

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/265006249>

Розв'язання задач з фізики за розділами: 1. Механіка. 2. Молекулярна фізика і термодинаміка

Chapter · November 2014

CITATIONS

0

READS

41,292

1 author:



[A. Vidmachenko](#)

National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine

554 PUBLICATIONS 1,946 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Seasonal changes on planets [View project](#)



Research of twilight fireballs [View project](#)



**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БІОРЕСУРСІВ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ
УКРАЇНИ**

Кафедра фізики

УПОРЯДНИК:

Відьмаченко А.П.

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ
ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ З ФІЗИКИ
за розділами:**

- 1. Механіка.**
- 2. Молекулярна фізика і термодинаміка.**

**National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine
Department of Physics
Compiler: Vidmachenko A. P.**

**Methodical instructions for independent work of students
when solve the problems of Physics by sections:**

- 1. Mechanics.**
- 2. Molecular physics and thermodynamics.**

Київ 2015

Видання розраховане для викладачів вищих закладів освіти, студентів і фахівців, які спеціалізуються з фізичних методів дослідження

The publication is intended for teachers of higher educational institutions, students and professionals who specialize in physical research methods

© А.П. Відьмаченко, 2015

1. Механіка. 2. Молекулярна фізика і термодинаміка.

Methodical instructions for independent work of students when solve the problems of Physics by sections: 1. Mechanics. 2. Molecular physics and thermodynamics.

ПЕРЕДМОВА

Методичні вказівки мають на меті допомогти студентам у розв'язуванні задач з фізики за такими розділами фізики: механіка, механічні коливання та пружні хвилі; молекулярна фізика і термодинаміка; електростатика і постійний струм; електромагнетизм; геометрична і хвильова оптика, взаємодія світла з речовиною і теплове випромінювання; основи теорії твердого тіла, квантової, атомної і ядерної фізики.

Змістом контрольних робіт є розв'язування певної кількості відповідних задач. Вміння розв'язувати задачі є одним з головних критеріїв оволодіння фізикою. І саме розв'язування задач викликає найбільші труднощі у студентів. Крім знання теорії, головним, що сприяє успіхові у розв'язуванні задач, є оволодіння спеціальними методами і прийомами при розв'язуванні певних груп задач. Саме на цьому зосереджено основну увагу в даному посібнику.

Матеріал розділів поділено на параграфи. На початку кожного з них подано короткий перелік формул і законів, які стосуються розв'язування задач відповідної теми. Ці формули дозволяють студентові скласти уявлення про обсяг теоретичного матеріалу, який необхідно опрацювати, і можуть слугувати формальним апаратом для розв'язування задач. Далі наведено приклади розв'язування найтипівіших задач, в яких показано застосування фізичних законів і викладено методи і прийоми розв'язування.

Для кожної контрольної роботи подано таблиці варіантів контрольних робіт та список підручників, які потрібно опрацювати для виконання відповідної контрольної роботи для студентів з одно-семестровою, двосеместровою і три-семестровою формою викладання предметів «Фізика» і «Загальна фізика».

Методичні вказівки можуть бути використані студентами, аспірантами і викладачами.

Preface

Methodological guidelines are intended to assist students in solving problems in physics in the following sections of physics: mechanics, mechanical oscillations and elastic waves; molecular physics and thermodynamics; electrostatics and a constant current; electromagnetism; geometrical and wave optics, the interaction of light with matter and thermal radiation; basic theory of solids, quantum, atomic and nuclear physics.

The content of the tests are solving a certain number of relevant problems. The ability to solve problems is one of the main criteria mastering physics. And that solution of problems is the most difficult students. In the theory of knowledge, most conducive to success in solving problems is the mastery of special methods and techniques for solving certain types of problems. This concentrated focus in this guide.

The material chapters divided into paragraphs. At the beginning of each short list of formulas and laws pertaining to the solution of problems relevant topics. These formulas allow students an idea of the theoretical amount of material that needs to work, and can serve as a formal device for solving problems. Examples of solving most typical problems, which shows the use of physical laws and set out the methods and techniques of solution.

Each chapter a list of books that you need to work for the fulfillment of the corresponding reference work for students with a one-semester, two-semester and three-semester form of teaching "Physics" and "General Physics".

This manual can be used by students and teachers.

Зміст

Contents

Зміст	Contents
Передмова	Preface
Розділ 1. Механіка	Section 1. Mechanics
1.1. Кінематика. <i>Основні формули.</i>	1.1. Kinematics. The basic formulas.
1.1.1. Прямолінійний рух	1.1.1. The rectilinear motion
1.1.2. Криволінійний рух	1.1.2. Curved movement
1.1.3. Обертотий рух	1.1.3. The rotating movement
1.2. Динаміка <i>Основні формули.</i>	1.2. Dynamics. The basic formulas.
1.3. Механічні коливання та пружні хвилі <i>Основні формули</i>	1.3. Mechanical vibrations and elastic waves basic formulas
1.3.1. Гармонічні коливання	1.3.1. Harmonic oscillations
1.3.2. Згасаючі коливання	1.3.2. Damping
1.3.3. Вимушені коливання	1.3.3. Forced oscillations
1.3.4. Пружні хвилі	1.3.4. Elastic waves
1.4. <i>Приклади розв'язування задач(задачі 1-13)</i>	1.4. Examples of solving problems (tasks 1-13)
1.5. Задачі для самостійного розв'язування по темі 1. «Механіка, механічні коливання та пружні хвилі» (№ 1-157)	1.5. Tasks for independent solving on the topic 1. "mechanics, mechanical oscillations and elastic waves» (№ 1-157)
Розділ 2. Молекулярна фізика і термодинаміка	Section 2. Molecular Physics and Thermodynamics
2.1. Молекулярна фізика. <i>Основні формули</i>	2.1. Molecular Physics. The basic formulas
2.1.1. Закони ідеальних газів	2.1.1. The laws of ideal gases
2.1.2. Молекулярно-кінетична теорія газів	2.1.2. Kinetic theory of gases
2.1.3. Елементи статистичної фізики	2.1.3. Elements of Statistical Physics
2.2. Термодинаміка <i>Основні формули.</i>	2.2. Thermodynamics basic formulas.
2.3. <i>Приклади розв'язування задач (задачі 1-32)</i>	2.3. Examples of solving problems (tasks 1-32)
2.4. Задачі для самостійного розв'язування по темі 2. Молекулярна фізика і термодинаміка» (1-160)	2.4. Tasks for independent solution by topic 2. "Molecular physics and thermodynamics" (1-160)

Даний навчальний посібник використовується студентами 1 і 2 курсу інженерних спеціальностей для самостійної роботи та роботи під керівництвом лектора.

Цей навчальний посібник необхідно видавати у друкованому вигляді щорічно. Тому автор буде дуже вдячний за допомогу при виданні навчального посібника.

Все це буде відмічено при наступному виданні.

This textbook is used by students of 1 and 2 course of engineering specialties for individual work and work under the guidance of the lecturer. This training manual is necessary to publish in printed form annually.

The author will be very grateful for the help in the publication of the manual.

All this will be noticed the next edition.

Payment details for sending the SWIFT in US dollars

Платежные реквизиты для получения SWIFT в долларах

BENEFICIARY: VIDMACHENKO ANATOLIY

IBAN: UA613052990004731217108693977

ACCOUNT: [4731217108693977](#)

BANK OF BENEFICIARY: Банк получателя	PRIVATBANK, SWIFT CODE: PBANUA2X
INTERMEDIARY BANK Банк-корреспондент	JP MORGAN CHASE BANK SWIFT CODE: CHASUS33
CORRESPONDENT ACCOUNT: Счет Банка получателя в Банке-корреспонденте	0011000080

Any information you can obtain by e-mail vida@mao.kiev.ua

Розділ 1. Механіка

1.1. Кінематика *Основні формули.*

Миттєва швидкість:

$$v = \frac{dS}{dt} \quad (1.1)$$

де S – шлях, пройдений тілом, t – час.

Середня швидкість:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \text{ або } \langle V \rangle = \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad (1.2)$$

Миттєва швидкість:

$$v = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta r|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad (1.2.a)$$

Миттєве прискорення:

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (1.3)$$

Середнє прискорення:

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1.4)$$

1.1.1. Прямолінійний рух

При рівномірному русі ($v = \text{const}$, $a = 0$):

$$S = vt. \quad (1.5)$$

Для випадку прямолінійного рівнозмінного руху ($a = \text{const}$) шлях S , пройдений тілом за час t , визначається співвідношенням:

$$S = v_o t + \frac{at^2}{2}, \quad (1.6)$$

а швидкість v , якої досягло тіло за цей же час, дорівнює:

$$v = v_o + at. \quad (1.7)$$

Тут v_o – початкова швидкість.

Ці ж співвідношення у скалярній формі справедливі і для рівномірного та рівноприскореного руху по криволінійній траєкторії.

1.1.2. Криволінійний рух

Напрямок прискорення a не збігається з напрямком переміщення із швидкістю \vec{v} .

Складова прискорення, паралельна швидкості називається дотичним, або тангенціальним прискоренням a_τ ;

складова прискорення, перпендикулярна швидкості, це – нормальне або доцентрове прискорення a_n .

Абсолютне значення повного прискорення

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \quad (1.8)$$

причому вектор \mathbf{a} утворює з a_n кут α такий, що

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_n}{a_\tau}. \quad (1.9)$$

$$\text{В кожній точці траєкторії } a_n = \frac{v^2}{R}, \quad (1.10)$$

де a_n – доцентрове (нормальне) прискорення, v – швидкість матеріальної точки, R – радіус кривини траєкторії.

1.1.3. Обертовий рух

При обертовому русі положення тіла (при заданій осі обертання) визначається кутом повороту (або кутовим переміщенням) $\Delta\varphi$.

$$\text{Миттєва кутова швидкість: } \omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad (1.11)$$

де ω – кутова швидкість, φ – кутове переміщення, t – час.

$$\text{Середня кутова швидкість: } \langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \quad (1.12)$$

де $\Delta\varphi$ – зміна кута повороту за проміжок часу Δt .

$$\text{Кутове прискорення: } \varepsilon = \frac{d\omega}{dt}, \quad (1.13)$$

де ω – кутова швидкість, t – час.

Лінійна і кутова швидкість кожної точки тіла, що обертається, пов'язані між собою формулою Ейлера:

$$v = \omega R, \quad (1.14)$$

де R – відстань від точки до осі обертання.

Тангенціальне прискорення аналогічно пов'язане з кутовим прискоренням: $a_\tau = \varepsilon R$. (1.15)

Виходячи з наведених співвідношень, формула (1.8) для повного прискорення може бути записана у вигляді:

$$a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (1.8^*)$$

Якщо кутова швидкість $\omega = \text{const}$, обертовий рух по колу називається рівномірним. При рівномірному обертанні можна визначити період обертання: $T = \frac{2\pi}{\omega}$. (1.16)

Величина ω в цьому випадку має також зміст колової частоти обертання $\omega = 2\pi n$, де n – лінійна частота обертання (кількість повних обертів за 1 с).

Для рівномірного та рівнозмінного обертання справедливий співвідношення (1.5-1.7) при заміні шляху S кутовим переміщенням $\Delta\varphi$, швидкості v кутовою швидкістю ω , початкової швидкості v_0 початковою кутовою швидкістю ω_0 , прискорення a – кутовим прискоренням ε :

$$\Delta\varphi = \omega t, \quad (1.17)$$

$$\Delta\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad (1.18)$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t. \quad (1.19)$$

1.2. Динаміка Основні формули.

Другий закон Ньютона (рівняння руху матеріальної точки):

$$\frac{dP}{dt} = F, \quad (1.20)$$

або $ma = F$. (1.20*)

Тут $P = m v$ – імпульс матеріальної точки (тіла);

$F = \sum_{i=1}^n F_i$ – результуюча сила, яка діє на матеріальну точку;

m – маса матеріальної точки, a – прискорення.

Сила пружності: $F = -kx$. (1.21)

Тут k – коефіцієнт пружності (для пружини – жорсткість); x – абсолютна деформація.

Сила гравітаційної взаємодії: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, (1.22)

де G – гравітаційна стала, m_1, m_2 – маси взаємодіючих тіл, r – відстань між тілами (тіла розглядаються як матеріальні точки).

Сила тертя ковзання: $F = kN$, (1.23)

де k – коефіцієнт тертя, N – сила нормального тиску тіла на опору.

Закон збереження імпульсу:

$$\sum_{i=1}^n P_i = \text{const} \quad (1.24)$$

Для двох тіл ($i = 2$):

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (1.25)$$

у випадку пружного удару,

$$\text{та} \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u \quad (1.26)$$

у випадку не пружного удару; тут v_1, v_2 – швидкості тіл в початковий момент часу, u_1, u_2 – швидкості тих же тіл в момент часу, прийнятий за кінцевий.

Кінетична енергія тіла, яке рухається поступально:

$$T = \frac{mv^2}{2} \quad \text{або} \quad T = \frac{p^2}{2m} \quad (1.27)$$

Потенціальна енергія пружно деформованої пружини:

$$\Pi = \frac{kx^2}{2} \quad (1.28)$$

Тут k – жорсткість пружини, x – абсолютна деформація.

Потенціальна енергія гравітаційної взаємодії:

$$\Pi = -G \frac{m_1 m_2}{r} \quad (1.29)$$

де G – гравітаційна стала, m_1, m_2 – маси взаємодіючих тіл, r – відстань між тілами, які розглядаються як матеріальні точки.

Потенціальна енергія тіл в однорідному полі тяжіння:

$$\Pi = mgh \quad (1.30)$$

де m – маса тіла, g – прискорення вільного падіння, h – висота підняття тіла над рівнем, прийнятим за нульовий за умови, що $h \ll R$ (R – радіус Землі).

Закон збереження механічної енергії:

$$E = T + \Pi = \text{const} \quad (1.31)$$

Робота A , що здійснюється постійною силою F :

$$A = \mathbf{F} \Delta \mathbf{r} = F \Delta r \cos \alpha \quad (1.32)$$

де $\Delta \mathbf{r}$ – переміщення, α – кут між напрямками векторів сили \mathbf{F} і переміщення $\Delta \mathbf{r}$.

Робота A визначається як міра зміни кінетичної енергії матеріальної точки:

$$A = \Delta T = T_2 - T_1 \quad (1.33)$$

$$\text{Миттєва потужність сили } F: \quad P = \frac{dA}{dt} = Fv \cos \alpha \quad (1.34)$$

де A – робота сили, v – миттєва швидкість переміщення тіла, α – кут між напрямками сили і швидкості.

Середня потужність:
$$\langle P \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

Основне рівняння динаміки обертового руху відносно нерухомої осі z :

$$M_z = J \varepsilon, \quad (1.36)$$

де M_z – результуючий момент зовнішніх сил, що діють на тіло, відносно осі z , J – момент інерції тіла відносно осі обертання z , ε – кутове прискорення.

Моменти інерції тіл правильної форми відносно осі обертання, що проходить через їхній центр мас:

а) стрижня, довжиною l відносно осі, що перпендикулярна до стрижня

$$j = \frac{1}{12} m l^2; \quad (1.37)$$

б) обруча (тонкостінного циліндра) радіуса R відносно осі циліндра

$$J j = m R^2; \quad (1.38)$$

в) кулі радіуса R

$$j = \frac{2}{5} m R^2; \quad (1.39)$$

г) диска (суцільного циліндра) радіуса R відносно осі циліндра

$$j = \frac{1}{2} m R^2; \quad (1.40)$$

Теорема Штейнера: Момент інерції тіла відносно будь-якої осі обертання дорівнює: $J = J_0 + m a^2$, (1.41)

де J_0 – момент інерції цього тіла відносно осі, що проходить через центр мас тіла, паралельної заданій осі, a – відстань між осями, m – маса тіла.

Кінетична енергія тіла, що обертається: $T = \frac{J \omega^2}{2}$, (1.42)

де J – момент інерції тіла, ω – кутова швидкість.

Кінетична енергія тіла, що котиться по площині без ковзання:

$$T = \frac{m v^2}{2} + \frac{J \omega^2}{2}, \quad (1.43)$$

де перший член являє собою енергію поступального руху, другий – обертового.

Робота A постійного моменту сили M , який діє на тіло, що обертається:

$$A = M \varphi. \quad (1.44)$$

1.3. Механічні коливання та пружні хвилі. Основні формули

1.3.1. Гармонічні коливання

Рівняння гармонічних коливань:

$$x = A \sin(\omega_o t + \varphi), \quad (1.45)$$

де x – зміщення точки від положення рівноваги, різне для різних моментів часу, A – амплітуда, ω_o – колова частота (кількість коливань, що відбуваються за 2π секунд), φ – початкова фаза.

Враховуючи, що

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu_o, \quad (1.46)$$

T – період коливань, $\nu_o = 1/T$ – лінійна частота коливань (кількість коливань, що відбуваються за 1 сек.), формулу (1.45) можна записати також у вигляді:

$$x = A \sin\{(2\pi/T)t + \varphi\} = A \sin(2\pi\nu_o t + \varphi). \quad (1.45^*)$$

Швидкість V і прискорення a точки, що здійснює гармонічні коливання, визначаються співвідношеннями:

$$V = \frac{dx}{dt} = x = \omega_o A \cos(\omega_o t + \varphi), \quad (1.47)$$

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = x = -\omega_o^2 A \sin(\omega_o t + \varphi).$$

Гармонічний коливальний рух виникає під дією квазіпружної сили F – сили, величина якої прямо пропорційна зміщенню частинки з положення рівноваги, а напрям протилежний до зміщення:

$$F = -kx, \quad (1.49)$$

де k – коефіцієнт пропорційності (пружна стала).

Згідно з другим законом Ньютона рух частинки під дією квазіпружної сили описується рівнянням: $ma = -kx$ або $m\ddot{x} + kx = 0$.

Поділивши обидві частини рівняння на m і позначивши $k/m = \omega_o^2$, одержимо диференціальне рівняння гармонічних коливань у загальній формі:

$$\ddot{x} + \omega_o^2 x = 0. \quad (1.50)$$

Вираз (1.45) є загальним розв'язком рівняння (1.50) при довільних A і φ , якщо $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

$$(1.51)$$

Прикладом коливань під дією квазіпружної сили є коливання математичного маятника. Колова частота і період коливань математичного маятника: $\omega_o = \sqrt{\frac{g}{l}}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (1.52)$

де g – прискорення вільного падіння, l – довжина математичного маятника.

Кінетична енергія матеріальної точки, яка здійснює гармонічні коливання: $W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2}{2} A^2 \cos^2(\omega t + \varphi).$

Потенціальна енергія: $W_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2}{2} A^2 \sin^2(\omega t + \varphi).$

Повна енергія гармонічних коливань:

$$W = W_k + W_n = \frac{m\omega^2}{2} A^2. \quad (1.53)$$

1.3.2. Згасаючі коливання

При згасанні коливань їхня амплітуда зменшується з часом.

Згасання коливань описують, вводючи силу тертя, пропорційну швидкості частинки, яка коливається:

$$F' = -rV = -rx,$$

де r – коефіцієнт пропорційності, а знак мінус означає, що сила протидіє рухові.

При наявності згасання рівняння руху (диференціальне рівняння власних загасаючих коливань) має вигляд:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = 0$$

або в загальній формі:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (1.54)$$

а його розв'язком буде:

$$x = A e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.55)$$

або $x = A e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi),$

де A – амплітуда коливань у початковий момент часу $t = 0$, -

$\beta = \frac{r}{2m}$ – коефіцієнт згасання, $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – колова частота гармонічних коливань.

Величина

$$\Delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T \quad (1.56)$$

є логарифмічним коефіцієнтом загасання. Тут $A(t)$ – амплітуда коливань в момент часу t , $A(t+T)$ – амплітуда коливань у момент часу $t+T$ (через період).

1.3.3. Вимушені коливання

Вимушені коливання відбуваються під дією періодичної сили F , причому

$$F = F_0 \sin \omega t. \quad (1.57)$$

Коливання матеріальної точки в такому випадку описуються рівнянням руху:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t. \quad (1.58)$$

Вимушені коливання точки відбуватимуться за законом:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (1.59)$$

де амплітуда A і фаза φ вимушених коливань визначаються співвідношеннями:

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}; \quad (1.60)$$

Резонанс (максимальне значення амплітуди вимушених коливань) буде досягнуто за умови, коли частота вимушених коливань ω пов'язана з частотою власних коливань ω_o та коефіцієнтом загасання β наступним співвідношенням:

$$\omega = \sqrt{\omega_o^2 - 2\beta^2}. \quad (1.61)$$

1.3.4. Пружні хвилі

Рівняння плоскої біжучої хвилі:

$$y = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{V} \right), \quad (1.62)$$

де y – зміщення будь-якої точки середовища з координатою x у момент часу t від положення рівноваги; V – швидкість поширення коливань у середовищі.

Або, врахувавши, що довжина хвилі

$$\lambda = VT, \quad (1.63)$$

а хвильове число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{VT} = \frac{\omega}{V}, \quad (1.64)$$

Співвідношення (1.62) можна записати у вигляді:

$$y = A \sin(\omega t - kx). \quad (1.62^*)$$

Різниця фаз коливань двох точок, що лежать на промені на відстані x_1 і x_2 від джерела коливань

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(x_1 - x_2)}{\lambda}. \quad (1.65)$$

1.4. Приклади розв'язування задач (задачі 1-13)

Задача 1. Рівняння руху матеріальної точки вздовж осі має вигляд $x = A + Bt + Ct^3$, де $A = 2$ м, $B = 1$ м/с, $C = -0,5$ м/с³. Знайти координату x , швидкість v_x і прискорення a точки в момент часу $t = 2$ с.

Дано:

$$x = A + Bt + Ct^3$$

$$A = 2 \text{ м}$$

$$B = 1 \text{ м/с}$$

$$C = -0,5 \text{ м/с}^3$$

$$x, v_x, a - ?$$

Розв'язання

Координату x знайдемо, підставивши в рівняння руху числові значення коефіцієнтів A , B , C і часу t :

$$x = (2 + 1 \cdot 2 - 0,5 \cdot 8) \text{ м} = 0.$$

Миттєва швидкість відносно осі x – це перша похідна від координати по часу:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Прискорення точки знайдемо, взявши першу похідну від швидкості по часу:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6Ct.$$

В момент часу $t = 2$ с:

$$v = (1 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2^2) \text{ м/с}; \quad a = 6(-0,5) \cdot 2 \text{ м/с}^2 = -6 \text{ м/с}^2.$$

Задача 2. З вертольота, що знаходиться на висоті 300 м, скинуто вантаж. Через який час вантаж досягне землі, якщо вертоліт: 1) нерухомий; 2) опускається зі швидкістю 5 м/с; 3) піднімається зі швидкістю 5 м/с?

Дано:

$h_0 = 300 \text{ м}$

$v_0 = 5 \text{ м/с}$

Розв'язання

1) Якщо вертоліт нерухомий, то відстань по вертикалі, яку проходить вантаж при вільному падінні

$$t - ? \quad h = \frac{gt^2}{2} \text{ . Звідси час падіння вантажу на землю}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 300}{9,8}} = 7,8 \text{ с .}$$

2) Якщо вертоліт опускається зі швидкістю v_0 , то і вантаж опускається разом з вертольотом зі швидкістю v_0 . Рівняння руху вантажу:

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \text{ .} \quad (1)$$

Коли вантаж досягне землі, $h = h_0$, $t = t_2$.

$$\text{Звідси:} \quad t_2^2 + \frac{2v_0}{g} t_2 - \frac{2h_0}{g} = 0; \quad t_2 = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}}{g};$$

$$t_2 = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 2 \cdot 9,8 \cdot 300}}{9,8} = (-0,5 \pm 7,8) \text{ с .}$$

Відкинемо $t_2 < 0$ і одержимо $t_2 = 7,3 \text{ с}$.

3) Якщо вертоліт піднімається зі швидкістю v_0 , то і вантаж має таку ж початкову швидкість. Рівняння руху вантажу має вигляд (1). У

момент досягнення землі $h = h_0$, $t = t_3$. Тоді $h_0 = -v_0 t_3 + \frac{gt_3^2}{2}$,

$$t_3 = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}}{g} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 2 \cdot 9,8 \cdot 300}}{9,8} = (0,5 \pm 7,8) \text{ с .}$$

Відкинувши $t_3 < 0$, одержимо $t_3 = 8,3 \text{ с}$.

