто *теплотою*.

Перше начало термодинаміки. Перше начало термодинаміки, або перший принцип термодинаміки, – це закон збереження енергії стосовно термодинамічних систем.

Математичне формулювання **першого начала термодинаміки**: *кількість теплоти, підведеної до термодинамічної системи, витрачається на приріст її внутрішньої енергії і виконання роботи проти зовнішніх сил*

$$Q = \Delta U + A = U_2 - U_1 + A_{12}. \quad (2.31)$$

Для квазістатичних процесів, при яких термодинамічні параметри змінюються нескінченно мало, рівняння приймає вигляд

$$\delta Q = dU + \delta A \quad \text{або} \quad \delta Q = dU + PdV. \quad (2.32)$$

Якщо процес коловий, то $U_1 = U_2$ та $Q = A$. В коловому процесі вся кількість теплоти, яка одержано системою, йде на виконання зовнішньої роботи.

Якщо $U_1 = U_2$ і $Q = 0$, то $A = 0$. Це означає, що неможливий процес, єдиним результатом якого є виконання роботи без яких би то не було змін в інших тілах. Механізм, в якому здійснюється такий процес, називають вічним двигуном першого роду. Тому перше начало термодинаміки іноді формулюють так:

вічний двигун першого роду неможливий.

Застосуємо перше начало термодинаміки до квазістатичних процесів.

В ізохоричному процесі ($V = \text{const}$) об'єм не змінюється, і робота не виконується. Тому

$$Q = \Delta U.$$

В ізохоричному процесі вся теплота, що підводиться, йде на збільшення внутрішньої енергії.

В ізотермічному процесі ($T = \text{const}$) внутрішня енергія не змінюється та вся теплота, що підводиться, йде на виконання роботи.

В адіабатному процесі ($\delta Q = 0$) робота виконується тільки за рахунок зменшення внутрішньої енергії.

В ізобаричному процесі ($P = \text{const}$) $A_{12} = P(V_2 - V_1) = \Delta(PV)$ та

$$Q = \Delta U + \Delta(PV).$$

Введемо нову функцію стану

$$I = U + PV, \quad (2.33)$$

яку називають *ентальпією*, або *тепловою функцією*, або *тепломісткістю*. Тоді

$$Q = I_2 - I_1 = \Delta I. \quad (2.34)$$

В ізобаричному процесі вся теплота, що підводиться, йде на приріст ентальпії.

2.6. ТЕПЛОЄМНІСТЬ

Теплоємністю тіла C називається відношення нескінченно малої кількості теплоти δQ , що підводиться, до відповідного приросту dT температури тіла:

$$C = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (2.35)$$

Теплоємність залежить від маси тіла. Якщо маса тіла дорівнює одному кілограму, теплоємність називають *питомою*. Її будемо позначати малою літерою c . Більш зручною є *молярна теплоємність*, коли маса тіла дорівнює молярній масі. Молярна теплоємність позначається великою літерою.

Теплоємність залежить від процесу.

В залежності від процесу вона може приймати будь-які значення від $-\infty$ до $+\infty$. Зокрема, для ізотермічного процесу ($dT = 0$) $C = \pm\infty$. Для адіабатного процесу ($\delta Q = 0$) $C = 0$.

Особливе значення мають теплоємності за сталого об'єму і за сталого тиску.

Теплоємність за сталого об'єму

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_{V=const} = \frac{dU}{dT}. \quad (2.36)$$

Перепишемо формулу для теплоємності так:

$$dU = C_V dT. \quad (2.37)$$

Здобуто дуже важливу формулу. Її можна використовувати для обчислення змін внутрішньої енергії, якщо відома залежність теплоємності C_V від температури:

$$U_2 - U_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_V(T) dT. \quad (2.38)$$

Якщо теплоємність не залежить від температури, як це має місце в ідеальному га-

зі, то зміна внутрішньої енергії

$$\Delta U = C_V \Delta T. \quad (2.39)$$

Теплоємність за сталого тиску

$$C_P = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_{P=const} = \frac{dI}{dT}. \quad (2.40)$$

Тоді для приросту ентальпії можна записати

$$dI = C_P dT. \quad (2.41)$$

Для ізобаричного процесу, скориставшись виразами $\delta Q = dI = C_P dT$ і $dU = C_V dT$, можна дістати ще одну форму запису першого начала термодинаміки:

$$C_P dT = C_V dT + PdV.$$

За сталого тиску для одного моля $PdV = RdT$, а отже,

$$C_P dT = C_V dT + RdT.$$

Поділивши обидві частини на dT , дістанемо рівняння Роберта Майєра:

$$C_P - C_V = R. \quad (2.42)$$

2.7. АДІАБАТНИЙ ПРОЦЕС. РІВНЯННЯ ПУАССОНА

Розглянемо, як зв'язані між собою параметри, які визначають стан ідеального газу, коли газ здійснює квазістатичний адіабатний процес.

У адіабатному процесі $\delta Q = 0$ і рівняння першого начала термодинаміки

$$dU + \delta A = 0 \quad \text{або} \quad C_V dT + PdV = 0.$$

З рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$dT = \frac{d(PV)}{R} = \frac{PdV + VdP}{R} = \frac{PdV + VdP}{C_P - C_V}.$$

Підставимо цей вираз для dT у формулу першого начала термодинаміки для адіабатного процесу:

$$\frac{C_V}{C_P - C_V} (PdV + VdP) + PdV = 0.$$

Після елементарних перетворень дістанемо:

$$C_P PdV + C_V VdP = 0.$$

Введемо позначення $\gamma = C_p / C_v$.

Тоді

$$\gamma PdV + VdP = 0.$$

Це є диференціальне рівняння квазістатичного адіабатного процесу для ідеального газу. Теплоємності C_p і C_v для ідеальних газів можуть залежати від температури. Але у багатьох випадках вони залишаються практично сталими в широких температурних межах. Тоді, вважаючи відношення теплоємностей γ сталим, рівняння легко інтегрується і дає

$$PV^\gamma = \text{const}. \quad (2.43)$$

Це рівняння називається *рівнянням Пуассона*. Воно є рівнянням *адіабати*, тобто кривої, яка графічно зображає квазістатичний адіабатний процес. Величина γ називається *адіабатною сталою*. Оскільки $PV = RT$, рівняння адіабати можна записати через інші пари параметрів:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const} \quad \text{та} \quad \frac{P^{\gamma-1}}{T^\gamma} = \text{const}. \quad (2.44)$$

Так як $\gamma > 1$, то з рівняння $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ випливає, що при адіабатному стисненні газ нагрівається, а при адіабатному розширенні – охолоджується. На цьому засновано явище пневматичного кресала. Це явище знаходить застосування у дизелях.

2.8. ТЕПЛОВІ МАШИНИ

Тепловою машиною називають будь-який механізм, до якого підводиться теплова енергія шляхом теплообміну і від якого одержують енергію у вигляді механічної роботи. Усередині теплової машини відбуваються термодинамічні процеси з *робочим тілом*. Робочим тілом може бути, наприклад, ідеальний газ.

Практичне значення мають періодично діючі теплові машини, тобто машини, в яких робоче тіло після виконання роботи повертається до початкового стану. Отже, періодично діюча теплова машина (будемо називати просто теплова машина) обов'язково повинна мати два теплових резервуари ("нагрівач" і "холодильник"), з якими може вступати у тепловий контакт робоче тіло.

Нехай в циліндрі теплової машини міститься газ. Нехай на діаграмі VP початковий стан газу зображується точкою 1 (рис. 2.7). Приведемо циліндр у тепловий контакт з *нагрівачем*, тобто тілом, температура якого вище за температури газу. Газ буде нагріватись і розширюватись – цей процес зображений кривою $1a2$. Газ отримує від нагрівача теплоту Q_1 і виконає додатну роботу A_1 . Згідно з першим началом термодинаміки

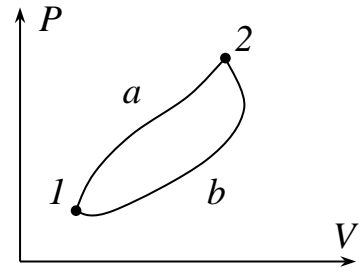


Рис. 2.7

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1.$$

Тепер потрібно повернути газ до початкового стану, тобто стиснути його. Це потрібно зробити так, щоб робота A_2 , потрібна для стиснення газу була меншою ніж робота розширення. З цією метою приведемо циліндр у тепловий контакт з *холодильником*, тобто тілом, температура якого нижче температури газу і стиснемо газ шляхом $2b1$. В результаті газ повернеться у початковий стан 1. При цьому він віддасть холодильнику теплоту Q_2 . Тоді

$$-Q_2 = U_1 - U_2 - A_2.$$

Отже, у коловому термодинамічному процесі, згідно з першим началом термодинаміки

$$Q_1 - Q_2 = A_1 - A_2.$$

Тобто, в результаті колового процесу нагрівач віддав теплоту Q_1 , холодильник отримав теплоту Q_2 , а кількість теплоти $Q_1 - Q_2$ пішло на виконання роботи $A = A_1 - A_2$.

Ефективність теплової машини прийнято характеризувати коефіцієнтом корисної дії (ККД), який дорівнює відношенню корисної роботи до підведеної кількості теплоти:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (2.45)$$

ККД теплової машини залежить від конкретного виду циклу.

Виникає питання, чи не можна побудувати періодично діючу теплову машину без холодильника, тобто добитися того, щоб $Q_2 = 0$ та, відповідно, $\eta = 1$. Така машина мо-

гла б перетворювати в роботу всю теплоту, яка запозичена у теплового резервуара. Така машина називається вічним двигуном другого роду. Негативну відповідь на поставлене запитання дає друге начало термодинаміки.

2.9. ДРУГЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМІКИ

Дослідні факти говорять, що *неможливо побудувати вічний двигун другого роду*. Це є формулювання другого начала термодинаміки *Вільгельма Оствальда*.

Вільям Томсон (лорд Кельвін) дав таке формулювання: *неможливий коловий процес, єдиним результатом якого було б виконання роботи за рахунок зменшення внутрішньої енергії теплового резервуара*.

Одне з формулювань належить *Планку*: *неможливо побудувати періодично діючу машину, єдиним результатом якої було б підняття вантажу за рахунок охолодження теплового резервуара*.

Суттєво інші формулювання дали Больцман та Клаузіус.

Больцман: *у замкненій термодинамічній системі при будь-якому термодинамічному процесі ентропія системи не може зменшуватись*.

З поняттям *ентропії* ми познайомимось пізніше.

Клаузіус: *неможливий процес, за якого теплота переходила б самочинно від холодного тіла до тіла нагрітого. Або, неможливий процес, єдиним результатом якого було б передавання теплоти від холодного тіла до тіла нагрітого*.

Але постулат Клаузіуса не стверджує, що передача тепла від тіла менш нагрітого до тіла більш нагрітого взагалі неможлива. При наявності так званих компенсувальних процесів передача теплоти від холодного тіла до тіла нагрітого стає можливою. Так відбувається в холодильних машинах. Це не суперечить постулату Клаузіуса, так як такий перехід здійснюється не самочинно, а супроводжується роботою електричного двигуна. Простіша теплова машина може працювати як *холодильна машина*. Для цього розширення газу слід здійснювати вздовж кривої $1b2$, а стиснення – вздовж кривої $2a1$ (рис. 2.7). Машина буде забирати від холодильника теплоту Q_2 та передавати нагрівачу теплоту $Q_1 > Q_2$. При цьому над машиною буде виконана додатна робота $A' = Q_1 - Q_2$. Виконання цієї роботи і є тут компенсувальним процесом.

2.10. Цикл КАРНО. ТЕОРЕМИ КАРНО

Цикл Карно. Якщо перше начало термодинаміки – це просто закон збереження енергії для теплового і механічного способів передавання енергії, то друге начало вказує на те, що існує, цілком визначена напрямленість самочинних процесів.

Якщо в результаті якогось процесу система переходить з стану 1 в інший стан 2 і якщо можливо повернути її хоч би одним способом у початковий стан 1 та й так, щоб у всіх інших тілах не відбулось ніяких змін, то цей процес називається *оборотним*. Якщо ж цього зробити неможливо, то процес називається *необоротним*.

Якщо система повертається до початкового стану, проходячи ту саму послідовність станів, що й у прямому процесі, то розглянутий оборотний процес повинен бути *квазістатичним*.

Будь-який коловий квазістатичний процес може відбуватись як в прямому, так і в зворотному напрямку.

З різних колових процесів особливе значення в термодинаміці має *цикл Карно*. Цикл Карно складається з двох ізоTERM і двох адіабат.

В початковому стані 1 (рис. 2.8) тепла енергія підводиться до газу від нагрівача, температура якого дорівнює T_1 і залишається сталою. При цьому газ здійснює ізоТЕРмічне розширення та виконує роботу A_{12} (ізоТЕРма 12). Потім газ адіабатно розширюється до стану, в якому температура дорівнює температурі холодильника T_2 (адіабата 23).

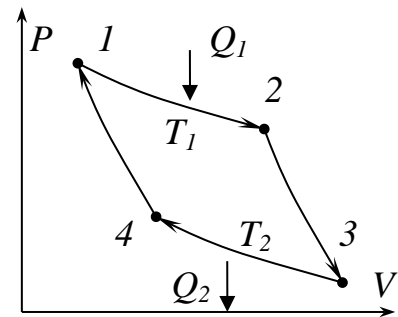


Рис. 2.8

ІзоТЕРмічне стискування відбувається від стану 3 (ізоТЕРма 34). При цьому над системою виконується робота A_{34} (газ виконує від'ємну роботу $-A_{34}$). Стан 4 обирається таким, щоб було можливо адіабатним стисненням повернути систему у початковий стан 1.

Теорема Карно. Сформулюємо *першу теорему Карно*: ККД ідеальної теплової машини, яка працює за циклом Карно, залежить тільки від температур T_1 і T_2 нагрівача і холодильника, та не залежить від устрою машини, а також від виду робочої речовини.

В адіабатному процесі 23: $T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$.

В адіабатному процесі 41: $T_2 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$.

Помножимо одне рівняння на друге, добудемо корінь степеня $\gamma - 1$ і дістанемо:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

ККД теплової машини: $\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$.

У циклі Карно теплота Q_1 підводиться в ізотермічному процесі при температурі T_1 , і, отже, вона дорівнює роботі A_{12} :

$$Q_1 = A_{12} = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Аналогічно теплота Q_2 , яка віддається холодильнику, дорівнює роботі в ізотермічному процесі 34:

$$Q_2 = -A_{34} = -RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

Так як $V_2/V_1 = V_3/V_4$, дістаємо вираз для ККД ідеальної теплової машини:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (2.46)$$

Друга теорема Карно: ККД теплової машини не може бути більшим за ККД ідеальної теплової машини, яка працює за циклом Карно з тими ж самими температурами нагрівача і холодильника:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Оцінімо реальні значення ККД. Температура холодильника – це температура навколишнього середовища $T_2 \approx 300 \text{ K}$. Температура нагрівача обмежена механічними властивостями і становить зазвичай $T_1 \approx 800 \text{ K}$. Тоді значення ККД

$$\eta = 1 - \frac{300}{800} = 0,625.$$

Реально ККД не перевищує 50%.

2.11. РІВНІСТЬ КЛАУЗІУСА. ЕНТРОПІЯ

Нерівність і рівність Клаузіуса. Математичне формулювання другої теореми Карно можна записати у вигляді, який називається **нерівністю Клаузіуса**:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0. \quad (2.47)$$

Відношення теплоти до температури, за якої вона передається до робочого тіла, називається *зведеною кількістю теплоти*.

Нерівність Клаузіуса можна поширити на довільний цикл:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0. \quad (2.48)$$

Якщо коловий процес квазістатичний, то нерівність переходить у **рівність Клаузіуса**:

$$\oint_{\text{КВСТ}} \frac{\delta Q}{T} = 0. \quad (2.49)$$

Ентропія. Але якщо інтеграл від якоїсь функції вздовж довільної замкненої лінії дорівнює нулю, то підінтегральний вираз – це повний диференціал цієї функції. Це, у свою чергу, означає, що сама функція – це функція стану, тобто різниця значень функції стану не залежить від виду процесу переходу з стану 1 до стану 2. Таку ситуацію ми вже розглядали, коли вводили поняття внутрішньої енергії.

Позначимо

$$\left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{квст}} = dS \quad (2.50)$$

і назвемо S *ентропією*.

Ентропія системи є функцією її стану, яка визначається з точністю до довільної сталої. Різниця значень ентропії у двох рівноважних станах 1 і 2 дорівнює зведеній кількості теплоти, яку треба надати системі, щоб перевести її з стану 1 в стан 2 за будь-яким квазістатичним шляхом:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 dS = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{квст}}. \quad (2.51)$$

Візьмемо довільний цикл, що складається з необоротного процесу 12 і квазістати-

чного 21 (рис. 2.9). Увесь цикл буде необоротним, і, отже:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0.$$

Розіб'ємо цей коловий інтеграл на два інтеграли відповідно до двох процесів:

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{квст}} \leq 0.$$

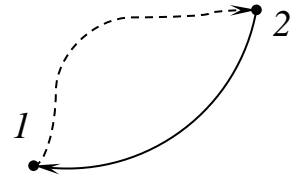


Рис. 2.9

Так як процес 21 квазістатичний, другий інтеграл, за визначенням, – це різниця ентропії станів 1 і 2:

$$\int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{квст}} = S_1 - S_2.$$

Тому нерівність Клаузіуса приймає вигляд

$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Якщо термодинамічна система адіабатично ізольована, то $\delta Q = 0$ і

$$S_2 \geq S_1.$$

Ми прийшли до **закону зростання ентропії**: ентропія адіабатично ізольованої системи не може зменшуватись, хоч би які процеси в ній відбувалися; вона або зростає, або залишається сталою.

Якщо $S_2 > S_1$, то перехід адіабатично ізольованої системи з стану 2 в стан 1 неможливий, так як він супроводжувався б зменшенням ентропії.

Термодинамічною імовірністю стану називається кількість можливих мікростанів системи, за допомогою яких можна реалізувати даний макростан системи.

Існує прямий зв'язок між ентропією і термодинамічною імовірністю стану. Цей зв'язок знайшов М. Планк. Відповідна залежність відома як **формула Больцмана**:

$$S = k \ln G, \quad (2.52)$$

де G – термодинамічна імовірність стану.

Макростан системи задається термодинамічними параметрами стану, такими як

температура T , тиск P , густина ρ тощо. У даному макростані конкретна частинка може перебувати в різних точках системи і мати різні імпульси. А кожен із можливих розподілів частинок за координатами та імпульсами – це окремий *мікростан* системи.

Нехай система складається з двох комірок і чотирьох частинок. Стан, коли в лівій комірці перебувають усі чотири частинки, можна реалізувати єдиним способом (рис. 2.10). Тому і термодинамічна імовірність цього стану дорівнює одиниці $G = 1$. Стан, коли в кожній комірці перебуває по дві частинки, можна реалізувати уже шістьма способами за рахунок переставлення частинок. Термодинамічна імовірність такого стану буде дорівнювати шести $G = 6$. А це, у свою чергу, означає, що цей стан буде реалізуватися в шість разів частіше, ніж перший, вкрай нерівноважний стан.

Продовжуючи міркування і збільшуючи кількість частинок, ми неминуче дійдемо висновку, що стан із рівномірним розподілом частинок набагато імовірніший, ніж стан з нерівномірним розподілом. Причому відмінності стають надзвичайно великим.

Для 100 частинок імовірність рівномірного розподілу становить $G = 10^{29}$. Якщо, ліворуч 75, а праворуч 25 частинок, то імовірність буде всього $G = 10^7$.

В одному кубічному сантиметрі газу міститься до 10^{19} молекул. тому імовірність рівномірного розподілу настільки більша, ніж імовірність хоча б ледь-ледь нерівномірного розподілу, що останній практично неможливий. Хоча імовірність такого розподілу не дорівнює нулю.

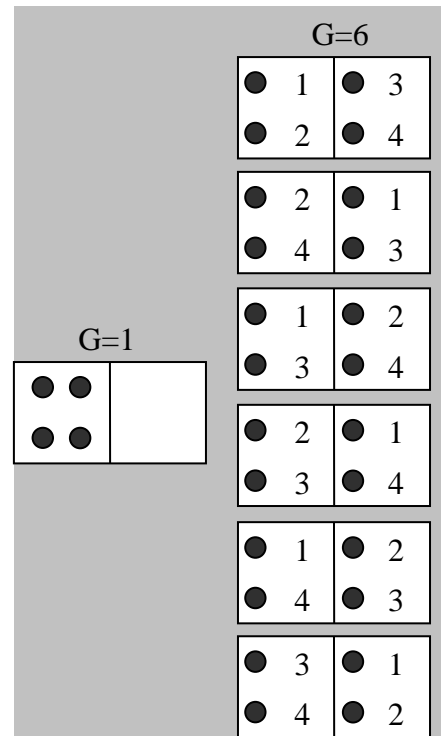


Рис. 2.10

Рівномірний розподіл означає повне безладдя, тобто відсутність будь-якого впорядкування в розміщенні молекул. Такий розподіл відповідає рівноважному стану, імовірність якого максимальна.

2.12. РЕАЛЬНІ ГАЗИ

Рівняння Ван-дер-Ваальса. В ідеальному газі добуток тиску на об'єм за сталою температури є величина стала. На відміну від ідеального газу добуток тиску на об'єм реального газу не залишається сталим, а спочатку зменшується, а потім зростає із зрос-

танням тиску.

Зменшення добутку PV із зростанням тиску означає, що об'єм або відстань між молекулами реального газу зменшується сильніше, ніж в ідеальному газі. Це може відбуватися, якщо молекули додатково притягуються одна до одної.

Збільшення добутку PV із зростанням тиску означає, що існує перешкода стисненню газу. Це спостерігається за великих тисків і малих відстаней між молекулами. Тобто, за великих тисків і відносно малих відстанях між молекулами діють сили відштовхування.

Скласти рівняння стану, урахувавши такі складні залежності сил взаємодії від відстані, зовсім не просто. У 1873 році Ван-дер-Ваальс вивів *рівняння стану для реального газу*:

$$\left(P + \frac{a}{V_\mu^2} \right) \cdot (V_\mu - b) = RT, \quad (2.53)$$

де V_μ – молярний об'єм; a і b – константи Ван-дер-Ваальса.

Неважко записати рівняння Ван-дер-Ваальса для довільної кількості ν молей газу. Якщо газ займає об'єм V , то молярний об'єм буде V/ν . Цією величиною треба замінити V_μ в рівнянні. В результаті дістаємо

$$\left(P + \frac{a\nu^2}{V^2} \right) \left(\frac{V}{\nu} - b \right) = RT. \quad (2.54)$$

Рівняння Ван-дер-Ваальса дуже просте, і тому надії на виконання його в широкому інтервалі зміни термодинамічних параметрів стану не дуже великі. Проте воно має непогану фізичну основу і добре описує поведінку реальних не занадто густих газів.

Розкриємо дужки і згрупуємо члени за степенями об'єму V :

$$PV^3 + (bP + RT)V^2 + aV - ab = 0.$$

Як бачимо, вийшло рівняння третього степеня відносно об'єму.

Отже, є області, де рівняння має три дійсні корені, а є області, де рівняння має лише один дійсний і два уявних корені. У першому випадку одному значенню тиску відповідають три значення об'єму: V_1 , V_2 і V_3 . Таку ізотерму зображено на рис. 2.11 у координатах VP . Вона суттєво відрізняється від ізотерми ідеального газу, яка має вигляд

64

гіперболи.

При ізотермічному стисненні від стану A до стану D відбувається конденсація: газ, або, краще сказати, – пара перетворюється на рідину.

У точці A ми маємо суху насичену пару, у точці D – насичену рідину. Між ними – область двофазного стану. Тут одночасно існують дві фази: рідина і пара, які перебувають у стані динамічної рівноваги.

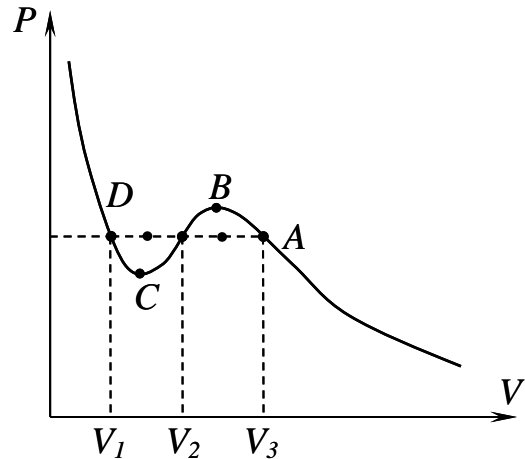


Рис. 2.11

У разі дуже плавного підвищення тиску вдається затягнути початок конденсації пари аж до точки B і одержати *перенасичену або переохолоджену пару*. Можна також отримати стани *розтягнутої або перегрітої рідини* (від точки D до точки C). Ці стани вкрай нестійкі. Їх називають *метастабільними станами*. Рівняння Ван-дер-Ваальса передбачило появу метастабільних станів. Метастабільні стани руйнуються за найменших зовнішніх впливів, з'являється друга фаза, система прямує до рівноважного стану, і ми потрапляємо на горизонтальну ділянку ізотерми.

Критичний стан. Зрідження газів. На рис. 2.12 зображено ще кілька ізоTERM для різних температур. Простежується така закономірність: із збільшенням температури інтервал двофазного стану зменшується, тобто об'єми насиченої пари і насиченої рідини зближуються. Врешті-решт існує така ізоTERMA, на який інтервал двофазного стану стягується в точку. Ця температура називається *критичною температурою*, а сама точка – *критичною точкою* K . Критична точка для кожної речовини характеризується певними значеннями температури T_K , тиску P_K і об'єму V_K .

Густина пари в критичній точці дорівнює густині рідини, і з цього випливає цікавий наслідок – зникає поверхня поділу між рідиною і газом, питома теплота пароутворення і коефіцієнт поверхневого натягу стають рівними нулю.

На рис. 2.12 пунктиром сполучено межові точки двофазних станів як з боку насиченої пари, так і з боку насиченої рідини. Здобуту криву називають *примежовою кривою*. Примежова крива і критична ізоTERMA дають змогу поділити всю площину на характерні

області (рис. 2.13).

Ізотерми, які лежать вище від критичної ізотерми, уже не мають "хвиль" і за досить великих температур – це гіперболи. Там газ уже ідеальний.

Критичною температурою T_K речовини називається така температура, при якій густина рідини і густина її пари стають однаковими. Тиск насиченої пари якої-небудь речовини при її критичній температурі називається *критичним тиском*. Він є найбільш можливим тиском насиченої пари цієї речовини. При критичній температурі втрачається всяка відмінність між рідиною і її паром, а межа між ними зникає. Це означає, що при температурі, вищій від T_K , речовина може існувати лише в одному – газоподібному стані, і в цьому разі ніяким збільшенням тиску перетворити її в рідину не можна.

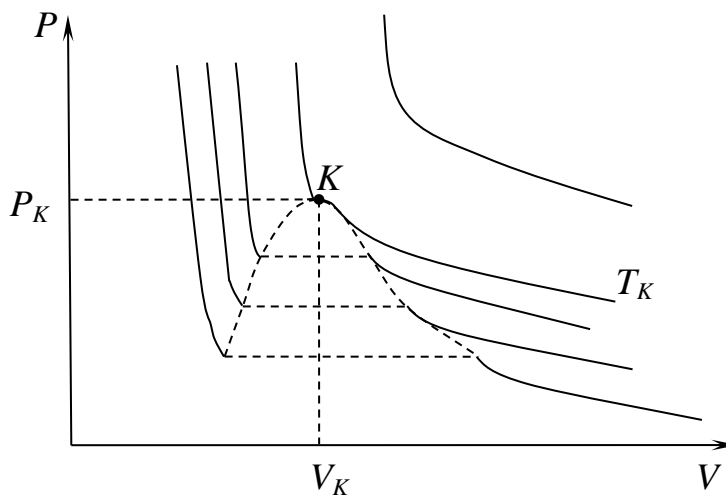


Рис. 2.12

Якщо речовина перебуває при критичній температурі і критичному тиску, то її об'єм є найбільшим об'ємом, який може займати наявна маса речовини у рідкому стані. Критична температура, критичний тиск, критичний об'єм є критичними параметрами речовини, що задають її критичний стан.

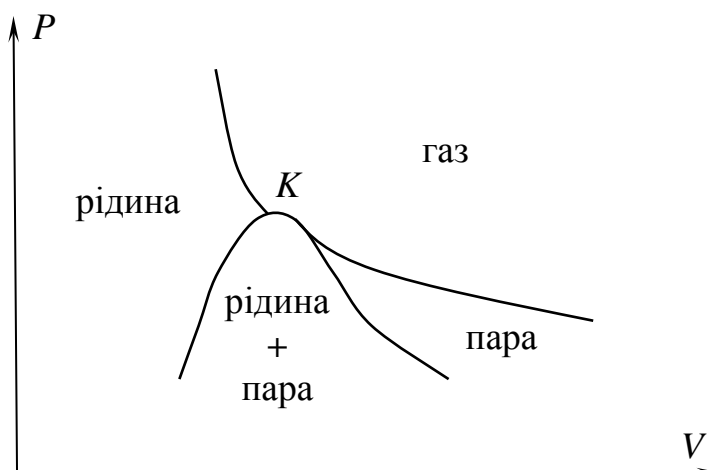


Рис. 2.13

Викладене свідчить, що принципової відмінності між газом і паром немає: звичайно газом називають речовину у газоподібному стані, коли її температура вище від крити-

чної, а парою – коли вона нижче від критичної. Отже, пару можна перетворити в рідину тільки завдяки збільшенню тиску, а газ таким процесом у рідину перетворити не можна.

Коли було встановлено відмінність між газом і парою речовини, стало можливим здійснити перетворення у рідину будь-яких газів: для зрідження газів – перетворення їх в рідкий стан – необхідно їх спочатку охолодити нижче T_K , а після цього стискуванням перевести у рідину.

Для газів з критичною температурою порядку кімнатної і вище: вода ($T_K = 647\text{ K}$), хлор ($T_K = 417\text{ K}$), аміак ($T_K = 405\text{ K}$), етан ($T_K = 306\text{ K}$), вуглекислий газ ($T_K = 304\text{ K}$) та ін. – зниження температури нижче критичної з послідовним ізотермічним стискуванням не становило особливих труднощів.

Але необхідність зрідження газів з низькою критичною температурою: кисень ($T_K = 154,6\text{ K}$), азоту ($T_K = 126,2\text{ K}$), водню ($T_K = 33,2\text{ K}$) і особливо гелію ($T_K = 5,2\text{ K}$) поставило проблему глибокого охолодження. Одним із шляхів її вирішення стала побудова спеціальних машин, у яких зріджуваний газ у процесі адіабатичного розширення, виконуючи корисну роботу (наприклад, переміщаючи поршень), значно знижує свою температуру. Частина машини, у якій цей процес відбувається, називається детендером. Якщо температура газу спадає нижче критичної, то він вже при атмосферному тиску перетворюється у рідкий стан.

Зріджений газ збирають та зберігають у спеціальних посудинах Дюара з подвійними дзеркальними стінками, між якими є високий вакуум для зменшення теплопровідності. Зріджене повітря використовується для виділення з нього у процесі кипіння всіх газів, що входять до його складу. Рідкі гази широко застосовуються у промисловості та під час наукових досліджень при глибокому охолодженні різних речовин. Найнижчі температури – близько 1 K – досягається за кипіння рідких водню і гелію. Вивчення властивостей речовин при наднизьких температур привело до відкриття явища надпровідності.

2.13. ТВЕРДІ ТІЛА І РІДИНИ

Агрегатні стани речовини. Молекулярно-кінетична теорія дає можливість зрозуміти, чому речовина може перебувати у газоподібному, рідкому і твердому станах.

У газах відстані між молекулами в багато разів більші за розміри самих молекул, сили взаємодії між ними практично відсутні. Тому гази легко стискаються не тримають

об'єму і можуть безмежно розширюватись.

У рідинах молекули розміщуються щільно одна біля одної, тому й стисливість рідин мала. Молекули рідин коливаються навколо положення рівноваги і можуть перестрибувати з одного положення рівноваги в інше. Останнє є причиною текучості рідини, її здатності займати об'єм посудини, в якій вона перебуває.

У твердих тілах атоми та іони, на відміну від рідин, коливаються біля певних положень рівноваги, тому тверді тіла зберігають не тільки об'єм, а й форму. Якщо сполучити центри положень рівноваги атомів або іонів твердого тіла, то матимемо правильну просторову решітку, яка називається *кристалічною*.

Фазові переходи речовини. *Фазовий стан речовини* – це однорідна за своїм хімічним складом, фізичними властивостями частина речовини (термодинамічна система), відділена від інших частин середовища певними межами, на яких відбувається зміна цих властивостей.

Фазові переходи характеризуються переходом речовини з однієї фази в іншу. При фазових переходах стрибкоподібно змінюються густина речовини, термодинамічні показники, ентропія, відбувається поглинання (чи виділення) теплоти фазового переходу. *Плавлення і кристалізація, випаровування, кипіння і конденсація* – це явища таких фазових переходів. Кожний фазовий перехід характеризується певними фізичними величинами.

Для нагрівання і зміни агрегатного стану речовини витрачається енергія. Речовини, які використовуються для добування тепла, називаються паливом. Особливо багато тепла виділяється при процесах горіння. Паливо буває твердим, рідким і газоподібним.

Кількість теплоти, яка виділяється в процесі згорання палива, пропорційна спаленій масі і обраховується за формулою: $Q_{\text{згор}} = qm$,

де q – питома теплота згорання. Вона чисельно дорівнює кількості теплоти, яка виділяється при спалюванні одиниці маси взятого палива.

Кристалічні та аморфні тіла. Тверді тіла поділяються на *кристалічні* та *аморфні*. У *кристалічних тілах* атоми та іони розміщені упорядковано і утворюють внутрішню структуру (*кристалічну решітку*), яка періодично повторюється. Кристалічні тіла за складом становлять або один кристал – монокристали, або безліч кристалів – полікрис-

тали.

Фізичні властивості кристалічних тіл можуть бути неоднаковими в різних напрямках. Цю властивість кристалів називають *анізотропією*. Анізотропію механічних, теплових, електричних і оптичних властивостей кристалів пояснюють тим, що сили взаємодії між атомами, іонами і міжатомні відстані у різних напрямках неоднакові. Монокристали – *анізотропні*. Полікристали – це тіла, які складаються з дрібних кристалів (зерен), а тому вони – *ізотропні*, тобто мають однакові властивості у різних напрямках.

Аморфні тіла — це тверді тіла, які не мають кристалічної структури. До них відносяться скла (штучні і вулканічні), смоли (природні і штучні), клеї, сургуч, ебоніт, пластмаси і т.п. У аморфних тіл зберігається ближній порядок у розташуванні атомів, але відсутній дальній. Звідси випливають властивості аморфних тіл: вони ізотропні, вони не мають температури плавлення, оскільки немає кристалічної решітки та при нагріванні вони розм'якшуються.

Кристалічні тіла характеризуються наявністю температури плавлення. Кристалічне тіло, досягаючи температури плавлення, починає плавитись. Уся енергія, що підводиться до тіла, витрачається на збільшення потенціальної енергії взаємодії молекул при руйнуванні кристалічних решіток, а кінетична енергія молекул стабільна, тому температура тіла при плавленні не змінюється. Кількість теплоти, яка потрібна для перетворення 1 кг кристалічної речовини при температурі плавлення в рідину тієї самої температури, називається *питомою теплотою плавлення λ* . Щоб розплавити кристалічне тіло масою m , потрібна кількість теплоти (така ж кількість теплоти виділяється у процесі кристалізації тіла)

$$Q = \lambda m. \quad (2.55)$$

Властивості рідини. Поверхневий натяг. Рідина у посудині має різко виражену поверхню – границю між власне рідиною та паром рідини, іншими газами, що перебувають над цією границею.

