

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНИКА

ПРОГНОЗУВАННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Практичні завдання та методичні вказівки до їх виконання
для студентів напрямку підготовки «Економічна кібернетика»
денної форми навчання

Івано-Франківськ
2011

ББК 65.в641
УДК 330.46

*Рекомендовано до друку Вченою радою економічного факультету
Прикарпатського національного університету імені В. Стефаника.
Протокол № 10 від 6 грудня 2011 р.*

Укладачі: **Лотоцька Мар'яна Ростиславівна**, доцент кафедри економічної кібернетики Прикарпатського національного університету імені В. Стефаника, к.е.н.
Русин Роман Семенович, доцент кафедри економічної кібернетики Прикарпатського національного університету імені В. Стефаника, к.е.н.
Рязанцев Андрій Вікторович, викладач кафедри економічної кібернетики Прикарпатського національного університету імені В. Стефаника, к.е.н.
Чернявський Микола Олександрович, викладач кафедри економічної кібернетики Прикарпатського національного університету імені В. Стефаника, к.е.н.

Рецензенти: **Кондур О.С.**, професор кафедри економічної кібернетики Прикарпатського національного університету імені В. Стефаника, к.ф.-м.н., доцент;
Баран Р.Я., доцент кафедри фундаментальних дисциплін Івано-Франківського інституту менеджменту Тернопільського національного економічного університету, к.е.н.

Відповідальний за випуск: **Благун І.С.**, Заслужений діяч науки і техніки України, завідувач кафедри економічної кібернетики Прикарпатського національного університету імені В. Стефаника, д.е.н., професор.

Лотоцька М.Р., Русин Р.С., Рязанцев А.В., Чернявський М.О.
Прогнозування соціально-економічних процесів. Практичні завдання та методичні вказівки до їх виконання. Для студентів на пряму підготовки «Економічна кібернетика» денної форми навчання. – Івано-Франківськ, 2011. – 71 с.

Вступ

Прогноз, як засіб пізнання майбутнього, є невід'ємною частиною соціально-економічного розвитку. Прогнозування соціально-економічних процесів за допомогою сучасного апарату економіко-математичного моделювання дозволяє обґрунтувати основні напрямки економічної політики, передбачити наслідки прийнятих рішень і є одним з вирішальних наукових факторів формування стратегії і тактики суспільного розвитку.

«Прогнозування соціально-економічних процесів» є однією з базових дисциплін економіко-математичного циклу, має одночасно теоретичне, методологічне і конкретно-прикладне значення.

Об'єктом вивчення дисципліни є економічні процеси розширеного відтворення.

Предметом дисципліни є соціально-економічні явища та процеси або їх моделі та методи дослідження, а також сукупності статистичних даних, що їх описують та характеризують в різні моменти або проміжки часу.

Мета викладання дисципліни полягає у вивченні основних типів моделей та методів, які використовуються в процесі розробки прогнозів соціальних та економічних явищ і процесів, а також в отриманні студентами вмінь та навичок з практичного застосування засвоєних знань.

У результаті вивчення дисципліни *студенти повинні*:

- *знати* сутність основних понять прогностики, особливості прогностичних ефектів та методи і цілі їх використання, головні принципи розробки прогнозів соціальних і економічних процесів, основні типи моделей, які використовуються в прогнозуванні, методи розробки прогнозів, методи оцінювання прогностичних властивостей моделі;
- *вміти* ідентифікувати фактори, які необхідно включати до прогнозу моделі, адекватно специфікувати модель, своєчасно застосовувати аналітичні та механічні методи вирівнювання динамічних рядів, перевіряти достовірність моделі та її параметрів, виконувати точковий та інтервальний прогноз на основі різних економетричних моделей,

визначати основні економічні характеристики розрахованих прогнозних показників.

Навчальний процес здійснюється у таких формах: лекційні, семінарські, практичні та лабораторні заняття.

Метою практичних робіт з даної дисципліни є закріплення і поглиблення знань теоретичного матеріалу, формування у студентів практичних навиків побудови моделей прогнозування, здійснення прогнозу та аналіз одержаних результатів щодо стану соціально-економічних об'єктів та їх основних закономірностей розвитку. Дані методичні рекомендації містять необхідний теоретичний матеріал і перелік варіантів завдань.

1. МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ КОРОТКОСТРОКОВОГО ПРОГНОЗУВАННЯ

Тема 1. “Експертні методи прогнозування”

Завдання 1. Коефіцієнт асоціації (коефіцієнт Юла) і контингенції (Ф)

Для приведених варіантів завдань необхідно дослідити вибірку даних та ступінь зв'язку двох ознак за допомогою коефіцієнта асоціації (коефіцієнт Юла) та контингенції (Ф).

Варіанти завдання:

Варіант 1

Визначити відношення телеглядачів до телепередачі в залежності від їх статі. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.1.):

Таблиця 1.

Вихідні дані

Стать	Відношення до передачі	
	Позитивне	Незадовільне
Чоловіки	25	10
Жінки	9	16

Варіант 2

Визначити залежність між успішністю студентів - заочників одного з вузів і роботою їх за фахом. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.2.):

Таблиця 2.

Вихідні дані

Студенти-заочники	З них	
	Одержали позитивні оцінки	Одержали незадовільні оцінки
Працюючі за фахом	180	120
Не працюючі за фахом	100	200

Варіант 3

Визначити відношення водіїв автотранспорту до правил дорожнього руху в залежності від їх статі. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.3.):

Таблиця 3.

Вихідні дані

Стать	Відношення до правил дорожнього руху	
	Порушення	Виконання
Чоловіки	20	30
Жінки	5	45

Варіант 4

Визначити залежність між успішністю здачі іспитів абітурієнтами і їх середнім балом у школі. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.4.):

Таблиця 4.

Вихідні дані

Абітурієнти	З них	
	Одержали позитивні оцінки	Одержали незадовільні оцінки
Відмінники	80	20
Середній бал	60	40

Варіант 5

Визначити залежність між наявністю дальтонізму в залежності від статі людини. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.5.):

Таблиця 5.

Вихідні дані

Стать	З них	
	Дальтоніки	Не дальтоніки
Чоловіки	38	442
Жінки	6	514

Варіант 6

Визначити відношення телеглядачів до телепередачі в залежності від їх віку. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.6.):

Таблиця 6.

Вихідні дані

Стать	Відношення	
	Позитивне	Незадовільне
Діти	11	15
Підлітки	25	4

Варіант 7

Визначити залежність між успішністю навчання студентів одного з вузів та їх кар'єрним ростом. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.7.):

Таблиця 7.

Вихідні дані

Студенти	З них	
	Одержали відмінні оцінки	Одержали задовільні оцінки
Швидкий кар'єрний ріст	180	75
Не має кар'єрного росту	90	200

Варіант 8

Визначити відношення службовців до правил корпоративної етики в залежності від їх статі. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.8.):

Таблиця 8.

Вихідні дані

Стать	Відношення до правил корпоративної етики	
	Порушення	Виконання
Чоловіки	10	40
Жінки	25	25

Варіант 9

Визначити залежність між успішністю здачі іспитів абітурієнтами і їх середнім балом у школі. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.9.):

Таблиця 9.

Вихідні дані

Абітурієнти	З них	
	Одержали позитивні оцінки	Одержали незадовільні оцінки
Відмінники	85	15
Середній бал	60	40

Варіант 10

Визначити залежність між фахом роботи в залежності від статі людини. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.10.):

Таблиця 10.

Вихідні дані

Стать	З них	
	Працюючі за фахом	Не працюючі за фахом
Чоловіки	338	112
Жінки	126	304

Методичні вказівки до виконання завдання*Умова завдання.*

Дослідити зв'язок між успішністю студентів-заочників одного з вузів і роботою їх за фахом. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.11.):

Таблиця 11.

Вихідні дані

Студенти-заочники	Число студентів	З них	
		Одержали позитивні оцінки	Одержали незадовільні оцінки
Працюючі за фахом	200	180	20
Не працюючі за фахом	200	140	60
Разом	400	320	80

Необхідно:

дослідити вибірку даних та ступінь зв'язку двох ознак за допомогою коефіцієнта асоціації (коефіцієнт Юла) та контингенції (Φ).

Розв'язок завдання.

Для визначення тісноти зв'язку двох якісних ознак, кожний з яких складається тільки з двох груп, застосовуються коефіцієнти асоціації і контингенції. При дослідженні зв'язку числовий матеріал розташовують у вигляді таблиць спряженості (табл.12):

Таблиця 12.

Таблиця для обчислення коефіцієнтів асоціації і контингенції

a	b	a+b
c	d	c+d
a+c	b+d	a+b+c+d

Для обчислення будується таблиця, що показує зв'язок між двома явищами, кожне з яких повинно бути альтернативним, тобто складається з двох якісно незалежних один від одного значень ознаки (наприклад, гарний, поганий).

Коефіцієнти визначаються за формулами.

$$\text{Асоціації (коефіцієнт Юла): } K_a(Q) = \frac{ad - bc}{ad + bc}.$$

I є мірою однобічного зв'язку.

$K_a = 0$, якщо ознаки незалежні;

$K_a = 1$, якщо ознаки повністю залежні;

$K_a = -1$, у випадку повного зворотного зв'язку.

$$\text{Контингенції: } K_k(\Phi) = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b) * (b+d) * (a+c) * (c+d)}}.$$

Застосовується для виявлення ступеня зв'язку.

Коефіцієнт контингенції завжди менше коефіцієнта асоціації та змінюється також від +1 до - 1. Значення коефіцієнтів збігаються тільки за наявності повного двостороннього зв'язку. Значущість даного коефіцієнта

перевіряється за допомогою критерію χ^2 з 1- м ступенем волі:

$$\chi^2 = n\Phi^2.$$

Зв'язок існує якщо $K_a \geq 0,5$ або $K_k \geq 0,3$.

$$K_a = \frac{180 * 60 - 140 * 20}{180 * 60 + 140 * 20} = \frac{10800 - 2800}{10800 + 2800} = \frac{8000}{13600} = 0,6$$

$$K_k = \frac{180 * 60 - 140 * 20}{\sqrt{(180 + 20) * (20 + 60) * (60 + 140) * (140 + 180)}} = \frac{10800 - 2800}{\sqrt{200 * 80 * 200 * 320}} = 0,3$$

Таким чином, зв'язок між успішністю студентів-заочників і їх роботою за фахом істотний.

Завдання 2. Коефіцієнти рангової кореляції Спірмена і Кендала

Коефіцієнти рангової кореляції є показниками непараметричної міри взаємозалежності між двома випадковими змінними, що виміряні в порядковій шкалі. Коефіцієнти рангової кореляції Спірмена і Кендала можна застосувати і до даних, що виміряні у кількісних шкалах, поряд з коефіцієнтом кореляції Пірсона. Коефіцієнти рангової кореляції менш чуттєві до погрешностей у результатах спостережень, а тому є більш стійкими і надійними мірами взаємозалежності в порівнянні з коефіцієнтом кореляції Пірсона.

Для приведених варіантів завдань необхідно:

- обчислити коефіцієнти рангової кореляції Спірмена і Кендала для даних показників;
- перевірити статистичну значущість рангової кореляції за відповідними критеріями;
- зробити висновки, щодо тісноти зв'язку.

Варіанти завдання:

Варіант 1

На основі дослідження обсягу виробництва (x) і прибутку підприємства (y) за десять кварталів були одержані наступні дані (табл.1):

Таблиця 1.

Вихідні дані

x	69.9	83.3	95.5	87.2	71.3	92.8	76.5	83.5	69.9	76.5
y	177	113.2	159.9	163.6	150.8	171.2	173.1	115.4	125.6	113.2

Варіант 2

Досліджується обсяг продажу (тис. грн.) у двох магазинах побутової техніки за 10 днів. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.2):

Таблиця 2.

Вихідні дані

x	29	25	27	28	28	28	31	32	15	32
y	39	27	28	26	29	19	20	29	27	21

Варіант 3

На основі дослідження обсягу врожаю на сусідніх полях пшениці (x) і картоплі (y) за десять років були одержані наступні дані (табл.3):

Таблиця 3.

Вихідні дані

x	26,3	19,9	16,7	23,2	31,4	33,5	28,2	35,3	29,3	30,5
h	7,4	6,1	6,0	7,3	9,4	9,2	8,8	10,4	8,0	9,7

Варіант 4

Досліджується обсяг продажу (тис. грн.) у супермаркетах міста за 10 днів. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.4):

Таблиця 4.

Вихідні дані

x	121	256	204	136	302	166	233	169	204	247
Y	342	258	369	124	264	245	283	241	155	174

Варіант 5

На основі дослідження двох магазинів однієї фірми зроблений звіт про число покупців які були в магазинах протягом десяти днів і зробили покупки.

Одержані наступні дані (табл.5):

Таблиця 5.

Вихідні дані

x	99	64	101	85	79	88	97	95	90	100
y	83	102	125	85	91	96	94	89	90	75

Варіант 6

Досліджується обсяг продажу (тис. грн.) у супермаркетах міста за 10 днів.

Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл.6):

Таблиця 6.

Вихідні дані

x	121	256	204	136	302	166	233	169	204	247
z	257	213	188	124	179	166	215	204	155	187

Варіант 7

На основі дослідження двох магазинів однієї фірми зроблений звіт про число покупців які були в магазинах протягом десяти днів і зробили покупки.

Одержані наступні дані (табл.7):

Таблиця 7.

Вихідні дані

y	83	102	125	85	91	96	94	89	90	75
z	89	64	56	105	79	87	90	87	101	89

Варіант 8

На основі дослідження отримано, як результат, соціологічні анкети 10 працівників банку (бальні оцінки якостей працівників за успішністю кар'єри та моральним кліматом у колективі). Кожна оцінка представлена натуральним числом, 1 - привласнюється максимальній оцінці, n - мінімальній. Одержані наступні оцінки (табл.8):

Таблиця 8.

Вихідні дані

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Успішність кар'єри	2	2	5	3	4	6	1	7	7	1
Моральний клімат у колективі	5	7	2	3	1	2	4	2	3	6

Варіант 9

На основі дослідження отримано, як результат, соціологічні анкети 10 працівників банку (бальні оцінки якостей працівників за успішністю кар'єри та рівнем лідерських якостей). Кожна оцінка представлена натуральним числом, 1 - привласнюється максимальній оцінці, n - мінімальній. Одержані наступні оцінки (табл.9):

Таблиця 9.

