Фрейндлих Э.

Основы теор. тягот.

Эйнштейна

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Под общей редакцией А. Д. Архангельского, Н. К. Кольцова, В. А. Костицына, П. П. Лазарева и Л. А. Тарасевича

КНИГА 12

Э. ФРЕЙНДЛИХ

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

Э. ФРЕЙНДЛИХ

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

С ПРЕДИСЛОВИЕМ А. ЭЙНШТЕЙНА
И С ДОБАВЛЕНИЕМ СТАТЬИ В. ВИНА:
„ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ФИЗИКИ И ТЕОРИИ ПОЗНАНИЯ"

ПЕРЕВОД
Г. С. ЛАНДСБЕРГА
ПОД РЕДАКЦИЕЙ
В. К. ФРЕДЕРИКСА

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА • • • • • 1923 • • • • • ПЕТРОГРАД

ПЕТРОГР. ОТД. ГЛАВНОЙ КОНТОРЫ
„ИЗВЕСТИЯ Ц.И.К. С.С.С.Р. И В.Ц.И.К."

Тип. „КРАСНЫЙ АГИТАТОР"
Птг., 7-я Красноармейская, 26

Гиз. 376 7000 экз. Петрооблит. 7637.

Предисловие к русскому изданию.

Основы общей теории относительности положены Эйнштейном в 1913—1914 годах. В 1915—1919 годах работами самого Эйнштейна, а также Гильберта, Лоренца, Клейна, Вейля и многих других физиков и математиков она вступила в фазу широкого развития. Некоторые новые, заранее ею предсказанные, факты дали ей в то же время блестящее опытное подтверждение. Эта теория касается самых основных и почти самых трудных вопросов физики. Часто она идет в разрез с твердо установившимися взглядами на физику, на геометрию, на пространство, на время. Естественно поэтому, что она возбудила к себе огромный, давно уже не виданный для чистой теории интерес как со стороны специалистов физиков, так и со стороны более широких кругов ученых и неспециалистов. Форма, в которой эта теория излагается и по существу должна излагаться, к сожалению, требует очень специальных знаний по математике. Между тем ее значение для физики, необычайный интерес к ней требуют изложения в сравнительно доступном виде. Нет недостатка в самых разнообразных попытках передать теорию относительности в более или менее элементарной форме, приспособленной для понимания людей с самым разнообразным уровнем физических знаний. Но теория, по существу своему, требующая ясного и отчетливого языка математического анализа, плохо поддается этим стараниям. Новизна теории и естественное поэтому страстное к ней отношение также оказывает большое влияние на характер книг, ей посвященных. Наконец, в силу своих индивидуальных свойств некоторые авторы обращают главное внимание на принципиальные стороны теории, на ее принципиальное расхождение или сходство со старыми теориями, другие же стараются объяснить и сделать понятными с теоретической точки зрения те новые экспериментальные факты, к которым она приводит.

Предлагаемая книжка Э. Фрейндлиха особенно хороша в том отношении, что все принципиальное в новой

теории в ней хорошо и обстоятельно выяснено и притом в вполне доступном для знакомых с общими основами физики и механики виде. Примечания, сделанные в конце книги, дополняют с помощью сравнительно простых, большинству доступных, выкладок то, что изложено в тексте. Экспериментальная сторона вопроса рассмотрена, конечно, постольку, поскольку это можно было сделать к моменту выхода последнего издания в Германии. Но нужно добавить, что хотя с этого времени и появилось немало новых работ, касающихся общей теории относительности и опыта, все же общее положение этого вопроса осталось тем же. Поэтому новые добавления к книжке Фрейндлиха в этом направлении пока еще не нужны. Они могли бы быть интересными, главным образом, для специалистов.

Э. Фрейндлих — горячий сторонник новой теории. Но так как теория эта еще не пользуется единогласным признанием, то для незнакомых с нею не может быть не интересно мнение о ней человека, являющегося для всякого физика весьма большим авторитетом и не принимавшего непосредственно участия ни в создании ее, ни в страстной борьбе за и против нее. Таким большим авторитетом является один из известнейших немецких физиков В. Вин, и его речь о значении принципа относительности, произнесенная им на заводе Сименса в Берлине, присоединена здесь к книжке Фрейндлиха. Вин не является, как Фрейндлих, горячим сторонником новой теории, он относится к ней, может быть даже со слишком большой осторожностью, но именно поэтому его мнение и представляет особенный интерес. К его речи, напечатанной отдельной брошюрой в немецком издании, присоединены пояснительные примечания, но так как в них, в сущности, повторяется то, что уже разъяснено у Фрейндлиха, то здесь эти примечания опущены.

В. Фредерикс.

В. ВИН

ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ФИЗИКИ И ТЕОРИИ ПОЗНАНИЯ

Мне доставляет особенно большую радость то, что я могу излагать, здесь перед вами, вопросы чистой теоретической физики и даже касаться значения их в теории познания. Я вижу в этом интерес к чистой физике, — интерес, который я живо приветствую, и меня радует то, что люди, занимающиеся техникой, т.-е. разрабатывающие приложения физики, задаются также такими вопросами, при решении которых всякая возможность приложений пока исключена. Мы, физики, высоко ценим успехи техники и прекрасно знаем, насколько работа наша облегчается тем, что дает техника, но мы вполне естественно не можем не радоваться, когда и техники приходят к убеждению, что физика только тогда и идет вперед, когда она развивается, как наука. Но физическое понимание явлений природы имеет всегда особенную познавательную ценность, а это дает удовлетворение человеческому духу и так же, как искусство, возвышает его над обыденною жизнью.

Удовольствие рассказывать вам сегодня о принципе относительности несколько омрачается тем, что учение это в существенных своих частях не может быть изложено общедоступным образом. Я могу даже утверждать, что среди самих физиков лишь немногие настолько знают теорию относительности, что в состоянии самостоятельно судить о ней. При таком положении вещей я не могу ожидать ничего хорошего от многочисленных докладов и статей, преследующих цель ввести в принцип относительности людей, не получивших научного воспитания.

Но если я убежден, что изложение принципа относительности на совершенно общедоступных лекциях приводит к полной путанице в умах, то я и сам не должен делать того, что считаю своим долгом назвать здесь недопустимым. Я должен с самого начала не выходить из определенных рамок и не задаваться целью действительно объяснить вам принцип относительности. Я хотел бы только в возможно более простом виде изложить вам, как пришли к теории относительности, какие цели она преследует, что она может дать, и какую ей можно приписать познавательную ценность.

Теория относительности, как и все другие физические теории, есть результат опыта. Непосредственному наблюдателю введение абсолютного движения, не относительного к другим телам, не представляется чем-то непременно необходимым. Однако, уже в классической механике пользуются абсолютным пространством, по отношению к которому происходят движения тел. Это является результатом применения аналитической геометрии, в которой определение положений точек происходит с помощью расстояний от закрепленной в пространстве координатной системы. Но закрепление координатных линий в абсолютно пустом пространстве невозможно. Поэтому необходимо предположить, что в пространстве существует тело, к которому отнесены положения всех прочих тел. Таким образом уже весьма рано был распространен взгляд, что, несмотря на введение абсолютного движения, в механике может наблюдаться только относительное движение. Но иначе обстояло дело со светом, с тех пор, как волновая теория потребовала существования особого носителя световых волн — эфира.

Было ясно, что абсолютное движение в пространстве по отношению к световому эфиру вполне могло иметь физическое значение, что такое абсолютное движение должно было бы найти подтверждение в опыте. С этою целью производились многочисленные опыты, но всегда с отрицательным результатом. Из них наиболее известен опыт Майкельсона.

Световой луч, параллельный движению земли, падает на стеклянную пластинку, наклоненную под углом в 45^0, частью проходит через нее, частью отражается под прямым углом к движению земли. Обе части первоначального светового луча отбрасываются зеркалами обратно к стеклянной пластинке, где соединяются снова вместе и, образуя один луч, идут к наблюдателю. Если обе части светового луча при условии неподвижности земли проходили бы одинаковые пути, то при движении земли пути перестанут быть одинаковыми. Это легко видеть с помощью простого вычисления, в основе которого лежит всем известная задача Зенона о том, как скоро быстроногий Ахиллес догонит медленную черепаху. Черепахой будет здесь зеркало, связанное с землей, Ахиллесом — световой луч, догоняющий зеркало. Если допустить, что эфир покоится, то неизбежным следствием этого будет — разница в пути для двух частей светового луча. Правда, эта разница зависит лишь от квадрата отношения скорости земли к скорости света, т.-е. будет величиной порядка одной стомиллионной.

Но эту необычайно-маленькую величину все же можно наблюдать; для этого нужно обе части луча заставить интерферировать между собой, так как при этом можно изме-

рять доли длины волны, составляющие половину одной тысячной миллиметра. Если пути для двух частей луча равны одному метру, то оказывается, что можно обнаружить те весьма малые величины, о которых здесь идет речь.

Отрицательный результат опыта Майкельсона является тем опытным фактом, на котором основана теория относительности. Этот опыт имеет для нее такое же значение, как perpetuum mobile для закона сохранения энергии или как perpetuum mobile второго рода для второго закона механической теории теплоты. В истории открытия двух последних законов много общего с возникновением теории относительности. Путем опыта постепенно выясняется невозможность получить какое-нибудь определенное явление, а затем эта самая невозможность признается следствием закона природы, имеющего общее значение.

Устанавливая законы природы, мы должны различать между ними такие, которые являются лишь расширением и обобщением уже известных законов, и такие, которыми устраняются некоторые простые, считавшиеся верными до этого предположения. Закон сохранения энергии — закон первого рода, а второй закон термодинамики — закон второго рода. С момента установления Лейбницем понятия о живой силе закон сохранения энергии становится известным в механике, и заслуги Роберта Майера, Гельмгольца и Джоуля состояли в том, что они распространили на всю физику этот закон, верный для механики. Однако, если таким образом и стало ясно, что perpetuum mobile, т.-е. трата энергии без соответственного ее пополнения, невозможна, то все же не было надобности отказываться от чего бы то ни было, что до того времени стало достоянием физических знаний и считалось лежащим в основах физики.

Иначе обстояло дело со вторым законом механической теории теплоты. Утверждения, что perpetuum mobile второго рода, с помощью которого можно было без всяких ограничений превращать тепловую энергию в полезную работу, невозможно, кажется сначала утверждением, очень похожим на закон сохранения энергии. Но ближайшее исследование показало, что второй закон, исключающий perpetuum mobile второго рода, предполагает существование процессов, носящих название необратимых. Но обратимость времени во всех физических явлениях являлась одним из самых общих основоположений всей физики, включая в нее и электромагнитные явления. Если позднее необратимость свели к беспорядочности молекулярного движения и на место строгой причинности поставили в физике статистику, то это многим казалось жертвою самыми существенными физическими основоположениями.

Если новая теория жертвует какими-нибудь основоположениями, существовавшими до ее появления, то всегда возникает вопрос, будет ли при этом выиграно больше, чем проиграно. Для второго закона термодинамики этот вопрос уже давно решен в его пользу.

Проникновение физики в молекулярную и атомную структуру вещества настоятельно требует применения статистических методов: без них невозможно было бы овладеть в теоретическом отношении всей этой областью. Значение, которое получили в физике явления, совершающиеся в молекуле или между атомами, показало исключительно важное значение методов теории вероятности. В особенности это касается новой теории квантов, которая становится на ту точку зрения, что законы природы правильны лишь статистически, т.-е. при взаимодействии очень многих отдельных атомов, в то время, как настоящие законы, важные для отдельных элементов природы, в большинстве случаев нам еще вовсе неизвестны.

Так как закон сохранения энергии является следствием механических и электродинамических законов, то возникает чрезвычайно важный по своим последствиям вопрос: не будет ли и этот закон иметь лишь статистический характер? Нельзя отрицать, что существует опасность слишком большого преобладания статистики и что конечная цель теоретической физики, а именно, познание причинной связности вещей, оставляется без должного внимания.

Теория относительности также требует, чтобы некоторые, до сих пор считавшиеся совершенно верными, положения были оставлены. Так, например, для того, чтобы объяснить отрицательный результат опыта Майкельсона, теория относительности должна допустить, что длина твердого тела зависит от его скорости, при чем эту зависимость может заметить лишь наблюдатель, находящийся в покое. В этом и состоит так называемое Лоренцево сокращение длины, которым в первый раз была введена совершенно особенная относительность масштабов, сыгравшая впоследствии такую большую роль в теории относительности. Нельзя отрицать, что подобные положения носят несколько искусственный характер, противореча нашему обычному образу мысли. Невольно задаешь себе вопрос: зачем природа так крепко держится за относительность, если ей нужны при этом столь искусственные приемы.

Если принять, что для наблюдателя, находящегося в покое, движущийся масштаб действительно сокращается в длине, то опыт Майкельсона может быть объяснен, — другими словами, сокращение в длине выбирается таким, чтобы результат опыта был отрицательным. Но

зависимость длины масштаба от скорости недостаточна еще, чтобы получить принцип относительности для равномерных движений. Измерение времени также можно зависеть от скорости, и для покоющегося наблюдателя часы будут иметь другой ход, если они будут находиться в движении. Это предположение нужно сделать для того, чтобы была исключена возможность установить существование абсолютного движения наблюдениями с сигналами, дающими моменты времени. Несмотря на введение столь странных положений, как зависимость длины масштаба и хода часов от движения в пространстве, теория относительности, которая называется специальной, считается верной весьма многими, так как она подтверждается опытом. За нее говорит не только невозможность доказать абсолютное движение. Наблюдения, сделанные над очень быстро движущимися электронами, также находятся в согласии с ней.

Для того, чтобы притти к подобным результатам, можно построить теорию следующим образом: можно потребовать, чтобы все законы природы в движущейся системе для наблюдателя, движущегося вместе с ней, были теми же самыми, как и в покоющейся системе для покоющегося наблюдателя. Выполнение этого условия связано с определенными математическими операциями, которые приводят в результате к установлению, в совершенно общем виде, влияния движения на физические явления.

Очень важным следствием этой теории относительности является невозможность наблюдать скорость бо́льшую, чем скорость света. Сокращение масштаба в длине будет таким, что длина этого масштаба сделается бесконечно малой, если скорость его станет равной скорости света. При скоростях же бо́льших скорости света получилась бы отрицательная длина, что́ физически не имеет смысла.