Молекули рідини, що знаходяться на поверхні та близько від неї зазнають міжмолекулярних взаємодій, які відмінні від міжмолекулярних взаємодій молекул всередині об'єму рідини. Сили, що діють на молекули, розміщені біля поверхні, напрямлені всередину рідини. Оскільки концентрація молекул газу і пари над рідиною значна менша за

концентрацію молекул у рідині, ці сили зумовлюють особливий стан тонкого шару рідини поблизу поверхні. Під дією цих сил молекули з поверхні намагається проникнути в її середину рідини, але вони притягаються і утримуються молекулами поверхні. Внаслідок цього поверхневий шар рідини прагне до скорочення, і рідина зверху ніби покривається тонкою розтягнутою пружною плівкою – виникає *поверхневий натяг*. Сила, яка скорочує поверхню рідини, називається *силою поверхневого натягу*. Вона спрямована вздовж поверхневого шару. Дослідно встановлено, що сила поверхневого натягу:

$$F = \sigma l, \quad (2.56)$$

де l – довжина поверхневого шару, σ – *коефіцієнт поверхневого натягу* рідини, який чисельно дорівнює силі поверхневого натягу, що діє на одиницю довжини поверхневої плівки.

Якщо сили притягання між молекулами рідини менші, ніж сили притягання між молекулами рідини і твердого тіла, рідина змочує поверхню твердого тіла. Таку рідину називають *змочуючою*. Якщо ж сили притягання між молекулами рідини більші за сили притягання між молекулами рідини і твердого тіла, то рідина не змочує поверхні твердого тіла, таку рідину називають *незмочуючою*.

Особливості взаємодії рідини з твердим тілом (змочування і незмочування) є причиною *капілярних явищ*. Капілярами називають трубки з малим внутрішнім радіусом r . Внаслідок різниці молекулярних сил в рідині та таких сил на границі молекул рідини і твердих тілах вільна поверхня рідини біля стінок посудини викривляється і змочуюча рідина піднімається у капілярі, а незмочуюча – опускається на висоту

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}, \quad (2.57)$$

де ρ – густина рідини.

Капілярними явищами пояснюються властивості тіл (вата, тканини, ґрунти, бетон та ін.) вбирати в себе вологу (гігроскопічність речовин). Для збереження вологи в ґрунті капіляри в них руйнують при оранці та боронуванні. Для підняття ґрунтової вологи після висіву насіння посівні площі коткують. Для того, щоб волога не піднімалася по стінах, між фундаментом і стіною будівлі прокладають шар руберойду, чим запобігають прояву шкідливої капілярності. Підняття вологи з ґрунту по капілярам стебла рослин і стовбуру дерева забезпечує їх ріст і розвиток.

Випаровування рідин. *Випаровування рідини* – це процес пароутворення, що відбувається з вільної поверхні рідини за будь-якої температури. Цей процес пояснюється тим, що при даній температурі завжди є частина молекул рідини, що мають кінетичну енергію, достатню для виконання *роботи виходу* на подолання сил зчеплення між молекулами і внаслідок цього залишити рідину.

Інтенсивність випаровування рідини з вільної поверхні рідини пропорційна площі цієї поверхні і залежить від роду рідини та від наявності газових потоків над рідиною, які впливають на швидкість *конденсації* – процесу, протилежного пароутворенню, компенсуючи його. Під час випаровування температура рідини знижується, а процес конденсації супроводжується підвищенням температури.

Кипінням називається процес інтенсивного паротворення не лише з вільної поверхні рідини, але і по всьому об'єму рідини всередину утворюваних бульбашок пари. Кипіння відбувається при сталій температурі, величина якої залежить від роду речовини та зовнішнього тиску. *Температурою (точкою) кипіння* називається температура рідини, при якій тиск її насиченої пари рівний чи більший від зовнішнього тиску. У процесі кипіння температура рідини не змінюється.

Кількість теплоти, яка потрібна для перетворення при сталій температурі 1 кг рідини у пару, називається *питомою теплотою пароутворення* r . Щоб перетворити у пару рідину масою m , потрібна кількість теплоти (під час конденсації така сама кількість теплоти виділяється):

$$Q = mr. \quad (2.58)$$

Якщо в процесі випаровування концентрація молекул пари збільшується настільки, що швидкість конденсації дорівнює швидкості випаровування (наприклад, у випадку випаровування рідини в закритій посудині при сталій температурі), настає стан *динамічної рівноваги* між паром і рідиною. Таку пару називають насиченою. Цьому стану відповідає певний *тиск насиченої пари*. *Стан насиченої пари* – це набуття граничної концентрації молекул пари даної рідини над її поверхнею за даної температури.

Пара, тиск якої нижче за тиск насиченої пари при даній температурі, називається *ненасиченою* або *перегрітою паром*. Ненасичену пару можна перевести до стану насичення у процесі ізохорного охолодження або ізотермічного стиснення, а також завдяки

одночасному охолодженню та стисненню. У разі повільного ізотермічного стискання або охолодження насиченої пари і за умови відсутності порошинок, іонів або інших *центрів конденсації* можна дістати *пересичену (переохолоджену) пару*, тиск якої перевищує тиск насиченої пари при даній температурі. З появою центрів конденсації така пара миттєво конденсується у вигляді туману.

Тиск (густина) насиченої пари при незмінній температурі є величиною сталою і не залежить від об'єму простору над рідиною, що випаровується.

Вологість повітря. Вміст водяної пари у приземних шарах атмосфери характеризується вологістю повітря. Вміст водяної пари у повітрі залежить від географічного розташування даного місця, пори року, часу доби. *Абсолютну вологість* повітря ρ визначають за масою водяної пари, що міститься в 1 м^3 повітря за даних умов, тобто за густиною водяної пари.

Відносна вологість дорівнює відношенню абсолютної вологості до густини насиченої пари $\rho_{\text{н}}$ за даної температури у відсотках:

$$\alpha = \frac{\rho}{\rho_{\text{н}}} \cdot 100\%. \quad (2.59)$$

Оскільки тиск пари з достатньою точністю пропорційний його густині, то відносна вологість повітря дорівнює відношенню парціального тиску водяної пари P , що міститься у повітрі, до парціального тиску $P_{\text{н}}$ насиченої пари за тієї ж самої температури вираженому у відсотках:

$$\alpha = \frac{P}{P_{\text{н}}} \cdot 100\%. \quad (2.60)$$

Температура, при якій повітря в процесі свого охолодження насичується водяною парою, називається *точкою роси* $t_{\text{р}}$.

Вологість повітря визначається гігрометрами чи психрометром із застосуванням таблиць густини і тиску насиченої водяної пари при різних температурах, психрометричних таблиць.

Від рівня вологості залежить самопочуття людини, розвиток тварин і рослин. При відносній вологості 40 – 50 % повітря вважається сухим, при 80 – 100 % - сирим. При високій вологості дерев'яні вироби набухають, розклеюються, метали ржавіють. При низь-

кій вологості рослини в'януть, люди і тварини перегріваються, потіють, відчувають спрагу, меблі коробляться.

Якщо атмосферне повітря охолоджується нижче точки роси, то утворюється туман, хмари, випадає роса, ожеледь і ожеледиця.

Збереження водойм, річок, болот, лісів і лісопосадок – це шлях попередження засухи.

3. ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

Класична електродинаміка – це теорія електромагнітних процесів у різних середовищах і вакуумі; охоплює величезну кількість явищ, в яких основну роль відіграє взаємодія між зарядженими частинками, що здійснюється через електромагнітне поле.

Всю сукупність електромагнітних явищ можна описати за допомогою теорії Максвелла (1864-1873), рівняння якої дозволяють за заданими розподілами електричних зарядів та струмів і характеристиками середовища визначити характеристики електричного та магнітного полів у кожній його точці.

У загальному випадку електричне і магнітне поля повинні розглядатися разом як одне повне електромагнітне поле. Але коли поля постійні у часі (*стаціонарні*), то електричне і магнітне поля можна розглядати окремо. Постійне електричне поле ще називають *електростатичним*. Постійне електричне поле створюється нерухомими зарядами. В природі не існує нерухомих зарядів, але якщо в нескінченно малому фізичному об'ємі сума зарядів кожного знаку приблизно стала, а середня швидкість зарядів близька до нуля, то поле, яке створено цими зарядами на достатньо великій відстані від об'єму можна вважати постійним. Стаціонарне магнітне поле створюється постійним електричним струмом. Змінний впорядкований рух зарядів (змінний струм) є джерелом взаємопов'язаних між собою змінних електричного та магнітного полів – електромагнітного поля. Стаціонарні електричне та магнітне поля є частинним випадком загального електромагнітного поля за певних умов (нерухомість зарядів, постійність струму).

На даний час всі сили, які відомі в природі, зводяться до чотирьох видів фундаментальних взаємодій: *сильної, електромагнітної, слабкої, гравітаційної*. Сильна взаємодія утримує нуклони (протони, нейтрони) в атомних ядрах і притаманна більшості елементарних частинок, так званих *адронів*. Слабкі взаємодії викликають β -розпад радіоактивних ядер та поряд з електромагнітними силами керують поведінкою *лептонів* – елементарних частинок, які не беруть участі у сильних взаємодіях (до лептонів відноситься електрон). Сильні і слабкі взаємодії проявляються тільки на малих відстанях. Радіус їх дії складає приблизно 10^{-15} м та $2 \cdot 10^{-18} \text{ м}$ відповідно. Електромагнітні та гравітаційні сили, навпаки, є *далекодійчими*.

До електромагнітних взаємодій зводяться сили природи, які безпосередньо сприймаються нами (за виключенням тяжіння): пружні, в'язкі, молекулярні, хімічні та ін.

Вивчення електродинаміки передбачає розкрити природу і властивості електромагнітного поля, характер взаємодії його з речовиною, вивчити електричні і магнітні властивості самої речовини, теоретично обґрунтувати можливості практичного застосування електромагнітних явищ.

3.1. ПОСТІЙНЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ

Електричні заряди. До складу ядер атомів входять *протони*, а електронна оболонка атома складається з *електронів*. Саме ці частинки обумовлюють майже всі явища, які вивчаються в курсі електромагнетизму. Заряди електрона і протона рівні за величиною, але протилежні за знаком. До складу ядер, крім протонів, входять також *нейтрони*. Вони електрично нейтральні та їх час життя у складі ядер необмежений. Однак поза межі ядра нейтрон живе в середньому 15,3 хвилини, розпадаючись на протон, електрон і антинейтрино.

Заряд іонів обумовлений тим, що в електронній оболонці відповідного атома або молекули відсутній один або декілька електронів (*позитивні іони*) або, навпаки є зайві електрони (*негативні іони*).

Отже, заряду притаманні наступні основні властивості.

1. Заряд неодмінно "закріплений" на якійсь частинці або тілі. Заряди не існують без речовини.
2. Існує лише два види зарядів – *позитивні* і *негативні*. Заряд протона прийняли позитивним, а електрона – негативним. Заряди з різними знаками притягуються, а заряди з однаковими знаками відштовхуються.
3. Заряд є *дискретним*, тобто заряд будь-якого тіла дорівнює цілому числу елементарних зарядів. *Елементарним* називають заряд протона або електрона без урахування знаку. У системі СІ елементарний заряд становить $|e| \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ (в подальшому елементарний заряд будемо позначати просто e). Так як маса електрона дуже мала ($m_e \approx 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$), то заряджаючи макроскопічне тіло ми практично не змінюємо його маси.

4. Встановлено, що алгебраїчна сума всіх зарядів в електрично ізольованій системі завжди, хоч би які процеси там не відбувалися, залишається сталою. Це твердження виражає закон збереження електричного заряду.
5. Електричний заряд є релятивістським інваріантом: його величина не залежить від системи відліку, тобто, не залежить від того, рухається він або знаходиться у спокої.

Електростатичне поле. Згідно з сучасними уявленнями взаємодія між зарядами здійснюється через поле.

Поля будь-якої природи характеризуються фізичними величинами, які визначають поле в даній точці у даний момент часу. Розрізняють силові (векторні) та енергетичні (скалярні) характеристики поля. У першому випадку говорять про *векторне поле*, а в другому – про *скалярне поле*. Напруженість електричного поля є силовою характеристикою останнього. Далі ми введемо поняття потенціалу електричного поля, який є енергетичною характеристикою.

Поле, напруженість якого залежить лише від координат і не залежить від часу, називається *стаціонарним полем*. Стаціонарне електричне поле ще називають *постійним* або *електростатичним*. Електростатичне поле створюється нерухомими зарядами. Поле, напруженість якого однакова в усіх точках, називається *однорідним полем*. Однорідним полем є гравітаційне поле біля поверхні Землі, електричне поле – усередині плоского конденсатора, магнітне поле – усередині довгого соленоїда.

Будь-який електричний заряд q змінює певним чином властивості оточуючого його простору – створює *електричне поле*. Це поле проявляє себе в тому, що розміщений у будь-яку точку простору інший, "пробний", заряд відчуває дію сили.

Дослід показує, що сила \vec{F} , що діє на нерухомий точковий заряд q' , завжди може бути представлена як

$$\vec{F} = q' \vec{E}, \quad (3.1)$$

де вектор \vec{E} називають *напруженістю електричного поля* в даній точці. Отже, вектор \vec{E} можна визначити як силу, що діє на одиничний позитивний нерухомий заряд.

Величина пробного заряду q' повинна бути достатньо малою, щоб не спотворювати поля, в яке його вміщено (внаслідок можливого перерозподілу зарядів, які створю-

ють поле). Крім того, тіло, що несе пробний заряд, має бути доволі малих розмірів, щоб за його допомогою визначати поле саме в точці.

Експериментальними даними доведено, що сила взаємодії двох точкових зарядів, які знаходяться на відстані r один від одного, можна записати у вигляді (закон Кулона)

$$F = k \frac{q'q}{r^2}. \quad (3.2)$$

З закону Кулона безпосередньо випливає, що напруженість поля нерухомого точкового заряду q на відстані r від нього дорівнює

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (3.3)$$

де $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – електрична стала; \vec{r} – радіус-вектор проведений з центру поля, в якому міститься заряд q , до точки, яка розглядається. Коефіцієнт $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$. Заряд q виражається в кулонах (Кл), напруженість поля \vec{E} – в вольтах на метр (В/м).

Часто електричне поле створюється не одним, а кількома точковими зарядами. У цьому випадку: *напруженість у даній точці поля дорівнює векторній сумі напруженостей полів, що їх створює кожний точковий заряд окремо:*

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (3.4)$$

Це твердження називають *принципом суперпозиції* (накладання) електричних полів.

Для спрощення математичних розрахунків у багатьох випадках буває зручно ігнорувати той факт, що заряди мають дискретну структуру, і вважати що вони "розмазані" певним чином у просторі. Тобто, зручно замінити дійсний розподіл точкових дискретних зарядів фіктивним неперервним розподілом.

При переході до неперервного розподілу вводять поняття про густину зарядів – об'ємну ρ , поверхневу σ і лінійну λ . За визначенням,

$$\rho = \frac{dq}{dV}, \quad \sigma = \frac{dq}{dS}, \quad \lambda = \frac{dq}{dl}, \quad (3.5)$$

де dq – заряд, який міститься відповідно в об'ємі dV , на поверхні dS і на довжині dl .

З урахуванням цих розподілів формула (3.4) може бути представлена у іншій формі. Наприклад, якщо заряд розподілений по об'єму, то замість точкового заряду треба записати $dq = \rho dV$, а суму замінити на інтеграл і ми отримуємо

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho \vec{r} dV}{r^3},$$

де інтегрування проводиться по всьому простору, в якому ρ відмінно від нуля.

Для наочного зображення силових полів використовують силові лінії. *Силовою лінією* називають лінію, дотична до якої в кожній точці збігається з напрямом вектора напруженості. Для електростатичного поля силові лінії починаються на позитивних зарядах, а закінчуються на негативних зарядах. На рис. 3.1 зображено силові лінії для точкового негативного заряду, на рис. 3.3 силові лінії двох зарядів протилежного знаку.

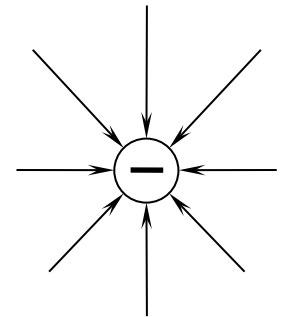


Рис. 3.1

Елементарним потоком вектора напруженості $d\Phi$ через елементарну площинку dS називають скалярний добуток вектора \vec{E} на вектор $d\vec{S}$ (рис. 3.2):

$$d\Phi = (\vec{E}, d\vec{S}) = E \cdot dS \cdot \cos \alpha = E_n dS,$$

де $d\vec{S}$ називається *вектором елементу площини* і модуль якого дорівнює dS , а напрямок співпадає з нормаллю \vec{n} до площинки; E_n – проекція вектора напруженості на нормаль до площинки; α – кут між вектором напруженості і нормаллю до площинки.

Потік вектора напруженості через площинку скінченних розмірів визначається як сума всіх елементарних потоків:

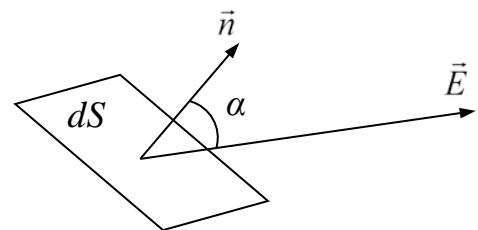


Рис. 3.2

$$\Phi = \int_S (\vec{E}, d\vec{S}).$$

Для замкненої поверхні інтеграл потрібно брати по всій поверхні, і тоді ми дістанемо потік через замкнену поверхню:

$$\Phi = \oint_S (\vec{E}, d\vec{S}).$$

Теорема Гаусса пов'язує потік вектора напруженості електричного поля через довільну замкнену поверхню із зарядами, які містяться всередині цієї поверхні.

Теорема Гаусса для поля вектора \vec{E} : потік вектора напруженості електростатичного поля через довільну замкнену поверхню чисельно дорівнює сумі всіх зарядів, розміщених усередині цієї поверхні, поділеної на ε_0 :

$$\oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{1}{\varepsilon_0} q_{\text{внутр}}. \quad (3.6)$$

Потенціал. З механіки відомо, що будь-яке стаціонарне поле центральних сил є консервативним, тобто робота сил цього поля не залежить від шляху, а залежить тільки від положення початкової і кінцевої точки. Саме таку властивість має електростатичне поле – поле, яке утворено системою нерухомих зарядів. Якщо в якості пробного заряду, що переноситься з точки 1 заданого поля \vec{E} в точку 2, взяти одиничний позитивний заряд, то елементарна робота dA сил поля на переміщенні $d\vec{l}$ дорівнює скалярному добутку $(\vec{E}, d\vec{l})$, а вся робота сил поля на шляху від точки 1 до точки 2 визначається як

$$A_{q=1} = \int_1^2 (\vec{E}, d\vec{l}).$$

Цей інтеграл береться вздовж деякої лінії (шляху), тому його називають *лінійним*. Інтеграл по замкнутому шляху називають *циркуляцією*. Але робота в полі консервативних сил по будь-якій замкненій траєкторії дорівнює нулю.

Ми прийшли до **теорему про циркуляцію** вектора \vec{E} : циркуляція вектора \vec{E} в будь-якому електростатичному полі дорівнює нулю:

$$\oint (\vec{E}, d\vec{l}) = 0. \quad (3.7)$$

Поля, що мають таку властивість, називаються *потенціальними*. Саме в таких полях має сенс поняття потенціальної енергії.

Потенціалом електричного поля φ називають потенціальну енергію одиничного

позитивного заряду. Відповідно, різниця потенціалів двох точок поля дорівнює роботі з переміщення одиничного позитивного заряду з однієї точки в іншу:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = A_{q=1} = \int_1^2 (\vec{E}, d\vec{l}). \quad (3.8)$$

Робота сил електростатичного поля з переміщення будь-якого заряду q з точки 1 до точки 2 може бути виражена через різницю потенціалів цих точок поля

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (3.9)$$

Потенціал в системі СІ виражається у *вольтах* (В).

Різниця потенціалів $U = \varphi_1 - \varphi_2$ називається напругою.

Прийнявши потенціал на нескінченності рівним нулю, дістанемо: *потенціал у даній точці електричного поля дорівнюватиме роботі з переміщення одиничного позитивного заряду з цієї точки у нескінченність.*

Наприклад, потенціал електростатичного поля, створеного точковим зарядом q в точці, яка міститься на відстані r від заряду дорівнює

$$\begin{aligned} \varphi &= \int_r^{\infty} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = - \left. \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \right|_r^{\infty} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}; \\ \varphi &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Для обчислення потенціалу, як і для напруженості, може використовуватись принцип суперпозиції: *потенціал у кожній точці поля, що створено системою точкових зарядів, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів, які створює кожен заряд:*

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n = \sum_{i=1}^n \varphi_i. \quad (3.11)$$

Взаємозв'язок напруженості і потенціалу. Встановимо зв'язок між потенціалом і напруженістю електричного поля. Нехай переміщення одиничного позитивного заряду здійснюється паралельно вісі X , тоді

$$(\vec{E}, d\vec{l}) = E_x dx,$$

де E_x – проекція вектора \vec{E} на вісь X , dx – приріст координати x . З іншого боку

$$(\vec{E}, d\vec{l}) = -d\varphi,$$

де $-d\varphi$ – зменшення потенціалу на переміщенні $d\vec{l}$. Порівнюючи ці формули, ми дістанемо

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}.$$

Така похідна за однією із змінних називається *частинною похідною* і позначається за допомогою "круглих диференціалів".

Аналогічно можна знайти проекції напруженості на інші осі:

$$E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Знаючи проекції, легко знайти сам вектор \vec{E} :

$$\vec{E} = -\left(\vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}\right). \quad (3.12)$$

Градiєнтом називається вектор, проекції якого на осі координат дорівнюють частинним похідним скалярної функції координат. Власне, градієнтом називається лише оператор. Тому, використавши оператор Гамільтона, символ якого ∇ ("набла"), маємо:

$$\text{grad} = \nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}.$$

Остаточно

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi = -\nabla \varphi. \quad (3.13)$$

Вище ми побачили, що електричне поле повністю описується векторною функцією $\vec{E}(\vec{r})$. Якщо вона відома, то ми можемо знайти силу, що діє на заряд у будь-якій точці поля, обчислити роботу сил поля тощо. Але використаний опис електричного поля за допомогою потенціалу адекватний опису за допомогою вектора напруженості і є дійсно корисним. Якщо відомий потенціал, можна просто обчислити роботу сил поля з переміщення точкового заряду. У багатьох випадках виявляється, що для знаходження напруженості \vec{E} електричного поля простіше спочатку знайти потенціал φ і потім взяти від нього градієнт, ніж обчислювати \vec{E} безпосередньо.

Введемо поняття *еквіпотенціальної поверхні* – поверхні в кожній точці якої потенціал однаковий. Силкові лінії завжди перпендикулярні до еквіпотенціальних поверхонь. Справді, при русі по еквіпотенціальній поверхні робота не виконується, бо не змінюється потенціал, а робота дорівнює нулю, якщо сила напрямлена перпендикулярно до переміщення. Отже, силкові лінії завжди перпендикулярні до еквіпотенціальних поверхонь.

На рис. 3.3 пунктиром зображено перетини еквіпотенціальних поверхонь для поля двох точкових різнойменних зарядів.

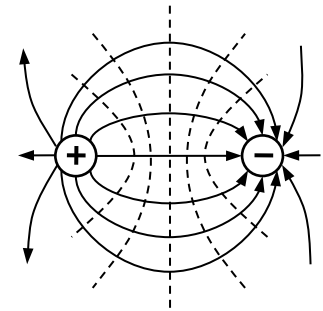


Рис. 3.3

Електричний диполь. Електричним диполем називається система з двох однакових за модулем різнойменних точкових зарядів $+q$ та $-q$, які знаходяться на відстані l один від одного (рис. 3.4). Коли кажуть про поле диполя, то вважають що сам диполь точковий, тобто відстань r від диполя до точки M , яка розглядається, значно більше l .

Електричним моментом диполя називається вектор

$$\vec{p} = q\vec{l}, \quad (3.14)$$

де \vec{l} – вектор, який напрямлений від негативного до позитивного заряду.

Потенціал поля диполя знаходиться за формулою:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}, \quad (3.15)$$

де θ – кут між напрямками векторів \vec{p} і \vec{r} .

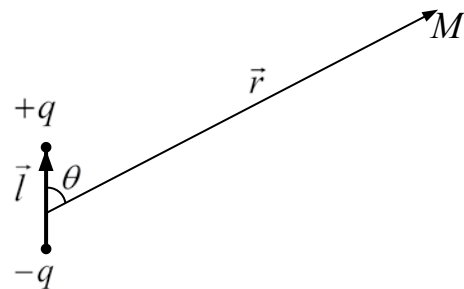


Рис. 3.4

В електричному полі диполь під дією моменту сил буде намагатись встановитися за напрямом поля ($\vec{p} \uparrow \uparrow \vec{E}$). Якщо поле неоднорідне, то диполь ще додатково буде переміщатись у напрямі, де напруженість \vec{E} за модулем більша. Обидва рухи здійснюються одночасно.

3.2. ДІЕЛЕКТРИКИ І ПРОВІДНИКИ В ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОМУ ПОЛІ

Діелектрики в електростатичному полі. Діелектриками називають речовини, які практично не проводять електричний струм. Це означає, що в діелектриках майже не

має зарядів, які здатні переміщатися на значні відстані, утворюючи струм. Заряди, які не зв'язані з молекулами діелектрика і здатні переміщатися, називаються *сторонніми*, а іноді *вільними* (термін "вільний заряд" не зовсім вдалий тому що сторонні заряди хоч і не зв'язані з молекулами, але знаходяться в середині речовини).

На відміну від діелектриків, у провідниках є достатня кількість сторонніх зарядів.

При внесенні діелектрика у зовнішнє електричне поле, в ньому змінюється просторове розміщення зарядів: позитивні заряди зміщуються вздовж поля, а негативні – проти поля. Це явище отримало назву поляризації діелектрика.

Внаслідок поляризації на поверхні діелектрика (рис. 3.5) і в його об'ємі (при наявності неоднорідностей) виникають некомпенсовані заряди, які називаються *поляризаційними* або *зв'язаними* (останнім терміном бажають підкреслити, що можливість переміщення цих зарядів дуже обмежена). При цьому виникає внутрішнє поле зв'язаних зарядів напруженістю \vec{E}' , яке разом із зовнішнім полем \vec{E}_0 створює сумарне поле у діелектрику

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' . \quad (3.16)$$

У скалярній формі (3.16) набуває вигляду $E = E_0 - E'$, так як поле зв'язаних зарядів напрямлене проти зовнішнього поля.

Молекули різних речовин мають різну будову і, відповідно, різне розміщення електричних зарядів. Тому характер поляризації в різних типах діелектриків не однаковий. Розрізняють три основні види поляризації діелектриків: електронну, іонну та дипольну.

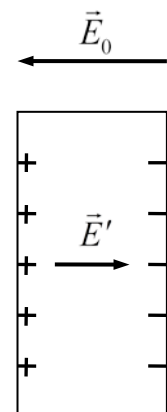


Рис. 3.5

Електронною називається *поляризація*, зумовлена пружним зміщенням і деформацією електронних оболонок відносно ядер. В основному зміщуються електрони як легші частинки, тому поляризація і називається електронною.

Іонна поляризація зумовлена пружним зміщенням різноіменних заряджених іонів відносно положення рівноваги. Іонна поляризація виникає в іонних кристалах, таких як NaCl, KBr.

Дипольна поляризація зумовлена переважною орієнтацією дипольних моментів полярних молекул в напрямі зовнішнього електричного поля. Дипольна поляризація ви-

никає в полярних діелектриках, таких як HCl , NH_3 , H_2O , в яких молекули мають асиметричну будову і можуть бути подані у вигляді електричних диполів із власним дипольним моментом.

Для кількісного опису поляризації діелектрика природно взяти дипольний момент одиниці об'єму, який називається *вектором поляризації*, або *поляризованістю* \vec{P} . Для того щоб охарактеризувати поляризацію в даній точці $\vec{P} = \vec{P}(x, y, z)$, уявно виділяють фізично нескінченно малий об'єм ΔV , який містить цю точку, а потім знаходять векторну суму дипольних моментів молекул \vec{p}_i в цьому об'ємі та складають відношення

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{p}_i. \quad (3.17)$$

Більш зручним є інше представлення вектора \vec{P} :

$$\vec{P} = n \langle \vec{p} \rangle, \quad (3.18)$$

де n – концентрація молекул; $\langle \vec{p} \rangle$ – середній дипольний момент однієї молекули.

Як показує дослід, для великого класу діелектриків і широкого кола явищ поляризованість \vec{P} залежить лінійно від напруженості \vec{E} поля в діелектрику. Якщо діелектрик ізотропний та \vec{E} не надто велика, то

$$\vec{P} = \kappa \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (3.19)$$

де κ – безрозмірна величина, яка називається *діелектричною сприйнятливістю* речовини. Величина κ не залежить від \vec{E} , вона характеризує властивості самого діелектрика і завжди $\kappa > 0$.

Так як джерелом поля \vec{E} в діелектрику є всі електричні заряди – сторонні і зв'язані, *теорему Гаусса* для поля вектора \vec{E} можна записати так:

$$\oint_S \varepsilon_0 (\vec{E}, d\vec{S}) = (q + q')_{\text{внутр}},$$

де q – сторонні та q' – зв'язані заряди, які охоплені поверхнею S .

Але виявляється, що

$$\oint_S (\vec{P}, d\vec{S}) = -q'_{\text{внутр}}.$$

Тоді теорема Гаусса прийме вигляд

$$\oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = q_{\text{внутр}}. \quad (3.20)$$

Величину, яка стоїть під інтегралом у дужках називають *електричною індукцією*, або *електричним зміщенням*. Але більш фізично називати її просто вектором \vec{D} :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

Після введення вектора \vec{D} формула (3.20) набуває вигляду

$$\oint_S (\vec{D}, d\vec{S}) = q_{\text{внутр}}. \quad (3.21)$$

Так як найчастіше $\vec{P} = \kappa \varepsilon_0 \vec{E}$, то $\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \kappa) \vec{E}$, або

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad (3.22)$$

де ε – *діелектрична проникність* речовини:

$$\varepsilon = 1 + \kappa. \quad (3.23)$$

Діелектрична проникність ε (як і κ) є основною електричною характеристикою діелектрика. Для всіх речовин $\varepsilon > 1$, для вакууму $\varepsilon = 1$.

Сегнетоелектрики – це речовини, у яких ще до поміщення в електричне поле є області спонтанної, або мимовільної поляризації. Ці області називають *діелектричними доменами*. При накладанні зовнішнього поля домени орієнтуються в напрямі поля, точніше об'єми доменів, які вже орієнтовані в напрямку поля, ростуть за рахунок сусідів. При виключенні зовнішнього поля в сегнетоелектриках поляризованість не повертається до нульового значення, а характеризується залишковою поляризованістю.

У *п'єзоелектриках* поляризація виникає за механічних деформацій. При цьому на протилежних гранях діелектрика з'являються поверхневі заряди.

У *піроелектриках* поляризація виникає при швидкій зміні температури.

Потрібно сказати, що просторове розміщення зарядів у речовині дуже чутливе до будь-якого зовнішнього впливу.

Метали в електростатичному полі. Розглянемо металевий провідник, в якому сторонніми (вільними) зарядами є електрони. При відсутності зовнішнього поля – поле у провіднику дорівнює нулю. При накладанні зовнішнього поля електрони почнуть переміщатися проти поля до однієї з поверхонь, а протилежна поверхня збіднена електронами, виявиться зарядженою позитивно. У зв'язку з цим у провіднику виникає власне внутрішнє поле, яке напрямлене, як і в діелектрику, проти зовнішнього поля. Але, на відміну від діелектрика, заряди в провіднику не зв'язані і будуть переміщуватися доти, доки напруженість внутрішнього поля не стане дорівнювати напруженості зовнішнього поля, а сумарне поле – нулю.

Напруженість зв'язана з потенціалом формулою:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi.$$

Якщо напруженість дорівнює нулю, то потенціал у цій точці сталий.

Отже, *напруженість електричного поля в усіх точках провідника, внесеного у електричне поле, дорівнює нулю, а потенціал сталий*. Тому можна сказати, що весь провідник екіпотенціальний, і тому вектор напруженості буде перпендикулярним до поверхні провідника.

За допомогою теореми Гаусса неважко отримати вираз для напруженості електричного поля поблизу поверхні провідника:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \quad (3.24)$$

де σ – поверхнева густина зарядів.

Для вектора \vec{D} залежність ще простіша:

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E = \sigma. \quad (3.25)$$

Якщо взяти замкнену металеву поверхню, то зовнішні заряди не створюють в середині поверхні ніякого електричного поля. Саме на цьому заснований *електростатичний захист* – екранування тіл, наприклад вимірювальних приладів, від впливу зовнішніх електростатичних полів.

Електроємність. Розглянемо відокремлений провідник, тобто провідник, який розташований настільки далеко від інших провідників, тіл і зарядів, що впливом їх на поле

провідника можна знехтувати. Дослід показує, що між зарядом q такого провідника і його потенціалом існує пряма пропорційність. Коефіцієнт пропорційності називається *електроємністю*, або просто *ємністю* відокремленого провідника:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \quad (3.26)$$

Ємність відокремленого провідника чисельно дорівнює заряду, який необхідно надати провіднику, щоб його потенціал збільшився на одиницю. Ємність провідника залежить від геометрії провідника і властивостей середовища, в якому він перебуває. Наприклад, ємність відокремленої кульки дорівнює

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R, \quad (3.27)$$

де R – радіус кульки.

Одиницею ємності є *фарад* (Ф). Фарад – дуже велика величина. Наприклад, ємність Земної кулі $C = 0,7 \text{ мФ}$.

Ємність провідника буде суттєво збільшуватись при наближені до нього інших провідників. Найпростішою системою провідників є *конденсатор*. Простіший конденсатор складається з двох провідників (обкладинок), між якими знаходиться повітря або діелектрик.

Ємність конденсатора

$$C = \frac{q}{U}, \quad (3.28)$$

де $U = \varphi_1 - \varphi_2$ різниця потенціалів між обкладинками, яка називається *напругою*.

Ємність конденсатора залежить від його форми, геометричних розмірів та властивостей середовища між обкладинками. Ємність плоского конденсатора (плоский конденсатор – це дві паралельні металеві пластини, проміжок між якими заповнений діелектриком) знаходиться за формулою

$$C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}, \quad (3.29)$$

де ϵ – діелектрична проникність діелектрика; S – площа пластини; d – відстань між пластинами.

Для збільшення ємності можна взяти декілька конденсаторів і з'єднати їх у бата-

рею паралельно. У цьому випадку повна ємність буде дорівнювати сумі ємностей конденсаторів, складених у батарею:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (3.30)$$

Для зменшення ємності конденсатори потрібно з'єднати послідовно. У цьому випадку додаються обернені величини ємностей:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (3.31)$$

Енергію зарядженого конденсатора з врахуванням відомих величин можна знайти за формулами:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (3.32)$$

3.3. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

Сила струму. В основному ми будемо розглядати рух сторонніх зарядів у провідних середовищах, тобто струм провідності. Носіями струму у провідному середовищі можуть бути електрони (в металах), або іони (в електролітах).

Електричний струм – це впорядковане перенесення електричних зарядів.

Кількісною мірою електричного струму є сила струму. *Сила струму* дорівнює заряду, що переноситься через поверхню S , яка розглядається, за одиницю часу:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (3.33)$$

Одиницею сили струму є *ампер* (А).

Електричний струм може бути розподілений нерівномірно по поверхні, через яку він протікає. Тому для більш детальної характеристики струму вводять вектор *густини струму* \vec{j} , який чисельно дорівнює заряду, що проходить за одиницю часу через одиничну площинку, орієнтовану перпендикулярно до напрямку руху носіїв струму:

$$j = \frac{dq}{dt \cdot dS} = \frac{dI}{dS}, \quad (3.34)$$

де dI – сила струму, який тече через елементарну площинку dS . За напрям вектора \vec{j}

приймають напрям вектора швидкості \vec{u} впорядкованого руху позитивних зарядів.

