

Міністерство освіти і науки України
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
Педагогічний інститут
Кафедра математичних і природничих дисциплін
початкової освіти

**Розв'язування нерівностей,
систем та сукупностей нерівностей**
(Методичні рекомендації для студентів спеціальності
“Початкове навчання”)

УДК 378.14:510.8

ББК 22.128

Р – 64

Романишин Р.Я. Розв'язування нерівностей, систем та сукупностей нерівностей (Методичні рекомендації для студентів спеціальності “Початкове навчання”) / Івано-Франківськ: Видавництво “Горицвіт”. – 2009. – 39 с.

Рецензенти:

Лучків І.М. – завідувач кафедри теорії та методики природничо-математичних дисциплін Івано-Франківського обласного ІППО, кандидат педагогічних наук, доцент;

Козак М.В. – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри природничих і математичних дисциплін початкового навчання Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка.

*Рекомендовано до друку Вченою Радою
Педагогічного інституту
Прикарпатського національного університету
імені Василя Стефаника
(протокол № 4 від 25.12.08 р.)*

Передмова

Запропонований збірник розроблений для студентів першого курсу і передбачає розв'язання актуальної на даний час проблеми – вміння працювати з завданнями тестового характеру, а також вирішувати задачі різної складності, передбачені діючими програмами з математики для спеціальності “Початкове навчання”.

Методичні рекомендації складаються з трьох розділів, кожен з яких містить достатній за обсягом теоретичний матеріал, який дозволяє студенту за умови правильного його застосування досягти поставленої мети – розв'язати запропоновані завдання і четвертого розділу – орієнтованої контрольної роботи для екстернатної форми навчання.

Значна кількість запропонованих розв'язків завдань дозволяють студентам самостійно працювати, використовуючи запропоновані методичні рекомендації для самостійної роботи. Наявність вказаних в кінці збірника відповідей до завдань сприяє самоконтролю студентів під час вивчення тем “Нерівності” та “Системи та сукупності нерівностей”.

Представлені у збірнику розв'язки прикладів ілюструють різні підходи до вирішення математичних задач, а також правильного їх оформлення. Запропоновані 150 тестових завдань для самостійної роботи мають засвідчити не тільки про вміння студентів користуватися необхідним теоретичним матеріалом і використовувати отримані знання для розв'язку конкретних завдань, але й працювати з тестами.

До кожного завдання подано п'ять варіантів відповідей (а, б, в, г, та “інша відповідь”) і тільки одна з них є правильною. Якщо перші чотири відповіді на думку студенти не є правильними, то слід вибрати варіант “інша відповідь”.

Наявні в методичних рекомендаціях вибіркові відповіді дозволяють студентам самостійно підготуватися до контрольних робіт.

1. Розв'язування нерівностей

Якщо існують два вирази виду $F_1(x)$ і $F_2(x)$ від змінної x областями визначення яких є не порожні множини X_1 і X_2 , причому хоча б один з даних виразів є числовою формою від змінної x і для X_1 і X_2 виконується рівність $X = X_1 \cap X_2$, тоді висловлювальна форма виду

$$F_1(x) > F_2(x), \quad x \in X,$$

або

$$F_1(x) < F_2(x), \quad x \in X$$

називається **нерівністю з однією змінною**, а множина X – **областю визначення нерівності**.

Вирази $F_1(x)$ і $F_2(x)$ називаються лівою і правою частиною нерівності.

Значення змінної з області визначення даної нерівності, при підстановці якої в нерівність утворюється істинна числова нерівність, називається **розв'язком даної нерівності**.

Розв'язати нерівність – означає знайти множину розв'язків даної нерівності.

Дві нерівності виду $F_1(x)$ і $F_2(x)$ називаються **рівносильними**, якщо їхні області визначення X_1 і X_2 збігаються і множини розв'язків даних нерівностей рівні між собою.

В л а с т и в о с т і числових нерівностей

1. Якщо до обох частин нерівності додати, або відняти одне і те ж саме число, то отримаємо нерівність, рівносильну даній.
2. Якщо в нерівності перенести доданок, або числовий вираз з однієї частини в іншу, змінивши його знак на протилежний, то отримаємо нерівність рівносильну даній.
3. Якщо обидві частини нерівності помножити, або поділити на одне і те ж додатне число, то отримаємо нерівність, рівносильну даній.
4. Якщо обидві частини нерівності помножити, або поділити на одне і те ж від'ємне число і при цьому змінити знак нерівності на протилежний, то отримаємо нерівність, рівносильну даній.

Нерівності другої степені

Будемо розглядати нерівності виду $ax^2 + bx + c > 0$, або $ax^2 + bx + c < 0$, де $a \neq 0$. Дані нерівності можна розв'язувати **графічним способом**. Графіком квадратичної функції (параболи) $y = ax^2 + bx + c$, якщо $a > 0$ є парабола, направлена вітками вгору. Графіком квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$, якщо $a < 0$ є парабола, направлена вітками вниз.

Якщо рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ має два корені ($D > 0$), то парабола $y = ax^2 + bx + c$ двічі перетинає вісь x . Якщо рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ має один корінь ($D = 0$), то парабола $y = ax^2 + bx + c$ перетинає x один раз (її вершина розташована на осі x). Якщо рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ не має жодного кореня ($D < 0$), то парабола $y = ax^2 + bx + c$ не перетинає вісь x .

Приклад 1.А. Розв'язати нерівність

$$-(2 - 3x) + 4(6 + x) \geq 1.$$

Розв'язання. Розкриємо дужки і зведемо подібні доданки:

$$-2 + 3x + 24 + 4x \geq 1.$$

Отримаємо нерівність, рівносильну даній.

$$3x + 4x \geq 1 + 2 - 24,$$

$$7x \geq -21,$$

$$x \geq -3.$$

Відповідь. $x \in [-3; +\infty)$.

Приклад 1.Б. Розв'язати нерівність

$$x - \frac{x+1}{2} > \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{3}.$$

Розв'язання. Перенесемо всі доданки в ліву частину нерівності і отримаємо нерівність, рівносильну даній:

$$x - \frac{x+1}{2} - \frac{x-3}{4} + \frac{x-2}{3} > 0.$$

Зведемо до спільного знаменника:

$$\frac{12x - 6x - 6 - 3x + 9 + 4x - 8}{12} > 0.$$

Зведемо подібні доданки в чисельнику:

$$\frac{7x - 5}{12} > 0,$$

$$7x - 5 > 0,$$

$$7x > 5,$$

$$x > \frac{5}{7}, \quad x \in \left(\frac{5}{7}; +\infty\right).$$

Відповідь. $x \in \left(\frac{5}{7}; +\infty\right)$.

Приклад 1.В. Розв'язати нерівність

$$\frac{2x-8}{3} - \frac{3x-5}{2} \geq 4.$$

Розв'язання. Перенесемо всі доданки в ліву частину нерівності і отримаємо нерівність, рівносильну даній:

$$\frac{2x-8}{3} - \frac{3x-5}{2} - 4 \geq 0.$$

Зведемо до спільного знаменника:

$$\frac{2(2x-8) - 3(3x-5) - 4 \cdot 6}{6} \geq 0,$$

$$\frac{4x-16-9x+15-24}{6} \geq 0,$$

$$\frac{-5x-25}{6} \geq 0.$$

Винесемо з чисельника знак “-”:

$$-\frac{5x+25}{6} \geq 0.$$

Помножимо обидві частини нерівності на “-” і отримаємо рівносильну нерівність:

$$\frac{5x+25}{6} \leq 0,$$

$$5x+25 \leq 0,$$

$$5x \leq -25,$$

$$x \leq -5, \quad x \in (-\infty; -5].$$

Відповідь. $x \in (-\infty; -5]$.

Приклад 1.Г. Знайти найбільший цілий розв’язок нерівності

$$\frac{x-2}{5} - \frac{2x+3}{3} > 1.$$

Розв’язання. Перенесемо всі доданки в ліву частину нерівності і отримаємо нерівність, рівносильну даній:

$$\frac{x-2}{5} - \frac{2x+3}{3} - 1 > 0.$$

Зведемо до спільного знаменника:

$$\frac{3(x-2) - 5(2x+3) - 15}{15} > 0.$$

Розкриємо дужки у чисельнику дроби і зведемо подібні доданки:

$$\frac{3x-6-10x-15-15}{15} > 0,$$

$$\frac{-7x-36}{15} > 0.$$

Винесемо з чисельника знак “-”:

$$-\frac{7x+36}{15} > 0.$$

Помножимо обидві частини нерівності на “-” і отримаємо рівносильну нерівність:

$$\frac{7x+36}{15} < 0,$$

$$7x+36 < 0,$$

$$7x < -36,$$

$$x < -\frac{36}{7}, x < -5\frac{1}{7}, x \in \left(-\infty; -5\frac{1}{7}\right).$$

Як бачимо, з отриманого проміжку найбільшим цілим числом, яке задовольняє дану нерівність є число -6 .

Відповідь. -6 .

Приклад 1.Д. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{x}{6} - \frac{x}{7} > 1.$$

Розв'язання. Перенесемо всі доданки в ліву частину нерівності і отримаємо нерівність, рівносильну даній:

$$\frac{x}{6} - \frac{x}{7} - 1 > 0.$$

Зведемо до спільного знаменника:

$$\frac{7x - 6x - 42}{42} > 0,$$

$$\frac{x - 42}{42} > 0,$$

$$x - 42 > 0,$$

$$x > 42, x \in (42; +\infty).$$

Як бачимо, з отриманого проміжку найменшим цілим числом, яке задовольняє дану нерівність є число 43 .

Відповідь. 43 .

Приклад 1.Е. Знайти найменший натуральний розв'язок нерівності

$$2(x - 5) > 3(x - 2) - 4(x + 1).$$

Розв'язання. Розкриємо дужки і зведемо подібні доданки:

$$2x - 10 > 3x - 6 - 4x - 4,$$

$$2x - 3x + 4x > -6 - 4 + 10,$$

$$3x > 0,$$

$$x > 0, x \in (0; +\infty).$$

Як бачимо, з отриманого проміжку найменшим натуральним числом, яке задовольняє дану нерівність є число 1 .

Відповідь. 1 .

Приклад 1.Є. Розв'язати нерівність

$$x^2 + 2x - 3 > 0.$$

Розв'язання. Даній нерівності відповідає квадратична функція виду

$$y = x^2 + 2x - 3.$$

Будемо шукати ті значення x для яких $y > 0$.