Задача 3. Точка рухається по колу радіусом $R = 20 \text{ см}$ з постійним тангенціальним прискоренням a_τ . Знайти тангенціальне прискорення a_τ точки, якщо відомо, що до кінця п'ятого оберту після початку руху лінійна швидкість точки $v = 79,2 \text{ см/с}$.

Дано:

$R = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м};$

$n = 5;$

$v = 79,2 \text{ см/с} = 0,792 \text{ м/с}$

$a_\tau - ?$

Розв'язання

Лінійна швидкість v при
рівноприскореному русі по колу ($a_\tau = \text{const}$)
дорівнює: $v = a_\tau t$.

Щоб знайти a_τ , потрібно знати час від початку обертання до кінця 5-го оберту. Його можна визначити, використавши співвідношення (1.18) з урахуванням того, що початкова кутова швидкість дорівнює нулю: $\Delta\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2} = 2\pi n$.

Тут ε – кутове прискорення, n – кількість обертів. Отже,

$$t = \sqrt{\frac{4\pi n}{\varepsilon}}. \quad (2)$$

Але (співвідношення (1.15)) $\varepsilon = \frac{a_\tau}{R}$. (3)

Підставивши (3) і (2) у формулу (1), одержимо:

$$a_\tau = \frac{v}{t} = \frac{v}{\sqrt{\frac{4\pi n R}{a_\tau}}}.$$

Звідси тангенціальне прискорення $a_\tau = \frac{v^2}{4\pi n R}$.

Обчислимо його значення: $a_\tau = 0,1 \text{ м/с}^2$.

Задача 4. Знайти прискорення вантажів, кутове прискорення блока радіуса r і натяг ниток на установці, зображеній на рисунку за умови, що немає ковзання нитки. Момент інерції блока відносно його осі обертання і маси вантажів відповідно дорівнюють J , m_1 , m_2 ($m_1 > m_2$).

Розв'язання

Очевидно, що прискорення вантажів чисельно рівні, а напрямки

Дано:

r

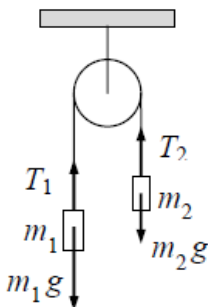
J

m_1

m_2

$m_1 > m_2$

ε , T – ?



їх протилежні. Позначимо величину прискорення вантажів через a .

Розглянемо, які сили діють на вантажі та блок.

1) На вантаж m_1 діють сили $F_1 = m_1 g$ і T_1 . Перша напрямлена вниз (цей напрям вважатимемо додатним), друга вгору. Рівняння руху вантажу m_1 :

$$F_1 - T_1 = m_1 a. \quad (1)$$

2) На вантаж m_2 діють сили F_2 (вниз) і T_2 (вгору). $T_2 \neq T_1$, бо різниця цих сил спричиняє виникнення моменту, який обертає блок. Якби блок був невагомим, тобто $J = 0$, тоді б і $T_2 = T_1$. Рівняння руху вантажу m_2 :

$$F_2 - T_2 = -m_2 a. \quad (2)$$

3) На блок з боку нитки діють дві сили $T_1' = -T_1$ і $T_2' = -T_2$, моменти яких відносно осі блока дорівнюють $L_1 = T_1 r$ і $L_2 = -T_2 r$ (додатними вважаємо моменти тих сил, які “обертають” площину рисунка проти годинникової стрілки). Рівняння руху блока (якщо вважати його абсолютно твердим тілом) буде таким:

$$(T_1 - T_2)r = J\varepsilon. \quad (3)$$

Нарешті, розглянемо ті точки нитки, в яких вона дотикається до блока. Оскільки ковзання нитки за умовою задачі немає, а її прискорення збігається з прискоренням відповідних точок блока, то

$$a = \varepsilon r, \quad (4)$$

згідно з відомою кінематичною формулою обертового руху.

Чотири рівняння (1)-(4) утворюють систему рівнянь з чотирма невідомими величинами a , ε , T_1 , T_2 . Розв'язуючи цю систему, знаходимо:

$$a = \frac{(m_1 - m_2)gr^2}{(m_1 - m_2)r^2 + J}; \quad T_1 = \frac{2m_1m_2r^2 + Jm_1}{(m_1 + m_2)r^2 + J}g; \quad T_2 = \frac{2m_1m_2r^2 + Jm_2}{(m_1 + m_2)r^2 + J}g.$$

Задача 5. Однорідний тонкий стрижень довжиною l , закріплений так, що він може обертатись навколо горизонтальної осі, яка проходить перпендикулярно до стрижня через один з його кінців, відводять від вертикального положення на кут α і потім відпускають. Знайти кутову швидкість стрижня ω в момент проходження ним положення рівноваги.

Дано:

l

α

$\omega - ?$

Розв'язання

Потенціальна енергія стрижня, відведеного на кут α , дорівнює $\Pi = mgh$, де mg – вага стрижня, а h – висота підняття його центра мас (вона дорівнює половині висоти підняття кінця стрижня). Звідси

$$h = \frac{1}{2}(l - l \cos \alpha) = l \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (l - \text{довжина стрижня}).$$

Коли стрижень набуде вертикального положення, потенціальна енергія перейде в кінетичну $W = \frac{J\omega^2}{2}$, де $J = \frac{1}{3}ml^2$.

Отже, $mgl \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{6}ml^2\omega^2$. Звідси знаходимо: $\omega = \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{6g}{l}}$.

Задача 6. Для вимірювання швидкості куль інколи застосовують балістичний маятник, що складається з масивного вільно підвішеного на легкому стрижні довжиною l тіла масою M , у яке влучає куля, застряючи у ньому. Куля масою m відхиляє маятник від положення рівноваги на кут α . Знайти швидкість кулі, якщо $l = 1$ м, $M = 5$ кг, $m = 20$ г, $\alpha = 60^\circ$.

Дано:

$$m = 20 \text{ г}$$

$$M = 5 \text{ кг}$$

$$l = 1 \text{ м}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$v = ?$$

Розв'язання

Застосуємо до системи маятник – куля закони збереження імпульсу та енергії. За законом збереження імпульсу для двох тіл, враховуючи, що удар маятника і кулі є непружним, з формули (1.26) можна знайти спільне значення швидкості маятника і кулі після того, як у маятник влучила куля:

$$u = \frac{mv}{m + M}.$$

Закон збереження енергії пов'язує висоту h , до якої піднімається маятник, із швидкістю u :

$$(M + m)gh = \frac{(M + m)u^2}{2}; \quad h = \frac{u^2}{2g}.$$

Враховуючи, що $h = 2l \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ (див. рисунок до задачі 5) з формул (1) і (2) знайдемо:

$$v = \frac{2(m + M)\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2}}{m} \approx \frac{2M\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2}}{m}.$$

Наближена рівність справедлива, оскільки $m \ll M$.

Виконавши обчислення, одержимо $v = 782,6$ м.

Задача 7. Між двома тілами масами m_1 і m_2 відбувається непружний удар, причому друге тіло до удару перебувало у спокої. Знайти частку кінетичної енергії, що перейде у тепло.

Дано:

m_1

m_2

$v_2=0$

$\Delta W/W_1=?$

Розв'язання

Після удару обидва тіла рухаються як єдине ціле зі спільною швидкістю u , яка згідно з (1.26) дорівнює

$$u = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Їхня кінетична енергія буде

$$W_2 = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} = \frac{m_1^2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (1)$$

До удару кінетичну енергію мало тільки перше тіло:

$$W_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}. \quad (2)$$

Різниця виразів (2) і (1) дорівнює кількості тепла, яке виділиться в результаті не пружного удару тіл. Поділивши цю різницю на початкову кінетичну енергію (2) знайдемо шукану частку кінетичної енергії, що перетворилась у тепло:

$$n = \frac{W_1 - W_2}{W_1} = 1 - \frac{W_2}{W_1} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Задача 8. Із пружинного пістолета було зроблено постріл вертикально вгору. Визначити висоту h , на яку підніметься куля масою $m = 20$ г, якщо пружина жорсткістю $k = 196$ Н/м була стиснута перед пострілом на $x = 10$ см. Масою пружини знехтувати.

Дано:

$m = 20$ г

$k = 196$ Н/м

$x = 10$ см

$h = ?$

Розв'язання

Система куля-Земля (разом з пістолетом) є замкнутою системою, в якій діють консервативні сили – сили пружності і сили тяжіння. Тому для розв'язування задачі можна застосовувати закон збереження механічної енергії. Згідно з цим законом повна механічна енергія E_1 системи в початковому стані (в даному випадку перед пострілом) дорівнює повній енергії E_2 в кінцевому стані (коли куля піднялася на висоту h), тобто

$$E_1 = E_2, \text{ або } T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, \quad (1)$$

T_1 і T_2 – кінетичні енергії системи в початковому і кінцевому стані; Π_1 і Π_2 – потенціальні енергії у тих же станах.

Оскільки кінетична енергія кулі в початковому і кінцевому станах дорівнює нулю, то рівність (1) буде мати вигляд

$$\Pi_1 = \Pi_2.$$

Прийmemo потенціальну енергію кулі в полі тяжіння рівною нулю на рівні розміщення пістолета. Тоді потенціальна енергія системи в початковому стані дорівнює потенціальній енергії стисненої пружини

$$\Pi_1 = \frac{kx^2}{2},$$

а в кінцевому стані – потенціальній енергії кулі на висоті h :

$$\Pi_2 = mgh.$$

Підставивши наведені вирази у формулу (2), одержимо:

$$\frac{kx^2}{2} = mgh, \quad h = \frac{kx^2}{2mg}.$$

Виконавши обчислення, отримаємо $h = 5$ м.

Задача 9. Тіло зісковзує з крижаної гори висотою h і зупиняється на крижаному полі на відстані s (у горизонтальному напрямку) від вершини гори. Визначити коефіцієнт тертя k .

Дано:

h

s

k –?

Розв'язання

У початковому положенні тіло має лише потенціальну енергію $E_1 = W_n = mgh$. У кінцевому положенні в момент зупинки повна енергія тіла $E_2 = 0$. Зміна енергії тіла відбулася за рахунок роботи зовнішніх сил. У цьому випадку зовнішньою силою є сила тертя. На відрізку шляху вздовж похилої площини її величина дорівнює

$$F_{\text{тер}} = kN_1 = kmg \cos \alpha.$$

Тут сила тертя виконує роботу

$$A_1 = -F_{\text{тер}}l = -F_{\text{тер}}h/\sin \alpha$$

(ця робота від'ємна, бо сила тертя напрямлена протилежно напрямові руху тіла).

На горизонтальному відрізку

$$F'_{\text{тер}} = kmg,$$

а робота $A_2 = -F'_{\text{тер}}(s - l) = -kmgs - hctg \alpha$.

Зміна енергії $E_2 - E_1 = -mgh$ відбулась за рахунок виконання роботи силою тертя:

$$-mgh = kmg - hctg \alpha - (s - hctg \alpha). \quad \text{Звідси знаходимо } k = h/s.$$

Задача 10. Нехтуючи тертям, визначити, яку роботу треба виконати, щоб довести маховик, масу якого $M = 0,2$ т наближено можна вважати рівномірно розподіленою по його обводу діаметром $d = 1,2$ м, до рівномірного обертання зі швидкістю $n = 100$ об/хв.

Дано:

$$M = 0,2 \text{ т}$$

$$d = 1,2$$

$$n = 100 \text{ об/хв}$$

$A = ?$

Розв'язання

Шукану роботу можна обчислити як зміну кінетичної енергії маховика W_k . Спочатку кінетична енергія $W_{k1} = 0$, а потім досягає значення $W_{k2} = J\omega^2/2$, де J – момент інерції маховика відносно осі обертання, а ω – кутова швидкість маховика;

$$\omega = 2\pi n.$$

$$\text{Отже, } A = \Delta W = W_{k2} = 2J\pi^2 n^2.$$

Момент інерції маховика можна обчислити за формулою (1.38)

$$J = mr^2 = md^2/4.$$

Підставивши цей вираз у формулу для роботи, знайдемо:

$$A = m\pi^2 n^2 / 2; \quad A = 40 \text{ Дж}.$$

Задача 11. Камертон коливається з частотою $\nu_0 = 800$ Гц і амплітудою $A = 4$ мм. Знайти максимальне прискорення його гілки, що коливається.

Дано:

$$\nu_0 = 800 \text{ Гц}$$

$$A = 4 \text{ мм}$$

$a_{\max} = ?$

Розв'язання

Рівняння руху гілки камертона має вигляд (у системі СІ):

$$x = A \sin(2\pi\nu_0 t + \varphi) = 0,004 \sin(2\pi \cdot 800 t + \varphi) \quad (1)$$

Початкова фаза нам не відома, але її значення може бути довільним. За формулою (1.48) прискорення

$$a = \dot{x} = -(1600\pi)^2 0,004 \sin(1600\pi t + \varphi). \quad (2)$$

Максимальне значення прискорення відповідає моментам часу, коли значення синуса, що входить до формули (2), дорівнює ± 1 , оскільки істотним є абсолютне значення прискорення. При цьому за абсолютною величиною $a_{\max} = (1600\pi)^2 0,004 \text{ м/с}^2 \approx 10^5 \text{ м/с}^2$.

Задача 12. За час $\Delta t = 8$ хв. амплітуда коливань маятника зменшилась у три рази. Визначити коефіцієнт згасання β .

Розв'язання

Дано:

$$\Delta t = 8 \text{ хв.}$$

$$n = 3$$

$$\beta - ?$$

Залежність амплітуди згасаючих коливань від часу подається співвідношенням:

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}.$$

Відношення амплітуд через час Δt

$$\frac{A(t)}{A(t + \Delta t)} = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t + \Delta t)}} = \frac{1}{e^{-\beta \Delta t}} = e^{\beta \Delta t} = 3.$$

Коефіцієнт β знайдемо, прологарифмувавши останню рівність:

$$\beta \Delta t = \ln 3; \quad \text{звідси} \quad \beta = \frac{\ln 3}{\Delta t}.$$

$$\text{Обчислимо:} \quad \beta = 0,0046 \text{ с}^{-1}.$$

Задача 13. Поперечна хвиля поширюється вздовж пружного шнура зі швидкістю $v = 15 \text{ м/с}$. Період коливань точок шнура $T = 1,2 \text{ с}$, амплітуда $A = 2 \text{ м}$. Визначити а) довжину хвилі λ ; б) фазу коливань, зміщення і швидкість точки середовища, яка знаходиться на відстані $x = 45 \text{ м}$ від джерела хвиль в момент часу $t = 4 \text{ с}$; в) різницю фаз коливань двох точок, які лежать на промені і віддалені від джерела хвиль на $x_1 = 20 \text{ м}$ і $x_2 = 30 \text{ м}$.

Дано:

$$v = 15 \text{ м/с}$$

$$T = 1,2 \text{ с}$$

$$A = 2 \text{ м}$$

$$x = 45 \text{ м}$$

$$t = 4 \text{ с}$$

$$x_1 = 20 \text{ м}$$

$$x_2 = 30 \text{ м}$$

$$\varphi, \xi, \xi', \Delta\varphi - ?$$

Розв'язання

а) Довжина хвилі дорівнює відстані, яку хвиля проходить за один період, і може бути знайдена зі співвідношення $\lambda = vT$. Підставивши значення величин v і T одержимо $\lambda = 18 \text{ м}$.

б) Запишемо рівняння хвилі:

$$\xi = A \cos \omega(t - x/v), \quad (1)$$

ξ – зміщення точки, що коливається, x – відстань точки від джерела хвиль, v – швидкість поширення хвиль.

б) Фаза коливань точки з координатою x в момент часу t визначається виразом, який стоїть під знаком косинуса:

$$\varphi = \omega(t - \frac{x}{v}), \quad \text{або} \quad \varphi = \frac{2\pi}{T}(t - \frac{x}{v}), \quad \omega = 2\pi/T:$$

$$\varphi = 5,24 \text{ рад, або } \varphi = 300^\circ.$$

Зміщення визначимо, підставивши у рівняння (1) значення амплітуди A і фази φ : $\xi = 0,01 \text{ м}$.

Швидкість точки $\dot{\xi}$ знаходимо, взявши першу похідну від зміщення по часу:

$$\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt} = -A\omega \sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = -\frac{2\pi A}{T} \sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = \frac{2\pi A}{T} \sin\varphi.$$

Підставивши значення величин π , A , T і φ і провівши обчислення, одержимо: $\dot{\xi} = 0,09$ м/с.

в) Різниця фаз коливань двох точок хвилі зв'язана з відстанню Δx між цими точками співвідношенням $\Delta\varphi = (2\pi/\lambda)\Delta x = (2\pi/\lambda)(x_2 - x_1)$.

Підставивши значення величин λ , x_1 і x_2 і обчисливши, одержимо: $\Delta\varphi = 3,49$ рад, або $\Delta\varphi = 200^\circ$.

1.5. Задачі для самостійного розв'язування по темі 1. «Механіка, механічні коливання та пружні хвилі» (№ 1-157)

1. Точка рухається по колу радіусом $R = 1,2$ м. Рівняння руху точки $\varphi = At + Bt^3$, де $A = 0,5$ рад/с; $B = 0,2$ рад/с³. Визначити тангенціальне a_t , нормальне a_n і повне a прискорення точки в момент часу $t = 4$ с.

2. Визначити швидкість v і повне прискорення a точки в момент часу $t = 2$ с, якщо вона рухається по колу радіусом $R = 1$ м згідно з рівнянням $\xi = At + Bt^3$, де $A = 8$ м/с; $B = -1$ м/с³; ξ - криволінійна координата, відрахована уздовж кола від деякої точки, прийнятої за початкову.

3. По прямій лінії рухаються дві матеріальні точки згідно з рівняннями: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$ і $x_2 = A_2 + B_2 + C_2 t^2$, де $A_1 = 10$ м; $B_1 = 1$ м/с; $C_1 = -2$ м/с²; $A_2 = 3$ м; $B_2 = 2$ м/с; $C_2 = 0,2$ м/с². В який момент часу t швидкості цих точок будуть однакові? Знайти прискорення a_1 і a_2 цих точок в момент $t = 3$ с.

4. Визначити повне прискорення a в момент $t = 3$ с точки, що знаходиться на ободі колеса радіусом $R = 0,5$ м, що обертається згідно рівняння $\varphi = At + Bt^3$, де $A = 2$ рад/с; $B = 0,2$ рад/с³.

5. Точка рухається по колу радіусом $R = 8$ м. В деякий момент часу нормальне прискорення точки $a_n = 4$ м/с², вектор повного прискорення a утворює в цей момент з вектором нормального прискорення a_n кут $\alpha = 60^\circ$. Знайти швидкість v і тангенціальне прискорення a_t точки.

6. Точка рухається по прямій згідно з рівнянням $x = At + Bt^3$, де $A = 6$ м/с; $B = -0,125$ м/с³. Визначити середню швидкість $\langle v \rangle$ точки в інтервалі часу від $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с.

7. Матеріальна точка рухається прямолінійно. Рівняння руху має вид $x = At + Bt^3$, де $A = 3$ м/с; $B = 0,06$ м/с³. Знайти швидкість v і прискорення a точки в моменти часу $t_1 = 0$ і $t_2 = 3$ с. Які середні значення швидкості $\langle v_x \rangle$ і прискорення $\langle a_x \rangle$ за перші 3 с руху?

8. Диск радіусом $R = 0,2$ м обертається згідно з рівнянням $\varphi = At + Bt + Ct^3$, де $A = 3$ рад; $B = -1$ рад/с; $C = 0,1$ рад/с³. Визначити тангенціальне a_t , нормальне a_n і повне a прискорення точок на колі диска для моменту часу $t = 10$ с.

9. Залежність пройденого тілом шляху S від часу t дається рівнянням $S = At - Bt^2 + Ct^3$, де $A = 2$ м/с, $B = 3$ м/с² і $C = 4$ м/с³. Знайти: а) залежність швидкості v і прискорення a від часу t ;

б) відстань S , пройдену тілом, швидкість v і прискорення a через час $t = 2$ с після початку руху.

10. Залежність пройденого тілом шляху S від часу t дається рівнянням $S = A - Bt + Ct^3$, де $A = 6$ м, $B = 3$ м/с і $C = 2$ м/с³. Знайти середню швидкість $\langle v \rangle$ і середнє прискорення $\langle a \rangle$ тіла для інтервалу часу $1\text{с} \leq t \leq 4\text{с}$.

11. Залежність пройденого тілом шляху S від часу t дається рівнянням $S = A + Bt + Ct^2$, де $A = 3$ м, $B = 2$ м/с, $C = 1$ м/с². Знайти середню швидкість $\langle v \rangle$ і середнє прискорення $\langle a \rangle$ за другу і третю секунди його руху.

12. Рівняння руху матеріальної точки (пройдений шлях x за час t) має вигляд: $x = At + Bt^2 + Ct^3$, де $A = 5$ м/с, $B = 0,2$ м/с², $C = 0,1$ м/с³. Визначити швидкість точки в моменти часу $t_1 = 2$ с і $t_2 = 4$ с, а також середню швидкість в інтервалі часу від t_1 до t_2 .

13. Визначити шлях, який проходить частинка, що рухається по прямолінійній траєкторії впродовж 10 с, якщо її швидкість змінюється за законом $v = 30 + 2t$. В момент часу $t_0 = 0$, $S = 0$.

14. Швидкість матеріальної точки, що рухається вздовж осі X , визначається рівнянням $v_x = 0,2 - 0,1 t$. Знайти координату точки в момент часу $t = 10$ с, якщо в початковий момент часу вона знаходилась в точці $x_0 = 1$.

15. Рух двох матеріальних точок виражається рівняннями: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$ та $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, де $A_1 = 20$ м; $A_2 = 2$ м; $B_1 = B_2 = 2$ м/с; $C_1 = -4$ м/с²; $C_2 = 0,5$ м/с². В який момент часу t швидкості цих точок будуть однаковими? Визначити швидкості v_1 і v_2 та прискорення a_1 і a_2 точок в цей момент.

16. Рух двох матеріальних точок виражається рівняннями: $x_1 = A_1 t + B_1 t^2 + C_1 t^3$ та $x_2 = A_2 t + B_2 t^2 + C_2 t^3$, де $A_1 = 4$ м/с; $B_1 = 8$ м/с²; $C_1 = -16$ м/с³; $A_2 = 2$ м/с; $B_2 = -4$ м/с²; $C_2 = 1$ м/с³. В який момент часу t прискорення цих точок будуть однакові? Знайти швидкості v_1 і v_2 точок в цей момент.

17. Рух точки по прямій задано рівнянням $x = At + Bt^2$, де $A = 2$ м/с; $B = -0,5$ м/с². Визначити середню швидкість $\langle v \rangle$ руху точки в інтервалі часу від $t_1 = 1$ с до $t_2 = 3$ с.

18. Рух точки по прямій задано рівнянням $x = At + Bt^2$, де $A = 6$ м/с; $B = -0,125$ м/с². Визначити середню швидкість $\langle v \rangle$ руху точки в інтервалі часу від $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с.

19. З висоти $h=2$ м на стальну плиту вільно падає кулька масою $m=200$ г і підстрибує на висоту $h_1=0,5$ м. Визначити імпульс p , одержаний кулькою при ударі.

20. При горизонтальному польоті зі швидкістю $v=250$ м/с снаряд масою $m=8$ кг розірвався на дві частини. Більша частина масою $m_1=6$ кг одержала швидкість $u_1=400$ м/с в напрямі польоту снаряда. Визначити модуль і напрям швидкості u_2 меншої частини снаряду.

21. З візка, що вільно рухається по горизонтальному шляху зі швидкістю $v_1=3$ м/с, в бік, протилежний руху візка, стрибає людина, після чого швидкість візка змінилась і стала рівною $u_1=4$ м/с. Визначити горизонтальну складову швидкості u_{2x} стрибаючої людини відносно візка. Маса візка $m_1=210$ кг, маса людини $m_2=70$ кг.

22. Гармата, жорстко закріплена на залізничній платформі, виконує постріл уздовж полотна залізної дороги під кутом $\alpha=30^\circ$ до лінії горизонту. Визначити швидкість u_2 відкочування платформи, якщо снаряд вилітає з швидкістю $u_1=480$ м/с. Маса платформи з гарматою і снарядами $m_2=18$ т, маса снаряда $m_1=60$ кг.