Отже, $dI = jdS$, а якщо площинка має скінченні розміри, то для визначення сили струму потрібно додати всі елементарні потоки:

$$I = \int jdS.$$

В загальному випадку, коли носіями є як позитивні, так і негативні заряди:

$$\vec{j} = \rho_+ \vec{u}_+ + \rho_- \vec{u}_-,$$

де ρ_+ і ρ_- ($\rho_- < 0$) – об'ємні густини позитивних і негативних зарядів.

Для металів можна записати

$$\vec{j} = \rho_- \vec{u}_- = -en_e \vec{u}_-,$$

де n_e – концентрація вільних електронів.

Якщо густина струму не залежить від часу, а залежить лише від координат, то такий струм називають *постійним струмом*. Для нього:

$$I = \frac{q}{t}, \quad \text{або} \quad q = It. \quad (3.35)$$

Для постійного струму провідності густина струму в будь-якій точці поперечного перерізу провідника однакова і тоді зв'язки спрощуються:

$$I = jS, \quad \text{або} \quad j = \frac{I}{S}. \quad (3.36)$$

Закон Ома. Закон Ома був експериментально відкритий в 1827 році.

Закон Ома для однорідної ділянки кола: сила постійного струму на однорідній ділянці електричного кола прямо пропорційна до напруги і обернено пропорційна до електричного опору

$$I = \frac{U}{R}. \quad (3.37)$$

Одиницею опору є ом (Ом).

Опір R залежить від форми і розмірів провідника, від його матеріалу і температури.

Якщо провідник однорідний і по всій довжині має однаковий поперечний переріз, то його опір визначається за формулою

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (3.38)$$

де l – довжина провідника; S – площа його поперечного перерізу; ρ – питомий опір. Питомий опір залежить від матеріалу провідника і його температури. Виражають ρ в ом-метрах (Ом·м). При підвищенні температури опір провідника збільшується:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t), \quad (3.39)$$

де ρ_0 – питомий опір при температурі 0°C ; t – температура за шкалою Цельсія; α – температурний коефіцієнт опору.

Провідники в електричному колі можуть з'єднуватись послідовно або паралельно.

При послідовному з'єднанні сила струму на всіх ділянках однакова ($I = \text{const}$). Загальний опір кола, що складається з послідовно з'єднаних провідників, дорівнює сумі опорів окремих провідників:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_k. \quad (3.40)$$

При паралельному з'єднанні провідників напруга в паралельно з'єднаних ділянках однакова ($U = \text{const}$). Загальний опір R паралельно з'єднаних провідників в колі розраховується наступним чином:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_k}. \quad (3.41)$$

Уявно виділимо в околі деякої точки провідника циліндричний об'єм з твірними, які паралельні вектору \vec{j} . Якщо поперечний переріз циліндра dS , а його довжина dl , то закон Ома для такого елементарного циліндра

$$jdS = \frac{Edl}{\rho dl/dS},$$

та після відповідних скорочень, вже у векторній формі,

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}, \quad (3.42)$$

де $\sigma = 1/\rho$ – питома електропровідність середовища. Одиницю, обернену до ома називають *сименсом* (См), тому одиницею σ є *сименс на метр* (См/м).

Співвідношення (3.42) виражає **закон Ома в диференціальній формі**.

Кулонівське електростатичне поле може лише переміщати позитивні заряди від точок з більшим потенціалом до точок з меншим потенціалом, а негативні заряди в протилежному випадку. Це приводить до вирівнювання потенціалів, внаслідок чого струм припиняється. Для повернення зарядів на "вихідну позицію" потрібно виконувати роботу іншими, не кулонівськими силами. Їх називають *сторонніми силами*.

Гарний аналог – течія води в гравітаційному полі між двома резервуарами, які знаходяться на різній висоті. Вода самотпливом переливається із верхнього резервуара в нижній. Для безперервного руху води по замкнутому трубопроводу необхідно виконати роботу з підняття води у верхній резервуар з більшим потенціалом. Необхідний насос.

В електричному полі роль насоса виконує *джерело струму*, в якому сторонні сили переміщують заряди в напрямі, протилежному кулонівським силам.

Для кількісної характеристики сторонніх сил вводять поняття поля сторонніх сил і його напруженість \vec{E}^* . Робота, яку виконують сторонні сили під час переміщення одиничного позитивного заряду по замкнутому колу, називається *електрорушійною силою* (е.р.с.) \mathcal{E} .

Неоднорідною називають ділянку кола, в якій міститься джерело струму. Для неоднорідної ділянки необхідно врахувати сумісну дію електростатичного поля \vec{E} і поля сторонніх сил \vec{E}^* . Ми отримуємо **узагальнений закон Ома в локальній формі**:

$$\vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{E}^*).$$

Розглянемо частинний, але практично важливий випадок, коли струм тече вздовж тонких провідів.

Поділимо останнє рівняння на σ , отриманий вираз помножимо скалярно на елемент осі проводу $d\vec{l}$ і проінтегруємо по довжині від перерізу 1 до перерізу 2:

$$\int_1^2 \frac{(\vec{j}, d\vec{l})}{\sigma} = \int_1^2 (\vec{E}, d\vec{l}) + \int_1^2 (\vec{E}^*, d\vec{l}).$$

Розглянемо окремо кожен член формули.

$$\int_1^2 (\vec{E}, d\vec{l}) = (\varphi_1 - \varphi_2) - \text{робота кулонівських сил з переміщення одиничного позитивного заряду з точки 1 у точку 2.}$$

$\int_1^2 (\vec{E}^*, d\vec{l}) = \mathcal{E}_{12}$ – електрорушійна сила, що діє на даній ділянці кола.

$\int_1^2 \frac{(\vec{j}, d\vec{l})}{\sigma} = \int_1^2 \frac{j dl}{\sigma} = I \int_1^2 \rho \frac{dl}{S} = IR_n$ – спад напруги на ділянці 12; R_n – повний опір

цієї ділянки.

Отже, ми прийшли до **закону Ома для неоднорідної ділянки кола**: спад напруги дорівнює сумі різниці потенціалів та е.р.с.

$$IR_n = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}. \quad (3.43)$$

Якщо електричне коло замкнене, то різниця потенціалів дорівнює нулю і тому

$$IR_n = \mathcal{E}_{12}.$$

Остаточно з урахуванням, що $R_n = R + r$, де R і r – зовнішній опір кола і внутрішній опір джерела струму, відповідно, дістанемо **закон Ома для повного кола**:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad (3.44)$$

де \mathcal{E} – алгебраїчна сума окремих е.р.с. у даному колі.

Правила Кірхгофа. Розрахунок складних розгалужених електричних кіл значно спрощується, якщо користуватися двома *правилами Кірхгофа*.

Перше правило Кірхгофа: алгебраїчна сума сил струмів у вузлі дорівнює нулю

$$\sum I_i = 0. \quad (3.45)$$

Вузол – точка, де сходяться три і більше струмів.

Друге правило Кірхгофа: сума спадів напруги в будь-якому замкнутому контурі дорівнює сумі е.р.с., що містяться в цьому контурі

$$\sum I_i R_i = \sum \mathcal{E}_k, \quad (3.46)$$

При використанні правил Кірхгофа потрібно діяти в такій послідовності:

- позначити на схемі всі вузли і визначити їх кількість N ;
- вибрати напрями струмів у кожній вітці кола і позначити їх I_1, I_2, I_3, \dots . Треба мати на увазі, що не повинно бути вузлів, у яких всі струми тільки входять або з яких тільки виходять;
- скласти $N - 1$ рівняння за першим правилом Кірхгофа. Струми, що входять у вузол, потрібно брати із знаком "плюс", а струми, що виходять, – із знаком "мінус";

- виділити замкнуті контури і визначити їх кількість M ;
- вибрати єдиний напрям обходу всіх контурів (за або проти годинникової стрілки);
- скласти $M - 1$ рівняння за другим правилом Кірхгофа. Добуток $I_i R_i$ потрібно брати із знаком "плюс", якщо напрям обходу збігається з напрямком струму, і із знаком "мінус", – якщо не збігається. Значення е.р.с. потрібно брати із знаком "плюс", якщо всередині джерела струму доводиться йти від негативного полюсу до позитивного, у протилежному випадку – із знаком "мінус".

Якщо який-небудь струм отримуємо із знаком "мінус", це означає, що дійсний напрям цього струму протилежний тому, який обрано на схемі.

Теплова дія струму. У 1893 році експериментально було встановлено, що при протіканні по провіднику, опір якого R , постійного струму силою I в ньому за час t виділяється кількість теплоти:

$$Q = I^2 R t .$$

Цей вираз називають **законом Джоуля-Ленца**.

Потужність тепловиділення або потужність струму:

$$P = I^2 R = IU = \frac{U^2}{R} . \quad (3.47)$$

3.4. СТАТИЧНЕ МАГНІТНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ

Магнітна індукція \vec{B} . Дослід показує, що сила \vec{F} , яка діє на точковий електричний заряд q , залежить в загальному випадку не тільки від положення цього заряду, але і від його швидкості \vec{v} . Нехай точковий заряд q знаходиться у спокої відносно деякої інерціальної системи відліку і нехай з боку оточуючих зарядів на цей заряд q діє результуюча сила \vec{F}_e . Якщо заряд q буде рухатись з швидкістю \vec{v} відносно цієї ж системи відліку, то взагалі сила \vec{F} , яка діє на нього з боку оточуючих зарядів не буде дорівнювати \vec{F}_e . Відповідно до цього силу \vec{F} поділяють на дві складові – електричну \vec{F}_e (вона не залежить від руху заряду) і магнітну \vec{F}_m (вона залежить від швидкості заряду).

Властивості магнітної сили можна описати, якщо ввести поняття *магнітного поля*. Характеризують це поле вектором \vec{B} , який називається *магнітною індукцією*. Магнітна

індукція \vec{B} характеризує силову дію магнітного поля на рухомий заряд і, таким чином, є у цьому відношенні аналогом вектора напруженості \vec{E} , який характеризує силову дію електричного поля.

Одиницею магнітної індукції є *тесла* (Тл).

Магнітну силу можна записати у вигляді

$$\vec{F}_m = q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Тоді повна електромагнітна сила, що діє на заряд q , і називається *силою Лоренца*:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (3.48)$$

За дією сили Лоренца на заряд можна визначити модулі і напрямки векторів \vec{E} і \vec{B} . Тому вираз для сили Лоренца (3.48) можна розглядати як визначення електричного і магнітного полів.

Слід відмітити, що на заряд, який знаходиться у спокої, магнітне поле не діє. В цьому суттєва відміна магнітного поля від електричного. Магнітне поле діє тільки на рухомий заряд.

Крім того, важливою особливістю магнітної сили є те, що вона завжди перпендикулярна до вектора швидкості заряду. Тому магнітна сила не виконує роботи над зарядом та в сталому магнітному полі енергія рухомої зарядженої частинки завжди залишається незмінною, як би частинка не рухалась.

Само магнітне поле породжується зарядами, що рухаються, (струмами). В результаті узагальнення експериментальних даних був отриманий елементарний закон, який визначає поле \vec{B} точкового заряду q , що рухається з сталою нерелятивістською швидкістю \vec{v} :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (3.49)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ (генрі на метр) – магнітна стала; \vec{r} – радіус-вектор, який проведений від заряду q до точки спостереження. Кінець радіуса-вектора нерухомий в даній системі відліку, а його початок рухається з швидкістю \vec{v} (рис. 3.6), тому вектор \vec{B} в

даній системі відліку залежить не тільки від положення точки спостереження, але й від часу.

Згідно з формулою (3.49) вектор \vec{B} напрямлений перпендикулярно площини, в якій розміщені вектори \vec{v} і \vec{r} , причому вектори \vec{v} , \vec{r} і \vec{B} утворюють правоґвинтову систему (рис. 3.6).

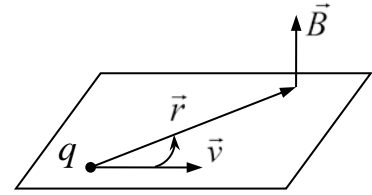


Рис. 3.6

Магнітне поле постійного струму. У магнітному полі, як і в електричному, діє *принцип суперпозиції*: магнітне поле, що створено декількома рухомими зарядами або струмами, дорівнює векторній сумі магнітних полів, створених кожним зарядом або струмом окремо:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i. \quad (3.50)$$

Величина і напрям вектора магнітної індукції $d\vec{B}$, який створено елементом dl провідника з струмом у будь який точці простору визначається законом Біо-Савара.

Знайдемо магнітне поле, яке створено постійним електричним струмом. Підставимо в формулу для поля точкового заряду (3.49) замість q заряд ρdV , де dV – елементарний об'єм, ρ – об'ємна густина заряду. Врахуємо, що $\rho \vec{v} = \vec{j}$, і тоді дістанемо

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[\vec{j}, \vec{r}]}{r^3} dV. \quad (3.51)$$

Якщо струм I тече по тонкому провіднику з площею поперечного перерізу ΔS , то

$$j\Delta V = j\Delta S \cdot dl = I \cdot dl,$$

де dl – елемент довжини провідника. Введемо вектор $d\vec{l}$ в напрямку струму I . Тоді

$$\vec{j}dV = Id\vec{l}. \quad (3.52)$$

Вектори $\vec{j}dV$ і $Id\vec{l}$ називають відповідно *об'ємним* і *лінійним елементами струму*. Отже, магнітне поле, яке створено елементом постійного струму у точці, яка знаходиться на відстані \vec{r} від елемента струму $d\vec{l}$ можна записати у вигляді

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}. \quad (3.53)$$

У скалярній формі:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dl \cdot \sin(\widehat{d\vec{l}, \vec{r}})}{r^2}. \quad (3.54)$$

Формули (3.51), (3.53) і (3.54) виражають **закон Біо-Савара**.

Закон Біо-Савара можна використати для розрахунку деяких найпростіших магнітних полів. Наприклад, якщо струм I протікає по колу радіуса R , то магнітне поле в центрі кола знаходиться за формулою

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I}{R}. \quad (3.55)$$

Магнітне поле на відстані b від тонкого прямого проводу нескінченної довжини з струмом I дорівнює

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}. \quad (3.56)$$

Потік і циркуляція магнітного поля. Властивості магнітного поля, як і електричного, можна виразити через потік та циркуляцію векторного поля.

Теорема Гаусса для поля \vec{B} : потік вектора магнітної індукції через довільну замкнену поверхню дорівнює нулю

$$\oint_S (\vec{B}, d\vec{S}) = 0. \quad (3.57)$$

З цього випливає принциповий висновок, що в природі не існує "магнітних зарядів", з яких би "витікало" магнітне поле. Лінії магнітної індукції завжди замкнені.

Теорема про циркуляцію вектора \vec{B} : циркуляція вектора магнітної індукції вздовж довільного замкненого контуру дорівнює добутку μ_0 на алгебраїчну суму сил струмів, охоплених цим контуром

$$\oint_L (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 I. \quad (3.58)$$

де $I = \sum I_k$, і струм I_k вважається додатним, якщо його напрямок зв'язаний з напрямком обходу контуру правилом правого гвинта. Струм протилежного напрямку вважається від'ємним (рис. 3.7).

Той факт, що циркуляція магнітної індукції не дорівнює нулю, означає, що поле вектора \vec{B} не потенціальне (на відміну від електростатичного поля). Таке поле називають *вихровим* або *соленоїдальним*.

Сила Ампера. Магнітне поле діє не тільки на заряди, що рухаються, а також на провідники, по яких тече електричний струм.

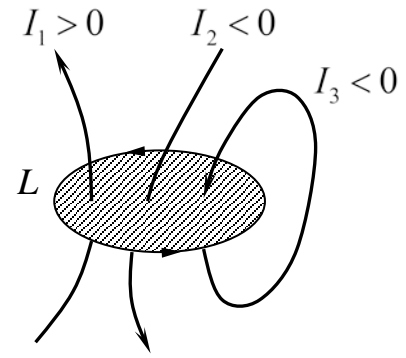


Рис. 3.7

На провідник, по якому тече електричний струм, магнітне поле діє з *силою Ампера*. Сила Ампера – це сумарна магнітна сила, що діє на всі заряди, що рухаються по провіднику. *Сила Ампера, що діє на елементарний провідник, довжиною dl , по якому тече струм I :*

$$d\vec{F} = dq[\vec{u}, \vec{B}] = \rho[\vec{u}, \vec{B}]dV = [\vec{j}, \vec{B}]dV = I[d\vec{l}, \vec{B}], \quad (3.59)$$

де \vec{u} – швидкість упорядкованого руху носіїв заряду (*дрейфова швидкість*), і ми врахували, що $dq = \rho dV$; $\vec{j} = \rho\vec{u}$; $\vec{j}dV = Id\vec{l}$.

Силу Ампера, що діє на провідник скінченної довжини l , знаходять інтегруванням формули (3.59). Якщо поле однорідне ($\vec{B} = const$) і по прямому провіднику протікає постійний струм ($I = const$), то сила, що діє на провідник у магнітному полі дорівнює

$$\vec{F} = I[\vec{l}, \vec{B}]. \quad (3.60)$$

Сила магнітної взаємодії двох паралельних провідників з струмами I_1 та I_2 , довжиною l і відстанню між ними b знаходиться за формулою

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b} l. \quad (3.61)$$

Якщо струми течуть в одному напрямі, то провідники притягуються, якщо в протилежних, то відштовхуються.

Для вивчення магнітного поля використовується плоский контур з струмом, розміри якого достатньо малі (рис. 3.8). Такий контур називається елементарним. Контур з струмом I характеризується магнітним моментом \vec{p}_m :

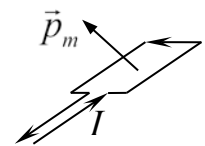


Рис. 3.8

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad (3.62)$$

де S – площа контуру; \vec{n} – нормаль до контуру, напрям якої пов'язаний з напрямком струму в контурі правилом правого гвинта.

У зовнішньому неоднорідному магнітному полі елементарний контур з струмом поводить себе аналогічно тому, як веде себе електричний диполь у зовнішньому електричному полі: він буде обертатися до положення стійкої рівноваги, при якому $\vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{B}$. Крім того, під дією результуючої сили контур буде переміщуватись туди, де магнітна індукція \vec{B} більша.

3.5. МАГНІТНЕ ПОЛЕ У РЕЧОВИНІ

Магнетики. Магнітне поле діє на заряди, які рухаються, а вони є в будь-якій речовині. Зовнішнє магнітне поле змінює характер руху зарядів у речовині, що призводить до появи внутрішнього магнітного поля – речовина намагнічується.

Є речовини, молекули яких мають власний магнітний момент при відсутності зовнішнього поля. Цей магнітний момент обумовлений внутрішнім рухом зарядів. Тепловий рух забезпечує хаотичний розподіл напрямів векторів власних магнітних моментів окремих молекул, тому сумарна намагніченість при відсутності поля дорівнює нулю. Вплив зовнішнього магнітного поля проявляється в переважній орієнтації цих моментів вздовж поля.

Інший механізм намагніченості в речовинах, молекули яких при відсутності зовнішнього поля не мають магнітного моменту. При внесенні в поле молекули таких речовин приймають наведений магнітний момент.

У магнітному відношенні всі речовини поділяються на *слабوماгнітні* (*парамагнетики* і *діамагнетики*) та *сильномагнітні* (*ферромагнетики*).

Кількісною характеристикою намагніченого стану речовини є *вектор намагніченості*, або *намагніченість*, що дорівнює повному магнітному моменту всіх молекул із вмістом в одиниці об'єму:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{p}_m. \quad (3.63)$$

Намагнічування речовини викликає появу струмів намагнічування I' , які обумовлені так званими *молекулярними струмами* – елементарними струмами всередині моле-

кул. Молекулярні струми пов'язані з магнітними моментами молекул та при переважній орієнтації останніх на поверхні речовини виникає макроскопічний струм намагнічування.

Для характеристики магнітного поля в речовині, за аналогією з електричним полем, вводять допоміжний вектор \vec{H} , який називається напруженістю магнітного поля:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \quad (3.64)$$

Намагніченість багатьох речовин пропорційна сумарній напруженості магнітного поля:

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

де χ – магнітна сприйнятливість, безрозмірна величина, що характерна для кожної речовини.

На відміну від діелектричної сприйнятливості κ , яка завжди додатна, магнітна сприйнятливість χ буває як додатною, так і від'ємною. Відповідно речовини поділяються на *парамагнетики* ($\chi > 0$) і *діамагнетики* ($\chi < 0$).

Виразимо вектор \vec{B} через вектор \vec{H} :

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J} = \vec{H} + \chi \vec{H} = (1 + \chi) \vec{H} = \mu \vec{H},$$

де $\mu = 1 + \chi$ – магнітна проникність речовини; у парамагнетиків $\mu > 1$, у діамагнетиків $\mu < 1$ та досить мало відрізняється від одиниці.

Отже, остаточно

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}. \quad (3.65)$$

Феромагнетизм. *Феромагнетиками* називаються речовини (тверді), які вже намагнічені при відсутності зовнішнього магнітного поля. При внесенні феромагнетика у зовнішнє магнітне поле, його внутрішнє поле стає більшим в багато разів, ніж зовнішнє, яке його викликало. Типові представники феромагнетиків – залізо, кобальт, нікель та їх сплави.

Феромагнетики складаються з *магнітних доменів* – областей самодовільної, або спонтанної, намагніченості. Це аналог діелектричних доменів у сегнетоелектриках. Розміри доменів складають тисячні та соті долі міліметра. Всередині домену вектори магніт-

них моментів атомів паралельні, причому намагніченість всередині домену досягає максимального значення.

За відсутності зовнішнього поля магнітні моменти окремих доменів орієнтовані безладно і сумарна намагніченість феромагнетика дорівнює нулю. Зовнішнє поле орієнтує вектори намагніченості доменів, причому в першу чергу орієнтуються ті домени, вектори намагніченості яких близькі за напрямом до вектора напруженості зовнішнього поля. Із збільшенням напруженості зовнішнього поля збільшується і намагніченість. Збільшення відбувається тому, що розміри доменів, які вже зорієнтовані в напрямі поля, ростуть за рахунок інших доменів. У дуже сильних полях орієнтація закінчується, і в усьому об'ємі досягається намагніченість насичення J_s .

Феромагнетики характеризуються нелінійною залежністю намагніченості J від напруженості H .

Магнітна проникність μ для конкретного феромагнетика не постійна і залежить від напруженості зовнішнього поля, а її максимальне значення дуже велике, наприклад, для чистого заліза – 5000, для сплаву супермалой – 800 000.

Тепловий рух перешкоджає орієнтації як самих доменів, так і магнітних моментів всередині домена. Тому домени існують тільки при температурах нижчих, ніж *температура Кюрі* або *точка Кюрі*. Для заліза вона дорівнює 1043 К, для нікелю – 633 К, для супермалою – 343 К. При температурах, що перевищують точку Кюрі, доменна структура руйнується і феромагнетики перетворюються в парамагнетики.

Крім нелінійної залежності $J(H)$ або $B(H)$ для феромагнетиків характерно також явище *магнітного гістерезису*: відставання реакції феромагнетика на зміну зовнішнього поля.

При першому зростанні напруженості зовнішнього магнітного поля намагніченість феромагнетика змінюється по кривій 0-1, *початковій кривій намагнічування* (рис. 3.9) до досягнення намагніченості насичення J_s .

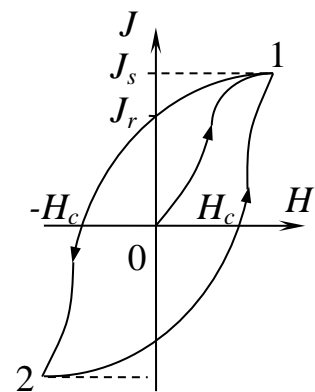


Рис. 3.9

При зменшенні напруженості до нуля намагніченість також спадає, але не до нуля, а до залишкової намагніченості J_r . Для того, щоб намагніченість зменшилась до нуля,

потрібно змінити напрям вектора напруженості на протилежний і збільшувати до значення H_c , яке називається *коерцитивною силою*.

При подальшому збільшенні негативного магнітного поля відбудеться перемагнічування феромагнетика і в точці 2 намагніченість досягне величини намагніченості насичення.

Далі по кривій 2-1 можна замкнути *петлю магнітного гістерезису*.

Іноді петлю магнітного гістерезису приводять у вигляді залежності $B(H)$.

3.6. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

Закон Фарадея. У 1831 році Фарадеєм було зроблено одне з найбільш фундаментальних відкриттів в електродинаміці – явище *електромагнітної індукції*. Воно полягає в тому, що у всякому замкненому провіднику, що міститься у змінному магнітному полі або переміщується чи деформується в магнітному полі, виникає електричний струм – його назвали *індукційним*.

За **законом Фарадея**: в замкнутому провідному контурі при зміні магнітного потоку (тобто потоку вектора \vec{B}), який охоплений цим контуром, виникає електро-рушійна сила індукції \mathcal{E}_i ; незалежно від того, яким шляхом здійснюється зміна магнітного потоку Φ , вона дорівнює швидкості зміни останнього, взятого із знаком мінус

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (3.66)$$

Напрямок індукційного струму (і знак е.р.с. індукції) **визначається за правилом Ленца**: індукційний струм має такий напрям, при якому його власне магнітне поле перешкоджає зміні магнітного потоку, що його викликала.

Заряди в провіднику може зрушити з місця лише електричне поле. Електричне поле, яке з'являється в провіднику при зміні магнітного потоку, суттєво відрізняється від електростатичного поля, джерелом якого є нерухомі електричні заряди.

Вихрове електричне поле. Максвел припустив, що магнітне поле, яке змінюється з часом, приводить до появи в просторі електричного поля незалежно від наявності провідного контуру. Останній був потрібний лише для виявлення електричного поля. Отже, згідно з Максвелом циркуляція вектора напруженості цього електричного поля не дорів-

нює нулю і визначається як

$$\oint (\vec{E}, d\vec{l}) = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Це означає, що змінне у часі магнітне поле породжує *непотенціальне* електричне поле, яке, як і магнітне поле, є *вихровим*. Таким чином, електричне поле може бути як потенціальним (в електростатиці), так і вихровим.

Так як потік $\Phi = \int (\vec{B}, d\vec{S})$ (інтегрування проводиться по поверхні, яка натягнута на розглянутий контур), то

$$\frac{\partial}{\partial t} \int (\vec{B}, d\vec{S}) = \int \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right).$$

Тоді

$$\oint (\vec{E}, d\vec{l}) = - \int \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right). \quad (3.67)$$

Струми Фуко. Індукційні струми виникають не тільки в замкнутому контурі, а й у достатньо масивному провіднику, що перебуває у змінному магнітному полі. При цьому всередині масивного провідника виникають замкнуті контури, якими і циркулюють індукційні струми. Їх називають *струмами Фуко*.

Сила струмів Фуко досягає дуже великих значень через малий опір масивного провідника. Робота струмів Фуко перетворюється в теплову енергію і провідник сильно нагрівається. Наприклад, сильно нагріваються магнітопроводи трансформаторів. Для зменшення нагріву осердя трансформаторів виготовляють із окремих ізольованих одна від одної пластин і розташовують їх паралельно вектору магнітної індукції.

Струми Фуко можуть бути і корисними. Так, вони використовуються в індукційних печах для виробництва високоякісних сплавів. Гальмівна дія струмів Фуко використовується для створення демпфуючих сил в електровимірювальних стрілочних приладах. Для цього достатньо до стрілки прикріпити провідну пластинку і помістити її між полюсами невеликого магніту.

Скін-ефект проявляється у витісненні змінного електричного струму високої частоти в поверхневі шари провідника. Під час протікання змінного струму в провіднику виникає вихрове електричне поле. Це поле діє на носії зарядів і відтісняє їх до поверхні про-

відника. У високочастотних колах змінний струм іде практично тільки у тонких поверхневих шарах провідника, тому немає сенсу виробляти суцільні провідники. Цілком достатньо виготовляти тонкі трубки – *хвилеводи*.

Взаємна індукція та самоіндукція. *Взаємною індукцією* називають явище збудження е.р.с. індукції в одному провідному контурі при зміні сили струму в іншому контурі, розташованому поблизу. Явище взаємної індукції оборотне. Якщо буде змінюватися сила струму в другому контурі, то з'явиться е.р.с. індукції в першому контурі. Явище взаємної індукції лежить в основі роботи електричних трансформаторів, варіометрів та використовується для передавання електромагнітних коливань від одного контуру до іншого.

Е.р.с. індукції виникає не тільки в сусідніх провідниках, а й у самому провідному контурі, яким тече змінний електричний струм. Таке явище називається *самоіндукцією*. За загальним правилом е.р.с. самоіндукції дорівнює швидкості зміни магнітного потоку. Потік, звичайно, пропорційний силі струму в контурі:

$$\Phi = LI.$$

Коефіцієнт пропорційності L називається *індуктивністю контуру*. Індуктивність L залежить від форми та розмірів контуру і магнітної проникності середовища. Одиниця індуктивності – *генрі* (Гн). Індуктивність зазвичай визначається експериментально. Але для найпростіших випадків індуктивність можна розрахувати.

Е.р.с. самоіндукції (звичайно, $L = \text{const}$)

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L \frac{dI}{dt}. \quad (3.68)$$

Згідно з правилом Ленца, е.р.с. самоіндукції і струм самоіндукції направлені так, що зменшують швидкість зміни первинного струму. Особливо наочно це видно при вмиканні або вимиканні джерела постійного струму (рис. 3.10). Нехай у колі із вмістом активного опору R та індуктивності L протікає постійний струм, сила якого I_0 . Джерело постійного струму вимикають і коло замикають. Магнітний потік починає зменшуватись, і з'являється е.р.с. самоіндукції. Знайдемо закон зміни сили струму в колі залежно від часу. Сила струму в колі

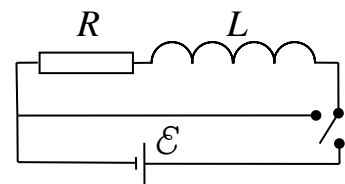


Рис. 3.10

$$I = \frac{\mathcal{E}_s}{R} = -\frac{L}{R} \frac{dI}{dt}.$$

Звідси

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt.$$

Розв'язок цього диференціального рівняння знайдемо інтегруванням:

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt, \quad \ln \frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L} t,$$

або

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L} t\right). \quad (3.69)$$

Отже, чим більша індуктивність, тим повільніше спадає струм, тобто система більш інерційна.

Як ми побачимо далі, індуктивність у колі змінного струму не що інше, як додатковий електричний опір.

3.7. РІВНЯННЯ МАКСВЕЛЛА

Струм зміщення. Теорія електромагнітного поля, основи якої заклав Фарадей, математично була завершена Максвеллом. При цьому однією з найважливіших ідей, які висунув Максвелл, була думка про симетрію у взаємозалежності електричного і магнітного полів. Якщо змінне магнітне поле $\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$ породжує електричне поле, то чому б змінному електричному полю не породити магнітне поле? Така гіпотеза була висловлена Д. Максвеллом у 1863 році. Причому це не те, вже відоме нам магнітне поле, породжене рухомими зарядами або струмами провідності. Породжувати це нове поле повинен якийсь інший струм, зв'язаний із зміною вектора електричної індукції $\left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)$.

Замкнемо на недовго заряджений конденсатор (рис. 3.11) і тим самим дамо йому можливість розряджатися. При цьому у зовнішньому колі піде електричний струм, що зменшуватиметься з часом експоненціально. Природно, що це струм провіднос-

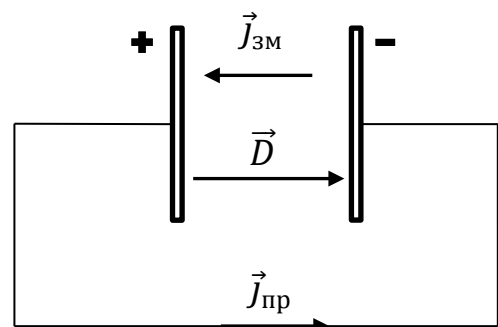


Рис. 3.11

ті, бо в зовнішньому колі рухаються носії заряду. Але струм провідності може текти тільки в замкнутому колі, а діелектрик конденсатора не може проводити електричний струм. Кажуть, що в цьому випадку через діелектрик тече *струм зміщення*, який зв'язаний із зміною поляризації діелектрика при розрядженні конденсатора. Справді, із зменшенням заряду на пластинах конденсатора зменшується зовнішнє поле і відповідно зменшується ступінь поляризації діелектрика.

Густина струму зміщення визначається швидкістю зміни вектора електричного зміщення:

$$\vec{j}_{\text{зм}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (3.70)$$

Оскільки

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

то

$$\vec{j}_{\text{зм}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}.$$

Перший член формулі можна назвати густиною струму зміщення у вакуумі, другий – густиною поляризаційного струму.

Сума струму провідності і струму зміщення називають *повним струмом*. Його густина

$$\vec{j}_{\text{повн}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (3.71)$$

З урахуванням струму зміщення теорему про циркуляцію вектора \vec{H} , яка була встановлена для струмів провідності, можна узагальнити для довільного випадку і записати

$$\oint (\vec{H}, d\vec{l}) = \int \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (3.72)$$

Теорія Максвелла. Максвеллу вдалося створити досконалу теорію електромагнітного поля, яка може описувати будь-які електричні і магнітні явища, всі види полів. Теорія сформульована у вигляді чотирьох рівнянь, які так і називаються: **рівняння Максвелла**. По суті всі рівняння Максвелла вже виписувалися вище, коли розглядалися окре-

мі види полів.

$$1. \oint (\vec{E}, d\vec{l}) = - \int \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right), \quad (3.73) \quad 2. \oint (\vec{D}, d\vec{S}) = \int \rho dV, \quad (3.74)$$

$$3. \oint (\vec{H}, d\vec{l}) = \int \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}, \quad (3.75) \quad 4. \oint (\vec{B}, d\vec{S}) = 0, \quad (3.76)$$

де ρ – об'ємна густина заряду, \vec{j} – густина струму провідності.

1. Перше рівняння Максвелла закріплює положення про те, що будь-яка зміна магнітного поля приводить до появи вихрового електричного поля.

2. Друге рівняння говорить про те, що джерелом електростатичного поля є електричні заряди.

3. Третє рівняння стверджує, що магнітне поле може бути створене як струмом провідності, так і струмом зміщення. Крім того, в ньому є фундаментальне положення про те, що будь-яка зміна електричного поля веде до появи магнітного поля.

4. Четверте рівняння говорить про те, що у природі немає магнітних зарядів.

Якщо електричне і магнітне поля стаціонарні, тобто їх вектори напруженості залежать тільки від координат і не залежать від часу, то система рівнянь Максвелла розпадається на дві групи незалежних рівнянь:

$$1. \oint (\vec{E}, d\vec{l}) = 0, \quad \oint (\vec{D}, d\vec{S}) = q, \quad (3.77)$$

$$2. \oint (\vec{H}, d\vec{l}) = I, \quad \oint (\vec{B}, d\vec{S}) = 0. \quad (3.78)$$

Ці рівняння описують постійні електричне та магнітне поля.

Фундаментальні рівняння Максвелла не складають повної системи рівнянь електромагнітного поля. Цих рівнянь недостатньо для знаходження полів за заданими розподілами зарядів і струмів.

Рівняння Максвелла необхідно доповнити співвідношеннями, в які входили б величини, що характеризують індивідуальні властивості середовища. Ці співвідношення називають *матеріальними рівняннями*. У випадку достатньо слабких електромагнітних полів, які не дуже швидко змінюються у просторі і в часі, для ізотропних середовищ, що не містять сегнетоелектриків та феромагнетиків, матеріальні рівняння мають наступний вигляд:

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{E}^*). \quad (3.79)$$

де ε , μ і σ – діелектрична проникність, магнітна проникність і питома електропровідність

середовища, відповідно.

3.8. ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛИВАННЯ. ЗМІННИЙ СТРУМ

Вільні електричні коливання. Вільні незгасаючі електричні коливання виникають у коливальному контурі, що складається з конденсатора ємністю C і котушки індуктивністю L (рис. 3.12).

Якщо спочатку зарядити конденсатор до значення заряду q_m , а потім замкнути його на котушку, то конденсатор почне розряджатися. У колі з'явиться електричний струм і в котушці індуктивності виникне е.р.с. самоіндукції.