Розв'яжемо рівняння виду: $x^2 + 2x - 3 = 0$,

$$x_1 = -3, x_2 = 1.$$

Таким чином парабола $y = x^2 + 2x - 3$ має вигляд: (рис. 1)

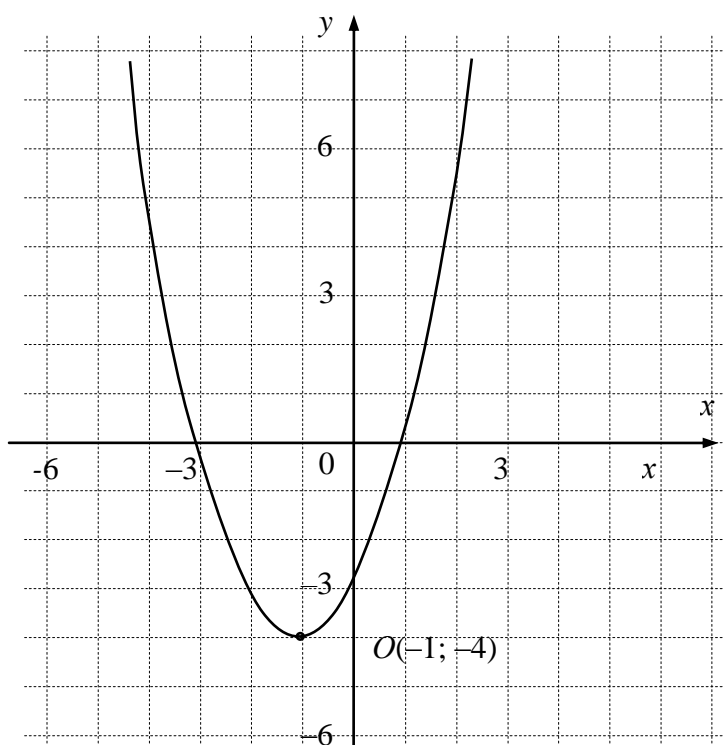


Рис. 1

Як бачимо нерівність $y > 0$ виконується при $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.
Відповідь. $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$

1.1. Розв'язати нерівність

$$5x^2 - 17x - 12 > 0.$$

а) $(-\infty; -0,7)$; б) $(-\infty; 0,7)$; в) $[0,7; +\infty)$; г) $(-0,7; +\infty]$; д) інша відповідь.

1.2. Розв'язати нерівність

$$x(x-7) - 18 > 7(9-x).$$

а) $(-\infty; -9)$; б) $(9; +\infty)$; в) $[9; +\infty)$; г) $(-\infty; -9) \cup (9; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.3. Розв'язати нерівність

$$4(2x-1) - 3(3x+2) > 1.$$

а) $(-\infty; -11)$; б) $(-11; +\infty)$; в) $(11; +\infty)$; г) $(-11; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.4. Розв'язати нерівність

$$9(x-2) - 3(2x+1) > 5x.$$

а) $(10,5; +\infty)$; б) $(-10; +\infty)$; в) $(-\infty; -10,5)$; г) $(-10; 10,5)$; д) інша відповідь.

1.5. Розв'язати нерівність

$$4(2x-1) - 3(x+2) > 5.$$

а) $(3; +\infty)$; б) $(-3,5; 3)$; в) $(-3; +\infty)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.6. Розв'язати нерівність

$$\frac{x-1}{2} + x < 1,5x + 3,5.$$

а) $(9; +\infty)$; б) $(-3; +\infty)$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-\infty; 0,7)$; д) інша відповідь.

1.7. Розв'язати нерівність

$$\frac{5x-2}{3} - \frac{3-x}{2} > 1.$$

а) $\left(\frac{5}{13}; +\infty\right)$; б) $\left(-\infty; 1\frac{5}{13}\right)$; в) $\left(-\infty; -1\frac{5}{13}\right)$; г) $\left(1\frac{5}{13}; +\infty\right)$; д) інша відповідь.

1.8. Розв'язати нерівність

$$x - 4(3-x) \geq 2x + 6.$$

а) $(6; +\infty)$; б) $[6; +\infty)$; в) $(-\infty; 6]$; г) $(-\infty; -6]$; д) інша відповідь.

1.9. Розв'язати нерівність

$$3 + \frac{2-3x}{4} \leq 2x.$$

а) $[3; +\infty)$; б) $(-\infty; -3]$; в) $(-\infty; 3]$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.10. Розв'язати нерівність

$$\frac{x-1}{4} - x < 0.$$

а) $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$; б) $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$; в) $\left(-\frac{1}{3}; 3\right)$; г) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$; д) інша відповідь.

1.11. Розв'язати нерівність

$$\frac{2x}{3} - \frac{x-1}{6} + \frac{x+2}{2} \geq 0.$$

а) $\left[-1\frac{1}{6}; +\infty\right)$; б) $\left(-\infty; 1\frac{1}{6}\right]$; в) $\left[-1\frac{1}{6}; 1\right)$; г) $\left[1\frac{1}{6}; +\infty\right)$; д) інша відповідь.

1.12. Розв'язати нерівність

$$x - \frac{x-3}{4} + \frac{x+1}{8} > 2.$$

а) $\left(-1\frac{2}{7}; +\infty\right)$; б) $\left(\frac{1}{7}; +\infty\right)$; в) $\left(1\frac{2}{7}; +\infty\right)$; г) $\left[-1\frac{2}{7}; +\infty\right)$; д) інша відповідь.

1.13. Розв'язати нерівність

$$\frac{x-1}{3} - 2x > \frac{3x+1}{2}.$$

а) $\left(\frac{4}{19}; +\infty\right)$; б) $\left(-\infty; -\frac{4}{19}\right)$; в) $\left(-\infty; \frac{4}{19}\right)$; г) $\left(-\infty; -\frac{4}{17}\right)$; д) інша відповідь.

1.14. Розв'язати нерівність

$$6(y-1,5) - 3,4 \geq 4y - 2,4.$$

а) $[5; +\infty)$; б) $(-\infty; 5]$; в) $(-\infty; -5]$; г) $[-5; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.15. Розв'язати нерівність

$$\frac{2x-1}{5} - 3x > \frac{10x+1}{5}.$$

а) $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$; б) $\left(-\frac{2}{23}; +\infty\right)$; в) $\left(-\infty; \frac{2}{23}\right)$; г) $\left(-\infty; -\frac{2}{23}\right)$; д) інша відповідь.

1.16. Розв'язати нерівність

$$1,7 - 2(3x - 1) > 0,3 - 4x.$$

а) $(-\infty; 17)$; б) $(-\infty; -\frac{1}{17})$; в) $(-\infty; \frac{1}{17})$; г) $(-\infty; -17)$; д) інша відповідь.

1.17. Розв'язати нерівність

$$2x^2 + 7x - 4 > 0.$$

а) $(-\infty; -4)$; б) $(-\infty; -4) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$; в) $(\frac{1}{2}; +\infty)$; г) $(-4; \frac{1}{2})$; д) інша відповідь.

1.18. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{3x+2}{4} - \frac{x-3}{2} < 3.$$

а) 7; б) -3; в) 3; г) 13; д) інша відповідь.

1.19. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності

$$x^2 + x < x(x+5) + 5.$$

а) -1; б) -5; в) 4; г) 1; д) інша відповідь.

1.20. Розв'язати нерівність

$$(x+6)^2 > x(x+12).$$

а) $(-\infty; 5)$; б) $(-\infty; +\infty)$; в) $(7; +\infty)$; г) $(-\infty; 1)$; д) інша відповідь.

1.21. Розв'язати нерівність

$$5(y-1,2) - 4,6 > 3y + 1.$$

а) $(-5,8; +\infty)$; б) $(-\infty; 5,8)$; в) $(-\infty; -5,8)$; г) $(5,8; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.22. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$x + 2 \geq 2,5x - 1.$$

а) 3; б) 1; в) 2; г) -2; д) інша відповідь.

1.23. Розв'язати нерівність

$$(2x-1)^2 > 4x(x-1).$$

а) $(-\infty; -4)$; б) $(6; +\infty)$; в) $(-\frac{1}{4}; +\infty)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.24. Розв'язати нерівність

$$x(x-7) - 18 > 7(9-x).$$

а) $(-\infty; -9) \cup (9; +\infty)$; б) $(-9; 9)$; в) $(-\infty; 9)$; г) $(-9; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.25. Знайти найменший натуральний розв'язок нерівності

$$3x - 2 < 1,5x + 4.$$

а) 2; б) 3; в) 4; г) 1; д) інша відповідь.

1.26. Розв'язати нерівність

$$x(x+3) - 6 < 3(x+1).$$

а) $(3; +\infty)$; б) $(-3; 3)$; в) $(-3; +\infty)$; г) $(-3; \frac{1}{3})$; д) інша відповідь.

1.27. Знайти найменший натуральний розв'язок нерівності

$$\frac{x+4}{7} - \frac{x+7}{4} > -3.$$

а) 1; б) 2; в) 7; г) 5; д) інша відповідь.

1.28. Розв'язати нерівність

$$6(3,4+x) - 4,2 > x + 1.$$

а) $\left(\frac{1}{25}; +\infty\right)$; б) $\left(-\frac{1}{25}; +\infty\right)$; в) $\left(\frac{3}{25}; +\infty\right)$; г) $\left(-\infty; \frac{1}{25}\right)$; д) інша відповідь.

1.29. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{5x}{11} - \frac{x+2}{4} \geq 3.$$

а) -18 ; б) 18 ; в) 16 ; г) -6 ; д) інша відповідь.

1.30. Розв'язати нерівність

$$x^2 + 17 \geq 2(5x - 4).$$

а) $(7; +\infty)$; б) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$; в) $(-\infty; -4)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.31. Розв'язати нерівність

$$5(x - 1,4) - 6 < 4x - 1,5.$$

а) $(11,5; +\infty)$; б) $(-\infty; 11,5)$; в) $(-11,5; +\infty)$; г) $(-\infty; -11,5)$; д) інша відповідь.

1.32. Розв'язати нерівність

$$x(x+5) - 76 > 5(x-8).$$

а) $(6; +\infty)$; б) $(9; +\infty)$; в) $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$; г) $(-\infty; -9) \cup (9; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.33. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$x(x+3) > (x+1)(x+3).$$

а) -4 ; б) 4 ; в) 3 ; г) -3 ; д) інша відповідь.

1.34. Розв'язати нерівність

$$1,4 - 4(2x+1) > 1,8 - 3x.$$

а) $(-0,88; +\infty)$; б) $(-\infty; 0,88)$; в) $(-\infty; 0,11)$; г) $(-\infty; 0,18)$; д) інша відповідь.

1.35. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$x - \frac{x+4}{4} + \frac{3x-1}{2} < 3.$$

а) 2 ; б) 1 ; в) -1 ; г) 3 ; д) інша відповідь.