Вихідні дані

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Успішність кар'єри	2	2	5	3	4	6	1	7	7	1
Рівень лідерських якостей	1	1	3	2	3	5	3	6	5	2

Варіант 10

На основі дослідження отримано, як результат, соціологічні анкети 10 працівників банку (бальні оцінки якостей працівників за рівнем лідерських якостей та моральним кліматом у колективі). Кожна оцінка представлена натуральним числом, 1 - привласнюється максимальній оцінці, n - мінімальній. Одержані наступні оцінки (табл.10):

Таблиця 10.

Вихідні дані

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Рівень лідерських якостей	1	1	3	2	3	5	3	6	5	2
Моральний клімат у колективі	5	7	2	3	1	2	4	2	3	6

Методичні вказівки до виконання завдання

Умови завдання:

на основі дослідження обсягу виробництва (x) і прибутку підприємства (y) за десять кварталів були одержані наступні дані (табл.11):

Таблиця 11.

Вихідні дані

x	68.8	63.3	75.5	67.2	71.3	72.8	76.5	63.5	69.9	71.4
y	167	113.3	159.9	153.6	150.8	181.2	173.1	115.4	125.6	166.2

Необхідно:

обчислити коефіцієнти рангової кореляції Спірмена і Кендала для даних показників. Перевірити значущість рангової кореляції при $\alpha=0,10$.

Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена (r_s)

Нехай (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$ - вибірка спостережень двох змінних X і Y, вимірних у порядковій або кількісній шкалах. Припустимо, що елементи вибірки x_i і y_i , ($i = 1, 2, \dots, n$) не співпадають. Упорядкуємо елементи x_i по зростанню (тобто запишемо варіаційний ряд $(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)})$ і кожному x_i поставимо у відповідність ранг x'_i - номер елемента x, у варіаційному ряді. Очевидно, найменший елемент вибірки $x^{(1)}$ буде мати ранг 1, а найбільший елемент $x^{(n)}$ - ранг n. Аналогічно визначимо ранги y'_i , елементів y_i , ($i = 1, 2, \dots, n$). Кожній парі (x_i, y_i) відповідають пари рангів (x'_i, y'_i) . Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена обчислюється за формулою:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum (x'_i - y'_i)^2}{n(n^2 - 1)}.$$

Отримане значення r_s називають вибірковим коефіцієнтом рангової кореляції Спірмена r_s .

Коефіцієнт r_s по модулю не перевищує одиницю: $|r_s| \leq 1$. Більші значення вибіркового коефіцієнта r_s показують, що між випадковими величинами X і Y є залежність (у цьому випадку говорять, що коефіцієнт рангової кореляції Спірмена r_s - є значущим).

Знаючи вибіркове значення коефіцієнта рангової кореляції r_s , можна

перевірити гіпотезу про незначущість r_s $H_0: r_s = 0$, випадкові величини X і Y некорельовані. Для цього використовуються таблиці критичних значень r_s : $r(\alpha, n)$, де α - заданий рівень значущості, n - обсяг вибірки.

Якщо $|r_s| < r(\alpha, n)$, то гіпотеза $H_0: r_s = 0$ приймається на рівні значущості 2α при альтернативній гіпотезі $H_1: r_s \neq 0$.

Якщо $r_s > 0$ і $r_s < r(\alpha, n)$, то гіпотеза $H_0: r_s = 0$ приймається на рівні значущості α при альтернативній гіпотезі $H_1: r_s > 0$.

Визначимо ранги елементів даної вибірки. Попередньо перепишемо вихідну вибірку, упорядкувавши її елементи по верхньому рядку (x_i), і у результаті одержимо (табл. 12):

Таблиця 12.

Упорядкована вибірка

x	63.3	63.5	67.2	68.8	69.9	71.3	71.4	72.8	75.5	76.5
y	113.3	115.4	153.6	167	125.6	150.8	166.2	181.2	159.9	173.1

Визначимо ранги для значення (y_i). Варіаційний ряд має такий вигляд (табл. 13):

Таблиця 13.

Ранжовані дані

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y^{(1)}$	113.3	115.4	125.6	150.8	153.6	159.9	166.2	167	173.1	181.2

Таким чином, упорядкованій по елементах x_i вибірці відповідає наступна послідовність пар рангів та їх різностей (табл.14):

Таблиця 14.

Ранги коефіцієнтів

x'_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y'_i	1	2	5	8	3	4	7	10	6	9
$x'_i - y'_i$	0	0	-2	-4	2	2	0	-2	3	1

Вибіркове значення коефіцієнта рангової кореляції Спірмена r_s дорівнює: $r_s \approx 0,745$. Для даного прикладу $n=10$, $\alpha=0,10$. Щоб перевірити гіпотезу $H_0: r_s = 0$ при альтернативній гіпотезі $H_1: r_s \neq 0$, по таблиці знайдемо $r(0,05; 10) = 0,564$. Так, як $r_s > 0,564$, то коефіцієнт рангової кореляції є значущим.

Коефіцієнт рангової кореляції Кендала (τ)

Коефіцієнт рангової кореляції τ Кендала обчислюється за формулою:

$$\tau = 1 - \frac{4k}{n(n-1)},$$

де k - число інверсій у ряді рангів другої змінної (y_i) (за умови, що ранги першої змінної (x_i) упорядковані).

Для даного прикладу маємо наступні послідовності рангів (табл.15):

Таблиця 15.

Послідовності рангів

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	1	2	5	8	3	4	7	10	6	9

Знайдемо число інверсій (порушень порядку) у послідовності y_i , ($i=1,2,\dots,10$).

Числа 1 і 2 інверсій не утворюють; число 5 утворює дві інверсії, так як стоїть перед числами 3 і 4; 8 - утворює чотири інверсії з числами 3, 4, 7 і 6; 7 - утворює одну інверсію; 10 - дві. Таким чином, число інверсій $k=9$.

$$\tau = 1 - \frac{4 \cdot 9}{10(10-1)} = 0,6.$$

Для перевірки значущості коефіцієнта рангової кореляції Кендала необхідно скористатися таблицею критичних значень $\tau(\alpha, n)$.

Для двосторонньої альтернативи $H_1: \tau \neq 0$, критичне значення $\tau(0,05;10)=0,422$. Так, вибіркове значення $\tau = 0,6$, то на рівні значущості $\alpha=0,10$, гіпотезу $H_0: \tau = 0$ варто відхилити - рангова кореляція значуща.

Для перевірки значущості τ при великих обсягах вибірки використовується наступна статистика:

$$Z = \sqrt{\frac{9n(n-1)}{2(2n+5)}} \cdot \tau$$

При великих значеннях n статистика Z має (приблизно) стандартний нормальний розподіл $N(0,1)$.

Для даного прикладу вибіркове значення Z дорівнює:

$$Z = \sqrt{\frac{9 \cdot 10 \cdot 9}{2(2 \cdot 10 + 5)}} \cdot 0,6 \approx 2,4149$$

Так як квантиль розподілу $N(0,1)$: $u_{0,95}=1,645$, що менше Z_B , то коефіцієнт рангової кореляції τ значимо відрізняється від нуля.

Рівень значущості p для коефіцієнта рангової кореляції Кендала τ обчислюється за допомогою статистики

$$Z = \sqrt{\frac{9n(n-1)}{2(2n+5)}} \cdot \tau$$

$$p = P[|Z| > Z_\alpha]$$

У прикладі вибіркове значення статистики Z , $Z_B \approx 2,4149$, і, отже, обчислений рівень значущості p дорівнює:

$$p = P[|Z| > 2,4149] \approx 0,01574$$

Так як, це значення перевищує заданий рівень значущості $\alpha=0,10$, то коефіцієнт рангової кореляції τ значуще відмінний від нуля. Як і коефіцієнт рангової кореляції Спірмена r_s . коефіцієнт τ по модулю не перевершує одиниці: $|\tau| \leq 1$. Значення ± 1 ці коефіцієнти рангової кореляції приймають у випадку, коли послідовності рангів x_i, y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) збігаються, або розташовані у взаємно зворотному порядку.

Якщо два або більше елементів варіаційного ряду збігаються, то цим елементам присвоюється той самий ранг, рівний середньому арифметичному їхніх номерів.

У випадку співпадаючих рангів для розрахунку рангових коефіцієнтів кореляції r_s і τ використовуються скоректовані формули. Вибіркове значення коефіцієнта рангової кореляції Спірмена r_s обчислюється за формулою:

$$r_s = \frac{\frac{1}{6}(n^3 - n) - \sum (x'_i - y'_i)^2 - T_x - T_y}{\sqrt{\left[\frac{1}{6}(n^3 - n) - 2T_x \right] \left[\frac{1}{6}(n^3 - n) - 2T_y \right]}}$$

де

$$T_x = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{m_x} [(n_i)^3 - n_i]$$

$$T_y = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{m_y} [(n_i)^3 - n_i]$$

m_x - число груп співпадаючих рангів у послідовності рангів x'_i ,

n_t - число співпадаючих рангів у групі з номером t , ($t= 1,2, \dots, m_x$),

m_y - число груп співпадаючих рангів у послідовності y'_i ,

n_l - число співпадаючих рангів у групі з номером l , ($l= 1,2, \dots, m_y$).

Скоректована формула для обчислення коефіцієнта рангової кореляції Кендала має вигляд:

$$\tau' = \frac{\tau - \frac{2(U_x + U_y)}{n(n-1)}}{\sqrt{\left(1 - \frac{2U_x}{n(n-1)}\right)\left(1 - \frac{2U_y}{n(n-1)}\right)}}$$

де τ - значення коефіцієнта рангової кореляції Кендала, обчислене без виправлення;

$$U_x = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{m_x} n_t(n_t - 1)$$

$$U_y = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{m_y} n_l(n_l - 1)$$

де значення n_t і n_l були визначені вище.

Приклад.

Досліджується обсяг продажу (у тис. грн.) у двох магазинах побутової техніки за 10 днів. Результати обстеження характеризуються наступними даними (табл. 16):

Таблиця 16.

Вихідні дані

x	19	15	17	18	17	18	21	21	15	13
y	19	17	17	17	17	19	20	19	15	14

Необхідно:

визначити коефіцієнти рангової кореляції.

Розв'язок:

визначимо ранги вихідної вибірки за елементами першого рядка (x_i):

Таблиця 17.

Ранги вихідної вибірки

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	13	15	15	17	17	18	18	19	21	21
y	14	15	17	17	17	17	19	19	19	20

Другий рядок (y_i) також записаний у порядку зростання. Тому можна відразу записати послідовність пар рангів, привласнюючи повторюваним елементам рівні ранги за правилом середнього арифметичного:

Таблиця 18.

Послідовність пар рангів

x'	1	2.5	2.5	4.5	4.5	6.5	6.5	8	9.5	9.5
y'	1	2	4.5	4.5	4.5	4.5	8	8	8	10
$x' - y'$	0	0.5	-2	0	0	2	-1.5	0	1.5	-0.5

$$\sum (x' - y')^2 = 0.25 + 4 + 4 + 2.25 + 2.25 + 0.25 = 13, \quad n = 10$$

$$T_x = \frac{1}{12} [(2^3 - 2) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2)] + (2^3 - 2) = \frac{24}{12} = 2$$

$$T_y = \frac{1}{12} [(4^3 - 4) + (3^3 - 3)] = \frac{84}{12} = 7$$

$$r_s = \frac{\frac{1}{6}(10^3 - 10) - 13 - 2 - 7}{\sqrt{\left[\frac{1}{6}(10^3 - 10) - 2 \cdot 2 \right] \left[\frac{1}{6}(10^3 - 10) - 2 \cdot 7 \right]}} \approx 0,917$$

Далі обчислимо коефіцієнт τ . Так як в упорядкованій по x' послідовності пар, у другому рядку (y') інверсій немає, то $k=0$, і коефіцієнт рангової кореляції Кендалла дорівнює:

$$\tau = 1 - \frac{4k}{n(n-1)} = 1$$

Щоб визначити скоректоване значення τ' , попередньо обчислимо:

$$U_x = \frac{1}{2} [2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1] = 4;$$

$$U_y = \frac{1}{2} [4 \cdot 3 + 3 \cdot 2] = 9.$$

Таким чином τ' буде дорівнювати:

$$\tau' = \frac{1 - \frac{2(4+9)}{10 \cdot 9}}{\sqrt{\left(1 - \frac{2 \cdot 4}{10 \cdot 9}\right) \left(1 - \frac{2 \cdot 9}{10 \cdot 9}\right)}} \approx 0,8333$$

Обидва коефіцієнти рангової кореляції r_s і τ - є значущими на рівні значущості $\alpha=0,10$, тому що їх вибіркові значення перевищують критичні значення 0,564 і 0,422.

Завдання 3. Двофакторний аналіз Фрідмана і коефіцієнт конкордації Кендала

Для наведених варіантів завдань необхідно:

- 1) розрахувати статистику Фрідмана F;
- 2) розрахувати коефіцієнт конкордації Кендала (W), його значущість за критерієм χ^2 ;
- 3) зробити висновки, щодо оцінок експертів та їх узгодженості.

Варіанти завдання:

Варіант 1

Морозиво чотирьох видів було представлено п'яти експертам для визначення кращого з них. Бали (ранги), виставлені експертами, наведені в табл.1. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 1.

Вихідні дані

Експерти, k	Вид морозива, n			
	1	2	3	4
1	3	2	1	4
2	3	1	4	2
3	2	4	1	3
4	4	4	2	4
5	1	2	1	2

Варіант 2

Чотири марки пилососів було представлено п'яти експертам для визначення кращого з них. Бали (ранги), поставлені експертами, наведені в табл. 2. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 2.

Вихідні дані

Експерти, k	Марки пілососів, n			
	1	2	3	4
1	1	1	2	4
2	2	3	1	4
3	3	2	1	1
4	2	1	2	3
5	1	2	4	3

Варіант 3

Чотири показника ефективності діяльності підприємства було представлено шістьом експертам для визначення найвагомшого з них. Бали (ранги), поставлені експертами, наведені в табл. 3. Найбільший бал відповідає найвагомшому показнику.

Таблиця 3.

Вихідні дані

Експерти, k	Показники, n			
	x_1	x_2	x_3	x_4
1	1	2	2	3
2	2	1	1	3
3	1	2	3	4
4	2	1	3	3
5	2	2	3	1
6	1	2	2	1

Варіант 4

Три магазини побутової техніки було представлено сімом експертам для визначення кращого з них за рівнем обслуговування. Бали (ранги), поставлені експертами, наведені в табл.4. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 4.