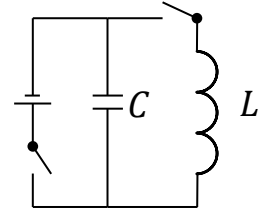


Рис. 3.12

Енергія електричного поля конденсатора буде переходити в енергію магнітного поля котушки, і навпаки. Будуть таким чином відбуватися вільні незгасаючі коливання заряду конденсатора, якщо енергія контуру не розсіюватиметься.

Диференціальне рівняння вільних незгасаючих електричних коливань має вигляд:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0, \quad (3.80)$$

де $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – власна частота коливального контуру.

Розв'язок диференціального рівняння є функцією вигляду:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha). \quad (3.81)$$

Період вільних незгасаючих коливань

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (3.82)$$

(формула Томсона).

Кожен реальний контур має активний опір R (рис. 3.13), і енергія, що накопичена в контурі, поступово витрачається на нагрівання. Вільні коливання будуть згасаючими.

Диференціальне рівняння вільних згасаючих електричних коливань:

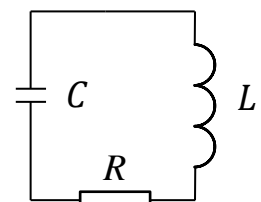


Рис. 3.13

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0, \quad (3.83)$$

де $\beta = R/2L$ – коефіцієнт згасання.

При $\beta < \omega_0$ розв'язок:

$$q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha). \quad (3.84)$$

Частота згасаючих електричних коливань

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (3.85)$$

Вимушені електричні коливання. Вимушені електричні коливання відбуваються в контурі, де включена зовнішня е.р.с. (рис. 3.14), яка змінюється за гармонічним законом:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \cos \omega t.$$

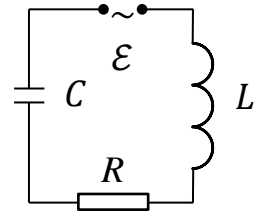


Рис. 3.14

У даному випадку диференціальне рівняння коливального контуру записується як

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\mathcal{E}_m}{L} \cos \omega t. \quad (3.86)$$

В контурі встановляться вимушені коливання з частотою ω зовнішньої е.р.с. Не важко впевнитися, що розв'язком диференціального рівняння будуть коливання заряду на конденсаторі

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi). \quad (3.87)$$

Якщо заряд здійснює незгасаючі гармонічні коливання, то й сила струму, як швидкість зміни заряду, здійснюватиме гармонічні коливання.

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega q_m \sin(\omega t - \psi) = \omega q_m \cos\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right).$$

Запишемо цей вираз так:

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (3.88)$$

де $I_m = \omega q_m$ – амплітуда струму; φ – зсув фаз між струмом і зовнішньою е.р.с. \mathcal{E} .

У замкненому електричному контурі, який зображений на рис. 3.14, сума спадів напруги на всіх елементах кола в кожний момент часу дорівнює зовнішній е.р.с.:

$$U_R + U_C + U_L = \mathcal{E}_m \cos \omega t. \quad (3.89)$$

Обчислимо послідовно кожний спад напруги.

Як і для кола постійного струму, спад напруги на активному опорі дорівнює добутку сили струму на опір

$$U_R = IR = RI_m \cos(\omega t - \varphi).$$

Цей спад напруги здійснює гармонічні коливання, які збігаються за фазою з коливанням

струму.

Спад напруги на конденсаторі дорівнює

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t - \psi) = \frac{I_m}{\omega C} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right).$$

Спад напруги на конденсаторі здійснює гармонічні коливання з частотою зовнішньої е.р.с. ω . Спад напруги на конденсаторі відстає за фазою від спаду напруги на активному опорі на $\pi/2$.

Спад напруги на котушці індуктивності дорівнює е.р.с. самоіндукції

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = -\omega L I_m \sin(\omega t - \varphi) = \omega L I_m \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right).$$

Спад напруги на котушці індуктивності здійснює гармонічні коливання з частотою зовнішньої е.р.с. ω . Спад напруги на котушці індуктивності випереджає за фазою спад напруги на активному опорі на $\pi/2$.

Все це можна наочно представити за допомогою векторної діаграми амплітуд напруг. Кожен спад напруги уявимо у вигляді вектора, довжина якого дорівнює відповідній амплітуді, початковий кут дорівнює зсуву фаз, а кутова швидкість обертання – циклічній частоті коливань (обертання здійснюється проти годинникової стрілки). Усі спади напруги здійснюють коливання з однаковою частотою, тому їхня кутова швидкість обертання однакова, і вони весь час нерухомі один відносно одного.

Векторна сума всіх векторів амплітуд спадів напруги має дорівнювати амплітуді зовнішньої е.р.с. \mathcal{E}_m (рис. 3.15).

З прямокутного трикутника цієї діаграми легко отримати наступні вирази для амплітуди струму I_m та зсуву фаз φ :

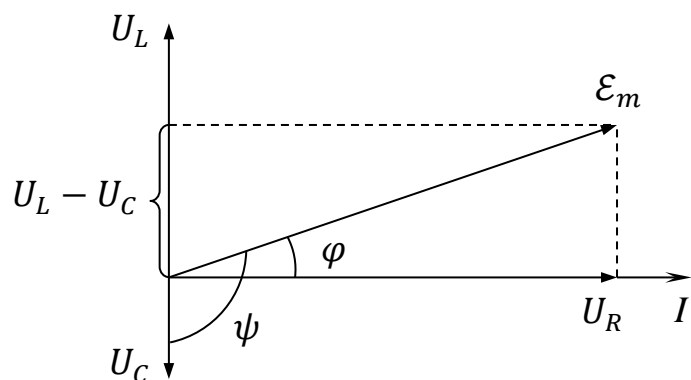


Рис. 3.15

$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}, \quad (3.90)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}. \quad (3.91)$$

Явище різкого зростання амплітуди в момент збігу частоти збуджувальної сили з власною частотою коливань системи називається резонансом.

Амплітуда сили струму має максимальне значення при $\omega L - 1/\omega C = 0$. Отже, резонансна частота для сили струму співпадає з власною частотою контуру:

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} . \quad (3.92)$$

При резонансі струму його величина визначається тільки активним опором

$$I = \mathcal{E}/R .$$

Змінний струм. Змінним струмом називають електричний струм, який змінюється у часі. В загальному розумінні до змінного струму відносять різні види імпульсних, пульсуючих, періодичних і квазіперіодичних струмів. В техніці під змінним струмом розуміють періодичні або майже періодичні струми змінного напрямку. Найбільш застосований гармонічний (або синусоїдальний) змінний струм, сила якого змінюється у часі за гармонічним законом.

Отже, гармонічний змінний струм (надалі просто змінний струм) можна розглядати як вимушені електричні коливання під дією зовнішньої напруги (вона відіграє роль зовнішньої е.р.с. \mathcal{E})

$$U = U_m \cos \omega t . \quad (3.93)$$

При цьому струм у колі змінюється за законом

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi) . \quad (3.94)$$

Вираз для амплітуди сили струму

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad (3.95)$$

можна формально трактувати як закон Ома для амплітудних значень струму і напруги, тобто як **закон Ома для змінного струму**.

Вираз

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \quad (3.96)$$

являє собою аналог електричного опору в колі постійного струму і називається *повним опором кола змінного струму* або *імпедансом*.

Імпеданс складається з двох членів:

R – активний опір, $X = \omega L - 1/\omega C$ – реактивний опір.

У свою чергу, реактивний опір також складається з двох членів:

$$X_L = \omega L - \text{індуктивний опір}, X_C = 1/\omega C - \text{ємнісний опір}.$$

Між активним і реактивним опором існує принципова різниця, яка полягає в тому, що тільки активний опір визначає необернені процеси в колі, такі, наприклад, як перетворення електромагнітної енергії у джоулеве тепло.

Крім того, активний опір – це властивість самого провідника, і він визначається, як і для кіл постійного струму, питомим електричним опором і геометрією провідника. А реактивний опір залежить не тільки від індуктивності котушки та ємності конденсатора, а й від частоти струму ω . При цьому індуктивний опір із збільшенням частоти зростає, а ємнісний зменшується.

Миттєве значення потужності дорівнює добутку миттєвих значень напруги і струму:

$$P(t) = UI = U_m I_m \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi).$$

Практичний інтерес має середнє значення потужності за період коливання:

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T UI dt = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi.$$

З векторної діаграми $U_m \cos \varphi = I_m R$. Тому

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_m^2 R. \quad (3.97)$$

Таку саму потужність розвиває постійний струм $I = I_m / \sqrt{2}$.

Величини

$$I = I_m / \sqrt{2}, \quad U = U_m / \sqrt{2} \quad (3.98)$$

називають *діючими* або *ефективними* значеннями струму та напруги. Всі амперметри і вольтметри градуйовані за діючими значеннями струму та напруги.

Вираз середньої потужності через діючі значення струму та напруги має вигляд

$$\langle P \rangle = UI \cos \varphi, \quad (3.99)$$

де множник $\cos \varphi$ називається *коефіцієнтом потужності*. Отже, потужність, яка виділяється у колі, залежить не тільки від сили струму та напруги, але ще й від зсуву фаз між струмом і напругою.

Джерело струму завжди видає більшу потужність, ніж та, яку бере споживач. Решта потужності перекачується в реактивну потужність, тобто вона даремно перетворюється

ся в енергію електричного та магнітного полів. Тому намагаються збільшити коефіцієнт потужності за рахунок зменшення реактивного опору, тобто забезпечення рівності індуктивного та ємнісного опорів ($X_L = X_C$).

При $\varphi = \pi/2$ значення $\langle P \rangle = 0$, які б не були величини I та U . У цьому випадку вся енергія даремно "коливається" між генератором і зовнішнім колом.

4. ОПТИКА

До середини 19-го сторіччя *хвильова природа світла* вважалась доведеною остаточно. Її підтверджували явища інтерференції і дифракції.

Однак і *хвильова теорія світла*, навіть в її електромагнітній формі, виявилась недостатньою для пояснення всієї сукупності оптичних явищ. Вперше це було усвідомлено при розгляді *рівноважного (чорного) випромінювання* та *фотоелектричного ефекту*; поняття і принципи класичної фізики не можна було застосувати для пояснення закономірностей цих явищ. Була сформульована *квантова (корпускулярна) теорія світла*, згідно з якою в певних фізичних явищах світло поводить себе як потік частинок – *квантів світла*. Кванти світла ще називаються *фотонами*.

Таким чином, сучасна фізика на питання, що таке світло дає парадоксальну відповідь: і хвиля і частинки. Цей парадокс було названо *корпускулярно-хвильовим дуалізмом*. Тобто світло має подвійну природу. При цьому в одних явищах (інтерференція, дифракція, поляризація) переважає його *хвильова природа*, в інших (випромінювання абсолютно чорного тіла, фотоелектричний ефект, ефект Комптона) – *корпускулярна*.

Було б безнадійно тлумачити корпускулярно-хвильовий дуалізм в дусі уявлень класичної фізики. Людська уява не здатна створити образ, який одночасно володіє і властивостями корпускули, і властивостями хвилі. Однак природа значно багатша за уяву людини. При її вивченні треба керуватися не тим, що доступне уяві людини, а тим, що дають спостереження і дослід. Відмітимо вже зараз, що звичайні корпускули – електрони, нейтрони, атоми, молекули та ін. – також мають хвильові властивості.

Сучасна наука про світло розпалась на дві великі частини. Перша з них – це *класична хвильова оптика*; друга – *квантова оптика*.

4.1. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ. ОПТИЧНИЙ ДІАПАЗОН

Властивості електромагнітних хвиль. Існування електромагнітних хвиль було теоретично передбачено Максвеллом як прямий наслідок з рівнянь електромагнітного поля. Це було принципово нове фізичне явище: електромагнітне поле здатне існувати самотійно – без електричних зарядів і струмів. При цьому зміна його стану обов'язково має хвильовий характер. Будь-яка зміна у часі магнітного поля збуджує поле електричне,

зміна ж поля електричного, у свою чергу, збуджує магнітне поле. За рахунок неперервного взаємоперетворення або взаємодії вони зберігаються – електромагнітне збурення поширюється у просторі. Електромагнітні хвилі у вакуумі завжди поширюються з швидкістю світла c .

Теорія Максвелла не тільки передбачила можливість існування електромагнітних хвиль, але й дозволила встановити всі їх основні властивості. Будь-яка електромагнітна хвиля незалежно від її конкретної форми (це може бути гармонічна хвиля або електромагнітне збурення довільної форми) характеризується наступними загальними властивостями:

1) швидкість поширення електромагнітної хвилі у непровідному нейтральному неферромагнітному середовищі

$$v = c / \sqrt{\varepsilon\mu}, \quad \text{де} \quad c = 1 / \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \quad - \text{швидкість світла у вакуумі}; \quad (4.1)$$

2) вектори \vec{E} , \vec{B} і \vec{v} (швидкість хвилі) взаємно перпендикулярні і утворюють правогвинтову систему (рис. 4.1). Таке правогвинтове співвідношення є внутрішньою властивістю електромагнітної хвилі, яка не залежить від координатної системи;

3) в електромагнітній хвилі вектори \vec{E} і \vec{B} завжди коливаються в однакових фазах (рис. 4.1, де показана миттєва "фотографія" хвилі), причому між миттєвими значеннями E і B у будь-якій точці існує певний зв'язок, а саме

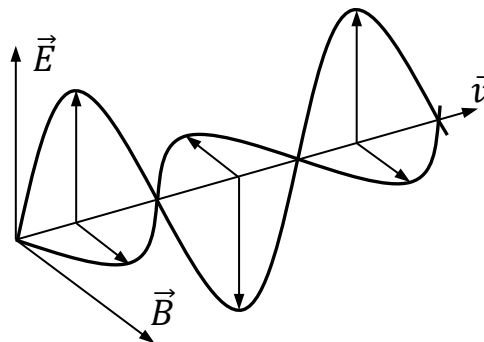


Рис. 4.1

$$E = vB \quad \text{або} \quad \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H. \quad (4.2)$$

Це означає, що E і H (або B) одночасно досягають максимуму, одночасно обертаються у нуль і т. д.

Вектор Умова-Пойнтінга. З електромагнітною хвилею пов'язаний перенос енергії. Енергію електромагнітного поля зручно характеризувати об'ємною густиною енергії w (енергія, що міститься в одиниці об'єму). Пойнтінг отримав вираз для об'ємної густини енергії w скориставшись рівняннями Максвелла. У звичайному ізотропному середовищі з проникністями ε і μ , яке не містить сегнетоелектриків і ферромагнетиків (тобто не має

явища гістерезису) об'ємна густина енергії електромагнітного поля дорівнює сумі об'ємних густин енергії електричного і магнітного полів:

$$w = w_e + w_m = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (4.3)$$

У даному середовищі справедливе співвідношення (4.2), а це означає, що об'ємна густина електричної енергії в біжучій хвилі дорівнює об'ємній густині магнітної енергії. Тому (4.3) можна записати у вигляді

$$w = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0} EH = \frac{EH}{v}, \quad (4.4)$$

де v – швидкість хвилі.

Так як енергія переміщається разом з електромагнітною хвилею, то вводять поняття потоку енергії. *Потоком енергії називається кількість енергії, що переноситься хвилею через певну поверхню за одиницю часу.* Потік енергії у різних точках поверхні може мати різну інтенсивність. Для характеристики цієї обставини вводять поняття густини потоку енергії S . *Густина потоку енергії – це потік енергії через одиничну площинку, яка перпендикулярна до напрямку переносу енергії.* Густина потоку енергії зв'язана з об'ємною густиною енергії простим співвідношенням: якщо густину енергії помножити на швидкість поширення енергії (тобто на швидкість хвилі), то отримуємо густину потоку енергії. Таким чином, для густини потоку енергії маємо:

$$S = wv = EH. \quad (4.5)$$

Вектори E і H взаємно ортогональні та утворюють з напрямом поширення хвилі правогвинтову систему. Це означає, що напрям вектора $[\vec{E}, \vec{H}]$ співпадає з напрямом переносу енергії, а модуль цього вектора дорівнює EH . Тому можна записати

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]. \quad (4.6)$$

Вектор густини потоку електромагнітної енергії \vec{S} називається вектором Умова-Пойнтінга.

Рівняння електромагнітної хвилі. Особливий інтерес являє собою плоска біжуча гармонічна хвиля, рівняння якої записується так:

$$E = E_m \cos(\omega t - kx), \quad H = H_m \cos(\omega t - kx), \quad (4.7)$$

де E_m, H_m – амплітуди; ω – циклічна частота хвилі, k – хвильове число, а знак мінус у

дужках означає, що хвиля поширюється у додатному напрямку вісі X . Хвильове число

$$k = 2\pi/\lambda = \omega/c. \quad (4.8)$$

Для того, щоб звільнитися від використання системи координат, рівняння електромагнітної хвилі записується за допомогою векторних позначень. При цьому вводять поняття хвильового вектора \vec{k} , модуль якого дорівнює хвильовому числу, а напрямок співпадає з напрямком поширення хвилі.

Практично всі дії світла пов'язані з вектором \vec{E} , який ще називають *світловим вектором*, то в подальшому в основному будемо використовувати рівняння для вектора напруженості електричного поля

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \quad (4.9)$$

де \vec{r} – радіус вектор, що характеризує точку простору, в якій розглядається електромагнітна хвиля.

Інтенсивність електромагнітної хвилі (світла). Інтенсивністю електромагнітної хвилі називається усереднене за часом значення густини потоку енергії:

$$I = \langle S \rangle. \quad (4.10)$$

У випадку біжучої гармонічної електромагнітної хвилі об'ємна густина енергії згідно (4.4) дорівнює

$$w = \varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r}).$$

Густина ж потоку енергії, як випливає з (4.5),

$$S = wv = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0/\mu\mu_0} E_m^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \quad (4.11)$$

де враховано, що швидкість визначається за формулою (4.1).

Інтенсивність такої хвилі дорівнює середньому значенню потоку енергії (4.10) і прийнявши до уваги, що при усередненні (4.11) середнє значення квадрату косинуса дорівнює $1/2$, отримуємо

$$I = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0/\mu\mu_0} E_m^2/2. \quad (4.12)$$

Звернемо увагу на те, що *інтенсивність I пропорційна квадрату амплітуди світлового вектора $I \sim E_m^2$* .

Імпульс електромагнітної хвилі. Перенос енергії електромагнітної хвилі супроводжується й переносом імпульсу. Введемо поняття *густини імпульсу \vec{G} електромагні-*

тного поля як величину, яка чисельно дорівнює імпульсу поля в одиниці об'єму. Розрахунок, який ми не будемо тут наводити, показує, що густина імпульсу

$$\vec{G} = \vec{S}/c^2. \quad (4.13)$$

Для електромагнітної хвилі у вакуумі згідно з (4.11) $S = wc$ і тоді

$$G = w/c. \quad (4.14)$$

Тиск світла. При поглинанні або відбиванні світла тілом останньому, за законом збереження передається деякий імпульс, який дорівнює різниці імпульсів пучка світла до і після поглинання або відбивання. В результаті на тіло діє відповідна сила та виникає світловий тиск.

Якщо електромагнітна хвиля падає нормально на плоску поверхню твердого тіла і повністю поглинається ним, то тиск світла дорівнює імпульсу, який передається одиниці поверхні тіла за одиницю часу:

$$p = Gc = w.$$

При повному відбиванні поверхні тіла передається імпульс вдвічі більший, тому вдвічі більший тиск. Якщо світло поглинається частково, то об'ємна густина енергії, яка поглинається дорівнює $w_{\text{пог}} = \alpha w$, а відбивається – $w_{\text{від}} = (1 - \alpha)w$ (де α – коефіцієнт поглинання). Тоді тиск може бути поданий у вигляді

$$p = \alpha w + 2(1 - \alpha)w = (2 - \alpha)w. \quad (4.15)$$

Оптичний діапазон. В оптиці використовується як циклічна частота

$$\omega = 2\pi/T, \quad (4.16)$$

де T – період коливач хвилі, так і частота

$$\nu = 1/T, \quad (4.17)$$

які зв'язані очевидним співвідношенням

$$\omega = 2\pi\nu. \quad (4.19)$$

Довжина хвилі – це відстань, на яку поширюється хвиля за час, що дорівнює періоду коливач

$$\lambda = \nu T. \quad (4.20)$$

Розрізняють декілька видів електромагнітних хвиль: радіохвилі, оптичний діапазон, рентгенівське та гамма-випромінювання.

Оптичний діапазон складається з інфрачервоного, видимого та ультрафіолетового

випромінювання.

Видимий діапазон містить електромагнітні хвилі, які сприймаються людським оком. Границя діапазону цих хвиль залежить від індивідуальних особливостей ока та лежить приблизно в межах

$$\lambda = 380 \div 760 \text{ нм.}$$

Діапазон інфрачервоного випромінювання: $\lambda = 760 \div 10^6 \text{ нм} = 1 \text{ мм.}$

Діапазон ультрафіолетового випромінювання: $\lambda = 12 \div 380 \text{ нм.}$

4.2. ДИСПЕРСІЯ І ПОГЛИНАННЯ СВІТЛА

Абсолютний показник заломлення. Швидкість поширення електромагнітної хвилі (4.1) – це так звана *фазова швидкість хвилі, тобто швидкість, з якою поширюється певне значення фази хвилі* – величини в дужках у формулах (4.7), (4.9). Саме фаза характеризує певний стан руху частинок середовища при проходженні хвилі.

Абсолютним показником заломлення середовища (часто просто показником заломлення) називається відношення фазової швидкості світла у вакуумі до фазової швидкості світла в цьому середовищі:

$$n = c/v. \quad (4.21)$$

Згідно з (4.1)

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu}. \quad (4.22)$$

Для більшості прозорих середовищ магнітна проникність $\mu \approx 1$, а тому відповідний показник заломлення

$$n = \sqrt{\varepsilon}. \quad (4.23)$$

Значення показника заломлення характеризує оптичну густину середовища. Чим більше n , тим оптично густіше середовище.

Коли світлова хвиля переходить з одного середовища в інше, її частота не змінюється, а змінюється швидкість поширення світла і довжина хвилі. Якщо довжина світлової хвилі у вакуумі λ_0 , то довжина хвилі в середовищі:

$$\lambda = \lambda_0/n. \quad (4.24)$$

Дисперсія світла. Формула (4.23) зв'язує оптичні властивості середовища з його електричними властивостями. Діелектрична проникність ε обумовлена поляризацією се-

редовища, тобто зміщенням заряджених частинок всередині атомів і молекул під дією зовнішнього електричного поля. Атоми і молекули характеризуються власними частотами, так що амплітуди і фази вимушених коливань електронів і ядер залежать від частоти зовнішнього електричного поля, наприклад світлової хвилі. Особливо сильна залежність проявляється у випадках, коли частота світлової хвилі близька до однієї з власних частот атомів та молекул і спостерігається резонанс, який проявляється у сильному поглинанні світла.

Усі речовини, за виключенням вакууму, характеризуються залежністю діелектричної проникності від частоти. Це пояснює *дисперсію світла*, тобто *залежність швидкості поширення електромагнітних хвиль v (або показника заломлення n) від частоти (або довжини) хвилі*.

В області частот, де поглинання світла невелике, показник заломлення n зростає із збільшенням частоти. В цьому випадку кажуть, що *дисперсія нормальна*. Наприклад, для прозорих безколірових речовин у видимій області спектру графік залежності $n(\omega)$ має вигляд, який показаний на рис. 4.2.



Рис. 4.2

В області частот сильного поглинання показник заломлення n спадає із збільшенням частоти. Таку *дисперсію* називають *аномальною*. Аномальну дисперсію важко спостерігати внаслідок сильного поглинання. На рис. 4.3 показаний графік залежності $n(\omega)$ з ділянками нормальної і аномальної дисперсії. Відмітимо, що область аномальної дисперсії співпадає з полозою поглинання $\alpha(\omega)$.

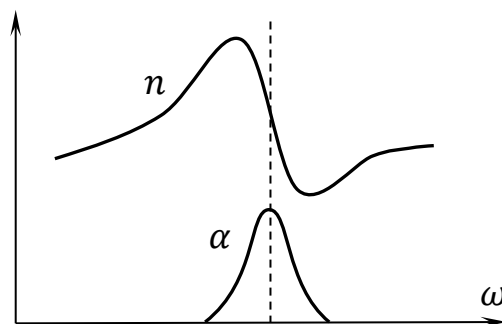


Рис. 4.3

Групова швидкість. До цього ми розглядали гармонічні хвилі (4.9), що характеризуються однією циклічною частотою коливання ω . Такі хвилі називаються *монохроматичними*. Строго монохроматична хвиля – це ідеалізація. Таких хвиль у природі не існує. Будь-яка реальна хвиля, згідно з теоремою Фур'є, може бути представлена як суперпозиція монохроматичних хвиль з різними амплітудами і частотами ω в деякому інтервалі

$\Delta\omega$. Суперпозицію хвиль, які мало відрізняються одна від одної за частотами ($\Delta\omega \ll \omega$), називають *хвильовим пакетом* або *групою хвиль*.

У вакуумі всі монохроматичні хвилі, які утворюють хвильовий пакет, поширюються з однаковою фазовою швидкістю $c = \omega/k$. З такою швидкістю поширюється й сам хвильовий пакет, не змінюючи своєї форми.

В середовищі, де спостерігається дисперсія, хвильовий пакет розповзається, оскільки швидкості його монохроматичних складових розрізняються одна від одної, і поняття швидкості такої хвилі потребує уточнення.

Якщо дисперсія достатньо мала, то розповзання хвильового пакету відбувається досить повільно. У цьому випадку хвильовому пакету можна приписати швидкість u , з якою переміщується його "центр ваги". Це так звана *групова швидкість*. Відповідний розрахунок дає, що групова швидкість визначається за формулою

$$u = \frac{d\omega}{dk} . \quad (4.25)$$

Розглянемо питання про швидкість поширення енергії, що переноситься електромагнітною хвилею. Перш за все відмітимо, що фазова швидкість монохроматичної хвилі не має нічого спільного з швидкістю переносу енергії. Фазова швидкість встановлює лише зв'язок між фазами коливань в різних точках простору.

Строго монохроматична хвиля не може бути використана для передачі сигналу, оскільки вона не має ні початку, ні кінця у часі і просторі. Поширення сигналу пов'язане з переміщенням змін амплітуди. В області спектру, де поглинання досить мало, швидкість переносу енергії у групі хвиль співпадає з груповою швидкістю.

Прямі вимірювання швидкості світла зводяться до вимірювання відстані, яку проходить світловий сигнал (імпульс) за певний проміжок часу. Цей метод практично дає групову швидкість. Теж саме відноситься до всіх відомих методів непрямих вимірювань швидкості світла. Фазову ж швидкість (точніше, відношення фазових швидкостей у двох різних середовищах) можна визначити за відношенням показників заломлення.

Поглинання світла. Проходження світлової хвилі через речовину супроводжується втратою енергії цієї хвилі, яка перетворюється на інші види енергії, передусім на енергію хаотичного теплового руху частинок речовини. Тому інтенсивність світла при прохо-

дженні через речовину зменшується – світло поглинається речовиною.

Зменшення інтенсивності світла I на виході з речовини можна визначити за **законом Бугера**:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (4.26)$$

де I_0 – інтенсивність падаючого світла; x – товщина шару речовини; α – коефіцієнт поглинання світла, який залежить від частоти світла, хімічної природи і стану речовини та не залежить від інтенсивності світла.

Для всіх речовин поглинання має *селективний* характер, що обумовлено залежністю коефіцієнта поглинання від частоти світла. Для рідких і твердих речовин сильне поглинання виявляється в достатньо широких інтервалах частот хвиль. У випадку газів або парів металів при невеликих тисках спостерігаються різкі максимуми поглинання у дуже вузьких спектральних інтервалах. Ці максимуми відповідають резонансним частотам коливань електронів в середині атомів, які практично не взаємодіють між собою. При підвищенні тиску максимуми розширюються та при високих тисках спектри поглинання наближаються до спектрів поглинання рідин. Це пов'язано із збільшенням взаємодії між атомами.

Селективне поглинання обумовлює колір речовин. Поглинання може відбуватися як в об'ємі речовини, так і в поверхневому шарі. Якщо у видимій області спектру немає селективного поглинання, то речовина прозора. Якщо частоти селективного поглинання припадають на видимий діапазон, то речовина забарвлюється у додатковий колір до частот поглинання.

При відбиванні світла від поверхні найбільш інтенсивно відбиваються ті ділянки спектру, які при проходженні шару речовини найбільш сильно поглинаються. Тому колір речовини, який виникає за рахунок селективного відбивання, є додатковим до кольору тієї ж речовини внаслідок селективного поглинання. Наприклад, кусок золота має жовто-червоний колір, але якщо взяти дуже тонку золоту пелюстку, то при спостереженні у прохідному світлі її колір глибоко блакитний.

Відмітимо, що можна створити такий стан атомів речовини, при якому коефіцієнт поглинання α стає від'ємним, та при проходженні світла через речовину в такому (інверсному, як кажуть) стані супроводжується підсиленням його інтенсивності. Саме це й здій-

снюється у лазерах.

4.3. ФОТОМЕТРИЧНІ ПОНЯТТЯ І ВЕЛИЧИНИ

Людське око реєструє енергетичні характеристики світла, але дія світла на око (світлове відчуття) досить сильно залежить від довжини хвилі. Чутливість нормального середнього людського ока до світла різної довжини хвилі характеризується *спектральною світловою ефективністю* $V(\lambda)$. Найбільш чутливе око до світла з довжиною 555 нм (зелена частина спектру), тобто $V(555 \text{ нм}) = \max$. Більш зручно користуватись *відносною спектральною світловою ефективністю*

$$K(\lambda) = V(\lambda)/V(555 \text{ нм}), \quad (4.27)$$

$K(555 \text{ нм}) = 1$, а поза видимого діапазону $K = 0$ (Рис. 4.4).

Основними енергетичними характеристиками світла є *потужність випромінювання* P (кількість енергії, яка випромінюється за одиницю часу) та *спектральна густина потужності випромінювання*:

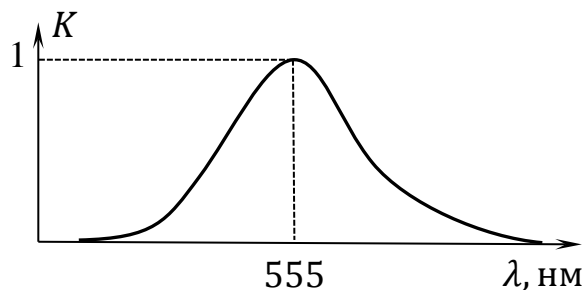


Рис. 4.4

$$P_\lambda = dP/d\lambda, \quad (4.28)$$

де dP – потужність, що припадає на інтервал довжин хвиль $(\lambda, \lambda + d\lambda)$.

У багатьох випадках цікаві не самі енергетичні характеристики світла, а ті суб'єктивні відчуття, які з ним пов'язані. Наприклад, необхідно визначити освітленість робочого місця, яка найбільш придатна для роботи. За допомогою енергетичних характеристик світла цього зробити не можна, тому що одна й та ж потужність випромінювання викликає різні відчуття освітленості при різних спектральних складових світла. Для вирішення таких питань користуються іншими, відмінними від енергетичних величинами, які називаються *фотометричними*. Енергетичні і фотометричні величини взаємопов'язані.

Основною фотометричною величиною є сила світла I . *Силою світла джерела I в заданому напрямку називають світловий потік в цьому напрямку, який віднесений до одиниці тілесного кута*. Звичайно, це поняття відносять до *точкового джерела світла*, тобто характеризують ним джерело на відстанях, які набагато більші лінійних розмірів

джерела. Одиницею сили світла є кандела (кд).

Світловий потік $d\Phi$ у заданому напрямку знаходиться як добуток сили світла \mathcal{I} джерела на тілесний кут $d\Omega$, в який поширюється світло:

$$d\Phi = \mathcal{I}d\Omega. \quad (4.29)$$

Повний світловий потік, що виходить з джерела дорівнює

$$\Phi = \int \mathcal{I}d\Omega,$$

де інтеграл береться по повному тілесному куту 4π .

Світловий потік вимірюється в люменах (лм) і є аналогом потужності випромінювання. Спектральна густина світлового потоку Φ_λ зв'язана з спектральною густиною потужності співвідношенням:

$$\Phi_\lambda = V(555 \text{ нм})K(\lambda) \cdot P_\lambda, \quad (4.30)$$

де $V(555 \text{ нм}) = 683 \text{ лм/Вт}$.

Для джерел світла скінченних розмірів (не точкових) вводиться поняття *яскравості* L . Яскравістю поверхні у заданому напрямку називається світловий потік $d\Phi$, який виходить з площинки $d\sigma$ джерела в цьому напрямку, віднесений до тілесного кута і до одиниці видимої частини площинки:

$$L = \frac{d\Phi}{d\Omega d\sigma \cos \theta} = \frac{d\mathcal{I}}{d\sigma \cos \theta}, \quad (4.30)$$

де θ – кут між нормаллю до площинки і заданим напрямком поширення світла, а $d\mathcal{I} = d\Phi/d\Omega$ – сила світла площинки $d\sigma$ у цьому ж напрямку.

Одиниця яскравості – кд/м².

Джерела світла, яскравість яких не залежить від напрямку випромінювання, називаються *ламбертовськими*. Випромінювання від таких поверхонь має дифузний характер. Ламбертовським джерелом можна вважати лампу розжарювання з матовою колбою.

Світимістю M називається повний світловий потік, який випромінюється від одиниці світної поверхні в один бік, тобто у тілесний кут 2π . Для ламбертовських поверхонь

$$M = \pi L. \quad (4.31)$$

Всі попередні величини характеризували процес випромінювання. Зараз розглянемо падіння випромінювання на елемент поверхні dS . Це явище характеризується ве-

личиною, яка називається освітленістю. *Освітленістю E називається світловий потік, який припадає на одиницю поверхня, що освітлюється:*

$$E = d\Phi/dS. \quad (4.32)$$

Одиницею освітленості є люкс (лк).

Освітленість від точкового джерела з силою світла J на відстані r визначається за формулою

$$E = \frac{J}{r^2} \cos \theta, \quad (4.33)$$

де θ – кут падіння.

Світловою експозицією називається величина

$$dH = \Phi dt,$$

де dt – проміжок часу, протягом якого випромінюється або сприймається світловий потік Φ .

4.4. ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА

Закони геометричної оптики. Довжини світлових хвиль видимого діапазону дуже малі (менші 1 мкм). Тому поширення світла у багатьох випадках можна розглядати не звертаючи уваги на його хвильову природу, і вважати, що світло поширюється вздовж променів. При граничному переході ($\lambda \rightarrow 0$) закони оптики можна сформулювати мовою геометрії. Відповідний розділ оптики називається геометричною оптикою.

В основі геометричної оптики лежить **принцип Ферма**, згідно з яким світло при поширенні з однієї точки в іншу обирає шлях, якому відповідає найменший час поширення.

З принципу Ферма випливають закони геометричної оптики.

1. **Закон прямолінійного поширення світла.** В однорідних середовищах світло поширюється прямолінійно.

2. **Закон незалежності поширення світлових променів.** Світлові промені, поширюючись у просторі, при перетині не впливають один на одного.

3. **Закон відбивання світла.** Промінь падаючий, промінь відбитий і нормаль, поставлена в точку падіння, лежать в одній площині, а кут падіння дорівнює куту відбивання: $\varphi = \varphi'$ (Рис. 4.5).

4. **Закон заломлення світла (закон Снелліуса).** Промінь падаючий, промінь заломлений і перпендикуляр, поставлений в точку падіння, лежать в одній площині; при будь-якому куті падіння має місце співвідношення:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (4.34)$$

де n_{21} – відносний показник заломлення другого середовища відносно першого.

5. **Закон оборотності (взаємності) світлових променів.** Промінь, який пущений у зворотному напрямку падаючому, вийде як падаючий.