Если желают сообщить тяжелому телу очень большую скорость, то скорость света обнаруживается в том, что для какого-нибудь определенного приращения скорости тела требуется тем большая работа, чем ближе скорость тела к скорости света. Таким образом, сила действует на тело, имеющее бо́льшую скорость так же, как она действует на тело с меньшей скоростью, но с большей массою. Масса становится зависимой от скорости, как это и подтвердилось наблюдениями над β-лучами. Скорость света играет в теории относительности роль бесконечно большой скорости.

Дальнейшее следствие состоит в том, что сложение двух скоростей по правилу параллелограмма сил уже не будет более иметь места. По обычным для нас представлениям к заданной скорости прибавляется другая, если она имеет то же направление, простым сложением. Но теперь

это уже не будет верно, в противном случае из двух скоростей, меньших скорости света, получилась бы скорость, которая могла бы быть и больше ее. Сложение скоростей должно поэтому происходить таким образом, чтобы нельзя было превзойти скорость света.

Весьма важное, имеющее глубокое значение, следствие теории относительности состоит в том, что энергия так же, как и масса, должна обладать инерцией. Этот весьма замечательный результат можно объяснить следующим простым способом: представим себе энергию в форме излучения, т.-е. не связанной с материей, пусть эта энергия излучается каким-нибудь одним, единственным в пространстве телом в каком-нибудь определенном направлении. Это излучение оказывает давление на тело, которое оно оставляет и, таким образом, приводит его в движение, обратное направлению излучения. Таким способом можно было бы обнаружить в пространстве абсолютное движение и измерить его.

Если же мы припишем излучаемой энергии массу, то мы уже не имеем дело с абсолютным движением, потому что излучение, стремящееся в одном направлении, и тело, двигающееся в обратном направлении, двигаются по отношению друг друга как два тела. Значит, энергии надо приписать инертную массу, величина которой равняется энергии, деленной на квадрат скорости света. Из этого следует, что энергию и массу нельзя различать между собой. Там, где в пространстве находится энергия, находится и соответственное количество инертной массы, и ничто не мешает сделать допущение, что существует одна только энергия, которая в атомах материи должна находиться в невероятно сконцентрированном состоянии.

Выяснилось, что при установлении математических форм для законов природы, удовлетворяющих этой теории относительности, измерения пространства и времени выступают формально совершенно одинаковым образом, если при этом умножить время на корень квадратный из минус единицы. Такой способ изложения, при котором мнимое время играет роль четвертого измерения в пространстве, и был, по всей вероятности, первым побуждением, привлекшим к теории относительности более широкое внимание. Казалось, что мистика четвертого измерения появлялась здесь в ярком свете физического познавания. Но как ни важны соотношения между пространством и временем, открытые теорией относительности, все же нельзя еще раз не указать на то, что здесь дело идет прежде всего о чисто формальной связи, как видно уже из того, что не само время, а мнимое время играет эту роль. В том факте, что время является чем-то совершенно другим,

чем пространственно измеримое, ничего не может изменить ни теория относительности, ни какая-либо другая теория.

Так называемая специальная теория относительности, которая применима к движениям с постоянною скоростью, как мы видели, ввела существенные изменения в основные физические понятия и представления. При этом я бы назвал принцип относительности не столько физическим принципом, сколько принципом теории познания, ибо он строится на том основании, что мы не должны быть в состоянии обнаружить абсолютное движение. Законы, вытекающие из чистой физики, следует считать верными лишь приближенно — по мере развития наших знаний они заменяются более точными. Мы видим это на законе сохранения массы, на правиле сложения скоростей, на принципе Допплера и т. д. Но принцип относительности претендует на абсолютную правильность и не может рассматриваться, как первое приближение к действительности. Всякий согласится с тем, что принцип относительности, верный лишь приближенно, был бы абсурдом. Sit ut est aut non sit можно утверждать и о принципе относительности. Наблюдаемое до настоящего времени согласие между принципом относительности и опытом доставило ему почти общее признание. То, что с помощью принципа относительности можно в самом общем виде вывести влияние движения, несомненно, является замечательным для него успехом.

Но нельзя все-таки отрицать того, что с теорией относительности закрываются некоторые возможные до нее перспективы. Скорость света, с которой распространяются в пространстве электромагнитные волны, нельзя уже свести к другим наблюдаемым величинам. Эфир, который считался носителем электромагнитных волн, представляется здесь ненужным. Абстрактные величины, как электрическая или магнитная силы, должны распространяться в пространстве со скоростью света. Мне представляется весьма сомнительным, чтобы в этом вопросе было сказано последнее слово. Стремление снова ввести эфир нашло себе новое подкрепление в теории излучения. Но если мы опять имеем эфир, то никак нельзя подавить сомнение в том, что движение по отношению к нему не может иметь физического значения.

В то время, как специальная теория относительности нашла почти общее признание в науке, по поводу так называемой общей теории относительности загорелся спор, какого, пожалуй, еще и не было в истории науки. Спор этот совершенно вышел из научных рамок и был перенесен в политическую и догматическую области, при чем, конечно, велся с соответствующим в подобных случаях ожесточением.

Если уже и специальная теория относительности ставит столь высокие требования в смысле абстрактного мышления, что оказывается трудной для общедоступного изложения, то для общей теории относительности это будет верно еще в значительно большей степени.

В то время, как в специальной теории относительности дело идет об утверждении, что абсолютное и равномерное движение в пространстве не может быть доказано, — утверждении, подтверждаемом опытом, — общая теория относительности стремится утверждать то же для всякого движения. Но это допущение не подтверждается опытом. Наоборот, мы обладаем некоторыми вспомогательными средствами, позволяющими обнаружить, например, вращение земли и без помощи неподвижных звезд, а именно с помощью маятника Фуко или гироскопического компаса. Если же, несмотря на это, утверждается и относительность движения земли, то надо сделать некоторые, специально для данной цели сконструированные, допущения, чтобы объяснить результаты наблюдений, а это является существенным недостатком общей теории относительности. Другой недостаток ее лежит в том, что математическое формулирование принципа, которое в специальной теории относительности в высшей степени просто и ясно, в общей теории ведет к ряду постулатов, допустить которые можно, но ни в коем случае не необходимо.

Исходной точкой общего принципа относительности является допущение, что ускоренное движение, т.-е. движение с меняющейся скоростью, может быть заменено соответствующим воздействием силы тяжести. Тем самым, действительно, достигается некоторого рода относительность. В самом деле, если это так, то тогда нельзя различить, получается ли некоторое действие, как результат ускоренного движения или вследствие притягивающей силы некоторых масс. Однако, у общей теории относительности имеется все же ясное различие со специальной. По последней теории абсолютное движение вообще нельзя наблюдать. Но при вращении все же что-то наблюдается, и по общей теории относительности остается лишь неопределенным, будет ли это вращение или действие силы тяжести.

В качестве одного из существенных требований специальной теории относительности было выведено, что энергия должна обладать инертными свойствами материи, так что вся материя могла быть сведена к огромным запасам энергии внутри тел. Если, таким образом, энергию и массу нельзя отличать друг от друга, то дальнейшее следствие состоит в том, что на энергию должна действовать также и сила тяжести. Если действие ускоренного дви-

жения может быть совершенно заменено силою тяготения, то отсюда с неизбежностью следует тяготеющее действие энергии.

Пусть два тела, находившиеся сначала в покое, приобретают, ускоряясь, одну и ту же скорость; пусть при этом одно тело излучает некоторую энергию, поглощаемую другим телом. Так как излучение производится во время ускоренного движения, количество поглощенной энергии увеличивается, ибо тело, поглощающее излучение, поглощает, кроме падающей энергии, и ту энергию излучения, которая находится в пробегаемом им пространстве. Точно такое же изменение энергии получится вследствие действия силы тяжести, которое заменяет указанное ускорение, если тела находятся в покое, и если энергии, перенесенной излучением, приписывается свойство тяжести.

Допущение, что сила тяжести действует также на энергию, имеет, без сомнения, много доводов в свою пользу, если только встать на почву специальной теории относительности.

При попытке распространить теорию относительности на любые движения, приходится сейчас же столкнуться с очень сложными метрическими соотношениями. Проще всего в этом можно убедиться на примере тела, вращающегося около какой-нибудь из своих осей. Так как скорость по мере удаления от оси возрастает, то должно возникнуть, требуемое специальной теорией относительности, сокращение в длине, и находящиеся в различных местах вращающегося тела масштабы будут различны. Точно так же и мера времени, зависящая от скорости, будет меняться, если удаляться от оси вращения. Часы будут итти тем медленнее, чем дальше они будут находиться от оси вращения. Хотя мы, таким образом, получаем весьма сложные представления о геометрических соотношениях и о времени, — все же общая теория относительности, которую многие склонны отрицать вследствие ее искусственности, дает некоторые возможности проверки наблюдением.

Если тело, находящееся в ускоренном движении, испускает свет, то для наблюдателя, находящегося в покое, число колебаний этого света в секунду будет по принципу Допплера меньше, чем в том случае, когда тело не находится в ускоренном движении и покоится, подобно тому, как удаляющийся источник звука дает более низкий тон, чем покоющийся. Если, вместо ускоренного движения, выступает сила тяготения, то она должна оказать такое же действие. Там, где сила тяжести очень велика, как, например, на солнце, число колебаний в секунду для света должно быть меньше, чем в тех местах, где сила тяготения меньше. Спектральные линии на солнце должны быть смещены к

красному концу спектра, при чем это смещение при современных средствах наблюдения как-раз еще может быть обнаружено. Это следствие общей теории относительности нужно понимать так, что измерение времени зависит от тяготения. В той же мере, в какой уменьшается на солнце какое-нибудь число колебаний в секунду, там должен замедляться ход часов. Отсюда же можно вывести, что скорость света на солнце должна быть меньше, так как скорость равняется отрезку пути, разделенному на время, которое нужно, чтобы пройти этот отрезок.

Это изменение скорости света имеет следствием, что световой луч вблизи солнца испытывает преломление, как при переходе из оптически менее плотной среды в оптически более плотную.

Если принять в соображение это изменение в скорости света, то вблизи солнца получается отклонение светового луча, равное 0,83 дуговых секунд.

В своей новой математически более полно формулированной теории Эйнштейн получил для отклонения светового луча солнцем величину вдвое бо́льшую. Эта бо́льшая величина получилась от того, что тяготение влияет не только на метрическое соотношение времени, но и пространства.

Английские астрономы, действительно, наблюдали отклонение светового луча вблизи солнца, соответствующее тому, которое дает теория Эйнштейна. Несмотря на эти несомненные успехи теории, следует подождать дальнейших наблюдений, прежде чем говорить об окончательном подтверждении теории. По поводу смещения спектральных линий в красную сторону на поверхности солнца в настоящее время существует большое разногласие. В то время, как американские астрономы отрицают существование смещения, два немецких ученых Гребе и Бахем (Grebe и Bachem) его подтверждают. Но так как американцы работают в значительно более благоприятных условиях, то здесь, конечно, еще важнее подождать новых наблюдений*). К традициям немецкой науки принадлежит традиция подвергать строжайшей критике все научные результаты, и поэтому я должен считать преждевременным уже часто повторяющееся утверждение об окончательном подтверждении общей теории относительности. Несомненного успеха она достигла в теории движения перигелия планет, — движения, которое уже давно наблюдалось для Меркурия.

*) Насколько осторожным нужно быть при оценке результатов наблюдений, выяснилось из опытов В. Кауфмана, которыми подтверждалась старая электромагнитная теория, в то время как все более поздние наблюдения дали согласие с теорией относительности.

Если выводам общей теории относительности суждено будет действительно найти опытное подтверждение, то сделанное ею для науки нужно будет оценить весьма высоко. Открытие новых явлений природы, заранее предсказанное теорией, представляет собою большой триумф для силы логики человеческого духа. Здесь же дело идет о соотношениях между физическими явлениями и тяготением, которое до настоящего времени стояло вне всякой связи с другими отделами физики. Это последнее обстоятельство придало бы, кроме того, теории относительности совершенно особое значение в физике.

Поэтому, если судить с точки зрения физики, значение теории относительности состоит в следующем.

Специальная теория относительности дает возможность определить влияние движения на любые физические явления. Общая теория относительности таким же образом определяет влияние силы тяжести.

Но подобно тому, как влияние специальной теории относительности выступает лишь тогда, когда начинают действовать очень большие скорости, точно также и общая теория относительности оказывает заметное действие лишь тогда, когда дело идет о силе тяжести очень больших масс, как, например, солнца.

Поэтому значение теории для физика ограничено, и число возможных применений всегда будет относительно небольшим.

С другой стороны, общая теория относительности имеет то большое преимущество для основ теоретической физики, что она уже давно известный факт равенства тяжелой и инертной массы рассматривает как необходимый закон природы, в то время как до нее этот опытный факт вовсе не находил себе места среди законов природы.

Теория относительности выражается в чисто математической и общей форме. Выражение законов природы не должно меняться при некоторых определенных математических действиях.

Уже в специальной теории относительности время формально рассматривается, как четвертое измерение пространства. Затем для ее изложения весьма широко пользовались методами неевклидовой геометрии.

С точки зрения теории познания, таким способам изложения придается слишком большое значение. Мистика четвертого измерения при рассмотрении теории относительности также начала играть некоторую роль, в то время как четвертое измерение является ничем другим, как просто удобным математическим приемом. Также и применение неевклидовой геометрии нужно рассматривать лишь как способ математического изложения. Со времени Римана

математиками доказано, что логически мыслимы геометрии, в которых имеют место другие законы, чем в обыкновенной геометрии. Возможность подобных геометрий обнаружилась после тщетных попыток доказать теорему, что сумма углов треугольника равна двум прямым. Мы учили это в школе, но доказать этого нельзя. Доказать эту теорему нельзя потому, что логически возможно построить геометрии, для которых сумма углов не равна двум прямым. После того как логическая возможность неевклидовой геометрии была один раз доказана, можно было итти по этому пути и далее.

Геометрия, для которой сумма углов треугольника больше, чем два прямых угла, была названа сферической геометрией, так как в ней прямые линии замыкаются сами в себе, подобно большим кругам на шаровой поверхности. Возможность с помощью неевклидовой геометрии охватить мир в конечных размерах была уже известна Бернгарду Риману. Новейшие астрономы нередко говорят о ней, но здесь возникает вопрос, действительно ли нужно пожертвовать простыми основами геометрии.