Вихідні дані

Експерти, k	Магазини, n		
	1	2	3
1	1	2	3
2	2	3	1
3	2	1	3
4	1	3	2
5	2	1	3
6	3	1	2
7	1	2	3

Варіант 5

П'ять марок цифрових фотоапаратів було представлено сімом експертам для визначення кращого з них. Бали (ранги), поставлені експертами, наведені в табл.5. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 5.

Вихідні дані

Експерти, k	Марки фотоапаратів, n				
	1	2	3	4	5
1	4	5	2	3	1
2	5	3	2	4	1
3	4	2	1	5	3
4	3	4	1	5	2
5	5	3	1	4	2
6	4	5	1	2	3
7	5	3	2	1	4

Варіант 6

Презентацію чотирьох видів рекламного ролику нової продукції було представлено п'ятьом експертам для визначення кращого. Бали (ранги), виставлені експертами, наведені в табл.6. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 6.

Вихідні дані

Експерти, k	Рекламний ролик, n			
	1	2	3	4
1	1	2	1	3
2	3	1	4	2
3	2	4	1	3
4	2	1	2	1
5	1	2	1	2

Варіант 7

Чотири різних марки чаю було представлено п'ятьом експертам для визначення кращого з них. Бали (ранги), поставлені експертами, наведені в табл. 7. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 7.

Вихідні дані

Експерти, k	Марки чаю, n			
	1	2	3	4
1	3	1	2	1
2	2	3	1	1
3	3	2	1	1
4	2	1	2	1
5	4	2	1	2

Варіант 8

Чотири показника, які визначають ступінь впливу на продуктивність праці робітників було представлено шістьом експертам для визначення найвагомішого з них. Бали (ранги), поставлені експертами, наведені в табл. 8. Найбільший бал відповідає найвагомішому показнику.

Таблиця 8.

Вихідні дані

Експерти, k	Показники, n			
	x_1	x_2	x_3	x_4
1	1	2	2	3
2	2	1	1	3
3	1	2	1	3
4	2	1	2	3
5	2	2	1	1
6	1	1	2	1

Варіант 9

Чотири магазини побутової техніки було представлено сімом експертам для визначення кращого з них за асортиментним наповненням. Бали (ранги), поставлені експертами, наведені в табл. 9. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 9.

Вихідні дані

Експерти, k	Магазини, n			
	1	2	3	4
1	1	1	3	2
2	1	2	4	3
3	2	2	3	3
4	1	3	3	2
5	1	2	3	2
6	1	1	2	2
7	2	1	4	3

Варіант 10

П'ять марок пральних машин було представлено сімом експертам для визначення кращої з них. Бали (ранги), поставлені експертами, наведені в табл. 10. Найбільший бал відповідає найкращій якості.

Таблиця 10.

Вихідні дані

Експерти, k	Марки фотоапаратів, n				
	1	2	3	4	5
1	4	5	2	3	1
2	5	3	2	4	1
3	4	2	1	3	2
4	3	4	1	5	2
5	4	3	1	4	2
6	4	5	1	2	3

Методичні вказівки до виконання завдання*Умови завдання:*

розглянемо наступну задачу. Кіноплівка чотирьох видів (n) була представлена трьом експертам (k) для визначення кращої з них. Кожному експерту запропонували упорядкувати плівки за ступенем переваги. Бали (ранги), поставлені експертами, наведені в табл. Найбільший бал відповідає плівці найкращої якості.

Таблиця 11.

Вихідні дані

Експерти, k	Вид плівки, n			
	1	2	3	4
1	2	1	3	4
2	2	1	4	3
3	2	1	4	3
Σ	6	3	11	10

Необхідно:

визначити, чи розрізняються види плівок і чи узгоджені оцінки експертів (обчислити статистику Фрідмана F і коефіцієнт конкордації W). Якщо оцінки експертів не узгоджені, тобто є незалежними, то їм, очевидно, не можна довіряти, тому що їхні оцінки носять випадковий характер, і на них не впливають представлені плівки.

Розв'язок.

У даній задачі на результат оцінки якості плівки роблять вплив два

фактори: вид плівки (спосіб виготовлення, обробки) і індивідуальні особливості експертів при оцінці плівок одного й того ж виду. У прикладі це призводить до трьох зв'язаних вибірок (рядків) обсягом 4.

Цю задачу можна узагальнити.

Нехай таблиця результатів оцінки або спостережень n об'єктів складається з k рядків і n стовпців. У рядках записуються k ранжованих змінних, причому обсяги вибірок рівні n . Рядки таблиці можна розглядати як k зв'язаних вибірок обсягу n . Зв'язаність вибірок впливає з того, що вибірки - повторні спостереження на тих самих n об'єктах. Якщо об'єкти не розрізняються між собою, суми рангів по стовпцях також не будуть розрізнятися. Нульова гіпотеза H_0 : між стовпцями немає розходження - перевіряється за допомогою статистики Фрідмана F .

Вибіркове значення статистики F , F_B обчислюється за формулою:

$$F_B = \frac{12}{kn(n+1)} \sum_{j=1}^n \left[\sum_{i=1}^k R_{ij} - \frac{1}{2}k(n+1) \right]^2 = \frac{12}{kn(n+1)} \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^k R_{ij} \right)^2 - 3k(n+1)$$

де R_{ij} - ранг j -го об'єкта, що привласнюється i -м експертом.

Якщо гіпотеза H_0 вірна, то при $k \rightarrow \infty$ статистика F має розподіл хі-квадрат з $(n-1)$ ступенями волі. Гіпотеза H_0 відхиляється на рівні значущості α , якщо $F_B > \chi_{1-\alpha}^2(n-1)$, де $\chi_{1-\alpha}^2(n-1)$ - квантиль розподілу $\chi^2(n-1)$ порядку $1-\alpha$.

Ступенем узгодженості різних ранжировок n об'єктів є коефіцієнт конкордації (узгодженості) Кендала W :

$$W = \frac{F}{k(n-1)}$$

Коефіцієнт конкордації W знаходиться у межах $0 \leq W \leq 1$. $W=1$, коли всі k ранжировок збігаються. Статистична значущість W перевіряється на основі того, що статистика $k(n-1)W$ при $k \rightarrow \infty$ має (приблизно) розподіл хі-квадрат з $(n-1)$ ступенями свободи. Якщо $n \leq 7$, то для перевірки статистичної значущості W використовують таблиці критичних значень.

У випадку, коли в ранжировках (у рядках таблиці) є ранги котрі співпадають між собою, обчислюється скоректована статистика F' :

$$F' = \frac{\sum_{j=1}^n \left[\sum_{i=1}^k R_{ij} - \frac{1}{2} k(n+1) \right]^2}{\frac{1}{12} kn(n+1) - \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k T_i}, \text{ де } T_i = \frac{1}{12} \sum_{t=1}^m [(n_t)^3 - n_t], \quad (i=1,2,\dots,k).$$

m - число груп повторюваних рангів в i -тій ранжировці

n_t - число рангів що співпадають у групі з номером t , ($t=1,2,\dots,m$).

У цьому прикладі число ранжировок $k=3$, обсяг вибірки $n=4$. Суми рангів по стовпцях дорівнюють: 6,3,11,10. Значення вибіркової статистики критерію F_B дорівнює:

$$F_B = \frac{12}{3 * 4 * (4+1)} (6^2 + 3^2 + 11^2 + 10^2) - 3 * 3(4+1) = 8,2$$

при $\alpha=0.05$, $\chi_{0.95}^2(3) = 7,81$.

Отже, при рівні значущості $\alpha=0.05$ гіпотеза H_0 відхиляється: робимо висновок, що види плівок, на основі думок експертів, різні. Коефіцієнт конкордації дорівнює:

$$W = \frac{8,2}{3 * (4-1)} = \frac{8,2}{9} = 0,91.$$

Значення коефіцієнта W свідчить про узгодженість оцінок експертів.

Тема 2. “Прості методи прогнозування”

Завдання. Прогнозування за методами двох крайніх, середніх групових точок та на основі темпів зростання

На основі наведених даних динаміки зміни макроекономічних показників необхідно розрахувати прогнозні значення на три роки вперед, використовуючи:

- 1) лінійні тренди з оцінками параметрів за методом двох крайніх і середніх групових точок;
- 2) показники середнього темпу зростання та середнього абсолютного

приросту;

- 3) оцінити якість моделей прогнозування за критерієм середньої абсолютної процентної помилки.

Варіанти завдання:

Варіант 1

Таблиця 1.

Вихідні дані (млн. грн.)

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
ВВП	471756	548628	609400	765559	681851	1178591	1315148	1517677

Варіант 2

Таблиця 2.

Вихідні дані (млн. грн.)

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Обсяг промислової продукції	520943	465460	504449	659422	757860	834234	1053035	1128972

Варіант 3

Таблиця 3.

Вихідні дані (млн. грн.)

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Виробництво товарів народного споживання	128225	121767	89595	109812	47041	172754	230921,9	266122

Варіант 4

Таблиця 4.

Вихідні дані (млн. грн.)

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Роздрібний товарооборот	100131	115592	118245	132056	48300	176885	238499,7	292820

Варіант 5

Таблиця 5.

Вихідні дані (грн.)

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Середньомісячна заробітна плата	137,812	156,202	167,45	177,392	86,81	236,147	375,977	462,582

Варіант 6

Таблиця 6.

Вихідні дані (%)

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Індекс реальної заробітної плати	99,067	100,025	98,966	100,675	40,58	85,808	101,442	101,242

Варіант 7

Таблиця 7.

Вихідні дані (млн. \$)

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Експорт товарів і послуг	35407	49597	43760	39499	46703	51874	55613	68891

Варіант 8

Таблиця 8.

Вихідні дані (млн. \$)

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Імпорт товарів і послуг	37081	53660	47544	37032	22584	49918	51580	64461

Варіант 9

Таблиця 9.

Вихідні дані (%)

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Індекс цін виробників промислової продукції	101,342	100,408	102,6167	101,225	101,575	83,442	100,475	100,89

Варіант 10

Таблиця 10.

Вихідні дані (%)

Показник	1	2	3	4	5	6	7	8
Індекс цін споживчого ринку	102,867	100,808	101,55	101,483	93,475	67,175	83,33	100,66

Методичні вказівки до виконання завдання

Умова завдання.

Побудувати прогнозу модель валового доходу підприємства. Часовий ряд, що характеризує динаміку зміни валового доходу підприємства за 2002-2009 рр., наведений у табл.11.

Таблиця 11.

Динаміка валового доходу підприємства (тис. грн.)

Роки	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
y_j	6103,6	5532,4	4173,5	6340,6	7045,9	8004,3	12062,5	15036,0

Необхідно:

- на основі даних 2002 - 2009 рр. розрахувати прогнозні значення валового доходу підприємства на 2010-2012 рр., використовуючи:
 - 1) лінійні тренди з оцінками параметрів за методом двох крайніх і середніх групових точок;
 - 2) показники середнього темпу зростання та середнього абсолютного приросту;
 - 3) оцінити якість моделей прогнозування за критерієм середньої абсолютної процентної помилки.

Розв'язок завдання.

Сутність методу прогнозування на основі прямої, проведеної через дві крайні точки полягає в наступному. З упорядкованої вибірки беруть дві крайні точки (x_1, y_1) і (x_n, y_n) і через них проводять пряму виду $y = a_0 + a_1x$.

Оцінки параметрів обчислюються за формулами:

$$a_1 = \frac{y_n - y_1}{x_n - x_1}, \quad a_0 = y_1 - a_1 x_1.$$

Отримані таким чином оцінки є незміщеними, але вони не будуть обґрунтовані і тим більш ефективними.

Розглянемо сутність методу прогнозування по прямій, проведеній через координатах двох середніх групових точок. Метод полягає в тому, що дану сукупність розбивають на дві або три приблизно рівні частини, а потім знаходять координати середніх точок для крайніх груп.

Нехай (\bar{x}_I, \bar{y}_I) , $(\bar{x}_{II}, \bar{y}_{II})$ - координати середніх точок для крайніх груп. Тоді оцінки лінійної моделі a_0 , a_1 обчислюються за формулами:

$$a_1 = \frac{\bar{y}_{II} - \bar{y}_I}{\bar{x}_{II} - \bar{x}_I}, \quad a_0 = \bar{y}_I - a_1 \bar{x}_I.$$

Оцінки, отримані цим методом, є незміщеними і обґрунтованими, але неефективними.

Знайдемо оцінки параметрів моделі методом двох крайніх точок:

$$a_1 = \frac{15036 - 6103,6}{7 - 0} = \frac{8932,4}{7} = 1276,06; \quad a_0 = 6103,6 - 1276,06 \cdot 0 = 6103,6.$$

Таким чином, отримана лінійна модель має вигляд:

$\hat{y} = 6103,6 + 1276,06 \cdot x$, де \hat{y} - теоретичні значення досліджуваного показника, x - період часу. Отримана модель може бути використана для простого прогнозу. Наприклад, прогнозні значення валового доходу підприємства на 2010 - 2012 рр. дорівнюють:

$$\hat{y}_{2010} = 6103,6 + 1276,06 \cdot 8 = 16312,08 \text{ (тис. грн.)};$$

$$\hat{y}_{2011} = 6103,6 + 1276,06 \cdot 9 = 17588,14 \text{ (тис. грн.)};$$

$$\hat{y}_{2012} = 6103,6 + 1276,06 \cdot 10 = 18864,2 \text{ (тис. грн.)}.$$

За методом двох середніх групових точок знайдемо оцінки параметрів моделі a_0 і a_1 розбивши попередньо вибірку на дві частини: 1 група - дані з 2002 по 2005 рр., 2 група - дані з 2006 по 2009 рр. Розрахуємо середні значення у кожній групі:

$$\bar{x}_I = \frac{0 + 1 + 2 + 3}{4} = \frac{6}{4} = 1,5;$$

$$\bar{y}_I = \frac{6103,6 + 5532,4 + 4173,5 + 6340,6}{4} = \frac{22150,1}{4} = 5537,525;$$

$$\bar{y}_{II} = \frac{7045,9 + 8004,3 + 12062,5 + 15036}{4} = \frac{42148,7}{4} = 10537,18.$$

Оцінки параметрів моделі дорівнюють:

$$a_1 = \frac{10537,18 - 5537,525}{5,5 - 1,5} = \frac{4999,65}{4} = 1249,9;$$

$$a_0 = 5537,525 - 1249,9 \cdot 1,5 = 3662,7.$$

Таким чином, модель має наступний вигляд:

$\hat{y} = 3662,7 + 1249,9 \cdot x$, де \hat{y} - теоретичні значення досліджуваного показника, x - період часу. Отримана модель може бути використана для простого прогнозу. Прогнозні значення валового доходу підприємства за отриманою лінійною моделлю на 2010-2012 рр. дорівнюють:

$$\hat{y}_{2010} = 3662,7 + 1249,9 \cdot 8 = 13661,9 \text{ (тис. грн.)};$$

$$\hat{y}_{2011} = 3662,7 + 1249,9 \cdot 9 = 14911,8 \text{ (тис. грн.)};$$

$$\hat{y}_{2012} = 3662,7 + 1249,9 \cdot 10 = 16161,7 \text{ (тис. грн.)}.$$

Графік динаміки зміни валового доходу підприємства з прогнозними значеннями наведено на рис.1.