1.36. Розв'язати нерівність

$$x^2 - 9 \geq 18(x - 5).$$

а) $(-\infty; +\infty)$; б) $(-3; +\infty)$; в) $(-\infty; -4)$; г) $(9; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.37. Розв'язати нерівність

$$x - \frac{3x-1}{3} + \frac{x+1}{2} \geq 1.$$

а) $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$; б) $\left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$; в) $\left(-3; \frac{1}{3}\right)$; г) $\left[-3; \frac{1}{3}\right]$; д) інша відповідь.

1.38. Розв'язати нерівність

$$x(x-5) - 29 > 5(4-x).$$

а) $(-7; 7)$; б) $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$; в) $(-\infty; -7) \cup (7; +\infty)$; г) $(-\infty; -9) \cup (9; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.39. Розв'язати нерівність

$$\frac{5x}{12} - \frac{x-2}{4} + \frac{x+}{3} < 0.$$

а) $\left(1\frac{2}{3}; +\infty\right)$; б) $\left(-\infty; -1\frac{2}{3}\right)$; в) $\left(-1\frac{2}{3}; +\infty\right)$; г) $\left(-\infty; 1\frac{2}{3}\right)$; д) інша відповідь.

1.40. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{2x-2}{5} - \frac{x-1}{2} < 2.$$

а) 10; б) 12; в) -14; г) -10; д) інша відповідь.

1.41. Розв'язати нерівність

$$3(x-1,5) - 4 < 4x + 1,5.$$

а) $(10; +\infty)$; б) $(-10; +\infty)$; в) $(-\infty; 10)$; г) $(10; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.42. Розв'язати нерівність

$$4x^2 + 5x - 6 \leq 0.$$

а) $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$; б) $\left[-3; \frac{1}{3}\right]$; в) $\left(-\infty; 1\frac{1}{6}\right]$; г) $\left[-2; \frac{3}{4}\right]$; д) інша відповідь.

1.43. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{9x+2}{10} - \frac{10x-2}{9} > 2.$$

а) -7; б) -8; в) -8; г) 8; д) інша відповідь.

1.44. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{2x-5}{3} - 1 > 3 - x.$$

а) -4; б) 3; в) 5; г) 4; д) інша відповідь.

1.45. Розв'язати нерівність

$$(x+12)^2 \geq 4(2x-1).$$

а) $(-\infty; -4)$; б) $\left[-1\frac{2}{7}; +\infty\right)$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $\left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$; д) інша відповідь.

1.46. Розв'язати нерівність

$$5(x-1,8) - 4,6 > 3x - 1,6.$$

а) $(-\infty; 6)$; б) $(6; +\infty)$; в) $\left(-\infty; -\frac{1}{6}\right)$; г) $(7; +\infty)$; д) інша відповідь.

1.47. Знайти добуток цілих розв'язків нерівності

$$2x^2 - 9x + 4 < 0.$$

а) 8; б) 12; в) 14; г) 6; д) інша відповідь.

1.48. Розв'язати нерівність

$$3x^2 - 11x + 6 > 0.$$

а) $\left(\frac{2}{3}; 3\right)$; б) $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right) \cup (3; +\infty)$; в) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (3; +\infty)$; г) $\left(-\frac{2}{3}; 3\right)$;

д) інша відповідь.

1.49. Розв'язати нерівність

$$(x-5)^2 > x(x-10).$$

а) $(-\infty; +\infty)$; б) $(9; +\infty)$; в) $(-10; +\infty)$; г) $(-\infty; -4)$; д) інша відповідь.

1.50. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{3x-1}{5} - \frac{x+1}{2} < 1 - \frac{x}{7}.$$

а) 5; б) 7; в) 8; г) 6; д) інша відповідь.

2. Розв'язування систем нерівностей

Системою нерівностей називають кон'юнкцію даних нерівностей. Дійсне число a називають **розв'язком** даної системи нерівностей, якщо при заміні змінної в усіх нерівностях цієї системи на a отримують лише істинні числові нерівності.

Розв'язати систему нерівностей – означає знайти множину розв'язків цієї системи.

Множиною розв'язків системи нерівностей є переріз множин розв'язків усіх нерівностей, які входять у неї.

Приклад 2.А. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 5x + 2 > 3x - 1, \\ 3x + 1 > 7x - 4. \end{cases}$$

Розв'язання. Перетворимо дану систему нерівностей:

$$\begin{cases} 5x - 3x > -1 - 2, \\ 3x - 7x > -4 - 1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -3, \\ -4x > -5. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2}, \\ x < \frac{5}{4}. \end{cases}$$

Зобразимо розв'язки обох нерівностей на числовій прямій (рис. 2)

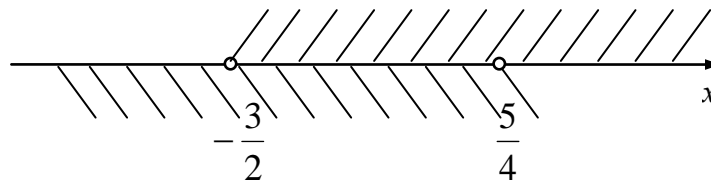


Рис. 2

Як бачимо розв'язком даної системи нерівностей є інтервал $\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right)$.

Відповідь. $x \in \left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right)$.

Приклад 2.Б. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} -(x-2) - 3(x-1) < 2x, \\ 6x + 4 \geq 12 - (x-3). \end{cases}$$

Розв'язання. Перетворимо дану систему нерівностей розкривши дужки:

$$\begin{cases} -x + 2 - 3x + 3 < 2x, \\ 6x + 4 \geq 12 - x + 3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - 3x - 2x < -5, \\ 6x + x \geq 12 + 3 - 4. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6x < -5, \\ 7x \geq 11. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{6}, \\ x \geq 1\frac{4}{7}. \end{cases}$$

Зобразимо розв'язки обох нерівностей на числовій прямій (рис. 3)

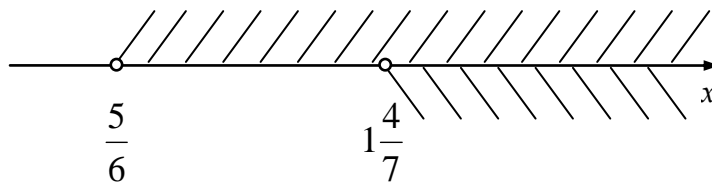


Рис. 3

Розв'язком даної системи нерівностей є проміжок $x \in \left[1\frac{4}{7}; +\infty\right)$.

Відповідь. $x \in \left[1\frac{4}{7}; +\infty\right)$.

Приклад 2.В. Знайти цілі розв'язки системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x-3}{2} < \frac{x-5}{3}, \\ \frac{x+1}{4} > \frac{x-4}{5}. \end{cases}$$

Розв'язання. Перетворимо дану систему нерівностей:

$$\begin{cases} \frac{x-3}{2} < \frac{x-5}{3}, \\ \frac{x+1}{4} > \frac{x-4}{5}. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-3}{2} - \frac{x-5}{3} < 0, \\ \frac{x+1}{4} - \frac{x-4}{5} > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3(x-3) - 2(x-5)}{6} < 0, \\ \frac{5(x+1) - 4(x-4)}{20} > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 9 - 2x + 10 < 0, \\ 5x + 5 - 4x + 16 > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1, \\ x > -21. \end{cases}$$

Зобразимо розв'язки обох нерівностей на числовій прямій (рис. 4)

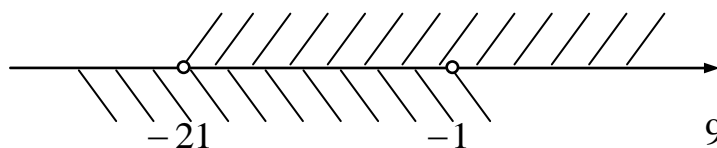


Рис. 4

Розв'язком даної системи нерівностей є числовий проміжок $x \in (-21; -2)$, відповідно цілими розв'язками системи нерівностей будуть числа: $-20, -19, -18, \dots, -2$.

Відповідь. $-20, -19, -18, \dots, -2$.

Приклад 2.Г. Знайти найбільший цілий розв'язок системи нерівностей:

$$\begin{cases} \frac{7-x}{2} - 3 < \frac{3+4x}{5} - 4, \\ \frac{5}{3}x + 5(4-x) > 2(4-x). \end{cases}$$

Розв'язання. Перетворимо кожен з нерівностей:

$$\begin{cases} \frac{7-x}{2} - 3 - \frac{3+4x}{5} + 4 < 0, \\ \frac{5}{3}x + 5(4-x) - 2(4-x) > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7-x}{2} - \frac{3+4x}{5} + 1 < 0, \\ \frac{5}{3}x + 20 - 5x - 8 + 2x > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5(7-x) - 2(3+4x) + 10}{10} < 0, \\ \frac{5}{3}x + 12 - 3x > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{35-5x-6-8x+10}{10} < 0, \\ \frac{5x+3 \cdot 12 - 3 \cdot 3x}{3} > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{39-13x}{10} < 0, \\ \frac{36-4x}{3} > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 39-13x < 0, \\ 36-4x > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -13x < -39, \\ -4x > -36. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3, \\ x < 9. \end{cases}$$

Зобразимо розв'язки обох нерівностей на числовій прямій (рис. 5)

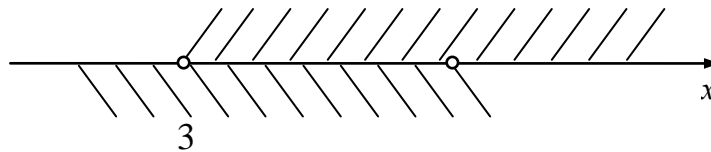


Рис. 5

Розв'язком даної системи нерівностей є проміжок $x \in (3; 9)$.

Як бачимо, що найбільший цілий розв'язок, який задовольняє системи нерівностей є число 8.

Відповідь. 8.

Приклад 2.Д. Знайти найменший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} 12x^2 - (2x-3)(6x+1) > x, \\ (5x-1)(5x+1) - 25x^2 > x-6. \end{cases}$$

Розв'язання. Перетворимо дану систему нерівностей:

$$\begin{cases} 12x^2 - (12x^2 + 2x - 18x - 3) > x, \\ 25x^2 - 1 - 25x^2 > x - 6. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x^2 - 12x^2 - 2x + 18x + 3 > x, \\ 25x^2 - 1 - 25x^2 > x - 6. \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 12x^2 - 12x^2 - 2x + 18x - x > -3, \\ 25x^2 - 25x^2 - x > -6 + 1. \end{cases}$$

Зведемо подібні доданки:

$$\begin{cases} 15x > -3, \\ -x > -5. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{5}, \\ x < 5. \end{cases}$$

Зобразимо розв'язки обох нерівностей на числовій прямій (рис. 6)

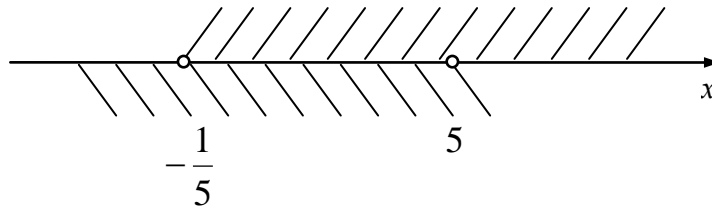


Рис. 6

Розв'язком даної системи нерівностей є проміжок $x \in \left(-\frac{1}{5}; 5\right)$. Як бачимо з отриманого проміжку найменшим цілим розв'язком системи нерівностей є число 0.