Эйнштейном и была сделана попытка доказать, что при применении законов притяжения масс ко всему миру теория относительности, пользующаяся неевклидовой геометрией, имеет преимущество по сравнению с до нее существовавшей механикой. Уже давно известно, что материя, с равномерной плотностью наполняющая весь мир, несовместима с ньютоновым законом всемирного тяготения. Наоборот, нужно допустить, что плотность материи, при удалении от некоторой средней точки, все более и более уменьшается, и это уменьшение, по меньшей мере, обратно пропорционально квадрату удаления. Таким образом, пространство становится как-будто все более и более пустым. Этой трудности, с точки зрения теории познания, можно было избежать, если допустить неевклидову сферическую геометрию, в которой прямые линии замыкаются сами собой. Подобного рода пространство конечно. Теория относительности и имела бы то преимущество, что она и без того уже вводит неевклидову геометрию, так что сферическая геометрия возникает из нее сама собой, и бесконечно протяженное пространство с нею не совместимо.

Но все-таки все эти рассуждения нужно делать с большою осторожностью.

Математическая форма общей теории относительности такова, что строгое и однозначное определение того, что под этой теорией желают понимать, невозможно. Теория относительности представляет собою систему математических уравнений, которые не меняются при некоторых определенных математических преобразованиях, и с помощью

которых должны быть описаны свойства обратимо действующих законов природы.

Кречман высказал требование, чтобы относительность, выражающаяся в независимости от этих преобразований, выступала во всякой формуле, выражающей закон природы, в то время как в общей теории относительности это является только возможным. Поэтому он называет общую теорию относительности Эйнштейна абсолютной теорией. Из этого следует, что тому, что мы желаем назвать теорией относительности, можно дать весьма разные имена. Возможно ли будет провести общую теорию относительности, которая удовлетворяет требованию Кречмана, — является вопросом. Специальная теория относительности удовлетворяет этому требованию.

Основы своей общей теории относительности Эйнштейн выражает следующим образом:

1) Принцип относительности: математические выражения законов природы остаются неизменными при некоторых определенных математических преобразованиях.

2) Инерция и тяжесть, по существу своему, одно и то же (основоположение так называемой общей теории относительности); далее: метрические соотношения пространства, влияние инерции и сила тяжести обусловливаются одним и тем же состоянием пространства.

3) Это состояние определяется одними только массами тел, находящимися в пространстве.

Отсюда мы видим, что в теории Эйнштейна содержится больше, чем в одном требовании относительности. Но даже и таким образом система уравнений теории определяется еще не вполне. Сам Эйнштейн прибавил к своим уравнениям новый добавочный член, который оставляет неизменным требование относительности, но в то же время позволяет допустить существование конечного количества материи, которая образует мир и заключается в сферическом пространстве.

Уже отсюда следует, что общая теория относительности не обладает такой же законченностью, как специальная теория, в которой ничего нельзя изменить и которую нужно или принять, или отвергнуть. Это станет еще яснее, если вспомнить дальнейшее развитие теории относительности так, как ее понимает, например, Вейль (Weyl). В то время, как у Эйнштейна геометрия, время, действие инерции и тяжести представляют собою связанную в одно целое систему, Вейль прибавляет к ним также и электромагнитные явления. Теорию Вейля можно считать системой законченного характера в большей степени, чем теорию Эйнштейна.

Конечно, геометрия у Вейля становится еще более сложной, и нужно сказать, что эти теории, в конце концов, состоят в том, что переносят трудности, встречающиеся в изложении законов природы, на геометрию. Мы могли бы с полной уверенностью в успехе допустить, что с помощью достаточно сложной геометрии факты, которые могли бы быть получены наблюдением, всегда могут быть описаны. Это будет такого рода описанием, при котором снова отбрасывается бо́льшая простота старой геометрии, и вопрос о том, должны ли мы действительно отбросить простейшие основы способов исследования природы, всегда, и с полным правом, будет снова подниматься.

Если мы критически рассматриваем всю теорию относительности, то мы, прежде всего, должны установить те требования, которые следует предъявить к подобной теории. Эти требования должны бы быть следующими:

1) Теория должна исходить из одного постулата.

2) Теория должна быть свободна от логических противоречий.

3) Ее выводы должны находиться в согласии с опытом.

4) Теория должна быть проста.

Требование первое выполняется специальной теорией относительности, при добавлении постоянства скорости света. Но, как мы видели, последнее условие не выполняется в общей теории.

Общая теория Эйнштейна имеет в своей основе, как мы видели, несколько постулатов.

Кроме них, возможны также и другие постулаты; в настоящее время еще нельзя сделать выбора между этими различными возможностями.

Что касается второго требования, то я думаю, что оно выполняется обеими теориями. Уже тот факт, что теорию относительности можно изложить с помощью вполне разработанной математиками системы неевклидовой геометрии и теории ковариантов, гарантирует отсутствие в ней внутренних логических противоречий.

Мне кажется, что противники общей теории относительности, в попытках привести против нее логические возражения, не делали достаточного различия между физической теорией и ее математической формой.

Относительно третьего требования, чтобы наблюдения согласовались с выводами теории, в настоящее время, как мы видели, еще нельзя окончательно утверждать, что оно выполняется.

Мы приходим теперь к четвертому требованию, чтобы теория была простой.

Мне кажется, что враждебность по отношению к теории относительности в сущности не без некоторого осно-

вания, но в большинстве случаев бессознательно, происходит оттого, что теория кажется слишком сложной и слишком много пользуется совершенно абстрактными представлениями.

Уже и специальная теория относительности вместе с допущением о том, что меры длины и времени должны зависеть от движения, вводит такую абстракцию, которая не по сердцу физическому мышлению. То, что две скорости не просто складываются, также не способствует большей простоте всей теории. Общая же теория относительности принадлежит к самым абстрактным отделам всей математики вообще, и совершенно естественным кажется вопрос, в самом ли деле мы вынуждены отказаться от старой, простой геометрии, как фундамента физики, и перейти к рассуждениям, которые математически, конечно, безупречны, но которые ставят физику на зыбкую почву. В той же степени, с какою для математика нетрудно произвольно обобщать геометрию, так как ему при этом нужно руководиться одной только логикой, в такой же степени трудно физику изменить простые основоположения его науки, так как при этом ему угрожают все новые и новые изменения. Но если выводам теории относительности действительно суждено будет подтвердиться, то ее значение всегда будет большим. Будут пытаться упростить ее, насколько возможно, и при этом перейти к новому ее пониманию и новым способам изложения.

Но мы должны еще коснуться одного заблуждения теоретико-познавательного характера, которое возникло в последнее время и благодаря которому в более широких кругах могут возникнуть недоразумения.

Утверждают, что общая теория относительности показывает, что все доказательства коперниковой системы мира не удовлетворительны, и что с таким же успехом можно ввести и птолемееву систему. Мне бы хотелось обратиться с вопросом к какому-нибудь математику, астроному или физику, будь он приверженцем теории относительности или нет, думает ли он серьезно, что когда-нибудь снова можно будет сказать, что земля находится в покое, и что солнце движется вокруг нее.

Становясь на точку зрения теории познания, мы можем отделять логически возможное и доказуемое от действительного. Чисто логически вообще можно отрицать существование внешнего мира, во всяком случае, доказать его существование логически невозможно. Несмотря на это, каждый верит в него и даже больше, чем в какой-нибудь логический вывод. Но если логически системы Птолемея и Коперника одинаково допустимы, то,

во всяком случае, одно обстоятельство решительно говорит в пользу последней — ее простота.

В те времена, когда Коперник устанавливал свою систему, опыты, которые позднее считались доказательством вращения земли, как, например, маятник Фуко и т. п., еще не были известны. Коперник показал только, что пути небесных тел становятся значительно более простыми, если предположить вращение земли. Как известно, еще в греческой древности Аристарх учил, что земля движется вокруг солнца. В своей известной книге „Гибель Запада“ („Der Untergang des Abendlandes“) Шпенглер говорит, что этот взгляд не нашел себе распространения у греков по той причине, что он не соответствовал мировоззрению греческой культуры. По моему же мнению, это произошло потому, что тогда еще не было возможно видеть все те огромные преимущества, которые связаны с этим взглядом. Только триста лет спустя Птолемей установил свою систему мира, и понадобилось еще очень много тщательной астрономической работы, пока не стало, наконец, возможным действительно сравнить обе системы.

Решающим моментом в теории Коперника было то, что ею было показано, каким образом запутанные эпициклы планетных траекторий Птолемеевой системы упрощаются, если допустить, что вращается земля. В этом теория относительности, конечно, ничего решительно не меняет.

Огромное значение теории Коперника состояло в том, что она положила конец до того времени существовавшему убеждению, что обитаемая людьми земля составляет центр вселенной. Влияние этой теории на мировоззрение человека было неизмеримо, так как положение его по отношению ко вселенной в корне изменилось. Является, конечно, совершенно невозможным — и каждый сторонник теории относительности согласится с этим, — чтобы вернулись к тому, что было до Коперника.

Теория относительности утверждает только, что из нее логически возможно также вывести вращение всего мира вокруг земли. Чтобы доказать это предположение, ей нужно показать, что, возникающие вследствие вращения земли центробежные и подобные ей силы могут возникнуть вследствие воздействия небесных тел. Но эта возможность, из которой позволительно сделать соответствующие физические выводы, реального значения не имеет, так как простота системы Коперника делает ее одну пригодной для нашего познавания природы.

Поэтому нельзя согласиться с тем, что теория относительности может создать новое миропонимание. Теория относительности лишь постольку имеет какое-нибудь отно-

шение к миропониманию, поскольку ей — если этой теории суждено быть подтвержденной опытом — удастся обогатить физическое знание. Так как она, помимо всего прочего, пользуется с успехом методами теоретической физики, то она может влиять на миропонимание лишь в том размере, в каком это вообще возможно для физики. Если часто говорится о релативистическом миропонимании, которое находится в связи с миропониманием, защищаемым Шпенглером в его „Гибели Запада", то нужно решительно возражать против того, чтобы последнее имело что-либо общее с физической теорией относительности.

Стремление обобщать законы физики и переносить их в чуждые ей области уже не раз приводило к неправильным выводам. Когда Мопертюи (Maupertuis) установил закон наименьшего действия, то он думал, что ему удалось открыть особый теологический закон природы. И только Якоби устранил из принципа наименьшего действия все эти метафизические наслоения и ясно показал, что здесь дело идет о чисто математическом формулировании законов механики. Точно также и теория относительности является не чем другим, как математическим способом изложения тех свойств, которые приписывают законам природы. Если из принципа наименьшего действия нельзя сделать никаких выводов о каких-то особенных метафизических целях природы, то равным образом и из принципа относительности мы не можем сделать никаких заключений, выходящих за пределы физически существующего.

Теория относительности является не чем другим, как математической системой теоретической физики, из которой следуют выводы, имеющие физическое значение и подлежащие проверке опытом. И это не меняется тем обстоятельством, что сам принцип относительности возникает из теории познания.

Теория относительности сама по себе — физическая теория. Уже в специальной теории, кроме требования о невозможности наблюдать абсолютное движение, мы нуждаемся еще в допущении постоянства скорости света (которое в общей теории становится опять ненужным). Общая теория относительности является системой дифференциальных уравнений так же, как механика или электромагнитная теория.

Действительные возражения против теории относительности могут быть поэтому только трех родов: или мы должны найти противоречие в самой математической системе теории; или мы должны показать, что она приводит к следствиям, которые не согласны с опытом; или

же, наконец, мы должны доказать, что она непригодна для окончательного изложения явлений природы, вследствие отказа от наших самых простых основоположений.

Весьма многие возражения теоретико-познавательного характера, которые уже приводились и еще теперь приводятся, эту теорию, как физическую теорию, не задевают. Только физика может решить, правильна ли она и способствует ли созданию физического представления о мире.

Весьма существенно отделить физическую теорию относительности от ее математической формы. Последняя, в высокой степени привлекшая к себе внимание математиков, сохранит свое значение, в качестве приложения и развития четырехмерной неевклидовой геометрии, даже и в том случае, если физическая теория перестанет считаться правильной или будет существенно изменена.

Но существует опасность, что те, кто недостаточно знает настоящую действительно физическую теорию относительности, будут стремиться делать из нее более значительные заключения и пытаться вывести общую теорию относительности нашего мышления. Этим мы вернулись бы обратно к тому, что было две тысячи лет тому назад, — к греческим софистам. Относительности всех суждений учил уже Протагор, который, в конце концов, дошел до чисто софистической точки зрения, что можно одинаково хорошо защищать как само утверждение, так и его противоположность. Нужно при этом только встать на соответствующую точку зрения. Я не знаю, желательно ли сторонникам современных релативистических воззрений итти так далеко. Но одно достоверно, что все подобного рода построения прямо противоречат физическому образу мысли. Мыслители - физики, при величайшем напряжении своих духовных сил, постепенно добились того, что геоцентрическая и антропоморфная точка зрения были оставлены. Можно сказать, что в настоящее время следует считать для физического мышления основным стремление исключить из физики субъективные представления человека и перейти к неизменным, независимым от человеческих способов наблюдения, законам природы. Правда, для познавания законов природы нам нужен разум, т.-е. все-таки свойство человеческое.

Но вместе с успехами физических способов наблюдения нам постепенно стало ясно, что логические выводы из законов природы и действительно существующее настолько согласуются между собою, что объективное познавание природы становится возможным. Законы психологические, которые, в конце концов,—тоже законы природы, таковы, что между логикой и существующим в природе господствует согласие. Если мы от этого откажемся и снова вернемся к

софистическому представлению об относительности познания, то этим самым мы оставляем почву физического мышления. Поэтому физики, прежде всего, должны возражать против того, чтобы физическая теория относительности, может-быть, правильно передающая некоторые свойства законов природы, ошибочно обобщалась до относительности познания, которая разрушает все здание физического познавания природы и этим самым, прежде всего, и основы теории относительности.