23. Два однакових човни масами по $m=200$ кг кожен (разом з людиною і вантажами, що знаходяться в човні) рухаються паралельними курсами назустріч один одному з однаковими швидкостями $v=1$ м/с. Коли човни порівнялись, то з першого човна на другий і з другого на перший одночасно перекидають грузи масами по $m_1=20$ кг. Визначити швидкості u_1 і u_2 човнів після перекидання вантажів.

24. Визначити імпульс p , одержаний стінкою при ударі об неї кульки масою $m=300$ г, якщо кулька рухалась з швидкістю $v=8$ м/с під кутом $\alpha=60^\circ$ до площини стінки. Удар об стінку вважати пружним.

25. На підлозі стоїть візок у вигляді довгої дошки, оснащеної легкими колесами. На одному кінці дошки стоїть людина. Маса людини $m_1=60$ кг, маса дошки $m_2=20$ кг. З якою швидкістю u (відносно підлоги) буде рухатися візок, якщо людина піде вздовж неї зі швидкістю (відносно дошки) $v=1$ м/с? Масою коліс знехтувати, тертя не враховувати.

26. Снаряд, що летів зі швидкістю $v=400$ м/с, розірвався на два уламки. Менший уламок, маса якого складає 40% від маси снаряду, полетів у зворотному напрямі зі швидкістю $u_1=150$ м/с. Визначити швидкість u_2 більшого уламка.

27. У підвішену на нитці довжиною $l=1,8$ м дерев'яну сферу масою $m_1=8$ кг влучає куля масою $m=4$ г, що летить горизонтально. З

якою швидкістю летіла куля, якщо нитка з сферою і кулею, що в ній застрягла, відхилилася від вертикалі на кут $\alpha=3^\circ$. Розміром сфери знехтувати. Удар кулі вважати прямим, центральним.

28. По невеликому шматку м'якого заліза, що лежить на наковальні масою $m_1=300$ кг, ударяє молот масою $m_2=8$ кг. Визначити ККД η удару, якщо удар не пружний. Корисною вважати енергію, затрачену на деформацію шматка заліза.

29. Куля масою $m_1 = 1$ кг рухається зі швидкістю $v_1=4$ м/с і зіштовхується з кулею масою $m_2=2$ кг, що рухається назустріч йому зі швидкістю $v_2=3$ м/с. Які швидкості u_1 і u_2 куль після удару? Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

30. Куля масою $m_1=3$ кг рухається зі швидкістю $v_1=2$ м/с і зіштовхується з кулею масою $m_2=5$ кг, що знаходиться в стані спокою. Яка робота буде здійснена при деформації куль? Удар вважати абсолютно не пружним, прямим, центральним.

31. Визначити ККД η не пружного удару бойка масою $m_1=0,5$ т, падаючого на сваю масою $m_2=120$ кг. Корисною вважати енергію, затрачену на забивання сваї.

32. Куля масою $m_1=4$ кг рухається зі швидкістю $v_1=5$ м/с і зіштовхується з кулею масою $m_2=6$ кг, що рухається їй на зустріч зі швидкістю $v=2$ м/с. Визначити швидкості u_1 і u_2 куль після удару. Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

33. Вагон масою $m=35$ т рухається на упор зі швидкістю $v=0,2$ м/с. При повному гальмуванні вагону буферні пружини стискаються на $l=12$ см. Визначити максимальну силу F_{\max} стиску буферних пружин і тривалість Δt гальмування.

34. Куля масою $m_1 = 5$ кг рухається зі швидкістю $v_1 = 1$ м/с і зіштовхується з кулею, що знаходиться в стані спокою масою $m_2 = 2$ кг. Визначити швидкості u_1 і u_2 куль після удару. Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

35. Човен довжиною $l=3$ м і масою $m = 120$ кг стоїть на спокійній воді. На носі і кормі знаходяться два рибалки масами $m_1=60$ кг і $m_2=90$ кг. На скільки зміститься човен щодо води, якщо рибакі поміняються місцями?

36. Пліт масою $m_1=150$ кг і довжиною $l=2$ м плаває на воді. На плоту знаходиться людина, маса якої $m_2=80$ кг. З якою найменшою швидкістю v і під яким кутом α до площини горизонту повинна стрибнути людина уздовж плота, щоб потрапити на його протилежний край?

37. На кулю масою $m_1=5$ кг, що знаходиться в стані спокою, зі швидкістю $v_2=5$ м/с налітає куля масою $m_2=3$ кг. Напрямок руху другої кулі змінився на кут $\alpha=45^\circ$. Визначити швидкості u_1 і u_2 куль після удару, вважаючи його абсолютно пружними.

38. Атом розпадається на дві частини масами $m_1=1,6 \cdot 10^{-25}$ кг і $m_2=2,3 \cdot 10^{-25}$ кг. Визначити кінетичні енергії T_1 і T_2 частин атома, якщо їх загальна кінетична енергія $T=2,2 \cdot 10^{-11}$ Дж. Кінетичною енергією і імпульсом атома до розпаду знехтувати.

39. На скільки зміститься щодо берега човен довжиною $l=3,5$ м і масою $m_1=200$ кг, якщо людина масою $m_2=80$ кг, що стоїть на кормі, переміститься на ніс човна? Вважати човен розміщеним перпендикулярно до берега.

40. Молот масою $m = 20$ кг, піднятий на висоту $h = 1,2$ м, вільно падає на ковадло. Знайти середню силу удару молота в ковадло, якщо удар не пружний, а тривалість удару $\Delta t = 0,005$ с?

41. З якою швидкістю v_1 повинна летіти куля масою $m_1 = 1$ кг, щоб після її удару об візок з піском, який стоїть на рейках, візок дістав швидкість $u = 2$ см/с? Маса візка $m_2 = 30$ кг, куля рухається паралельно до рейок, удар повністю не пружний.

42. Дві однакових платформи рухаються одна за одною (без тертя) з однією і тією ж швидкістю v_0 . На задній платформі знаходиться людина масою m . В певний момент людина перескочила на передню платформу зі швидкістю u відносно своєї платформи. Знаючи, що маса кожної платформи дорівнює M , знайти швидкості, з якими будуть рухатись обидві платформи після стрибка людини.

43. На краю нерухомої платформи маси M знаходиться двоє людей, маса кожного з них дорівнює m . Нехтуючи тертям, знайти швидкість платформи після того, як обое людей зіскочать з однією й тією ж горизонтальною швидкістю u відносно платформи: а) одночасно; б) один за одним.

44. На платформі встановлено безвідкатну гармату, з якої робиться постріл вздовж залізничного полотна під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту. Визначити початкову швидкість снаряду, якщо відомо, що після пострілу платформа відкотилась на відстань $S = 3$ м. Маса платформи $M = 2 \cdot 10^4$ кг, маса снаряду $m = 10$ кг, коефіцієнт тертя кочення між колесами платформи і рейками $k = 0,002$.

45. Яка енергія пішла на деформацію двох кульок масами $m_1 = m_2 = 4$ кг, що зіткнулися, якщо вони рухались назустріч одна

одній зі швидкостями $v_1 = 3$ м/с і $v_2 = 8$ м/с, а удар був прямий і не пружний.

46. Дві кулі масами $m_1 = 0,2$ кг і $m_2 = 0,8$ кг, підвішені на двох паралельних нитках довжиною $l = 2$ м, дотикаються одна до одної. Менша куля відводиться на кут $\alpha = 90^\circ$ від початкового положення і відпускається. Знайти швидкість куль після зіткнення, вважаючи удар абсолютно непружним. Яка частина механічної енергії піде на нагрівання куль?

47. Після вибуху гранати, що летіла зі швидкістю $v = 8$ м/с, утворились два осколки. Осколок, маса якого становила 0,3 від маси гранати, продовжував рухатись у попередньому напрямку зі швидкістю $v_1 = 30$ м/с. Визначити швидкість другого осколка.

48. На підніжку вагонетки, що рухається прямолінійно зі швидкістю $v = 2$ м/с, стрибає людина масою $m = 60$ кг у напрямку, перпендикулярному до ходу вагонетки. Маса вагонетки $M = 240$ кг. Визначити швидкість вагонетки разом з людиною.

49. Два човни масою $M = 100$ кг кожен ідуть паралельним курсом назустріч один одному з однаковою швидкістю $v = 5$ м/с. Коли човни зустрічаються, з першого човна на другий перекидають вантаж масою $m = 25$ кг, а потім з другого човна в перший перекидають такий же вантаж. Визначити швидкості човнів.

50. Літак для зльоту повинен мати швидкість $v = 100$ м/с. Визначити час розбігу і прискорення, якщо довжина розбігу $S = 600$ м. Рух літака при цьому вважати рівноприскореним.

51. Автомобіль рухається зі швидкістю $v_1 = 25$ м/с. На шляху $S = 40$ м проводиться гальмування, після якого швидкість зменшилась до $v_2 = 15$ м/с. Вважаючи рух автомобіля рівносповільненим, знайти модуль прискорення і час гальмування.

52. Визначити час піднімання ліфта у висотному будинку, вважаючи його рух при розгоні і гальмуванні рівнозмінним з прискоренням $a = 1$ м/с², а на середній ділянці – рівномірним із швидкістю $v = 2$ м/с. Висота підйому $h = 60$ м. Визначити початкову швидкість тіла, кинутого вертикально вгору, якщо відмітку висоти $h = 60$ м воно проходило двічі з проміжком часу $\Delta t = 4$ с. Опір повітря не враховувати.

53. Тіло, кинуте вертикально вниз з початковою швидкістю $v_0 = 19,6$ м/с, за останню секунду пройшло $n = 1/4$ частину всього шляху. Визначити час падіння тіла і його кінцеву швидкість.

54. Визначити кутове прискорення маховика, частота обертання якого за час здійснення $N = 20$ повних обертів зростає рівномірно від $n_1 = 1$ об/с до $n_2 = 5$ об/с. Диск радіусом $r = 10$ см, що знаходився в стані спокою, почав обертатися з постійним кутовим прискоренням $\varepsilon = 0,5$ рад/с. Знайти тангенціальне a_τ , нормальне a_n і повне прискорення точок на ободі диска в кінці другої секунди після початку обертання.

55. Диск обертається з кутовим прискоренням $\varepsilon = -2$ рад/с. Скільки обертів N зробить диск при зміні частоти обертання від $n_1 = 4$ с⁻¹ до $n_2 = 1,5$ с⁻¹. Знайти час t , протягом якого це станеться.

56. Колесо обертається з кутовим прискоренням $\varepsilon = 2$ рад/с. Через час $t = 0,5$ с після початку руху повне прискорення точки, що знаходиться на ободі колеса $a = 13,6$ см/с². Знайти радіус R колеса.

57. Точка рухається по колу радіусом $R = 10$ см з постійним тангенціальним прискоренням $a_\tau = 5$ см/с. Через який час після початку руху нормальне прискорення точки буде дорівнювати тангенціальному?

58. Похила площина, що утворює кут $\alpha = 25^\circ$ з площиною горизонту, має довжину $l = 2$ м. Тіло, рухаючись рівноприскорено, зісковзнуло з цієї площини за час $t = 2$ с. Визначити коефіцієнт тертя k тіла і площини.

59. Через нерухомий блок перекинута тонка нерозтяжна нитка, на кінцях якої підвішені два вантажі масами $m_1 = 200$ г і $m_2 = 300$ г. Який шлях пройде кожен з вантажів за 1 с? Вважати, що блок обертається без тертя. Масою блока знехтувати.

60. Щоб визначити коефіцієнт тертя k між дерев'яними поверхнями, брусок поклали на дошку і стали піднімати один кінець дошки доти, доки брусок не почав ковзати по дошці. Це сталося, коли кут нахилу дошки становив $\alpha = 14^\circ$. Чому дорівнює k ?

61. Аеростат масою $m = 250$ кг почав опускатись із прискоренням $a = 0,20$ м/с². Визначити масу баласту, яку потрібно скинути за борт, щоб аеростат одержав таке ж прискорення, спрямоване вгору. Опором повітря знехтувати.

62. В нижній точці мертвої петлі реактивний літак рухається зі швидкістю $v = 1200$ км/год. Визначити, якого перевантаження (відношення сили тиску на сидіння до сили тяжіння) зазнає пілот, якщо діаметр петлі 1 км.

63. Нерухомий блок підвішений до динамометра. Через блок перекинтий невагомий шнур, на кінцях якого укріплені вантажі

масами $m_1=2$ кг і $m_2=8$ кг. Яким буде показ динамометра при русі вантажів?

64. Дві гири, які мають маси $m_1=3$ кг і $m_2=6,8$ кг, висять на кінцях нитки, перекинutoї через нерухомий блок. Легка гиря знаходиться на 2 м нижче від важкої. Гири почали рухатись без початкової швидкості. Через який час вони будуть на однаковій висоті?

65. Кліть вагою $P=3 \cdot 10^4$ Н піднімається з прискоренням $a=0,49$ м/с. Визначити силу натягу канату, за допомогою якого піднімається кліть. Якою буде сила натягу канату за рівномірного руху кліті вгору і вниз?

66. Автомобіль, маса якого $m=1000$ кг, рухається зі швидкістю $v_1=36$ км/год по опуклому мосту, радіус кривини якого $R=50$ м. З якою силою тисне автомобіль на середину мосту? З якою найменшою швидкістю v_2 має рухатись автомобіль, щоб у верхній точці він зовсім не тиснув на міст?

67. Кулька масою $m=20$ г прикріплена до кінця невагомого стрижня довжиною $l=40$ см, який рівномірно обертається у вертикальній площині довкола іншого кінця, роблячи 10 обертів за секунду. Знайти силу натягу стрижня, коли кулька проходить верхню і нижню точку своєї траєкторії.

68. З похилої площини висотою $h=3$ м зісковзує без тертя тіло масою $m=0,5$ кг. Визначити зміну Δp імпульсу тіла.

69. Куля масою $m_1=2$ кг зіштовхується з кулею більшої маси, що знаходиться в стані спокою і при цьому втрачає 40% кінетичної енергії. Визначити масу m_2 більшої кулі. Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

70. Частинка масою $m_1=4 \cdot 10^{-20}$ г зіштовхується з частинкою масою $m_2=10^{-19}$ г, що знаходиться в стані спокою. Вважати зіткнення абсолютно пружним, визначити максимальну відносну втрату енергії першої частки.

71. Визначити роботу розтягу двох з'єднаних послідовно пружин з жорсткостями $k_1=400$ Н/м і $k_2=250$ Н/м, якщо перша пружина при цьому розтягнулася на $\Delta l=2$ см.

72. З дула автоматичного пістолету вилетіла куля масою $m_1=10$ г зі швидкістю $v=300$ м/с. Затвор пістолету масою $m_2=200$ г притискається до дула пружиною, жорсткість якої $k=25$ кН/м. На яку відстань відійде затвор після пострілу? Вважати, що пістолет жорстко закріплений.

73. Пружина жорсткістю $k=500 \text{ Н/м}$ стиснута силою $F=100 \text{ Н}$. Визначити роботу A зовнішньої сили, що додатково стискає цю пружину ще на $\Delta l=2 \text{ см}$.

74. Дві пружини жорсткістю $k_1=0,5 \text{ кН/м}$ і $k_2=1 \text{ кН/м}$ з'єднані паралельно. Визначити потенційну енергію Π даної системи при абсолютній деформації $\Delta l=4 \text{ см}$.

75. Яку треба виконати роботу A , щоб стиснути на $x=6 \text{ см}$ пружину жорсткістю $k=800 \text{ Н/м}$, додатково стиснути на $\Delta x=8 \text{ см}$?

76. Якщо на верхній кінець вертикально розміщеної спіральної пружини покласти вантаж, то пружина стиснеться на $\Delta l=3 \text{ мм}$. На скільки стисне пружину той же вантаж, що впав на кінець пружини з висоти $h=8 \text{ см}$?

77. З пружинного пістолету з пружиною жорсткістю $k=150 \text{ Н/м}$ був здійснений постріл кулею масою $m=8 \text{ г}$. Визначити швидкість v кулі при її вильоті з пістолету, якщо пружина була стиснута на $\Delta x=4 \text{ см}$.

78. Налетівши на пружинний буфер, вагон масою $m=16 \text{ т}$, що рухався з швидкістю $v=0,6 \text{ м/с}$, зупинився, стиснувши пружину на $\Delta l=8 \text{ см}$. Знайти загальну жорсткість k пружини буферу.

79. Визначити швидкість поступального руху суцільного циліндра, що скотився з похилої площини висотою $h=20 \text{ см}$.

80. Тонкостінний циліндр, маса якого $m=12 \text{ кг}$, а діаметр основи $D=30 \text{ см}$, обертається згідно з рівнянням $\varphi=A+Bt+Ct^3$, де $A=4 \text{ рад}$; $B=-2 \text{ рад/с}$; $C=0,2 \text{ рад/с}^3$. Визначити діючий на циліндр момент сил M в момент часу $t=3 \text{ с}$.

81. На обід маховика діаметром $D=60 \text{ см}$ намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний тягар масою $m=2 \text{ кг}$. Визначити момент інерції J маховика, якщо він, обертаючись рівноприскорено під дією сили ваги вантажу, за час $t=3 \text{ с}$ отримав кутову швидкість $\omega=9 \text{ рад/с}$.

82. Нитка з прив'язаними до її кінців тягарцями масою $m_1=50 \text{ г}$ і $m_2=60 \text{ г}$ перекинута через блок діаметром $D=4 \text{ см}$. Визначити момент інерції J блока, якщо під дією сили ваги важелів він отримав кутове прискорення $\varepsilon=1,5 \text{ рад/с}^2$.

83. Стержень обертається навколо осі, що проходить через його середину, згідно з рівнянням $\varphi=At+Bt^3$, де $A=2 \text{ рад/с}$; $B=0,2 \text{ рад/с}^3$. Визначити обертовий момент M , діючий на стержень через $t=2 \text{ с}$ після початку обертання, якщо момент інерції стержня $J=0,048 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

84. По горизонтальній плоскій поверхні котиться диск з швидкістю $v=8$ м/с. Визначити коефіцієнт опору, якщо диск сам по собі зупинився, пройшовши шлях $s=18$ м.

85. Визначити момент сили M , який необхідно прикласти до блока, що обертається з частотою $n=12$ с⁻¹, щоб він зупинився протягом часу $\Delta t=8$ с. Діаметр блока $D=30$ см. Масу блока $m=6$ кг вважати рівномірно розподіленою по ободу.

86. Блок, що має форму диска масою $m=0,4$ кг, обертається під дією сили натягу нитки, до кінців якої підвішені вантажі масами $m_1=0,3$ кг і $m_2=0,7$ кг. Визначити сили T_1 і T_2 натягу нитки по обидва боки блока.

87. На краю платформи у вигляді диска, що обертається по інерції навколо вертикальної осі з частотою $n_1=8$ хв⁻¹, стоїть людина масою $m_1=70$ кг. Коли людина перейшла в центр платформи, вона стала обертатися з частотою $n_2=10$ хв⁻¹. Визначити масу m_2 платформи. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки.

88. На краї нерухомої лави Жуковського діаметром $D=0,8$ м і масою $m_1=6$ кг стоїть людина масою $m_2=60$ кг. З якою кутовою швидкістю ω почне обертатися лава, якщо людина спіймає м'яча масою $m=0,5$ кг, що летить до неї? Траєкторія м'яча горизонтальна і проходить на відстані $r=0,4$ м від осі лави. Швидкість м'яча $v=5$ м/с.

89. Людина стоїть на лаві Жуковського і держить в руках стержень вертикально вздовж осі обертання лави. Стержень служить віссю обертання колеса, розміщеного на верхньому кінці стержня. Лава нерухома, колесо обертається з частотою $n_1=15$ с⁻¹. З якою кутовою швидкістю ω_2 буде обертатися лава, якщо людина поверне стержень на кут $\varphi=180^\circ$ і колесо опиниться на нижньому кінці стержня? Сумарний момент інерції людини і лави $J=8$ кг·м², радіус колеса $R=25$ см. Масу $m=2,5$ кг колеса можна вважати рівномірно розподіленою по ободу. Вважати, що центр мас людини з колесом знаходиться на осі платформи.

90. На лаві Жуковського стоїть людина і тримає в руках стержень вертикально по осі обертання лави. Лава з людиною обертається з кутовою швидкістю $\omega_1=4$ рад/с. З якою кутовою швидкістю ω_2 буде обертатися лава з людиною, якщо повернути стержень так, щоб він зайняв горизонтальне положення? Сумарний момент інерції людини і лави $J=5$ кг·м². Довжина стержня $l=1,8$ м,

маса $m=6$ кг. Вважати, що центр мас стержня з людиною знаходиться на осі платформи.

91. Платформа у вигляді диска діаметром $D=3$ м і масою $m_1=180$ кг може обертатися навколо вертикальної осі. З якою кутовою швидкістю ω_1 буде обертатися ця платформа, якщо по її краю піде людина масою $m_2=70$ кг з швидкістю $v=1,8$ м/с відносно платформи?

92. Платформа, що має форму диска, може обертатися навколо вертикальної осі. На краю платформи стоїть людина. На який кут φ повернеться платформа, якщо людина піде вздовж краю платформи і, обійшовши її, повернеться у вихідну (на платформі) точку? Маса платформи $m_1=280$ кг, маса людини $m_2=80$ кг. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки.

93. Кулька масою $m=60$ г, прив'язана до кінця нитки довжиною $l_1=1,2$ м, обертається з частотою $n_1=2$ с⁻¹, спираючись на горизонтальну площину. Нитка скорочується, наближаючи кульку до осі обертання до відстані $l_2=0,6$ м. З якою частотою n_2 буде при цьому обертатися кулька? Яку роботу A здійснює зовнішня сила, укорочуючи нитку? Тертя кульки об площину знехтувати.

94. По дотичній до шків маховика у вигляді диска діаметром $D=75$ см і масою $m=40$ кг прикладена сила $F=1$ кН. Визначити кутове прискорення α і частоту обертання n маховика через час $t=10$ с після початку дії сили, якщо радіус r шківів рівний 12 см. Силою тертя знехтувати.

95. Циліндр діаметром $D = 12$ см, що має масу $m = 3$ кг, лежить боковою поверхнею на горизонтальній площині. Визначити момент інерції циліндра відносно осі, що проходить по лінії контакту з площиною.

96. Обчислити момент інерції тонкого обруча радіусом $r = 0,5$ м і масою $m = 3$ кг відносно осі, що проходить через кінець діаметра перпендикулярно до площини обруча.

97. Визначити момент інерції суцільної кулі масою $m=10$ кг і радіусом $R = 0,1$ м, відносно осі, дотичної до кулі.

98. Визначити момент інерції Землі відносно осі обертання, вважаючи її кулею радіусом $R = 6400$ км і масою $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг.

99. До ободу однорідного суцільного диска радіусом $R = 0,5$ м прикладена постійна дотична сила $F = 100$ Н. При обертанні диска на нього діє момент сил тертя $M = 2$ Н·м. Визначити масу диска, якщо відомо, що його кутове прискорення постійне і дорівнює $\varepsilon = 12$ рад/с.

100. Махове колесо, момент інерції якого $J = 245 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, обертається з частотою $n = 20 \text{ об/с}$. Після того, як на колесо перестав діяти обертовий момент сил, воно зупинилось, зробивши $N = 1000$ обертів. Знайти момент сил тертя $M_{\text{тер}}$ і час гальмування t від припинення дії обертального моменту до зупинки колеса.

101. На вал масою $m_1 = 20 \text{ кг}$ намотана нитка, до кінця якої прив'язали вантаж масою $m_2 = 1 \text{ кг}$. Визначити прискорення вантажу, що опускається під дією сили тяжіння. Масою нитки і тертям знехтувати.

102. Маховик, що являє собою диск масою $m = 10 \text{ кг}$ і радіусом $R = 10 \text{ см}$, вільно обертається довкола осі, яка проходить через центр, з круговою частотою $\omega = 6 \text{ рад/с}$. При гальмуванні маховик зупиняється через час $t = 5 \text{ с}$. Визначити гальмівний момент.

103. Маховик масою $m_1 = 1 \text{ кг}$ укріплений на шківі радіусом $r = 5 \text{ см}$ і масою $m_2 = 200 \text{ г}$, який приводиться в обертання з допомогою гирі, що опускається, масою $m_3 = 500 \text{ г}$, прив'язаної до кінця намотаної на шків мотузки. Через який час швидкість маховика досягне $n = 5 \text{ об/с}$? Вважати, що вся маса маховика розподілена по його ободу на відстані $R = 40 \text{ см}$ від осі обертання. Тертям і масою мотузки знехтувати.