Відповідь. 0.

2.1. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 2x + 9 > 0, \\ 9x - 1 < 0. \end{cases}$$

а) $\left(-\infty; -1\frac{5}{13}\right)$; б) $\left(\frac{2}{3}; 3\right)$; в) $\left(-1\frac{1}{3}; 1\frac{3}{5}\right)$; г) $\left(-\frac{2}{3}; 3\right)$; д) інша відповідь.

2.2. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 4 - 6x \leq 1, \\ 3,6 + x > 3,8. \end{cases}$$

а) $(2; +\infty)$; б) $[2; +\infty)$; в) \emptyset ; г) $[-2; +\infty)$; д) інша відповідь.

2.3. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 3(x-1) - 2(1+x) < 1, \\ 3x - 4 > 0. \end{cases}$$

а) $\left(1\frac{1}{3}; 6\right)$; б) $\left(-1\frac{2}{3}; +\infty\right)$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $\left(-1\frac{1}{3}; 6\right)$; д) інша відповідь.

2.4. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 5(2x-1) - 3(3x+6) < 2, \\ 2x - 17 > 0. \end{cases}$$

а) $(2,5; 8,5)$; б) $(-8,5; 2,5)$; в) $(-2,5; 8,5)$; г) $(8,5; 2,5)$; д) інша відповідь.

2.5. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 2(3x-1) - (x+8) < 0, \\ 3 - 5x < 11. \end{cases}$$

а) $(-1,6; 2)$; б) $(7; +\infty)$; в) $(1,6; 2)$; г) $(-\infty; 0,7)$; д) інша відповідь.

2.6. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x-1}{4} + \frac{x}{3} < 7, \\ 3x - 1 < 5. \end{cases}$$

а) $(2; +\infty)$; б) $(-\infty; 2)$; в) $(-2; +\infty)$; г) $(-\infty; -2)$; д) інша відповідь.

2.7. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{3x+6}{8} > 0, \\ \frac{x}{11} < 1. \end{cases}$$

а) $(-11; 2)$; б) $(2; +\infty)$; в) $(11; +\infty)$; г) $(-2; 11)$; д) інша відповідь.

2.8. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} x - \frac{x}{4} \geq 2, \\ \frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} > 1. \end{cases}$$

а) $(2\frac{2}{3}; +\infty)$; б) $(-1\frac{2}{3}; +\infty)$; в) $(-\frac{2}{3}; +\infty)$; г) $(2\frac{1}{5}; +\infty)$; д) інша відповідь.

2.9. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{6} + \frac{x+2}{3} - \frac{x-8}{2} > x-1, \\ 2-2x > 0,5+0,5x. \end{cases}$$

а) $(-\frac{3}{5}; \frac{3}{5})$; б) $(-1; \frac{3}{5})$; в) $(-\infty; \frac{3}{5})$; г) $(-1; -\frac{3}{5})$; д) інша відповідь.

2.10. Знайти цілі розв'язки системи нерівностей

$$\begin{cases} 6-2x < 3(x-1), \\ 6-\frac{x}{2} \geq x. \end{cases}$$

а) 3;4; б) 2;3;4; в) 2;3;4;5; г) 3;4;5; д) інша відповідь.

2.11. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 3+4x \leq 1, \\ 2-7x > 3. \end{cases}$$

а) $(-\frac{1}{2}; 0]$; б) $(-\infty; \frac{1}{2})$; в) $(-\infty; \frac{1}{2}]$; г) \emptyset ; д) інша відповідь.

2.12. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 2-4x \geq 1, \\ 3x+2 < 1. \end{cases}$$

а) $(-\infty; -\frac{1}{3})$; б) $[\frac{1}{3}; +\infty)$; в) $(-\frac{1}{3}; +\infty)$; г) $(\frac{1}{3}; +\infty)$; д) інша відповідь.

2.13. Знайти цілі розв'язки системи нерівностей

$$\begin{cases} 10-4x \geq 3(1-x), \\ 3,5 + \frac{x}{4} < 2x. \end{cases}$$

а) 4;5;6;7; б) 3;4;5;6; в) 4;5;6; г) 3;4;5;6;7; д) інша відповідь.

2.14. Знайти різницю найбільшого і найменшого розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 3(x+1) + 2(x-2) \leq 4x-5, \\ 4(x-2) - 3(x+1) \leq 2x-2. \end{cases}$$

а) 0; б) 5; в) -5; г) 3; д) інша відповідь.

2.15. Знайти найбільший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} 2x+10 < 1,5x+20, \\ 3x+4 < 2x+16. \end{cases}$$

а) 11; б) 6; в) 0; г) -4; д) інша відповідь.

2.16. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 7x+2 \geq 4x, \\ \frac{x}{2} - \frac{2-5x}{4} \leq \frac{1}{4}. \end{cases}$$

а) $\left[-\frac{2}{3}; \frac{3}{7}\right]$; б) (1;2]; в) $\left[\frac{3}{7}; \frac{5}{7}\right]$; г) $\left[-1; \frac{2}{3}\right]$; д) інша відповідь.

2.17. Знайти цілі розв'язки системи нерівностей

$$\begin{cases} 5(1-2x) < 2x-4, \\ 2,5 + \frac{x}{2} \geq x. \end{cases}$$

а) 1;2;3;4;5; б) 3;4;5; в) 1;2;3;4; г) 1;2;3; д) інша відповідь.

2.18. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} \leq 1 - \frac{x+1}{6}, \\ 2-x \leq 1. \end{cases}$$

а) (-2;2]; б) [-1;2); в) (-2;1); г) [1;2]; д) інша відповідь.

2.19. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} \geq \frac{x-3}{4} - x, \\ 1-x > 0,5x-4. \end{cases}$$

а) $(-\infty; -10)$; б) $(-\infty; 10)$; в) $(10; +\infty)$; г) $(-\infty; -10)$; д) інша відповідь.

2.20. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 2x > 15, \\ 3x < 1, \\ 7x < 21. \end{cases}$$

а) $(-\infty; +\infty)$; б) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$; в) \emptyset ; г) $\left[-1\frac{2}{7}; +\infty\right)$; д) інша відповідь.

2.21. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 1-5x < 4(1-x), \\ 3,5 + \frac{x}{4} \geq 2x. \end{cases}$$

а) [-3;2] ; б) [-2;3); в) (2;3); г) (-3;2]; д) інша відповідь.

2.22. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} x-4 > 12, \\ 2x-1 > 3, \\ 3x+2 < 56. \end{cases}$$

а) (16;18); б) (6;8); в) (-16;8); г) (-6;8); д) інша відповідь.

2.23. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 1 - \frac{x}{4} > x, \\ x - \frac{x-4}{5} > 1. \end{cases}$$

а) $\left(-\frac{4}{5}; \frac{1}{4}\right)$; б) $\left(-\frac{1}{4}; \frac{4}{5}\right)$; в) $\left(\frac{1}{4}; \frac{4}{5}\right)$; г) $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$; д) інша відповідь.

2.24. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 3 - 4x \geq 5, \\ 2 + 9x < 1. \end{cases}$$

а) $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$; б) $\left[-1; -\frac{1}{2}\right]$; в) \emptyset ; г) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$; д) інша відповідь.

2.25. Знайти найменший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} x + 3 > 0, \\ 3 - 2x > 0. \end{cases}$$

а) -2 ; б) 2 ; в) 4 ; г) 0 ; д) інша відповідь.

2.26. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 0,8(x-3) - 3,2 < 0,3(2-x), \\ 0,2(1+2x) > -(x-1,6). \end{cases}$$

а) $(1; 3,4)$; б) $(-6; 3,4)$; в) $(-6; 1)$; г) $(1; 6)$; д) інша відповідь.

2.27. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 5(x+1) - 6 < 2,6 + x, \\ 3x - 0,5 > 2(x - 0,4) - x. \end{cases}$$

а) $\left(-\frac{3}{20}; 0,9\right)$; б) $\left(-1\frac{3}{20}; 0,9\right)$; в) $\left(-\frac{3}{20}; 1,9\right)$; г) $\left(-2\frac{3}{20}; 0,9\right)$;

д) інша відповідь.

2.28. Знайти найменший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} 2(3x-1) < 3(4x+1) + 16, \\ 4(2+x) < 3x + 8. \end{cases}$$

а) -2 ; б) 0 ; в) -3 ; г) -1 ; д) інша відповідь.

2.29. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 2x > 3 - \frac{13x-2}{11}, \\ \frac{x}{6} + \frac{2}{3}(x-7) < \frac{3x-20}{9}. \end{cases}$$

а) $\left(\frac{2}{3}; 7\right)$; б) \emptyset ; в) $\left(-2\frac{2}{3}; 7\right)$; г) $\left(2\frac{2}{3}; 7\right)$; д) інша відповідь.

2.30. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} x - \frac{x+1}{2} - \frac{x+4}{3} \leq \frac{x-1}{4} - 2, \\ 1,5x - 2,5 < x. \end{cases}$$

а) $(-\infty; +\infty)$; б) $(10,5; +\infty)$; в) $(2; 3)$; г) $(-2; 3)$; д) інша відповідь.

2.31. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{x}{3} \geq \frac{x-1}{4} - 2, \\ 0,5x < 2 - x. \end{cases}$$

а) $\left[1\frac{1}{3}; 9\right]$; б) $\left[-1\frac{1}{3}; 9\right]$; в) $\left[\frac{1}{3}; 9\right]$; г) $\left(-\infty; 1\frac{1}{3}\right]$; д) інша відповідь.

2.32. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} x - 4 \geq 0, \\ 9 - 2x \geq 0. \end{cases}$$

а) $[4; 4,5]$; б) $(-2; -4)$; в) $[4; +\infty)$; г) $(-\infty; -4,5)$; д) інша відповідь.

2.33. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x}{8} - \frac{5x-4}{12} < \frac{x-2}{6} - \frac{x+1}{3} - \frac{3x}{4} + 6, \\ x - \frac{x-1}{2} - \frac{x+2}{3} > \frac{x-3}{4}. \end{cases}$$

а) $(-\infty; +\infty)$; б) $(-\infty; 7)$; в) $(-\infty; 0)$; г) $(-7; 3)$; д) інша відповідь.