Общий интерес, который возбуждает к себе теория относительности, как нам кажется, обращается не исключительно к тому, где она действительно могла бы иметь значение, если бы ее выводы подтвердились. И как ни хорошо было бы радоваться большому интересу и вниманию, возбуждаемым одним из отделов физики, все же нельзя не опасаться, что не только физические, чисто научные идеи теории относительности привлекают и занимают умы и чувства.

Я не могу отказаться от некоторого сомнения в том, что весьма важный для физики вопрос об отклонении светового луча солнцем и о смещении спектральных линий, действительно один возбуждает столь большой интерес. Я опасаюсь, что какие-то неопределенные и питаемые чувством ожидания скорее послужили причиной того, что о принципе относительности так много говорится на публичных собраниях, и что о нем говорится и печатается так много совершенного вздора.

И как ни надо желать, чтобы научные выводы, поскольку их правильность уже доказана, получали широкое распространение и становились известными широкому кругу лиц, я все же должен откровенно признаться, что для теории относительности это время еще не наступило. Ни сама теория, ни ее выводы не подтверждены еще опытом окончательно. Коснуться всего того, что говорится за или против теории относительности, невозможно здесь по той причине, что для этого нужны слишком большие специальные знания. Еще в большей степени, чем для платоновой школы, будет верным для теории относительности:

Μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω.

Всякому не-математику вход воспрещается.

Э. ФРЕЙНДЛИХ

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ ЭЙНШТЕИНА

Предисловие.

Э. Фрейндлих в предлагаемой книжке попытался разъяснить для более широкого круга читателей логические и эмпирические источники, из которых зародилась общая теория относительности. Я вынес при чтении книжки впечатление, что составителю удалось сделать доступными основные мысли теории каждому, кто до известной степени освоился с методами точного естествознания. В увлекательной форме изложено отношение теории к математике, теории познания, физике и астрономии, при чем тщательно разъяснены и оценены по заслугам глубокие идеи так далеко опередившего свое время математика Римана.

Э. Фрейндлих излагает предмет не только как компетентный знаток рассматриваемой области знания; он является также первым среди товарищей по науке, который положил много труда на проверку теории опытом. Пусть его книжка доставит радость многим!

А. Эйнштейн.

Введение.

К концу 1915 года А. Эйнштейн (A. Einstein) окончательно формулировал теорию тяготения на основе общего принципа относительности всех движений. При этом он не ставил себе цели дать наглядную картину действия сил притяжения между телами, а пытался лишь создать механику относительного движения тел под действием инерции и тяжести. На пути к этой цели пришлось пожертвовать некоторыми издавна установленными понятиями. Но зато удалось придти к точке зрения, которая для многих, кто занимался основами теоретической физики, давно представлялась конечной целью исканий. То, что новая теория потребовала известных жертв, может лишь возбудить к ней доверие. Ибо бесплодные усилия в течение столетий ввести учение о тяготении в систему естествознания должны были привести к сознанию, что это невозможно сделать без отказа от некоторых твердо укоренившихся понятий. Действительно, Эйнштейн обращается к самым основам механики, чтобы там укрепить свою теорию, и не удовлетворяется одним изменением Ньютонова закона для перехода к новым взглядам на механику.

Для понимания идей Эйнштейна нужно сопоставить принципиальную точку зрения, им установленную, с точкой зрения классической механики на те же вопросы. При этом выясняется, каким образом логическое развитие „специального" принципа относительности ведет к „общему" и к теории тяготения.

1. Специальная теория относительности, как предварительная ступень к общей теории относительности.

Грандиозный переворот, свидетелями которого мы являемся, возник из трудностей, на которые натолкнулась в своем развитии электродинамика. Но самым значительным оказалось при этом то обстоятельство, что только новое обоснование механики могло представить выход из возникших затруднений *).

Электродинамика в существенных чертах своих развивалась без влияния со стороны механики и со своей стороны не влияла на эту последнюю, пока дело ограничивалось электродинамическими явлениями в покоящихся телах. Лишь после того, как уравнениями Максвелла (Maxwell) была положена к тому надлежащая основа, стало возможным перейти к изучению электродинамических явлений в движущейся материи. Все оптические явления, по теории Максвелла, также относятся к электродинамическим; они имеют место или между небесными телами, которые движутся друг относительно друга, или же на поверхности земли, которая обращается вокруг солнца (приблизительно со скоростью 30 километров в секунду) и, кроме того, вместе с ним участвует в поступательном движении относительно системы неподвижных звезд (приблизительно с тою же скоростью). В связи с этим возникают тотчас же вопросы большого принципиального значения: сказывается ли движение источника света на скорости испускаемого им света? как влияет движение земли на оптические явления, происходящие на ее поверхности, например, на оптические опыты в лаборатории? Таким образом надлежало развить теорию этих явлений, в которых сплетались электродинамические и механические процессы [1]). Тщательно и давно разработанная механика должна была выдержать испытание в том, пригодны ли ее вспомогательные средства к описанию подобного рода явлений или нет.

Первую попытку описания электродинамических явлений в движущихся телах сделал Г. Герц (H. Hertz).

*) *Замечание.* Большую часть возражений против новых идей следует, конечно, приписать тому обстоятельству, что в них увидели попытку со стороны дисциплины, за которой не признавали права голоса в вопросах механики, оказать столь глубокое влияние на ее основы. Однако, анализ этих возражений показывает, что они возникли из желания рассматривать механику, как чисто математическую дисциплину, подобно геометрии, не обращая внимания на то обстоятельство, что ее основы содержат чисто физические гипотезы; правда, эти гипотезы еще и не признавались до сих пор за таковые.

[1]) См. примечание 1-е в конце книги.

Он разработал теорию Максвелла с тем, чтобы учесть влияние движения материи на электродинамические процессы, сделав характерное для его теории допущение, что носитель электромагнитного поля, световой эфир, повсюду принимает участие в движении материи. Вследствие этого в его уравнениях состояние движения светового эфира выступает рядом с электромагнитным полем, рассматриваемым также как состояние эфира.

Известно, что основоположения Герца не могут быть согласованы с данными опыта, напр., с данными опыта Физо (Fizeau) (см. примечание 2-е), так что его теория представляет лишь исторический интерес, как этап на пути развития электродинамики движущейся материи.

Впервые Лоренцу (Lorentz) удалось получить из теории Максвелла электромагнитные уравнения для движущейся материи, которые в общем давали согласие с опытом; правда, это было достигнуто ценою отказа от принципа фундаментального значения, а именно—путем допущения, что галилеево-ньютоновский принцип относительности классической механики не имеет приложения в электродинамике. (Ниже будет подробно разъяснено, что мы понимаем под принципом относительности классической механики).

Успех теории Лоренца с точки зрения опыта делал эти жертвы сначала незаметными, но затем как-раз в связи с этим началось разложение классической механики, которое и сделало, в конце концов, ее положение неприемлемым. Для понимания этого необходимо подробнее остановиться на принципе относительности в основных уравнениях физики.

Под принципом относительности классической механики понимают следствие, вытекающее из ньютоновых уравнений движения, согласно которому для описания механических процессов равноценны все системы координат, находящиеся одна относительно другой в равномерном и прямолинейном движении. По отношению к наблюдениям на земле это означает, что любой механический процесс на поверхности земли, например, движение брошенного тела, не изменяется вследствие того, что земля не остается в покое, а находится в движении, которое с достаточным приближением можно считать равномерным и прямолинейным.

Однако, этим постулатом относительности еще не охарактеризовывается с исчерпывающей полнотой принцип относительности Галилея-Ньютона, хотя в постулате и находит свое выражение как-раз тот экспериментальный факт, который составляет настоящее содержание принципа относительности. Постулат относительности

необходимо дополнить теми формулами преобразования, при помощи которых наблюдатель может заменить координаты x, y, z, t, выступающие в уравнениях движения Ньютона, координатами x', y', z', t', относящимися к другой системе координат, двигающейся относительно наблюдателя равномерно и прямолинейно. При этом координаты x, y, z в ньютоновых уравнениях всегда означают результаты измерений пространственных перемещений тел, происходящих в течение рассматриваемого процесса—т. е. означают результаты, полученные при помощи неизменяемого (твердого) масштаба согласно правилам евклидовой геометрии; четвертая же координата t представляет собой значение времени, относящееся к тому же процессу, напр., положение стрелки часов, расположенных в том месте, где совершается процесс. Таким образом классическая механика для случая, когда дело идет о соотношении между координатами двух координатных систем, двигающихся одна относительно другой в направлении оси x-ов с постоянной скоростью v, дополнила выше формулированный постулат относительности уравнениями преобразования вида:

$$x' = x - vt; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = t.$$

Эта группа так называемых галилеевых преобразований, и для общего случая движения, направленного как угодно относительно координатных осей, характеризуется тем, что координата времени t трансформируется в координату времени для второй системы отсчета всегда при помощи тождества $t = t'$; отсюда становится ясным абсолютный характер измерений времени в классической теории. Ньютоновы уравнения движения механики не изменяют своего вида, если в них заменить координаты x, y, z, t при помощи написанных уравнений преобразования координатами x', y', z', t'. Итак, нет никакого смысла говорить об абсолютном покое или абсолютном движении, пока при выборе систем координат мы ограничиваемся такими, которые получаются друг из друга при помощи преобразований вышеуказанного рода. Любая из двух движущихся таким образом систем может по произволу считаться покоящейся или находящейся в движении. Классическая механика полагала, что только вышеуказанные галилеевы преобразования могут итти в рассмотрение, если необходимо установить две равноценные системы координат согласно постулату относительности. Однако это не так; „специальная“ теория относительности Лоренца-Эйнштейна, которая сменила теорию Галилея-Ньютона, показала, что для той же цели могут служить и другие уравнения преобразования

в зависимости от того, каким опытным фактам мы желаем удовлетворить. К этой теории привели основные уравнения электродинамики движущейся материи, данные Лоренцом. Электродинамика Лоренца, стоящая в удовлетворительном согласии с опытом, покоится, в противоположность теории Герца, на признании абсолютно твердого, неподвижного эфира. Ее основные уравнения предполагают таким образом определенную систему координат, неподвижную относительно светового эфира.

Но основные электродинамические уравнения Лоренца меняют свой вид, если, при помощи уравнений преобразования принципа относительности Галилея-Ньютона, заменить в них координаты x, y, z, t первоначально выбранной системы координатами x', y', z', t' какой-нибудь другой системы, движущейся относительно первой прямолинейно и равномерно. Не следует ли отсюда заключить, что для электродинамических процессов системы координат, движущиеся равномерно и прямолинейно одна относительно другой, не равноценны, и для электродинамики принцип относительности не имеет силы? Нет, такое заключение не необходимо, потому что, как уже было упомянуто, принцип относительности классической механики с его группой преобразований не представляет единственной возможности выразить равноценность систем отсчета, двигающихся равномерно и прямолинейно друг относительно друга.

Как мы покажем в дальнейшем, такой же постулат относительности совмещается и с другой группой преобразований.

Что касается опыта, то он также не дает никакого повода ответить утвердительно на поставленный выше вопрос, ибо все попытки обнаружить поступательное движение земли оптическими опытами в наших земных лабораториях остались безрезультатными [2]). Эти лабораторные опыты одинаково хорошо могут быть объяснены как для покоящейся, так и для движущейся земли. Оба допущения одинаково приемлемы.

Таким образом мы пришли к убеждению, что в действительности принцип относительности имеет силу для всех явлений, независимо от того, относятся ли они к механическим или электродинамическим.

Но в механике и в электродинамике должен существовать один единственный принцип, ибо два подобных принципа взаимно уничтожались бы, так как при помощи их можно было бы для процессов, в которых сочетаются механические и электродинамические явления, установить систему, имеющую исключительный по отношению к другим системам характер, относительно которой

имело бы смысл говорить об абсолютном покое или абсолютном движений.

Выход из этого затруднения был один, и им воспользовался Эйнштейн. На место принципа относительности Галилея-Ньютона следует поставить новый, который охватывал бы явления механики и электродинамики. Это можно сделать, — не изменяя выше формулированного постулата относительности, — путем установления новой группы преобразований, выражающих связь между координатами равноценных координатных систем. Конечно, при этом основным уравнениям механики надо придать такой вид, чтобы они не изменялись при применении этих преобразований. Характер этих преобразований был уже предуказан ранее, — именно, было найдено, что основные уравнения электродинамики Лоренца допускают преобразования координат вида

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

где c — скорость света в пустоте.

Соответственно с этим новый принцип относительности, установленный Эйнштейном, формулируется так: для описания всех процессов природы системы, движущиеся равномерно и прямолинейно друг относительно друга, вполне равноценны; если обе системы движутся паралельно их общей оси x'-ов с постоянной скоростью v*), то уравнения преобразования, при помощи которых возможно перейти от координат одной такой системы к координатам другой, следует писать не в виде:

$$x' = x - vt; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = t,$$

но:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Таким образом галилеево-ньютоновский принцип относительности классической механики и „специальный" принцип относительности Лоренца-Эйн-

*) Точнее: с постоянной относительной скоростью v.
Прим. перев.

штейна различаются между собой только видом уравнений преобразования, при помощи которых совершается переход от одной системы отсчета к другой, ей равноценной [3]).

Впрочем, легко видеть, что уравнения преобразования Галилея-Ньютона представляют частный предельный случай уравнений Лоренца-Эйнштейна. Действительно, если мы предположим, что относительная скорость v обеих координатных систем настолько мала по сравнению со скоростью света c, что можно пренебречь отношениями $\frac{v^2}{c^2}$ и $\frac{v}{c^2}$ по сравнении с остальными членами — допущение, вполне приемлемое для всех случаев, с которыми до сих пор имела дело классическая механика — то уравнения Лоренца-Эйнштейна перейдут в уравнения Галилея-Ньютона.

Из всего вышеизложенного естественно вытекает вопрос: что же собственно вынуждает нас отказаться от принципа относительности классической механики, т.-е. какое физическое допущение, положенное в основание его уравнений преобразования, стоит в противоречии с опытом? Ответ на это такой: принцип относительности Галилея-Ньютона стоит в противоречии с результатами, вытекающими из опытов Физо и Майкельсона и приводящими к выводу, что скорость света в формулах преобразования принципа относительности должна носить особый характер универсальной постоянной. В каком отношении эта особенность скорости света проявляется в новых уравнениях преобразования, требует, конечно, особого пояснения.