104. На барабан радіусом $R = 10 \text{ см}$ намотана нитка, до кінця якої прив'язаний вантаж масою $m = 0,5 \text{ кг}$. Знайти момент інерції барабана, якщо вантаж опускається з прискоренням $a = 1,0 \text{ м/с}^2$.

105. Якою кінетичною енергією володіло тіло масою $m = 2 \text{ кг}$, якщо воно піднялось по похилій площині з кутом нахилу $\alpha = 30^\circ$ на висоту $h = 1 \text{ м}$? Коефіцієнт тертя між тілом і похилою площиною $k = 0,1$.

106. На тонкій нитці підвішений пружинний пістолет так, що ствол розміщений горизонтально. На який кут відхилиться нитка після пострілу, якщо куля масою $m = 20 \text{ г}$ при вильоті зі ствола має швидкість $v = 10 \text{ м/с}$? Маса пістолета $M = 200 \text{ г}$.

107. Знайти роботу, яка виконується при підніманні вантажу масою $m = 10 \text{ кг}$ по похилій площині з кутом нахилу $\alpha = 45^\circ$ на відстань $S = 2 \text{ м}$, якщо час піднімання вантажу $t = 2 \text{ с}$, а коефіцієнт тертя $k = 0,1$.

108. Парашутист масою $m = 70 \text{ кг}$ здійснює затяжний стрибок і через час $t = 14 \text{ с}$ має швидкість $v = 60 \text{ м/с}$. Вважаючи рух парашутиста рівноприскореним, знайти роботу по подоланню опору повітря.

109. Кулька для гри в настільний теніс радіусом $r = 15$ мм і масою $m = 5$ г занурена у воду на глибину $h = 30$ см. Коли кульку відпустили, вона вистрибнула з води на висоту $h_1 = 10$ см. Яка кількість тепла виділиться внаслідок тертя кульки і води?

110. Яку роботу потрібно здійснити, щоб маховик у вигляді диска масою $m = 100$ кг і радіусом $R = 0,4$ м, який знаходився у стані спокою, став обертатися з частотою $n = 20$ об/с ?

111. Обчислити кінетичну енергію диска масою $m = 2$ кг, що котиться без ковзання по горизонтальній поверхні зі швидкістю $v = 2$ м/с.

112. Куля котиться без ковзання по горизонтальній поверхні. Повна кінетична енергія кулі $T = 14$ Дж. Визначити кінетичну енергію T_1 поступального і T_2 обертового руху кулі.

113. Однорідний тонкий стрижень довжиною $l = 1$ м може вільно обертатися відносно горизонтальної осі, що проходить через його кінець. Стрижень відхилили на кут $\varphi = 60^\circ$ і відпустили. Визначити кутову швидкість ω і лінійну швидкість v нижнього кінця стрижня в момент проходження ним положення рівноваги.

114. Кінетична енергія маховика, що обертається, дорівнює $T = 1$ кДж. Під дією постійного гальмівного моменту маховик почав обертатись рівносповільнено і, зробивши $N = 80$ обертів, зупинився. Визначити момент сил тертя.

115. Визначити напруженість G гравітаційного поля на висоті $h = 1000$ км над поверхнею Землі. Вважати відомими прискорення g вільного падіння біля поверхні Землі і її радіус R .

116. Яка робота A буде виконана силами гравітаційного поля при падінні на Землю тіла масою $m = 2$ кг: 1) з висоти $h = 1000$ км; 2) з нескінченності?

117. З нескінченності на поверхню Землі падає метеорит масою $m = 30$ кг. Визначити роботу A , що при цьому буде виконана силами гравітаційного поля Землі. Прискорення вільного падіння g і радіус R Землі вважати відомими.

118. З поверхні Землі вертикально вгору запущена ракета із швидкістю $v = 5$ км/с. На яку висоту вона підійметься?

119. По коловій орбіті навколо Землі обертається супутник з періодом $T = 65$ хв. Визначити висоту супутника. Прискорення вільного падіння g і радіус Землі R вважати відомими.

120. На якій відстані від центру Землі знаходиться точка, в якій напруженість сумарного гравітаційного поля Землі і Місяця

дорівнює нулю? Прийняти, що маса Землі у 81 раз більше маси Місяця і що відстань від центра Землі до центру Місяця рівна 60 радіусам Землі.

121. Супутник обертається навколо Землі по коловій орбіті на висоті $h=520$ км. Визначити період обертання супутника. Прискорення вільного падіння g і радіус Землі R вважати відомими.

122. Визначити лінійну і кутову швидкості супутнику Землі, що обертається по коловій орбіті на висоті $h=1000$ км. Прискорення вільного падіння g і радіус Землі R вважати відомими.

123. Точка здійснює коливання за законом $x = A \sin \omega t$. В певний момент часу зміщення точки виявилось рівним $x_1 = 5$ см. Коли фаза коливань збільшилась удвічі, зміщення стало рівним $x_2 = 8$ см. Знайти амплітуду A коливань.

124. Точка здійснює гармонічні коливання. Найбільше зміщення точки $x_{\max}=10$ см, найбільша швидкість $v_{\max}=20$ см/с. Знайти циклічну частоту коливань ω і максимальне прискорення точки a_{\max} .

125. Початкова фаза гармонічного коливання $\varphi = 0$. При зміщенні точки від положення рівноваги $x_1 = 2,4$ см швидкість точки $v_1 = 3$ см/с, а при зміщенні $x_2 = 2,8$ см її швидкість $v_2 = 2$ см/с. Знайти амплітуду A і період T цього коливання.

126. Точка здійснює гармонічне коливання. Період коливання $T = 2$ с, амплітуда $A = 5$ см, початкова фаза $\varphi = 0$. Знайти швидкість v в момент часу, коли зміщення точки від положення рівноваги $x = 2,5$ см.

127. Визначити амплітуду вимушених коливань вантажу масою $m = 0,2$ кг, підвішеного на пружині жорсткістю $k = 20$ Н/м, якщо діє змушуюча сила з амплітудою $A = 2$ Н і частотою удвічі більшою від власної частоти коливань вантажу, а коефіцієнт згасання $\beta = 0,5 \text{ с}^{-1}$.

128. Визначити період коливань вантажу на пружинній вазі, якщо у стані рівноваги він зміщує стрілку ваги на $\Delta x = 2$ см від нульової поділки, яка відповідає ненавантаженій пружині.

129. Кулька масою $m = 200$ г підвішена на пружині і коливається з частотою $\nu = 5$ Гц. Визначити коефіцієнт жорсткості пружини.

130. У скільки разів зменшиться повна енергія коливань секундного маятника за $t = 5$ хв, якщо логарифмічний декремент згасання $\Delta = 0,031$?

131. Амплітуда коливань камертона за час $t = 15$ с зменшилась у 100 разів. Знайти коефіцієнт згасання коливань.

132. Знайти частоту коливань вантажу масою $m = 0,2$ кг, підвішеного на пружині і зануреного в олію, якщо коефіцієнт тертя в олії $r = 0,5$ кг/с, а жорсткість пружини $k = 50$ Н/м.

133. Знайти швидкість поширення звукових коливань в повітрі, довжина хвилі яких $\lambda = 1$ м, а частота коливань $\nu = 340$ Гц. Чому дорівнює максимальна швидкість зміщення частинок повітря, якщо амплітуда коливань $A = 0,2$ мм?

134. На якій відстані від джерела коливань, які здійснюються за законом синуса, в момент часу $t = T/2$ зміщення точки від положення рівноваги дорівнює половині амплітуди? Швидкість поширення коливань $v = 340$ м/с. Період коливань $T = 10^{-3}$ с.

135. У скільки разів зміниться довжина ультразвукової хвилі при переході хвилі зі сталі у мідь, якщо швидкості поширення ультразвуку у міді і сталі відповідно дорівнюють $v_1 = 3600$ м/с і $v_2 = 5500$ м/с?

136. Дві точки знаходяться на відстані $x = 50$ см одна від одної на прямій, вздовж якої поширюється хвиля із швидкістю $v = 50$ м/с. Період коливань $T = 0,05$ с. Знайти різницю фаз $\Delta\phi$ коливань у цих точках.

137. Плоска звукова хвиля має період $T = 3$ мс, амплітуду $A = 0,2$ мм і довжину хвилі $\lambda = 1,2$ м. Для точок середовища, віддалених від джерела коливань на відстань $x = 2$ м, знайти зміщення $\xi(x,t)$, швидкість $\dot{\xi}$ і прискорення $\ddot{\xi}$ для моменту часу $t = 7$ мс. Початкову фазу коливань вважати рівною нулю.

138. Визначити різницю фаз $\Delta\phi$ коливань джерела хвиль, що знаходиться в пружному середовищі і точки цього середовища, яка знаходиться на відстані $x = 2$ м від джерела. Частота коливань дорівнює $\nu = 5$ Гц; хвилі поширюються із швидкістю $v = 40$ м/с.

139. Хвиля поширюється в пружному середовищі зі швидкістю $v = 100$ м/с. Найменша відстань між точками середовища, фази яких протилежні, дорівнює $\Delta x = 1$ м. Визначити частоту ν коливань.

140. Визначити швидкість v поширення хвилі у пружному середовищі, якщо різниця фаз коливань двох точок середовища, які знаходяться одна від одної на відстані $\Delta x = 10$ см, дорівнює $\Delta\phi = \pi/3$. Частота коливань $\nu = 25$ Гц.

141. Знайти зміщення x від положення рівноваги точки пружного середовища, віддаленої від джерела коливань на відстань $l = \lambda/12$, для моменту часу $t = T/6$. Амплітуда коливань $A = 0,05$ м.

142. Визначити повертаючи силу F в момент часу $t=0,2$ с і повну енергію E точки масою $m=20$ г, що здійснює гармонійні коливання згідно з рівнянням $x=A\sin\omega t$, де $A=15$ см; $\omega=4\pi$ с⁻¹.

143. Визначити період T коливань стержня довжиною $l=30$ см навколо горизонтальної осі, перпендикулярної стержню і яка проходить через його кінець.

144. Визначити максимальне прискорення a_{\max} матеріальної точки, що здійснює гармонійні коливання з амплітудою $A=15$ см, якщо найбільша швидкість точки $v_{\max}=30$ см/с. Написати рівняння коливань.

145. Точка здійснює гармонійні коливання, рівняння яких $x=A\sin\omega t$, де $A=5$ см; $\omega=2$ с⁻¹. В момент часу, коли точка володіла потенціальною енергією $\Pi=0,1$ мДж на неї діяла обертаюча сила $F=+5$ мН. Знайти цей момент часу t і відповідну йому фазу φ коливань.

146. Визначити частоту ν гармонійних коливань диска радіусом $R=20$ см коло горизонтальної осі, що проходить через середину радіуса диска перпендикулярно його площині.

147. Визначити період T гармонійних коливань диска радіусом $R=40$ см навколо горизонтальної осі, що проходить крізь твірну диска.

148. На стержні довжиною $l=30$ см закріплені два однакових важеля: один - в середині стержня, інший - на одному із його кінців. Стержень з важелями коливається коло горизонтальної осі, що проходить через вільний кінець стержня. Визначити приведену довжину L і період T гармонійних коливань. Масою стержня знехтувати.

149. Знайти максимальну кінетичну енергію T_{\max} матеріальної точки масою $m=2$ г, що здійснює гармонійні коливання з амплітудою $A=4$ см і частотою $\nu=5$ Гц.

150. Точка бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, рівняння яких $x=A_1\sin\omega_1 t$ і $y=A_2\cos\omega_2 t$, де $A_1=8$ см; $A_2=4$ см; $\omega_1=\omega_2=2$ с⁻¹. Написати рівняння траєкторії і побудувати її. Показати напрям руху точки.

151. Складаються два коливання однакового напрямку і однакового періоду: $x_1=A_1\sin\omega_1 t$, $x_2=A_2\sin\omega_2(t+\tau)$, де $A_1=A_2=3$ см; $\omega_1=\omega_2=\pi$ с⁻¹; $\tau=0,5$ с. Визначити амплітуду A і початкову фазу φ результуючого коливання. Написати його рівняння. Збудувати векторну діаграму для моменту часу $t=0$.

152. Матеріальна точка бере участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, що відбуваються згідно з рівняннями:

$x=A_1\cos\omega_1t$, $y=A_2\sin\omega_2t$, де $A_1=2$ см; $\omega_1=2$ с⁻¹; $A_2=4$ см; $\omega_2=2$ с⁻¹. Визначити траєкторію точки. Збудувати траєкторію з додержанням масштабу, вказати напрям руху точки.

153. Точка здійснює одночасно два коливання, що відбуваються по взаємно перпендикулярним напрямкам і що виражаються рівняннями: $x=A_1\sin\omega_1t$ і $y=A_2\cos\omega_2t$, де $A_1=2$ см; $\omega_1=1$ см⁻¹; $A_2=2$ см; $\omega_2=2$ с⁻¹. Знайти рівняння траєкторії, збудувати її з врахуванням масштабу і вказати напрям руху точки.

154. Точка бере участь в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, що виражаються рівняннями: $x=A_1\cos\omega_1t$ і $y=A_2\sin\omega_2t$, де $A_1=4$ см; $A_2=6$ см; $\omega_1=2\omega_2$. Знайти рівняння траєкторії точки і збудувати її; показати напрям руху точки.

155. Дві точки знаходяться на прямій, уздовж якої розповсюджуються хвилі з швидкістю $v=10$ м/с. Період коливань $T=0,2$ с, відстань між точками $\Delta x=1$ м. Знайти різниця фаз $\Delta\phi$ коливань в цих точках.

156. Матеріальна точка бере участь в двох коливаннях, що проходять по одній прямій і що виражаються рівняннями: $x_1=A_1\sin\omega_1t$, $x_2=A_2\sin\omega_2t$, де $A_1=3$ см; $A_2=4$ см; $\omega_1=\omega_2=2$ с⁻¹. Знайти амплітуду A складного руху, його частоту ν і початкову фазу ϕ_0 ; написати рівняння руху. Збудувати векторну діаграму для моменту часу $t=0$.

157. Визначити швидкість v розповсюдження хвиль в пружному середовищі, якщо різниця фаз $\Delta\phi$ коливань двох точок, відстаючих один від одного на $\Delta x=15$ см, дорівнює $\pi/2$. Частота коливань $\nu=25$ Гц.

Розділ 2. Молекулярна фізика і термодинаміка

2.1. Молекулярна фізика *Основні формули.*

2.1.1. Закони ідеальних газів

Рівняння стану ідеальних газів (рівняння Менделєєва-Клапейрона):

$$pV = \frac{m}{M}RT, \text{ або } pV = \nu RT \quad (2.1)$$

де m – маса газу, M – його молярна маса; R – молярна газова стала; ν – кількість речовини; T – термодинамічна температура.

Дослідні газові закони для ізопроцесів:

1) закон Бойля-Маріотта (ізотермічний процес: $T = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$pV = \text{const}, \text{ або } p_1V_1 = p_2V_2 \quad (2.2)$$

2) закон Гей-Люссака (ізобарний процес: $p = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$\frac{V}{T} = \text{const}, \text{ або } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}; \quad (2.3)$$

3) закон Шарля (ізохорний процес: $V = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$\frac{p}{T} = \text{const}, \text{ або } \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}; \quad (2.4)$$

4) об'єднаний газовий закон ($m = \text{const}$):

$$\frac{pV}{T} = \text{const}, \text{ або } \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}, \quad (2.5)$$

де p_1 , V_1 , T_1 – тиск, об'єм, температура газу в початковому стані, p_2 , V_2 , T_2 – ті ж величини в кінцевому стані.

Закон Дальтона:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n, \quad (2.6)$$

де p – тиск суміші газів; p_i – парціальний тиск i -го компоненту суміші; n – число компонентів суміші.

Молярна маса суміші газів:

$$M = (m_1 + m_2 + \dots + m_k) / (\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_k), \quad (2.7)$$

де m_i – маса i -го компоненту суміші; ν_i – кількість речовини i -го компоненту; k – число компонентів суміші.

2.1.2. Молекулярно-кінетична теорія газів

Кількість речовини:

$$\nu = \frac{m}{M}, \quad \text{або} \quad \nu = \frac{N}{N_A} \quad (2.8)$$

де N – число структурних елементів системи (молекул, атомів, іонів тощо); N_A – стала Авогадро, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

Молярна маса речовини:

$$M = \frac{m}{\nu}, \quad (2.9)$$

де m – маса речовини.

Концентрація частинок (молекул, атомів тощо) однорідної системи:

$$n = \frac{N}{V} = N_A \rho / M, \quad (2.10)$$

де V – об'єм системи; ρ – густина речовини.

Основне рівняння кінетичної теорії газів:

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_n \rangle, \quad (2.11)$$

де $\langle E_n \rangle$ – середня кінетична енергія поступального руху молекули.

Середня кінетична енергія, що припадає на один ступінь вільності молекули:

$$\langle E_i \rangle = \frac{1}{2} kT. \quad (2.12)$$

Повна енергія молекули:

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad (2.13)$$

де k – стала Больцмана, T – термодинамічна температура, i – число ступенів вільності.

Середня кінетична енергія поступального руху молекули:

$$\langle E_n \rangle = \frac{3}{2} kT. \quad (2.14)$$

Залежність тиску газу від концентрації молекул і температури:

$$p = n k T. \quad (2.15)$$

Швидкість молекул

1) середня квадратична:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{3kT / m_1}, \quad \text{або} \quad \langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{3RT / M}; \quad (2.16)$$

2) середня арифметична:

$$\langle v \rangle = \sqrt{8kT / \pi m_1}, \text{ або } \langle v \rangle = \sqrt{8RT / \pi M}; \quad (2.17)$$

3) найбільш імовірна:

$$\langle v_{im} \rangle = \sqrt{2kT / m_1}, \text{ або } \langle v_{im} \rangle = \sqrt{2RT / M}, \quad (2.18)$$

де m_1 – маса однієї молекули.

2.1.3. Елементи статистичної фізики

Розподіл Больцмана (розподіл частинок в силовому полі):

$$n = n_0 e^{-U/kT} \quad (2.19)$$

де n – концентрація частинок; U – їх потенціальна енергія; n_0 – концентрація частинок в точках поля, де $U = 0$; k – стала Больцмана, T – термодинамічна температура; e – основа натурального логарифма.

Барометрична формула (розподіл тиску в однорідному полі сили тяжіння):

$$p = p_0 e^{-mgz/kT}, \text{ або } p = p_0 e^{-\mu gz/(RT)}, \quad (2.20)$$

де p – тиск газу; m – маса молекули; z – координата (висота) точки відносно рівня, взятого за нульовий; p_0 – тиск на цьому рівні; μ – молярна маса газу; g – прискорення вільного падіння; R – універсальна газова постійна.

З розподілу Больцмана слідує, що молекули ідеального газу розташовуються з більшою щільністю там, де менше їхня потенційна енергія, і, навпаки, з меншою щільністю - у місцях, де їхня потенційна енергія більша.

Вид функції розподілу молекул ідеального газу по швидкостях був установлений теоретично Максвеллом в 1860 р. Імовірність того, що компоненти швидкості деякої молекули мають значення, що лежать у межах від v_x , v_y , v_z до $v_x + dv_x$, $v_y + dv_y$, $v_z + dv_z$, дорівнює добутку ймовірностей

$$dP_{v_x, v_y, v_z} = \varphi(v_x) \varphi(v_y) \varphi(v_z) dv_x dv_y dv_z,$$

де $\varphi(v_i)$ є функція розподілу виду $\varphi(v_i) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-mv_i^2/(2kT)}$.

Число молекул, величина модуля швидкості ($v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$)

яких знаходиться в інтервалі від v до $v + dv$, визначається розподілом Максвелла:

$$dN = NF(v)dv = Nf(v)4\pi v^2 dv = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/(2kT)} v^2 dv,$$

де $f(v) = \varphi(v_x)\varphi(v_y)\varphi(v_z)$ - функція розподілу молекул за абсолютним значенням швидкостей; N - загальне число молекул; m - маса молекули; k - постійна Больцмана; T - термодинамічна температура.

Графік функції $F(v) = f(v)4\pi v^2$ показано на рис. 2.1.

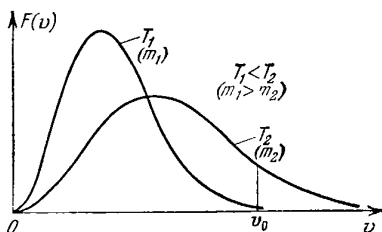


Рис. 1. Криві розподілу Максвелла, що відповідають або різним температурам T_1 й T_2 (при однаковій масі m), або відносяться до різних мас молекул m_1 й m_2 (при однаковій температурі T).

Число молекул, енергії яких укладені в інтервалі від E до $E + d$,

$$dN(E) = Nf(E)dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N \frac{e^{-E/(kT)}}{(kT)^{3/2}} E^{1/2} dE.$$

Розподіл Максвелла (розподіл молекул за швидкостями) поданий двома співвідношеннями:

1) число молекул, швидкість яких знаходиться в межах від U до $U + \Delta U$:

$$dN(U) = N f(U)dU = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mU^2}{2kT}} U^2 dU, \quad (2.21)$$

де $f(U)$ – функція розподілу молекул за абсолютними значеннями швидкостей, яка виражає відношення імовірності того, що швидкість молекул лежить в інтервалі від U до $U + \Delta U$, до величини цього інтервалу, а також частку молекул, швидкості яких лежать в означеному інтервалі; N – загальне число молекул; m – маса молекули.

2) число молекул, відносні швидкості яких лежать в межах від u до $u+du$:

$$dN(u) = N f(u) du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N e^{-u^2} u^2 du, \quad (2.22)$$

де $u = \frac{v}{v_{im}}$ – відносна швидкість, що дорівнює відношенню

швидкості v до найбільш імовірної швидкості v_{im} , $f(u)$ – функція розподілу за відносними швидкостями.

Середнє число зіткнень, що припадає на одну молекулу газу за одиницю часу, $\langle Z \rangle = \sqrt{2\pi} d^2 n \langle v \rangle$, (2.23)

d – ефективний діаметр молекули; n – концентрація молекул; $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість молекул.

Середня довжина вільного пробігу молекул газу:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi} d^2 n}. \quad (2.24)$$

Імпульс, що переноситься молекулами з одного шару газу в інший через елемент поверхні: $dp = \eta \left(\frac{dv}{dz} \right) \Delta S dt$, (2.25)

де η – динамічна в'язкість газу; $\frac{dv}{dz}$ – градієнт швидкості течії

його шарів; ΔS – площа елемента поверхні; dt – час переносу.

Динамічна в'язкість: $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$, (2.26)

ρ – густина газу (рідини); $\langle v \rangle$ – середня швидкість хаотичного руху молекул; $\langle l \rangle$ – середня довжина вільного пробігу.

Закон Ньютона: $F = \frac{dp}{dt} = \eta \left(\frac{dv}{dz} \right) S$, (2.27)

де F – сила внутрішнього тертя між двома шарами газу.

Закон Фур'є: $\Delta Q = -\lambda \left(\frac{dt}{dx} \right) S \Delta t$, (2.28)

де ΔQ – тепло, що переноситься шляхом теплообміну через поперечний переріз площею S за час Δt ; λ – теплопровідність; $\frac{dt}{dx}$

градієнт температури.

Коефіцієнт теплопровідності газу (рідини):

$$\lambda = \frac{1}{3} C_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle, \quad (2.29)$$

де C_V – питома теплоємність газу при постійному об'ємі; ρ – густина газу; $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість його молекул; $\langle l \rangle$ – середня довжина вільного пробігу молекул.

Закон Фіка:
$$\Delta m = -D \left(\frac{dn}{dt} \right) m_1 S \Delta t, \quad (2.30)$$

де Δm – маса газу, що переноситься шляхом дифузії через поверхню площею S за час Δt ; D – коефіцієнт дифузії; $\frac{dn}{dt}$ –

градієнт концентрації молекул; m_1 – маса однієї молекули.

Коефіцієнт дифузії:
$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle. \quad (2.31)$$

2.2. Термодинаміка Основні формули.

Зв'язок між молярною C_m та питомою c теплоємністю газу:

$$C_m = cM, \quad (2.32)$$

де M – молярна маса.