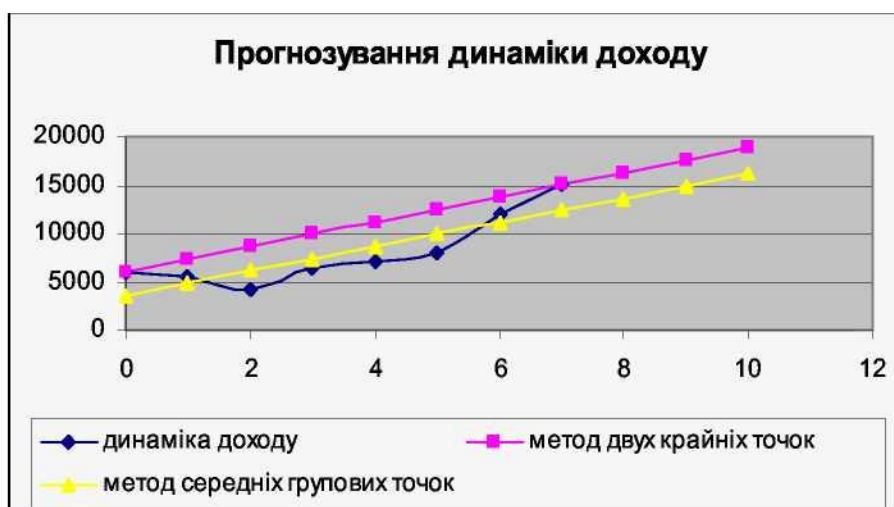


Рис. 1. Прогнозування динаміки доходу

Однак, як видно зі значень прогнозу оцінки за методом двох крайніх точок є досить завищеними, а за методом середніх групових точок - заниженими. Для оцінки адекватності моделі використовується критерій

середньої абсолютної процентної помилки (mean absolute percentage error, m.a.p.e):

$$m.a.p.e. = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t} \cdot 100\% = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n \frac{|e_t|}{y_t} \cdot 100\%.$$

Так, для моделі двох крайніх точок він становить 46,65%, а середніх групових точок - 26,79%.

Подальший аналіз та прогнозування динаміки доходу підприємства проведемо використовуючи показники середнього темпу зростання та середнього абсолютного приросту.

Середній темп зростання може бути виражений формулою:

$$\bar{\tau} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}}.$$

Рівень ряду на період t визначається як рівень попереднього періоду, помножений на відповідний темп зростання:

$$Y_t = Y_{t-1} \cdot \tau^{t-1},$$

де τ - темп зростання.

Метод екстраполяції на основі середнього темпу зростання полягає в наступному: якщо в основу прогностичного розрахунку покладено середній темп зростання, то значення рівня, що екстраполюється, одержують за наступною формулою:

$$Y_{i+L} = Y_i^* \cdot \bar{\tau}^L,$$

де $\bar{\tau}$ — середній темп зростання;

Y_i^* - рівень, прийнятий за базу для екстраполяції;

L - період випередження.

Середній абсолютний приріст ($\bar{\Delta Y}$) є узагальнюючим показником швидкості зміни явища у часі. Даний показник дає можливість встановити, наскільки в середньому за одиницю часу повинен збільшуватися рівень ряду (в абсолютному вираженні), щоб, починаючи від початкового рівня, за дану кількість періодів часу, досягнути кінцевого рівня. Для його визначення використовується наступна формула:

$$\bar{\Delta Y} = \frac{Y_n - Y_l}{n-1}.$$

Прогнозування на основі середнього абсолютного приросту здійснюється наступним чином:

$$Y_{i+L} = Y_i^* + \bar{\Delta Y} \cdot L,$$

де $\bar{\Delta Y}$ - середній абсолютний приріст;

Y_i^* - рівень, прийнятий за базу для екстраполяції;

L - період випередження.

Розрахуємо показники середнього темпу зростання $\bar{\tau}$ і середнього абсолютного приросту $\bar{\Delta Y}$:

$$1) \bar{\tau} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_l}} = \sqrt[8-1]{\frac{15036}{6103,6}} = \sqrt[7]{2,46} = 1,1375 \text{ (113,75\%)}$$

$$\bar{\Delta Y} = \frac{Y_n - Y_l}{n-1} = \frac{15036 - 6103,6}{8-1} = 1276,057 \text{ (тис.грн.)}$$

Розрахуємо прогнозні значення валового доходу підприємства на 2010 - 2012 рр., використовуючи розраховані показники ряду динаміки. За базу екстраполяції візьмемо значення досліджуваного показника за останній рік: $Y_{i(8)}^* = 15036$.

Результати екстраполяції на основі середнього темпу зростання:

$$y_{8+1(2010)} = 15036 \cdot 1,1375^1 = 17102,81 \text{ (тис. грн.)};$$

$$y_{8+2(2011)} = 15036 \cdot 1,1375^2 = 19453,72 \text{ (тис. грн.)};$$

$$y_{8+3(2012)} = 15036 \cdot 1,1375^3 = 22127,78 \text{ (тис. грн.)}.$$

Результати прогнозування на основі середнього абсолютного приросту:

$$y_{8+1(2010)} = 15036 + 1276,057 \cdot 1 = 16312,06 \text{ (тис. грн.)};$$

$$y_{8+2(2011)} = 15036 + 1276,057 \cdot 2 = 17588,11 \text{ (тис. грн.)};$$

$$y_{8+3(2012)} = 15036 + 1276,057 \cdot 3 = 18864,17 \text{ (тис. грн.)}.$$

Графік динаміки зміни валового доходу підприємства з прогнозними значеннями за середнім темпом зростання та середнім абсолютним приростом наведено на рис. 2.

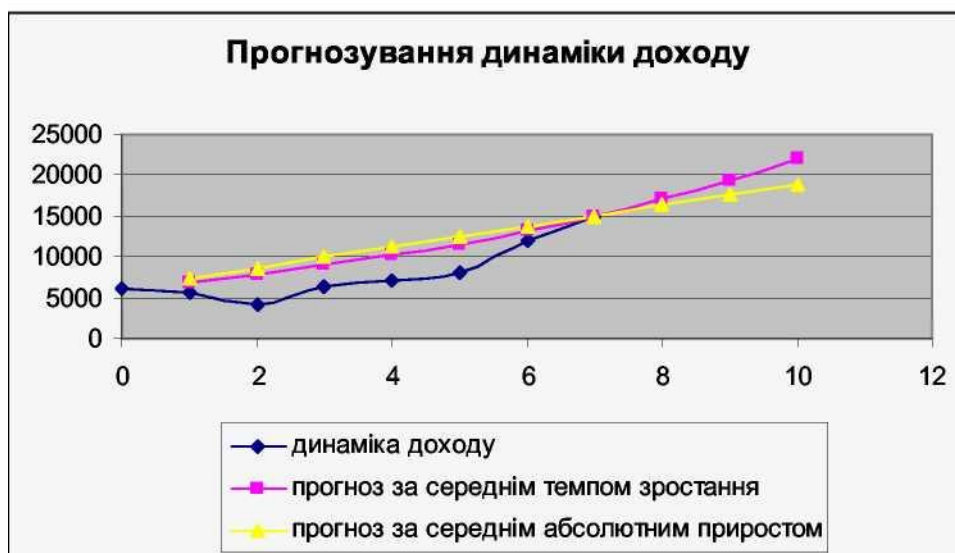


Рис. 2. Прогнозування динаміки доходу

Тема 3. “Адаптивні методи прогнозування”

Завдання. Прогнозування на основі експоненційного згладжування та моделі Хольта

На основі наведених даних динаміки зміни показників, поданих у варіантах, необхідно:

- 1) побудувати графік вихідних даних.
- 2) провести експоненціальне згладжування при $\alpha = 0,9$. В якості початкового значення експонентної середньої взяти середнє арифметичне значення рівня ряду.
- 3) побудувати модель Хольта при $\alpha_1 = 0,8$, $\alpha_2 = 0,3$. В якості початкових значень коефіцієнтів моделі Хольта взяти МНК - оцінки лінійного тренду.
- 4) оцінити точність отриманих варіантів прогнозної моделі та обрати найкращий з них за критерієм середньої абсолютної процентної помилки.
- 5) зробити прогноз курсу акцій підприємства на 5 днів.

Варіанти завдання:

Варіант 1

Таблиця 1.

Вихідні дані (грн.)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y _t	10,8	11	10,82	10,5	10,35	10,35	10,15	9,77	9,57	9,32
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y _t	9,59	9,32	10,5	9,85	9,85	9,85	9,85	9,90	9,85	9,85

Варіант 2

Таблиця 2.

Вихідні дані (грн.)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y _t	146,0	148,0	149,0	149,1	150,0	150,0	150,1	150,3	150,5	151,0
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y _t	151,0	152,5	152,5	152,7	155,0	155,0	157,0	160,0	163,0	160,0

Варіант 3

Таблиця 3.

Вихідні дані (грн.)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y _t	2,00	2,02	2,05	2,02	2,00	1,85	1,87	1,85	1,90	1,90
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y _t	1,85	1,81	1,78	1,75	1,75	1,71	1,71	1,71	1,70	1,66

Варіант 4

Таблиця 4.

Вихідні дані (грн.)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y _t	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04	1,06	1,06	1,06	1,06	1,08
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y _t	1,08	1,08	1,08	1,09	1,10	1,10	1,17	1,17	1,17	1,08

Варіант 5

Таблиця 5.

Вихідні дані (грн.)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y _t	120,00	120,00	120,00	119,70	119,00	118,40	118,00	118,00	118,00	118,00
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y _t	114,00	112,00	100,00	97,00	98,00	97,00	101,00	99,00	98,50	97,01

Варіант 6

Таблиця 6.

Вихідні дані (грн.)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y _t	6,01	5,98	5,98	5,98	5,60	4,55	4,55	4,20	3,90	4,20
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y _t	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	3,60	2,60	2,61

Варіант 8

Таблиця 8.

Вихідні дані (грн.)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y _t	4	4,04	4,1	4,04	4	3,7	3,74	3,7	3,8	3,8
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y _t	3,7	3,62	3,56	3,5	3,5	3,42	3,42	3,42	3,4	3,32

Варіант 9

Таблиця 9.

Вихідні дані (грн.)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y _t	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,12	2,12	2,12	2,12	2,16
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y _t	2,16	2,16	2,16	2,18	2,2	2,2	2,34	2,34	2,34	2,16

Варіант 10

Таблиця 10.

Вихідні дані (грн.)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y _t	60	60	60	59,85	59,5	59,2	59	59	59	59
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y _t	57	56	50	48,5	49	48,5	50,5	49,5	49,25	48,505

Методичні вказівки до виконання завдання*Умова завдання.*

Побудувати прогнозу модель середньорічної чисельності промислово-виробничого персоналу, використовуючи адаптивні методи прогнозування. Часовий ряд, що характеризує зміни чисельності виробничо-промислового персоналу за 11 років, наведено у табл.11.

Таблиця 11.

Вихідні дані (тис. чол.)

Рік	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Чисельність	2288	2145	1845	1699	1600	1332	1133	1006	888	863	849

Необхідно:

- 1) побудувати графік вихідних даних;
- 2) провести експоненціальне згладжування при $\alpha = 0,9$. В якості початкового значення експонентної середньої взяти середнє арифметичне значення рівня ряду;
- 3) побудувати модель Хольта при $\alpha_1 = 0,6$, $\alpha_2 = 0,5$. Як початкові значення коефіцієнтів моделі Хольта візьміть МНК- оцінки лінійного тренда;
- 4) оцінити точність отриманих варіантів моделі і вибрати кращий з них за критерієм середньої абсолютної процентної помилки;
- 5) зробити прогноз чисельності промислово-виробничого персоналу в легкій промисловості на один рік.

Розв'язок завдання.

Експоненціальне згладжування використовується з метою вирівнювання

часових рядів. Сутність методу полягає у тому, що у процедурі пошуку згладженого рівня використовуються значення тільки попередніх рівнів ряду, що взяті з визначеною вагою, причому вага спостереження зменшується з віддаленням його від моменту часу, для якого визначається згладжене значення рівня ряду. Якщо для вихідного часового ряду y_1, y_2, \dots, y_n відповідні згладжені значення рівнів позначити як S_t , де $t = \overline{1, n}$, то експоненціальне згладжування проводиться за рекурентним співвідношенням:

$$S_t = \alpha \cdot Y_t + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}$$

де α - параметр згладжування ($0 \leq \alpha \leq 1, \alpha - const$).

Величина $(1 - \alpha)$ називається коефіцієнтом дисконтування.

При використанні методу експоненціального згладжування виникають дві проблеми:

- 1) вибір параметра α . Якщо необхідно збільшити вплив попереднього значення, то α обирають близьким до одиниці, якщо метою є усунути вплив окремих попередніх значень часового ряду, то використовують досить малі значення параметра α ;
- 2) вибір початкового значення S_0 . Його приймають рівним або першому значенню часового ряду, або середній арифметичній кількох початкових рівнів ряду.

Експоненційна середня частіше використовується для короткострокового прогнозування. Її перевагою є адаптація моделі до розвитку економічного процесу при різних значеннях α .

Розвитком моделей адаптивного згладжування є моделі, які поєднують у собі елементи експоненціального згладжування та дозволяють виділити впливи лінійних трендів. Однією з таких моделей є модель Хольта, яка має наступний вигляд:

$$\hat{y}_{t+k} = a_0(t) + a_1(t) \cdot k.$$

де $a_0(t)$ - параметр, що характеризує зміну середнього рівня процесу;

$a_1(t)$ - параметр, що визначає мінливість (приріст) процесу за одиницю

часу.