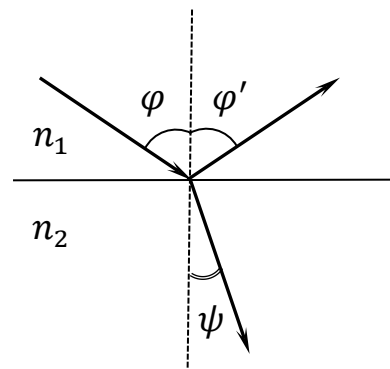


Рис. 4.5

Тонка лінза. Оптичною лінзою називається тіло з прозорі речовини, яке обмежене двома сферичними або іншої форми поверхнями. Лінзу вважають тонкою, якщо її товщиною можна знехтувати порівняно з радіусами кривизни поверхонь.

Формула тонкої лінзи у повітрі:

$$\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}, \quad \frac{1}{f'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad (4.35)$$

де x і x' – відстані від лінзи до джерела S і його зображення S' , f' – задня фокусна відстань (відстань від лінзи до заднього фокусу F'). Тут прийняте наступне *правило знаків*: відрізки, що відраховується від лінзи протилежно ходу променів, тобто вліво на рис. 4.6, вважаються від'ємними, а за ходом променів (вправо від лінзи) – додатними. Це відноситься й до радіусів кривизни поверхонь лінзи, R_1 і R_2 , – передній і задній. Для лінзи, що зображена на рис. 4.6, $R_1 > 0$, а $R_2 < 0$.

Таким чином, всі величини (крім показника заломлення n), які фігурують у формулі (4.35), *алгебраїчні*. Це у багатьох випадках дуже зручно: наприклад, виявиться, що $x' < 0$, то це відразу вказує на те, що зображення знаходиться зліва від лінзи, тобто уявне.

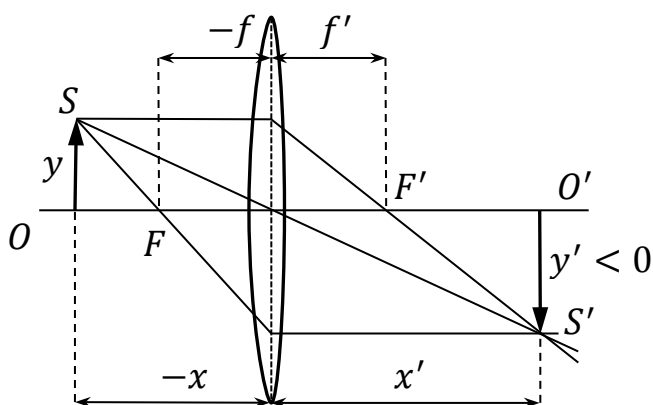


Рис. 4.6

Величину

$$D = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (4.36)$$

називають *оптичною силою лінзи*. Вона вимірюється в діоптріях (1 дптр = 1/м). Оптична сила не залежить від напрямку ходу променів. Якщо $D > 0$, то лінза *збірна*, а якщо $D < 0$, то *розсіювальна*.

Лінійне збільшення лінзи

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x}. \quad (4.37)$$

4.5. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА

Інтерференція і умови її спостереження. *Інтерференцією називається зміна середньої густини потоку енергії, яка обумовлена суперпозицією електромагнітних хвиль.* Інтерференція світла проявляється у підсиленні інтенсивності світла в одних точках простору та послабленні в інших. Якщо накладаються два пучки світла, то інтерференція називається *двохпроменевою*, якщо багато пучків, то – *багатопрменевою*. Необхідною умовою інтерференції є когерентність джерел світла. Пояснимо це на прикладі *двохпроменевої інтерференції*.

Інтенсивність світла згідно з (4.10), (4.12) визначається середнім значенням квадрату напруженості електричного поля світлової хвилі:

$$I = \langle \vec{E}^2 \rangle.$$

Нехай у деякій точці простору перекриваються два пучки світла

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Якщо піднести до квадрату та зробити усереднення за часом, то одержимо:

$$I = I_1 + I_2 + I_{12},$$

де $I_{12} = 2\langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle$, враховує взаємодію променів та називається *інтерференційним членом*.

Якщо взяти незалежні джерела світла, наприклад, дві електричні лампочки, то повсякденний досвід вказує, що

$$I = I_1 + I_2,$$

тобто інтерференційний член обертається в нуль. У цьому випадку кажуть, що промені

(джерела світла) не корелюють або не когерентні між собою.

Однак, якщо промені, які накладаються, не незалежні, то $I_{12} \neq 0$ та

$$I \neq I_1 + I_2,$$

тобто в одних точках простору результуюча інтенсивність світла більша, в інших менша за суму інтенсивностей променів, що накладаються. При цьому кажуть, що промені (джерела світла) когерентні.

Сформулюємо більш точне визначення когерентності. *Когерентними називаються хвилі з однаковими частотами і сталою в часі різницею фаз.*

Розглянемо суперпозицію двох монохроматичних хвиль однієї частоти, і вектори напруженості електричного поля яких коливаються в паралельних площинах:

$$E_1 = E_{m1} \cos(\omega t - kx_1 + \varphi_1),$$

$$E_2 = E_{m2} \cos(\omega t - kx_2 + \varphi_2),$$

де φ_1, φ_2 – початкові фази.

Сумарна інтенсивність таких хвиль визначається за формулою:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (\text{для однакових амплітуд } I = 2I_1 + 2I_1 \cos \delta),$$

де $\delta = k(x_1 - x_2) + (\varphi_2 - \varphi_1)$ – різниця фаз хвиль у точці спостереження.

У більшості методів отримання когерентних хвиль останні мають однакові початкові фази і $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$. З урахуванням формул (4.8) і (4.24) отримуємо:

$$\delta = 2\pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = 2\pi \frac{n(x_1 - x_2)}{\lambda_0} = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda_0}, \quad (4.38)$$

де λ_0 – довжина світла у вакуумі; $\Delta = n(x_1 - x_2)$ – оптична різниця ходу променів.

Отже, при розрахунку різниці фаз у середовищі зручно вважати довжину хвилі та хвильовий вектор рівними їх значенням у вакуумі, а в якості довжини шляху брати *оптичну довжину шляху, яка дорівнює геометричній довжині, що помножена на показник заломлення*. У вакуумі оптична довжина шляху дорівнює геометричній.

Максимум інтенсивності світла

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (\text{для однакових амплітуд } I = 4I_1)$$

буде спостерігатись, коли $\cos \delta = 1$ та $\delta = 2\pi m$ ($m = 0, 1, 2, \dots$).

Мінімум інтенсивності світла

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (\text{для однакових амплітуд } I = 0)$$

буде спостерігатись, коли $\cos \delta = -1$ та $\delta = (2m + 1)\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$).

З формули (4.38) можна визначити оптичну різницю ходу, при якій виконуються умови максимуму і мінімуму інтерференції світла:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda_0}{2} - \max, \quad (4.39)$$

$$\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} - \min. \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (4.40)$$

Отже, якщо в оптичній різниці ходу укладається парна кількість півхвиль, то спостерігається максимум інтерференційної картини, а якщо непарна кількість півхвиль, то мінімум.

Способи отримання когерентних хвиль. Світлові хвилі, що випромінювані різними незалежними джерелами світла, завжди некогерентні. Тому необхідно якимось поділити світло, випромінюване одним джерелом, на дві частини, які з огляду на однаковість походження мають бути когерентними і при накладанні інтерферувати.

Отримання когерентних хвиль для реалізації інтерференції в оптиці здійснюють двома способами: 1) поділом хвильового фронту; 2) поділом амплітуди хвилі.

До методів поділу хвильового фронту відносяться: схема Юнга, біпризма Френеля, білінза Бійє, дзеркало Ллойда, бідзеркало Френеля.

Інтерференція методом поділу амплітуди має більше практичне значення. Двохпроменева інтерференція, що здійснюється поділом амплітуди, використовується в інтерферометрах Майкельсона, Маха-Цендера, Тваймана-Гріна, Жамена, а багатопроменева в інтерферометрі Фабрі-Перо, пластинці Люммера-Герке, ешелоні Майкельсона. Цікавим прикладом багатопроменевої інтерференції є інтерференція в тонких плівках.

Розглянемо простіший спосіб ділення хвильового фронту за схемою Юнга (рис. 4.7). Яскравий паралельний пучок світла падає на екран з щілиною S . Світло від джерела S потрапляє на другий екран з двома щілинами S_1 і S_2 , внаслідок чого утворюються два джерела світла, які когерентні, оскільки мають спільне походження. На екрані там, де перекриваються пучки світла від джерел S_1 і S_2 , спостерігаються паралельні інтерференційні смуги.

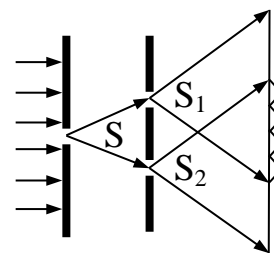


Рис. 4.7

Інтерференція в тонких плівках. Методом поділу амплітуди когерентні хвилі

утворюються за допомогою тонкої плівки подвійним відбиттям від її верхньої і нижньої поверхонь.

Розглянемо плоскопаралельну прозору пластинку (плівку) завтовшки d із показником заломлення n . Нехай показник заломлення оточуючого середовища $n_0 < n$. Розрахуємо оптичну різницю ходу променів, які відбилися від верхньої та нижньої границі пластинки (рис. 4.8). При цьому слід враховувати існуючий в оптиці закон: *при відбиванні світла від оптично більш густого середовища фаза відбитого променя змінюється на π , що відповідає оптичній різниці ходу $\lambda/2$* .

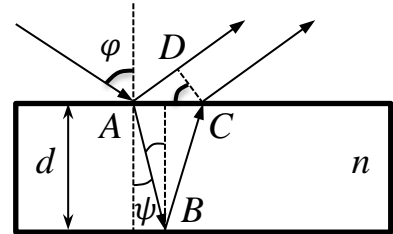


Рис. 4.8

З рис. 4.8 видно, що

$$\Delta = (|AB| + |BC|)n - (|AD|n_0 + \lambda/2).$$

Скориставшись законом заломлення світла і використавши прості математичні перетворення, дістанемо формулу

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \varphi} - \frac{\lambda}{2}. \quad (4.41)$$

Якщо оточуюче середовищу повітря, то $n_0 = 1$ і тоді

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} - \frac{\lambda}{2}. \quad (4.42)$$

Паралельні промені не перетинаються на скінченній відстані. Отже, інтерференційні смуги не можуть виникнути на скінченній відстані і кажуть, що вони локалізовані на нескінченності. Спостерігати інтерференцію можна двома способами: або сфокусувати промені за допомогою лінзи, внаслідок чого у фокальній площині лінзи виникнуть смуги інтерференції, або побачити їх безпосередньо очами, які акомодовані на нескінченність. У цьому випадку інтерференційні смуги утворюються у фокусі зіниці на сітківці ока і створюють відповідне зорове враження.

Якщо на пластинку падає пучок не паралельних променів, то у відбитому світлі присутні промені різних напрямків. Ті з них для яких задовольняється умова (4.39), дають при інтерференції максимум інтенсивності. Кожній інтерференційній смугі на екрані відповідає певне значення кута падіння φ . Таку інтерференційну картину називають *смугами рівного нахилу*.

Якщо товщина пластинки змінна, то від різних ділянок її поверхні пари променів з однаковою різницею фаз поширюються в різних напрямках і отже, картина інтерференції смуг рівного нахилу не виникає. Однак спостерігається інша інтерференційна картина, яка локалізована на поверхні пластини. Таку інтерференційну картину називають *смугами рівної товщини* внаслідок того, що інтенсивність смуг однакова в тих ділянках поверхні, в яких однакова товщина пластинки. Смуги рівної товщини можна спостерігати, якщо сфокусувати лінзу так, щоб на екрані отримати зображення невеликої ділянки поверхні пластинки. Інтерференційні смуги можна побачити також безпосередньо очами, які акомодовані на поверхню пластини.

4.6. ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

Визначення дифракції. *Дифракцією називається сукупність оптичних явищ, які спостерігаються під час поширення світла в середовищах з перешкодами та неоднорідностями, і пов'язані із зміною напрямку поширення світла (порівняно з напрямом, який передбачений законами геометричної оптики) та з просторовим перерозподілом його інтенсивності.* Отже, під дифракцією розуміють будь-яке відхилення від прямолінійного поширення світла, якщо воно не зумовлене відбиванням, заломленням або викривленням (у середовищах, в яких показник заломлення безперервно змінюється) променів. При дифракції світло огинає перешкоди і потрапляє в область геометричної тіні.

Якщо світло поширюється у середовищах, де є дрібні частинки іншої речовини (туман), то у цих випадках кажуть про *розсіювання світла*.

Теорія дифракції світла ґрунтується на **принципі Гюйгенса-Френеля**: *кожна точка хвильового фронту є джерелом вторинних хвиль, які когерентні між собою та інтерферують при накладанні.*

Розрізняють *дифракційні явища Френеля* – явища, що спостерігаються у непаралельних променях (сферичні хвилі), і *дифракційні явища Фраунгофера* – явища, що спостерігаються у паралельних променях (плоскі хвилі).

Метод зон Френеля. Френель запропонував простий графічний метод визначення амплітуди результуючої світлової хвилі. Якщо необхідно визначити амплітуду світлової хвилі у точці спостереження P , то вільну поверхню хвильового фронту за допомогою сферичних поверхонь з центром у точці P поділяють на кільцеві зони однакової ширини

так, щоб відстань від країв кожної зони до точки P відрізнялась на $\lambda/2$. Ці зони Френеля являють собою вторинні фіктивні джерела світла. Оптична різниця ходу між випромінюваннями, які посилають у точку дві сусідні зони Френеля дорівнює $\lambda/2$, а різниця фаз становить π (коливаються у протилежних фазах). Із збільшенням номера зони амплітуда випромінювання в напрямі точки P зменшується: $E_1 > E_2 > E_3 > \dots > E_m$.

Дифракція Френеля на круглому отворі. Застосуємо метод зон Френеля до дифракції сферичних хвиль на круглому отворі. Сферична монохроматична хвиля поширюється від точкового джерела світла S , причому на її шляху розміщено діафрагму з круглим отвором (рис. 4.9). Дифракційна картина на екрані має вигляд концентричних світлих і темних кілець.

Необхідно визначити амплітуду світлової хвилі, яка досягає точки P , розміщеної на одній прямій, що сполучає джерело S і точку P , і проходить через вершину фронту O . Зони Френеля будуються тільки на відкритій отвором частині фронту. Амплітуда результуючої хвилі в точці визначається за формулою:

$$E = E_1 - E_2 + E_3 - \dots \pm E_m.$$

Перепишемо цей вираз у вигляді:

$$E = \frac{E_1}{2} + \left(\frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2} \right) + \left(\frac{E_3}{2} - E_4 + \frac{E_5}{2} \right) + \dots \pm \frac{E_m}{2}.$$

Амплітуди випромінювання від сусідніх зон можна вважати однаковими, отже, вирази в дужках дорівнюють нулю. Звідси дістанемо амплітуду результуючої хвилі в точці P :

$$E = \frac{E_1}{2} \pm \frac{E_m}{2}.$$

Якщо кількість зон Френеля m , які укладаються в отворі, парна – у точці P спостерігається мінімум інтенсивності світла: $E = 0$ і $I = 0$. Тобто в центрі дифракційної картини спостерігається темна пляма. Якщо кількість зон Френеля m , які укладаються в отворі, непарна – у точці P спостеріга-

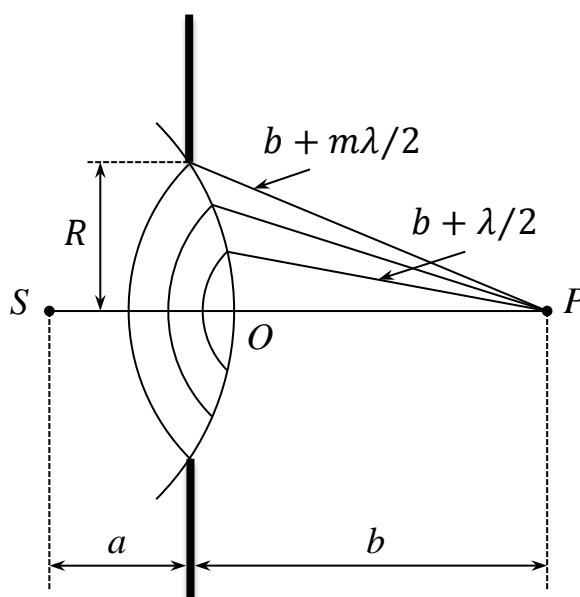


Рис. 4.9

ється максимум інтенсивності світла: $E = E_1$ і $I = E_1^2$. Тобто в центрі дифракційної картини спостерігається світла пляма.

Якщо діафрагму з отвором забрати, амплітуда в точці P дорівнюватиме $E_1/2$, так як при повністю відкритому хвильовому фронті амплітуда випромінювання останньої зони Френеля, яка розміщена діаметрально протилежно точці O , дорівнює нулю. Таким чином, перешкода з отвором, який відкриває невелику непарну кількість зон, може підвищити амплітуду в точці P удвічі, а інтенсивність світла – у чотири рази.

Якщо відомі значення радіуса отвору R , відстаней від джерела світла до діафрагми з отвором a і від діафрагми до точки спостереження b , то можна обчислити кількість відкритих зон Френеля і визначити результат дифракції в точці P , не виконуючи експерименту, а за формулою

$$m = \frac{R^2(a + b)}{ab\lambda}. \quad (4.43)$$

Дифракція Френеля на круглому диску. Застосуємо метод зон Френеля до дифракції сферичних хвиль на круглому непрозорому диску. Результируюча амплітуда випромінювання зумовлена дією відкритої ділянки хвильового фронту в точці P (рис. 4.10) і відрізняється від вільного поширення сферичної хвилі тим, що перші зони Френеля закриті:

$$E = \frac{E_{m+1}}{2},$$

де E_{m+1} – амплітуда коливань, зумовлена дією першої відкритої зони Френеля.

Звідси випливає, що в точці P спостерігається світла пляма. До такого висновку прийшов у 1818 році С. Пуассон і він йому здався абсурдним. Але Д. Араго експериментально виявив світлу пляму, яка й отримала назву *плями Араго-Пуассона*.

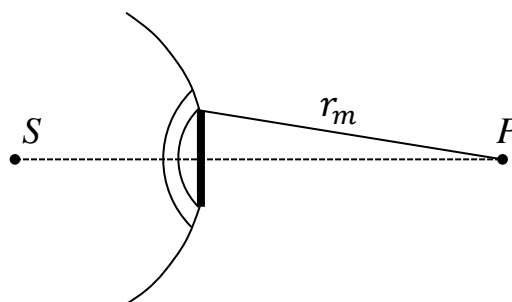


Рис. 4.10

Дифракція Фраунгофера на щілині. На довгу прямокутну щілину завширшки b падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла (рис. 4.11).

Дифракційна картина являє собою симетричну відносно центру щілини систему світлих і темних смуг, які паралельні щілині, а в центрі спостерігається найінтенсивніший

центральный максимум.

За принципом Гюйгенса-Френеля точки щілини є вторинними джерелами сферичних хвиль. Тому за щілиною промені поширюються в усіх напрямках під різними кутами до попереднього поширення світла. Розглянемо один із напрямів, що задається кутом φ , який називається *кутом дифракції*. Паралельні промені, які поширюються за щілиною під кутом φ , збираються лінзою на екрані в точці P .

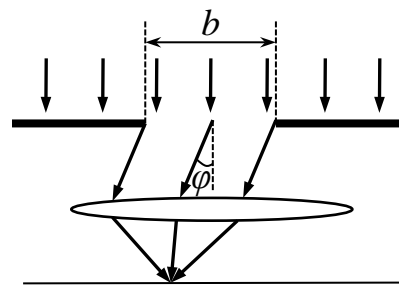


Рис. 4.11

Умова мінімуму дифракції світла на щілині має вигляд:

$$b \sin \varphi = m\lambda \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (4.44)$$

Відмітимо, що $m \neq 0$, оскільки при $m = 0$ утворюється центральний максимум. З формули (4.44) видно, що зменшення ширини b щілини проводить до розширення дифракційної картини.

Між двома сусідніми мінімумами в дифракційній картині розміщені *вторинні максимуми*, інтенсивність яких значно менша інтенсивності центрального максимуму і швидко спадає із збільшенням кута дифракції.

Дифракційна решітка. Широке практичне застосування має не дифракція світла на одній щілині, а дифракція на дифракційній решітці.

Дифракційна решітка являє собою сукупність великої кількості однакових паралельних щілин, поділених непрозорими для світла проміжками рівної ширини. Дифракційна решітка в загальному випадку – це будь-яка структура, що має просторову періодичність. Коли періодичність структури проявляється в одному напрямі, то решітка називається *лінійною* або *одновимірною*, якщо ж у двох або трьох напрямках – *двовимірними* та *об'ємними*.

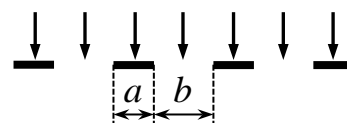


Рис. 4.12

Розглянемо лінійну решітку. Позначимо ширину щілини через b , ширину непрозорого проміжку між сусідніми щілинами – a (рис. 4.12). Величина $d = a + b$ називається сталою, або періодом, дифракційної решітки. Часто дифракційні решітки характеризуються кількістю штрихів (щілин) на одиницю довжини (наприклад, на 1 мм) k . Очевидно, що ця величина зв'язана з періодом дифракційної решітки простим співвідношенням:

$$d = 1/k.$$

При освітленні монохроматичним світлом дифракційна картина від дифракційної решітки являє собою різкі та чіткі максимуми, які називаються *головними*, між якими розміщені *вторинні максимуми*. Інтенсивність вторинних максимумів при достатньо великій загальній кількості щілин N в дифракційній решітці мізерно мала.

Умовою *головних максимумів* при нормальному падінню пучка світла на дифракційну решітку є рівняння

$$d \sin \varphi = m\lambda, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (4.45)$$

де ціле число m називається *порядком дифракційного максимуму*, або *порядком спектру*, дифракційної решітки; а *кут дифракції* φ визначає напрям, в якому спостерігається максимум відповідного порядку.

Між двома сусідніми головними максимумами розміщені $N - 1$ мінімум та $N - 2$ вторинні максимуми. Саме головні максимуми й являють особливий практичний інтерес.

Якщо дифракційна решітка освітлюється білим світлом, то для різних значень довжин хвиль λ положення всіх головних максимумів, окрім *центрального* ($m = 0$), різні. Тому центральний максимум має вигляд білої смуги, а решта – різноколірних смуг, які називаються *дифракційними спектрами першого, другого і наступних порядків*. Центральний максимум – один, а максимумів інших порядків – два, і вони розміщуються на екрані симетрично відносно центрального. У межах кожного порядку колір змінюється від фіолетового біля внутрішнього краю до червоного – біля зовнішнього краю. Цю властивість дифракційної решітки використовують для визначення частот або довжин хвиль випромінювань, тобто дифракційна решітка є спектральним приладом.

4.7. ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА

Поляризоване і природне світло. *Хвилю, в якій напрямок коливань світлового вектора \vec{E} впорядкований якимось чином, називають поляризованою.*

Світлові хвилі є електромагнітними, тому вони поперечні. Однак звичайно вони не виявляють асиметрії відносно напрямку поширення. Таке світло, що випромінюється звичайними джерелами, називається *природним*. У природньому світлі коливання вектора \vec{E} у будь-якій (фіксованій) точці простору здійснюються у різних напрямках, швидко та

хаотично змінюючи один одного.

Якщо коливання вектора \vec{E} відбуваються тільки в одній площині, яка проходить через промінь, то таке світло називають *плоскополяризованим* або *лінійнополяризованим*. Площина, в якій коливається вектор \vec{E} , називається *площиною поляризації*.

Інший вид поляризації полягає в тому, що вектор \vec{E} обертається навколо напрямку поширення хвилі і одночасно змінюється періодично за модулем. При цьому кінець вектора \vec{E} описує еліпс. Таку хвилю називають *еліптично-поляризованою*, або *поляризованою по колу*, якщо кінець вектора \vec{E} описує коло. Хвилю з еліптичною поляризацією завжди можна розкласти на дві плоскополяризовані хвилі з взаємно перпендикулярними площинами поляризації.

Окрім плоскополяризованого і природнього світла існує ще "проміжний" випадок – *частково-поляризоване світло*. Частково-поляризоване світло характеризується ступеню поляризації P , яка визначається за формулою:

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{I_p}{I_o},$$

де I_p – інтенсивність поляризованої складової, I_o – інтенсивність частково-поляризованого світла.

Закон Брюстера. Якщо кут падіння природнього світла на границю поділу двох прозорих діелектриків відмінний від нуля, то відбитий і заломлений пучки виявляються частково-поляризованими. У відбитому світлі переважають коливання вектора \vec{E} , перпендикулярні до площини падіння, а у заломленому світлі – паралельні площині падіння. Ступінь поляризації обох хвиль (відбитої і заломленої) залежить від кута падіння.

При деякому значення кута падіння відбите світло стає повністю поляризованим. Цей кут задовольняє наступній умові:

$$\operatorname{tg} \theta_B = \frac{n_2}{n_1}, \quad (4.46)$$

де n_2/n_1 – відношення показників заломлення діелектриків (рис. 4.13).

Співвідношення (4.46) називається *законом Брюстера*, а кут θ_B – *кутом Брюстера*. Точками та штрихами на відбитому та заломленому променях рисунка 4.13 показані напрямки коливання вектора \vec{E} .

Легко впевнитись в тому, що при падінні світла під кутом Брюстера відбитий та заломлений промені взаємно перпендикулярні.

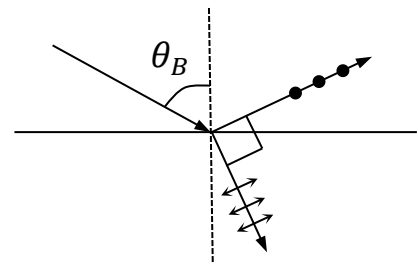


Рис. 4.13

Поляризатори. З природнього світла можна отримати плоскополяризоване за допомогою приладів, які називаються *поляризаторами*.

Ці прилади вільно пропускають коливання світлового вектора, які паралельні площині, що називається *площиною пропускання поляризатора*. Коливання, які ж перпендикулярні до цієї площини, затримуються повністю або частково.

В основі дії більшості поляризаторів лежить явище подвійного променезаломлення, яке полягає в тому, що природнє світло під час проходження оптично анізотропного кристалу поділяється на два промені. Ці промені є плоскополяризованими у взаємно перпендикулярних площинах, мають різні швидкості і називаються *звичайним (o)* та *незвичайним (e)* (рис. 4.14).

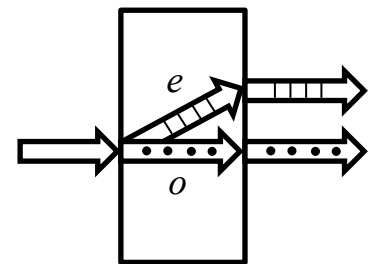


Рис. 4.14

Найбільш сильно подвійне променезаломлення проявляється у кристалах кварцу, ісландського шпату, герпатиту, турмаліну.

Наприклад ісландський шпат використовується для виготовлення *призми Ніколя*. Це подвійна призма, частини якої склеєно канадським бальзамом. Призми виконують із монокристалу ісландського шпату під такими кутами, щоб незвичайний промінь проходив через межу сполучення призм без заломлення. Звичайний промінь при цьому заломлюється на прошарку канадського бальзаму під великим кутом.

Існують також поляризатори, які називаються *поляроїдами*. Вони складаються з целулоїдної плівки, на якій нанесено однаково орієнтовані кристалики герпатиту або турмаліну завтовшки приблизно 0,1 мм. Так можна дістати поляризатори з великої поверхнею.

Закон Малюса. Поляризатори можна використовувати і в якості *аналізаторів* – для визначення характеру і степені поляризації світла.

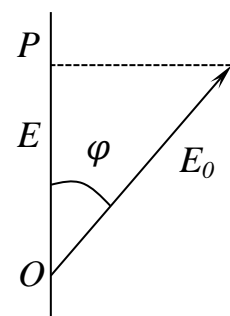


Рис. 4.15

Нехай на аналізатор падає плоскополяризоване світло, вектор \vec{E}_0 якого складає кут φ з площиною пропускання P (рис. 4.15, де напрямок світлового променя перпендикулярний до площини рисунку). Аналізатор пропускає ту складову вектора \vec{E}_0 , яка паралельна площині пропускання P , тобто $E = E_0 \cos \varphi$. Інтенсивність пропорційна квадрату модуля світлового вектора ($I \sim E^2$), тому інтенсивність поляризованого світла, що пройшло через аналізатор, дорівнює

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (4.47)$$

де I_0 – інтенсивність падаючого плоскополяризованого світла.

Співвідношення (4.47) виражає закон *Малюса*.

4.8. КВАНТОВІ ВЛАСТИВОСТІ СВІТЛА

Теплове випромінювання. Повсякденними джерелами світла є розігріті до достатньо високих температур матеріальні тіла, які при цьому можуть бути у твердому, рідкому або газоподібному стані. Всі тіла випромінюють, поглинають і відбивають електромагнітні хвилі, однак не однаково, та інтенсивність цих процесів залежить від властивостей тіл, їх температури і частоти електромагнітних хвиль.

Теплове випромінювання – це єдиний вид випромінювання, яке може знаходитись у термодинамічній рівновазі з оточуючим середовищем. Рівноважний характер теплового випромінювання можна продемонструвати на такому прикладі. Нехай маємо порожнину з адіабатичними стінками та матеріальними тілами всередині. Тіла випускають випромінювання, яке заповнює порожнину. Із часом встановиться термодинамічна рівновага між випромінюванням у порожнині та тілами всередині. Всі тіла будуть мати однакову температуру T , а випромінювання у порожнині – визначену спектральну густину випромінювання, яка називається рівноважною.

Теплове випромінювання зручно характеризувати випромінювальною та поглинальною здатностями. *Випромінювальна здатність* $\mathcal{E}_{\nu,T}$ в інтервалі частот від ν до $\nu + d\nu$ у всіх напрямках в межах тілесного кута 2π визначається потоком енергії випромінювання з одиниці поверхні за одиницю часу в один бік. *Поглиняльною здатністю* $a_{\nu,T}$ поверхні для того ж інтервалу частот від ν до $\nu + d\nu$ називається безрозмірна величина, яка дорівнює відношенню кількості енергії, що поглинається, до енергії падаючо-

го випромінювання.

Абсолютно чорним називається тіло, яке повністю поглинає падаюче на нього випромінювання всіх частот, тобто у якого $a_{\nu,T} = 1$.

Абсолютно чорних тіл в природі не існує. Найкращою моделлю абсолютно чорного тіла є замкнена порожнина, у стінці якої зроблено маленький отвір. Через цей отвір промінь світла потрапляє всередину порожнини. Він багато разів відбивається від стінок порожнини. Під час кожного відбивання частина енергії поглинається, тому промінь після багатьох відбивань не вийде назовні через отвір. Якщо стінки порожнини непрозорі та підтримуються під деякою температурою T , то через отвір буде виходити практично таке ж випромінювання, яке випускалось би абсолютно чорною площиною тієї ж форми, розмірів і температури T . Сонячне випромінювання за своїм спектральним складом також вважається близьким до випромінювання абсолютно чорного тіла.

Одним з основних законів теплового випромінювання є **закон випромінювання Кірхгофа**: відношення випромінювальної здатності тіла до його поглинальної здатності є універсальною функцією частоти випромінювання і температури тіла, яка дорівнює випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла $\mathcal{E}_{\nu,T}^0$:

$$\frac{\mathcal{E}_{\nu,T}}{a_{\nu,T}} = \mathcal{E}_{\nu,T}^0.$$

Отже, вивчення теплового випромінювання тіл зводиться до визначення законів випромінювання абсолютно чорного тіла.

Уперше знайшов правильний вираз для випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла Макс Планк. Для цього він ввів чужу класичній фізиці гіпотезу, що *випромінювання і поглинання світла речовиною відбувається не неперервно, а скінченними порціями, які називаються квантами або фотонами*. Щоб узгодити свою гіпотезу із законами термодинаміки та електродинаміки, Планк прийняв, що енергія фотона, яка відповідає світлу частоти ν , дорівнює

$$E = h\nu, \quad (4.48)$$

де $h = 6,6262 \cdot 10^{-34}$ Дж \cdot с – стала Планка.

Формула Планка для випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла має вигляд

$$\varepsilon_{\nu,T}^0 = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (4.49)$$

З формули Планка (4.49) випливають інші закони випромінювання абсолютно чорного тіла.

Закон Стефана-Больцмана: енергетична світимість абсолютно чорного тіла пропорційна до четвертого степеня його абсолютної температури:

$$M = \sigma T^4, \quad (4.50)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – стала Стефана-Больцмана.

Енергетична світимість будь-якого джерела світла пов'язана з випромінювальною здатністю співвідношенням:

$$M = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\nu,T} d\nu.$$

Закон зміщення Віна: довжина хвилі, на яку припадає максимальне значення випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна до його абсолютної температури:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}. \quad (4.51)$$

де $b = 0,0029 \text{ м} \cdot \text{К}$ – стала Віна.

Формулу (4.51) ще називають формулою Віна.

Фотоелектричний ефект. Одним із явищ, що підтверджують гіпотезу фотонів, є фотоелектричний ефект, або більш коротко фотоефект.

Фотоефектом називається виривання електронів з речовини при освітленні її світлом. Розрізняють зовнішній і внутрішній фотоефект. При зовнішньому фотоефекті електрони звільнюються світлом з поверхневого шару речовини і переходять в інше середовище, зокрема у вакуум. При внутрішньому фотоефекті оптично збуджені електрони залишаються всередині освітлювального тіла, не порушуючи нейтральності останнього. Внутрішній фотоефект є первинним актом в явищах фото-е.р.с., фотопровідності, фотомагнітоелектричних та інших ефектах у напівпровідниках.

Надалі ми розглянемо закономірності зовнішнього фотоефекту, опускаючи слово "зовнішній". Електрони, які вирвані під дією світла, називаються фотоелектронами.

О.Г. Столетов на підставі своїх вимірювань установив **закони фотоефекту**.

1. Для кожної речовини існує *червона межа фотоефекту*, тобто максимальна довжина хвилі світла λ_0 (або мінімальна частота ν_0), при якій ще спостерігається фотоефект. Значення λ_0 (або ν_0) залежать від хімічної природи речовини та стану її поверхні, і не залежить від інтенсивності світла та тривалості опромінювання катоду.

2. Фотоелектрони покидають поверхню катоду з швидкостями від нуля до максимальної v_{max} , яка не залежить від інтенсивності світла та прямо пропорційна до його частоти.

3. При фіксованій частоті опромінювання кількість фотоелектронів, які вириваються з катода за одиницю часу, прямо пропорційна до інтенсивності світла.

4. Фотоефект – явище безінерційне, тобто фотоелектрони вилітають миттєво (10^{-8} с) після падіння світла на поверхню речовини.

Закони фотоефекту суперечать класичним уявленням про хвильову природу світла. Можливо було б якісно пояснити фотоефект з хвильової точки зору, але таке пояснення не узгоджується з дослідом. Здавалось би, що енергія фотоелектрона, який вилітає (а тобто і його швидкість), повинна бути тим більшою, чим більша інтенсивність світла. Інше різке розходження з дослідом полягає в тому, що фотоефект протікає безінерційно, тоді як за класичною хвильовою теорією він повинен відбуватися із запізненням.

Вказані труднощі відпадають, якщо фотоефект розглядати з фотонної точки зору. Коли фотон взаємодіє з електроном речовини, він може обмінюватись з ним енергією та імпульсом. Фотоефект виникає при непружному зіткненні фотона з електроном. При такому зіткненні фотон поглинається, а його енергія передається електрону. Таким чином, електрон набуває кінетичну енергію не поступово, а в результаті одиничного акту зіткнення. Цим і пояснюється безінерційність фотоефекту. Максимальну енергію буде мати фотоелектрон, який всередині речовини був вільним, тобто не був зв'язаним з атомом, а при вильоті не втрачав енергію на тепло.