2.34. Знайти найбільший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} x(x+5) > 6, \\ 1 - \frac{x}{3} > 0, 1 - 0,25x. \end{cases}$$

а) 0; б) -8; в) 10; г) 4; д) інша відповідь.

2.35. Знайти суму найбільшого і найменшого цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} x^2 - x - 20 \leq 0, \\ x - 4 < -4 - x. \end{cases}$$

а) 4; б) 5; в) -7; г) -5; д) інша відповідь.

2.36. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{2x+3}{3} - \frac{x+1}{2} \leq 2 - \frac{x-1}{6}, \\ 3 - x \leq 1. \end{cases}$$

а) $(-\infty; 2]$; б) $[2; 5]$; в) $(-\infty; 5]$; г) $[5; +\infty)$; д) інша відповідь.

2.37. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 1 - 2x \leq 3, \\ 3x + 2 < 1. \end{cases}$$

а) \emptyset ; б) $\left[-1; -\frac{1}{3}\right]$; в) $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$; г) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$; д) інша відповідь.

2.38. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 2 - 3x > 1, \\ 2x + 3 \leq 2. \end{cases}$$

а) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$; б) $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$; в) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь.

2.39. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 7 - 3x < 1, \\ 1,8 - x < 1,9. \end{cases}$$

а) $(1,2;+\infty)$; б) $(0,2;+\infty)$; в) $(-2;+\infty)$; г) $(2;+\infty)$; д) інша відповідь.

2.40. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 5(x-1) - 6(3-x) > 0, \\ 0,6x - 1 < 3,2. \end{cases}$$

а) $(-\infty; 2\frac{1}{11})$; б) $(-\infty; -2\frac{1}{11})$; в) $(7;+\infty)$; г) $(-7;+\infty)$; д) інша відповідь.

2.41. Знайти найбільший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} x^2 - 9 \leq 0, \\ x(x+2) > 0. \end{cases}$$

а) 3; б) 2; в) -5; г) 4; д) інша відповідь.

2.42. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{x}{3} < 1, \\ 3 - 2x > 0. \end{cases}$$

а) $(-\infty; \frac{1}{2})$; б) $(\frac{1}{2}; +\infty)$; в) $(-\infty; 1\frac{1}{2})$; г) $(-1\frac{1}{2}; +\infty)$; д) інша відповідь.

2.43. Знайти найменший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} 2x - 7 > x - 12, \\ 4x - 7 > 3x - 9. \end{cases}$$

а) 0; б) 1; в) 3; г) 2; д) інша відповідь.

2.44. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 5x - 8 < 0, \\ 3x + 4 > 0. \end{cases}$$

а) $(-1\frac{1}{3}; 1\frac{3}{5})$; б) $(-\frac{1}{3}; 1\frac{3}{5})$; в) $(-2\frac{1}{3}; 1\frac{3}{5})$; г) $(-1\frac{1}{3}; \frac{3}{5})$; д) інша відповідь.

2.45. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 3(x-1) - 2(1+x) < 1, \\ 3x - 4 > 0. \end{cases}$$

а) $(-1\frac{1}{3}; 6)$; б) $(-\frac{2}{3}; +\infty)$; в) $(1\frac{1}{3}; 6)$; г) $(-\frac{2}{3}; 3)$; д) інша відповідь.

2.46. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{2} < 2, \\ 0,8x + 1 \geq 4,2. \end{cases}$$

а) \emptyset ; б) $[-\frac{1}{2}; +\infty)$; в) $(-1\frac{1}{3}; 9]$; г) $(-\infty; \frac{1}{2}]$; д) інша відповідь.

2.47. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 5(1-x) + 8 \geq 3x + 5, \\ \frac{x}{2} + \frac{2x}{3} \leq 7. \end{cases}$$

а) $[1; +\infty)$; б) $(-\infty; 1]$; в) $[-1; +\infty)$; г) $(-\infty; -1]$; д) інша відповідь.

2.48. Знайти найбільший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} x < 3 - x, \\ 3 - x \leq 1. \end{cases}$$

а) 2; б) -5; в) 4; г) 1; д) інша відповідь.

2.49. Знайти найбільший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{4} - \frac{3(x-2)}{8} - 1 > \frac{5-3x}{2}, \\ 3 - \frac{4x-1}{18} > \frac{x+1}{12} - \frac{4-5x}{9}. \end{cases}$$

а) 1; б) 2; в) 4; г) 3; д) інша відповідь.

2.50. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 5(2x-1) - 3(3x+6) < 2, \\ 2x-17 > 0. \end{cases}$$

а) $(10,5; +\infty)$; б) $(8,5; 25)$; в) $(-10,5; +\infty)$; г) $(-8,5; 25)$; д) інша відповідь.

Розв'язування сукупностей нерівностей.

Сукупністю нерівностей називають будь-яку диз'юнкцію цих нерівностей.

Деяке дійсне число a називають **розв'язком сукупності нерівностей**, якщо при заміні в усіх нерівностей цієї сукупності на a отримаємо принаймні одну істинну числову нерівність.

“Розв'язати сукупність нерівностей” – означає знайти множину розв'язків цієї сукупності.

Представимо способи розв'язків нерівностей виду: $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ (1), $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$ (2),

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0 \text{ (3)}, \quad \frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0 \text{ (4)}.$$

Нерівність (1) подається у вигляді такої сукупності двох систем нерівностей:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} P(x) > 0, \\ Q(x) > 0; \end{cases} \\ \begin{cases} P(x) < 0, \\ Q(x) < 0. \end{cases} \end{cases}$$

Нерівність (2) подається у вигляді такої сукупності двох систем нерівностей:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} P(x) > 0, \\ Q(x) < 0; \end{cases} \\ \begin{cases} P(x) < 0, \\ Q(x) > 0. \end{cases} \end{cases}$$

Нерівність (3) подається у вигляді такої сукупності двох систем нерівностей:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x) \geq 0, \\ Q(x) > 0; \\ P(x) \leq 0, \\ Q(x) < 0. \end{cases}$$

Нерівність (4) подається у вигляді такої сукупності двох систем нерівностей:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x) \leq 0, \\ Q(x) > 0; \\ P(x) \geq 0, \\ Q(x) < 0. \end{cases}$$

Представимо способи розв'язків нерівностей виду: $P(x)Q(x) > 0$ (5), $P(x)Q(x) < 0$ (6), $P(x)Q(x) \geq 0$ (7), $P(x)Q(x) \leq 0$ (8).

Нерівність (5) подається у вигляді такої сукупності двох систем нерівностей:

$$P(x)Q(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x) > 0, \\ Q(x) > 0; \\ P(x) < 0, \\ Q(x) < 0. \end{cases}$$

Нерівність (6) подається у вигляді такої сукупності двох систем нерівностей:

$$P(x)Q(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x) < 0, \\ Q(x) > 0; \\ P(x) > 0, \\ Q(x) < 0. \end{cases}$$

Нерівність (7) подається у вигляді такої сукупності двох систем нерівностей:

$$P(x)Q(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x) \geq 0, \\ Q(x) \geq 0; \\ P(x) \leq 0, \\ Q(x) \leq 0. \end{cases}$$

Нерівність (8) подається у вигляді такої сукупності двох систем нерівностей:

$$P(x)Q(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x) \leq 0, \\ Q(x) \geq 0; \\ P(x) \geq 0, \\ Q(x) \leq 0. \end{cases}$$

Приклад 3.А. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 3x+1 \geq 7, \\ 2x-3 > 6. \end{cases}$$

Розв'язання. Перетворимо обидві нерівності і отримаємо

$$\begin{cases} 3x \geq 7-1, \\ 2x > 6+3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x \geq 6, \\ 2x > 9. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2, \\ x > 4\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Зобразимо розв'язок даної сукупності на числовому проміжку (рис. 7)

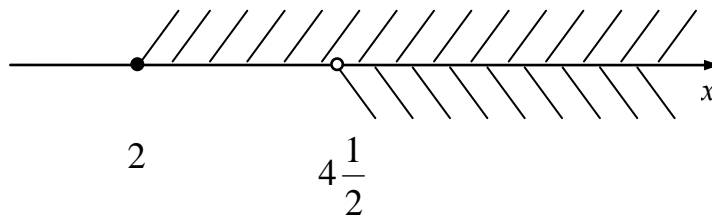


Рис. 7

Як бачимо і за означенням розв'язком даної сукупності буде проміжок $x \in (2; +\infty]$.

Відповідь. $x \in [2; +\infty)$.

Приклад 3.Б. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{2x}{4} + \frac{x}{3} \leq 5, \\ \frac{5+x}{2} - \frac{6-2x}{3} \geq 4. \end{cases}$$

Розв'язання. Здійснимо перетворення у двох нерівностях даної сукупності, звівши до спільного знаменника

$$\begin{cases} \frac{2x}{4} + \frac{x}{3} \leq 5, \\ \frac{5+x}{2} - \frac{6-2x}{3} \geq 4. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x}{4} + \frac{x}{3} - 5 \leq 0, \\ \frac{5+x}{2} - \frac{6-2x}{3} - 4 \geq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3 \cdot 2x + 4 \cdot x - 12 \cdot 5}{12} \leq 0, \\ \frac{3(5+x) - 2(6-2x) - 4 \cdot 12}{6} \geq 0. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{6x + 4x - 60}{12} \leq 0, \\ \frac{15 + 3x - 12 + 4x - 48}{6} \geq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10x - 60}{12} \leq 0, \\ \frac{7x - 45}{6} \geq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 60 \leq 0, \\ 7x - 45 \geq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x \leq 60, \\ 7x \geq 45. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 6, \\ x \geq 6\frac{3}{7}. \end{cases}$$

Зобразимо розв'язок даної сукупності на числовому проміжку (рис. 8)

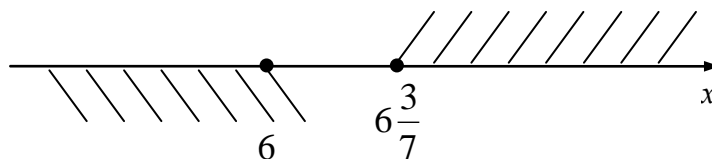


Рис. 8

Як бачимо і за означенням розв'язком даної сукупності буде проміжок $x \in (-\infty; 6] \cup \left[6\frac{3}{7}; +\infty\right)$.

Відповідь. $x \in (-\infty; 6] \cup \left[6\frac{3}{7}; +\infty\right)$.