У моделі Хольта коефіцієнт $a_0(t)$ є експоненційна середня рівня ряду, обчислена з урахуванням поправки на попередній приріст $a_1(t-1)$:

$$a_0(t) = \alpha_1 y_t + (1 - \alpha_1) a_0(t-1) + (1 - \alpha_1) a_1(t-1),$$

де $0 \leq \alpha_1 \leq 1$ - перший параметр згладжування.

Коефіцієнт $a_1(t)$ визначається як експоненційна середня приростів параметру $a_0(t)$:

$$a_1(t) = \alpha_2 (a_0(t) - a_0(t-1)) + (1 - \alpha_2) a_1(t-1),$$

де $0 \leq \alpha_2 \leq 1$ - другий параметр згладжування.

Критерієм для вибору різних процедур дослідження часового ряду є якість моделі прогнозування, яка може бути оцінена за критеріями мінімізації помилок.

Графік динаміки чисельності промислово-виробничого персоналу наведено на рис. 1.

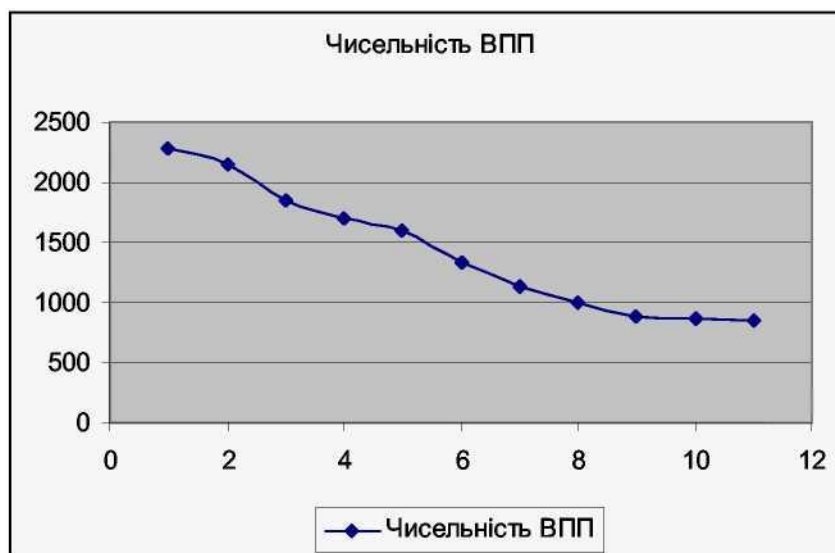


Рис. 1. Динаміка чисельності персоналу

Проведемо експоненціальне згладжування при $\alpha=0,9$. В якості початкового значення експонентної середньої візьмемо середнє арифметичне значення рівня ряду. Результати моделі згладжування, похибки та прогнозні значення наведені в табл. 12.

Результати моделі згладжування

Рік	Чисельність	Результати згладжування, $\alpha=0,9$	Похибки
1	2288,000	1422,545	865,455
2	2145,000	2201,455	-56,455
3	1845,000	2150,645	-305,645
4	1699,000	1875,565	-176,565
5	1600,000	1716,656	-116,656
6	1332,000	1611,666	-279,666
7	1133,000	1359,967	-226,967
8	1006,000	1155,697	-149,697
9	888,000	1020,970	-132,970
10	863,000	901,297	-38,297
11	849,000	866,830	-17,830
12		850,783	
13		850,783	

Графік моделі експоненційного згладжування наведено на рис. 2.



Рис. 2. Модель експоненційного згладжування

Побудуємо модель Хольта при $\alpha_1=0,6$, $\alpha_2=0,5$. Початковими значеннями коефіцієнтів моделі Хольта візьмемо МНК- оцінки лінійного тренда.

Знайдемо оцінки параметрів лінійної трендової моделі $y_t = a_0 + a_1 t + e_t$. У відповідність із МНК оцінки параметрів визначаються за формулами:

$$a_0 = \frac{\sum y_t \sum t^2 - \sum t \sum ty_t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2};$$

$$a_1 = \frac{n \sum ty_t - \sum t \sum y_t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}.$$

Розрахуємо:

$$\sum y_t = 15648; \quad \sum t = 66; \quad \sum ty_t = 76841; \quad \sum t^2 = 506.$$

З урахуванням цього

$$a_0 = \frac{15648 \cdot 506 - 66 \cdot 76841}{11 \cdot 506 - 66^2} = 2352,3818.$$

$$a_1 = \frac{11 \cdot 76841 - 66 \cdot 15648}{11 \cdot 506 - 66^2} = -154,97273.$$

Знайдені значення використовуються як початкові значення коефіцієнтів моделі Хольта.

У табл. 13 наведені результати розрахунків при заданих наборах параметрів згладжування: $\alpha_1=0,6$, $\alpha_2 = 0,5$.

Таблиця 13.

Результати прогнозу за моделлю Хольта

T	y_t	$a_0(t)$	$a_1(t)$	Прогноз на крок вперед
1	2288	2251,764	-127,795	2197,41
2	2145	2136,587	-121,486	2123,97
3	1845	1913,041	-172,516	2015,10
4	1699	1715,61	-184,974	1740,52
5	1600	1572,254	-164,164	1530,64
6	1332	1362,436	-186,991	1408,09
7	1133	1149,978	-199,725	1175,44
8	1006	983,7012	-183,001	950,25
9	888	853,0802	-156,811	800,70
10	863	796,3077	-106,792	696,27
11	849	785,2064	-58,9465	689,52
12				726,33

Графік значень за моделлю Хольта наведено на рис. 3.

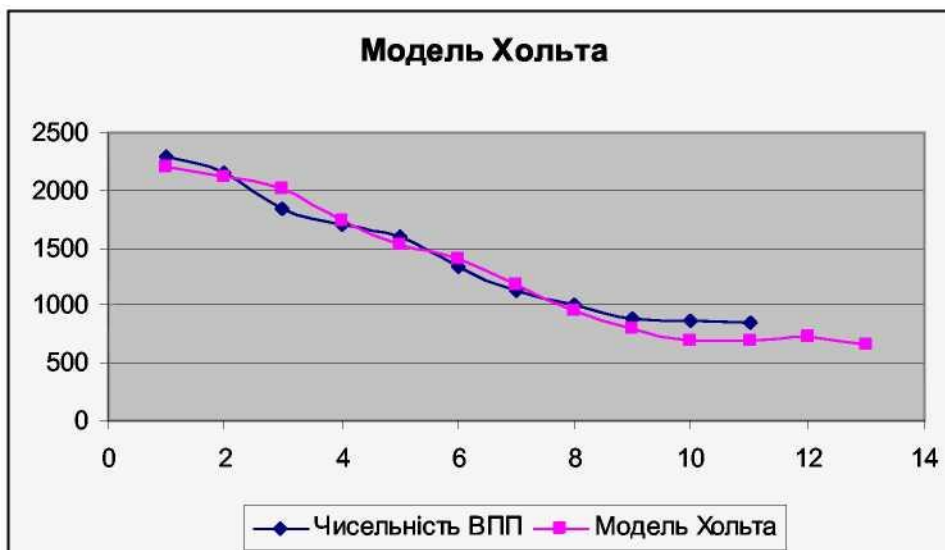


Рис. 3. Результати за моделлю Хольта

Для вибору кращого варіанта моделі використовується критерій середньої абсолютної процентної помилки (mean absolute percentage error, m.a.p.e.):

$$m.a.p.e. = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t} \cdot 100\% = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n \frac{|e_t|}{y_t} \cdot 100\%.$$

Чим менше значення цього показника, тим краща якість моделі, що підбирається, тобто теоретичні значення \hat{y}_t ближче до реальних значень y_t . Вважається, що модель забезпечує досить високу точність прогнозу, якщо середня абсолютна процентна помилка (m.a.p.e.) не перевищує 10%. Якщо (m.a.p.e.) знаходиться в межах від 10% до 20%, то можна говорити про задовільну точність прогнозу.

Порівняльний аналіз якості отриманих моделей наведений у табл. 14.

Таблиця 14.

Порівняльний аналіз варіантів прогнозу на основі m.a.p.e

	Модель експоненційного згладжування $\alpha=0,9$	Модель Хольта $\alpha_1=0,6$, $\alpha_2=0,5$
Середнє значення (m.a.p.e)	13,83%	7,54%

Середня абсолютна процентна помилка для моделі експоненційного згладжування складає 13,83%, для моделі Хольта дорівнює 7,54%. Таким чином, більш високу точність прогнозу забезпечує модель Хольта.

2. МЕТОДИ СЕРЕДНЬОСТРОКОВОГО ТА ДОВГОСТРОКОВОГО ПРОГНОЗУВАННЯ

Тема 4. Аналітичне вирівнювання тренда

Завдання 1. Побудова нелінійної моделі тренда

На основі даних, що відбивають динаміку економічного процесу, необхідно:

- 1) здійснити вибір кривих зростання, що найкраще описують тренд за допомогою методу характеристик;
- 2) оцінити параметри нелінійної моделі тренда (провести процедуру лінеаризації моделі, визначити параметри лінеаризованої моделі за допомогою методу найменших квадратів та здійснити зворотній перехід до параметрів нелінійної моделі);
- 3) розрахувати прогностні значення показника на два періоди часу вперед.

Варіанти завдання наведено в таблиці 1.

Таблиця 1.

Вихідні дані за варіантами

t (проміжки часу)	$y(t)$ – значення показника за варіантами									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1,25	3	1,5	2,75	1	7,7	-0,5	1,2	2,5	1,7
2	0,9	6	2	3,31	0,6	4,5	-1	2	5	1,5
3	0,8	15	2,5	4	0,5	4	-1,2	2,3	8	1,3
4	0,7	30	2,7	5,75	0,45	3,5	-1,5	2,6	12	1,1
5	0,5	50	3	6,81	0,4	3	-2	2,8	15	0,9
6	0,25	150	3,5	8	0,35	3	-3	3	17	0,9
7	0,3	300	3,8	9,31	0,34	2,7	-4	3,2	20	0,8
8	0,22	750	4	10,75	0,33	2,5	-5	3,3	23	0,7
9	0,2	1600	4,2	12,31	0,32	2,7	-7	3,4	25	0,6
10	0,15	3500	4,5	15	0,3	2,5	-9	3,5	30	0,5

Методичні вказівки до виконання завдання

Розглянемо типи функцій, які найбільш часто використовуються для моделювання економічних процесів:

- 1) лінійна функція: $y_t = a_0 + a_1 t$;
- 2) поліном m -го ступеня: $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \dots + a_n t^m$;
- 3) показникова функція: $y_t = a_0 a_1^t$;
- 4) степенева (мультиплікативна) функція: $y_t = a_0 t^{a_1}$;
- 5) модифікована експонента: $y_t = k + a_0 e^{a_1 t}$;
- 6) зворотна залежність: $y_t = \frac{1}{a_0 + a_1 t}$;
- 7) логістична крива: $y_t = \frac{k}{a_0 + a_1 a_2^t}$;
- 8) крива Гомперця: $y_t = a_0 a_1^{a_2^t}$.

Для підбору виду функції, яка може розглядатися в якості моделі тренду часового ряду слід використовувати метод характеристик. Цей метод ґрунтується на тому, що найбільш типові нелінійні функції можна розпізнати за окремими розрахунковими характеристиками ряду вихідних даних. Якщо деяка характеристика для ряду вихідних даних постійна (наприклад, постійні прирости, або темпи зростання), то найбільш прийнятною для моделювання цього ряду буде відповідна їй функція. Лінійна функція, наприклад має постійні перші прирости ($u_t^{(1)} = y_{t+1} - y_t = const$), експоненті відповідають постійні темпи зростання ($\tau_t = \frac{\bar{y}_t + 1}{\bar{y}_t}$) та т. ін. Алгоритм методу характеристик включає наступні кроки:

Крок 1. Вихідний ряд рівнів згладжується за допомогою ковзної середньої \bar{y}_t .

Крок 2. Для згладженого ряду розраховуються наступні характеристики:

- перші прирости: $u_t^{(1)} = \bar{y}_{t+1} - \bar{y}_t$;
- другі прирости (прирости приростів) $u_t^{(2)} = u_{t+1}^{(1)} - u_t^{(1)}$;
- треті прирости $u_t^{(3)} = u_{t+1}^{(2)} - u_t^{(2)}$ та інш..

Якщо будь-які з цих приростів постійні, то тренд можна описати за допомогою полінома відповідного ступеня.

- темпи зростання:

$$\tau_t = \frac{\bar{y}_{t+1}}{\bar{y}_t}.$$

Якщо $\tau_t = const$, то тренд ряду описується показниковою функцією.

- темпи зростання приростів:

$$v_t = \frac{u_{t+1}^{(1)}}{u_t^{(1)}}.$$

Якщо $v_t = const$, то за криву зростання в моделі можна взяти модифіковану експоненту.

- зворотні значення рівнів $z_t = \frac{1}{\bar{y}_t}$ й перші різниці для них:

$$w_t^{(1)} = z_{t+1} - z_t.$$

Якщо $w_t^{(1)} = const$, то тренд можна представити зворотною функцією:

$$y_t = \frac{1}{a_0 + a_1 t}.$$

- логарифми рівнів $S_t = \ln \bar{y}_t$ й перші різниці для них $q_t^{(1)} = S_{t+1} - S_t$. Якщо $q_t^{(1)}$ буде наближатися до нуля при зростанні t , можна розглянути у якості кривої степеневу (мультиплікативну) функцію;

- темпи зростання приростів логарифмів рівнів: $p_t = \frac{q_{t+1}^{(1)}}{q_t^{(1)}}$. Якщо величини

$p_t = const$, то за криву зростання можна взяти функцію Гомперця;

- темпи зростання перших приростів зворотних величин $\mu_t = \frac{w_{t+1}^{(1)}}{w_t^{(1)}}$. Якщо

величини $\mu = const$ то за криву зростання можна взяти логістичну криву.

Крок 3. Після розрахунку всіх характеристик, оцінюємо за допомогою коефіцієнтів варіації однорідність кожного ряду характеристик. Найменші значення коефіцієнту варіації відповідають тим нелінійним функціям, які є найбільш імовірними для опису нелінійного тренду.

Розглянемо метод характеристик на прикладі.

Умова завдання:

необхідно підібрати криву зростання для опису тренду за рядом

спостережень величини прибутку виробничого об'єднання (табл. 2). Оцінити параметри нелінійної трендової моделі та розрахувати прогностні значення прибутку виробничого об'єднання на два періоди вперед.

Таблиця 2.