Молярні теплоємності при постійному тиску відповідно дорівнюють:

$$C_V = \frac{iR}{2}; \quad C_P = \frac{(i+2)R}{2}, \quad (2.33)$$

де i – число ступенів вільності; R – молярна газова стала.

Питомі теплоємності при постійному об'ємі та постійному тиску відповідно дорівнюють:

$$c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{M}; \quad c_P = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}. \quad (2.34)$$

Рівняння Майєра:
$$C_P - C_V = R. \quad (2.35)$$

Показник адіабати:
$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}, \text{ або } \gamma = \frac{i+2}{i}. \quad (2.36)$$

Внутрішня енергія ідеального газу:
$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT. \quad (2.37)$$

Робота, пов'язана зі зміною об'єму газу, в загальному випадку

обчислюється за формулою:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad (2.38)$$

де V_1 – початковий об’єм газу; V_2 – його кінцевий об’єм.

Робота при ізобаричному процесі ($p = \text{const}$):

$$A = p(V_2 - V_1); \quad (2.39)$$

при ізотермічному процесі ($T = \text{const}$):

$$A = \frac{m}{M} RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right); \quad (2.40)$$

при адіабатичному процесі:

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2), \text{ або } A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]; \quad (2.41)$$

де T_1 – початкова температура газу; T_2 – його кінцева температура.

Рівняння Пуассона (адіабатичний процес): $pV^\gamma = \text{const}$. (2.42)

Зв’язок між початковим та кінцевим значенням параметрів стану газу при адіабатичному процесі:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (2.43)$$

I-й закон термодинаміки в загальному випадку має вигляд:

$$Q = \Delta U + A, \quad (2.44)$$

де Q – кількість теплоти, що надається газу; ΔU – зміна його внутрішньої енергії; A – робота, що виконується газом проти зовнішніх сил.

I-й закон термодинаміки при ізобарному процесі:

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{M} C_V \Delta T + \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{m}{M} C_P \Delta T; \quad (2.45)$$

при ізохорному процесі ($\Delta A = 0$):

$$Q = \Delta U = \left(\frac{m}{M} \right) C_V \Delta T; \quad (2.46)$$

при ізотермічному процесі ($\Delta U = 0$):

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}; \quad (2.47)$$

при адиабатному процесі ($\Delta Q = 0$):

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_V \Delta T. \quad (2.48)$$

Термічний коефіцієнт корисної дії (к. к. д.) циклу в загальному випадку:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad (2.49)$$

де Q_1 – кількість теплоти, отримана робочим тілом (газом) від нагрівача; Q_2 – кількість теплоти, що передана робочим тілом охолоджувачу.

К.к.д. циклу Карно: $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$, або $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (2.50)$

де T_1 – температура нагрівача; T_2 – температура холодильника.

Зміна ентропії: $\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T}, \quad (2.51)$

де A і B – межі інтегрування, що відповідають початковому та кінцевому станам системи. Оскільки процес рівноважний, то інтегрування проводять по будь-якому шляху.

Формула Больцмана:

$$S = k \ln W, \quad (2.52)$$

де S – ентропія системи, W – термодинамічна імовірність її стану, k – стала Больцмана.

Коефіцієнт поверхневого натягу: $\alpha = \frac{F}{l}$, або $\alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S}, \quad (2.53)$

де F – сила поверхневого натягу, що діє на контур; l – довжина контуру рідини, ΔE – зміна вільної енергії поверхневої плівки рідини, пов'язана зі зміною площі ΔS поверхні цієї плівки.

Формула Лапласа виражає тиск p , який створюється сферичною поверхнею рідини:

$$p = \frac{2\alpha}{R}, \quad (2.54)$$

де R – радіус сферичної поверхні.

Висота підйому рідини в капілярній трубці:

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g R}, \quad (2.55)$$

де θ – крайовий кут ($\theta = 0$ при повному змочуванні стінок трубки рідиною; $\theta = \pi$ при повному незмочуванні); R – радіус каналу трубки; ρ – густина рідини; g – прискорення вільного падіння.

Висота підйому рідини між двома близькими і паралельними одна одній площинами:

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g d}, \quad (2.56)$$

де d – відстань між площинами.

2.3. Приклади розв'язування задач (задачі 1-32)

Задача 1. В балоні об'ємом 10 л знаходиться гелій під тиском $p_1 = 1 \text{ МПа}$ при температурі $T_1 = 300 \text{ К}$. Після того, як з балону взяли 10 г гелію, температура в балоні знизилась до $T_2 = 290 \text{ К}$. Визначити тиск p_2 гелію, що залишився в балоні.

Дано:

Розв'язання

Для розв'язування задачі використаємо рівняння Менделєєва-Клапейрона, застосувавши його до кінцевого стану газу:

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2, \quad (1)$$

де m_2 – маса гелію в балоні в кінцевому стані; M – молекулярна маса гелію; R – газова стала. Із рівняння (1) виразимо потрібний тиск:

$$p_2 = \frac{m_2 R T_2}{M V}. \quad (2)$$

Масу m_2 виразимо через початкову масу m_1 та масу гелію, взятого з балона:

$$m_2 = m_1 - m. \quad (3)$$

Масу m_1 знайдемо з рівняння Менделєєва-Клапейрона, застосувавши його до початкового стану:

$$m_1 = \frac{M p_1 V}{R T_1}. \quad (4)$$

Підставивши вираз для маси m_1 в (3), а вираз для m_2 в (2), знайдемо:

$$p_2 = \left(\frac{Mp_1V}{RT_1} - m \right) \frac{RT_2}{MV} \quad \text{або} \quad p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{M} \cdot \frac{RT_2}{V}. \quad (5)$$

Проведемо обчислення за формулою (5):

$$p_2 = \left(\frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8.31}{10^{-2}} \cdot 290 \right) \text{Па} = 3,64 \cdot 10^5 \text{Па} = 0,364 \text{МПа}.$$

Задача 2. Балон містить $m_1 = 80$ г кисню та $m_2 = 320$ г аргону.

Тиск суміші 1 МПа, температура $T = 300$ К. Вважаючи газ ідеальним, визначити об'єм V балона.

Дано:

Розв'язання

За законом Дальтона тиск суміші дорівнює сумі парціальних тисків газів, що входять до складу суміші. Згідно рівняння Менделєєва-Клапейрона парціальні тиски газів p_1 кисню та p_2 аргону:

$$p_1 = \frac{m_1 RT}{M_1 V}, \quad p_2 = \frac{m_2 RT}{M_2 V}.$$

Отже, за законом Дальтона тиск суміші газів $p = p_1 + p_2$

$$\text{або} \quad p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V},$$

$$\text{звідки об'єм балона} \quad V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p}. \quad (1)$$

Враховуючи, що $M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ та $M_2 = 40 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, (див.

таблицю додатків), проведемо обчислення:

$$V = \left(\frac{0.08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0.32}{40 \cdot 10^{-2}} \right) \frac{8.31 \cdot 300}{10^6} \text{ м}^3 = 0,0262 \text{ м}^3 = 262 \text{ л}.$$

Задача 3. При нагріванні ідеального газу на $\Delta T = 1$ К при постійному тиску об'єм його збільшується на 1/350 від початкового об'єму. Знайти початкову температуру газу.

Розв'язання

Оскільки нагрівання газу проходить при постійному тиску, то стан газу можна описати за допомогою рівняння Бойля-Маріотта:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \quad (1)$$

де V_1, T_1 – параметри початкового стану газу, V_2, T_2 – кінцевого.

Згідно умові задачі, об'єм газу V_2 при нагріванні збільшується на ΔV , отже $V_2 = V_1 + \Delta V$, а температура T_2 газу збільшується на ΔT , тобто $T_2 = T_1 + \Delta T$. Виходячи з цього, рівняння (1) можна записати у вигляді:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_1 + \Delta V}{T_1 + \Delta T}. \quad (2)$$

Розв'язавши рівняння (2) відносно T_1 , отримаємо:

$$\begin{aligned} V_1(T_1 + \Delta T) &= T_1(V_1 + \Delta V), \\ V_1 T_1 + V_1 \Delta T &= T_1 V_1 + T_1 \Delta V, \\ \text{або } V_1 \Delta T &= T_1 \Delta V, \text{ звідки} \end{aligned}$$

$$T_1 = \frac{V_1 \Delta T}{\Delta V}.$$

Обчислюємо:

$$T_1 = \frac{V_1 \cdot 1}{\frac{1}{350} \cdot V_1} K = 350 K$$

Задача 4. Суміш азоту та гелію при температурі 27^0C знаходиться під тиском $p = 1.3 \cdot 10^2 \text{ Па}$. Маса азоту складає 70 % від загальної маси суміші. Знайти концентрацію молекул кожного з газів.

Дано:

Розв'язання

При даному тиску газ можна вважати ідеальним, отже він може бути описаний основним рівнянням молекулярно-кінетичної теорії:

$$p = nkT, \quad (1)$$

де n – концентрація молекул, $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж / К}$ – стала Больцмана, $T = t + 273^0\text{C}$ – термодинамічна температура.

Тиск ідеального газу, як видно з рівняння (1), не залежить від виду газу. Воно дозволить знайти концентрацію молекул суміші і, за відомим процентним складом, – концентрацію кожного газу.

Процентний склад газів задано за масою. Отже маса кожного з них:

$$m_1 = c_1 m; \quad m_2 = c_2 m; \quad (2)$$

де c_1 і c_2 – відсотковий склад відповідно азоту і гелію; m – маса суміші. З іншого боку, маса кожного з газів

$$m_1 = V_{n1} \mu_1 / N_A; \quad m_2 = V_{n2} \mu_2 / N_A, \quad (3)$$

де V – об'єм газу; μ – молекулярна маса; N_A – стала Авогадро (μ_i / N_A – маса молекули.)

Порівнявши праві частини рівнянь (2) і (3), отримаємо:

$$c_1 m = V_{n1} \mu_1 / N_A; \quad c_2 m = V_{n2} \mu_2 / N_A,$$

$$\text{звідки} \quad n_1 / n_2 = c_1 \mu_2 / c_2 \mu_1 = \frac{1}{3}.$$

Оскільки $n_1 + n_2 = n$, то

$$n_1 = \frac{1}{4} \frac{P}{kT} = 0,8 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}, \quad n_2 = \frac{3}{4} \frac{P}{kT} = 2,4 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}.$$

Задача 5. Знайти середньоквадратичну швидкість, середню кінетичну енергію поступального руху і середню повну енергію молекул гелію і азоту при температурі 27^0C . Визначити повну енергію всіх молекул 100 г кожного з газів.

Дано:

Розв'язання

Середня кінетична енергія поступального руху молекул будь-якого газу визначається за термодинамічною температурою:

$$W_k = \frac{2}{3} kT, \quad (1)$$

де $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – стала Больцмана,

$$W_k = \frac{2}{3} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 = 6,2 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Як бачимо, середні енергії поступального руху однієї молекули і гелію, і азоту однакові.

Середньоквадратична швидкість молекул газу залежить від маси його молекул:

$$v_{kv} = \sqrt{3kT / m_0}, \quad (2)$$

де m_0 – маса однієї молекули.

Для розрахунку $v_{\text{кв}}$ рівняння (2) можна замінити, якщо помножити чисельник і знаменник на N_A . Тоді $v_{\text{кв}} = \sqrt{3 \cdot RT / \mu}$, де $R = 8.31 \text{ Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К})$.

Для гелію $v_{\text{кв}} = 13,7 \cdot 10^2 \text{ м/с}$, для азоту $v_{\text{кв}} = 5,17 \cdot 10^2 \text{ м/с}$.

Середня повна енергія молекули залежить не тільки від температури, а й від будови молекул – від числа ступенів свободи i :

$$W_0 = iRT / 2. \quad (3)$$

Гелій – одноатомний газ, звідки $i = 3$, тоді $W_0 = 6,2 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$.

Азот – двохатомний газ, отже, $i = 5$, а $W_0 = 5 / 2 kT = 10,4 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$.

Повну кінетичну енергію всіх молекул, яка дорівнює для ідеального газу його внутрішній енергії, можна знайти, як добуток W_0 на число N усіх молекул $W = U = W_0 N$. (4)

В свою чергу, (5)

$$N = \frac{N_A m}{\mu}$$

де m – маса всього газу; відношення m / μ – число молів; N_A – число Авогадро. Повна енергія всіх молекул після підстановки рівнянь (3) і (5) в (4) має вигляд:

$$W = \frac{i}{2} kT \frac{m}{\mu} N_A = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT.$$

Для гелію число $W = 93,5 \text{ кДж}$; для азоту $W = 22,3 \text{ кДж}$.

Задача 6. Знайти середню кінетичну енергію $\langle \varepsilon_{\text{об.}} \rangle$ обертального руху однієї молекули кисню при температурі $T = 286 \text{ К}$, а також кінетичну енергію $\langle w_{\text{об.}} \rangle$ обертального руху всіх молекул цього газу, якщо його $m = 4 \text{ г}$.

Розв'язання

На кожну ступінь вільності молекули газу припадає однакова середня енергія, виражена формулою $\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT$. Оскільки молекула

кисню двохатомна, і відповідно, володіє двома обертальними ступенями вільності, то середня кінетична енергія обертального руху молекули кисню: $\langle \varepsilon_{\text{об.}} \rangle = 2 \cdot \frac{1}{2} kT = kT$

Підставивши в цю формулу значення k і T та обчисливши,

отримаємо: $\langle \varepsilon_{об} \rangle = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 286 \text{ Дж} = 3,94 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$

Середня кінетична енергія обертального руху всіх молекул газу виражається відношенням:

$$\omega_{об} = N \langle \varepsilon_{об} \rangle \quad (1)$$

Якщо врахувати, що число молекул системи дорівнює добутку сталої Авогадро на кількість речовини ν , тобто:

$$N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A,$$

то рівняння (1) можна переписати у вигляді:

$$\omega_{об} = \frac{m}{M} N_A \langle \varepsilon_{об} \rangle.$$

Підставивши значення величин, отримаємо:

$$\omega_{об} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 3,94 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Задача 7. Вирахувати середню довжину вільного пробігу молекул азоту і в'язкість при тиску $p = 10^5 \text{ Па}$ і температурі $t = 17^\circ \text{C}$. Як зміняться знайдені величини, якщо об'єм газу збільшити удвічі: а) при постійному тиску; б) при постійній температурі? Ефективний діаметр молекул азоту $d = 3.7 \cdot 10^{-8} \text{ см}$.

Дано:

Розв'язання

Середню довжину вільного пробігу λ і коефіцієнти переносу можна вирахувати за формулами:

$$\lambda = 1 / \pi \sqrt{2d^2 n}, \quad (1)$$

$$D = \lambda \nu / 3, \quad (2)$$

$$\eta = \lambda \nu \cdot m_0 n / 3 \quad (3)$$

Тут n – концентрація молекул газу; ν – середня швидкість молекул; m_0 – маса однієї молекули.

Концентрацію молекул можна визначити з основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії: $p = nkT$ (4)

Рівняння (1)-(3) мають зміст, якщо довжина вільного пробігу, обчислена за формулою (1), набагато менша від лінійних розмірів

посудини. Оскільки початковий тиск газу – атмосферний, можна стверджувати, що ця умова буде виконана.

Якщо виразити концентрацію з рівняння (4) і підставити її в (1), то отримаємо: $\lambda = kT / \pi \sqrt{2d^2 p} = 6,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$

Для підрахунку η підставимо у вираз (3) формулу (1):

$$\eta = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\pi \sqrt{2d^2}} m_0 v, \quad (5)$$

де $m_0 = \mu / N_A$.

Отже,
$$\eta = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\pi \sqrt{2d^2}} \cdot \frac{mv}{N_0} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ кг} / \text{м} \cdot \text{с}.$$

Як бачимо з виразу (1), довжина вільного пробігу залежить тільки від концентрації молекул. Якщо об'єм її збільшити удвічі, то концентрація удвічі зменшиться. Отже, $\lambda_2 / \lambda_1 = \eta$.

Індекси “1” і “2” відповідають стану газу до і після розширення.

В рівняння для коефіцієнта дифузії входить не тільки довжина вільного пробігу, а й середня швидкість. Отже:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}.$$

При постійному тиску об'єм прямо пропорційний термодинамічній температурі: $T_2 / T_1 = V_2 / V_1 = 2$, тому $D_2 / D_1 = 2\sqrt{2}$.

При сталій температурі $D_2 / D_1 = \lambda_2 / \lambda_1 = 2$.

Як видно з виразу (5), в'язкість залежить тільки від швидкості молекул, тобто від температури (всі інші величини сталі):

$$\eta_2 / \eta_1 = \sqrt{T_2 / T_1}, \text{ а це означає, що при постійному тиску } \eta_2 / \eta_1 = \sqrt{2}.$$

При постійній температурі коефіцієнт η не змінюється.

Задача 8. Температура окису азоту NO $T = 300\text{ К}$. Визначити частку молекул, швидкість яких лежить в інтервалі від $v_1 = 820 \text{ м/с}$ до $v_2 = 830 \text{ м/с}$.

Розв'язання

Дано:

$$T=300\text{ K}$$

$$v_1 = 820\text{ м/с}$$

$$v_2 = 830\text{ м/с}$$

$$\Delta N/N = ?$$

Газ, який ми розглядаємо, знаходиться в стані рівноваги і, згідно з розподілом Максвелла, відносне число молекул, швидкість яких знаходиться в інтервалі від V до $v + dv$,

$$\frac{dN}{N} = f(v_1 T) dv, \text{ де } f(v_1 T) - \text{функція Максвелла;}$$

dv — настільки малий діапазон швидкостей, що в його межах $f(v_1 T) = \text{const.}$ В умові задачі потрібно визначити частку молекул, швидкість яких лежить в діапазоні $\Delta v = v_2 - v_1 = 10\text{ м/с}$.

Якщо в цьому інтервалі функцію Максвелла можна вважати достатньою постійною, то величину, яку ми шукали, можна обчислювати за наближеною формулою:

$$\frac{dN}{N} = f(v, T) dv \quad (1)$$

Таке наближення відповідає тому, що на мал. 3 заштриховану площу можна прирівняти до площі прямокутника з основою Δv і висотою $f(v_1 T)$.

Отже, спочатку потрібно знайти значення функції Максвелла при $v = v_1$, $v = v_2$ і визначити, яку похибку дає використання рівняння (1).

Функція Максвелла має вигляд:

$$f(v_1 T) = \frac{4}{\sqrt{\eta}} \cdot \frac{v^2}{v_\beta^3} e^{-v^2/v_\beta^2} \quad (2)$$

де v_{im} — найбільш імовірна швидкість молекул,

$$v_{im} = \sqrt{2kT/m_0} = \sqrt{2RT/\mu} \quad (3)$$

Для того, щоб спростити підрахунки спочатку знайдемо найбільш імовірну швидкість з рівняння (3): $v_{im} = \sqrt{2RT/\mu} = 410\text{ м/с}$.

Тоді $f(v_1, T) = 4,03 \cdot 10^{-4}\text{ с/м}$; $f(v_2, T) = 3,75 \cdot 10^{-4}\text{ с/м}$.

Це означає, що при використанні виразу (1) ми допустили відносну похибку $\delta f = \frac{f(v_1, T) - f(v_2, T)}{f(v_1, T)} = 0,07$, тобто 7%.

Отже, рівність (1) можна використовувати з вказаною точністю. Тоді частка молекул, швидкість яких лежить в даному інтервалі

$$\Delta N/N = f(v_1, T) \Delta v = 4,0 \cdot 10^{-3}, \text{ тобто } 0,4\%.$$

Задача 9. Середня довжина вільного пробігу молекули вуглекислого газу CO_2 за нормальних умов дорівнює 40 км.

Визначити середню арифметичну швидкість V молекули і число зіткнень, які має молекула за 1с.

Дано:

Розв'язання

Середня арифметична швидкість молекул визначається за формулою: $v = \sqrt{8RT/\pi\mu}$, де μ – молекулярна маса речовини.

Підставимо числові дані і отримаємо:

$$v = \sqrt{8 \cdot 8,31 \cdot 273 / 3,14 \cdot 0,044} = 362 \text{ м/с},$$

$$\text{де } M_{CO_2} = 12 + 2 \cdot 16 = 44 \text{ г/моль} = 0,044 \text{ кг/моль}.$$

$$\text{Отже, } v = 362 \text{ м/с}.$$

Середнє число z зіткнень молекул за 1с визначається відношенням середньої швидкості $\langle v \rangle$ молекули до середньої довжини її вільного пробігу $\langle l \rangle$: $z = \frac{\langle v \rangle}{\langle l \rangle}$

Підставивши в цю формулу значення $v = 362 \text{ м/с}$ і $l = 40 \text{ м} = 40 \cdot 10^{-9} \text{ м}$ отримаємо $z = 362 / 40 \cdot 10^{-9} = 9,05 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$.

Задача 10. Зрівняти повне число молекул в атмосферному стовпі з підставою в 1 см^2 із числом молекул у стовпі висотою 1000 м і тим же підставою.

Розв'язання.

Нехай число молекул в одиниці об'єму при $h = 0$ дорівнює N_0 , тоді розподіл числа цих часток по висоті буде визначатися наступним виразом:

$$N(h) = N_0 e^{-mgh/(kT)} = N_0 e^{-\mu gh/(RT)}.$$

Повне число молекул у стовпі з підставою в 1 см^2 і заданою висотою

$$N(H) = \int_0^H N(z) dz = N_0 \int_0^H e^{-\mu gh/(RT)} dz = N_0 \frac{RT}{\mu g} (1 - e^{-\mu gH/(RT)}),$$

де μ – молярна маса повітря.

Підставивши чисельні значення висоти, одержимо: $N(H \rightarrow \infty) = 2,1 \cdot 10^{25}$; $N(H = 10^3) = 0,25 \cdot 10^{25}$.

Задача 11. На якій висоті перебувають центр мас вертикального стовпа повітря в атмосфері Землі, якщо температура повітря T не залежить від h . Уважати, що для повітря має місце розподіл Больцмана.

Розв'язання.

Нехай площа перетину стовпа повітря S . Виділимо на деякій висоті h шар повітря товщини dh , тоді його маса буде $dm = \rho(h) \cdot S \cdot dh$, де $\rho(h)$ - густина повітря на висоті h . Оскільки $\rho(h) = m \cdot n(h)$, де m - маса молекули, а $n(h)$ - концентрація молекул на висоті h , котра визначається з розпділу Больцмана: $n(h) = n_0 e^{-mgh/(kT)}$.

З курсу механіки відомо, що центр мас тіла з безперервним розподілом маси визначається співвідношенням, що у нашому випадку має вигляд:

$$H_c = \frac{\int_0^\infty h dm}{\int_0^\infty dm}.$$

Обчислимо інтеграли:

$$\int_0^\infty dm = mn_0 S \int_0^\infty e^{-mgh/(kT)} dh = -\frac{mn_0 S kT}{mg} \left(e^{-mgh/(kT)} \right)_0^\infty = \frac{n_0 S kT}{g}.$$

$$\int_0^\infty h dm = \int_0^\infty h mn(h) S dh = mn_0 S \int_0^\infty h e^{-mgh/(kT)} dh = \frac{n_0 S (kT)^2}{mg^2}.$$

Звідки знаходимо:
$$H_c = \frac{kT}{mg}.$$

Таким чином, центр мас вертикального стовпа повітря перебуває на висоті, на якій концентрація молекул $n(h)$, а отже, потенційна енергія молекул і тиск газу зменшуються в e раз.

Задача 12. Обчислити середню потенційну енергію молекули газу в полі сили ваги.

Розв'язання.

Середнє значення потенційної енергії молекули газу на висоті z визначається вираженням: $\langle U \rangle = mg \int_0^\infty z dW(z)$, де $d(z)$ - імовірність

того, що потенційна енергія молекули укладена в інтервалі від U до $U + d$ у полі ваги Землі:

$$dW(z) = \frac{e^{-mgz/(kT)} dz}{\int_0^\infty e^{-mgz/(kT)} dz}.$$

$$\text{Тоді} \quad \langle U \rangle = mg \frac{\int_0^{\infty} z e^{-mgz/(kT)} dz}{\int_0^{\infty} e^{-mgz/(kT)} dz} = mg \frac{(kT/(mg))^2}{(kT/(mg))} = kT,$$

тобто потенційна енергія молекул у поле сили ваги залежить тільки від температури.