Приклад 3.В. Розв'язати

$$\frac{2x+1}{3x-2} > 0.$$

Розв'язання. Аналізуючи даний дріб можна сказати, що він буде більшим за 0 тоді, коли чисельник і знаменник даного дробу будуть одночасно додатними, або від'ємними. Виходячи з цього міркування отримаємо сукупність двох систем нерівностей (диз'юнкцію двох кон'юнкцій):

$$\left[\begin{cases} 2x+1 > 0, \\ 3x-2 > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -1, \\ 3x > 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2}, \\ x > \frac{2}{3}; \end{cases} \right.$$

$$\left. \begin{cases} 2x+1 < 0, \\ 3x-2 < 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < -1, \\ 3x < 2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{2}, \\ x < \frac{2}{3}. \end{cases} \right.$$

Розв'язок першої системи нерівностей відзначимо на числовому проміжку: (рис. 9)

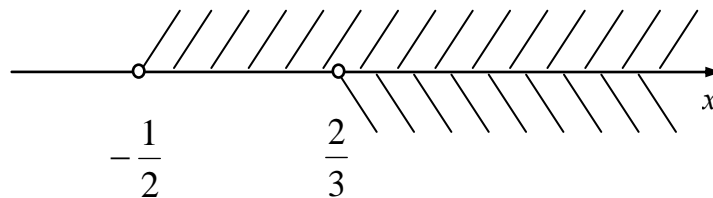


Рис. 9

Як бачимо розв'язком першої системи нерівностей буде проміжок $x \in \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Аналогічно розв'язок другої системи нерівностей відзначимо на числовому проміжку: (рис. 10)

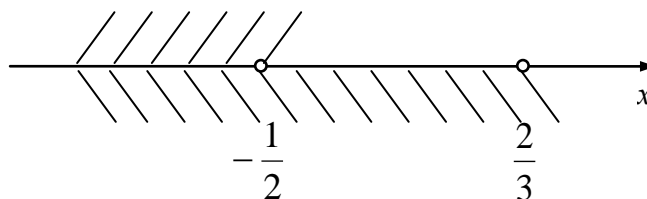


Рис. 10

Розв'язком другої системи нерівностей буде проміжок $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

Розв'язком сукупності систем буде диз'юнкція двох отриманих розв'язків.

Відповідь. $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Приклад 1.Г. Розв'язати

$$\frac{3x+7}{2x-7} \geq 5.$$

Розв'язання. Перетворимо дану нерівність

$$\frac{3x+7}{2x-7} - 5 \geq 0.$$

Зведемо до спільного знаменника і отримаємо новий дріб

$$\frac{3x+7-5(2x-7)}{2x-7} \geq 0,$$

$$\frac{3x+7-10x+35}{2x-7} \geq 0,$$

$$\frac{-7x+42}{2x-7} \leq 0.$$

Домножимо обидві частини нерівності на -1 , змінивши при цьому знак нерівності на протилежний

$$\frac{7x-42}{2x-7} \leq 0.$$

Розпишемо дану нерівність на диз'юнкцію двох кон'юнкцій нерівностей, враховуючи те, що знаменник дробу не може дорівнювати 0 :

$$\left[\begin{array}{l} 7x-42 \leq 0, \\ 2x-7 > 0; \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7x \leq 42, \\ 2x > 7; \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq 6, \\ x > 3\frac{1}{2}; \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} 7x-42 \geq 0, \\ 2x-7 < 0. \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7x \geq 42, \\ 2x < 7. \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 6, \\ x < 3\frac{1}{2}. \end{array} \right]$$

Розв'язок першої системи нерівностей відзначимо на числовому проміжку: (рис. 11)



Рис. 11

Як бачимо розв'язком першої системи нерівностей буде проміжок $x \in \left(3\frac{1}{2}; 6\right]$.

Аналогічно розв'язок другої системи нерівностей відзначимо на числовому проміжку: (рис. 12)

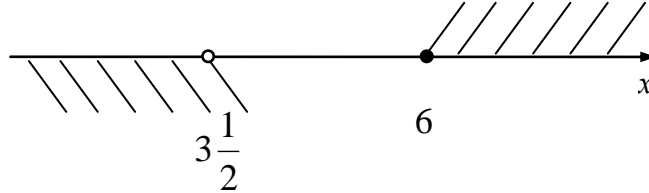


Рис. 12

Розв'язком другої системи нерівностей буде проміжок \emptyset .

Розв'язком сукупності систем буде диз'юнкція двох отриманих розв'язків, тобто $x \in \left(3\frac{1}{2}; 6\right]$.

Відповідь. $x \in \left(3\frac{1}{2}; 6\right]$.

3.1. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 5(x-3)+17 < 1+2(x-4), \\ 12x+5 < 9x-13. \end{cases}$$

а) $(-\infty; -3)$; б) $(-3; +\infty)$; в) $(-\infty; 3)$; г) $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$; д) інша відповідь.

3.2. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 2(x-3)+4 < 3(2x+1), \\ \frac{x}{2} + \frac{x-1}{3} > 1. \end{cases}$$

а) $\left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$; б) $\left(1\frac{1}{4}; +\infty\right)$; в) $\left(-1\frac{1}{4}; +\infty\right)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.3. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 4x-7 < 5, \\ 2(x-2)+x < 17. \end{cases}$$

а) $(-\infty; +\infty)$; б) $(-\infty; 7)$; в) $(-7; 3)$; г) $(7; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.4. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 6x-5 \geq x+10, \\ \frac{x}{2} + \frac{x}{4} \geq 0. \end{cases}$$

а) $[0; +\infty)$; б) $(2; +\infty)$; в) $(-2; +\infty)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь

3.5. Розв'язати

$$\frac{7x}{4x-10} \leq 0.$$

а) $(-\infty; +\infty)$; б) $[5; +\infty)$; в) $(-\infty; -1]$; г) $[0; 2,5]$; д) інша відповідь.

3.6. Розв'язати

$$\frac{5x-1}{3x-1} < 0.$$

а) $(-\infty; \frac{1}{5}) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$; б) $(\frac{1}{5}; \frac{1}{3})$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-\frac{1}{5}; \frac{1}{3})$; д) інша відповідь.

3.7. Розв'язати

$$\frac{x+9}{x-6} \geq 0.$$

а) $(-\infty; -6] \cup [9; +\infty)$; б) $[5; +\infty)$; в) $[-9; 6]$; г) $(-\infty; -9] \cup [6; +\infty)$;

д) інша відповідь.

3.8. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} x-10 > 2x-4, \\ 3x-4(x-7) < 16-5x. \end{cases}$$

а) $(-\infty; -3)$; б) $(-\infty; -6)$; в) $(-6; -3)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.9. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} x+3(x-4) < 2, \\ 5+\frac{x}{3}-x > 4. \end{cases}$$

а) $(\frac{1}{4}; \frac{4}{5})$; б) $(1\frac{1}{4}; +\infty)$; в) $(2\frac{1}{5}; +\infty)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.10. Розв'язати

$$\frac{x^2-8x+15}{x+2} \geq 0.$$

а) $(-2; 3] \cup [5; +\infty)$; б) $[3; 5]$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $[-\frac{2}{3}; \frac{3}{7}]$; д) інша відповідь.

3.11. Розв'язати

$$\frac{x^2-36}{x^2+6x} < 0.$$

а) $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$; б) $(-\infty; -6) \cup (0; 6)$; в) $(-\infty; -\frac{1}{6}) \cup (6; +\infty)$; г) $(-\infty; -6) \cup (\frac{1}{6}; +\infty)$;

д) інша відповідь.

3.12. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 2(5-2x)+4 > -6, \\ \frac{x}{4}+5 > 1. \end{cases}$$

а) $(-\infty; 3)$; б) $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$; в) $(\frac{1}{3}; +\infty)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.13. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x}{7} + 2x \leq 0, \\ 5x + \frac{1}{2} < 7. \end{cases}$$

а) $(-\infty; -1,3)$; б) $(-\infty; 0)$; в) $(-\infty; 1,3)$; г) $(-\infty; 0,3)$; д) інша відповідь.

3.14. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 15 + \frac{x}{2} \geq 1, \\ 3x + \frac{1}{3} \leq 4. \end{cases}$$

а) $[-2,8; +\infty)$; б) $[\frac{1}{3}; +\infty)$; в) $(-\infty; \frac{1}{3}]$; г) $[-28; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.15. Розв'язати

$$\frac{x-3}{x+7} < 0.$$

а) $(-\infty; -7) \cup (3; +\infty)$; б) $(-7; 3)$; в) $(-3; 7)$; г) $(-\frac{1}{7}; \frac{1}{3})$; д) інша відповідь.

3.16. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{x-2}{4} \leq 1, \\ \frac{x-3}{2} + x - 3 \leq 0. \end{cases}$$

а) $(-\infty; -3)$; б) $(-\infty; \frac{1}{3}]$; в) $(-\infty; 4]$; г) $(-\infty; 3]$; д) інша відповідь.

3.17. Розв'язати

$$\frac{x^2 + 1,5x - 1}{x} \geq 0.$$

а) $[2; 0) \cup [\frac{1}{2}; +\infty)$; б) $(-2; +\infty)$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-\infty; \frac{1}{2}]$; д) інша відповідь.

3.18. Розв'язати

$$\frac{2x-10}{x+8} < 0.$$

а) $(-\infty; -8) \cup (5; +\infty)$; б) $(-8; 5)$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-\infty; -5) \cup (8; +\infty)$;
д) інша відповідь.

3.19. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{2x}{3} - 5 \leq x, \\ \frac{1}{2} - \frac{x}{3} + x > 2. \end{cases}$$

а) $[-60; +\infty)$; б) $(3; +\infty)$; в) $[-60; 3)$; г) $(-\infty; -60]$; д) інша відповідь.

3.20. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{5x}{2} + \frac{4x}{3} < 23, \\ 3(x+2) - 0,5(4x+3) < 6,5. \end{cases}$$

а) $(-\infty; 6)$; б) $(-\infty; -6)$; в) $(-\infty; -7)$; г) $(-\infty; -3)$; д) інша відповідь.

3.21. Розв'язати

$$\frac{x}{1-x} > \frac{2x}{3-x} + \frac{1}{4}.$$

а) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$; б) $(-\infty; -3) \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right)$; в) $(-\infty; -3) \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right) \cup (3; +\infty)$; г) $(-\infty; +\infty)$;

д) інша відповідь.

3.22. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x-2}{2} > 0, \\ 3x + \frac{x}{7} > 0. \end{cases}$$

а) $(-\infty; +\infty)$; б) $\left(1\frac{1}{5}; +\infty\right)$; в) $\left(\frac{7}{22}; 1\frac{1}{5}\right)$; г) $\left(\frac{7}{22}; +\infty\right)$; д) інша відповідь.

3.23. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} x + \frac{x-1}{3} > 2, \\ 5x - 7 > 2(x-2). \end{cases}$$

а) $(1; +\infty)$; б) $\left(1\frac{3}{4}; +\infty\right)$; в) $\left(1; 1\frac{3}{4}\right)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.24. Розв'язати

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 6x + 8} > 0.$$

а) $(-\infty; -3)$; б) $(-\infty; 3) \cup (8; +\infty)$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$;

д) інша відповідь.