Вихідні дані (млн. грн.)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Y	4,01	4,34	5,12	5,52	5,93	6,64	7,30	7,94	8,29	8,49	8,29	8,50	8,61	9,24	9,27	9,58

Розв'язок завдання.

Спочатку за вихідними даними обчислимо ковзну середню з лагом $m=5$ за формулою:

$$\bar{y}_t = \frac{y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + y_{t+2}}{5}$$

Результати розрахунків наведені в табл. 3.

Таблиця 3.

Вихідні дані часового ряду й розраховані характеристики

	y_t	\bar{y}_t	$u_t^{(1)}$	$u_t^{(2)}$	$u_t^{(3)}$	τ_t	v_t	z_t	$w_t^{(1)}$	S_t	$q_t^{(1)}$	p_t	μ_t
1	4,01												
2	4,34												
3	5,12	4,984	0,526	0,066	-0,094	1,106	1,125	0,21	-0,029	1,606	0,100	1,017	0,586
4	5,52	5,51	0,592	-0,028	0,018	1,107	0,953	0,181	-0,017	1,707	0,102	0,866	0,824
5	5,93	6,102	0,564	-0,01	-0,032	1,092	0,982	0,164	-0,014	1,809	0,088	0,903	0,786
6	6,64	6,666	0,554	-0,042	-0,14	1,083	0,924	0,15	-0,011	1,897	0,080	0,858	0,909
7	7,3	7,22	0,512	-0,182	0,092	1,071	0,645	0,139	-0,01	1,977	0,069	0,610	0,500
8	7,94	7,732	0,33	-0,09	-0,016	1,043	0,727	0,129	-0,005	2,045	0,042	0,702	0,800
9	8,29	8,062	0,24	-0,106	0,162	1,03	0,558	0,124	-0,004	2,087	0,029	0,546	0,250
10	8,49	8,302	0,134	0,056	-0,09	1,016	1,418	0,12	-0,001	2,116	0,016	1,391	3,000
11	8,29	8,436	0,19	-0,034	0,136	1,023	0,821	0,119	-0,003	2,133	0,022	0,805	1,000
12	8,5	8,626	0,156	0,102		1,018	1,654	0,116	-0,003	2,155	0,018	1,615	0,667
13	8,61	8,782	0,258			1,029		0,113	-0,002	2,173	0,029		
14	9,24	9,04						0,111		2,202			
15	9,27												
16	9,58												
	\bar{v}		0,493	-3,219	26,693	0,034	0,348		-0,943	0,098		0,361	0,813

Потім обчислимо всі вищезазвані характеристики ряду: $u_t^{(1)}$, $u_t^{(2)}$, $u_t^{(3)}$, τ_t ,

$v_t, z_t, w_t^{(1)}, S_t, q_t^{(1)}, p_t, \mu_t$ (табл. 3).

Оскільки ознакою наявності певного тренду є сталість значень відповідної йому характеристики, слід оцінити сталість за допомогою коефіцієнтів варіації. Коефіцієнт варіації розраховується за формулою: $V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$, де σ - середньоквадратичне значення характеристики, \bar{x} - середньоарифметичне значення характеристики.

Розрахунок коефіцієнтів варіації для всіх характеристик наведено в останньому рядку табл. 3.

За результатами розрахунків коефіцієнта варіації, можна зробити висновок, що такі характеристики, як τ_t, v_t, S_t приблизно постійні, тобто тренд цього процесу можна описати такими нелінійними функціями:

- 1) показниковою функцією: $y_t = a_0 a_1^t$;
- 2) модифікованою експоненційною функцією: $y_t = k + a_0 e^{a_1 t}$;
- 3) степеневою (мультиплікативною) функцією: $y_t = a_0 t^{a_1}$.

Для вибору остаточного варіанту кривої зростання необхідно зробити розрахунки за обраними кривими і вибрати ту, яка приводить до мінімальних похибок.

Для оцінки параметрів нелінійних моделей використовується процедура лінеаризації, тобто нелінійні моделі приводять шляхом деяких перетворень до лінійного виду, та для модифікованих моделей використовується МНК. В табл. 4 наведені процедури лінеаризації для найбільш типових нелінійних моделей.

Таблиця 4.

Характеристики, види залежності та процедури лінеаризації

Характеристика	Вид залежності	Процедура лінеаризації
перші, другі, ..., m-ті різниці: $u_t^{(1)} = \bar{y}_{t+1} - \bar{y}_t$; $u_t^{(2)} = u_{t+1}^{(1)} - u_t^{(1)}$; ... $u_t^{(m)} = u_{t+1}^{(m-1)} - u_t^{(m-1)}$	поліноми відповідно першого, другого, ..., m-го ступеня: $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \dots + a_n t^m$	заміна $x_1 = t, x_2 = t^2, \dots, x_n = t^n$, дозволить представити модель у вигляді: $y_t = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 \dots + a_n x_n$
темпи росту: $\tau_t = \frac{\bar{y}_{t+1}}{\bar{y}_t}$	показникові функція: $y_t = a_0 a_1^t$	логарифмування обох частин рівняння і заміна $y^* = \ln y$, $a_0^* = \ln a_0$, $a_1^* = \ln a_1$ дозволить представити модель у вигляді: $y^* = a_0^* + a_1^* t$
перші різниці зворотних значень рівнів: $w_t^{(1)} = z_{t+1} - z_t$	зворотна функція: $y_t = \frac{1}{a_0 + a_1 t}$	заміна $z_t = \frac{1}{y_t}$ дозволить представити модель у вигляді: $z_t = a_0 + a_1 t$
перші прирости логарифмів рівнів: $q_t^{(1)} = S_{t+1} - S_t$	степенева (мультиплікативна) функція: $y_t = a_0 t^{a_1}$	логарифмування обох частин рівняння та заміна $y^* = \ln y$, $t^* = \ln t$, $a_0^* = \ln a_0$, дозволить представити модель у вигляді: $y^* = a_0^* + a_1 t^*$

Розглянемо процедуру лінеаризації для досліджуваного ряду вихідних даних. Оскільки найбільш сталою виявилась така характеристика ряду як τ_t (темп зростання), процедуру лінеаризації розглянемо саме на прикладі показникової функції $y_t = a_0 a_1^t$.

Для лінеаризації застосовуємо процедуру логарифмування: $\ln y = \ln a_0 + t \ln a_1$. Робимо заміни: $y^* = \ln y$, $a_0^* = \ln a_0$, $a_1^* = \ln a_1$. Отримаємо лінійну форму моделі: $y^* = a_0^* + a_1^* t$. Оскільки перетворена залежність є лінійною, її параметри можуть бути знайдені за допомогою МНК: $\bar{a} = (X^T X)^{-1} YX$.

Послідовність розрахунку параметрів моделі $y^* = a_0^* + a_1^* t$ наведена на рис. 1.

I.	$y^* = \ln y$	II.	X	
	1,39		1	1
	1,47		1	2
	1,63		1	3
	1,71		1	4
	1,78		1	5
	1,89		1	6
	1,99		1	7
	2,07		1	8
	2,12		1	9
	2,14		1	10
	2,12		1	11
	2,14		1	12
	2,15		1	13
	2,22		1	14
	2,23		1	15
	2,26		1	16

IV.	$X^T X$	
	16	136
	136	1496

VI.	\overline{YX}
	31,30
	284,85

V.	$(X^T X)^{-1}$	
	0,28	-0,03
	-0,03	0,00

VII.	\bar{a}^*
	1,49
	0,06

III.	X^T															
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Рис. 1. Процедура розрахунку параметрів моделі

Розрахунки проводяться в пакеті Excel за допомогою вбудованих функцій:

МУМНОЖ(,) - функція добутку двох масивів,

МОБР() - функція, що розраховує обернену матрицю;

ТРАНСП() - функція, що надає транспоновану матрицю.

Виходячи з розрахунків наведених на рис. 1, параметри моделі $y^* = a_0^* + a_1^* t$ дорівнюють $a_0^* = 1,49$, $a_1^* = 0,06$. Тобто модифікована модель має вигляд: $y^* = 1,49 + 0,06t$. Далі виконується зворотній перехід до нелінійної форми моделі:

$$a_0^* = \ln a_0 \rightarrow a_0 = e^{a_0^*} = e^{1,49} = 4,44;$$

$$a_1^* = \ln a_1 \rightarrow a_1 = e^{a_1^*} = e^{0,06} = 1,06.$$

Таким чином, показникова модель тренду досліджуваного часового ряду має вигляд:

$$y = 4,44 \cdot 1,06^t.$$

Аналогічно здійснюється побудова усіх найбільш ймовірних за методом характеристик моделей тренду. Остаточний вибір між ними слід обґрунтувати на основі критерію мінімуму похибок моделі. Середня абсолютна процентна помилка (m.a.p.e.) показникової моделі тренда складає 8,48%. Прогнозні значення прибутку виробничого об'єднання дорівнюють:

$$y_{17} = 4,44 \cdot 1,06^{17} = 11,96$$

$$y_{18} = 4,44 \cdot 1,06^{18} = 12,67 .$$

Завдання 2. Побудова тренд-сезонної моделі

На основі наведених даних динаміки зміни обсягу продажів підприємства, поданих у варіантах, необхідно:

- 1) на підставі графічного аналізу провести дослідження компонентного складу часового ряду обсягу продажів;
- 2) розрахувати прогнозну оцінку обсягів продажів в першому півріччі наступного року.

Варіанти завдання:

Варіант 1

Таблиця 1.

Вихідні дані

№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів	№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів	№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів
1	I	1	23,4	4	I	13	60,5	7	I	25	114
	II	2	33,7		II	14	85,5		II	26	177
	III	3	44,1		III	15	108		III	27	223
	IV	4	20,4		IV	16	50,8		IV	28	102
2	I	5	34,4	5	I	17	76	8	I	29	147
	II	6	44,2		II	18	116		II	30	218
	III	7	61,5		III	19	143		III	31	273
	IV	8	33,5		IV	20	65,8		IV	32	120
3	I	9	44,9	6	I	21	93,1	9	I	33	170
	II	10	64,4		II	22	147		II	34	264
	III	11	82,1		III	23	177		III	35	332
	IV	12	38,4		IV	24	84,6		IV	36	153

Варіант 2

Таблиця 2.

Вихідні дані

№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів	№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів	№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів
1	I	1	73,526	4	I	13	100,06	7	I	25	141,76
	II	2	114,67		II	14	152,32		II	26	217,69
	III	3	134,91		III	15	181,3		III	27	262,63
	IV	4	61,359		IV	16	80,128		IV	28	118,72
2	I	5	80,079	5	I	17	109,93	8	I	29	161,66
	II	6	123,19		II	18	171,01		II	30	250,64
	III	7	146,81		III	19	203,29		III	31	301,54
	IV	8	64,89		IV	20	89,795		IV	32	132,98
3	I	9	88,115	6	I	21	125,09	9	I	33	185,78
	II	10	136,37		II	22	193,76		II	34	283,73
	III	11	162,15		III	23	230,67		III	35	342,69
	IV	12	74,031		IV	24	103,22		IV	36	152,68

Варіант 3

Таблиця 3.

Вихідні дані

№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів	№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів	№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів
1	I	1	40,69	4	I	13	168,8	7	I	25	468
	II	2	68,76		II	14	279,6		II	26	754,8
	III	3	91,76		III	15	359,6		III	27	943
	IV	4	45,03		IV	16	171		IV	28	433,4
2	I	5	67,69	5	I	17	248,7	8	I	29	615,8
	II	6	115,9		II	18	405,3		II	30	983,2
	III	7	152,7		III	19	514,9		III	31	1221
	IV	8	73,84		IV	20	240,6		IV	32	556,9
3	I	9	110,4	6	I	21	347,9	9	I	33	787,5
	II	10	184,2		II	22	562		II	34	1253
	III	11	240,1		III	23	708,2		III	35	1548
	IV	12	114,2		IV	24	327,3		IV	36	702,5

Варіант 4

Таблиця 4.

Вихідні дані

№ року	№ кварта лу	t	Обсяг прода жів	№ року	№ кварталу	t	Обсяг прода жів	№ року	№ кварталу	t	Обсяг прода жів
1	I	1	101,5	4	I	13	348,3	7	I	25	433,1
	II	2	92,14		II	14	269,5		II	26	314,6
	III	3	89,74		III	15	229,1		III	27	252,7
	IV	4	79,43		IV	16	186,6		IV	28	189,2
2	I	5	191,5	5	I	17	404,8	8	I	29	395,2
	II	6	154,8		II	18	304,7		II	30	275,1
	III	7	144		III	19	254,5		III	31	217,1
	IV	8	119,3		IV	20	201		IV	32	157,5
3	I	9	275	6	I	21	434,3	9	I	33	307,5
	II	10	216,4		II	22	321,6		II	34	202,2
	III	11	189,5		III	23	264,4		III	35	148,5
	IV	12	155,2		IV	24	203,5		IV	36	99,44

Варіант 5

Таблиця 5.

Вихідні дані

№ року	№ кварта лу	t	Обсяг прода жів	№ року	№ кварта лу	t	Обсяг прода жів	№ року	№ кварталу	t	Обсяг прода жів
1	I	1	30,42	4	I	13	78,65	7	I	25	148,2
	II	2	43,81		II	14	111,15		II	26	230,1
	III	3	57,33		III	15	140,4		III	27	289,9
	IV	4	26,52		IV	16	66,04		IV	28	132,6
2	I	5	44,72	5	I	17	98,8	8	I	29	191,1
	II	6	57,46		II	18	150,8		II	30	283,4
	III	7	79,95		III	19	185,9		III	31	354,9
	IV	8	43,55		IV	20	85,54		IV	32	156
3	I	9	58,37	6	I	21	121,03	9	I	33	221
	II	10	83,72		II	22	191,1		II	34	343,2
	III	11	106,73		III	23	230,1		III	35	431,6
	IV	12	49,92		IV	24	109,98		IV	36	198,9

Варіант 6

Таблиця 6.

Вихідні дані

№ року	№ квар-талу	t	Обсяг про-дажів	№ року	№ квар-талу	t	Обсяг про-дажів	№ року	№ квар-талу	t	Обсяг про-дажів
1	I	1	88,23	4	I	13	120,07	7	I	25	170,11
	II	2	137,60		II	14	182,78		II	26	261,23
	III	3	161,89		III	15	217,56		III	27	315,16
	IV	4	73,63		IV	16	96,15		IV	28	142,46
2	I	5	96,09	5	I	17	131,92	8	I	29	193,99
	II	6	147,83		II	18	205,21		II	30	300,77
	III	7	176,17		III	19	243,95		III	31	361,85
	IV	8	77,87		IV	20	107,75		IV	32	159,58
3	I	9	105,74	6	I	21	150,11	9	I	33	222,94
	II	10	163,64		II	22	232,51		II	34	340,48
	III	11	194,58		III	23	276,80		III	35	411,23
	IV	12	88,84		IV	24	123,86		IV	36	183,22

Варіант 7

Таблиця 7.