Якщо фотоелектрон одержав кінетичну енергію при зіткненні тільки з одним фотоном, то за законом збереження енергії

$$h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2}. \quad (4.52)$$

де A – робота виходу (робота, яку виконує електрон для подолання сил, що утримують його в об'ємі речовини).

Співвідношення (4.52) називається *рівнянням Ейнштейна для фотоефекту*. Це рівняння повністю пояснює всі особливості фотоефекту.

Характеристики фотона. Розвинувши квантову гіпотезу Планка, Ейнштейн дійшов до висновку, що під час поширення в просторі і взаємодії з речовиною світло поводить як потік частинок – фотонів.

Швидкість фотона дорівнює швидкості світла у вакуумі c . Фотон – релятивістська частинка, а отже, його маса має визначатися за формулою:

$$m_f = \frac{m_{f0}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

де m_{f0} – маса спокою фотона.

З того, що швидкість фотона $v = c$, випливає, що його маса m_f прямує до нескінченності. Невизначеність такого роду математика розв'язує за умови, що *маса спокою фотона дорівнює нулю*: $m_{f0} = 0$.

Енергія одного фотона дорівнює $E = h\nu$. Проте енергія будь-якої релятивістської частинки визначається за формулою: $E = mc^2$. Отже, $h\nu = m_f c^2$ та звідки маса фотона дорівнює

$$m_f = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (4.53)$$

Імпульс фотона дорівнює добутку маси на швидкість:

$$p = m_f c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (4.54)$$

5. АТОМНА І ЯДЕРНА ФІЗИКА

У даному розділі розглядаються основні питання таких курсів загальної фізики як атомна фізика, ядерна фізика і фізика елементарних частинок. Ми не ставимо за мету висвітлити всі проблеми цих курсів. Виклад визначених тем проведено на основі базових фізичних законів і теорій.

Атом – найменша частинка речовини, якій притаманні всі її хімічні властивості, – належить до тіл, що становлять світ мікрочастинок. Крім атомів, до мікрочастинок відносяться молекули, іони, ядра і також протон, нейтрон, електрон та всі інші відомі елементарні частинки.

Розуміння явищ мікросвіту базується на *принципах і законах квантової механіки*, яка вивчає рухи частинок розмірами $10^{-10} - 10^{-20}$ м. Якщо швидкість частинок $v \ll c$, де c – швидкість світла у вакуумі, застосовується *нерелятивістська квантова механіка Шредінгера*. Закони і положення квантової механіки є науковим фундаментом вивчення будови речовини. Їх застосування дало змогу вивчити будову атомів, молекул і кристалів, розкрити природу хімічних зв'язків, пояснити періодичну систему елементів, властивості елементарних частинок тощо.

Становлення квантової механіки відбулося у першій половині 20 сторіччя, коли постала потреба розв'язати суперечності між теоретичною базою тогочасної (класичної) фізики і новими експериментально встановленими характеристиками випромінювання і поглинання світла, властивостями електромагнітних хвиль та складною будовою атома.

Всі видатні досягнення науково-технічного прогресу та сучасного інформаційного суспільства по суті базуються на специфічних законах квантової механіки. Вони лежать в основі розрахунків атомних реакторів, пошуку шляхів керування термоядерними реакціями, створення і застосування квантових генераторів, сучасних способів зв'язку, обробки і збереження інформації, пошуку і створенню нових матеріалів тощо. Квантова механіка стала "інженерною" наукою, знання її основ необхідне кожному інженерно-технічному працівникові.

5.1. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ

Історичний аспект становлення. На початку 20 сторіччя було виявлено, що

встановлені особливості взаємодії світла з речовиною та процеси, що відбуваються в атомі, не можуть бути пояснені на основі класичних теорій – механіки Ньютона та електромагнітного поля Максвелла. Експерименти однозначно засвідчували подвійність (дуалізм) природи світла – в одних випадках світло проявляло хвильову, в інших – корпускулярну природу. Також класична фізика була не в змозі пояснити стійкість атомів, дискретність спектрів хімічних елементів тощо.

Встановлення фізикою зв'язку між процесами випромінювання і взаємодії з речовиною та особливостями будови атома у кінцевому результаті і привели до створення квантової механіки. Її теоретичні основи закладені і обґрунтовані працями М. Планка, А. Ейнштейна, Луї де Бройля, А. Комптона, Е. Шредінгера, Н. Бора, В. Гейзенберга та ін.

Вперше квантові уявлення були введені М. Планком для пояснення теорії світлового випромінювання. Він довів, що світло випромінюється тілами не безперервно, як це впливало з класичної теорії випромінювання, а певними порціями – квантами. Величина енергії кванта залежить від частоти світла і обчислюється за формулою

$$E = h\nu. \quad (5.1)$$

У цьому рівнянні, яке стало вихідним у встановленні взаємозв'язку класичної і квантової фізики, коефіцієнт h є універсальною константою матеріального світу і одержав назву *сталого Планка* або *кванту дії*. Її величина рівна $6,6262 \cdot 10^{-34}$ Дж · с. Частіше користуються *сталого Планка перекресленою* (або *діраковою*) $\hbar = h/2\pi$.

З роботи Планка можна провести дві взаємопов'язані лінії досліджень, які лягли в основу становлення квантової механіки. Перша розпочата у 1906 році працею Ейнштейна, у якій викладено теорію явища фотоефекту. Ейнштейн першим висунув припущення, що світло не лише випромінюється і поглинається квантами, але й при поширенні являє собою потік фотонів. Праці Ейнштейна завершили загальноприйнятну фізичну теорію, яка одержала назву теорії корпускулярно-хвильового дуалізму світла.

Другою важливою лінією, що лежала в основі створення квантової теорії, стали дослідження Луї де Бройля про хвилі речовини.

Гіпотеза де Бройля. У 1924 р. Луї де Бройль прийшов до висновку, що двоякість природи світла має бути поширена й на частинки речовини – електрони, протони, нейтрони та ін. Згідно з де Бройлем кожна частинка речовини, незалежно від її природи, од-

ночасно перебуває у стані хвилі.

Нехай частинка рухається у вільному просторі із сталою швидкістю v . Де Бройль припустив, що з такою частинкою пов'язана якась плоска монохроматична хвиля

$$\Psi = \Psi_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \quad (5.2)$$

яка поширюється у напрямку швидкості \vec{v} частинки. У рівнянні ω – циклічна частота хвилі, \vec{k} – хвильовий вектор. Замість дійсної форми запису гармонічної хвилі (5.2) більш зручно користуватись комплексною формою

$$\Psi = \Psi_0 e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}, \quad (5.3)$$

де i – уявна одиниця ($i^2 = -1$).

Де Бройль знайшов й зв'язок між корпускулярними і хвильовими характеристиками частинки:

$$E = \hbar\omega, \quad (5.4)$$

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad (5.5)$$

де корпускулярні властивості частинки характеризуються її енергією E та імпульсом \vec{p} , а хвильові – циклічною частотою ω і хвильовим вектором \vec{k} .

На основі рівнянь (5.4) і (5.5) можна сказати, що хвильові властивості частинки, яка має імпульс \vec{p} і енергію E , описуються плоскою хвилею

$$\Psi = \Psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\vec{r})}. \quad (5.6)$$

Розглянемо деякі властивості хвиль де Бройля. Перш за все з (5.5) одержимо вираз для довжини хвилі де Бройля:

$$\lambda = 2\pi/k = 2\pi\hbar/p = h/p. \quad (5.7)$$

Такою величиною, яка принципово спостерігається, є групова швидкість хвиль де Бройля

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}.$$

При будь-якій швидкості руху частинки $dE = vdp$, так, що завжди

$$u = v,$$

тобто групова швидкість хвиль де Бройля дорівнює швидкості частинки.

Гіпотеза де Бройля була експериментально підтверджена в багатьох дослідках по

спостереженню дифракції електронів, нейтронів, атомів і молекул. Слід відмітити, що хвильові властивості частинок не тільки доведені експериментально, але й отримали широке науково-технічне застосування (електронографія, нейтронографія та ін.).

Хвильова функція та її статистична інтерпретація. Хвилі де Бройля супроводжують вільний рівномірний рух частинок. Такий рух не має ні наукової, ні практичної значущості. Практичний інтерес має фінітний (обмежений) рух частинок, коли вони рухаються з прискоренням (наприклад рух електронів в атомах). Необхідно було узагальнити гіпотезу про хвильові властивості частинок на випадок їх довільних рухів у довільних силових полях. У таких випадках повний опис стану частинки в квантовій механіці дається не плоскою хвилею де Бройля, а більш складною комплексною функцією $\Psi(\vec{r}, t)$, яка залежить від координат і часу. Вона називається *хвильовою функцією*. У частинному випадку вільного руху частинки хвильова функція переходить у плоску хвилю де Бройля.

Сама по собі хвильова функція вводиться як допоміжний символ і не відноситься до числа величин, які безпосередньо спостерігаються. Але, якщо знати хвильову функцію, то можна статистично передбачити значення величин, які одержуються експериментально і тому мають реальний фізичний зміст. Так квадрат модуля хвильової функції має зміст густини імовірності, а величина $|\Psi|^2 dV = |\Psi|^2 dx dy dz$ дає ймовірність виявлення частинки поблизу точки з координатами (x, y, z) в елементі об'єму простору dV . Хвильова функція повинна задовольняти умову нормування:

$$\int |\Psi|^2 dV = 1, \quad (5.8)$$

де інтеграл береться по всьому нескінченному простору. Ця умова означає, що у всьому просторі частинка буде виявлена достовірно.

Співвідношення невизначеностей Гейзенберга. У класичній механіці стан матеріальної точки у кожний момент часу характеризується її положенням та імпульсом. Реальні мікрочастинки (електрони, протони, атоми, молекули та ін.) більш складні об'єкти. Неможна характеризувати миттєвий стан мікрочастинки точним заданням її положення та імпульсу. Причина цього полягає в тому, що будь-яка мікрочастинка виявляє і корпускулярні, і хвильові властивості.

Отже, реальна поведінка мікрочастинок показує, що існує принципова границя то-

чності, з якою можуть бути визначені та виміряні класичні динамічні параметри, такі як, наприклад, координата та імпульс. Глибокий аналіз причин існування такої границі, який називається принципом невизначеностей, провів В. Гейзенберг. Кількісні співвідношення, які виражають цей принцип, називаються співвідношеннями невизначеностей Гейзенберга. Найбільш важливими є два з них.

1. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга для координати та імпульсу частинки:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq 2\pi\hbar. \quad (5.9)$$

Це співвідношення визначає принципову границю неточностей Δx і Δp , з якими стан частинки можна характеризувати класично, тобто координатою x та імпульсом p .

При таких умовах уявлення про рух електронів в атомах по класичних орбітах втрачає зміст. Тому *квантова механіка при опису руху електронів в атомах відмовилась від поняття траєкторії*.

Вимірювання в квантовій фізиці принципово відрізняються від класичних вимірювань. Звичайно, й ті й інші вимірювання супроводжуються похибками. Однак класична фізика вважала, що шляхом покращення методики і техніки вимірювань похибки в принципі можуть бути зроблені скільки завгодно малими. Напроти, згідно з квантовою фізикою існує принципова границя точності вимірювань. Її суть у природі речей і вона не може бути перевищена ніяким вдосконаленням приладів і методів вимірювань.

Відмітимо деякі висновки, які випливають із співвідношення невизначеностей (5.9).

Стан в якому мікрочастинка знаходиться у спокої неможливий. Дійсно, у стані спокою одночасно точно визначені і координата і імпульс ($p = 0$).

В квантовій механіці втрачає зміст поділу повної енергії частинки на кінетичну і потенціальну. Дійсно, кінетична енергія залежить від імпульсів, а потенціальна від координат.

2. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга для часу та енергії:

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq 2\pi\hbar. \quad (5.10)$$

Співвідношення (5.10) означає, що чим менший час існування якогось стану або час, який відведений для його спостереження, тим з меншою визначеністю можна казати про енергію цього стану. Навпаки, чим більший цей час, тим з більшою точністю визначена

енергія стану. Якщо стан стаціонарний, то він може існувати нескінченно довго. Саме тому енергія стаціонарного стану має певне визначене значення. Протилежним прикладом може бути нестабільна елементарна частинка, яка розпадається за дуже короткий час (наприклад, порядку 10^{-20} с). Казати про визначену енергію такої частинки не приходить. Тому при розгляді процесу її розпаду не треба вимагати умови збереження енергії.

Рівняння Шредінгера. У квантовій механіці постає важлива проблема про відшукання такого рівняння, яке мало б таке саме значення, як рівняння руху Ньютона для класичної механіки. Нагадаємо, що рівняння другого закону Ньютона дає змогу за відомими силами, які діють на тіло, і певними початковими умовами визначити для будь-якого моменту часу координати тіла та його швидкість, тобто описати рух тіла в просторі і часі.

Розв'язуючи аналогічну задачу в квантовій механіці, необхідно врахувати те, що частинки мають хвильові властивості і положення частинки описується за допомогою хвильової функції. Отже, основна задача хвильової квантової механіки полягає у знаходженні хвильових функцій і зв'язаних з ними фізичних наслідків.

Основне рівняння квантової механіки було знайдено Шредінгером у 1926 році. Воно постулюється і справедливе тільки у нерелятивістській квантовій механіці, тобто у випадку рухів, які повільні в порівнянні із швидкістю світла у вакуумі. Правильність рівняння Шредінгера підтверджується тим, що висновки квантової механіки, здобуті на підставі цього рівняння в атомній та ядерній фізиці, дуже добре узгоджуються з дослідними фактами.

Загальне або часове рівняння Шредінгера має вигляд:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U(\vec{r})\Psi, \quad (5.11)$$

де $\nabla^2 \Psi = \Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$; i – уявна одиниця; m – маса частинки; $U(\vec{r})$ – потенціальна функція, яка розглядається так само, як потенціальна енергія локалізованої частинки в класичній механіці.

Рівняння (5.11) – це часове рівняння. Але дуже часто важливо знайти стаціонарні розв'язки рівняння Шредінгера, які не містять часу. Вони мають значення для тих задач,

в яких хвильова функція не залежить від часу, а залежить тільки від координат, тобто $\psi = \psi(\vec{r}) = \psi(x, y, z)$ (мала літера ψ використовується для хвильових функцій, які не залежать від часу).

Рівняння, яке не містить часу, називається *рівнянням Шредінгера для стаціонарних станів*:

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0. \quad (5.12)$$

5.2. АТОМ ВОДНЮ ТА ВОДНЕПОДІБНІ АТОМИ

Ядерна модель атома. Досліди з пропускання α -частинок (ядер гелію) через тонкі пластинки золота і платини дали Резерфорду підстави теоретично розробити і обґрунтувати ядерну модель будови атомів. Згідно з цією моделлю у центрі атома знаходиться позитивно заряджене *ядро*, яке оточено негативно зарядженими електронами, що знаходяться у постійному русі. Сукупність електронів утворює *електронну оболонку* атома. У електрично нейтральному атомі сумарний заряд електронної оболонки дорівнює заряду ядра. Цим пояснюються результати виконаних досліджень: легкі електрони практично не змінюють прямолінійний рух α -частинок; викривлення їх траєкторії має місце лише тоді, коли α -частинка пролітає близько біля ядра або зустрічає його на прямій лінії свого руху. Ядерна модель атома ще називається *моделлю Резерфорда*.

Лінійні розміри ядра лежать в межах $10^{-15} - 10^{-14}$ м. Розміри самого атома, які визначаються електронною оболонкою, порядку 10^{-10} м. Майже вся маса атома (не менше 99,9%) зосереджена в ядрі. Це пов'язане з тим, що ядро складається з позитивно заряджених протонів (p) і нейтральних нейтронів (n), а електронна оболонка – з електронів (e), маса яких значно менша ($m_p = 1836,15m_e$, $m_n = 1838,68m_e$).

Протони й нейтрони мають спільну назву *нуклони*. Загальна кількість нуклонів у ядрі, тобто сума протонів Z і нейтронів N , називається *масовим числом A* :

$$A = Z + N.$$

Якщо за одиницю заряду прийняти елементарний заряд, то заряд ядра дорівнює кількості протонів Z . Кількість електронів в оболонці нейтрального атома дорівнює кількості протонів, тобто заряду ядра Z . Електронна оболонка може втрачати або набувати електрони. Тоді атом становиться електрично зарядженим, тобто перетворюється у по-

зитивний або негативний іон.

Спектральні закономірності. Матеріальні тіла є джерелами електромагнітного випромінювання. В принципі існує два види випромінювання, які розрізняються способом їх збудження: *теплове випромінювання* і різні види *люмінесценції* (електролюмінісценція, флуоресценція, хемілюмінесценція).

Джерелом енергії при тепловому випромінюванні є кінетична енергія теплового руху атомів і молекул. При люмінесценції кінетична теплова енергія несуттєва для механізмів збудження. *Електролюмінесценцією* називається світіння в електричних розрядах усіх типів. *Флуоресценція* – це випромінювання атомів, які збуджені в результаті поглинання світла. *Хемілюмінесценцією* називається випромінювання, коли збудження атомів виникає внаслідок хімічних реакцій.

Розжарені тверді тіла випромінюють *суцільні спектри*. У газів (поряд з суцільною областю) спостерігаються *лінійчаті* і *смугасті спектри*. Лінійчатий спектр складається з окремих вузьких спектральних ліній. Смугасті спектри при використанні спектрального пристрою високої роздільної здатності розпадаються на множину тісно розміщених спектральних ліній. До початку 20-го сторіччя було з'ясовано, що лінійчаті спектри газів випромінюються атомами та іонами, а смугасті – молекулами. Тому їх називають також *атомними* і *молекулярними*.

Вивчення атомних спектрів стало ключем до пізнання внутрішньої структури атомів. Перш за все було помічено, що спектральні лінії розміщені не хаотично, а утворюють серії ліній. Першим був вивчений спектр атому водню. Бальмер відкрив (1885 р.), що лінії у видимій частині спектру атомарного водню можна представити простою формулою:

$$\omega = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots, \quad (5.13)$$

де ω – циклічна частота, що відповідає кожній спектральній лінії, R_H – стала Рідберга для водню:

$$R_H = 2,066 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}. \quad (5.14)$$

Подальші дослідження спектру атомарного водню виявили серію Лаймана в ультрафіолетовій області спектру і серії Пашена, Брекета, Пфунда та Хемфрі – в інфрачервоній.

Всі ці серії можна представити у вигляді узагальненої формули Бальмера-Rітца:

$$\omega = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = m + 1, m + 2, m + 3, \dots, \quad (5.15)$$

де $m = 1$ для серії Лаймана, $m = 2$ для серії Бальмера, $m = 3$ для серії Пашена, $m = 4$ для серії Брекета, $m = 5$ для серії Пфунда, $m = 6$ для серії Хемфрі.

Постулати Бора. Класична фізика при вивченні явищ мікросвіту зіткнулась з принциповими труднощами. Вже при розгляді ядерної моделі атома, якщо користуватись уявленнями класичної фізики, не можна було пояснити цілий ряд експериментально встановлених фактів. Згідно з класичною електродинамікою електрони (як заряджені частинки), які рухаються в атомах з доцентровим прискоренням, повинні неперервно випромінювати електромагнітні хвилі, втрачати енергію і впасти на ядро. Крім того, з класичної точки зору електрон в атомі повинен мати неперервний спектр енергій. Між тим різкість спектральних ліній, які випромінюють атоми, вказує на те, що процесам всередині атомів властива дискретність.

Проміжним етапом між класичною і квантовою механікою була теорія Бора, яка пояснила деякі нові експериментальні факти. *Два постулати Бора*, якщо не користуватись уявленнями про орбіти електронів в атомах, перевірені експериментально і тому повинні вважатися правильними.

1. *Атоми можуть тривалий час знаходитись тільки в певних, так званих стаціонарних станах, які характеризуються дискретними значеннями енергії E_1, E_2, E_3, \dots . В стаціонарних станах атом не випромінює.*

2. *При переході атома із стаціонарного стану з більшою енергією E_n у стаціонарний стан з меншою енергією E_m енергія атома зменшується на $E_n - E_m$. Якщо таке зменшення відбувається внаслідок випромінювання, то при цьому випускається один фотон з енергією*

$$\hbar\omega = E_n - E_m. \quad (5.16)$$

Таке ж співвідношення справедливе й для випадку поглинання, коли фотон переводить атом з нижчого енергетичного рівня на більш високий, а сам зникає. Співвідношення (5.16) називається *правилом частот Бора*.

Енергетичні рівні. Квантова механіка, яка прийшла на заміну теорії Бора, авто-

матично приводить до стаціонарних станів з дискретними рівнями енергії. Рівні енергії E_n стаціонарних станів електрона в атомі визначаються *головним квантовим числом* n . Нульовий рівень енергії відповідає значенню $n = \infty$. Якщо енергія електрона $E > 0$, останній не зв'язаний з атомом і його енергія може приймати будь-яке значення, тобто утворює неперервний спектр.

Ядро та електрон утворюють зв'язану систему – атом – тільки у випадку дискретного енергетичного спектру, коли $E_n < 0$. Стан атома з найменшою енергією ($n = 1$) називається *основним*. Якщо атом поглинає енергію зовні, то енергія електрона збільшується і він переходить на енергетичний рівень з більшою енергією. Якщо енергії достатньо для переходу електрона на рівень енергії з $n = \infty$, то він покидає атом. В результаті цього атом іонізується, а енергія, необхідна для цього, називається *енергією іонізації*.

Квантування енергії. На відміну від теорії Бора, де дискретність атомних станів вводилася штучно, в квантовій механіці вона виникає автоматично. Достатньо тільки врахувати, що фізичний зміст мають тільки ті розв'язки рівняння Шредінгера для стаціонарних станів (5.14), які задовольняють природним або стандартним умовам. Ці умови полягають в тому, що хвильова функція $\psi(\vec{r})$ повинна бути скінченною, однозначною, неперервною і гладкою у всьому просторі.

Рівняння Шредінгера (5.14) має розв'язки, які задовольняють вимогам до хвильової функції, не при будь-яких значеннях енергії E , а лише при деяких, які позначаються через $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n, \dots$. Їх називають *власними значеннями*, а функції $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots, \psi_n, \dots$, які є розв'язками рівняння (5.12) при цих значеннях енергії, – *власними функціями*, що належать відповідним власним значенням енергії.

При розгляді атомних систем власні значення енергії E_n і приймаються за можливі значення енергії у відповідних стаціонарних станах. Отже, внутрішня енергія атома не може змінюватись неперервно, а змінюється стрибками. Тобто атом може мати енергію лише з деякого дискретного ряду значень. Ця обставина виражається словами, що *енергія атома квантується*.

Квантування воднеподібного атома. Воднеподібним атомом називається іон із зарядом ядра $+Ze$ і одним електроном в електронній оболонці. При $Z = 1$ він переходить у звичайний нейтральний атом водню, при $Z = 2$ – у однократно іонізований атом

гелію He^+ , при $Z = 3$ – у двічі іонізований атом літію Li^{++} і т. д.

Електрон у воднеподібного атома рухається в кулонівському поля ядра і тому потенціальна функція має вигляд

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

де r – відстань між електроном і ядром.

З рівняння Шредінгера (5.14) випливає, що значення енергії, які може мати електрон у воднеподібному атомі, визначається за формулою:

$$E = -\frac{mZ^2e^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad (5.17)$$

де n – головне квантове число.

Тобто, енергія воднеподібного атома залежить лише від головного квантового числа.

В квантовій механіці однією з важливих характеристик руху є момент імпульсу L . Із розв'язку рівняння Шредінгера для воднеподібного атома випливає, що момент імпульсу електрона квантується за законом:

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}, \quad (5.18)$$

де $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ – орбітальне квантове число, яке для стану з головним квантовим числом n може приймати всього n значень.

Квантові числа електрона. Ціла низка експериментальних даних (досліди Штерна і Герлаха, досліди Ейнштейна і де Гааза, досліди Барнета, дублетна структура спектрів лужних металів) свідчить про наявність у електрона *власного* або *внутрішнього моменту*, який отримав назву *спіну*. Пояснити виникнення спіну якоюсь класичною моделлю виявилось неможливим. *Спін електрона* – це квантово-релятивістський ефект, який не має класичного тлумачення. Потім концепція спіну була поширена на інші елементарні частинки і складні частинки.

Наявність у електрона спіну означає, що для нього (на відміну від класичної частинки) трьох ступенів свободи недостатньо для характеристики його стану. Для спрощення розглядається один електрон воднеподібного атому, а також, взагалі один валентний електрон багатоелектронного атому або іону. У квантовій механіці його стан опису-

ється чотирма квантовими числами:

- 1) головним квантовим числом n ;
- 2) орбітальним квантовим числом l ;
- 3) орбітальним магнітним квантовим числом m_l ;
- 4) спіновим квантовим числом m_s .

Головне квантове число n визначає енергію електрона E (наприклад для воднеподібного атому формула (5.17)).

Орбітальне квантове число l визначає момент імпульсу електрона L (наприклад, для воднеподібного атому формула (5.18)).

Момент імпульсу L є однією з важливіших характеристик руху. Його значення пов'язане з тим, що L зберігається, якщо система ізольована або рухається у центральному силовому полі. Однак у квантовій теорії момент імпульсу істотно відрізняється від класичного. А саме, модуль моменту імпульсу може бути заданий скільки завгодно точно тільки з однією з проекцій, наприклад, L_z (як правило, напрямок обраної вісі Z співпадає з напрямком зовнішнього магнітного поля). Це означає, що напрямок моменту імпульсу L у просторі є невизначеним.

Квантова механіка строго доводить, що вектор моменту імпульсу електрона може мати лише такі орієнтації в просторі, при яких проекція L_z на напрям Z зовнішнього магнітного поля набуває значень, кратних \hbar :

$$L_z = m_l \hbar, \quad (5.19)$$

де $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ – орбітальне магнітне квантове число.

Формула (5.19) називається *просторовим квантуванням*. Отже, квантується модуль і напрям орбітального моменту імпульсу електрона в атомі.

Внутрішній момент електрона (спін) квантується за законом:

$$S = \hbar \sqrt{s(s+1)}. \quad (5.20)$$

Число s за аналогією з просторовим квантуванням (5.19) визначає максимальне значення проекції S_z на напрям зовнішнього магнітного поля:

$$S_z = m_s \hbar, \quad (5.21)$$

де m_s – спінове квантове число.

Отже, кількість всіх можливих проекцій S_z , які відповідають даному числу s , дорів-

нює $2s + 1$. Із дослідів Штерна і Герлаха випливає, що для спіну електрона існує тільки дві орієнтації в магнітному полі:

$$2s + 1 = 2, \quad \text{звідки} \quad s = 1/2.$$

Максимальне значення, яке може приймати проекція спіну на обраний напрямок (в одиницях \hbar), тобто число s , і приймається за значення спіну частинки.

Спін частинки може бути або цілим, або напівцілим. Для електрона, таким чином, спін дорівнює $1/2$, а спінове квантове число може приймати тільки два значення: $m_s = \pm 1/2$.

Стани атома із заданою енергією E (тобто із заданим головним квантовим числом n) можуть відрізнятися один від одного різними значеннями квантових чисел l , m_l і m_s . Таким чином, одному й тому ж значенню E відповідають декілька різних квантових станів. У цьому випадку кажуть, що стан з енергією E *вироджений*. Енергетичний рівень E також називають *виродженням*.

Кількість незалежних станів, суперпозицією яких може бути отриманий заданий стан з енергією E , називається *степенем* або *кратністю виродження*. Знайдемо кратність виродження для воднеподібного атома у стані із заданим головним квантовим числом n . При заданому n число l може приймати значення

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1).$$

У стані з визначеним l квантове число m_l може приймати всього $(2l + 1)$ значень.

Крім того, стан із заданими квантовими числами n , l і m_l відповідає двом значенням спінового квантового числа m_s .

Тому повна кількість квантових станів, за допомогою яких може реалізовуватись стан із заданим n , дорівнює

$$N = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l + 1) = 2n^2. \quad (5.22)$$

Таким чином, кратність виродження енергетичного рівня у воднеподібного атома дорівнює $2n^2$.

5.3. АТОМНІ СИСТЕМИ З БАГАТЬМА ЕЛЕКТРОНАМИ

Принцип Паулі. На відміну від макроскопічних тіл, однотипні частинки мікросвіту (електрони, протони, нейтрони, всі так звані елементарні частинки, атоми та ін.) мають абсолютно однакові властивості: у них однакові маси, електричний заряд, спін та ін. Однакові частинки принципово не можна розпізнати. Можна казати про стан системи однакових частинок лише в цілому, а не про стан кожної частинки окремо. Це положення можна сформулювати у вигляді **принципу тотожності однакових частинок**:

в системі однакових частинок реалізуються тільки такі стани, які не змінюються при перестановки місцями двох будь-яких частинок.

Стан системи частинок у квантовій механіці характеризується хвильовою функцією. Хвильові функції, які задовольняють принципу тотожності однакових частинок, повинні бути або *симетричними*, або *антисиметричними*. Симетричні хвильові функції не змінюються при перестановки двох будь-яких однакових частинок, а антисиметричні змінюють лише знак.

Частинки, стан яких описується симетричними хвильовими функціями, називаються *бозе-частинками* або *бозонами*. Бозони підпорядковуються *статистики Бозе-Ейнштейна*. До бозонів відносяться всі частинки, що мають нульовий або цілий спін (наприклад, фотони, π - мезони, K -мезони).

Частинки, стан яких описується антисиметричними хвильовими функціями, називаються *фермі-частинками* або *ферміонами*. Вони підпорядковуються *статистики Фермі-Дірака*. До ферміонів відносяться всі частинки, які мають напівцілий спін (наприклад, електрони, протони, нейтрони, нейтрино).

Є ще одна суттєва відмінність ферміонів від бозонів. На стани ферміонів, на відміну від станів бозонів, накладається обмеження. Це обмеження носить назву **принципу Паулі**:

в системі тотожних ферміонів не може бути двох частинок, які знаходяться в одному й тому ж стані.

Електрон є ферміоном, а його стан характеризується четвіркою квантових чисел. **Принцип Паулі для електронів** може бути сформульований так:

в атомі не може бути двох електронів, стан яких визначається набором одна-

кових чотирьох квантових чисел n, l, m_l, m_s .

Пояснення періодичної системи хімічних елементів. Періодична повторюваність властивостей хімічних елементів, яка відкрита Д.І. Менделєєвим у 1869 році і відображена в його періодичній системі, пізніше була пояснена на основі квантової теорії атома. Періодична повторюваність властивостей хімічних елементів є зовнішнім проявом внутрішньої структури електронних оболонок атомів. Хімічні властивості елементу визначаються зовнішніми (валентними) електронами електронної оболонки.

Теорія періодичної системи основана на двох принципах:

1) *принцип Паулі*;

2) *принцип мінімуму енергії*: при даній загальній кількості електронів в атомі має місце стан, в якому енергія мінімальна.

Електронна оболонка атома поділяється на *шари* та *оболонки*. Сукупність електронів атома із заданим значенням головного квантового числа n утворює *шар*. Максимальна кількість електронів, що можуть знаходитись на тому чи іншому шарі дорівнює $2n^2$.

Сукупність електронів із заданими значеннями n і l утворюють *оболонку*. В оболонці з квантовим числом l може знаходитись не більше $2(2l + 1)$ електрона:

Шар	n	Максимальна кількість електронів у станах					Всього електронів у шарі
		s	p	d	f	g	
		$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$	$l = 3$	$l = 4$	
<i>K</i>	1	2					2
<i>L</i>	2	2	6				8
<i>M</i>	3	2	6	10			18
<i>N</i>	4	2	6	10	14		32
<i>O</i>	5	2	6	10	14	18	50

Ідеальна схема заповнення шарів і оболонок будується за таким принципом: кожний електрон, який додається, зв'язується у стані з найменшими допустимими принципом Паулі значеннями квантових чисел n і l . Коли заповнення шару закінчено, утворюється стійка електронна конфігурація, яка відповідає електронній конфігурації благородних газів. Після цього починає заповнюватись наступний шар, причому першим елементом при цьому є лужний метал.

Розподіл електронів за станами називають *електронною конфігурацією*. Електронна конфігурація символічно записується так. Спочатку вказується головне квантове

число, потім символ стану за орбітальним квантовим числом та у вигляді степеня при ньому кількість електронів у даному стані. Наприклад, електронна конфігурація атому натрію (Na) – $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$. Вона показує, що є два електрона у s -стані з $n = 1$, два електрони у s -стані з $n = 2$, шість електронів у p -стані з $n = 2$ та один електрон у s -стані з $n = 3$.

В дійсності ідеальна схема заповнення шарів і оболонок порушується внаслідок вимоги мінімуму енергії. Перший "збій" відбувається з атомом калію (K): зовнішній електрон займає, замість $3d$ -стану, $4s$ -стан. Таке заповнення станів виявилось енергетично більш вигідним.

Особливої уваги заслуговують 14 елементів від церію (Ce) до лютецію (Lu) включно, які називаються *рідкісноземельними* або *лантанідами*. У них відбувається заповнення внутрішнього $4f$ -стану. Так як зовнішні оболонки практично залишаються без змін, то всі лантаніди мають досить близькі хімічні властивості, і тому їх важко відокремити один від одного.

Подібно лантанідам ведуть себе *актиніди*. Так називають 14 елементів від торію (Th) до лоуренсію (Lr) включно. В них відбувається заповнення внутрішнього $5f$ -стану.

Хімічний зв'язок. Спочатку хімія була вимушена ввести припущення про існування особливих "хімічних сил", для того щоб пояснити утворення молекул із атомів, а також хімічні реакції між атомами або молекулами. Насправді таких сил не існує – вони зводяться до звичайних електричних (кулонівських) сил взаємодії між зарядженими частинками, тобто електронами і ядрами, з яких складаються атоми. Хімічний зв'язок може бути пояснений тільки квантово-механічними особливостями взаємодії.

Існує два типи хімічного зв'язку: *іонний (гетерополярний)* і *ковалентний (гомеополярний)*.

Іонний зв'язок реалізується у тих випадках коли молекулу можна представити як утворення, що складається з двох іонів: позитивного і негативного (наприклад, молекулу $NaCl$ утворюють іони Na^+ та Cl^-). Ковалентний зв'язок має місце, коли молекула утворюється нейтральними атомами (наприклад, молекула водню H_2).

Найбільш стабільна електронна конфігурація атома складається із замкнутих електронних оболонок, в яких всі електронні стани заповнені. Замкнуті електронні оболонки

мають благородні (інертні) гази. Саме замкнутість оболонок пояснює їх інертність по відношенню до вступу у реакцію з іншими елементами.

Атоми з незамкнутими зовнішніми оболонками або втрачають електрони, або приєднують додаткові електрони, для того щоб зовнішня оболонка стала замкнутою. В результаті утворюються позитивні або негативні іони. Іонний зв'язок може виникнути між атомами лише у тому випадку, коли повна енергія системи двох іонів, що утворюють молекулу, менша, ніж повна енергія двох атомів, з яких складається ця молекула.

Ковалентний зв'язок у молекулі обумовлений усупільненням електронів. Фізична сутність ковалентного зв'язку полягає в наступному. Електрон в полі ядра знаходиться в квантовому стані з певною енергією. Якщо відстань між ядрами змінюється, то змінюються й стан руху електрона, і його енергія. Між ядрами діють сили відштовхування, тому енергія взаємодії між ними збільшується при зменшенні відстані. Однак якщо енергія електрона при зменшенні відстані зменшується більш швидко, ніж збільшується енергія взаємодії ядер, то повна енергія системи при зменшенні відстані зменшується. Це означає, що в системі двох ядер, що відштовхуються, і електрона діють сили, які намагаються зменшити відстань між ядрами. Ці сили притягання й обумовлюють ковалентний зв'язок в молекулі. Вони виникають завдяки наявності спільного електрона, тобто в наслідок обміну електроном між атомами, і є *обмінними квантовими силами*.

Типи зв'язку в кристалах. *Кристалами* називають тверді тіла, які мають тривимірну періодичну атомну структуру. Ця періодичність, що існує на атомному рівні, приводить до того, що кристали мають форму правильних симетричних многогранників. Такі правильні многогранники можуть утворюватися з рідини або газу тільки за рівноважних умов. Великі поодинокі правильні кристали називаються *монокристалами*. Більшість кристалічних тіл – це *полікристали*. Вони складаються з безлічі дрібних монокристалів, зорієнтованих безладно.