3.25. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{3} + \frac{x}{2} > 1, \\ 4(x-3) - 5x \geq 7x + 6. \end{cases}$$

а) $\left[-2\frac{1}{4}; +\infty\right)$; б) $\left(\frac{4}{15}; +\infty\right)$; в) $\left[-2\frac{1}{4}; \frac{4}{15}\right)$; г) $\left(-\infty; -2\frac{1}{4}\right] \cup \left(\frac{4}{15}; +\infty\right)$;

д) інша відповідь.

3.26. Розв'язати

$$\frac{5x+1}{x^2+x-6} \geq 0.$$

а) $(-3; 2)$; б) $\left[-\frac{1}{5}; 2\right)$; в) $\left(-3; -\frac{1}{5}\right] \cup (2; +\infty)$; г) $(-\infty; -3)$;

д) інша відповідь.

3.27. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 4x - 15 < 8x + 1, \\ 3x - 2 > x - 18. \end{cases}$$

- а) $(-4; +\infty)$; б) $(-\infty; -8) \cup (-5; +\infty)$; в) $(-8; +\infty)$; г) $(-\infty; -8)$;
 д) інша відповідь.

3.28. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x+2}{3} + \frac{x}{3} \geq 3, \\ 7(x-1) \geq \frac{x}{2}. \end{cases}$$

- а) $[2,8; +\infty)$; б) $\left[\frac{7}{13}; +\infty\right)$; в) $\left[\frac{7}{13}; 2,8\right]$; г) $\left[-\frac{7}{13}; 2,8\right]$; д) інша відповідь.

3.29. Розв'язати

$$\frac{1}{x+2} + \frac{2}{x+3} < \frac{3}{x+4}.$$

- а) $(-4; -3) \cup (-2,5; -2)$; б) $(-4; -2)$; в) $(-3; -2,5)$; г) $(-4; -2,5)$;
 д) інша відповідь.

3.30. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 5(x-3) > 7x - 4(x+5), \\ 3(2x+3) - 5 < 4(x+2) + 1. \end{cases}$$

- а) $(-2,5; +\infty)$; б) $(-\infty; 2,5)$; в) $(-2,5; 2,5)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.31. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} + 5x < 5, \\ 2(x-4) - x > 5 + 2x. \end{cases}$$

- а) $(-\infty; 1)$; б) $(-\infty; -13)$; в) $(-13; 1)$; г) $(1; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.32. Розв'язати

$$\frac{x-3}{x^2+2x-8} \leq 0.$$

- а) $(-\infty; -4] \cup [2; 3]$; б) $\left[\frac{1}{3}; 2\right]$; в) $(-\infty; -4) \cup (2; 3]$; г) $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$; д) інша відповідь.

3.33. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x-5}{3} - 2x > 2x - 8, \\ 3x - \frac{2x+10}{2} < 2. \end{cases}$$

- а) $\left(-\infty; 3\frac{1}{2}\right)$; б) $\left(1\frac{8}{11}; 3\frac{1}{2}\right)$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $\left(-\infty; 1\frac{8}{11}\right)$; д) інша відповідь.

3.34. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x+5}{2} + 3x > 7, \\ \frac{x}{3} + 5(x+2) > 2. \end{cases}$$

а) $\left(1\frac{2}{7}; +\infty\right)$; б) $\left(-\frac{7}{8}; +\infty\right)$; в) $\left(-\frac{7}{8}; 1\frac{2}{7}\right)$; г) $\left(-\infty; -\frac{7}{8}\right)$; д) інша відповідь.

3.35. Розв'язати

$$\frac{x}{x+1} > \frac{2x}{x+3} - \frac{1}{4}.$$

а) $(-3; -1) \cup \left(-\frac{1}{3}; 3\right)$; б) $(-3; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right)$; в) $(-3; -1)$; г) $\left(-\frac{1}{3}; 3\right)$;

д) інша відповідь.

3.36. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 5(3x-1) - 8 < 2, \\ \frac{5(x+7)}{4} < 3. \end{cases}$$

а) $\left(-\infty; -4\frac{3}{5}\right)$; б) $\left(-4\frac{3}{5}; 1\right)$; в) $(-\infty; 1)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.37. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 3x + 8 < 7x + 10, \\ 2x - 3(x - 5) > 10 - 3x. \end{cases}$$

а) $(-2,5; +\infty)$; б) $(-0,5; +\infty)$; в) $(0,5; +\infty)$; г) $(-2,5; -0,5)$; д) інша відповідь.

3.38. Розв'язати

$$\frac{x-10}{2-x} > 1.$$

а) $(-\infty; 2) \cup (6; +\infty)$; б) $(-\infty; -8) \cup (-5; +\infty)$; в) $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$; г) $(-\infty; +\infty)$;

д) інша відповідь.

3.39. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 15x - 4(x+2) \geq 13, \\ \frac{x}{3} + 4x + 8 < 9x. \end{cases}$$

а) $[3; +\infty)$; б) $[2; +\infty)$; в) $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$; г) $(-\infty; -3) \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right)$; д) інша відповідь.

3.40. Розв'язати

$$\frac{x^2 - x - 2}{x} \geq 0.$$

а) $[-1; +\infty)$; б) $[-1; 0) \cup [2; +\infty)$; в) $(-\infty; 2)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.41. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x+6}{2} - 5 \leq 0, \\ 2(x-3) + \frac{x}{3} < 1. \end{cases}$$

а) $(-\infty; 3)$; б) $(3; 4]$; в) $(-\infty; 4]$; г) $[4; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.42. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 3x + 7 > 5x + 10, \\ 4x - 1 > x - 16. \end{cases}$$

а) $(-\infty; -1,5) \cup (5; +\infty)$; б) $(-1,5; 5)$; в) $(-1,5; +\infty)$; г) $(-2,5; +\infty)$;

д) інша відповідь.

3.43. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{2x-3}{3} + 4x > 2, \\ \frac{x-1}{4} - 5 < x. \end{cases}$$

а) $\left(\frac{9}{14}; +\infty\right)$; б) $(-7; +\infty)$; в) $\left(-7; \frac{9}{14}\right)$; г) $(-\infty; -7)$; д) інша відповідь.

3.44. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{3x+2}{4} - \frac{x-3}{2} > 0, \\ x-5 - \frac{x+1}{2} \geq 0. \end{cases}$$

а) $(-8; +\infty)$; б) $(-\infty; -9) \cup (9; +\infty)$; в) $(9; +\infty)$; г) $[9; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.45. Розв'язати

$$\frac{x^2 + 6x}{4 - 3x - x^2} \geq 0.$$

а) $(-6; 1)$; б) $[-6; -4) \cup [0; 1)$; в) $[-6; -2) \cup [0; 1)$; г) $\left[-6; -\frac{1}{4}\right) \cup [0; 1)$;

д) інша відповідь.

3.46. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x+4}{2} + \frac{x}{3} \geq 1, \\ 2(x+5) - 3x \leq 6x + 7. \end{cases}$$

а) $\left[\frac{3}{7}; +\infty\right)$; б) $\left[-\frac{3}{4}; \frac{3}{7}\right]$; в) $[-1; +\infty)$; г) $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$; д) інша відповідь.

3.47. Розв'язати

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 6x + 8} \leq 0.$$

а) $(-\infty; 1)$; б) $(-\infty; -4)$; в) $(-2; -1]$; г) $(-2; +\infty)$; д) інша відповідь.

3.48. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} 3(2x+5) - 4x < 7, \\ 3x - 7 > 2(2x+7), \\ 5(x+2) - 3 > 5x. \end{cases}$$

а) $(-\infty; 7)$; б) $(-\infty; -4)$; в) $(-\infty; -21)$; г) $(-21; 7)$; д) інша відповідь.

3.49. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x+5}{4} - 2x < 0, \\ x - \frac{2x-4}{5} > 1 - 2x. \end{cases}$$

а) $\left(-\frac{1}{13}; +\infty\right)$; б) $\left(\frac{2}{13}; +\infty\right)$; в) $\left(\frac{1}{13}; +\infty\right)$; г) $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$; д) інша відповідь.

3.50. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{2x-5}{3} \geq 5-x, \\ 1 + \frac{2x+3}{2} \leq 2x. \end{cases}$$

а) $[2,5;+\infty)$; б) $[0;2,5]$; в) $(-2,5;+\infty)$; г) $[-1;0) \cup [2;+\infty)$; д) інша відповідь.

4. Зразок контрольної роботи з теми: “Нерівності, системи та сукупності нерівностей”

1. Розв’язати нерівність

$$2(2x-5) + 5(1-2x) \geq 3(x-3)$$

Розв’язання. Розкриємо дужки і отримаємо:

$$\begin{aligned} 4x - 10 + 5 - 10x &\geq 3x - 9, \\ 4x - 10x - 3x &\geq -9 + 10 - 5, \\ -9x &\geq -4, \\ x &\leq \frac{4}{9}. \end{aligned}$$

Відповідь. $x \in \left(-\infty; \frac{4}{9}\right]$.

2. Розв’язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 3(x+1) - \frac{x-2}{4} < 5x - 7 \cdot \frac{x+3}{2}, \\ 2x - \frac{x}{3} + 6 \leq 4x - 3. \end{cases}$$

Розв’язання. Перетворимо кожен з нерівностей системи нерівностей і отримаємо:

$$\begin{cases} 3(x+1) - \frac{x-2}{4} - 5x + \frac{7(x+3)}{2} < 0, \\ 2x - \frac{x}{3} + 6 - 4x + 3 \leq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4 \cdot 3(x+1) - (x-2) - 4 \cdot 5x + 2 \cdot 7(x+3)}{4} < 0, \\ \frac{3 \cdot 2x - x + 3 \cdot 9 - 3 \cdot 4x}{3} \leq 0. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{12x + 12 - x + 2 - 20x + 14x + 42}{4} < 0, \\ \frac{6x - x + 27 - 12x}{3} \leq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5x + 56}{4} < 0, \\ \frac{27 - 7x}{3} \leq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 56 < 0, \\ 27 - 7x \leq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x < -56, \\ 7x \geq 27. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x < -\frac{56}{5}, \\ x \geq \frac{27}{7}. \end{cases}$$

Розв’язки обох нерівностей зобразимо на числовій прямій: (рис. 13)

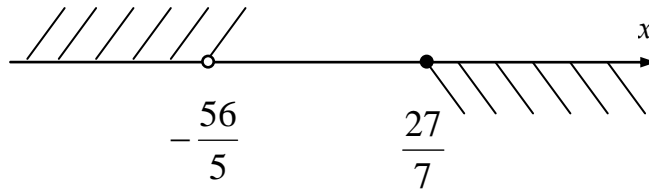


Рис. 13

Як бачимо дана система нерівностей не має розв'язів.