Уравнения преобразования принципа относительности Галилея-Ньютона содержат одно допущение, гипотетический характер которого до настоящего времени не был отмечен. Именно молчаливо признавалось, в качестве самоочевидного, следующее положение: если наблюдатель измеряет в какой-нибудь системе координат S скорость распространения v какого-либо процесса, напр. скорость звуковой волны, то наблюдатель в другой координатной системе S', двигающейся относительно S, обязательно найдет другую скорость распространения того же процесса. Это должно иметь место для всякой конечной скорости v; только бесконечно-большая скорость будет отличаться тою особенностью, что измерения ее в любой системе, независимо от движения этой последней, приведут к одному и тому же значению, а именно к бесконечно-большому.

Эта гипотеза — ибо, конечно, здесь дело идет о чисто физической гипотезе — возникла самым естественным образом.

В самом деле, не имелось никаких оснований предполагать, что даже конечная скорость, — а именно скорость света — может обладать этим особым свойством, которое наивное мышление склонно было приписать лишь бесконечно-большой скорости.

Однако, опыт Майкельсона учит нас, что независимо от поступательного движения системы координат, связанной с наблюдателем, свет во все стороны распространяется с одинаковой скоростью (все направления равноценны — см. примечание 2-е), откуда естественно сделать вывод, что значение скорости распространения света для всех систем координат одно и то же. Несомненно, мы приходим таким образом к новому и поразительному открытию, которое, однако, не покажется особенно неожиданным для тех, кто не упускает из виду исключительной роли скорости света в уравнениях Максвелла, лежащих в основе нашей теории материи.

Вследствие этой особенности скорость света выступает в уравнениях кинематики, как универсальная постоянная. Чтобы понять это, будем рассуждать следующим образом. Еще до исследования электродинамических явлений в движущихся телах можно было поставить общепринципиальный вопрос: каково соотношение между координатами двух систем координат, двигающихся равномерно и прямолинейно одна относительно другой?

Задача может быть поставлена чисто математически с полной ясностью по отношению к тем предпосылкам, которые заключают в себе основные положения принципа. Так именно и поступили впоследствии Франк и Ротте (Franck u. Rotte, см. примечание 4-е). Это привело их к уравнениям преобразования, значительно более общим, чем данные на стр. 38.

Рассматривая особенные и добавочные условия, вытекающие из природы вещей, как, напр, изотропия пространства, мы можем вывести из этих уравнений частные случаи, при чем гипотезы, лежащие в основании каждого из них, должны выступить с полной ясностью. В этих общих уравнениях преобразования появляются величины, заслуживающие особого внимания. Это „инварианты", т.-е. величины, не меняющие своего значения при выполнении подобного рода преобразований. Среди них находится один особенный, а именно: некоторая скорость. Это значит следующее: если в одной системе какое-нибудь действие распространяется со скоростью v, то, говоря вообще, скорость распространения этого самого действия в другой системе

будет отлична от v, если вторая система движется относительно первой. Только одна инвариантная скорость сохраняет свое значение во всех системах, с какой бы постоянной скоростью они ни двигались относительно друг друга. Значение этой инвариантной скорости входит в уравнения преобразования, как характеристичная постоянная. Таким образом, если мы желаем установить формулы преобразования, имеющие физический смысл, то мы должны найти ту особую скорость, которая играет эту фундаментальную роль. Это и будет задачей для занимающегося измерениями физика. Если он выставляет гипотезу: „никакая конечная скорость не может быть таким инвариантом", то общие уравнения преобразования вырождаются в уравнения преобразования принципа относительности Галилея-Ньютона. (Эта гипотеза, хотя и не сознательно, была сделана в механике Ньютона). Она должна быть оставлена после того как опыты Майкельсона и Физо установили, что скорость света c играет роль инвариантной скорости. Но в таком случае общие уравнения преобразования ведут к уравнениям „специального" принципа относительности Лоренца и Эйнштейна.

Новая форма координатных преобразований принципа относительности имеет большое принципиальное значение. Так, напр., она привела к поразительному заключению, что понятие „одновременности" пространственно разделенных событий, понятие, на котором покоятся все измерения времени, имеет лишь относительный смысл, т.-е. что два события, которые для одного наблюдателя являются одновременными, для другого наблюдателя, вообще говоря, уже одновременными не будут*). Благодаря этому время утратило абсолютный характер, которым оно до сих пор отличалось от пространственных координат. За последние

*) Выражение: „в определенном месте земли солнце восходит в $5^h\ 10^m\ 6^s$" означает: „восход солнца в определенном месте земли совпадает по времени с установлением стрелки часов на $5^h\ 10^m\ 6^s$ в том же месте земли". Короче: определение момента времени наступления какого-нибудь события есть определение одновременности наступления двух событий, из которых одно состоит в том, что стрелка часов в месте наблюдения занимает некоторое определенное положение. Сравнение моментов наступления одного и того же события, которое несколько исследователей наблюдают из различных мест, требует соглашения относительно сравнения показания часов в различных местах. Анализ требуемого соглашения привел Эйнштейна к фундаментальной важности заключению, что понятие „одновременно" есть лишь относительное понятие, так как связь между измерениями времени в системах, движущихся одна мимо другой, зависят от состояния их движения. Это было исходным пунктом рассуждений, которые привели к установлению „специального" принципа относительности.

годы возникла столь обширная литература касательно этого вопроса, что здесь нет надобности дальше останавливаться на нем.

Однако, установлением новых уравнений преобразования никоим образом не исчерпывается все значение „специального" принципа относительности для классической механики. Пожалуй, еще более решительным было вызванное им изменение понятия о массе.

В ньютоновой механике каждому телу приписывается определенная инертная масса, как неизменяемый аттрибут, который никоим образом не зависит от физических условий, в которых находится тело. Вследствие этого принцип сохранения массы в классической механике представляется вполне независимым от принципа сохранения энергии. Специальный принцип относительности проливает совершенно новый свет на эти соотношения, ибо он приводит к заключению, что энергия также обладает инертной массой, и таким образом оба закона — сохранение массы и сохранение энергии — сливаются в один. К такому толкованию понятия массы нас побуждает следующее обстоятельство.

Уравнения движения ньютоновой механики не сохраняют своей формы, если мы введем новые координаты при помощи преобразований Лоренца-Эйнштейна. В связи с этим основные уравнения механики должны быть соответствующим образом изменены. При этом оказывается, что закон движения Ньютона: сила = массе × × ускорение — не может быть сохранен, а кинетическая энергия тела не выражается больше простым соотношением между массой и скоростью: $^1/_2 mv^2$; оба эти заключения необходимо следуют из изменения нашего представления о сущности массы материи. Новый принцип относительности и уравнения электродинамики ведут к заключению основной важности, согласно которому всякой энергии приписывается инертная масса, так что всякое тело, излучая или поглощая лучистую энергию, теряет или увеличивается в своей массе, как это показано на одном простом примере в примечании 5-м. Таким образом в новой кинематике простое соотношение между кинетической энергией тела и его скоростью в данной координатной системе теряет силу. Эта простота выражения для кинетической энергии позволяла в механике Ньютона разложить энергию тела на кинетическую энергию его поступательного движения и на независимую от нее внутреннюю энергию тела. Рассмотрим, например, сосуд, в котором содержатся какие-нибудь материальные частицы, находящиеся в движении. Разложим скорость каждой частицы на две составляющие, из которых одна — общая всем скорость центра тяжести, а вторая — скорость каждой частицы относительно центра тяжести

системы; по формулам классической механики кинетическая энергия также распадается на две части. Одна, содержащая только скорость центра тяжести, представит собою обычное выражение кинетической энергии всей системы (масса частиц плюс масса сосуда); вторая же будет содержать только внутренние скорости системы. Такое отделение внутренней энергии становится невозможным, если скорость в выражение кинетической энергии входит не только в виде множителей второй степени, и мы таким образом приходим к заключению, что и внутренняя энергия тела влияет на энергию его поступательного движения именно путем увеличения инертной массы тела.

Это новое основное свойство инертности энергии создаёт совершенно новые предпосылки для механики. Классическая механика рассматривает, как было сказано, инертную массу тела, как присущую ему абсолютно неизменяемую величину. Специальная теория относительности ничего не говорит об инертности материи, как таковой; но она учит, что всякая энергия обладает также и инерцией. А так как всякая материя, вероятно, всегда содержит огромные количества скрытой энергии, то наблюдаемая нами инерция тела должна слагаться из двух компонентов, инерции материи и инерции содержащейся в ней энергии, и, следовательно, меняется в зависимости от величины этого запаса энергии. Такое представление неизбежно ведет к тому, чтобы вообще свойство инерции тела приписать содержащейся в нем энергии.

Таким образом возникла весьма важная задача согласовать это новое понимание сущности инертной массы с принципами механики. При этом обнаружилось одно затруднение, которое в известной степени показывает пределы приложимости специальной теории относительности. Одним из достовернейших опытных данных механики является факт равенства между инертной и тяжелой массой тела. Уверенность в этом обстоятельстве позволяет нам измерять массу тела при помощи его веса. Однако, вес тела определяется лишь относительно поля тяготения (см. примечание 18-е), в нашем случае относительно поля земли. Инертная же масса тела есть аттрибут материи, без всякого отношения к физическому состоянию окружающих тел. Откуда же происходит загадочное совпадение в величине инертной и тяготеющей массы тела? На этот вопрос и специальная теория относительности ничего не может ответить; для этого необходима теория явлений тяготения, гравитационная теория. Более того: специальная теория относительности даже угрожает закону равенства инертной и тяготеющей

массы, который принадлежит к наиболее достоверным опытным результатам всего естествознания.

В самом деле, специальная теория относительности приписывает энергии инерцию, но не дает никаких оснований для подсчета тяжести энергии. Вследствие этого при увеличении энергии тела его инертная масса должна увеличиваться, но его тяжелая масса не должна непременно тоже увеличиваться; таким образом, принцип равенства инертной и тяготеющей массы не находит никакого серьезного обоснования в специальной теории относительности. Поэтому специальную теорию следует рассматривать лишь как предварительную ступень к „общей", которая удовлетворительным образом согласует явления тяготения с принципами механики.

Здесь кроется начало исследований Эйнштейна по общей теории относительности, которые показали, что распространением принципа относительности на ускоренные движения и включением явлений тяготения в число основных принципов механики создается возможность нового обоснования механики, при чем разрешаются все принципиальные затруднения. Эта общая теория относительности представляет собой последовательное развитие идей специальной теории. Но в то же время построение этой теории требует существенного расширения и углубления фундаментов, на которых зиждется все наше описание природы. Поэтому полное понимание общей теории относительности возможно лишь тогда, когда вполне выяснено ее отношение к этим теоретико-познавательным фундаментам. Поэтому я начинаю изложение новой теории с установления двух общих требований, которым должны подчиняться все законы природы, но с которыми, однако, не считались основные положения классической механики. Точное учитывание их придает новой теории, в противовес старой, совершенно особый характер; здесь таким образом открываются ворота, через которые идет путь к пониманию всего самого существенного в общей теории относительности.

---

2. Два принципиальных требования, предъявляемых к математической формулировке законов природы.

Ньютон установил простой и плодотворный по делаемым из него выводам закон, согласно которому два тела, даже если они и не находятся ни в какой видимой связи — например, две звезды, — действуют друг на друга и взаимно

притягиваются с силой, пропорциональной их массам и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. Уже Гюйгенс (Huygens) и Лейбниц (Leibnitz) отказывались признать этот закон, ибо он не соответствовал основному требованию, которому должен удовлетворять всякий физический закон: требованию непрерывности (Kontinuität) (непрерывности в передаче сил, т.-е. возможности передать действие силы только на достаточно близком расстоянии). Каким образом могут действовать друг на друга два тела, при отсутствии передающей действие среды? Потребность в удовлетворительном ответе на этот вопрос была так велика, что привела, в конце концов, к допущению существования мирового эфира, всепроникающей субстанции, наполняющей всю вселенную, хотя эта субстанция — невидимая и неощутимая — и была, казалось, осуждена на вечную невозможность быть наблюдаемой, да к тому же должна была обладать противоречивыми свойствами. Однако, с течением времени в противоположность такому допущению все решительнее выдвигалось требование, чтобы при формулировании законов природы связывались друг с другом лишь такие вещи, которые действительно доступны наблюдению, — требование, которое несомненно проистекает из того же источника потребности к познаванию, как и требование непрерывности, и которое придало принципу причинности характер настоящего закона для воспринимаемого опытом мира.

Объединение и последовательное выполнение этих двух требований представляют собой, по моему мнению, существенную черту метода исследования Эйнштейна, — метода, который придает его выводам исключительно глубокое значение для построения физической картины мира. В этом отношении его стремления, надо полагать, не встретят никогда никаких принципиальных возражений со стороны естествоиспытателей, ибо оба требования — непрерывности и причинного сочетания в законах природы действительно наблюдаемых вещей — суть требования естественные (sind naturgemäss); в крайнем случае возможно лишь сомнение, целесообразно ли отказываться от столь плодотворного вспомогательного представления, как силы, действующей на расстоянии.

Принцип непрерывности требует, чтобы все законы природы могли быть формулированы как дифференциальные законы. Мы должны быть в состоянии всем законам природы придать такое выражение, чтобы они вполне определяли физическое состояние в каком-либо месте через посредство физического состояния в другом месте, непосредственно граничащем с первым. Поэтому в них не

должны появляться расстояния между точками, удаленными друг от друга на конечное расстояние, а лишь расстояния между соседними бесконечно-близкими точками. Вышеприведенный закон притяжения Ньютона, как закон с действием на расстоянии, противоречит этому первому требованию.

Второе требование — требование более строгого формулирования причинности в законах природы — стоит в тесном соотношении с общей теорией относительности движений.

Подобного рода общий принцип относительности при описании явлений природы требует признания равноценности всех возможных систем координат и, таким образом, избегает введения в высшей степени сомнительного понятия абсолютного пространства, без которого, по известным основаниям (см. отдел 4-й), не может обойтись механика Ньютона. Общая теория относительности должна была бы, исключая фиктивную величину — „абсолютное пространство", — свести законы механики к суждениям об относительном движении тел по отношению друг к другу, каковое в действительности и является единственным предметом нашего наблюдения. В соответствии с этим ее законы будут в более совершенной степени, чем законы классической механики, основываться на одном только наблюдаемом.