Вихідні дані

№ року	№ квар-талу	t	Обсяг про-дажів	№ року	№ квар-талу	t	Обсяг про-дажів	№ року	№ квар-талу	t	Обсяг продажів
1	I	1	36,62	4	I	13	151,92	7	I	25	421,20
	II	2	61,88		II	14	251,64		II	26	679,32
	III	3	82,58		III	15	323,64		III	27	848,70
	IV	4	40,53		IV	16	153,90		IV	28	390,06
2	I	5	60,92	5	I	17	223,83	8	I	29	554,22
	II	6	104,31		II	18	364,77		II	30	884,88
	III	7	137,43		III	19	463,41		III	31	1098,9
	IV	8	66,46		IV	20	216,54		IV	32	501,21
3	I	9	99,36	6	I	21	313,11	9	I	33	708,75
	II	10	165,78		II	22	505,80		II	34	1127,7
	III	11	216,09		III	23	637,38		III	35	1393,2
	IV	12	102,78		IV	24	294,57		IV	36	632,25

Варіант 8

Таблиця 8.

Вихідні дані

№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів	№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів	№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів
1	I	1	71,05	4	I	13	243,81	7	I	25	303,17
	II	2	64,50		II	14	188,65		II	26	220,22
	III	3	62,82		III	15	160,37		III	27	176,89
	IV	4	55,60		IV	16	130,62		IV	28	132,44
2	I	5	134,05	5	I	17	283,36	8	I	29	276,64
	II	6	108,36		II	18	213,29		II	30	192,57
	III	7	100,80		III	19	178,15		III	31	151,97
	IV	8	83,51		IV	20	140,70		IV	32	110,25
3	I	9	192,50	6	I	21	304,01	9	I	33	215,25
	II	10	151,48		II	22	225,12		II	34	141,54
	III	11	132,65		III	23	185,08		III	35	103,95
	IV	12	108,64		IV	24	142,45		IV	36	69,61

Варіант 9

Таблиця 9.

Вихідні дані

№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів	№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів	№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів
1	I	1	121,80	4	I	13	417,96	7	I	25	519,72
	II	2	110,57		II	14	323,40		II	26	377,52
	III	3	107,69		III	15	274,92		III	27	303,24
	IV	4	95,32		IV	16	223,92		IV	28	227,04
2	I	5	229,80	5	I	17	485,76	8	I	29	474,24
	II	6	185,76		II	18	365,64		II	30	330,12
	III	7	172,80		III	19	305,40		III	31	260,52
	IV	8	143,16		IV	20	241,20		IV	32	189,00
3	I	9	330,00	6	I	21	521,16	9	I	33	369,00
	II	10	259,68		II	22	385,92		II	34	242,64
	III	11	227,40		III	23	317,28		III	35	178,20
	IV	12	186,24		IV	24	244,20		IV	36	119,33

Варіант 10

Таблиця 10.

Вихідні дані

№ року	№ квар-талу	t	Обсяг продажів	№ року	№ квар-талу	t	Обсяг продажів	№ року	№ квар-талу	t	Обсяг продажів
1	I	1	111,65	4	I	13	383,13	7	I	25	476,41
	II	2	101,35		II	14	296,45		II	26	346,06
	III	3	98,71		III	15	252,01		III	27	277,97
	IV	4	87,37		IV	16	205,26		IV	28	208,12
2	I	5	210,65	5	I	17	445,28	8	I	29	434,72
	II	6	170,28		II	18	335,17		II	30	302,61
	III	7	158,40		III	19	279,95		III	31	238,81
	IV	8	131,23		IV	20	221,10		IV	32	173,25
3	I	9	302,50	6	I	21	477,73	9	I	33	338,25
	II	10	238,04		II	22	353,76		II	34	222,42
	III	11	208,45		III	23	290,84		III	35	163,35
	IV	12	170,72		IV	24	223,85		IV	36	109,38

Методичні рекомендації до виконання завдання

Процедура побудови тренд-сезонної моделі включає наступні основні кроки:

крок 1. Оцінювання сезонної складової з урахуванням характеру сезонності (адитивного або мультиплікативного);

крок 2. Сезонне коректування вихідних даних;

крок 3. Розрахунок параметрів тренду на підставі ряду, отриманого на другому кроці;

крок 4. Моделювання динаміки ряду з урахуванням трендової та сезонної компонент;

крок 5. Оцінка точності та адекватності отриманої моделі;

крок 6. Використання побудованої моделі для прогнозування.

Розглянемо більш докладно наведений вище алгоритм на прикладі.

Умова завдання.

У табл. 11 наведені дані про обсяги продажів продукції фірми за останні чотири роки. Необхідно:

1) на підставі графічного аналізу провести дослідження компонентного

- складу часового ряду обсягу продажів;
- 2) розрахувати прогнозу оцінку обсягів продажів в першому півріччі наступного року.

Таблиця 11.

Вихідні дані

№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів u_t , тис. шт.
1	2	3	4
1	I	1	100,80
	II	2	98,10
	III	3	99,36
	IV	4	106,74
2	I	5	102,96
	II	6	100,08
	III	7	101,16
	IV	8	108,72
3	I	9	105,12
	II	10	102,42
	III	11	102,78
	IV	12	110,70
4	I	13	106,74
	II	14	104,76
	III	15	104,94
	IV	16	112,68

Розв'язок завдання.

Графічний аналіз початкового часового ряду (рис. 1) свідчить про наявність трендової компоненти: є стійка, яскраво виражена тенденція зростання обсягів продажів протягом останніх чотирьох років. Рис. 1 показує, що характер тенденції близький до лінійного розвитку, також виразно видно сезонні коливання (період коливань становить один рік). Спостерігається стійке збільшення обсягів продажів, що повторюється, в 4-му і в 1-му кварталах у порівнянні з 3-м і 2-м кварталами, причому найістотніші «сплески» в динаміці показника є чітко виражені в 4-му кварталі. У зв'язку з тим, що амплітуда коливань залишається приблизно постійною, незмінною з часом, то для опису і прогнозування динаміки часового ряду можна запропонувати адитивну модель.

Далі проведемо вирівнювання та згладжування початкового часового ряду за допомогою простої ковзної середньої:

$$y'_t = \frac{\frac{1}{2}y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + \frac{1}{2}y_{t+2}}{4}.$$

Результати розрахунків наведені в табл. 12. Віднімаючи з фактичних рівнів значення згладженого ряду, одержимо часовий ряд, рівні якого відбивають вплив випадкових факторів і сезонності (табл. 12).

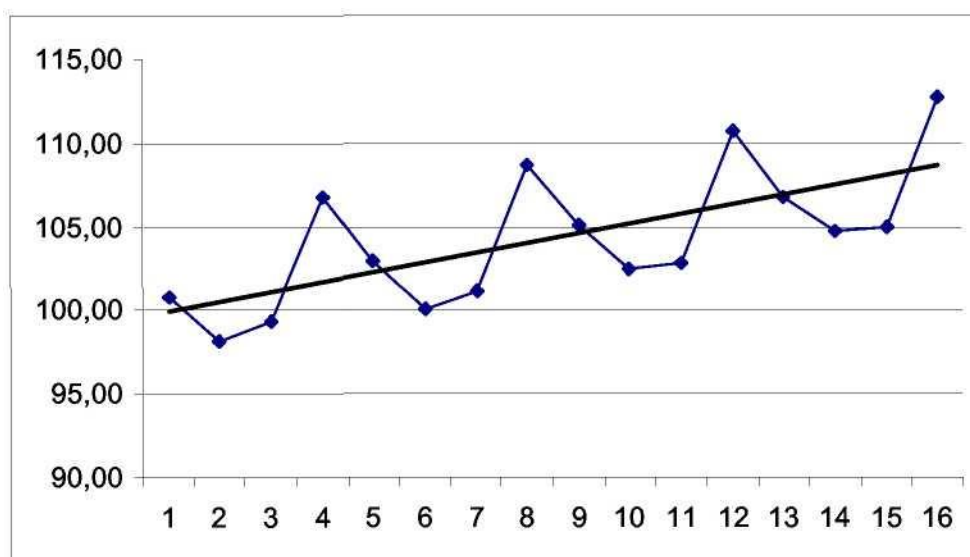


Рис.1. Квартальна динаміка обсягів продажу товару

Таблиця 12.

Згладжування часового ряду за допомогою ковзної середньої

№ року	№ кварталу	t	Обсяг продажів y_t , тис. шт.	Ковзна середня, y'_t	$x_t = y_t - y'_t$
1	2	3	4	5	6
1	I	1	100,80	-	-
	II	2	98,10	-	-
	III	3	99,36	101,52	-2,16
	IV	4	106,74	102,04	4,70
2	I	5	102,96	102,51	0,45
	II	6	100,08	102,98	-2,90
	III	7	101,16	103,50	-2,34
	IV	8	108,72	104,06	4,66
3о	I	9	105,12	104,56	0,56
	II	10	102,42	105,01	-2,59
	III	11	102,78	105,46	-2,68
	IV	12	110,70	105,95	4,75
4	I	13	106,74	106,52	0,22
	II	14	104,76	107,03	-2,27
	III	15	104,94	-	-
	IV	16	112,68	-	-

Попередню оцінку сезонної компоненти одержимо усередненням рівнів часового ряду x_t для однойменних кварталів:

значення сезонної складової для 1-го кварталу:

$$\bar{x}_1 = \frac{0,45 + 0,56 + 0,22}{3} = 0,413;$$

значення сезонної складової для 2-го кварталу:

$$\bar{x}_2 = \frac{-2,9 - 2,59 - 2,27}{3} = -2,588;$$

значення сезонної складової для 3-го кварталу:

$$\bar{x}_3 = \frac{-2,16 - 2,34 - 2,68}{3} = -2,393;$$

значення сезонної складової для 4-го кварталу:

$$\bar{x}_4 = \frac{4,7 + 4,66 + 4,75}{3} = 4,703.$$

Оскільки $\sum_{i=1}^4 \bar{x}_i = 0,135$ (відмінна від нуля), то проведемо коректування значень сезонної складової. Знайдемо поправку, на яку необхідно змінити попередні оцінки сезонності:

$$\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{x}_i = \frac{0,413 - 2,588 - 2,393 + 4,703}{4} = 0,03375.$$

Скоректовані оцінки сезонності наведені в табл. 13.

Таблиця 13.

Оцінювання сезонної компоненти в адитивній моделі

№ кварталу	i	Попередня оцінка сезонної компоненти \bar{x}_i	Скоректовані значення сезонної компоненти $S_i = \bar{x}_i - \bar{x}$
<i>I</i>	2	3	4
I	1	0,413	0,379
II	2	-2,588	-2,621
III	3	-2,393	-2,426
IV	4	4,703	4,669
Σ		0,135	0

У табл. 14 показані основні етапи процесу прогнозування по адитивній моделі. Спочатку з вихідного часового ряду вилучається сезонна складова, тобто здійснюється сезонне коректування обсягу продажів. Для опису тенденції

скористаємося моделлю лінійного тренду, оскільки це узгоджується з результатами аналізу динаміки показника. Модель лінійного тренду має такий вигляд:

$$\hat{y}_t^1 = 99,977 + 0,5031 \cdot t.$$

Розрахункові рівні, одержані підстановкою послідовних значень часу $t=1,2,\dots,16$, в наведене вище рівняння, представлені в табл. 14.

Таблиця 14.

Прогнозування обсягу продажів за допомогою адитивної тренд-сезонної моделі

t	Обсяг продажів y_t , тис. шт.	Сезонна компонента, S_t	Сезонне коректування обсягу продажів $y_t^1 = y_t - S_t$	Розрахункові значення (лінійний тренд) \hat{y}_t^1	Розрахункові значення обсягу продажів $\hat{y}_t = \hat{y}_t^1 + S_t$
1	2	3	4	5	6
1	100,80	0,379	100,42	100,480	100,859
2	98,10	-2,621	100,72	100,983	98,362
3	99,36	-2,426	101,79	101,486	99,060
4	106,74	4,669	102,07	101,989	106,658
5	102,96	0,379	102,58	102,493	102,872
6	100,08	-2,621	102,70	102,996	100,375
7	101,16	-2,426	103,59	103,499	101,073
8	108,72	4,669	104,05	104,002	108,671
9	105,12	0,379	104,74	104,505	104,884
10	102,42	-2,621	105,04	105,008	102,387
11	102,78	-2,426	105,21	105,511	103,085
12	110,70	4,669	106,03	106,014	110,683
13	106,74	0,379	106,36	106,517	106,896
14	104,76	-2,621	107,38	107,020	104,399
15	104,94	-2,426	107,37	107,524	105,098
16	112,68	4,669	108,01	108,027	112,696
17		0,379		108,530	108,909
18		-2,621		109,033	106,412

На завершальному етапі визначимо розрахункові рівні обсягу продажів по адитивній моделі, підсумовуючи значення одержаних оцінок трендової і сезонної складової (табл. 14).

Для прогнозування обсягу продажів в першому півріччі наступного року оцінимо значення тренда при $t=17$ і $t=18$:

$$y_{17}^1 = 99,977 + 0,5031 \cdot 17 = 108,53 \text{ тис. шт.},$$

$$y_{18}^1 = 99,977 + 0,5031 \cdot 18 = 109,033 \text{ тис. шт.},$$

а потім додамо до набутих значень відповідні оцінки сезонної складової (для 1 і 2-го кварталів). Таким чином, очікуваний обсяг продажів в першому півріччі складатиме 215,35 тис. шт. Характеристики точності моделі представлені в табл. 15. Розраховані абсолютні і відносні помилки свідчать про високу точність моделі (максимальна відносна помилка за модулем не перевищує 0,3%, середня відносна помилка по модулю склала 0,15%).

Таблиця 15.