Відповідь. \emptyset .

3. Розв'язати сукупність нерівностей

$$\begin{cases} \frac{2x-3}{5} > \frac{3x-2}{2}, \\ \frac{x}{3} + 1 > \frac{3x}{2}. \end{cases}$$

Розв'язання. Перетворимо кожен з нерівностей, звівши до спільного знаменника:

$$\begin{cases} \frac{2x-3}{5} - \frac{3x-2}{2} > 0, \\ \frac{x}{3} + 1 - \frac{3x}{2} > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2(2x-3) - 5(3x-2)}{10} > 0, \\ \frac{2 \cdot x + 6 - 3 \cdot 3x}{6} > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x-6-15x+10}{10} > 0, \\ \frac{2x+6-9x}{6} > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4-11x}{10} > 0, \\ \frac{6-7x}{6} > 0. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 4-11x > 0, \\ 6-7x > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x < 4, \\ 7x < 6. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{11}, \\ x < \frac{6}{7}. \end{cases}$$

Розв'язки обох нерівностей зобразимо на числовій прямій: (рис. 14)

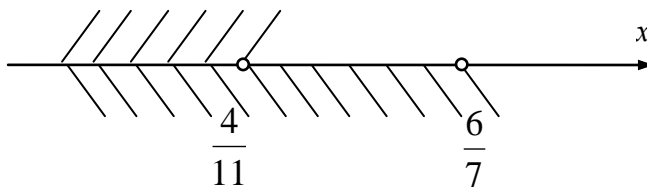


Рис. 14

Відповідь. $x \in \left(-\infty; \frac{6}{7}\right)$.

4. Розв'язати

$$\frac{x^2 - 5x}{x^2 + 2x - 3} \geq 0.$$

Розв'язання. Розпишемо дану нерівність на сукупність двох систем нерівностей

$$\begin{cases} \begin{cases} x^2 - 5x \geq 0, \\ x^2 + 2x - 3 > 0; \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 5x \leq 0, \\ x^2 + 2x - 3 < 0. \end{cases} \end{cases}$$

У декартовій системі координат зобразимо графіки функцій $y = x^2 - 5x$ і $y = x^2 + 2x - 3$. (рис. 15)

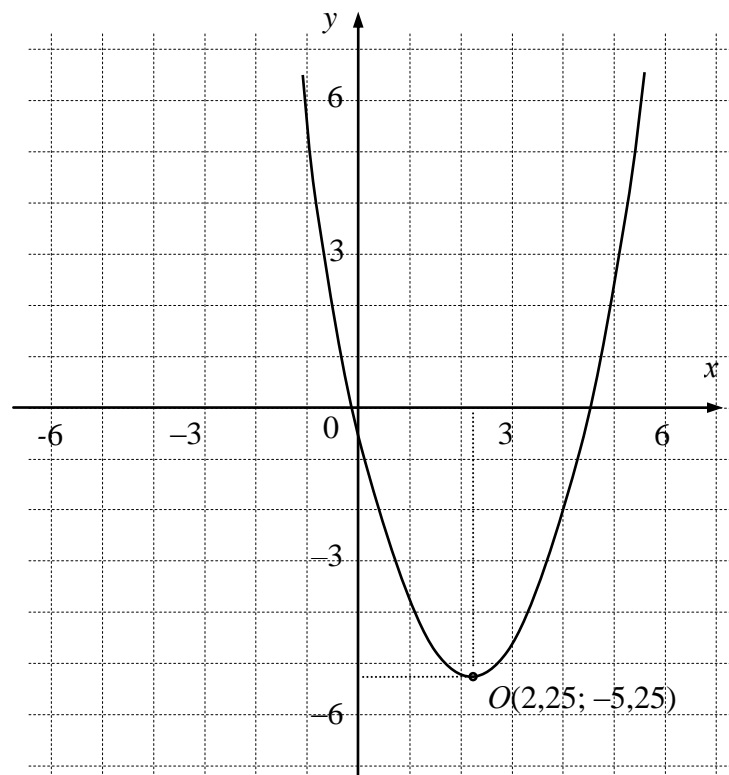


Рис. 15

Як бачимо з графіків функцій розв'язком нерівності $x^2 - 5x \geq 0$ буде: $x \in (-\infty; 0] \cup [5; +\infty)$, а розв'язком нерівності $x^2 + 2x - 3 > 0$ буде проміжок $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Зобразимо розв'язки обох нерівностей на спільній числовій прямій (рис. 16)

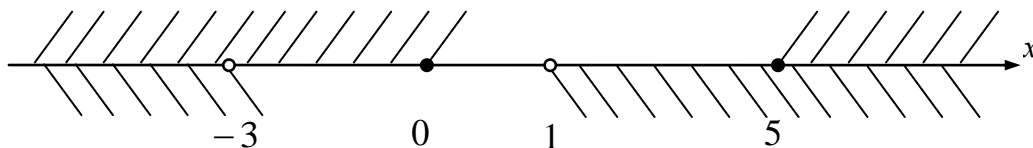


Рис. 16

Розв'язком першої системи нерівностей, що входять до даної сукупності є проміжок $x \in (-\infty; -3) \cup [5; +\infty)$.

Розглянемо другу систему нерівностей що входять до сукупності. Розв'язком нерівності $x^2 - 5x \leq 0$ буде: $x \in [0; 5]$, а розв'язком нерівності $x^2 + 2x - 3 < 0$ буде проміжок $x \in (-3; 1)$.

Зобразимо розв'язки обох нерівностей на спільній числовій прямій (рис. 17)

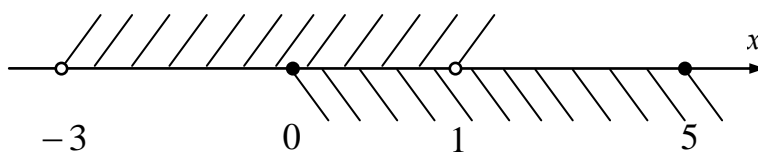


Рис. 17

Розв'язком другої системи нерівностей, що входять до даної сукупності є проміжок $x \in [0;1)$.

Представимо розв'язки обох систем на числовій прямій (рис 18)

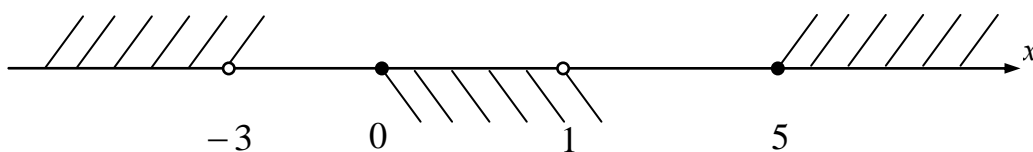


Рис. 18

Відповідь : $x \in (-\infty; -3) \cup [0; 1) \cup [5; +\infty)$.

Відповіді

1.

- 1.2. $(-\infty; -9) \cup (9; +\infty)$. 1.6. $(-\infty; +\infty)$. 1.8. $[6; +\infty)$. 1.10. $(-\frac{1}{3}; +\infty)$. 1.13. $(-\infty; -\frac{4}{19})$.
 1.15. $(-\infty; -\frac{2}{23})$. 1.19. -1 . 1.22. 2 . 1.23. $(-\infty; +\infty)$. 1.27. 1 . 1.30. $(-\infty; +\infty)$. 1.33. -4 .
 1.36. $(-\infty; +\infty)$. 1.39. $(-\infty; -1\frac{2}{3})$. 1.42. $[-2; \frac{3}{4}]$. 1.44. 4 . 1.47. 6 . 1.49. $(-\infty; +\infty)$.

2.

- 2.2. $(2; +\infty)$. 2.5. $(1,6; 2)$. 2.7. $(-2; 11)$. 2.10. $2; 3; 4$. 2.13. $3; 4; 5; 6; 7$. 2.16. $[-\frac{2}{3}; \frac{3}{7}]$.
 2.19. $(-\infty; 10)$. 2.22. $(16; 18)$. 2.25. -2 . 2.28. -3 . 2.31. $(-\infty; 1\frac{1}{3})$. 2.32. $[4; 4,5]$.
 2.35. $(-\frac{1}{3}; 3)$. 2.39. $(2; +\infty)$. 2.42. $(-\infty; 1\frac{1}{2})$. 2.45. $(-2\frac{1}{3}; 1\frac{3}{5})$. 2.48. 1 . 2.49. 3 .

3.

- 3.1. $(-\infty; -3)$. 3.4. $[0; +\infty)$. 3.7. $(-\infty; -9) \cup [6; +\infty)$. 3.10. $(-2; 3) \cup [5; +\infty)$. 3.13. $(-\infty; 1,3)$.
 3.16. $(-\infty; 3]$. 3.18. $(-8; 5)$. 3.21. $(-\infty; +\infty)$. 3.24. $(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$. 3.27. $(-8; +\infty)$.
 3.30. $(-2; 3)$. 3.31. $(-\infty; 1)$. 3.33. $(-\infty; 3\frac{1}{2})$. 3.34. $(-\frac{7}{8}; +\infty)$. 3.37. $(-2,5; +\infty)$.
 3.38. $(-\infty; 2) \cup (6; +\infty)$. 3.43. $(-7; +\infty)$. 3.44. $[9; +\infty)$. 3.48. $(-\infty; 7)$.

Список рекомендованої літератури

1. Дидактические материалы по алгебре для 8 класса / В.И. Жохов, Ю.Н.Макарычев, Н.Г. Миндюк. – М.: Просвещение, 1991. – 144 с.
2. Збірник задач з математики для вступників до втузів: Навч. посібник / Під ред. М.І.Сканаві. – К., 2000. – 527 с.
3. Збірник тестових завдань з математики / Під ред. О.Р.Никифорчина. – Івано-Франківськ, Плай. – 2005. – 189 с.
4. Курс математики: Навч. посібник / В.Н.Боровик, Л.М.Вивальнюк, М.М.Мурач, О.І.Соколенко. – К.: Вища шк., 1995. – 392 с.
5. Математика. Довідковий повторювальний курс: Навч. посібник / За ред. М.Й.Ядренка. – К.: Вища шк., 1992. – 495 с.
6. Математика: Справочные материалы: книга для учащихся / За ред. Гусева В.А., Мордковича А.Г. – М.: Просвещение, 1988. – 416 с.
7. Сборник задач по математике: Пособие для педучилищ А.М.Пышкало, Л.П.Стойлова, Н.Н.Лаврова, Н.П.Ирошников. – М.: Просвещение, 1979. – 208 с.
8. Система тренировочных задач и упражнений по математике / А.Я.Симонов, Д.С.Бакаев, А.Г.Эпельман и др. – М.: Просвещение, 1991. – 208 с.