Безусловное проведение принципа непрерывности и принципа относительности, в его наиболее общем выражении, тесно связано с вопросом о математическом формулировании законов природы. Поэтому здесь необходимо будет рассмотреть этот вопрос с принципиальной точки зрения.

---

3. К вопросу о выполнении обоих требований.

Закон природы находит свое математическое выражение с помощью соответствующей формулы. Эта последняя заменяет и охватывает в одном уравнении результат всех тех измерений, в которых численно отражается какое-нибудь явление. Мы применяем такие формулы не только тогда, когда в наших руках имеется средство проверить результаты вычислений действительными измерениями, но также и тогда, когда измерения на самом деле не могут быть выполнены, а представляются лишь мыслимыми. Так, например, мы говорим о расстоянии луны от земли и выражаем его в метрах совершенно так же, как если бы в действительности было возможно измерить его последовательным переложением метровой линейки.

При помощи этого вспомогательного средства, даваемого анализом, мы раздвинули область точного исследова-

ния далеко за пределы области, действительно доступной измерению, и притом как в сторону неизмеримо-больших, так и в сторону неизмеримо-малых величин. Но в подобной формуле, служащей для описания какого-нибудь явления, выступят величины, которые в некотором роде являются основными элементами измерений, и при помощи которых мы пытаемся понять совершающееся явление; например, при всех пространственных измерениях встречается „длина" некоторого стержня, „объем" некоторого куба и т. д. При создании этих основных элементов пространственного измерения нами до сих пор руководило представление о твердом теле, которое может свободно перемещаться в пространстве, без всякого изменения в соотношениях между его размерами. При помощи повторного прикладывания твердого масштаба, взятого за единицу, к измеряемому телу мы получаем представление о пространственных размерах этого тела. Понятие такого идеального, твердого, свободно перемещаемого масштаба, — осуществить который на практике, вследствие всякого рода вредных влияний, как, напр., влияния теплового расширения, мы можем лишь с известным приближением, — представляет собой основное понятие измерительной геометрии. После создания математических выражений, которые служили бы символами для этих основных элементов измерений, каковы, например, длина стержня, объем куба и т. д., в дальнейшем всю ответственность за выводы, которые из этих выражений можно сделать, несет уже анализ. Поэтому создание таких выражений является основной задачей теоретической физики и стоит в тесной связи с обоими требованиями, о которых шла речь вначале. Чтобы понять это, мы должны вернуться к основам геометрии и проанализировать их с тех же точек зрения, как это было сделано Гельмгольцем (Helmholtz) в различных статьях и Риманом (Riemann) в его работе „О гипотезах, лежащих в основании геометрии" (Habilatationschrift, 1854). Риманом почти пророчески был предуказан путь, на который в настоящее время вступил Эйнштейн.

a. Выражение для элемента длины трехмерного многообразия пространственных точек, соответствующее обоим требованиям.

Каждая точка пространства может быть однозначным образом выделена среди всех остальных точек при помощи трех чисел x_1, x_2, x_3, в качестве которых мы можем избрать, например, численные значения прямоугольных координат. Изменяя непрерывно эти три числа, мы можем однозначно определить каждую отдельную точку простран-

ства. Система пространственных точек представляет собою, как выражается Риман, некоторую „многократно протяженную величину“ („mehrfach ausgedehnte Grösse“), при чем от одного ее отдельного элемента (точки) к другому (другой точке) возможен непрерывный переход. Мы знаем также и другие непрерывные многообразия, например, систему цветов, систему тонов и пр. Общим для всех этих систем является то, что для определения одного элемента внутри всего многообразия (определенной точки, определенного цвета, определенного тона) необходимо бывает произвести некоторое, характерное для данного многообразия число определений величин; это число мы называем измерением (Dimension) рассматриваемого мноогообразия. Для пространства оно будет равно трем, для плоскости — двум, для линии — единице. Система цветов, например, есть непрерывное многообразие с размерностью равной трем, соответственно трем „основным цветам“ — красному, зеленому, фиолетовому, — смешением которых может быть получен любой цвет.

Из непрерывности перехода внутри многообразия от одного элемента к другому и из определения его размерности нельзя еще вывести никаких заключений относительно возможности сравнивать между собой отдельные ограниченные части этого многообразия, например, относительно возможности сравнивать между собою два отдельные тона или два отдельные цвета; другими словами, нам ничего не известно относительно того, каким образом мы можем „мерить“ внутри многообразия, напр.: мы ничего не знаем о природе масштабов, при помощи которых могут производиться измерения. Более того, только опыт может научить нас, каким образом в данном многообразии (пространственных точек, цветов, тонов) можно установить для производства измерений правила, пригодные в разнообразных физических условиях; эти правила могут иметь различное выражение, в зависимости от того, какими опытными фактами пользуемся мы для их установления [6]).

По отношению к многообразию пространственных точек опыт учит нас, что конечные твердые системы точек могут быть свободно перемещаемы в пространстве, не изменяя ни своей формы, ни своих размеров; понятие „конгруэнтности“, выводимое из этого факта, сделалось оплодотворяющим моментом в вопросе об установлении способа измерений (мероопределения) [7]). Этот вопрос ставит перед нами задачу: из чисел x_1, x_2, x_3 и y_1, y_2, y_3, которые связаны с определенными точками пространства (эти точки можно рассматривать как концы твердого масштаба), образовать математическое выражение, которое служило бы мерой их

взаимного расстояния, т.-е. могло бы рассматриваться как длина масштаба, и в качестве таковой входило бы в формулы, выражающие законы природы.

Если уравнения, выражающие законы природы, в силу требования „непрерывности" выражены в дифференциальной форме, то в них входят только расстояния ds между бесконечно-близкими точками, так называемые элементы длины. Мы должны поэтому поставить вопрос, влияют ли наши требования на аналитическое выражение для элемента длины ds и, в случае утвердительного ответа, найти, какое выражение совместимо с ними обоими. Риман прежде всего требует от элемента длины лишь то, чтобы его, по длине, можно было сравнить со всяким другим элементом длины, независимо от места нахождения и направления. Это будет характерным признаком тех измерений, которые можно производить в пространстве, — признаком, практически означающим возможность свободно передвигать масштабы; в многообразии тонов и в многообразии цветов, например, этот признак не имеет места (см. примечание 6-е). Риман формулирует его словами: „линии, независимо от их положения, обладают длиной, и каждая линия может быть измеряема при помощи другой". Затем он находит, что если x_1, x_2, x_3 и x_1+dx_1, x_2+dx_2, x_3+dx_3 обозначают две бесконечно-близкие точки пространства и если непрерывно изменяющиеся числа x_1, x_2, x_3 (координаты) получаются как результат произвольного координирования чисел с точками пространства, то квадратный корень из некоторой, постоянно положительной, целой однородной функции второго порядка от дифференциалов dx_1, dx_2, dx_3 обладает всеми теми свойствами [8]), которыми должен обладать элемент длины, как выражение для длины бесконечно-малого твердого масштаба.

Таким образом, в выражении

$$ds=\sqrt{g_{11}\,dx_1^2+g_{12}\,dx_1\,dx_2+\ldots+g_{33}\,dx_3^2},$$

в котором коэффициенты $g_{\mu\nu}$ непрерывные функции трех переменных x_1, x_2, x_3, будет найдено выражение для линейного элемента в точке x_1, x_2, x_3.

В этом выражении не сделано никаких предположений относительно рода координат, которые представляются тремя переменными x_1, x_2, x_3, т.-е. не сделано никаких допущений относительно особых метрических свойств многообразия, за исключением тех, которые вытекают из требования возможности свободно передвигать масштабы. Если же, сверх того, выставляется специальное требование, чтобы каждая точка в многообразии определялась прямоугольными декартовыми координатами x, y, z, что соот-

ветствует особым допущениям, связанным с местоположением масштабов, то элемент длины примет вид:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

Это выражение до сих пор всегда и вводилось в качестве длины линейного элемента во все физические законы; оно содержится в общем римановском выражении линейного элемента, как частный случай, когда $g_{\mu\nu} \begin{cases} = 1 & \mu = \nu \\ = 0 & \mu \neq \nu. \end{cases}$

Ограничиваясь этим специальным выражением для линейного элемента, мы получаем возможность при всех пространственных измерениях применять способы измерения евклидовой геометрии. Но это особое допущение относительно метрической структуры пространства содержит, как было детально исследовано Гельмгольцем, между прочим, также и гипотезу, что конечные твердые системы точек, т.-е. конечные твердые расстояния могут свободно передвигаться в пространстве и могут быть совмещены с другими (конгруэнтными) системами точек.

По отношению к требованию непрерывности эта гипотеза кажется непоследовательной в том отношении, что она в чисто дифференциальные законы, в которые входят лишь длины, вводит в скрытой форме утверждение, касающееся конечных расстояний. Но все же эта гипотеза не противоречит требованию непрерывности. В ином отношении к возможности придать элементу длины специальную евклидову форму *) находится требование относительности всех движений. Причины этого следующие:

На основании принципа относительности всех движений все системы координат, которые могут получаться одна из другой вследствие относительного движения тел, должны считаться вполне равноценными.

Законы природы должны, следовательно, сохранять свою форму при переходе от одной такой системы к другой, т.-е. выполняющие этот переход преобразования переменных x_1, x_2, x_3 в другие не должны изменять аналитического выражения рассматриваемого закона природы.

Это ведет к установлению принципа относительности, который в дальнейшем будет называться общим принципом

*) Строго говоря, я должен был бы уже здесь указать, что вышеприведенные рассуждения, соответственным образом обобщенные, приложимы и к четырехмерному пространственно-временному многообразию, в котором в действительности и происходят все явления, и что преобразования относятся к четырем переменным этого многообразия. Но в наших весьма общих рассуждениях опущение четвертого измерения не имеет значения. Разъяснения к этому мы увидим в главе 3b.

относительности и который требует инвариантности законов природы по отношению к любым преобразованиям четырех переменных, производимым с помощью непрерывных функций. Входящий в эти законы линейный элемент, при любом преобразовании переменных, также должен сохранять свой вид. Этому требованию действительно удовлетворяет линейный элемент

$$ds = \sqrt{g_{11}dx_1^2 + g_{12}dx_1dx_2 + \ldots + g_{33}dx_3^2},$$

в котором не делается никаких ограничительных предположений о том, каким образом производить измерение пространства, т.-е. о том, какие именно координаты обозначают переменные x_1, x_2, x_3.

Евклидов элемент длины

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2},$$

напротив того, сохраняет свой вид только при преобразованиях специальной теории относительности, которая ограничивается системами, движущимися равномерно и прямолинейно. Поэтому элемент длины и должен быть выбран так, чтобы он соответствовал более широким требованиям общей теории относительности, чтобы, таким образом, он сохранял вид при любой замене переменных. Это верно для риманового элемента длины, но не верно для евклидова.

Как уже отметил Риман, выражение:

$$ds^2 = \sum_1^3 g_{\mu\nu}\, dx_\mu \,.\, dx_\nu$$

для элемента длины в законах природы, несмотря на его большую общность, все же следует признать при этом гипотезой. Действительно, и другие функции дифференциалов dx_1, dx_2, dx_3, например, корень четвертой степени из однородного дифференциального выражения четвертого порядка, могли бы служить мерой длины линейного элемента [9]). Однако, в настоящее время нет никаких оснований отказываться от простейшего общего выражения для элемента длины, именно от выражения второго порядка, и заменять его более сложными функциями. Оно удовлетворяет всем тем требованиям, которые вытекают из двух основных требований, которыми мы подходим к описанию явлений природы. Все же никогда не следует забывать, что в выборе аналитического выражения для элемента длины всегда содержится нечто гипотетическое, и что физик всегда обязан отдавать себе в этом ясный отчет. Поэтому Риман

заключает свой труд *) следующими, ныне особенно многозначительными, словами:

„Вопрос о правильности предпосылок геометрии в бесконечно-малом стоит в связи с вопросом о внутреннем основании тех правил, которым подчиняются измерения, производимые в пространстве **). При этом вопросе, который несомненно еще можно отнести к учению о пространстве, находит применение сделанное выше замечание, что для дискретного [10]) многообразия принцип меросоотношений заключается уже в понятии самого многообразия, для непрерывного же — он должен быть заимствован откуда-нибудь извне. Таким образом, либо реальность, лежащая в основе пространства, образует дискретное многообразие, либо основание меросоотношений следует искать вне ее, в действующих на нее связующих силах (in darauf-wirkenden bindenden Kräften).

Решение этих вопросов можно найти, только исходя из прежнего воззрения на явления, подтвержденного опытом (чему положил основание Ньютон), и постепенно перерабатывая его сообразно с фактами, не объяснимыми с его помощью.

Исследования, которые, подобно приведенному здесь, исходят из общих понятий, могут служить лишь для того, чтобы эта работа не была задержана ограниченностью понятий, и чтобы накопившиеся предрассудки не препятствовали прогрессу познания взаимной связи вещей.

Это приводит нас в область другой науки, в область физики, вступать в которую не позволяет характер сегодняшнего выступления“.

Итак, по Риману, поставленные вопросы разрешаются, если мы, исходя сначала из ньютонова представления об явлениях природы, понемногу затем переработаем их, руководствуясь фактами, до сих пор с ньютоновой точки зрения не объясненными. Именно, это и было сделано Эйнштейном. „Связующие силы“, на которые указывает Риман, мы действительно снова встретим в теории Эйнштейна. Как мы увидим в пятом отделе, теория тяготения Эйнштейна покоится именно на представлении, что гравитационные силы суть „связующие

---

*) B. Riemann, „Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen“. Новое дополн. издание H. Weyl'я. Berlin, J. Springer, 1919. (Рус. перевод в серии „Классики Естествознания“ в настоящее время подготовляется проф. Д. М. Синцовым.) *Прим. ред.*

**) Совокупность подобных правил мы назовем в дальнейшем меросоотношениями пространства, а определение способа измерения — мероопределением пространства, придерживаясь, дословного перевода терминов „Massverhältnisse“, „Massbestimmung“.

Прим. редактора.

силы", т.-е. представляют „внутреннее основание меросоотношений" пространства.

b. Элемент длины в четырехмерном многообразии пространственно-временных точек и выражение его в форме, согласной с обоими выставленными требованиями.