В кристалах можна вказати п'ять типів зв'язку: *іонний, ковалентний, водневий, металевий і молекулярний*.

Іонний і ковалентний зв'язки в кристалах виникають аналогічно їх виникненню в молекулах. Найчастіше іонні кристали утворюються різними солями. Ковалентний тип кристалів характерний для напівпровідників, вуглецю і багатьох органічних речовин.

Атом водню має один електрон і тому може бути зв'язаним ковалентним зв'язком лише з одним атомом. Якщо цей атом сильно усупільнює електрон атому водню, тобто є електронегативним атомом, то електрон більшу частину часу проводить поблизу цього атома. Протон (ядро атому водню) виявляється неекранованим (атом водню стає позитивно зарядженим) і притягується до іншого електронегативного атому. Виникає зв'язок двох електронегативних атомів через атом водню, який називається *водневим*. Водневий зв'язок частіше всього утворюється з атомами таких елементів як кисень, фтор і азот. Найбільш відомий приклад сполучення з водневим зв'язком – вода (в кристалічній формі – лід).

В металах електрони зовнішньої оболонки атомів усупільнюються та утворюють електронний газ. Для віддалення електронів із зовнішніх оболонок атомів необхідно витратити енергію. Але це енергетично вигідно, так як знижує загальну енергію метала. Зниження енергії метала в наслідок занурення позитивно заряджених іонів у негативний електронний газ компенсує з певним запасом витрати енергії на відрив електронів від атомів. Зв'язок, який при цьому виникає між атомами металу, називається *металевим*.

Молекулярний зв'язок виникає між нейтральними атомами, в яких електрони сильно зв'язані з ядрами. Цей зв'язок здійснюється слабкими Ван-дер-Ваальсовими силами, які виникають внаслідок руху електронів в атомах і молекулах. Молекулярний зв'язок відіграє особливо важливу роль в органічних кристалах. Енергія зв'язку в молекулярних кристалах невелика і тому температури плавлення та кипіння відповідних речовин низькі. Молекулярні кристали мають парафін, аргон, вуглекислий газ, азот.

5.4. ЕЛЕМЕНТИ ЗОННОЇ ТЕОРІЇ

Енергетичні зони в кристалах. Будь-яке тверде тіло макроскопічних розмірів являє собою сукупність величезної кількості атомних ядер і електронів. Важливою особливістю твердого тіла є те, що атомні ядра займають у ньому більш-менш фіксовані положення у просторі. В ідеальному кристалі ці положення утворюють трьохвимірну періодичну решітку. У нейтральному твердому тілі загальний заряд позитивних ядер дорівнює абсолютній величині сумарного заряду всіх електронів.

Як було показано вище, енергетичний спектр електронів в ізолюваному атомі має дискретний характер. Це означає, що електрони можуть мати тільки дискретні значення

енергії, зумовлені правилом квантування. Кожному значенню головного квантового числа n відповідає цілком певне значення енергії електрона. Наочно цей спектр зручно зображати у вигляді набору паралельних ліній, як це показано на рис. 5.1.

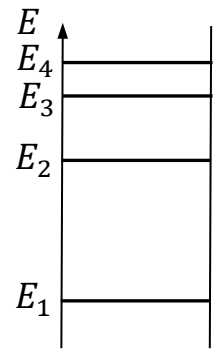


Рис. 5.1

Макроскопічний кусок твердого тіла містить біля $N \approx 10^{23}$ частинок. Відомо, що в твердому тілі атоми розміщені настільки тісно один до одного, що кожен атом решітки перебуває в сильному електричному полі своїх сусідів. Розглянемо вплив цього поля на енергетичні рівні електронів кожного атома.

Візьмемо, для прикладу, N атомів натрію, які спочатку розмістимо в просторі так, як належить структурі кристала натрію, з тією тільки відмінністю, що відстані між ними покладено настільки великими, щоб не було взаємодії між сусідніми атомами. В такому кристалі енергетичний спектр електронів кожного атома буде такий самий, як і для ізолюваного атома. Енергетичні рівні атомів $1s$, $2s$ і $2p$ заповнені електронами повністю, рівень $3s$ – наполовину; решта рівнів незаповнені. В кожному атомі є рівні з однаковими значеннями енергії, які завдяки різним значенням магнітних квантових чисел є $(2l + 1)$ -кратно виродженими (виродження за спіном не враховується).

Почнемо тепер зменшувати відстані між атомами, зблизивши їх на рівноважну відстань. При цьому атоми почнуть взаємодіяти один з одним. Внаслідок цієї взаємодії виродження знімається, тобто кожен вироджений рівень розщеплюється на $(2l + 1)$ невироджених підрівнів. Більше того, за принципом Паулі (поширеним на весь кристал, що містить N атомів) у кристалі не може бути двох однакових за енергією невироджених підрівнів. Тому кожен енергетичний рівень у кристалі розщеплюється в енергетичну зону, яка складається з $N \cdot (2l + 1)$, відмінних за енергією невироджених підрівнів. Різниця енергій між сусідніми підрівнями становить нескінченно малу величину $\delta E \approx 10^{-22}$ еВ.

Енергетичні спектри в металах, діелектриках, напівпровідниках. Електрони у твердому тілі можуть мати тільки ті енергії, значення яких лежать всередині енергетичних зон, які називаються *зонами дозволених енергій*. Проміжки між ними являють собою енергії, яких електрони даних речовин набувати не можуть. Їх називають *забороненими зонами*. Із збільшенням енергії електрона в атомі ширина дозволених зон збільшується,

а ширина заборонених зон зменшується.

На рис. 5.2 наведено схему утворення енергетичних зон металічного натрію. Верхня дозволена зона, де є електрони, заповнена частково. Це означає, що коли до зразку твердого натрію прикладається електричне поле, електрони легко набувають додаткової енергії, поки вони залишаються в межах даної енергетичної зони. Додаткова енергія проявляється у вигляді кінетичної енергії, а рухомі електрони роблять внесок у електричний струм. Отже, натрій є добрим провідником електрики, як й інші кристалічні речовини, енергетичні зони яких заповнені тільки частково.

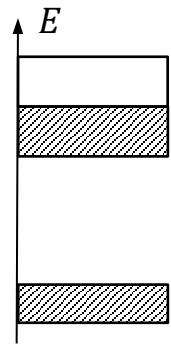


Рис. 5.2

На рис. 5.3. показано схему утворення енергетичних зон хімічних елементів, що мають структуру алмазу (алмаз, кремній, германій). В цьому разі сама верхня дозволена зона, де є електрони заповнена повністю, а наступна за нею зона пуста. Нижню дозволену зону називають *валентною зоною*, верхню – *зоною провідності*.

В алмазі ширина забороненої зони становить 6 еВ. Це означає, що електронів треба передати щонайменше 6 еВ додаткової енергії, щоб він міг мати хоч яку-небудь малу кінетичну енергію, оскільки значення його енергії не може лежати в межах забороненої зони. Для того щоб електрон набув енергії 6 еВ на шляху 10^{-8} м (а така його середня довжина вільного пробігу в кристалі), потрібна напруженість електричного поля $6 \cdot 10^8$ В/м, тобто приблизно в 10^{10} раз більша за напруженість електричного поля, для створення струму в натрії. Через це алмаз – дуже поганий провідник електрики і належить до діелектриків.

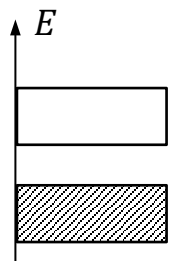


Рис. 5.3

Кремній має подібну будову енергетичних зон. Проте ширина забороненої зони у кремнії становить 1,1 еВ. При низьких температурах кремній як провідник не набагато кращий за алмаз, але при кімнатній і вищих температурах невелика частка його електронів має достатню кінетичну енергію теплового походження, щоб перескочити заборонену зону і появитися в зоні провідності. Цих електронів досить, щоб при накладанні електричного поля виник струм обмеженої сили. З'являється *електронна провідність*. Електричний опір кремнію проміжний між опорами провідників та діелектриків і дуже залежить від зовнішніх факторів (температури, опромінення, тощо), через що кремній і належить до

напівпровідників. В кристалах такого типу (які є напівпровідниками з власною невідомою провідністю) кількість електронів у зоні провідності дорівнює кількості незаповнених місць у валентній зоні. На ці незаповнені рівні енергії можуть легко перейти електрони з сусідніх рівнів, а на їх місце – інші електрони. Таким чином, у валентній зоні також уможливується здійснення провідності. Ця провідність здійснюється електронами валентної зони, що послідовно займають вакансії. Послідовне заповнення вакансій, що відкриваються, цілком можна розглядати і як переміщення самих вакансій. Місце, звільнене електроном можна уявляти як позитивно заряджену *дірку*, а відповідну провідність можна назвати *дірковою провідністю*.

Введення домішкових атомів у кристалічну решітку напівпровідників приводить до утворення локальних рівнів енергії у забороненій зоні донорного або акцепторного типу. Наприклад, один атом кремнію замінюється атомом сурми. Сурма має п'ять валентних електронів, а кремній – всього чотири. Тому в процесі утворення зв'язків виникає «п'ятий зайвий». Він набагато слабкіше зв'язаний із своїм атомом і легко може потрапити в зону провідності. Домішки, які збільшують кількість електронів у зоні провідності називаються *донорними домішками*, а локальні рівні, які при цьому з'являються у забороненій зоні біля дна зони провідності – *донорними рівнями*. Про напівпровідник кажуть, що він *донорний напівпровідник* або *напівпровідник n-типу*.

Якщо ж атом кремнію замінити атомом тривалентного елемента, наприклад атомом галію, то тепер уже буде не вистачати одного електрона для утворення нормального ковалентного зв'язку з чотирма сусідами. Тому з'являється вакансія, і на неї може перейти електрон від якогось іншого атома кремнію, створивши на звільненому місці нову вакансію. Інакше кажучи, усередині кристала рухатимуться дірки, і це приведе до появи локального домішкового рівня у забороненій зоні поблизу найвищого рівня валентної зони і до збільшення діркової провідності. Домішки, введення яких ініціює процес утворення дірок, називають *акцепторними домішками*. Відповідно, говорять про *акцепторні рівні*, *акцепторні напівпровідники* або *напівпровідники p-типу*.

Якщо дно зони провідності розміщено трохи нижче, ніж верхній рівень валентної зони, то речовина є *напівметалом*. У напівметалах, на відміну від напівпровідників, навіть при $T \rightarrow 0$ в зоні провідності є невелика кількість електронів, що дорівнює кількості

дірок у валентній зоні. Незначне перекриття зон приводить до того, що кількість електронів провідності, які припадають на один атом речовини, значно менша, ніж у металах (де вона дорівнює кількості атомів, помноженій на їхню валентність). Так, наприклад, у напівметалічному вісмуті один електрон провідності припадає на 10^5 атомів. Слід зазначити також, що на відміну від металів, в яких кількість електронів в зоні провідності практично не залежить від температури, в напівметалах (як і в напівпровідниках) кількість електронів у зоні провідності і дірок у валентній зоні збільшується при підвищенні температури.

Якщо валентна зона і зона провідності не перекривається, але верхній рівень валентної зони дотикається до нижнього рівня зони провідності, речовина є *безщілинним напівпровідником*. Типовими представниками безщілинних напівпровідників є сплави вісмуту з сурмою.

5.5. ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ АТОМНИХ ЯДЕР

Статичні і динамічні характеристики ядер. Атомні ядра умовно прийнято поділяти на *стабільні* і *радіоактивні*. Умовність такого поділу полягає в тому, що по суті всі ядра зазнають радіоактивного розпаду, але з різною швидкістю. Звичайно ядра прийнято вважати стабільними, якщо від часу утворення видимої частини Всесвіту (порядку 10^{10} років), тобто від часу утворення хімічних елементів, розпалась незначна їх частина.

Фізичні величини, які характеризують властивості атомних ядер, можна поділити на *статичні* і *динамічні*. Статичні характеристики відносяться до певного, звичайно незбудженого стану ядра. Динамічні характеристики проявляються при збудженнях і розпадах ядра та ядерних реакціях. Статичні характеристики часто називають властивостями стабільних ядер.

Важливими статичними характеристиками ядра є: зарядове число (атомний номер) Z , маса ядра M , енергія зв'язку $E_{зв}$, радіус R , спин I , магнітний момент μ та ін.

Радіоактивні ядра додатково характеризуються типом радіоактивного перетворення (α -розпад, β -розпад, спонтанне ділення та ін.), часом життя τ (або періодом піврозпаду $T_{1/2}$), енергією частинок, що випромінюються, і т. п.

Маси та енергії зв'язку ядер. Властивості атома визначаються в основному його електронною оболонкою і передусім кількістю електронів, тобто числом Z . Число Z вка-

зує на порядковий номер даного хімічного елементу у періодичній системі елементів Менделєєва і визначає кількість протонів у ядрі, однак при заданому Z кількість нейтронів у ядрі може бути різною. Ядро характеризується насамперед числами Z і A (або Z і N). Конкретне ядро з даними Z і A називають *нуклідом*.

Атомні ядра, що мають однакові Z , але різні A (або N), звуться *ізотопами*. Так, водень має три ізотопи: легкий водень ${}^1_1\text{H}$, дейтерій ${}^2_1\text{H}$ і тритій ${}^3_1\text{H}$ (ліворуч вгорі від назви елемента – масове число A , а внизу – зарядове число Z). Найбільшу кількість ізотопів має ксенон ${}_{54}\text{Xe}$ – у нього їх 28.

Ядра, що мають однакові A , але різні Z і N , звуться *ізобарами*. Наприклад, цікаві властивості виявляють так звані *дзеркальні ядра* – це ізобарні ядра, які можна отримати одне з одного заміною всіх протонів нейтронами, а всіх нейтронів – протонами. Прикладом таких пар може бути ${}^3_1\text{H}$ і ${}^3_2\text{He}$, ${}^7_4\text{Be}$ і ${}^7_3\text{Li}$, ${}^{11}_5\text{B}$ і ${}^{11}_6\text{C}$ і т. д.

Ядра з однаковими N , але різними Z (або A) називають *ізотонами*.

Маса ядра залежить від загальної кількості нуклонів у ядрі. Якби нуклони в ядрі не взаємодіяли між собою, тобто ядро являло собою газ вільних нуклонів, то маса ядра дорівнювала б $Zm_p + (A - Z)m_n$, де m_p , m_n – маси протона і нейтрона. Насправді внаслідок взаємодії нуклонів між собою маса ядра менша від наведеної величини

$$M(Z, A) = Zm_p + (A - Z)m_n - \Delta M, \quad (5.23)$$

де ΔM – величина, що має назву дефекту маси. Якщо ядро стабільне, то для нього дефект маси додатна величина.

Енергією зв'язку $E_{\text{зв}}$ ядра називається енергія, яка необхідна для повного розщеплення ядра на окремі протони і нейтрони. Згідно з теорією відносності енергія зв'язку ядра дорівнює його дефекту маси, помноженому на квадрат швидкості світла у вакуумі:

$$E_{\text{зв}} = \Delta M \cdot c^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - M(Z, A)]c^2. \quad (5.24)$$

Суттєво відмітити, що у таблицях наводяться не маси ядер, а величини, які виражаються через маси нейтральних атомів. Тому для зручності обчислень формулу (5.24) доцільно перетворити так, щоб в ній були присутні маси атомів, а не ядер. Тоді формула (5.24) перейде у

$$E_{\text{зв}} = [ZM_{\text{ат}}({}^1_1\text{H}) + (A - Z)m_n - M_{\text{ат}}(Z, A)]c^2, \quad (5.25)$$

де $M_{\text{ат}}(^1_1\text{H})$ – маса атому водню, а $M_{\text{ат}}(Z, A)$ – маса атому з порядковим номером Z і масовим числом A .

Питома енергією зв'язку називається середня енергія зв'язку, що припадає на один нуклон:

$$w = E_{\text{зв}}/A. \quad (5.26)$$

Маси ядер вимірюються в атомних одиницях маси (а. о. м.). За *атомну одиницю маси* приймається $1/12$ частина маси нейтрального атому вуглецю ^{12}C .

В ядерній фізиці і фізиці елементарних частинок прийнято масу та енергію вимірювати однаковими величинами. Тому ядерну енергію зв'язку часто вимірюють в атомних одиницях маси, а масу в одиницях енергії, причому за одиницю енергії приймається *мегаелектронвольт* (MeV). Неважко підрахувати, що

$$1 \text{ а. о. м.} = 1,66056 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 931,5016 \text{ MeV}.$$

Маси ядер експериментально вимірюють за допомогою мас-спектрографів. Також їх можна визначити з результатів вимірювання енергій різних ядерних реакцій, енергій α - та β -розпадів, а також з радіоспектроскопічних вимірювань частот переходів між ротацийними рівнями молекул.

Аналіз експериментальних енергій зв'язку дає цікаву інформацію про властивості ядер. Якщо відкинути самі легкі ядра, то у грубому наближенні питома енергія зв'язку w майже не залежить від масового числа A . Справді, найбільш сильно нуклони зв'язані в ядрах з масовими числами A у діапазоні приблизно від 40 до 100. Для цієї групи питома енергія зв'язку дорівнює приблизно 8,7 MeV. Із збільшенням масового числа питома енергія зв'язку повільно спадає та для урану складає приблизно 7,6 MeV. Для невеликих значень A питома енергія зв'язку в кілька разів менша, ніж для важких ядер.

Отже, питома енергія зв'язку має максимум ($\approx 8,8 \text{ Мев}$) при $A \approx 56$, тобто в області ядер заліза, і спадає при зменшенні та збільшенні масового числа. Найлегшим ядрам вигідно зливатись одне з одним з виділенням *термоядерної енергії*. Для найбільш важких ядер, навпаки, більш вигідний процес поділу на уламки, який проходить з виділенням енергії, яка отримала назву *атомної*.

Спадання питомої енергії зв'язку при малих A можна пояснити впливом поверхневих ефектів. Нуклони, які знаходяться на поверхні ядра, не повністю використовують свої

зв'язки, що приводить до виникнення поверхневого натягу. Роль поверхневих ефектів зростає при збільшенні відношення площі поверхні до об'єму, тобто при переході до більш легких ядер. Зменшення питомої енергії зв'язку при переході до важких ядер пояснюється електростатичним відштовхуванням протонів, так як кулонівська енергія пропорційна величині $Z^2/A^{1/3}$.

Розміри ядер. У першому наближенні ядра можна вважати сферичними. Через те, що об'єм ядра пропорційний масовому числу A , радіус ядра R пропорційний $A^{1/3}$:

$$R = r_0 A^{1/3}, \quad (5.27)$$

де стала r_0 для більшості ядер (крім найлегших) не залежить від A ; значення її лежать в межах $r_0 = (1,1 - 1,5) \cdot 10^{-15}$ м.

Методи визначення розмірів ядер ґрунтуються на вивченні розсіяння нейтронів, електронів та інших частинок ядрами. Крім того, розміри ядер можна визначити з аналізу даних щодо α -розпаду ядер, а також рентгенівського випромінювання і енергій зв'язку ядер. Вкажемо, що ядра є не статичними, а динамічними системами, тому поняття радіуса ядра неможна розглядати як радіус металевої кульки.

За відомими масою ядра і його радіусом можна оцінити густину ядерної речовини. Для такої оцінки краще взяти яке-небудь важке ядро, що містить багато нуклонів. В результаті цього знайдемо, що середня густина ядерної речовини дорівнює $2,2 \cdot 10^{17}$ кг/м³.

Спін і магнітний момент ядра. Як й інші елементарні частинки (електрон ми розглянули вище), протон і нейтрон мають спін та магнітний момент. Кожний протон і нейтрон мають спін величиною $\hbar/2$. Отже, важливими статичними характеристиками атомних ядер є спін I та магнітний момент μ .

Спін ядра I рівний векторній сумі спінів нуклонів, які його утворюють. Тому спін ядра, що складається з парного числа нуклонів, є цілим числом (в одиницях \hbar). Спін ядра з непарним числом нуклонів є напівцілим (в одиницях \hbar).

Атомні ядра, окрім спіну, мають також магнітні моменти, які визначаються магнітними моментами нейтрона і протона. Магнітні моменти частинок пов'язані з їх моментами імпульсів. Основний внесок у магнітний момент ядра дають спінові магнітні моменти нуклонів, хоча існують і орбітальні магнітні моменти. Магнітні моменти ядер мають наба-

гато менше значення, ніж магнітні моменти електронів у атомах.

Ядерні моделі. Атомні ядра – це складні і своєрідні фізичні об'єкти, які мають багато цікавих властивостей. Для того щоб розібратися у цих властивостях та тим самим навчитись передбачати, як буде себе вести ядро в тих чи інших ситуаціях, необхідні якісь теоретичні представлення про ядро (структура ядра, механізм ядерних реакцій).

Перша основна трудність теорії ядра полягає в тому, що ми недостатньо знаємо про сили взаємодії між нуклонами. Друга основна трудність пов'язана з проблемою математичного розв'язку квантової задачі багатьох тіл. З цих труднощів випливає необхідність створення ядерних моделей, в яких ядро замінюється деякою модельною фізичною системою, яка достатньо гарно описує певну сукупність властивостей ядра і разом з тим допускає достатньо просте математичне трактування.

Моделі ядра можна розділити на *колективні*, *одночастинкові* та *узагальнені*. Область застосування тієї чи іншої моделі визначається сукупністю фактів, які ця модель здатна пояснити.

Найпростішою та історично першою серед колективних моделей є *краплинна модель ядра*, в якій ядро трактується як заряджена краплина рідини. Краплинна модель, наприклад, пояснює властивість насичення ядерних сил та поверхневі ефекти в легких ядрах.

З одночастинкових моделей найбільше значення має *оболонкова модель ядра*. Виявляється, що ядра мають відому періодичність, яка аналогічна періодичності атомів. В ядрах оболонки утворюють нуклони, енергія яких однакова, а інші квантові характеристики різні. Заповнення наступної нуклонної оболонки починається лише після заповнення попередньої. Оболонкова модель, наприклад, дала змогу пояснити існування *магічних ядер*, які є аналогом інертних хімічних елементів.

Узагальнені моделі є синтезом одночастинкових і колективних моделей.

5.6. ФУНДАМЕНТАЛЬНІ ВЗАЄМОДІЇ ТА ЯДЕРНІ СИЛИ

На початку третього розділу ми вже вказували на те, що на даний час у природі відомі чотири види фундаментальних взаємодій: *сильна*, *електромагнітна*, *слабка* і *гравітаційна*. В основі всіх фундаментальних взаємодій між двома частинками лежить обмін третіми частинками – квантами відповідного поля, через яке передається взаємо-

дія. У випадку електромагнітних взаємодій квантами поля – переносниками взаємодії – є фотони. Сильна взаємодія переноситься *глюонами*, слабка – *проміжними векторними бозонами*, гравітаційна – гіпотетичними *гравітонами*.

Сильна взаємодія. Як свідчить ціла низка експериментів протон і нейтрон мають складну внутрішню структуру. Експерименти з розсіяння електронів високих енергій протонами можна пояснити, якщо припустити, що нейтрон і протон складаються із певних частинок, які мають назву *кварків*. Слід вважати, що кварки мають дробовий заряд, який ніколи не спостерігається в експерименті у вільних частинок. Тому кварки виявляються гіпотетичними частинками, але без припущення про їх існування неможливо пояснити широке коло явищ, що належать до фізики високих енергій. Слід також відмітити, що внутрішня структура нуклонів не проявляється в звичайній ядерній фізиці.

Згідно з *кварковою моделлю* протон складається із трьох кварків – двох кварків *u* і одного *d*, а нейтрон – з двох кварків *d* і одного *u*. Заряди кварків дорівнюють

$$q_u = \frac{2}{3}e, \quad q_d = -\frac{1}{3}e.$$

Нуклони мають скінченні лінійні розміри порядку 10^{-15} м. Тому в таких малих просторових областях мають перебувати й кварки. Щоб вони там перебували, між ними повинні діяти великі сили, які мають дивовижні властивості: на малих відстанях порівняно з розмірами нуклона вони дуже слабкі, тому всередині нуклона кварки поводять себе майже як вільні частинки, а на відстанях порядку розмірів нуклона і дещо більших ці сили такі великі, що не дозволяють кваркам залишити нуклон і виявити себе вільними частинками. Саме тому кварки до сих пір і не спостерігались в експериментах.

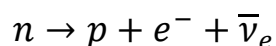
Взаємодія між кварками зумовлена існуванням поряд з кварками нових частинок – *глюонів*. Взаємодія двох кварків відбувається шляхом обміну глюоном: перший кварк випускає глюон, а другий його поглинає, або навпаки. Проте для дуже багатьох явищ (зокрема, при низьких енергіях) нуклони не "розпадаються" на окремі кварки, які зібрані ніби у "мішки", що відповідають певним протонам і нейтронам. Сили між кварками у "мішках" дуже великі, настільки великі, що більші сили в природі не спостерігаються. Тому взаємодію між кварками називають *сильною взаємодією*.

Взаємодія між кварковими "мішками" (тобто взаємодія між нуклонами) в ядрі теж дуже велика. Взаємодію між нуклонами називають *ядерними силами*, які також відно-

сяться до сильної взаємодії. Кварк-кваркові сили – це насправді фундаментальні сили. Ядерні ж сили виявляються вторинними, бо вони випливають з існування кварк-кваркових сил. Їх можна порівняти з силами між атомами – хімічними силами та силами Ван-дер-Ваальса, в основі яких лежить фундаментальна електромагнітна взаємодія. Існування ж самих цих сил – явище вторинне.

Електромагнітна, слабка і гравітаційна взаємодії. Електричний заряд визначає наступну (щодо інтенсивності) за сильною *електромагнітну взаємодію*. Її зазнають всі електрично заряджені частинки і фотон, який не має електричного заряду. Крім того, електромагнітна взаємодія існує між нейтральними частинками, котрі мають магнітні моменти, наприклад між двома нейтронами. Якщо сильна взаємодія приводить до утворення ядер і зумовлює структуру ядер, то електромагнітна взаємодія відповідає за утворення атомів, молекул і твердих тіл. Інтенсивність електромагнітної взаємодії приблизно на два порядки менша, ніж інтенсивність сильної взаємодії, але радіус її дії не обмежений на відміну від радіуса дії сильної взаємодії.

Ще менша інтенсивність *слабкої взаємодії* – приблизно на десять порядків менша, ніж інтенсивність сильної взаємодії. Радіус дії слабкої взаємодії істотно менший від радіуса дії сильної взаємодії (порядку 10^{-18} м). Всі елементарні частинки, за винятком фотона, зазнають слабкої взаємодії. Однак прояв слабкої взаємодії можливий за особливих умов на фоні сильної та електромагнітної взаємодій. Вона спостерігається у розпадах деяких нестабільних елементарних частинок. Наприклад, вільний нейтрон (на відміну від вільного протону) нестабільний і розпадається за рахунок слабкої взаємодії на протон, електрон і електронне антинейтрино (середній час життя нейтрона близько 15,3 хв.):



(риска зверху означає античастинку).

Слабка взаємодія відповідає за β -розпад ядер і зумовлює розсіювання нейтрино різними елементарними частинками.

Найменшою за інтенсивністю виявляється *гравітаційна взаємодія* (приблизно менша за сильну в 10^{38} раз), тому у фізиці мікросвіту не враховується. Гравітаційної взаємодії зазнає вся матерія в цілому – в цьому полягає закон всесвітнього тяжіння. Радіус її дії необмежений. Гравітаційна взаємодія проявляється головним чином між макроскопіч-

ними тілами. Вона визначає рух планет і зір. Структура Всесвіту цілком визначається цією взаємодією. У світі елементарних частинок гравітаційна взаємодія безпосередньо не проявляється через порівняно малі маси частинок.

Основні властивості ядерних сил. Детальне вивчення ядерних сил необхідне для більш глибокого розуміння структури ядра і механізму ядерних реакцій. Перелічимо деякі властивості ядерних сил, які отримані на основі експериментальних даних.

1. Ядерні сили самі потужні з усіх відомих в природі. Наприклад, енергія зв'язку найпростішого ядра – дейтрона – дорівнює 2,23 МеВ, а обумовлена електромагнітними силами енергія зв'язку найпростішого атома – водню – дорівнює 13,6 еВ.

2. Ядерні сили – це сили короткодійчі. Радіус їхньої дії становить порядок 10^{-15} м.

3. Існування ядерних сил пов'язане з процесом обміну проміжними частинками, які називали *π - мезонами* (або *піонами*). Тому кажуть, що ядерні сили носять обмінний характер. Піон – це елементарна частинка, маса якої майже в 280 раз більша за масу електрона. Існують три піони π^+ , π^0 і π^- , що мають заряди $+e$, 0 , $-e$.

4. Ядерні сили істотно залежать від орієнтації спінів нуклонів, що взаємодіють.

5. Ядерні сили однакові для будь-якої пари нуклонів, тобто вони мають властивість зарядової незалежності. Нейтрон притягається до протона так само, як протон до протона або нейтрон до нейтрона.

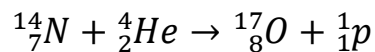
6. Ядерні сили притягують нуклони на відстанях в області 10^{-15} м, але на суттєво менших відстанях переходять у сили відштовхування. Ця властивість пояснюється наявністю у ядерних сил відштовхувальної серцевини.

7. Ядерні сили мають властивість насичення. Це означає, що конкретний нуклон задовольняється взаємодією лише з найближчими сусідніми нуклонами і зовсім не цікавиться рештою нуклонів ядра.

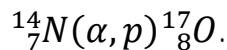
5.7. ЯДЕРНІ РЕАКЦІЇ. РАДІОАКТИВНІСТЬ

Особливості ядерних реакцій. *Ядерними реакціями* називають перетворення одних ядер в інші. Перетворення можуть відбуватися спонтанно або викликатися штучно. Величезна кількість найрізноманітніших перетворень відбувається під час зіткнення ядер з елементарними частинками або іншими ядрами.

Ядерні реакції записують, як правило, за аналогією з хімічною реакцією. Наприклад, запис



означає, що при бомбардуванні ядер азоту ${}^{14}_7N$ α -частинками (ядрами атома гелію 4_2He) утворюється ядро ізотопу кисню ${}^{17}_8O$ і випромінюється протон 1_1p . Зручний спосіб перевірки правильності запису реакції – сума верхніх і сума нижніх індексів до і після реакції мають бути однаковими. Іноді використовують скорочений запис такого вигляду:



Ядерні реакції відбуваються із збудженими ядрами, до того ж спосіб збудження відіграє, як правило, вторинну роль. Перше, що потрібно зробити, – це в той чи інший спосіб перевести ядро до збудженого стану. Отримана ядром енергія перерозподіляється між нуклонами, і в такому стані ядро може перебувати доволі довго порівняно з *характерним ядерним часом*, який складає порядку 10^{-23} с.

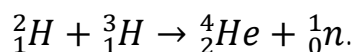
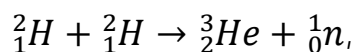
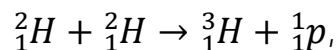
Якщо енергія надходить до ядра внаслідок поглинання ядром нейтрона або протона, виникає нове *складене ядро* з іншими значеннями Z і A . Складене ядро також може існувати дуже довго, а вже потім відбувається його перетворення.

Ядерні реакції можуть відбуватися як з поглинанням (*ендотермічні реакції*), так і з виділенням енергії (*екзотермічні реакції*). Якщо відомі маси ядер до і після реакції, то енергію ядерної реакції можна обчислити за формулою:

$$\Delta E = [(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)]c^2, \quad (5.28)$$

де m_1, m_2, m_3, m_4 – маси ядер та елементарних частинок до і після реакції.

Термоядерні реакції. Дуже велика енергія виділяється в *термоядерних реакціях*, які є реакціями синтезу при злитті легких ядер. З реакцій синтезу легких ядер особливий інтерес мають наступні реакції:



Щоб почалася термоядерна реакція, потрібно подолати кулонівські бар'єри, тобто потрібно, щоб початкові ядра мали достатню кінетичну енергію. Найпростіше це можна зробити, якщо створити високу температуру, близьку до 10^8 К. У водневій бомбі висока

температура створюється завдяки вибуху "звичайної" ядерної бомби, принцип дії якої ґрунтується на використанні реакції поділу.

Уже протягом багатьох років учені намагаються "приручити" термоядерну реакцію синтезу, створити умови для перебігу керованої термоядерної реакції. А умови виявилися дуже непростими. Необхідно створити не тільки високу температуру, коли речовина знаходиться у стані *плазми*, а й достатньо високу густину цієї плазми.

Радіоактивність. *Радіоактивністю* називають самодовільну зміну складу атомного ядра, яке відбувається за час, який суттєво більше характерного ядерного часу. Ядра, які самочинно розпадаються називаються *радіоактивними*, а ядра час життя яких достатньо великий – *стабільними*. Більшість радіоактивних ядер отримана штучно і відповідна радіоактивність називається *штучною*.

Розрізняють такі типи радіоактивного розпаду: α -розпад, β -розпад, спонтанний поділ атомного ядра, протонний (або двопротонний) розпад.

При α -розпаді ядра спонтанно випускають α -частинки, тобто ядра ${}^4_2\text{He}$. Якщо при β -розпаді ядра випускають електрони й електронне антинейтрино, то це β^- -розпад. Існують також ядра, що випускають позитрон і електронне нейтрино – відбувається β^+ -розпад. До β -розпаду належить і *K-захоплення*, при якому ядро захоплює електрон із *K*-оболонки атома. Електрон при цьому перестає існувати, випускається електронне нейтрино.

Дочірнє ядро, яке утворюється при α - або β -розпаді звичайно перебуває у збудженому стані і для переходу в основний стан випромінюється жорстке короткохвильове електромагнітне випромінювання, яке називається *γ -випромінюванням*. Часто говорять, що ядро випускає γ -кванти, або γ -промені, або γ -фотони.

Важкі ядра можуть розпадатись на дві (або більше) частини. Це явище має назву *спонтанного поділу*. *Протонний розпад* можливий лише у незначній кількості штучно отриманих легких ядер, які характеризуються великим надлишком протонів.

При радіоактивному розпаді з бігом часу зменшується кількість ядер, що розпадаються. Цей процес статистичний, бо мова може йтися тільки про імовірність розпаду певного ядра. При великій кількості радіоактивних ядер можна встановити загальний закон зменшення кількості їх з часом. Зазначимо, що зменшення кількості ядер за проміжок ча-

су dt пропорційне як проміжку часу dt , так і кількості існуючих ядер в момент часу t , тобто

$$dN = -\lambda N(t)dt, \quad (5.29)$$

де λ має назву *сталого розпаду*.

Із рівняння (5.29) дістаємо

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (5.30)$$

де $N(t)$ – кількість радіоактивних ядер в момент часу t ; $N_0 = N(0)$ – кількість ядер у початковий момент часу $t = 0$.

Стала розпаду λ має простий фізичний зміст. Вона дорівнює

$$\lambda = 1/\tau, \quad (5.31)$$

де τ – середній час життя ядра.

Співвідношення (5.30) – математичний *запис закону радіоактивного розпаду*. Очевидно, що кількість радіоактивних ядер зменшується з бігом часу за експоненціальним законом. Цей закон добре описує всі типи радіоактивного розпаду.

Головною задачею теорії радіоактивного розпаду є визначення сталої розпаду λ . Час, протягом якого розпадається половина початкової кількості ядер, зветься *періодом піврозпаду* і позначається через $T_{1/2}$. Ця величина зв'язана із сталою розпаду співвідношенням

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,6931}{\lambda}. \quad (5.32)$$

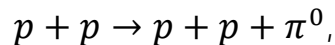
Для різних радіоактивних ядер значення періоду піврозпаду лежить в дуже широкому діапазоні від 10^{-7} с до $5 \cdot 10^{15}$ років.