Задача 13. Проводяться спостереження за кулястими частками, що перебувають у зваженому стані в повітрі (у полі земного тяжіння). Радіус часток $r = 2 \cdot 10^{-7}$ м. Температура повітря $t = 0^\circ\text{C}$, тиск $p = 10^5$ Па. Установлено, що на висоті $h = 10$ м концентрація частинок зменшується вдвоє. Знайти масу зваженої частинки?

Розв'язання.

Позначимо масу частки m . Оскільки частки зважені в повітрі, те варто враховувати силу, що виштовхує. Таким чином, сила, що діє на частку, $F = mg(1 - \rho_0/\rho)$, де ρ_0 - щільність повітря в поверхні Землі; ρ - щільність частки. У цьому випадку закон Больцмана запишеться у вигляді $n(z) = n_0 \exp\left(-\frac{mg(1 - \rho_0/\rho)}{kT} z\right)$.

$$\text{Щільність частки радіусом } r: \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{3m}{4\pi r^3}.$$

За умовою завдання, на висоті $h = 10$ м $n(h) = n_{0/2}$. Тоді відношення концентрації часток на двох різних висотах

$$\frac{n_0}{n(h)} = \exp\left(\frac{m(1 - \rho_0/\rho)}{kT} gh\right) = 2, \text{ звідки } \ln 2 = \frac{mgh}{kT} - \frac{4gh\rho_0\pi r^3/3}{kT}.$$

$$\text{Отже, маса частки } m = \frac{kT \ln 2 + 4gh\rho_0\pi r^3/3}{gh}.$$

Підставивши в останню формулу чисельні значення величин, одержимо $m = 5.4 \cdot 10^{-21}$ кг.

Задача 14. Знайти силу, що діє на частку з боку однорідного поля, якщо концентрації цих часток на двох рівнях, що відстоять один від іншого на відстані $\Delta h = 3$ см (уздовж поля), відрізняються в $\eta = 2$ рази. Температура системи $T = 280$ К.

Розв'язання.

Сила, що діє на частку з боку однорідного поля, визначається виразом

$$F = \frac{U(h_2) - U(h_1)}{\Delta h} = \frac{U_2 - U_1}{\Delta h},$$

де $\Delta h = h_2 - h_1$. Відповідно до розподілу Больцмана концентрації часток n_1 та n_2 на двох рівнях h_1 й h_2 визначаються відповідно

$$n_1 = n_0 e^{-U_1/(kT)} \text{ и } n_2 = n_0 e^{-U_2/(kT)}$$

Оскільки частки розташовуються з більшою щільністю там, де менше їхня потенційна енергія, то $n_1/n_2 = \eta$. Отже,

$$-\frac{U_1}{kT} + \frac{U_2}{kT} = \ln \eta,$$

$$\text{або } U_2 - U_1 = kT \ln \eta.$$

$$\text{Шукана сила } F = \frac{kT}{\Delta h} \ln \eta = 0.9 \cdot 10^{-19} \text{ Н.}$$

Задача 15. У довгій вертикальній посудині перебуває газ, що складається із двох сортів молекул з масами m_1 й m_2 , причому $m_2 > m_1$. Концентрації цих молекул у дна посудини рівні відповідно n_1 й n_2 , причому й $n_2 > n_1$. Уважаючи, що по всій висоті підтримується та сама температура T і прискорення вільного падіння дорівнює g , знайти висоту h , на якій концентрації цих сортів молекул будуть однакові.

Розв'язання.

Запишемо розподіл Больцмана для двох сортів молекул, що перебувають у полі сили ваги: $n'_1 = n_1 e^{-m_1 gh/(kT)}$ і

$$n'_2 = n_2 e^{-m_2 gh/(kT)}$$

Очевидно, що

$$\ln n'_1 = \ln n_1 - m_1 gh/(kT), \quad \ln n'_2 = \ln n_2 - m_2 gh/(kT).$$

Шукану висоту h , де концентрації молекул будуть однакові, знайдемо, прирівнявши праві частини цих рівнянь:

$$\ln n_2 - \ln n_1 = (m_2 - m_1) gh/(kT).$$

$$\text{Звідси } h = \frac{kT}{(m_2 - m_1)g} \ln \frac{n_2}{n_1}.$$

Задача 16. У циліндричній центрифугі перебуває емульсія, що складається з часток білка масою m і води. Щільність білка ρ . Центрифуга обертається з кутовою швидкістю ω . Визначити відношення числа часток, що перебувають на двох різних відстанях r_1 й r_2 ($r_2 > r_1$) від осі циліндра.

Розв'язання

Частинка білка, що перебуває у воді, в обертовій центрифугі відчуває дію відцентрової сили інерції (дією сили ваги зневажаємо):

$$\vec{F}(\vec{r}) = m\omega^2\vec{r} - m_B\omega^2\vec{r},$$

де \vec{r} - радіус-вектор частки щодо осі циліндра; m_B - маса води витісненої об'ємом білка (сила $-m_B\omega^2\vec{r}$ - аналог сили Архімеда). З огляду на, що $m_B = \rho_0 m / \rho$, де ρ_0 - щільність води, одержуємо $\vec{F}(\vec{r}) = m(1 - \rho_0 / \rho)\omega^2\vec{r}$.

Зважаючи, що потенційна енергія частинки $U(r)$ на осі циліндра рівна нулю, знаходимо:

$$\begin{aligned} U(r) &= -\int_0^r (\vec{F}(\vec{r}'), d\vec{r}') = -m(1 - \rho_0 / \rho)\omega^2 \int_0^r r' dr' = \\ &= -\frac{m}{2}(1 - \rho_0 / \rho)\omega^2 r^2. \end{aligned}$$

Підставляючи цей вираз у формулу Больцмана, одержуємо

$$n(r) = n_0 e^{-U(r)/(kT)} = n_0 \exp\left(\frac{m(1 - \rho_0 / \rho)\omega^2 r^2}{2kT}\right), \quad (1)$$

тобто число часток росте в міру віддалення від осі. З формули (1) матимемо шукане відношення

$$\frac{n(r_2)}{n(r_1)} = \exp\left(\frac{m(1 - \rho_0 / \rho)\omega^2}{2kT} (r_2^2 - r_1^2)\right).$$

Задача 17. Знайти найбільш імовірну швидкість молекул ідеального газу.

Розв'язання

Припускаючи, що ідеальний газ перебуває в термодинамічній рівновазі, використаємо функцію розподілу молекул по швидкостях:

$$f(v) = 4\pi(a/\pi)^{3/2} e^{-av^2} v^2, \quad (1)$$

де $a = m/(2k)$. Похідна функції розподілу (1) по швидкості

$$f'(v) = 4\pi(a/\pi)^{3/2}(-2av^3 + 2v)e^{-av^2}.$$

Позначаючи найбільш імовірну швидкість через v_B , знаходимо її з рівняння $f'(v_B) = 0$, тобто $2v_B(-av_B^2 + 1) = 0$.

$$\text{Звідси } v_B = \sqrt{1/a} = \sqrt{2kT/m}.$$

Задача 18. При якій температурі ідеального газу число молекул зі швидкостями в заданому інтервалі $v, v + dv$ буде максимальним?

Розв'язання

Знайдемо максимум функції розподілу молекул по величині швидкості, розглядаючи її як функцію температури або параметра $a = m/(2k)$, тобто

$$F(a) = 4\pi(a/\pi)^{3/2}e^{-av^2}v^2. \quad (1)$$

Диференціюючи функцію (1) по параметрі a , одержуємо

$$F'(a) = 4\pi v^2 e^{-av^2} \left(\frac{3}{2} \left(\frac{a}{\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{\pi} - \left(\frac{a}{\pi} \right)^{3/2} v^2 \right) = \quad (2)$$

$$= 4\pi v^2 e^{-av^2} \left(\frac{a}{\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{3}{2\pi} - \frac{a}{\pi} v^2 \right)$$

Похідна (2) буде рівна нулю при $a = 0$ та $a = 3/(2v^2)$. Перший випадок відповідає $T = \infty$ і тому позбавлено фізичного змісту. Отже, шукана температура є $T = mv^2/(3k)$.

Задача 19. Визначити сумарну x -складову імпульсу всіх молекул ідеального газу, що проходять через плоский контур площі S за час t у позитивному напрямку осі x , перпендикулярної контуру. Температура газу T , тиск p .

Розв'язання.

Число молекул, що проходять через площадку S за час t , швидкості яких перебувають в інтервалі від v_x до $v_x + dv_x$, дорівнює:

$$dN = n_0 S t \left(\frac{m}{2\pi k T} \right)^{1/2} e^{-mv_x^2/(2kT)} v_x dv_x,$$

де n_0 - концентрація молекул, m - маса однієї молекули. Кожна з

цих молекул переносить при цьому імпульс mv_x . Тоді шукана складова імпульсу, через контур всіма молекулами, дорівнює:

$$p_x = \frac{n_0 St m^{3/2}}{\sqrt{2\pi kT}} \int_0^\infty e^{-mv_x^2/(2kT)} v_x^2 dv_x.$$

Використовуючи табличний інтеграл $\int_0^\infty e^{-\beta x^2} x^2 dx = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{\beta^3}}$,

одержимо:

$$p_x = \frac{1}{2} n_0 k T St = \frac{1}{2} p St.$$

Задача 20. Знайти середню швидкість молекул ідеального газу.

Розв'язання

Середня швидкість молекул визначається виразом:

$$\begin{aligned} \langle v \rangle &= \int_0^\infty v f(v) dv = 4\pi \left(\frac{a}{\pi}\right)^{3/2} \int_0^\infty e^{-av^2} v^3 dv = \\ &= 2\pi \left(\frac{a}{\pi}\right)^{3/2} \int_0^\infty e^{-at} t dt = -2\pi \left(\frac{a}{\pi}\right)^{3/2} \frac{d}{da} \left(\int_0^\infty e^{-at} dt \right) = \\ &= -2\pi \left(\frac{a}{\pi}\right)^{3/2} \frac{d}{da} \left(-\frac{1}{a} \right) = -2\pi \left(\frac{a}{\pi}\right)^{3/2} \frac{1}{a^2} = \frac{2}{(\pi a)^{1/2}}. \end{aligned}$$

Оскільки $a = m/(2k)$, то $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$.

Задача 21. Концентрація молекул ідеального газу n_0 , температура газу T , маса молекул m . Газ перебуває в тепловій рівновазі. Визначити число молекул газу, що вдаряються в одиницю часу об одиницю поверхні посудини.

Розв'язання

Об обрану одиницю поверхні посудини вдаряються ті молекули, проекції швидкості яких на напрямок, перпендикулярний до поверхні, не рівний нулю. Нехай вісь x перпендикулярна до розглянутої поверхні. Число молекул dn_x в одиниці об'єму, проекція швидкості

яких знаходяться в інтервалі між v_x й $v_x + dv_x$, дорівнює:

$$dn_x = n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-mv_x^2/2kT} dv_x.$$

з цього числа молекул тільки ті досягнуть за одиницю часу поверхні посудини, які розташовані від її не далі відстані, чисельно рівного v_x . Число цих молекул визначається виразом

$$dn'_x = v_x n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-mv_x^2/2kT} dv_x.$$

Повне число молекул, які за одиницю часу досягнуть одиниці поверхні посудини, дорівнює

$$N = \int_0^{\infty} v_x n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-mv_x^2/2kT} dv_x.$$

Вводимо позначення $a = m/(2k)$. Тоді:

$$\begin{aligned} N &= \frac{n_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \sqrt{a} v_x e^{-av_x^2} dv_x = \frac{n_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{-2\sqrt{a}} \right) d \left(e^{-av_x^2} \right) = \\ &= \frac{n_0}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \end{aligned}$$

Врахувавши, що середня швидкість молекул $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$, одержимо

$$N = \frac{n_0}{4} \langle v \rangle.$$

Задача 22. Визначити частку молекул водню, модулі швидкостей яких при температурі 27^ос лежать в інтервалі від $v_2 = 1898$ м/с до $v_1 = 1903$ м/с.

Розв'язання

Інтервал швидкостей $\Delta v = v_2 - v_1 = 5$ м/с досить малий у порівнянні із самими швидкостями. Тому для визначення шуканої частки молекул замість інтегрування можна записати розподіл Максвелла по модулях швидкостей у вигляді:

$$\frac{\Delta N}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/(2kT)} v^2 \Delta v. \quad (1)$$

Найбільш імовірна швидкість молекул водню при заданій

температурі ($T = 300$ K) дорівнює $v_B = \sqrt{2kT/m}$. З огляду на це, перетворимо формулу (1) до вигляду:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{v_B^3} e^{-v^2/v_B^2} \Delta v. \quad (2)$$

Введемо позначення $u = \frac{v}{v_B}$. Тоді вираз (2) прийме вигляд

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} \Delta u. \quad (3)$$

Для водню при $T = 300$ K $v_B = \sqrt{2kT/m} = \sqrt{2RT/\mu} = 1.57 \cdot 10^3$ м/с.

Отже, $u = 1.2$, а $\Delta u = \frac{\Delta v}{v_B} = 3.16 \cdot 10^{-3}$.

Підставивши ці значення у вираз (3), одержуємо $\frac{\Delta N}{N} = 2.45 \cdot 10^{-3} =$

0.245%.

Задача 23. Яка частина молекул водню, що перебуває при температурі T , має швидкості, що відрізняються від найбільш імовірної швидкості не більше, ніж на 5 м/с? Задачу розв'язати для двох значень T : 1) 400 K, 2) 900 K.

Розв'язання

Оскільки в завданні мова йде про найбільш імовірну швидкість, треба вважати $v = v_B$. Отже, $u = v/v_B = 1$ і вираження (3)

отримане при рішенні попереднього завдання прийме постійний вид:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-1} \Delta u. \quad \text{Перш ніж робити розрахунки, необхідно}$$

переконатися в тім, що виконується умова $\Delta u = \frac{\Delta v}{v_B} \ll u$.

Знайдемо спочатку найбільш імовірну швидкість при $T_1 = 400$ K й $T_2 = 900$ K відповідно.

$$v_{B1} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8.31 \cdot 400}{0.002}} \text{ м/с} = 1.82 \cdot 10^3 \text{ м/с}; \quad v_{B2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8.31 \cdot 900}{0.002}} \text{ м/с} =$$

$2.73 \cdot 10^3$ м/с.

Оскільки за умовою $\Delta v = 10$ м/с, то одержимо $\Delta u_1 = 1/182$, $\Delta u_2 = 1/273$.

Оскільки $u = 1$, то умова $\Delta u \ll u$ виконується для обох температур.

Тепер обчислимо шукані величини:

$$\frac{\Delta N_1}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi} e} \Delta u_1 = \frac{4}{\sqrt{3.14} \cdot 2.7 \cdot 182} = 0.0046$$

$$\frac{\Delta N_2}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi} e} \Delta u_2 = \frac{4}{\sqrt{3.14} \cdot 2.7 \cdot 273} = 0.0030.$$

Таким чином, при збільшенні температури найбільш імовірна швидкість молекул збільшується, а число молекул, швидкості яких лежать у тому самому інтервалі біля найбільш імовірної, зменшується. На графіку функції розподілу швидкостей (рис. 2.1), зі збільшенням температури максимум кривій зрушується вправо, а величина максимуму зменшується.

Задача 24. Яка частина молекул газу має швидкості, що перевищують найбільш імовірну швидкість?

Розв'язання

Розглянемо молекули, швидкості яких знаходяться в інтервалі від найбільш імовірної швидкості v_B до $v_B + \infty$, тобто в нескінченно великому інтервалі швидкостей Δv . Скористаємося функцією розподілу Максвелла у вигляді $\frac{dN}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} du$,

$$\text{де } u = v/v_B. \quad (1)$$

Число молекул, відносні швидкості яких лежать у заданому інтервалі від u_1 до u_2 знайдемо, інтегруючи праву частину (1) у вказаних межах:

$$dN = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \int_{u_1}^{u_2} u^2 e^{-u^2} du. \quad (2)$$

З огляду на те, що відносна швидкість $u = v/v_B$, то в нашому

завданні $u_1 = 1$ та $u_2 = \infty$. Отже, шукана частина молекул виразиться інтегралом: $\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_1^{\infty} u^2 e^{-u^2} du$.

Скористаємося очевидним фактом, що швидкості всіх молекул лежать в інтервалі від 0 до ∞ . Тому, якщо позначити через $\Delta N'$ число молекул, швидкості яких менше найбільш імовірної, тобто лежать в інтервалі від 0 до 1, то можна записати $\frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta N'}{N} = 1$. Таким чином,

замість того, щоб шукати $\frac{\Delta N}{N}$, можна знайти $\frac{\Delta N'}{N}$ по формулі

$$\frac{\Delta N'}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 u^2 e^{-u^2} du, \quad (3)$$

а потім обчислити $\frac{\Delta N}{N} = 1 - \frac{\Delta N'}{N}$.

Оскільки інтеграл (3) все-таки в кінцевому вигляді не береться, скористаємося методом наближеного інтегрування. Для цього розкладемо підінтегральну функцію в ряд Маклорена:

$$u^2 e^{-u^2} = u^2 - \frac{u^2}{1} + \frac{u^6}{2} - \frac{u^8}{6} + \frac{u^{10}}{24} - \dots$$

$$\text{Отже, } \frac{\Delta N'}{N} \approx \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{14} - \frac{1}{54} + \frac{1}{264} - \dots \right).$$

Обмежуючись першими чотирма членами розкладання, знайдемо з погрішністю, що не перевищує 0.01: $\frac{\Delta N'}{N} = 0.43$.

$$\text{Звідси одержимо відповідь: } \frac{\Delta N}{N} = 1 - 0.43 = 0.57.$$

Задача 25. Знайти найбільш імовірну енергію молекул ідеального газу.

Розв'язання

Визначимо крапку максимуму функції розподілу молекул ідеального газу по енергіях: $f(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-E/(kT)} E^{1/2}$.

Похідна цієї функції по E

$$f'(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-E/(kT)} \left(-\frac{E^{1/2}}{kT} + \frac{1}{2E^{1/2}} \right).$$

Шукану енергію знайдемо з рівняння $f'(E) = 0$, тобто $-\frac{E^{1/2}}{kT} + \frac{1}{2E^{1/2}} = 0$. Звідки треба $E_B = \frac{1}{2}kT$. Відзначимо, що $E_B \neq E(v_B)$.

Задача 26. Знайти середню кінетичну енергію молекул ідеального газу.

Розв'язання

По визначенню середня кінетична енергія

$$\langle E \rangle = \int_0^{\infty} E f(E) dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \int_0^{\infty} e^{-E/(kT)} E^{3/2} dE.$$

Уведемо позначення $\beta = (k)^{-1}$ і нову змінну $t = E^{1/2}$. Тоді

$$\langle E \rangle = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \beta^{3/2} \int_0^{\infty} e^{-\beta t^2} t^4 dt = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \beta^{3/2} \frac{d^2}{d\beta^2} \left(\int_0^{\infty} e^{-\beta t^2} dt \right).$$

Інтеграл у дужках обчислюється за допомогою інтеграла Пуассона

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta t^2} dt = 2 \int_0^{\infty} e^{-\beta t^2} dt = \sqrt{\pi/\beta}.$$

Використовуючи цю формулу, одержуємо

$$\langle E \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \beta^{3/2} \sqrt{\pi} \frac{d^2}{d\beta^2} (\beta^{-2}) = 2\beta^{3/2} \frac{3}{4} \beta^{-5/2} = \frac{3}{2} \beta^{-1}.$$

$$\text{У такий спосіб } \langle E \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

Задача 27. Обчислити питомі теплоємності при постійному об'ємі c_V та постійному тиску c_P неону та водню, якщо вважати ці гази ідеальними.

Розв'язання

Питомі теплоємності ідеальних газів виражаються формулами:

$$c_V = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M}, \quad (1)$$

$$c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M}, \quad (2)$$

де i – число ступенів вільності молекул газу; M – молярна маса.

Для неону (одноатомний газ) $i = 3$; $M = 20 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

$$\text{Тоді } c_v = \frac{3}{2} \cdot \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = 6,24 \cdot 10^2 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$c_p = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = 1,04 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Для водню (двоатомний газ) $i = 5$; $M = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

$$\text{Тоді } c_v = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = 1,04 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$c_p = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = 1,46 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Задача 28. Певний газ за нормальних фізичних умов має густину $\rho = 0,0894 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Визначити його питомі теплоємності c_v і c_p , а також, який це газ?

Розв'язання

Нормальні фізичні умови: $p = 10^5 \text{ Па}$, $T = 273 \text{ К}$.

Для визначення виду газу знайдемо його молярну масу M , скориставшись рівнянням Менделєєва-Клапейрона: $pV = \frac{m}{M} RT$, звідки

$M = \frac{m}{p} \frac{RT}{V}$, але $\frac{m}{V} = \rho$ – густина газу. Тоді знаходимо вираз для

$$M = \rho \frac{RT}{p}. \text{ Обчислимо } M = 0,0894 \cdot \frac{8,31 \cdot 273}{10^5} = 2 \text{ г/моль}.$$

Це значення молярної маси водню. Отже, цей газ – водень. Для водню (H_2) число ступенів вільності $i = 5$.

$$\text{Тоді } c_v = \frac{i}{2} R / M = \frac{5 \cdot 8,31 \cdot 10^3}{2 \cdot 2} = 10400 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$c_p = \frac{i+2}{2} R / M = \frac{(5+2) \cdot 8,31 \cdot 10^3}{2 \cdot 2} = 14560 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Задача 29. Визначити кількість теплоти, що поглинається воднем масою $m = 0,2 \text{ кг}$ при його нагріванні від температури $t_1 = 0^\circ \text{C}$ до температури $t_2 = 100^\circ \text{C}$ при постійному тиску. Знайти також зміну внутрішньої енергії газу та виконану роботу.

Дано:

$$\begin{aligned} m &= 0,2 \text{ кг} \\ t_1 &= 0^\circ \text{C} \\ t_2 &= 100^\circ \text{C} \\ \bar{H}_2 \\ p &= \text{const} \end{aligned}$$

Розв'язання

Кількість теплоти Q , що поглинається воднем при ізобарному нагріванні визначається за формулою:

$$Q = c_p m \Delta T \quad (1)$$

де m — маса газу; c_p — його питома теплоємність при постійному тиску; ΔT — зміна температури газу.

Як відомо, $c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}$. Підставивши цей вираз c_p у формулу

$$(1), \text{ отримаємо: } Q = m \cdot \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R \Delta T}{M},$$

$$Q = \frac{0,2[(5+2) \cdot 8,31 \cdot (372 - 273)]}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 291 \text{ кДж}$$

Внутрішня енергія $U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R T$, отже, зміна внутрішньої енергії знаходиться з виразу $\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R \Delta T$. Підставимо сюди відповідні значення:

$$\Delta U = \frac{5}{2} \frac{0,2}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 100 = 208 \text{ кДж}$$

Роботу розширення газу визначимо за формулою I-го закону термодинаміки: $Q = A + \Delta U$, звідки $A = Q - \Delta U$. Обчислимо це значення:

$$A = 291 \text{ кДж} - 208 \text{ кДж} = 83 \text{ кДж}.$$

Задача 30. Холодильна машина працює за оборотним циклом Карно в інтервалі температур $t_1 = 27^\circ \text{C}$ і $t_2 = -3^\circ \text{C}$. Робоче тіло — азот, маса якого $m = 0,2 \text{ кг}$. Знайти кількість теплоти, що відбирається від охолодженого тіла та роботу зовнішніх сил за цикл, якщо відношення максимального об'єму до мінімального дорівнює $b = 5$.

Дано:

Розв'язання

Якщо холодильна машина працює за циклом Карно, то ізоермічне стиснення робочого тіла, що супроводжується роботою зовнішніх сил, відбувається при більш високій температурі T_1 (дільниця 1–2). При цьому робоче тіло віддає в навколишнє середовище, що виконує роль термостата, кількість теплоти Q_1 . На дільниці 3–4 при більш низькій температурі T_2 відбувається ізоермічне розширення робочого тіла, при цьому від тіла, що охолоджується, віднімається кількість теплоти Q_2 . Згідно з першим законом термодинаміки робота за цикл дорівнює повній кількості теплоти, що отримується та віддається за цикл: $A = -Q_1 + Q_2$

Як бачимо із графіка, робота газу за цикл у вказаному напрямку від'ємна. Робота зовнішніх сил за цикл:

$$A_{з.с.} = -A = Q_1 - Q_2. \quad (1)$$

При ізоермічному розширенні

$$Q_2 = \frac{m}{\mu} \cdot RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}. \quad (2)$$

Як бачимо із графіка, мінімальний об'єм за цикл V_2 , максимальний – V_4 , а $\frac{V_3}{V_2} = b$.

$$\quad (3)$$

Другий та третій стан лежать на одній адіабаті, проведений в інтервалі температур від T_1 до T_2 .