Меросоотношения, которые должны служить нам основой при формулировании законов природы, можно было бы с самого начала рассматривать применительно к четырехмерному многообразию пространственно-временных точек. В самом деле, специальная теория относительности и привела к весьма важному выводу, что пространственно-временное многообразие обладает меросоотношениями, однородными для всех своих четырех измерений. Тем не менее я буду рассматривать измерение времени отдельно, во-первых, потому, что именно этот вывод теории относительности встретил больше всего возражений со стороны сторонников классической механики, а затем и потому, что классическая механика должна была установить, каким образом измерять время, хотя при разрешении этого вопроса никогда не удавалось достигнуть полного единомыслия. Трудности, с которыми приходится бороться классической механике, находятся уже в первых ее основных понятиях. Закон инерции все снова и снова давал поводы к критике основных положений механики, и так как измерение времени также было поставлено в тесное соотношение с законом инерции, то эта критика всегда касалась также и измерения времени.

Этому закону инерции, по которому: „тело, не подверженное внешнему влиянию, двигается с равномерной скоростью по прямолинейному пути", недостает в его определении двух существенных вещей: движение не отнесено к определенной системе координат и мера времени не определена; без меры времени нельзя говорить о равномерной скорости.

К. Нейман (C. Neumann) предложил для определения меры времени воспользоваться самим законом инерции в следующей его формулировке [11]): „Две материальные точки, из которых каждая предоставлена самой себе, двигаются таким образом, что одинаковым путям, проходимым первою, всегда соответствуют одинаковые же пути, пройденные второй". На основании этого принципа, в который измерение времени ясно не входит, мы можем „равные промежутки времени определить как таковые, в течение которых точка, предоставленная самой себе, проходит равные отрезки пути".

На эту точку зрения стали, например, также в более поздних исследованиях о законе инерции Л. Ланге (L. Lange) и Зеелигер (Seeliger). Максвелл (в книге „Вещество и движение") также выбрал это определение. Напротив, другие, особенно Штрейнц (Streintz) [12]) примыкая к Пуассону (Poisson) и д'Аламберу (d'Alambert), требовали отделения измерения времени от закона инерции, так как полагали, что предпосылки, лежащие в определении времени, имеют более глубокие и общие основания, чем закон инерции.

По мнению Штрейнца, всякий физический процесс, который можно воспроизвести действительно в тождественных условиях, может служить для установления единицы при измерении времени, ибо всякий тождественно повторяющийся процесс должен обладать одною и тою же продолжительностью; в противном случае, закономерное описание явлений природы было бы вообще невозможно. В самом деле, на этом принципе основано измерение времени часами. Наблюдатель, благодаря ему, получает возможность измерять время по крайней мере в его месте наблюдений.

Напротив того, хотя сведение измерения времени к закону инерции и доставляет безупречное определение равных промежутков времени, однако, измерение равных путей, проходимых равномерно движущимся телом, и установление, таким образом, единицы времени - физически возможны для какого-нибудь места наблюдения лишь тогда, когда наблюдатель и тело, с помощью, например, световых сигналов, длительно состоят в связи друг с другом. И мы не в праве заранее утверждать, что два наблюдателя, которые находятся друг относительно друга в равномерном переносном движении, и к которым, следовательно, закон инерции применим в одинаковой степени, придут к тождественным результатам, измеряя время указанным образом и с помощью одного и того же движущегося тела. Идея Пуассона дает, таким образом, возможность удовлетворительно измерять время непосредственно для данного места наблюдения, т.-е. дает как бы возможность построить часы. Но она совсем не затрагивает вопроса о том, в каком взаимоотношении стоят результаты измерений времени для различных мест наблюдения. Нейман, наоборот, этот вопрос выставляет, и он стоит в центре обсуждений со времени появления теории относительности Эйнштейна.

Стремясь свести классическую механику к возможно меньшему числу свободных от противоречия принципов, прибегали также к отвлеченным построениям и воображаемым, мысленным опытам. При этом совсем не прини-

мали в расчет, что, устанавливая единицы времени на основании закона инерции, т.-е. с помощью измерения длины (проходимого пути), состояние движения наблюдателя может иметь влияние на результат измерения. Предполагали, что результаты, которые при установлении одновременности или при определении длины пройденного пути, получаются из соответствующих наблюдений и имеют абсолютное значение, вполне независимое от условий наблюдения. Однако, как показал Эйнштейн, это совсем не так. Больше того, именно это новое представление об относительности измерений времени и длины и составляет исходный пункт его специальной теории относительности[13]). Оно есть необходимое следствие универсального значения скорости света, о котором мы говорили в первом отделе. Лишь зная его, мы получили правильные уравнения преобразования, при помощи которых связываются измерения времени и пространства в двух системах, двигающихся равномерно и прямолинейно друг относительно друга, что как-раз и надо знать, если устанавливать меру времени, по предложению Неймана, с помощью закона инерции. В новых уравнениях преобразования мы не имеем, однако, тождественно $t' = t$, но

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Измерения времени во второй системе, двигающейся равномерно относительно первой, существенным образом зависят от скорости v, с которой системы двигаются одна относительно другой. Вследствие этого определение меры времени, на основании закона инерции (это вытекало из предложения Неймана), совсем не приводит к результату, что измерение времени совершенно не зависит от состояния движения обеих движущихся систем, как предполагалось в классической механике.

Исследования Эйнштейна по специальной теории относительности впервые совершенно разъяснили принципиальные предпосылки нашего измерения времени и, таким образом, заполнили существенный пробел классической механики.

То обстоятельство, что недостатки в основных положениях, касающихся измерения времени, почувствовались впервые лишь по истечении весьма многих лет, объясняется тем, что скорости, встречающиеся даже в астрономии, так малы по сравнению со скоростью света, что между наблюдением и теорией не могло обнаружиться заметного рас-

хождения. Вследствие этого слабые места теории не выступали заметно до тех пор, пока изучение движения электронов, скорости которых достигают порядка скорости света, не показало недостаточности господствующей теории.

Различные частности, вытекающие из относительности измерения времени и пространства, были предметом стольких исследований за последние годы, что здесь можно было бы повторить лишь то, что было сказано уже не раз. Для всего, что рассматривается в этой главе, существенным является заключение, что пространство и время представляют собою единое многообразие, размерности равной „четырем" и с однородными меросоотношениями[14]). Вследствие этого, оставаясь последовательными, следует рассуждения предыдущей главы о меросоотношениях многообразия применить и к четырехмерному пространственно-временному многообразию; и затем, в соответствии с двумя принципиальными требованиями — непрерывности и относительности — и, принимая время за четвертое измерение, написать для элемента длины следующее выражение:

$$ds^2 = g_{11}dx_1^2 + g_{12}dx_1dx_2 + \ldots\ldots + g_{34}dx_3dx_4 + g_{44}dx_4^2,$$

где $g_{\mu\nu}$ ($\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$) функции четырех переменных x_1, x_2, x_3, x_4.

К такому значительно более широкому подходу к вопросу о законах измерения в физических формулах нас привело одно лишь желание с самого начала не вводить в формулирование законов природы никаких иных предпосылок, кроме тех, которые совместимы с обоими известными требованиями, и добиться признания тех выводов, к которым пришла специальная теория относительности. Подводя итоги, мы можем сказать: предположение о правильности евклидовых меросоотношений хотя и совместимо с требованием непрерывности, но связанные с ними особые допущения являются ограничивающими гипотезами, которые можно было бы и не делать. Второе же требование — приведение всех движений к относительным движениям — принуждает нас отказаться от евклидова мероопределения (стр. 51). Описание затруднений, встречающихся в механике, делает еще более понятной необходимость этого шага.

---

4. Принципиальные затруднения классической механики.

Нельзя в немногих словах изложить исчерпывающим образом основные положения классической механики. Для той цели, которая здесь преследуется, я могу лишь под-

черкнуть возбуждаемые теорией сомнения, но не могу отдать должное всем достигнутым ею до настоящего времени успехам. Все возникающие против классической механики сомнения начинаются уже при формулировании закона, который Ньютон положил в ее основание, именно при формулировании закона инерции.

Как уже было сказано на стр. 53, утверждению, что точка, предоставленная самой себе, движется с равномерной скоростью по прямой линии, недостает указания на какую-нибудь определенную систему координат. Здесь появляется непреодолимая трудность: природа не дает нам в действительности ни одной системы координат, относительно которой возможно было бы прямолинейное и равномерное движение. В самом деле, стоит нам только связать координатную систему, напр., с землей, солнцем и т. д. — а лишь при этом условии она приобретает физический смысл — как сейчас же, вследствие притягивающего действия тел друг на друга, перестает выполняться основная предпосылка закона инерции — свобода от внешнего влияния. Поэтому или мы должны приписать движению тела самостоятельное значение, т.-е. допустить движение относительно абсолютного пространства, или же мы придем к воображаемому мысленному эксперименту и вынуждены будем ввести, как К. Нейман, гипотетическое тело Альфа и прикрепить к нему координатные оси, относительно которых и должен выполняться закон инерции (инерциальная система — Inertialsystem) [15]). Альтернатива, перед которой мы, таким образом, поставлены, в высшей степени неприятна. Введение абсолютного пространства дает повод к тем, часто обсуждавшимся, логическим затруднениям, от которых страдали основы ньютоновой механики.

Правда, введение тела Альфа отдает принципу относительности движений в том отношении должное, что все системы, движущиеся по отношению к телу (системе) Альфа прямолинейно и равномерно, вводятся сразу, как системы равноценные; но мы можем определенно утверждать, что никакой, видимой глазу, системы Альфа не существует, и что нам никогда не удастся, раз навсегда, такого рода систему установить. (В лучшем случае, при все более и более полном учитывании влияния неподвижных звезд на солнечную систему и друг на друга, можно было бы приблизиться к такой координатной системе, которая являлась бы для солнечной системы с достаточной степенью точности системой инерциальной.)

Поэтому и сам автор „тела Альфа“, К. Нейман, признает, что его теория будет всегда содержать что-то „неудовлетворительное“ и „загадочное“, и что механика,

покоящаяся на подобных основаниях, представляет, собственно говоря, довольно удивительную теорию.

Поэтому представляется совершенно естественным, что Э. Мах (E. Mach) [16]) предложил формулировать закон инерции таким образом, чтобы в нем непосредственно выступало указание на неподвижные звезды. „Вместо того, чтобы говорить: направление и скорость массы μ остаются в пространстве постоянными, можно также сказать, что среднее ускорение массы μ по отношению к массам m, m', m''..., находящимся на расстоянии r, r', r'' ... от массы μ, равно нулю, т.-е. $\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\Sigma mr}{\Sigma m}\right) = 0$. Последнее выражение эквивалентно первому, коль скоро мы привлекаем к рассмотрению достаточно много достаточно больших и далеко расположенных масс...". Однако, и такая формулировка не может считаться удовлетворительной. Несмотря на известную определенность, ей также не хватает характера закона, не действующего на расстоянии, таким образом, и ее нельзя возвысить до основного закона, взамен принципа инерции.

Внутреннюю причину этих затруднений следует искать, очевидно, в недостаточной связи основных принципов с наблюдением. В действительности мы наблюдаем лишь движение тел друг относительно друга, а такое движение никогда не бывает абсолютно прямолинейным и равномерным. Чистый закон инерции есть, следовательно, представление, полученное путем абстракции из воображаемого, мысленного опыта, т.-е. фикция. Хотя воображаемый эксперимент часто может быть весьма плодотворным и необходимым, однако с ним, во всяком случае, сопряжена опасность, как бы слишком далеко проведенная абстракция не лишила лежащие в ее основе понятия их естественно-научного содержания. Именно так и происходит в этом случае. Если, согласно нашим воззрениям, нет смысла говорить о движении „тела в пространстве", поскольку имеется лишь одно тело, то какой же смысл приписывать такому телу аттрибуты, подобные инертной массе, которые возникают только из наших наблюдений над многими телами, движущимися друг относительно друга? А, следовательно, нельзя, как это делалось до сих пор, приписывать понятию „инертная масса отдельного тела" абсолютного значения, т.-е. значения, не зависящего от всех прочих физических условий. Подобное сомнение получило новое подтверждение после того, как специальная теория относительности пришла к выводу, что всякого рода энергия также обладает инерцией [17]).

Этот вывод специальной теории относительности поколебал все наше представление об инертности материи, ибо оно лишило закон равенства инертной и тяжелой массы тел его строгого значения. Действительно, при этих условиях тело должно иметь различную инертную массу в зависимости от содержащейся в нем энергии, в то время как его тяжелая масса остается неизменной. Однако, всегда масса тела определялась из его веса, и никогда не обнаруживалось никакого несогласия [18]).

Это основное затруднение возникло потому, что мы недостаточно тесно связывали закон равенства инертной и тяжелой массы с основными принципами механики и не приписывали явлениям тяготения в ньютоновой механике такого же самого значения, как и явлениям инерции, что следовало бы сделать на основании опыта. Тяготение, как действие на расстоянии, вводили лишь как специальную силу для ограниченной области явлений, а поразительный факт всегда и всюду верного равенства инертной и тяжелой массы ближе не исследовали. Чтобы справиться с указанным затруднением, нужно на место закона инерции поставить основной закон, который охватывал бы явления инерции и тяготения вместе. Этого можно достичь, как показал Эйнштейн, последовательным проведением принципа относительности всех движений. Это обстоятельство Эйнштейн и выбирает поэтому в качестве исходного пункта в своих построениях.

Закон равенства инертной и тяжелой массы, в котором отражается тесная связь между явлениями тяготения и инерции, можно осветить еще и с другой стороны, при чем выясняется его тесная связь с общим принципом относительности.

Ньютон был против „абсолютного пространства", все же он полагал, что факт существования центробежной силы является существенным аргументом в пользу абсолютного пространства. Когда тело вращается, то на нем действуют центробежные силы. Появление их может служить доказательством вращения тела, даже в отсутствие всяких других видимых тел. Если бы земля была постоянно окружена непрозрачным слоем облаков, мы все же могли бы обнаружить ее суточное вращение при помощи опыта Фуко (Foucault) с маятником. Из этой особенности вращения Ньютон заключал о существовании абсолютного движения. Но рассматриваемое с чисто кинематической точки зрения вращательное движение земли ничем не отличается от поступатель-

ного; мы наблюдаем здесь также только относительное движение тел, и с таким же правом мы могли бы себе представить, что все тела мира обращаются около земли. Э. Мах, идя далее, утверждал, что не только кинематически, но и динамически оба явления равноценны. Но тогда нужно допустить, что центробежные силы, возникающие на вращающейся земле, возникли бы точно таким же образом и на покоящейся земле, как результат притяжения масс всех вращающихся вокруг земли небесных тел [19]).