5.8. ЕЛЕМЕНТАРНІ ЧАСТИНКИ

Визначення елементарних частинок. При введенні поняття *елементарних частинок* спочатку передбачалось, що це є первинні, неподільні далі частинки, з яких складається вся матерія. До початку 20-го сторіччя елементарними вважались атоми. Після того як була встановлена складна структура атомів, вони перестали вважатись елементарними частинками. Теж саме відбулося з ядрами, а потім з протоном і нейтроном. Згідно із сучасними уявленнями, частинки "елементарні" не тому, що вони не можуть бути складені з інших частинок або не мають внутрішньої структури.

Елементарними частинками зараз умовно називають велику групу найдрібніших мікрочастинок, які не є атомами або атомними ядрами (за виключенням протонів – ядер атома водню).

Найбільш характерною особливістю елементарних частинок є їх *здатність народжуватись і взаємоперетворюватись одна в одну* при зіткненнях. При цьому повна релятивістська енергія та імпульс зберігаються. Наприклад, при зіткненні протона, що рухається, з нерухомим протоном може відбуватися реакція



в якій виникає нейтральний піон. Маса піона дорівнює 135 MeV, тому енергія протона, що налітає, повинна бути не меншою за це значення. Насправді вона повинна бути не менше 290 MeV, так як у відповідності із законом збереження імпульсу частина енергії уноситься системою в її поступальному русі та не бере участі в реакції.

Друга характерна риса елементарних частинок полягає в тому, що переважна їх більшість *нестабільна*. Частинки самодовільно розпадаються. Середній час життя τ частинки у вільному стані змінюється в широких межах – від 10^{-24} с до нескінченності (для протона, наприклад, експериментально встановлено, що $\tau > 10^{32}$ років).

Класифікація елементарних частинок. Існує кілька варіантів класифікації елементарних частинок, які ґрунтуються на деякій властивості.

За належністю до відповідної статистики всі частинки (у тому числі і неелементарні) поділяються на *бозони* і *ферміони* (див. параграф 5.4).

За часом життя τ розрізняють *стабільні, квазістабільні і резонансні частинки* (або просто *резонанси*). Резонансами називають частинки, які розпадаються за рахунок сильної взаємодії з часом життя 10^{-23} с. Нестабільні частинки, час життя яких перевищує 10^{-20} с, розпадаються за рахунок електромагнітної або слабкої, але не за рахунок сильної взаємодії. Ці частинки відносяться до квазістабільних. Абсолютно стабільними частинками можна вважати лише фотон, електрон, протон і нейтрино.

За належністю до фундаментальних взаємодій частинки поділяються на *адрони* і *лептони*.

Адронами називаються елементарні частинки, які беруть участь у сильній взаємодії. Вони, як правило, беруть участь також й у електромагнітній і слабкій взаємодіях. Ці

частинки складають найбільш багаточисельну групу елементарних частинок – їх налічує біля 400 (в основному резонансів).

Стабільні і квазістабільні адрони підрозділяються на *баріони* і *мезони*. В групу резонансів входять *баріонні* і *мезонні резонанси*.

Баріонами і *баріонними резонансами* називають адрони з напівцілим спіном (тому вони належать до класу ферміонів) і масами, які не менші маси протона. До них відносяться *нуклони* (*протон* і *нейтрон*), *гіперони* та ін. Протон і нейтрон – самі легкі баріони. Протон – єдиний стабільний баріон. Нестабільні баріони з масами, які більші за масу нуклона, та великим часом життя порівняно з ядерним часом (10^{-23} с) називаються гіперонами.

Мезонами називаються нестабільні заряджені або нейтральні адрони, які мають нульовий або цілочисловий спін, а тому належать до класу бозонів. Є мезони, маса яких – проміжна між масами електрона і протона (π^0 - і π^\pm -мезони, K^\pm -мезони) та маса яких більша за масу протона.

Лептонами називаються частинки, які не беруть участі у сильних взаємодіях і які мають спін $1/2$. На даний час встановлено існування шести заряджених лептонів: електрон, мюон, важкий лептон (таон) та їх античастинки, і відповідні їм шість нейтральних частинок: електронне, мюонне і таонне нейтрино та їх античастинки. Нейтральні лептони не беруть участі і в електромагнітних взаємодіях.

Особливу групу елементарних частинок складають *переносники взаємодії* (*фотон*, *бозони*, *глюони* і гіпотетичні *гравітони*).

Античастинки. У мікросвіті кожній частинки відповідає античастинка. У деяких випадках частинка співпадає із своєю античастинкою, тобто всі властивості частинки та античастинки тотожні. У такому випадку елементарні частинки називають *дійсно нейтральними частинками*. До них відносяться, наприклад, фотон і π^0 -мезон.

Якщо частинка і античастинка не співпадають, то маси, спіни, ізотопічні спіни, часи життя у них однакові, а інші характеристики (електричний заряд, магнітний момент, лептонні і баріонні заряди, дивність, чарівність, краса) однакові за абсолютною величиною, але протилежні за знаком. Дивність, чарівність і краса – це просто квантові числа. Так, електрон і протон відрізняються від позитрона (антиелектрона) і антипротона перш за

все знаком електричного заряду. Нейтрон відрізняється від антинейтрона знаком магнітного моменту. Лептонні заряди у лептонів та антилептонів, баріонні заряди у баріонів та антибаріонів протилежні за знаком.

Поняття частинки та античастинки відносні. Що назвати частинкою, а що античастинкою – це питання угоди. Електрон вважають частинкою, а позитрон – античастинкою тільки тому, що у нашому Всесвіті переважають саме електрони, а позитрони є більш екзотичними об'єктами.

При зіткненні частинки з своєю античастинкою вони анігілюють. При анігіляції легких частинок та античастинок виникають γ -кванти, а важких частинок та античастинок – інші легкі частинки.

Так як позитрон та антипротон також стабільні, як і відповідні їм частинки, то фізика допускає поряд із звичайною речовиною існування *антиречовини*. Ядра атомів антиречовини побудовані з антипротонів та антинейтронів, а їх оболонки складаються з позитронів. Деякі антиядра були отримані штучно в прискорювачах. У Всесвіті антиречовина астрономами не виявлена. Не виключно, що у Всесвіті антиречовини і немає, так як у первинних космічних променях кількість антипротонів, що реєструються, приблизно в 10^4 раз менша кількості протонів.

Закони збереження. У світі елементарних частинок законів збереження налічується більше, ніж у макроскопічному світі та вони відіграють значно більшу роль. Частина цих законів – точні, а частина – наближені. Точні закони виконуються при всіх фундаментальних взаємодіях, а наближені – тільки при деяких. До точних законів збереження відносяться закони збереження енергії, імпульсу, моменту імпульсу, електричного заряду, баріонного заряду і трьох лептонних зарядів. Інші закони збереження (дивності, чарівності, краси, ізотопічного спіну та ін.) є наближеними.

В мікросвіті всі явища повинні відбуватися обов'язково, якщо тільки вони задовольняють всім законам збереження. Імовірність явища може бути досить малою, але воно рано чи пізно відбудеться, якщо тільки при цьому будуть виконані всі закони збереження.

5.9. ДЕЯКІ ПИТАННЯ АСТРОФІЗИКИ

Базові відомості про Всесвіт. Вивчення фізичних явищ, процесів і закономірностей на Землі тісно пов'язане з вивченням позаземних астрономічних об'єктів. Досить зга-

дати, що закон всесвітнього тяжіння, спектри випускання і поглинання, багато інших закономірностей природи були відкриті завдяки астрономічним спостереженням, а успіхи “земної” фізики і хімії дали змогу дати пояснення того, що відбувається в неозорому космічному просторі.

Увесь безмежний світ, який є різноманітністю форм існування матерії, називають *Всесвітом*. Розділ астрономії, який вивчає фізичні властивості небесних тіл і процеси, що відбуваються у них та в космічному просторі, має назву *астрофізика*.

Із загального курсу астрономії відомо, що наша Земля є однією з дев'яти великих планет, що обертаються навколо Сонця під дією його притягання. Сонце з великими планетами та іншими небесними тілами, що зазнають впливу його поля тяжіння, створюють сукупність тіл, що має назву Сонячна система. Віддалі у Сонячній системі вимірюються в астрономічних одиницях (а. о.) – це середня відстань Землі до Сонця, що рівна 150 млн. км ($1,5 \cdot 10^{11}$ м). Сім із великих планет мають супутники (у Землі – це Місяць). Найдальша від Сонця планета Плутон знаходиться від нього на віддалі біля 40 а. о. Сонячна система простягається за орбіту Плутона та закінчується там, де гравітаційний вплив Сонця зрівнюється з впливом сусідніх зірок.

У наш час переважна частина видимої речовини у Всесвіті існує, подібно до Сонця, у вигляді згустків гарячої плазми, які являють собою зорі. Зорі розміщені на дуже великих відстанях одна від одної, – наприклад, найближча до Сонця зоря віддалена від нього на 270 000 а. о. – тобто відстань між зорями приблизно в 10 млн. раз більша за власні розміри зір.

Сонце разом з іншими зорями, які ми спостерігаємо на нічному небі, утворюють зоряну систему, що має назву *Галактика*.

Розміри в Галактиці та Всесвіті оцінюються в парсеках та світлових роках. Парсек – це віддаль, з якої перпендикулярну до неї велику піввісь земної орбіти (1 а. о.) видно під кутом $1''$ (одна секунда); $1 \text{ пс} = 3,08 \cdot 10^{16} \text{ м}$. Світловий рік – це відстань, яку світло, поширюючись у вакуумі з швидкістю 300 000 км/год, проходить за один земний рік. $1 \text{ пс} = 3,36 \text{ світлових років}$. Діаметр Галактики становить близько 30 тис. парсек, а товщина диска, у якому зосереджена більшість зір, приблизно 460 пс.

Сонце – рядова зірка (одна з приблизно 200-400 мільярдів) на краю нашої Галак-

тики – системи зірок та їх залишків, пилу і темної речовини. Температура поверхні Сонця складає приблизно 6000 К, а температура в центрі $15 \cdot 10^6$ К. На сучасному етапі еволюції Сонце складається з водню *H*, гелію *He* та інших елементів. У поверхневих шарах водню – 71%, гелію – 26,5%, інших елементів – 2,5%, а поблизу Сонця водень складає 38%.

Сонце еволюціонує. Його вік менше 5 мільярдів років. Приблизно через 5 мільярдів років закінчиться водень в його ядрі. Сонце перетвориться у червоного гіганта, а потім – у білого карлика. Масивні зірки у кінці життя вибухають, залишаючи нейтронну зірку або чорну діру.

Відстань між зірками у Галактиці складає декілька світлових років. Зірки продовжують утворюватись в наші часи з міжзоряного газу і пилу. Протягом свого життя та по його закінченню зірки віддають частину своєї речовини, збагаченої синтезованими елементами, у міжзоряний простір. Так у наші часи змінюється хімічний склад Всесвіту.

Наша Галактика – одна з багатьох подібних систем. У видимій частині Всесвіту біля 100 мільярдів крупних галактик. До найближчої крупної галактики 2,5 мільйонів світлових років.

Планети існують не тільки навколо Сонця, але й навколо інших зірок, їх називають *екзопланети*. Планетні системи не схожі одна на одну. Зараз ми знаємо більше 1000 екзопланет. Мабуть багато зірок мають планети, але лише незначна частина їх може бути придатна для життя.

Світ, як ми його знаємо, має скінченний вік – трохи менше 14 мільярдів років. На початку матерія була в дуже густому і гарячому стані. Частинок звичайної речовини (протонів, нейтронів, електронів) не існувало. Всесвіт розширюється, еволюціонує. У ході розширення з густого гарячого стану Всесвіт охолоджувався та становився менш густим, з'явилися звичайні частинки. Потім виникли зірки, галактики.

Внаслідок скінченності швидкості світла і скінченного віку видимого Всесвіту нам доступна для спостереження лише скінчена область простору, але за цією межею світ не закінчується. На великих відстанях внаслідок скінченності швидкості світла ми бачимо об'єкти такими, якими вони були у далекому минулому.

Більшість хімічних елементів, з яким ми стикаємось у житті, виникли у зірках про-

тягом їх життя внаслідок термоядерних реакцій, або на останніх стадіях життя масивних зірок – у вибухах *наднових*. До утворення зірок звичайна речовина в основному існувала у вигляді водню (самий поширений елемент) та гелію.

Звичайна речовина дає внесок у повну густину Всесвіту лише порядку декількох відсотків. Біля чверті густини Всесвіту пов'язано з *темною речовиною*. Вона складається з частинок, які слабо взаємодіють між собою і звичайною речовиною. Ми поки спостерігаємо лише гравітаційну дію темної речовини. Біля 70 відсотків густини Всесвіту припадає на темну енергію. Темна енергія обумовлює все скоріше розширення Всесвіту. Природа темної енергії не зрозуміла. У сонячній системі темної матерії майже немає.

Зорі між собою різняться за масою, розмірами, температурою. Після того, як астрономи встановили способи визначення відстані до зір, стало зрозумілим, що причиною видимої різниці у їх яскравості є не лише різні відстані до них, але і їх різні світності. *Світністю зірки L називається повна кількість енергії, яка випромінюється нею за одиницю часу*. Вивчення зір показало, що за світністю вони можуть відрізнятися в десятки мільярдів раз.

Під час спостереження неба бачимо, що зорі різняться між собою не лише за яскравістю, але і за *кольором*: “холодні” червоні зорі, жовті (яких спостерігається найбільше і вони нагадують наше Сонце), білі зорі, найгарячіші голубуваті зорі. Знаючи зміну світності розжарюваних тіл у залежності від температури та закони випромінювання абсолютно чорного тіла, розуміємо, що колір зір залежить від температури їхніх поверхневих шарів. Червоні зорі мають поверхневу температуру близько 3000 К, жовті – в межах 6000 К, білі – близько 10 000 К, голубі – близько 30 000 К.

Еволюція та джерела енергії зірок. Важливими характеристиками зірок є їх поверхнева температура T та світність L . За світністю і поверхневою температурою зірки поділяються на чітко визначені класи, взаємозв'язок і взаємозамінність яких відображає *діаграма Герцшпрунга – Рассела* (рис. 5.4). На цій діаграмі по вісі абсцис відкладається поверхнева температура зірки (в бік зменшення), а по вісі ординат – її світність. Основою цієї діаграми є смуга, яка йде з верхнього лівого кута у нижній правий. Цю смугу утворює більшість зірок і вона називається *головною послідовністю*.

У правій верхній частині головної послідовності розміщуються найбільш масивні та

гарячі *блакитні зірки* з великою світністю, внизу – найменш масивні (*червоні карлики*) з малою світністю. Сонце, як жовта зірка, розміщена у центральній частині головної послідовності.

Над головною послідовністю розміщуються *червоні гіганти* і *червоні надгіганти* – зірки, які при відносно низькій поверхневій температурі (близько 4000 К) мають більші світності порівняно з зірками головної послідовності з такою ж поверхневою температурою. Червоні гіганти мають більші розміри (звідки й назва), наприклад, діаметр червоного гіганта Бетельгейзе у сузір'ї Оріона у 450 разів більше діаметра Сонця. Маса більшості червоних гігантів порядку сонячної. У верхній частині діаграми розміщуються дуже рідкі надгіганти – зірки, які мають гігантські світності і великі маси. Наприклад, надгігант Денеб у сузір'ї Лебедя має світність у 600 разів та масу у 30 разів більшу за сонячну.

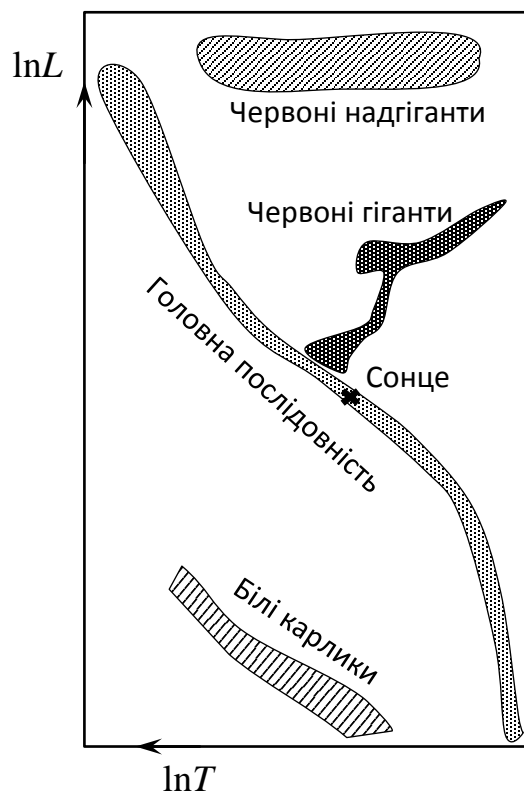


Рис. 5.4

Зліва внизу від головної послідовності розміщуються *білі карлики* – зірки з дуже високою поверхневою температурою та дуже малою світністю і, отже, дуже малими розмірами. За масою білі карлики порівняні з Сонцем, а за розмірами – із Землею.

За сучасними уявленнями зірки народжуються з протяжних газопопилових комплексів, які складаються переважно з водню. Внаслідок гравітаційної нестійкості газопопиловий комплекс розпадається на множину більш дрібних частин – хмар. Кожна з цих хмар ще не є зіркою, але може на неї перетворитись, якщо маса хмари достатньо велика. Тому її називають *протозіркою*. Внаслідок гравітаційного стиснення протозірка розігрівається. Коли в середині протозірки починають відбуватися протон-протонні термоядерні реакції та подальше гравітаційне стиснення її зупиняється силами газопокінетичного тиску, протозірка й стає зіркою.

Більшість зірок починає свій видимий життєвий шлях як зірка головної послідовно-

сті, проходить стадію червоного гіганту і завершує життя білим карликом.

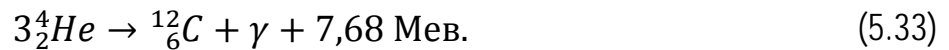
Зірки отримують енергію за рахунок термоядерних реакцій, які відбуваються всередині них. У космічних масштабах гравітація знімає основні проблеми, які треба усунути, щоб практично здійснити керований термоядерний синтез. Величезний тиск, який створюється гравітацією, утримує термоядерну плазму в надрах зірок. Шар же речовини величезної товщини, який відокремлює гарячу плазму у центральних областях зірки від холодної периферії, надійно забезпечує її термоізоляцію. Як показують розрахунки, тепло, яке виділяється у центрі зірки, доходить до її периферії за час порядку мільйона років. Термоядерна енергія з надр зірки переноситься до периферії в основному шляхом випромінювання. Енергія випромінювання поглинається та знову випромінюється із зміною спектрального складу.

Основним процесом, у якому відбувається звільнення термоядерної енергії в зірках головної послідовності, є перетворення водню у гелій. Це перетворення йде не безпосередньо, а через низку проміжних реакцій. Воно може здійснюватись двома шляхами: 1) у протонно-протонному ланцюгу реакцій, або водневому циклі; 2) у вуглецево-азотному або вуглецевому циклі. В обох випадках основним кінцевим результатом є перетворення чотирьох протонів у ядро ${}^4_2\text{He}$.

Водневий цикл починається з реакції між двома протонами, в результаті якої утворюються дейтрон, позитрон і нейтрино. Ця реакція викликається слабкими взаємодіями, а тому йде надто повільно; в земних умовах вона безпосередньо не спостерігалась. Характерною рисою вуглецевого циклу є відтворення вуглецю ${}^{12}_6\text{C}$, та при тому у такій же кількості, яка була використана на початку циклу. Вуглець ${}^{12}_6\text{C}$ не витрачається, а виконує роль каталізатора. Для Сонця та менш яскравих зірок переважним є водневий цикл, а для більш яскравих – вуглецевий цикл.

Після «вигорання» водню у центральних областях зірка стає різко неоднорідною. Вона складається з гелієвого ядра, в якому не відбуваються термоядерні реакції, і збагаченої воднем оболонки. Переміщення термоядерних реакцій до зовнішніх шарів зірки приводить до її «роздування». Розміри зірки, а відповідно, й світність різко зростають. Зірка сходить з головної послідовності та стає червоним гігантом або червоним надгігантом.

Еволюція зірок, маса яких менша за маси Сонця M_{\odot} відбувається настільки повільно, що час знаходження таких зірок у межах головної послідовності перевищує вік Галактики. При дещо більших масах (але менших $3M_{\odot}$) еволюція зірки закінчується утворенням ізотопу ${}^4_2\text{He}$. В більш масивних зірках ($M > 3M_{\odot}$) по мірі «вигорання» водню на периферії зірки маса центрального гелієвого ядра зростає, а його гравітаційне стиснення збільшується. Це приводить до зростання густини і температури гелієвого ядра зірки. Коли густина досягає приблизно 10^9 кг/м^3 , а температура 10^8 К , починається ефективне «згорання» гелію в реакції потрійного зіткнення α -частинок:



Ця реакція відбувається у дві стадії. В результаті завершення низки наступних реакцій отримується ядро зірки, яке складається з ізотопів вуглецю ${}^{12}_6\text{C}$, кисню ${}^{16}_8\text{O}$, неону ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ і магнію ${}^{24}_{12}\text{Mg}$.

На завершальній стадії еволюції зірок при високих густинах зіркової речовини зірка існує тільки у формі атомних ядер та електронів. Існує критичне значення $M_{\text{кр}}$ маси зірки, яке називається *чандрасекаровською границею*, вище якої сили тиску виродженого електронного газу не можуть зупинити гравітаційного стиснення зірки. Для білих карликів $M_{\text{кр}} \approx 2M_{\odot}$. Отже, при $M < M_{\text{кр}}$ зірка може бути стабілізована. Такі зірки утворюються з червоних гігантів, щільні ядра яких в наслідок термоядерних реакцій скидають свої оболонки і починають вести самостійне існування. Це білі карлики. Охолодження білих карликів відбувається дуже повільно і триває декілька мільярдів років.

При достатньо високих густинах рівновага зірки може бути порушена *процесом нейтронизації* зоряної речовини, в результаті якого зірка буде складатись переважно з нейтронів. Такі зірки називаються нейтронними. У нейтронній зірці існує незначний домішок (біля 1–2%) електронів та протонів. Теоретичні розрахунки показують, що верхня границя маси нейтронної зірки визначається оціночною формулою $M_{\text{гр}} \approx (2-3)M_{\odot}$. Теоретично передбачені нейтронні зірки були ототожнені з відкритими *пульсарами* – джерелами, які випромінюють строго періодичні радіоімпульси. Теоретичні дослідження показали, що пульсаром може бути тільки сильно намагнічена нейтронна зірка. Нейтронна зірка може бути джерелом й рентгенівського випромінювання. Для цього поблизу неї

повинна знаходитись інша зірка, яка утворює разом з нею подвійну систему.

Якщо маса зірки на останній стадії її еволюції виявиться більшою за граничну масу ($M > M_{\text{гп}}$), то закінченням еволюції являє собою нескінченне гравітаційне стиснення зірки (гравітаційний колапс). Для віддаленого спостерігача (тобто спостерігача, який знаходиться поза гравітаційного поля зірки) радіус зірки асимптотичне прямує до так званого гравітаційного радіуса

$$r_g = 2GM/c^2. \quad (5.34)$$

Гравітаційний радіус Сонця дорівнює 2,95 км, Землі – 0,886 см. Сфера радіуса r_g називається *сферою Шварцшильда*. При наближенні радіуса зірки до гравітаційного радіуса швидкість стиснення для віддаленого спостерігача нескінченно сповільнюється, так що зірка «застигає» у своєму розвитку. Випромінювання зірки стає все більш слабим і при граничному наближенні до гравітаційного радіуса вона повністю ізолюється від зовнішнього спостерігача. Така зірка називається *чорною діркою*.

Ніякі сигнали (світло, нейтрино і будь-які частинки), які відсилаються у межах сфери Шварцшильда, не можуть вийти зовні та досягнути зовнішнього спостерігача. Тому сфера Шварцшильда називається *горизонтом подій чорної діри*. У зовнішньому просторі наявність чорної діри проявляється у її гравітаційному полі, обертальному моменті і електричному заряді, якщо зірка перед колапсом була зарядженою.

Як показують спостереження нейтронні зірки (пульсари), ймовірно всього виникають при спалахах *наднових*. Спалах наднових – це гігантський за своїми масштабами вибух зірки. У такому вибуху викидається речовина з масою порядку сонячної та багато більшою. В момент спалаху наднової світність зірки зростає у мільярди разів, так що короткотривалий час (порядку місяця) зірка за своєю яскравістю стає порівняною з цілою галактикою, яка містить мільярди зірок.

У кожній галактиці наднові спалахують рідко. За минулі тисячу років у нашій Галактиці спостерігались принаймні шість наднових: у 1006, 1054, 1181, 1572, 1604 і 1667. У найближчий до нас галактиці – Великої Магелланової хмари – остання наднова спалахнула у 1987 році.

Космічні промені. Космічні промені поділяються на *первинні* та *вторинні*. Первинні космічні промені падають на Землю з космосу. Після проходження через товстий

шар земної атмосфери вони зазнають складний ланцюг перетворень, в наслідок чого виникає нове випромінювання, яке й називається вторинними космічними променями. За своїм складом вторинні космічні промені не мають нічого спільного з первинними.

У космічному просторі поблизу Землі первинне космічне випромінювання складається з *галактичного космічного випромінювання* та *сонячного космічного випромінювання*. Перше приходить від віддалених об'єктів нашої зіркової системи – Галактики та інших галактик, друге – від Сонця.

У первинних галактичних променях представлено більш всього протонів (92%), потім йдуть α -частинки (6,6%). Більш важких ядер (головним чином C , N , O) приблизно 0,8%. Поряд з протонами та ядрами у космічних променях міститься незначна кількість електронів та позитронів (приблизно 1%) і γ -квантів (0,01%).

Переважна частина первинних космічних променів приходить до Землі з оточуючого галактичного простору. Але незначна частина космічних променів, переважно низьких енергій, приходить й від Сонця. Хімічний склад сонячних космічних променів близький до складу сонячної атмосфери.

Основна маса первинних космічних променів виникає при вибухах наднових.

Вторинні космічні промені виникають в земній атмосфері у довгому та розгалуженому ланцюгові перетворень, викликаних первинними космічними променями. Вихідною ланкою такого ланцюга є взаємодія космічної частинки з ядрами атомів повітря. Ядромішень при цьому розпадається на протони та нейтрони, розпадається і первинна частинка, якщо була складеною.

У подальших перетвореннях основну роль відіграють протони, при зіткненні яких з атомним ядром утворюються заряджені піони π^\pm і нейтральний піон π^0 . Заряджені піони розпадаються на мюони μ^\pm та нейтрино. Нейтрино дуже слабо взаємодіє з речовиною і тому пронизує не тільки атмосферу але й всю земну кулю. Мюони або розпадаються на електрони, позитрони, нейтрино, антинейтрино або проходять через атмосферу і поглинаються глибоко під землею.

Нейтральний піон розпадається на два фотона високих енергій. У полі ядра ці фотони породжують електрон-позитронні пари, які при гальмуванні випромінюють нові фотони. Енергії останніх достатньо для породження нових електрон-позитронних пар. У під-

сумку розпад нейтрального піона високої енергії приводить до утворення в атмосфері *електронно-фотонної каскадної зливи*.

Ознайомлення з основами астрофізики підтверджує фундаментальність фізичних теорій, що виступають узагальненими досягненнями «земної» науки про природу і розширюють розуміння їх суті. Бурхливий розвиток астрофізики доводить матеріальність Всесвіту, ставить нові питання та проблеми, що стосуються основних поглядів на будову матерії, на виникнення, розвиток і подальшу судьбу як всього Всесвіту, так й окремих його частин.

Слід розуміти, що всі результати астрофізики отримані лише для незначної частини Всесвіту, яка доступна сучасним методам спостереження.

ДОДАТОК А. ПРЕФІКСИ ДЛЯ УТВОРЕННЯ КРАТНИХ ТА ЧАСТИННИХ ОДИНИЦЬ ВИМІРЮВАННЯ

Префікс	Числове значення	Позначення		Префікс	Числове значення	Позначення	
		кирилиця	латиниця			кирилиця	латиниця
Атто	10^{-18}	а	a	Дека	10	да	da
Фемто	10^{-15}	ф	f	Гекто	10^2	г	h
Піко	10^{-12}	п	p	Кіло	10^3	к	k
Нано	10^{-9}	н	n	Мега	10^6	М	M
Мікро	10^{-6}	мк	μ	Гіга	10^9	Г	G
Мілі	10^{-3}	м	m	Тера	10^{12}	Т	T
Санти	10^{-2}	с	c	Пета	10^{15}	П	P
Деци	10^{-1}	д	d	Екса	10^{18}	Е	E

ДОДАТОК Б. ОСНОВНІ ФІЗИЧНІ КОНСТАНТИ

Назва	Позначення, формула	Значення
Прискорення вільного падіння	g	9,80665 м/с ²
Гравітаційна стала	G	$6,6742 \cdot 10^{-11}$ Н · м ² /кг ²
Швидкість світла у вакуумі	c	$2,99\,792\,458 \cdot 10^8$ м/с
Стала Планка	h	$6,6260693 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
	$\hbar = h/2\pi$	$1,05457168 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Стала Больцмана	k	$1,3806505 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Число Авогадро	N_A	$6,0221415 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Універсальна газова стала	$R = kN_A$	8,314472 Дж/(моль · К)
Об'єм моля ідеального газу при нормальних умовах: $T_0 = 273,15$ К, $P_0 = 101325$ Па	V_0	$22,41383 \cdot 10^{-3}$ м ³ /моль
Стала Фарадея	$F = N_A e$	96485,3383 Кл/моль
Стала Стефана-Больцмана	σ	$5,6704 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м ² · К ⁴)

Стала Віна	b	$2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Стала Рідберга	R_{∞}	$10973731,5 \text{ м}^{-1}$
Стала Рідберга для водню	$R_H = 2\pi c R_{\infty}$	$2,066 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$
Електрична стала	ε_0	$8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна стала	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$	$1,256637061 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$
Елементарний заряд	e	$1,60217653 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Маса електрона	m_e	$9,1093826 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Маса протона	m_p	$1,67262171 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса нейтрона	m_n	$1,67492728 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса Землі	M_3	$5,976 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радіус Землі	R_3	$6,378 \cdot 10^6 \text{ м}$
Маса Сонця	M_{\odot}	$1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Радіус Сонця	R_{\odot}	$6,9599 \cdot 10^8 \text{ м}$
Маса Місяця	M_M	$7,3476 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Радіус Місяця	R_M	$1,738 \cdot 10^6 \text{ м}$

ДОДАТОК В. ПОЗАСИСТЕМНІ ОДИНИЦІ

Одиниця	Позначення	Значення в СІ
<i>Одиниці довжини</i>		
Ангстрем	Å	10^{-10} м
Дюйм	дюйм	$2,54 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
Фут	фут	$0,3048 \text{ м}$
Ярд	ярд	$0,9144 \text{ м}$
Миля морська	–	$1,852 \cdot 10^3 \text{ м}$
Миля сухопутна	–	$1,60634 \cdot 10^3 \text{ м}$
Астрономічна одиниця	а.о.	$1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Світловий рік	св. рік	$9,46073 \cdot 10^{15} \text{ м}$
Парсек	пк	$3,08568 \cdot 10^{16} \text{ м}$

<i>Одиниці площі</i>		
Барн	барн	10^{-28} м^2
Ар (сотка)	а	10^2 м^2
Акр	–	$4046,86 \text{ м}^2$
Гектар	га	10^4 м^2
<i>Одиниці об'єму</i>		
Літр	л	$1 \text{ дм}^3 = 10^{-3} \text{ м}^3$
Галон США для рідин	–	$3,78541 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$
Бушель США	–	$35,2391 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$
Барель нафтовий США	–	$158,987 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$
<i>Одиниці маси</i>		
Мегаелектрон-вольт	Мев	$1,78266 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$
Атомна одиниця маси	а.о.м.	$1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Гран	–	$6,48 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$
Карат	кар	$2 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$
Грам	г	$1 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$
Центнер	ц	100 кг
Тонна	т	1000 кг
<i>Одиниці енергії, роботи</i>		
Електрон-вольт	ев	$1,60217653 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Ерг	ерг	$1 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}$
Калорія	кал	$4,1868 \text{ Дж}$
Ват-година	вт-год	$3,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$
<i>Одиниці потужності</i>		
Кінська сила	к.с.	$735,5 \text{ Вт}$
<i>Одиниці тиску</i>		
Міліметр ртутного стовпа	мм рт. ст.	$133,32 \text{ Па}$
Бар	бар	$1 \cdot 10^5 \text{ Па}$

Атмосфера фізична	атм	$1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$
Атмосфера технічна	ат	$0,98066 \cdot 10^5 \text{ Па}$
<i>Одиниці температури</i>		
Градус Цельсія	$^{\circ}\text{C}$	1 К
Градус Фаренгейта	$^{\circ}\text{F}$	5/9 К
Градус Реомюра	$^{\circ}\text{R}$	5/4 К
Формули перерахунку: $\frac{(T-273) \text{ К}}{5} = \frac{t \text{ }^{\circ}\text{C}}{5} = \frac{t \text{ }^{\circ}\text{R}}{4} = \frac{(t-32) \text{ }^{\circ}\text{F}}{9}$.		

Список використаних джерел

1. Иродов И.Е. Основные законы механики. – М.: Высш. шк., 1995.
2. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма. – М.: Высш. шк., 1997.
3. Куліш В.В. Фізика для інженерних спеціальностей: Кредитно-модульна система: Навч. посібник. – У 4-х ч. М.1. Механіка. Молекулярна фізика / В.В. Куліш, А.М Соловйов., О.Я. Кузнєцова. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006.
4. Куліш В.В. Фізика для інженерних спеціальностей: Кредитно-модульна система: Навч. посібник. – У 4-х ч. М.2. Термодинаміка. Електромагнетизм / В.В. Куліш, А.М Соловйов., О.Я. Кузнєцова. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006.
5. Куліш В.В. Фізика для інженерних спеціальностей: Кредитно-модульна система: Навч. посібник. – У 4-х ч. М.3. Коливання і хвилі. Оптика / В.В. Куліш, А.М Соловйов., О.Я. Кузнєцова. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007.
6. Куліш В.В. Фізика для інженерних спеціальностей: Кредитно-модульна система: Навч. посібник. – У 4-х ч. М.4. Квантова та атомна фізика / В.В. Куліш, А.М Соловйов., О.Я. Кузнєцова. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2008.
7. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. – М.: ОНИКС, 2003.
8. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. – М.: ОНИКС, 2006.
9. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. – М.: ОНИКС, 2005.
10. Матвеев А.Н. Оптика. – М.: Высшая школа, 1989.
11. Матвеев А.Н. Атомная физика. – М.: «Высшая школа», 1989.
12. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х т. Т.1. Механика. Молекулярная физика. 5-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2006.
13. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х т. Т.2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. – СПб.: Лань, 2005.
14. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х т. Т.3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – СПб.: Лань, 2011.
15. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т.1. Механика. – М.: Физматлит, 2002.
16. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика. – М.: Наука, 1990.
17. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т.3. Электричество. – М.: Наука, 1983.
18. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т.4. Оптика. – М.: Физматлит, 2002.
19. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.5. Атомная и ядерная физика. – М.: Физматлит, 2008.
20. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высш. шк., 1990.
21. Фізичний експеримент і математичний апарат фізики / Л.Є. Ковальов, Ю.М. Краснобокий, М.Т. Мартинюк, Й.Ю. Замаховський – К.: Наук. світ, 2003.

В.М. Дякон, Л.Є. Ковальов, М.Н. Миколайчук

ОСНОВИ ФІЗИКИ

Навчальний посібник

Підписано до друку 29.12.2014. Формат 60х90 1/32

Папір офсетний

Обл.-вид. арк. 7,82. Ум. Друк арк.10,782

Тираж 500. Зам. №105

Інформація про видавця:

АНФ ГРУП, ТОВ

07400, Київська обл, м. Бровари, вул. Декабристів 46, к. 149

тел.: + 38 050 953 21 39,

+ 38 095 908 56 28,

+38 096 838 02 07

e-mail: anf-group@ukr.net

anf-group.com.ua

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів видавничої справи

ДК № 4329 від 24.05.2012