Отже, $\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}$ або $\frac{V_2}{V_3} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$.

$$\quad (4)$$

Перемноживши почленно рівняння (3) та (4), отримаємо:

$$\frac{V_4}{V_3} = b \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (5)$$

Підставимо вираз (5) у (2)

$$Q_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 \left(\ln b + \frac{1}{\gamma-1} \ln \frac{T_2}{T_1} \right).$$

Азот – газ двоатомний, отже коефіцієнт Пуассона $\gamma = 1,4$ тоді $Q_2 = 21,6 \text{ Дж}$.

Для оборотного циклу справедливе співвідношення:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \text{або} \quad \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (6)$$

Щоб знайти роботу зовнішніх сил за цикл, виразимо Q_1 з рівняння (6) та підставимо в рівняння (1):

$$A = Q_2 \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) = Q_2 \frac{T_1 - T_2}{T_2} = 240 \text{ кДж}.$$

Задача 31. Капілярну трубку з дуже тонкими стінками прикріпили до коромисла ваг, після чого ваги були врівноважені. До нижнього кінця капіляра торкнулись поверхнею води і при цьому для врівноваження капіляра довелося додати вантаж $132 \cdot 10^{-5} \text{ Н}$. Визначити радіус капіляра.

Дано:

Розв'язання

Сили поверхневого натягу діють на внутрішню та зовнішню поверхні трубки. Враховуючи невелику товщину стінок трубки, можна вважати радіуси кривини поверхонь рідини біля стінок капіляра однаковими за величиною всередині та ззовні трубки.

Отже, однаковими можна вважати і сили, що діють на внутрішню та зовнішню поверхні трубки.

Сила, що діє на внутрішню поверхню, дорівнює вазі води, яка піднялась в капілярі під дією сил поверхневого натягу, а зміна ваги капіляра дорівнює подвійній вазі цієї води, тобто: $F = P/2$.

Коефіцієнт поверхневого натягу води: $\delta = F/l$, де $l = 2\pi r$.

Звідси:
$$\delta = \frac{F}{l} = \frac{P}{2 \cdot 2\pi r} = \frac{P}{4\pi r},$$

отже,
$$r = \frac{P}{4\pi\delta} = \frac{132 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 3,14 \cdot 0,073} = 1,47 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,47 \text{ мм}.$$

Задача 32. Знайти додатковий тиск в мильній бульбашці діаметром $d = 10 \text{ мм}$. Визначити також роботу A , яку треба виконати щоб надати цю бульбашку.

Розв'язання

Плівка мильної бульбашки має дві сферичні поверхні – зовнішню та внутрішню. Обидві поверхні тиснуть на повітря, що знаходиться всередині бульбашки. Оскільки товщина плівки дуже мала, то діаметри обох поверхонь практично однакові. Тому додатковий тиск

$$p = 2 \cdot \frac{2\sigma}{r}, \text{ де } r - \text{ радіус бульбашки. Оскільки } r = \frac{d}{2}, \text{ то } p = \frac{8\sigma}{d}.$$

Підставивши в цю формулу значення σ та d , отримаємо:

$$p = \frac{8 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-2}} = 3,2 \text{ Па}.$$

Тоді робота

$$A \approx \sigma S = 2\pi d^2 S = 2 \cdot 3,14 (10 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 2,5 \text{ мДж}.$$

2.4. Задачі для самостійного розв'язування по темі 2. «Молекулярна фізика і термодинаміка» (№ 1-160)

1. В ємності $V = 0,5$ л міститься газ за нормальних умов. Визначити число N молекул газу, що знаходяться в колбі.
2. В балоні ємністю $V = 5$ л міститься кисень масою $m = 20$ г. Визначити концентрацію n молекул у балоні.
3. Визначити кількість речовини водню, що знаходиться в балоні об'ємом $V = 3$ л, якщо концентрація молекул газу $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$.
4. Визначити кількість речовини ν та число N молекул азоту масою $m = 0,2$ кг.
5. Який об'єм за нормальних умов має суміш 4 кг кисню та 2 кг азоту?
6. Визначити: 1) число N молекул води, що займають при температурі 4°C об'єм $V = 1 \text{ мм}^3$; 2) масу цих молекули води.
7. Одна третина молекул азоту масою $m = 10$ г розпалась на атоми. Визначити повне число N частинок, що міститься в такому газі.
8. В ємності об'ємом $V = 4$ л знаходиться водень масою $m = 1$ г. Яке число молекул n містить одиниця об'єму?
9. В ємності знаходиться суміш кисню та водню. Маса суміші $m = 3,6$ г. Маса кисню 0,6 г. Визначити кількість речовини ν суміші, а також ν_1 та ν_2 кожного газу окремо.
10. Визначити кількість речовини ν і число N молекул кисню масою $m = 0,5$ кг.
11. Скільки атомів міститься в ртуті : 1) кількістю речовини $\nu = 0,2$ моль; 2) масою $m = 1$ г?
12. Вода при температурі $t = 4^\circ\text{C}$ займає об'єм $V = 1 \text{ см}^3$. Визначити кількість речовини ν і число N молекул води.
13. Знайти молярну масу M і масу m_m однієї молекули кухонної солі.
14. Визначити масу m_m однієї молекули вуглекислого газу.
15. Визначити концентрацію n молекул кисню, що знаходиться в посудині об'ємом $V = 2$ л. Кількість речовини ν кисню дорівнює 0,2 молі.
16. Визначити кількість речовини ν водню, що заповнює посудину об'ємом $V = 3$ л, якщо концентрація молекул газу в посудині $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$.

17. В балоні об'ємом $V=3$ л міститься кисень масою $m=10$ г. Визначити концентрацію n молекул газу.

18. Балон об'ємом $V=20$ л заповнений азотом при температурі $T=400$ К. Коли частину газу використали, тиск в балоні понизився на $\Delta p=200$ кПа. Визначити масу m використаного азоту. Процес вважати ізотермічним.

19. В балоні об'ємом $V=15$ л знаходиться аргон під тиском $p_1=600$ кПа і температурі $T_1=300$ К. Коли із балона було взято деяку кількість газу, тиск в балоні понизився до $p_2=400$ кПа, а температура встановилася $T_2=260$ К. Визначити масу m аргону, взятого з балона.

20. Дві посудини однакового об'єму містять кисень. В одній посудині тиск $p_1=2$ МПа і температура $T_1=800$ К, в іншому $p_2=2,5$ МПа, $T_2=200$ К. Посудини з'єднали трубкою і охолодили кисень, що знаходився в них до температури $T=200$ К. Визначити тиск p , що установився в посудинах.

21. Обчислити густину ρ азоту, що знаходиться в балоні під тиском $p=2$ МПа і що має температуру $T=400$ К.

22. Визначити відносну молекулярну масу M_r газу, якщо при температурі $T=154$ К і тиску $p=2,8$ МПа він має густину $\rho=6,1$ кг/м³.

23. Знайти густину ρ азоту при температурі $T=400$ К і тиску $p=2$ МПа.

24. В посудині об'ємом $V=40$ л знаходиться кисень при температурі $T=300$ К. Коли частину газу використали, тиск в балоні понизився на $\Delta p=100$ кПа. Визначити масу m використаного кисню.

25. Визначити густину ρ водяної пари, що знаходиться під тиском $p=2,5$ кПа і що має температуру $T=250$ К.

26. Кількість речовини ν кисню дорівнює 0,5 моль. Визначити внутрішню енергію U водню, а також середню кінетичну енергію $\langle \epsilon \rangle$ молекули цього газу при температурі $T=300$ К.

27. Один балон об'ємом $V_1=10$ л містить кисень під тиском $p_1=1,5$ МПа, інший балон об'ємом $V_2=22$ л містить азот під тиском $p_2=0,6$ МПа. Коли балони з'єднали між собою, обидва газу змішалися, утворивши однорідну суміш (без зміни температури). Знайти парціальні тиски p_1 і p_2 обох газів в суміші і повний тиск p суміші.

28. Суміш водню і азоту загальною масою $m=290$ г при температурі $T=600$ К і тискові $p=2,46$ МПа займає об'єм $V=30$ л. Визначити масу m_1 водню і масу m_2 азоту.

29. В балоні об'ємом $V=22,4$ л знаходиться водень за нормальних умов. Після того як в балон було додатково введено деяка

кількість гелію, тиск в балоні зріс до $p=0,25 \text{ МПа}$, а температура не змінилася. Визначити масу m гелію, введеного в балон.

30. Суміш складається із водню з масовою часткою $\omega_1=1/9$ і кисню з масовою часткою $\omega_2=8/9$. Знайти густину ρ такої суміші газів при температурі $T=300 \text{ К}$ і тискові $p=0,2 \text{ МПа}$.

31. Суміш кисню і азоту знаходиться в судині під тиском $p=1,2 \text{ МПа}$. Визначити парціальні тиски p_1 і p_2 газів, якщо масова частка ω кисню в суміш дорівнює 20%.

32. В посудині об'ємом $V=10 \text{ л}$ при температурі $T=450 \text{ К}$ знаходиться суміш азоту масою $m_1=5 \text{ г}$ і водню масою $m_2=2 \text{ г}$. Визначити тиск p суміші.

33. Суміш азоту з масовою часткою $\omega_1=87,5\%$ і водню з масовою часткою $\omega_2=12,5\%$ знаходиться в судині об'ємом $V=20 \text{ л}$ при температурі $T=560 \text{ К}$. Визначити тиск p суміші, якщо маса m суміші дорівнює 8 г.

34. Визначити сумарну кінетичну енергію E_k поступального руху всіх молекул газу, що знаходиться в посудині об'ємом $V=3 \text{ л}$ під тиском $p=540 \text{ кПа}$.

35. Кількість речовини гелію $\nu=1,5$ моль, температура $T=120 \text{ К}$. Визначити сумарну кінетичну енергію E_k поступального руху всіх молекул цього газу.

36. В балоні знаходиться газ при температурі $t_1=100^\circ\text{C}$. До якої температури t_2 потрібно нагріти газ, щоб його тиск збільшився у 2 рази?

37. Кисень масою 12 г знаходиться в об'ємі 2 л, причому відомо, що 40% молекул дисоціювало на атоми. Знайти концентрацію частинок в одиниці об'єму а також кількість речовини ν_1 і ν_2 кожної компоненти.

38. При нагріванні ідеального газу на $\Delta T=1 \text{ К}$ при постійному тиску об'єм його збільшився на $1/350$ початкового об'єму. Знайти початкову температуру T газу.

39. Маса $m=12 \text{ г}$ газу займає об'єм $V=4 \text{ л}$ при температурі $t_1=7^\circ\text{C}$. Після нагрівання газу при постійному тиску його густина стала $\rho=0,6 \text{ кг/м}^3$. До якої температури нагріли газ?

40. В посудині об'ємом $V=2 \text{ л}$ знаходиться маса $m_1=6 \text{ г}$ CO_2 та маса $m_2=2 \text{ г}$ N_2O при температурі $t=127^\circ\text{C}$. Визначити тиск суміші

в посудині.

41. В балонах об'ємом $V_1 = 20 \text{ л}$ і $V_2 = 44 \text{ л}$ знаходиться газ. Тиск у першому балоні $p_1 = 2,4 \text{ МПа}$, у другому – $p_2 = 1,6 \text{ МПа}$. Визначити загальний тиск p та парціальні тиски після з'єднання балонів, якщо температура не змінилась.

42. В балоні об'ємом $V = 20 \text{ л}$ знаходиться CO_2 масою $m = 500 \text{ г}$ під тиском $p = 1,3 \text{ МПа}$. Визначити температуру газу.

43. Газ при температурі $T = 309 \text{ К}$ і тиску $p = 0,7 \text{ МПа}$ має густину $\rho = 12 \text{ кг/м}^3$. Визначити відносну молярну масу газу M .

44. В балоні об'ємом $V = 25 \text{ л}$ знаходиться водень при температурі $T = 290 \text{ К}$. Після того як частину водню використали, тиск в балоні знизився на $\Delta p = 0,4 \text{ МПа}$. Визначити масу m витраченого водню.

45. В циліндрі під поршнем знаходиться повітря під тиском $p_1 = 0,2 \text{ МПа}$ при температурі $t_1 = 27^\circ\text{C}$. Який вантаж треба покласти на поршень після нагрівання повітря до температури $t_2 = 50^\circ\text{C}$, щоб об'єм повітря в циліндрі не змінився? Площа поршня $S = 30 \text{ см}^2$.

46. Яка температура T газу, який знаходиться під тиском $p = 0,5 \text{ МПа}$, якщо в ємності об'ємом $V = 15 \text{ л}$ знаходиться $N = 1,8 \cdot 10^{24}$ молекул? Газ вважати ідеальним.

47. В балоні $V = 50 \text{ л}$ знаходиться $0,12 \text{ кмоль}$ газу під тиском $p = 6 \cdot 10^6 \text{ Па}$. Визначити середню кінетичну енергію теплового руху молекул газу.

48. Визначити середню кінетичну енергію поступального руху молекул і температуру газу, якщо під тиском $p = 1,33 \cdot 10^{-4} \text{ Па}$ концентрація молекул газу $n = 10^{15} \text{ м}^{-3}$.

49. При якій абсолютній температурі середня кінетична енергія молекули одноатомного газу буде рівною $4,14 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$?

50. Визначити кінетичну енергію теплового руху всіх молекул, що знаходяться в 1 кмоль водню при температурі $t = 18^\circ\text{C}$.

51. Розрахувати кінетичну енергію, що припадає на одну ступінь вільності молекули азоту при $T = 1000 \text{ К}$, а також кінетичну енергію руху молекули.

52. Водень знаходиться при температурі $T = 300 \text{ К}$. Знайти середню кінетичну $\langle E_{\text{об}} \rangle$ енергію обертального руху однієї молекули, а

також сумарну кінетичну енергію E_k усіх молекул цього газу; кількість водню $\nu = 0,5$ моль.

53. Знайти внутрішню енергію (теплову) маси $m = 1$ г повітря при температурі $t = 15^\circ\text{C}$. Молярна маса повітря $M = 0,029$.

54. Енергія поступального руху молекули азоту, що знаходиться в об'ємі $V = 20$ л, $\langle E_n \rangle = 5$ кДж, а середня квадратична швидкість його молекул $\sqrt{v^2} = 2 \cdot 10^3$ м/с. Знайти масу m азоту в балоні і тиск p , під яким він знаходиться.

55. За нормальних умов водень займає об'єм $V = 1$ л. Визначити число N молекул в цьому об'ємі, що мають швидкості, менші за $v_{\max} = 1$ м/с.

56. Яка частина молекул кисню при $t = 0^\circ\text{C}$ має швидкості від $v_1 = 100$ м/с до $v_2 = 300$ м/с?

57. Молярна внутрішня енергія U_m деякого двоатомного газу дорівнює 6,02 кДж. Визначити середню кінетичну енергію $\langle \epsilon_{\text{об}} \rangle$ обертального руху однієї молекули цього газу. Газ вважати ідеальним.

58. Визначити середню кінетичну енергію $\langle \epsilon \rangle$ однієї молекули водяного пара при температурі $T = 500$ К.

59. Визначити середню квадратичну швидкість $v_{\text{кв}}$ молекули газу, замкнутої в посудині об'ємом $V = 2$ л під тиском $p = 200$ кПа. Маса газу $m = 0,3$ г.

60. Водень знаходиться при температурі $T = 300$ К. Знайти середню кінетичну енергію $\langle \epsilon_{\text{об}} \rangle$ обертального руху однієї молекули, а також сумарну кінетичну енергію E_k всіх молекул цього газу; кількість речовини водню $\nu = 0,5$ моль.

61. При якій температурі середня кінетична енергія $\langle \epsilon_{\text{пост}} \rangle$ поступального руху молекули газу дорівнює $4,14 \cdot 10^{-21}$ Дж?

62. В азоті зважені найдрібніші пилинки, що рухаються так, ніби вони є дуже великими молекулами. Маса m кожної пилинки дорівнює $6 \cdot 10^{-10}$ г. Газ знаходиться при температурі $T = 400$ К. Визначити середні квадратичні швидкості $\langle v_{\text{кв}} \rangle$, а також середні кінетичні енергії $\langle \epsilon_{\text{пост}} \rangle$ поступального руху молекули азоту і пилинки.

63. Визначити показник адіабаты γ ідеального газу, що при температурі $T = 350$ К і тискові $p = 0,4$ МПа займає об'єм $V = 300$ л і має теплоємність $C_v = 857$ Дж/К.

64. Визначити відносну молекулярну масу M_r і молярну масу M газу, якщо різниця його питомих теплоємностей $c_p - c_v = 2,08$ кДж/(кг·К

).

65. В посудині об'ємом $V=6$ л знаходиться за нормальних умов двохатомний газ. Визначити теплоємність C_v цього газу при постійному об'ємі.

66. Визначити молярні теплоємності газу, якщо його питомі теплоємності $c_v=10,4$ кДж/(кг·К) і $c_p=14,6$ кДж/(кг·К).

67. Знайти питомі c_v і c_p і молярні C_v і C_p теплоємності азоту і гелію.

68. Знайти питомі теплоємності газу, знаючи, що його молярна маса $M=4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль і відношення теплоємностей $C_p/C_v=1,67$.

69. Триатомний газ під тиском $p=240$ кПа і температурі $t=20^\circ\text{C}$ займає об'єм $V=10$ л. Визначити теплоємність C_p цього газу при постійному тиску.

70. Одноатомний газ за нормальних умов займає об'єм $V=5$ л. Обчислити теплоємність C_v цього газу при постійному об'ємі.

71. Визначити молярні теплоємності C_v і C_p суміші двох газів - одноатомного і двохатомного. Кількість речовини ν_1 - одноатомного і ν_2 - двохатомного газів відповідно рівні 0,3, 0,7.

72. Визначити питомі теплоємності C_v і C_p водню, в якому половина молекул розпалася на атоми.

73. В судині знаходиться суміш двох газів: кисню масою $m=6$ г і азоту масою $m_2=3$ г. Визначити питомі теплоємності C_v і C_p такої суміші.

74. Змішаний одноатомний газ, кількість речовини якого $\nu_1=2$ молі, з трьохатомним газом, кількість речовини якого $\nu_2=3$ молі. Визначити молярні теплоємності C_v і C_p цієї суміші.

75. Суміш двох газів складається з гелію масою $m_1=5$ г і водню масою $m_2=2$ г. Знайти відношення теплоємностей C_p/C_v цієї суміші.

76. Знайти молярні теплоємності C_v і C_p суміші кисню масою $m_1=2,5$ г і азоту масою $m_2=1$ г.

77. Відносна молекулярна маса газу $M_1=30$, показник адіабати $\nu_1=1,40$. Обчислити питомі теплоємності c_v і c_p цього газу.

78. Яка частина молекул двохатомного газу розпалася на атоми, якщо показник адіабати γ утвореної суміші рівний 1,5?

79. Визначити молярну масу M двоатомного газу та його питомі теплоємності, якщо відомо, що різниця питомих теплоємностей $C_p - C_v$ цього газу дорівнює 260 Дж/кг·К.

80. Знайти питомі C_p та C_v , а також молярні C_p та C_v

теплоємності газу CO_2 .

81. Визначити показник адіабати γ ідеального газу, який при температурі $T = 350\text{ K}$ і тиску $p = 0,4\text{ МПа}$ має об'єм $V = 300\text{ л}$ і теплоємність $C_V = 857\text{ Дж/К}$.

82. Ємність $V = 6\text{ л}$ містить двоатомний газ за нормальних умов. Визначити теплоємність C_V цього газу.

83. Визначити молярні теплоємності газу, якщо його питомі теплоємності $C_V = 10,4\text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$ та $C_p = 14,6\text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$.

84. Знайти питомі C_V та C_p і молярні C_V та C_p теплоємності азоту та гелію.

85. Обчислити питомі теплоємності газу, якщо його молярна маса $M = 4 \cdot 10^{-3}\text{ кг/моль}$, а відношення теплоємностей $C_p/C_V = 1,67$.

86. Трьохатомний газ під тиском $p = 240\text{ кПа}$ та при температурі $t = 20^\circ\text{C}$ займає об'єм $V = 10\text{ л}$. Визначити теплоємність C_p цього газу при постійному тиску.

87. Одноатомний газ за нормальних умов займає об'єм $V = 5\text{ л}$. Обчислити теплоємність C_V цього газу при постійному об'ємі.

88. За нормальних фізичних умов певний газ має питомий об'єм $V = 0,348\text{ м}^3/\text{кг}$. Визначити його питомі теплоємності C_p та C_V .

89. При якому тиску p середня довжина вільного пробігу $< l >$ молекул азоту дорівнює 1 м , якщо температура T газу дорівнює 700 К ?

90. Балон ємністю $V = 20\text{ л}$ містить водень масою $m = 1\text{ г}$. Визначити середню довжину пробігу молекул $< l >$.

91. Знайти середнє число зіткнень $< z >$, що припадає на молекулу кисню за час $t = 1\text{ с}$ за нормальних умов.

92. Знайти число N усіх зіткнень, які відбуваються протягом $t = 1\text{ с}$ між всіма молекулами водню, що займає за нормальних умов об'єм $V = 1\text{ мм}^3$.

93. Середня довжина вільного пробігу атомів гелію за нормальних умов дорівнює 180 нм . Визначити коефіцієнт дифузії D гелію.

94. Обчислити коефіцієнт дифузії D азоту: 1) за нормальних умов; 2) під тиском $p = 100\text{ Па}$ і при температурі $T = 300\text{ К}$.

95. Знайти середню довжину вільного пробігу $< l >$ молекул азоту за умови, що його динамічна в'язкість $\eta = 17\text{ мкПа}$.

96. Знайти динамічну в'язкість гелію η за нормальних умов, якщо коефіцієнт дифузії D за тих же умов дорівнює $1,06 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$.

97. Визначити густину ρ розрідженого водню, якщо середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекул дорівнює 1 см.

98. За нормальних умов середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули кисню дорівнює 100 нм. Яка середня арифметична швидкість $\langle v \rangle$ молекули кисню за цих умов?

99. Знайти середнє число $\langle z \rangle$ зіткнень за час $t=1$ с і довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули гелію, якщо газ знаходиться під тиском $p=2 \text{ кПа}$ при температурі $T=200 \text{ К}$.

100. Знайти середню довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули азоту в судині об'ємом $V=5$ л. Маса газу $m=0,5$ г.

101. Водень знаходиться під тиском $p=20 \text{ мкПа}$ і має температуру $T=300 \text{ К}$. Визначити середню довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули такого газу.

102. При нормальних умовах довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули водню дорівнює 0,160 мкм. Визначити діаметр d молекули водню.

103. Яка середня арифметична швидкість $\langle v \rangle$ молекул кисню при нормальних умовах, якщо відомо, що середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули кисню при цих умовах дорівнює 100 нм.

104. Кисень знаходиться під тиском $p=133 \text{ кПа}$ при температурі $T=200 \text{ К}$. Обчислити середнє число $\langle z \rangle$ зіткнень молекули кисню при цих умовах за час $\tau=1$ с.

105. Водень масою $m=2$ г займає об'єм $V=2,5$ л. Визначити середнє число $\langle z \rangle$ зіткнень молекули водню за час $\tau=1$ с.

106. Середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули водню при деяких умовах дорівнює 2 мм. Знайти густину ρ водню при цих умовах.

107. При адіабатному стисненні тиск повітря було збільшено від $p_1=50 \text{ кПа}$ до $p_2=0,5 \text{ МПа}$. Після цього при незмінному об'ємі температура повітря була понижена до початкової. Визначити тиск p_3 газу в кінці процесу.

108. Кисень масою $m=200$ г займає об'єм $V_1=100$ л і знаходиться під тиском $p_1=200 \text{ кПа}$. При нагріванні газ розширився при постійному тиску до об'єму $V_2=300$ л, а після цього його тиск зріс до $p_3=500 \text{ кПа}$ при незмінному об'ємі. Знайти зміну внутрішньої енергії ΔU газу, виконану ним роботу A і передану газу теплоту Q . Побудувати графік процесу.