Характеристика точності адитивної тренд-сезонної моделі

t	Обсяг продажів y_t , тис. шт.	Розраховані значення обсягу продажів, \hat{y}_t	Абсолютна похибка	Відносна похибка, %
1	2	3	4	5
1	100,80	100,859	-0,059	-0,059
2	98,10	98,362	-0,262	-0,267
3	99,36	99,060	0,300	0,302
4	106,74	106,658	0,082	0,077
5	102,96	102,872	0,088	0,085
6	100,08	100,375	-0,295	-0,295
7	101,16	101,073	0,087	0,086
8	108,72	108,671	0,049	0,045
9	105,12	104,884	0,236	0,225
10	102,42	102,387	0,033	0,032
11	102,78	103,085	-0,305	-0,297
12	110,70	110,683	0,017	0,015
13	106,74	106,896	-0,156	-0,146
14	104,76	104,399	0,361	0,345
15	104,94	105,098	-0,158	-0,151
16	112,68	112,696	-0,016	-0,014

Тема 5. Методи і моделі прогнозування одновимірних процесів

Завдання. Побудова моделі авторегресії - проінтегрованого ковзного середнього (ARIMA)

На основі наведених даних динаміки запасів підприємства, поданих у варіантах, необхідно:

- 1) перевірити ряд на стаціонарність. У випадку нестаціонарності даних провести їх коректування;
- 2) розрахувати коефіцієнти автокореляції, часткові автокореляції. Проаналізувати дану інформацію для розробки адекватної прогнозної моделі;
- 3) побудувати ARIMA-модель і провести тестування її адекватності.

Варіанти завдання:

Варіант 1

Таблиця 1.

Вихідні дані (тис. шт.)

t	y_t	t	y_t	t	y_t	t	y_t
1	267	14	241	27	258	40	279
2	267	15	244	28	259	41	287
3	268	16	254	29	268	42	276
4	264	17	262	30	276	43	273
5	263	18	261	31	285	44	270
6	260	19	265	32	288	45	264
7	256	20	261	33	295	46	261
8	256	21	261	34	297	47	268
9	252	22	257	35	292	48	270
10	245	23	268	36	299	49	276
11	243	24	270	37	294	50	274
12	240	25	266	38	284	51	284
13	238	26	259	39	277	52	304

Варіант 2

Таблиця 2.

Вихідні дані (тис. шт.)

t	y_t	t	y_t	t	y_t	t	y_t
1	15,71	14	14,18	27	15,18	40	16,41
2	15,71	15	14,35	28	15,24	41	16,88
3	15,76	16	14,94	29	15,76	42	16,24
4	15,53	17	15,41	30	16,24	43	16,06
5	15,47	18	15,35	31	16,76	44	15,88
6	15,29	19	15,52	32	16,94	45	15,53
7	15,06	20	15,35	33	17,35	46	15,35
8	15,06	21	15,35	34	17,47	47	15,76
9	14,82	22	15,12	35	17,18	48	15,88
10	14,41	23	15,76	36	17,59	49	16,24
11	14,29	24	15,88	37	17,29	50	16,12
12	14,12	25	15,65	38	16,71	51	16,71
13	14,11	26	15,24	39	16,29	52	17,88

Варіант 3

Таблиця 3.

Вихідні дані (тис. шт.)

t	y_t	t	y_t	t	y_t	t	y_t
1	333,75	14	301,25	27	322,50	40	348,75
2	333,75	15	305,00	28	323,75	41	358,75
3	335,16	16	317,50	29	335,00	42	345,00
4	330,00	17	327,50	30	345,00	43	341,25
5	328,75	18	326,25	31	356,25	44	337,50
6	324,00	19	331,25	32	360,00	45	330,00
7	320,00	20	326,25	33	368,75	46	326,25
8	320,00	21	326,25	34	371,25	47	335,00
9	315,00	22	321,25	35	365,00	48	337,50
10	307,25	23	335,00	36	373,75	49	345,00
11	303,75	24	337,50	37	367,50	50	342,50
12	300,05	25	332,50	38	355,00	51	355,00
13	297,50	26	323,75	39	346,25	52	380,00

Варіант 4

Таблиця 4.

Вихідні дані (тис. шт.)

t	y_t	t	y_t	t	y_t	t	y_t
1	356,00	14	321,33	27	344,00	40	372,00
2	358,00	15	325,33	28	345,33	41	382,67
3	357,33	16	338,67	29	357,33	42	368,00
4	352,00	17	349,33	30	368,00	43	364,00
5	351,67	18	348,00	31	380,00	44	360,00
6	346,67	19	353,33	32	384,00	45	352,00
7	341,33	20	350,00	33	393,33	46	348,00
8	342,33	21	348,00	34	396,00	47	357,33
9	336,00	22	345,67	35	389,33	48	360,00
10	326,67	23	357,33	36	398,67	49	368,00
11	326,00	24	362,00	37	392,00	50	365,33
12	320,00	25	354,67	38	378,67	51	378,67
13	317,33	26	345,33	39	369,33	52	405,33

Варіант 5

Таблиця 5.

Вихідні дані (тис. шт.)

t	y_t	t	y_t	t	y_t	t	y_t
1	148,33	14	133,89	27	143,33	40	155,00
2	148,37	15	135,56	28	143,89	41	159,44
3	148,89	16	141,11	29	148,89	42	153,33
4	146,67	17	145,56	30	153,33	43	151,67
5	146,11	18	147,00	31	158,33	44	151,00
6	144,44	19	147,22	32	162,00	45	146,67
7	143,22	20	145,00	33	163,89	46	145,00
8	142,22	21	145,00	34	165,00	47	148,89
9	141,00	22	142,78	35	162,22	48	150,00
10	136,11	23	148,89	36	167,11	49	153,33
11	135,00	24	151,00	37	163,33	50	152,22
12	133,33	25	147,78	38	157,78	51	157,78
13	132,22	26	143,89	39	153,89	52	168,89

Варіант 6

Таблиця 6.

Вихідні дані (тис. шт.)

t	y_t	t	y_t	t	y_t	t	y_t
1	178	14	161	27	172	40	186
2	178	15	163	28	173	41	191
3	179	16	169	29	179	42	184
4	176	17	175	30	184	43	182
5	175	18	176	31	190	44	181
6	173	19	177	32	194	45	176
7	172	20	174	33	197	46	174
8	171	21	174	34	198	47	179
9	169	22	171	35	195	48	180
10	163	23	179	36	201	49	184
11	162	24	181	37	196	50	183
12	160	25	177	38	189	51	189
13	159	26	173	39	185	52	203

Варіант 7

Таблиця 7.

Вихідні дані (тис. шт.)

t	y_t	t	y_t	t	y_t	t	y_t
1	222	14	201	27	215	40	233
2	223	15	203	28	216	41	239
3	223	16	212	29	223	42	230
4	220	17	218	30	230	43	228
5	219	18	221	31	237	44	227
6	217	19	221	32	243	45	220
7	215	20	218	33	246	46	218
8	213	21	218	34	248	47	223
9	212	22	214	35	243	48	225
10	204	23	223	36	251	49	230
11	203	24	227	37	245	50	228
12	200	25	222	38	237	51	237
13	198	26	216	39	231	52	253

Варіант 8

Таблиця 8.

Вихідні дані (тис. шт.)

t	y_t	t	y_t	t	y_t	t	y_t
1	252	14	228	27	244	40	264
2	252	15	230	28	245	41	271
3	253	16	240	29	253	42	261
4	249	17	247	30	261	43	258
5	248	18	250	31	269	44	257
6	246	19	250	32	275	45	249
7	243	20	247	33	279	46	247
8	242	21	247	34	281	47	253
9	240	22	243	35	276	48	255
10	231	23	253	36	284	49	261
11	230	24	257	37	278	50	259
12	227	25	251	38	268	51	268
13	225	26	245	39	262	52	287

Варіант 9

Таблиця 9.

Вихідні дані (тис. шт.)

t	y_t	t	y_t	t	y_t	t	y_t
1	106	14	96	27	102	40	111
2	106	15	97	28	103	41	114
3	106	16	101	29	106	42	110
4	105	17	104	30	110	43	108
5	104	18	105	31	113	44	108
6	103	19	105	32	116	45	105
7	102	20	104	33	117	46	104
8	102	21	104	34	118	47	106
9	101	22	102	35	116	48	107
10	97	23	106	36	119	49	110
11	96	24	108	37	117	50	109
12	95	25	106	38	113	51	113
13	94	26	103	39	110	52	121

Варіант 10

Таблиця 10.

Вихідні дані (тис. шт.)

t	y_t	t	y_t	t	y_t	t	y_t
1	138	14	124	27	133	40	144
2	138	15	126	28	134	41	148
3	138	16	131	29	138	42	142
4	136	17	135	30	142	43	141
5	136	18	137	31	147	44	140
6	134	19	137	32	150	45	136
7	133	20	135	33	152	46	135
8	132	21	135	34	153	47	138
9	131	22	133	35	151	48	139
10	126	23	138	36	155	49	142
11	125	24	140	37	152	50	141
12	124	25	137	38	147	51	147
13	123	26	134	39	143	52	157

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна:

1. Боровиков В.П. Прогнозирование в системе STATISTICA в среде Windows / В.П. Боровиков, Г.И. Ивченко. – М.: Финансы и статистика, 1997.-268 с.
2. Геєць В. М. Моделі і методи соціально-економічного прогнозування: Підручник / В. М. Геєць, Т. С. Клебанова, О. І. Черняк, В. В. Іванов, Н. А. Дубровіна, А. В. Ставицький - Х.: ВД “ІНЖЕК”, 2005. - 396с.
3. Иванов В. В. Анализ временных рядов и прогнозирование экономических показателей/ В. В. Иванов. - Х.: ХНУ, 1999. - 230 с.
4. Клебанова Т. С. Методы прогнозирования/ Т. С. Клебанова, В. В. Иванов, Н. А. Дубровина // Учебное пособие – Х.: Изд. ХГЭУ, 2002. - 372 с.
5. Клебанова Т.С. Эконометрия на персональном компьютере / Т. С. Клебанова, Н. А. Дубровина, А. В. Милов, О. Ю. Полякова, Е. В. Раевнева. – Х.: Изд. ХГЭУ, 2002. - 208 с.
6. Кулявець В. О. Прогнозування соціально-економічних процесів: / В. О. Кулявець// Навчальний посібник . – К. : Кондор, 2009. – 194 с.
7. Присенко Г. В. Прогнозування соціально-економічних процесів/ Г. В. Присенко, Є. І. Равікович // Навч. посіб. — К.: КНЕУ, 2005. — 378 с.

Додаткова:

1. Басовский Л. Е. Прогнозирование и планирование в условиях рынка/ Л. Е. Басовский. - М.:ИНФРА-М, 2001. - 260 с.
2. Бокс Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление/ Дж. Бокс, Г. Дженкинс. - М: Мир,- Вып.1, 1974.
3. Боровиков В. П. STATISTICA: искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов/ В. П. Боровиков. - СПб: Питер, 2001. - 656 с.
4. Боровиков В. П. Популярное введение в программу STATISTICA/ В. П. Боровиков. - М.: Компьютер Пресс, 1998. - 194 с.
5. Грабовецький Б. Є. Економічне прогнозування і планування/ Б. Є. Грабовецький // Навчальний посібник. - Київ: Центр навчальної

- літератури, 2003.-188 с.
6. Дуброва Т. А. Статистические методы прогнозирования/ Т. А. Дуброва //Учеб. пособие для вузов. - М.: ЮНИТИ - ДАНА, 2003. - 206 с.
 7. Ермаков С. М. Курс статистического моделирования / С. М. Ермаков Г. А. Михайлов.- М.: Наука, 1976. -320 с.
 8. Кэнделл М. Временные ряды/ М. Кэнделл. - М.: Финансы и статистика, 1981.-580 с.
 9. Лук'яненко І. Сучасні економетричні методи у фінансах/ І.Лук'яненко, Ю. Городніченко//Навчальний посібник - К.:Літера ЛТД, 2002. - 352 с.
 - 10.Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования/ Ю. П. Лукашин. - М.: Статистика, 1979. -420 с.
 - 11.Магнус Я. Р. Эконометрика / Я. Р.Магнус, П. К.Катышев, А. А. Пересецкий //Начальный курс: учеб. - 5-е изд - М.: Дело, 2001. 400 с.
 - 12.Морозова Т. Г. Прогнозирование и планирование в условиях рынка/ Т. Г. Морозова, А. В. Пикулькина// Учеб. пособие для вузов. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999. - 318с.
 - 13.Орлов А. Н. Эконометрика/ А. Н. Орлов //Учеб. пос. для вузов. - М.: Изд. “Экзамен”, 2002. - 576 с.
 - 14.Пашута М. Т. Прогнозування та макроекономічне планування/ М. Т. Пашута //Навч. посібник. - К.: МАУП, 1998. -192с.
 - 15.Уотшем Т. Количественные методы в финансах / Т. Уотшем, К. Паррамоу - М.: Финансы, ЮНИТИ, 1999. - 528 с.
 - 16.Цыгичко В. Н. Руководителю о принятии решений/ В. Н. Цыгичко. - М.: ИнфраМ, 1996.-272 с.
 - 17.Черняк О. І. Динамічна економетрика / О. І. Черняк, А. В. Ставицький - КВІЦ, 2000. - 120 с.
 - 18.Чураков Е. П. Математические методы обработки экспериментальных данных в экономике/ Е. П. Чураков //Учеб.пособие. - Финансы и статистика, 2004. - 240 с.
 - 19.Юринець Р.В. Прогнозування соціально-економічних процесів/ Р.В.

Юринець \ \ Навчальний посібник. – Львів, 2006. – 80 с.

Ресурси мережі Internet:

1. Васильев І.В. Сучасні методи моделювання часових рядів для прийняття рішень // <http://conf.vstu.vinnica.ua/allvntu/inaeksu/txt/vasylyev.pdf>
2. Программные продукты в сфере прогнозирования и анализа данных // www.i2.com.ua
3. Сервер Верховной Рады Украины // www.rada.gov.ua
4. Сервер державного комітету статистики України // www.ukrstat.gov.ua
5. Украинская инвестиционная газета // www.investgazeta.net

ЗМІСТ

МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ КОРОТКОСТРОКОВОГО ПРОГНОЗУВАННЯ

Тема 1. “Експертні методи прогнозування”	5
Тема 2. “Прості методи прогнозування”	27
Тема 3. “Адаптивні методи прогнозування”	35

МЕТОДИ СЕРЕДНЬОСТРОКОВОГО ТА ДОВГОСТРОКОВОГО ПРОГНОЗУВАННЯ

Тема 4. Аналітичне вирівнювання тренда	44
Тема 5. Методи і моделі прогнозування одновимірних процесів	62

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	68
---------------------------------	-----------