109. Об'єм водню при ізотермічному розширенні ($T=300\text{ K}$) зріс в $n=3$ рази. Визначити роботу A і теплоту Q , отриману ним при цьому. Маса m водню дорівнює 200 г .

110. Водень масою $m=40\text{ г}$, що мав температуру $T=300\text{ K}$, адіабатично розширився, збільшивши об'єм в $n_1=3$ рази. Після цього при ізотермічному стисненні об'єм газу зменшився в $n_2=2$ рази. Визначити повну роботу газу і кінцеву температуру T газу.

111. Азот масою $m=0,1\text{ кг}$ був ізобарно нагрітий від температури $T_1=200\text{ K}$ до температури $T_2=400\text{ K}$. Визначити роботу A газу, одержану ним теплоту Q і зміна ΔU внутрішньої енергії азоту.

112. Кисень масою $m=250\text{ г}$, що мав температуру $T_1=200\text{ K}$ був адіабатично стиснутий. При цьому була виконана робота $A=25\text{ кДж}$. Визначити кінцеву температуру T газу.

113. У скільки разів збільшиться об'єм водню, що містить кількість речовини $\nu=0,4$ молів при ізотермічному розширенні, якщо при цьому газ одержить теплоту $Q=800\text{ Дж}$? Температура водню $T=300\text{ K}$.

114. В балоні при температурі $T_1=145\text{ K}$ і тиску $p_1=2\text{ МПа}$ знаходиться кисень. Визначити температуру T_2 і тиск p_2 кисню після того, як із балона буде дуже швидко випущена половина газу.

115. Знайти роботу A_2 ізотермічного стиснення газу, здійснюючого цикл Карно, к.к.д. якого $\eta=0,4$, якщо робота ізотермічного розширення дорівнює $A_1=8\text{ Дж}$.

116. Газ, здійснюючий цикл Карно, передав теплоприймачу теплоту $Q_2=14\text{ кДж}$. Визначити температуру T_1 теплодавача, якщо при температурі теплоприймача $T_2=280\text{ K}$ робота циклу $A=6\text{ кДж}$.

117. Газ, являючись робочою речовиною в циклі Карно, одержав від теплодавача теплоту $Q_1=4,38\text{ кДж}$ і вчинив роботу $A=2,4\text{ кДж}$. Визначити температуру теплодавача, якщо температура теплоприймача $T_2=273\text{ K}$.

118. Газ, здійснюючий цикл Карно, віддав теплоприймачу 67% теплоти, одержаної від теплодавача. Визначити температуру T_2 теплоприймача, якщо температура теплодавача $T_1=430\text{ K}$.

119. У скільки разів збільшиться коефіцієнт корисної дії η циклу Карно при підвищенні температури теплодавача від $T_1=380\text{ K}$ до $T_1=560\text{ K}$? Температура теплоприймача $T_2=280\text{ K}$.

120. Ідеальна тепла машина працює по циклу Карно. Температура T_1 теплодавача дорівнює 500 K , температура теплоприймача $T_2=250\text{ K}$. Визначити термічний к.к.д. η циклу, а також

роботу A_1 робочої речовини при ізотермічному розширенні, якщо при ізотермічному стискуванні виконана робота $A_2=70$ Дж.

121. Газ, здійснюючий цикл Карно, одержує теплоту $Q_1=84$ кДж. Визначити роботу A газу, якщо температура T_1 з теплодавача в три рази вище температури T_2 теплоприймача.

122. В циклі Карно газ одержав від теплодавача теплоту $Q_1=500$ Дж і виконав роботу $A=100$ Дж. Температура теплодавача $T_1=400$ К. Визначити температуру T_2 теплоприймача.

123. Водень займає об'єм $V = 10$ м³ під тиском $p_1 = 100$ кПа. Газ нагріли при постійному об'ємі до $p_2 = 400$ кПа. Визначити: 1) зміну внутрішньої енергії газу ΔU ; 2) роботу газу A ; 3) кількість теплоти Q , що передана газу.

124. Кисень нагрівають при незмінному тиску $p = 80$ кПа. Його об'єм збільшується від $V_1 = 1$ м³ до $V_2 = 3$ м³. Визначити: 1) зміну внутрішньої енергії кисню ΔU ; 2) роботу розширення газу; 3) кількість теплоти Q , що передана газу.

125. Азот нагрівали при постійному тиску, причому йому було передано кількість теплоти $Q = 21$ кДж. Визначити роботу A , яку виконав при цьому газ, та зміну його внутрішньої енергії ΔU .

126. Азот масою $m = 200$ г розширюється ізотермічно при температурі $T = 280$ К, причому об'єм газу збільшується у два рази. Знайти: 1) зміну внутрішньої енергії газу ΔU ; 2) виконану газом роботу A ; 3) кількість теплоти Q , отриману газом.

127. В циліндрі під поршнем знаходиться азот масою $m = 0,6$ кг, що займає об'єм $V_1 = 1,2$ м³ при температурі $T = 560$ К. В результаті нагрівання газ розширився до $V_2 = 4,2$ м³ при незмінній температурі. Знайти: 1) зміну внутрішньої енергії газу ΔU ; 2) виконану газом роботу A ; 3) кількість теплоти Q , передану газу.

128. При ізотермічному розширенні кисню, кількість речовини якого $\nu = 1$ моль, а температура $T = 300$ К, було передано кількість теплоти $Q = 2$ кДж. У скільки разів збільшився об'єм газу?

129. При розширенні водень виконав роботу $A = 6$ кДж. Визначити кількість теплоти Q , що передана газу, якщо процес проходив: 1) ізобарно; 2) ізотермічно.

130. При адіабатичному стисненні кисню масою $m = 29$ г його внутрішня енергія збільшилась на $\Delta U = 8$ кДж, а температура підвищилась до $T_2 = 900$ К. Знайти: 1) підвищення температури ΔT ;

2) кінцевий тиск p_2 газу, якщо початковий тиск $p_1 = 200 \text{ кПа}$.

131. При адіабатному стисненні газу його об'єм зменшився в $n = 10$ разів, а тиск збільшився в $k = 21,4$ рази. Визначити відношення C_p / C_v теплоємностей газу.

132. Кисень, що займає об'єм $V_1 = 1 \text{ л}$ під тиском $p_1 = 1,2 \text{ МПа}$, адіабатично розширився до $V_2 = 10 \text{ л}$. Визначити роботу A розширення газу.

133. Газ, що виконує цикл Карно, віддав теплоту $Q_2 = 14 \text{ кДж}$. Визначити температуру T_1 , якщо при температурі $T_2 = 200 \text{ К}$ робота циклу $A = 6 \text{ кДж}$.

134. Газ, що виконує цикл Карно, віддав 67% отриманої теплоти. Визначити температуру T_2 , якщо $T_1 = 430 \text{ К}$.

135. У скільки разів збільшиться коефіцієнт корисної дії η циклу Карно при підвищенні температури від $T_1 = 380 \text{ К}$ до $T_1' = 560 \text{ К}$? Температура $T_2 = 280 \text{ К}$.

136. Газ, що виконує цикл Карно, отримує теплоту $Q = 84 \text{ кДж}$. Визначити роботу газу A , якщо температура T_1 у три рази вища від температури T_2 .

137. У циклі Карно газ отримав теплоту $Q_1 = 500 \text{ Дж}$ і виконав роботу $A = 100 \text{ Дж}$. Температура $T_1 = 400 \text{ К}$. Визначити T_2 .

138. Ідеальний газ, що виконує цикл Карно, $2/3$ кількості теплоти Q_1 віддає теплоприймачу, температура якого $T_2 = 280 \text{ К}$. Визначити температуру T_1 .

139. Газ, що виконує цикл Карно, отримав теплоту $Q_1 = 4,38 \text{ кДж}$ і виконав роботу $A = 2,4 \text{ кДж}$. Визначити температуру T_1 , якщо температура теплоприймача $T_2 = 273 \text{ К}$.

140. Ідеальний газ виконує цикл Карно. Температура T_1 в чотири рази більша від температури T_2 теплоприймача. Яку частку ω кількості теплоти, отриманої за один цикл, газ віддає теплоприймачу?

141. Ідеальний газ, що виконує цикл Карно, отримав кількість теплоти $Q = 4,2 \text{ кДж}$ і виконав роботу $A = 590 \text{ кДж}$. Знайти термічний к.к.д. η цього циклу. У скільки разів температура T_1 більша від

температури T_2 теплоприймача?

142. Холодильна машина, що працює за циклом Карно, підтримує в камері температуру $T_1 = 260\text{ K}$. За кожний цикл машина відводить від холодильної камери $Q = 40\text{ кДж}$ енергії та передає її навколишньому середовищу, що має температуру $T = 300\text{ K}$. Визначити потужність, яку споживає холодильник, якщо тривалість циклу $t = 1,5\text{ с}$.

143. Чому дорівнює поверхневий натяг рідини, якщо маса крапель, що витікають з капілярної трубки діаметром $1,86\text{ мм}$, складає 1 г .

144. Яку роботу A треба виконати, щоб видуваючи мильну кульку, збільшити її діаметр від $d_1 = 1\text{ см}$ до $d_2 = 11\text{ см}$. Процес вважати ізотропним.

145. Знайти масу m води, вміщеній в скляну трубку з діаметром каналу $D = 0,8\text{ мм}$, опущену в воду на малу глибину. Вважати зволоження повним.

146. Яку роботу A слід вчинити при видуванні мильної бульки, щоб збільшити його об'єм від $V_1 = 0,8\text{ см}^3$ до $V_2 = 16\text{ см}^3$? Вважати процес ізотермічним.

147. Яка енергія E виділиться при злитті двох крапель ртуті діаметром $d_1 = 0,8\text{ мм}$ і $d_2 = 1,2\text{ мм}$ в одну краплю?

148. Визначити тиск p всередині повітряної бульки діаметром $d = 4\text{ мм}$, що знаходиться у воді біля самої її поверхні. Атмосферний тиск вважати нормальним.

149. Простір між двома скляними паралельними пластинками із площею поверхні $S = 100\text{ см}^2$ кожна, розміщеними на відстані $l = 20\text{ мкм}$ одна від одної, заповнений водою. Визначити силу F , що притискає пластинки одну до одної. Рахувати меніск угнутим з діаметром d , рівним відстані між пластинками.

150. Гліцерин піднявся по капілярній трубці діаметром каналу $d = 1\text{ мм}$ на висоту $h = 20\text{ мм}$. Визначити поверхневий натяг α гліцерину. Вважати зволоження повним.

151. У воду занурена на дуже малу глибину скляна трубка з діаметром каналу $d = 1\text{ мм}$. Визначити масу m води, втягнуту в трубку.

152. На скільки тиск p повітря всередині мильної бульки більший нормального атмосферного тиску p_0 , якщо діаметр бульки $d = 5\text{ мм}$?

153. Маса 100 г крапель спирту, що витікає з капіляру, дорівнює $0,71\text{ г}$. Визначити поверхневий натяг σ спирту, якщо діаметр d шийки

краплі в момент відриву дорівнює 1 мм.

154. Трубка має діаметр $d_1 = 0,2 \text{ см}$. На нижньому кінці трубки висить крапля води, що має в момент відриву форму кульки. Знайти діаметр d_2 цієї краплі.

155. Повітряна бульбашка діаметром $d = 2 \text{ мкм}$ знаходиться у воді біля самої поверхні. Визначити густину ρ повітря в бульбашці, якщо повітря над поверхнею води знаходиться при нормальних умовах.

156. Дві краплі ртуті радіусом $r = 1 \text{ мм}$ кожна злились в одну велику краплю. Яка енергія E виділилась при цьому злитті? Вважати процес ізотермічним.

157. На скільки тиск повітря всередині мильної бульбашки більший від атмосферного тиску p_0 , якщо діаметр бульбашки $d = 5 \text{ мм}$?

158. Гліцерин піднявся в капілярній трубці на висоту $h = 20 \text{ мм}$. Визначити поверхневий натяг σ гліцерину, якщо діаметр d каналу трубки дорівнює 1 мм.

159. У воду опустили на дуже малу глибину скляну трубку з внутрішнім діаметром 1 мм. Знайти масу m води, що знаходиться в трубці.

160. Капілярна трубка діаметром $d = 0,5 \text{ мм}$ наповнена водою. На нижньому кінці трубки вода висить у вигляді краплі радіусом $r = 3 \text{ мм}$. За таких умов знайти висоту h стовпчика води в трубці.

Рекомендована література для підготовки до виконання контрольних робіт.

Базова

1. Лекції викладача.
2. Трофимова Т.М. Курс фізики. - М.: Высшая школа. 1985. -432 с.
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М., Милковская Л.Б. Курс Физики - М.: Высшая школа. 1989. 384с.
4. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. - М.: Высшая школа. 1988. – 496 с.
5. Чертов А.Г. “Физика”, Методические указания и контрольные задания М.: Высшая школа, 1984.-176 с.
6. Бойко В.В., Сукач Г.О., Кідалов В.В. Фізика. Підручник для студентів нефізичних спеціальностей вищих навчальних закладів (гриф Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України, лист № 1/11 - 11440 від 06 02. 2011 р. вищих навчальних закладів // Донецьк: Вид-во та друк ТОВ «Юго-Восток, Лтд», 2012. – 488с.
7. Фізика. Навчальний посібник для студентів технічних та технологічних спеціальностей вищих навчальних закладів України // Навчальний посібник (з грифом МОН України за № 1.4 /18 – Г - 1434 від 27.08.07 р.) , видання друге, перероблене і доповнене. - Київ.: Видавництво „Профі”, 2012. –576 с.
8. Бойко В.В.,Булах Г.І.,Гуменюк Я.О.(за редакцією В.В.Бойка). Фізика. Частина І. Механіка. Молекулярна фізика та термодинаміка. Електрика //Навчальний посібник (з грифом МОН України за №1/11-7330 від 04.08.10 р.), видання третє, перероблене і доповнене. - Київ, ВЦ «Азбука», 2012.- 371с.
9. Бойко В.В., Булах Г.І., Гуменюк Я.О.(за редакцією В.В.Бойка). Фізика Частина ІІ. Електромагнетизм. Електромагнітні коливання та хвилі. Оптика. Елементи квантової фізики, фізики твердого тіла, атома та ядра //Навчальний посібник (з грифом МОН України за № 1/11-7330 від 04.08.10 р.), видання третє, перероблене і доповнене. - Київ, ВЦ «Азбука», 2012.- 319 с.
- 10.Фізика / Бланк О.Я., Гречко Л.Г./ - Х. : Факт, 2002. – 344 с.

Збірники задач та завдань:

1. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука., 1985.- 384 с.
2. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: Высш. шк., 1988.-380 с.
3. Воробьев А.А., Чертов А.Г. Физика. Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей. - М.: Высшая шк. 1983.- 160 с.
4. Бойко В.В. Фізика. Збірник задач та завдань для самостійної роботи студентів інженерних спеціальностей. Частина 1. – К.: Видавництво Національного аграрного університету, 2004. – 110 с.
5. Бойко В.В. Фізика. Збірник задач та завдань для самостійної роботи студентів інженерних спеціальностей. Частина 2. – К.: Видавництво Національного аграрного університету, 2005. – 130 с.
6. Бойко В.В. Фізика (Кредитно – модульна система). Збірник задач та завдань з основами теорії та прикладами розв'язування задач. – К.: Видавництво „Арістей”, 2005. – 263 с.

Допоміжна

1. Ахиезер А.И. Общая физика. Электрические и магнитные явления. К: Наукова думка, –1981 – 472с.
2. Богацька І.Г. Богацька, Головка Д.В., Маляренко А.А., Ментковський Ю.Л. Загальні основи фізики. Київ: Либідь, 1998.
3. Бойко В.В. Фізика – К.: Арістей, 2007. – 576 с.
4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. - М.: Наука. 1975.
5. Вонсовский С.В. Магнетизм. М: Наука, –1971 – 1032 с.
6. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. М: Энергия, –1974 Вип. 4-й – 488с. Гл. VI-XV, с. 141-358.
7. Горбунова О. И., Зайцева А. М., Красников С. Н. Задачник-практикум по загальній фізиці. - М.: Освіта, 1978.
8. Грабовский Р.И. Курс физики. – М.: Высшая школа. 1980. – 607 с.
9. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики.- М.: Высшая школа. 1989.

10. Загальний курс фізики. т.1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка / Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П.–К.: Техніка, 2006.- 532 с.

11. Загальний курс фізики. т.2. Електрика і магнетизм / Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. – К. : Техніка, 2006.- 452 с.

12. Загальний курс фізики. т.3. Оптика. Квантова фізика / Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. – К. : Техніка, 2006.- 518 с.

13. Загальний курс фізики: Збірник задач / І.П.Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Корінний та ін.; за заг. ред. І.П. Гаркуші. – К.: Техніка, 2004. – 504 с.

14. Загальні основи фізики. У двох книгах. Кн.2. Електродинаміка (За редакцією Д.Б.Головка, Ю.Л. Ментковського). К: Либідь. –1998 – 224с.

15. Зильберман Г.Е. Электричество и магнетизм. М: Наука, 1970 – 384с. Гл. I-III, VII-X, с. 9-65, 271-384.

16. Иродов И. Е. Физика макросистем. - М.: Физматлит, 2001.

17. Калашников С.Г. Электричество. М: Наука, –1985 – 576 с. .

18. Куліш В.В., Соловійов А.М., Кузнєцова О.Я., Кулішенко В.М. – К. : Нац. авіац. ун-т., 2005. – 380 с.

19. Курс фізики. Кн. 1. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка / Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. – К.: Вища шк., 2002.- 375 с.

20. Курс фізики. Кн. 2. Електрика і магнетизм / Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. – К.: Вища шк., 2003.- 278 с.

21. Курс фізики. Кн. 3. Оптика. Фізика атома та атомного ядра / Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. – К.: Вища шк., 2003.- 311 с.

22. Матвеев А.Н. Электродинамика и теория относительности. М: Высшая школа. –1964 – 424с.

23. Чолпан П.І. Курс фізики. - Київ: Вища школа. 1995.

24. Методичні вказівки до лабораторних робіт з фізики. Оптика. Ч.І (Геометрична та хвильова оптика) / Косенко О.І., Ольховська Ж.П., Шаровський Б.В. - К.: Вид. Національного аграрного університету, 2002. – 51с.

25. Методичні вказівки до лабораторних робіт з фізики. Оптика. Ч.ІІ (Квантова оптика) / Іскра В.Д., Бойко В.В. - К.: Вид. Національного аграрного університету, 1999. – 50 с.

26. Методичні вказівки до лабораторних робіт з фізики. Ч.ІІ. (Електрика. Магнетизм) / В.Д. Іскра, В.В. Бойко, О.І. Косенко, Ж.П.

Ольховська. - К.: Вид. Національного аграрного університету., 1996. – 32 с.

27. Бойко В.В., Відьмаченко А.П., Булах Г.І., Гуменюк Я.О., Ільїн П.П., Малюта М.В. Лабораторний практикум з фізики. Робочий зошит. Частина 1 для студентів технічних спеціальностей. Навчальне видання // К.: Видавничий центр НУБіП України. - 2014. - 86 с.

28. Бойко В.В., Булах Г.І., Відьмаченко А.П., Гуменюк Я.О., Малюта М.В. Робочий зошит для лабораторних робіт з фізики для студентів інженерних спеціальностей. Ч.2. Електромагнетизм. Оптика. Елементи квантової фізики, твердого тіла, атома та ядра. Навчальне видання // К.: Видавничий центр НУБіП України. - 2014. - 93 с.

29. Бойко В.В., Буллах Г.І., Відьмаченко А.П., Ільїн П.П., Малюта М.В. Навчальне видання. Фізика. Кредитно-модульна система. Модулі 3 та 4. Електрика. Магнетизм. Методичний посібник // 2006. – Київ: Видавничий центр НАУ. – 167с.

30. Бойко В.В., Буллах Г.І., Відьмаченко А.П., Ільїн П.П., Малюта М.В. Навчальне видання. Фізика. Кредитно-модульна система. Модулі 5,6,7. Оптика. Основи атомної та квантової фізики, фізики твердого тіла. Елементи фізики ядра. Методичний посібник // 2006. – Київ: Видавничий центр НАУ. – 169 с.

31. Бойко В.В., Булах Г.І., Ільїн П.П., Гуменюк Я.О., Відьмаченко А.П., Малюта М.В. Фізика. Кредитно-модульна система. Модулі 1,2, 3. Механіка. Молекулярна фізика та термодинаміка. Електрика. Методичний посібник // К.: Видавничий центр НАУ. - 2008. - 167 с.

32. Мурзов В. И., Коненко А. Ф., Філіппова Л. Г. Загальна фізика в завданнях. -Мінськ. Вышейшая школа, 1986.

33. Офир Дж. Физика. – М.: Мир. - 1981.

34. Савельев И.В. Курс физики. Т.1, 2, 3. – М.: Наука. - 1989.

35. Сивухин Д.В. Общий курс физики. т.3. Электричество и магнетизм. М: Наука, –1987 – 687с.

36. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1990.

37. Трофимова Т.И. Курс физики. Изд-е 2. М: Высшая школа. – 1990 – 487с.

38. Трофимова Т.М. Сборник задач по физике. - М.: Высшая школа. 1991. -196 с.

39. Физические величины. Справочник (Под редакцией И.С. Григорьева, Е.З. Мейликова). М: Энергоатомиздат, –1991.

40. Физический энциклопедический словарь. В 5-ти томах. М: Наука, 1984.

41. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике (для инженеров и студентов ВУЗов). М: Наука. –1977 Изд-е 7 и последующие. – 944с.

Інформаційні ресурси

Вивчення дисципліни **фізика** передбачає використання інформаційно - комп'ютерних технологій (глобальна система Інтернет, електронні підручники, візуалізація фізичних явищ та процесів, оцінювання знань, обробка результатів фізичного експерименту в Mathcad, Excel) та результатів сучасних досліджень в галузях фізики.

Все методичне забезпечення – лекційний матеріал, опис лабораторних робіт та завдання для самостійної роботи є на електронних носіях. Вся інформація надається студентам викладачем. Ця інформація може бути розміщена на сайті кафедри.

Матеріал інформаційного характеру, який в достатній мірі висвітлений в навчальній літературі, студенти опановують самостійно. **Рекомендована література є в достатній кількості в бібліотеці НУБіП України.**

Довідкові матеріали.

Таблиця 1. Основні фізичні постійні

Постійна Авогадро N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постійна Больцмана (k)	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Універсальна газова постійна (R)	$8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$

Таблиця 2. Молярні маси деяких хімічних елементів і газів (10^{-3} кг/моль)

Водень	1
Гелій	4
Вуглець	12
Азот	14
Кисень	16
Повітря Землі	29

Таблиця 3. Властивості деяких рідин

Речовина	Поверхневий натяг, Н/м	Густина, кг/м^3
Спирт	0,02	—
Вода	0,073	$1,0 \cdot 10^3$
Гліцерин	0,064	$1,2 \cdot 10^3$
Ртуть	0,5	$13,6 \cdot 10^3$

Таблиця 4. Фізичні константи

Постійна	Позначення	Числове значення
Гравітаційна постійна	G	$6,6720 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$
Електрична постійна	ϵ_0	$8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} \cdot \text{м}^{-1}$
Маса спокою електрона	m_e	$9,1095 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Маса спокою протона	m_p	$1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Атомна одиниця маси	$a.o.m.$	$1,6606 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса α -частинки		$4 a.o.m.$
Заряд електрона	e	$1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

Таблиця 5. Деякі фізичні величини

Прискорення вільного падіння, g	Питома теплоємність води (20°C), q	Провідники	Температурний коефіцієнт опору α , K^{-1}	Питоми опір ρ , $nm \cdot Om$ (20°C)
9,8 m/c^2	4190 Дж/(кг·К)	Мідь Вольфрам	0,0051 0,0043	17,2 55

Таблиця 5. Деякі фізичні константи

$C = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$	- швидкість світла в вакуумі;
$v = \frac{C}{\sqrt{\epsilon\mu}}$	- швидкість світла в середовищі з $\epsilon > 1$ і $\mu > 1$;
$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-18} \text{ Ф/м}$	- електрична постійна;
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$	- магнітна постійна;
$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$	- елементарний заряд;
$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$	- маса електрона;
$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$	- маса спокою протона;
$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$	- маса спокою нейтрона;
$1_{a.o.m} = 1,6594 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$	- атомна одиниця маси.