Подтверждение этому представлению, которое сначала возникает из чисто кинематических соображений, мы главным образом находим в опытном факте равенства инертной и тяжелой массы. Согласно существовавшим воззрениям, центробежная сила возникает вследствие инерции вращающегося тела (вернее, благодаря инерции его отдельных частиц, которые вынуждены описывать круговые траектории, но которые, повинуясь все время закону инерции, стремятся вырваться из них вдоль по касательным). Поле центробежных сил есть, таким образом, поле инерции [20]).

Но, если мы утверждаем, что относительность вращений имеет и динамическое значение, то этим самым поле центробежных сил мы рассматриваем и как поле тяготения, так как в этом случае мы должны допустить, что вся совокупность вращающихся вокруг неподвижного тела масс своим тяготеющим действием вызывает на нем так называемые центробежные силы. И то, что мы можем это делать, основывается на том, что тяжелая и инертная масса равны между собой. Последнее было установлено Этвёшём (Eötwös), с необычайной степенью точности и как-раз с помощью центробежных сил, действующих на вращающейся земле [21]).

Из этих рассуждений видно, каким образом общий принцип относительности всех движений ведет к теории гравитационного поля.

После всего изложенного нельзя более не видеть, что построение механики на совершенно новом базисе представляется безусловной необходимостью. Нельзя более надеяться удовлетворительным образом формулировать закон инерции, не принимая во внимание относительности всех движений, которая освобождает механику от неестественного понятия абсолютного движения; кроме того, признание, что энергия обладает инерцией, привело к таким выводам, которые вообще никак не укладываются в существующую механику и требуют пересмотра ее основных положений. Требования, которые мы с самого начала должны поставить (см. стр. 45), сводятся

к следующим: „Устранение из основных законов действия на расстоянии и всех недоступных для наблюдения величин, т. е. установление дифференциального уравнения, которое дает движение тела под влиянием инерции и тяжести и выражает собой относительность всех движений". Эти требования вполне удовлетворяются теорией тяготения Эйнштейна и общей теорией относительности. Правда, жертва, которую мы при этом должны принести, состоит в отказе от твердо укоренившейся гипотезы, согласно которой все физические процессы протекают в пространстве с метрическими соотношениями (геометрией), данными нам a priori, независимо от всяких физических познаний. Как мы увидим в следующей главе, общая теория относительности приводит к другому взгляду на метрические соотношения пространства. В пространстве, окружающем какие-нибудь тела, метрические соотношения можно рассматривать как соотношения, обусловливаемые тяготением этих тел. Вследствие этого геометрия (для физика, производящаго измерения) теснейшим образом сливается с остальными ветвями физики.

Резюмируя то, что мы вывели из двух формулированных в начале принципиальных требований, мы можем сказать: требование общей относительности есть требование полной независимости основных законов от специального выбора системы координат. Так как евклидов элемент длины не сохраняет своего выражения при переходе от одной произвольной системы координат к другой, то мы ставим на его место более общий элемент длины:

$$ds^2 = \sum_1^4 g_{\mu\nu} dx_\mu \cdot dx_\nu.$$

В то время как по требованию непрерывности (стр. 45) нам представляется лишь рациональным не вводить ограничивающих предпосылок, связанных с евклидовыми меросоотношениями, общий принцип относительности уже не оставляет более никаких сомнений в выборе элемента длины.

Причина, заставляющая особенно настаивать на введении принципа относительности, как и вообще требования, чтобы в законы природы входили лишь величины, доступные наблюдению, коренится не только в некоторой формального характера потребности, но также и в стремлении придать принципу причинности значение закона действительного при чисто-эмпирическом отношении к явлениям мира. Требование относительности всех движений нужно оценивать, следовательно, исходя из этой теоретико-познавательной потребности [22]). Следует, по возможности, стре-

миться к тому, чтобы не вводить в законы природы, на ряду с наблюдаемыми величинами, понятия фиктивного свойства, как, например, „пространство“ ньютоновой механики. В противном случае принцип причинности не сможет ничего сказать о причинах и следствиях в чистом опыте, что, однако, должно составлять цель всякого описания природы.

---

5. Теория тяготения Эйнштейна.

а. Основной закон движения и принцип эквивалентности новой теории.

После всего вышеизложенного мы можем перейти к краткому изложению теории тяготения Эйнштейна. В соответствии с предполагаемыми у читателя математическими сведениями мы можем, конечно, обрисовать новую теорию лишь настолько, чтобы выяснить характерные для нее допущения и предпосылки и объяснить ее отношение к двум принципиальным требованиям второй главы.

Мы будем исходить из основного закона движения классической механики — из закона инерции. Так как все слабые пункты старой теории выступают уже в законе инерции, то для новой механики новый основной закон движения является безусловной необходимостью. Естественно поэтому с этой стороны и начать построение новой теории. Новый закон движения должен быть дифференциальным законом, который, во-первых, описывал бы движение материальной точки под влиянием инерции и тяжести и, во-вторых, имел бы всегда один и тот же вид, к какой бы координатной системе мы его ни отнесли, так, чтобы никакая система координат не имела преимуществ перед другой. Первое условие вытекает из необходимости придать в новом обосновании механики явлениям тяготения такое же значение, как и явлениям инерции, — закон должен содержать поэтому члены, которыми характеризуется гравитационное состояние поля при переходе от точки к точке; второе условие вытекает из постулата общей относительности движений.

Закон, удовлетворяющий этим требованиям, мы имели в уравнении движения специальной теории относительности для отдельной, не подверженной внешним влияниям точки. По этому закону путь точки есть „кратчайшая“ или „самая прямая“ линия [23]), — т. е. „прямая“ линия, если элемент длины пути является евклидов элемент. На-

писанный в виде вариационного уравнения закон имеет вид:

$$\delta\left\{\int ds\right\} = \delta\left\{\int \sqrt{-dx^2 - dy^2 - dz^2 + c^2dt^2}\right\} = 0.$$

Если мы хотим этому принципу кратчайшего пути, по которому должно совершаться движение, происходящее в природе, придать значение общего дифференциального закона для движений в поле тяготения, и если мы примем во внимание принцип относительности всех движений, то мы должны принять в качестве нового основного закона:

$$\delta\left\{\int ds\right\} = \delta\left\{\int \sqrt{g_{11}dx_1^2 + g_{12}dx_1dx_2 + \ldots + g_{44}dx_4^2}\right\} = 0 \quad \text{(I)}.$$

Действительно, только этот вид элемента длины остается неизменным (инвариантным) при любом преобразовании координат x_1, x_2, x_3, x_4. Существенно новым являются здесь еще необъясненные коэффициенты $g_{11} \ldots g_{44}$. Чрезвычайно плодотворная идея Эйнштейна состояла, таким образом, в следующем. Так как новый закон должен иметь силу для любого движения, в том числе и для ускоренного, которое имеет место во всяком гравитационном поле, то именно гравитационное поле, в котором протекает рассматриваемое движение, и следует считать причиной появления этих 10 коэффициентов $g_{\mu\nu}$.

Для применения нового основного закона необходимо, чтобы 10 коэффициентов $g_{\mu\nu}$, которые, вообще говоря, являются функциями переменных $x_1 \ldots x_4$, могли быть поставлены в такое соотношение с гравитационным полем, чтобы они определялись при помощи поля, и чтобы движение, описываемое уравнением (I), совпадало с наблюдаемым. В действительности это оказывается возможным. Коэффициенты $g_{\mu\nu}$ являются гравитационными потенциалами новой теории, т.-е. они принимают на себя роль, которую играет в Ньютоновой теории гравитационный потенциал, но не приобретают тех специальных свойств, которыми, согласно нашим прежним представлениям, обладает понятие потенциала.

В согласии с меросоотношениями пространственно-временного многообразия, построенного на элементе длины

$$ds^2 = \sum_1^4 g_{\mu\nu}\, dx_\mu dx_\nu ,$$

и положенного теперь, в силу относительности всех движений, в основание механики, мы должны и другие физические законы формулировать таким образом, чтобы

они оказались независимыми от случайного выбора переменных. Но прежде, чем мы перейдем к этому, рассмотрим подробнее наиболее характерные черты гравитационной теории, выражаемой уравнением (I).

Представление новой теории о том, что законы механики должны говорить лишь об относительном движении тел и что, в частности, движение тела в гравитационном поле других тел описывается формулой

$$\delta\left\{\int\sqrt{\sum_1^4 g_{\mu\nu}dx_\mu dx_\nu}\right\}=0,$$

предполагает правильность некоторой физической гипотезы о сущности явлений тяготения, которую Эйнштейн называет гипотезой эквивалентности или принципом эквивалентности (Äquivalenzprinzip) [24].

Этот принцип утверждает следующее: какое-нибудь изменение в совершающемся явлении, которое наблюдатель воспринимает как действие гравитационного поля, тот же наблюдатель мог бы точно так же воспринять и в отсутствии гравитационного поля, но при условии, чтобы его координатной системе было сообщено ускорение, равное ускорению силы тяжести в месте наблюдения.

В самом деле, подвергнем какому-нибудь преобразованию переменные x, y, z, t в уравнении движения материальной точки, движущейся равномерно и прямолинейно (другими словами, не находящейся под действием тяготения):

$$\delta\left\{\int ds\right\}=\delta\left\{\int\sqrt{-dx^2-dy^2-dz^2+c^2dt^2}\right\}=0;$$

т.-е. перейдем от координат исходной системы при помощи какого-нибудь преобразования к координатам $x_1 \ldots x_4$ другой системы, движущейся с ускорением, по отношению к первой. Тогда в преобразованном выражении ds появятся, вообще говоря, коэффициенты $g_{\mu\nu}$, которые будут функциями новых переменных $x_1 \ldots x_4$, так что преобразованное уравнение примет вид:

$$\delta\left\{\int\sqrt{g_{11}dx_1^2+g_{12}dx_1dx_2+\ldots g_{44}dx_4^2}\right\}=0$$

По принципу эквивалентности (принимая во внимание расширенную область применения вышенаписанного

уравнения) — мы можем с полным правом рассматривать функции $g_{\mu\nu}$, возникшие вследствие перехода к ускоренной системе координат[25]), как действие гравитационного поля, существование которого как-раз и проявляется в соответствующем ускорении. Гравитационные проблемы сводятся, таким образом, к общему учению о движении в теории относительности всех движений.

Утверждение об эквивалентности явлений тяготения с процессами ускорения превращает основной экспериментальный факт, состоящий в том, что все тела падают с одинаковым ускорением в гравитационном поле земли, в основную предпосылку теории гравитационных явлений. Этот факт, несмотря на то, что он принадлежит к числу достовернейших наших наблюдений, до сих пор не находил вообще никакого места в основах механики, тогда как никогда не наблюдаемое явление (равномерное и прямолинейное движение тела, не подверженного действию внешних сил) выдвигалось галилеевым законом инерции на первое место среди основных положений механики. Было бы в высшей степени удивительно, если бы между явлениями инерции и явлениями тяготения, которые, вероятно, связаны между собою не менее тесно, чем электрические и магнитные процессы, не оказалось бы ничего общего. Явление инерции было поставлено во главу классической механики, как основное свойство материи, в то время как сила тяжести вводилась законом Ньютона лишь как одна из многих возможных сил природы. Поразительный факт равенства инертной и тяжелой массы тела является в ней только случайным.

Принцип эквивалентности Эйнштейна дает этому факту подобающее место в теории явлений движения. Новый закон движения (1) должен описывать относительное движение тел друг около друга под влиянием инерции и тяжести. Явления инерции и явления тяготения спаиваются вместе с помощью единого принципа движения по геодезической линии ($\delta \int ds = 0$). Так как элемент дуги

$$ds = \sqrt{\sum_{1}^{4} g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu}$$

сохраняет свой вид при любом преобразовании переменных, то все системы координат оказываются равноценными, т.-е. ни одна не имеет преимуществ перед остальными.

Важнейшей частью задачи, которую поставил себе Эйнштейн, было установление дифференциальных урав-

нений для $g_{\mu\nu}$, гравитационных потенциалов новой теории. Нужно было с помощью этих дифференциальных уравнений однозначно вычислить коэффициенты $g_{\mu\nu}$ из заданных, возбуждающих гравитационное поле величин; движение, которое получается из уравнения (I) при этих значениях $g_{\mu\nu}$ (например, движение планет) должно было — если теория справедлива — совпадать с наблюдаемым движением.

При установлении дифференциальных уравнений для гравитационных потенциалов $g_{\mu\nu}$ Эйнштейн воспользовался данными, получаемыми из теории Ньютона. Согласно уравнению Пуассона, $\Delta\varphi = -4\pi\rho$, которому удовлетворяет гравитационный потенциал Ньютона, фактор, возбуждающий поле (в данном случае плотность материи ρ), пропорционален дифференциальному выражению второго порядка по отношению к потенциалу. Если новые дифференциальные уравнения должны иметь вид, подобный уравнению Пуассона, то этим самым предуказывается путь к составлению дифференциальных уравнений для $g_{\mu\nu}$.

Соответственно нашему более глубокому пониманию взаимоотношения инерции и массы и связи между инерцией и количеством энергии в телах, в качестве величин, возбуждающих поле, вместо материальной плотности ρ уравнения Пуассона появляются десять компонент некоторой величины, которая служит мерой энергетического состояния в каждом месте поля и вводится уже в специальной теории относительности, как „тензор натяжений и энергии" (Spannungs - Energie Tensor) *).

Что касается дифференциальных выражений второго порядка для $g_{\mu\nu}$, которые должны соответствовать $\Delta\varphi$ уравнению Пуассона, то Риманом было показано следующее. Для метрических соотношений многообразия с элементом длины

$$ds^2 = \sum_1^4 g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$$

является характерным некоторое дифференциальное выражение четвертого порядка, не зависящее от случайного выбора переменных $x_1 \ldots x_4$ (тензор Римана - Христоффля), из которого (путем алгебраических и диффе-

*) О термине: „Тензор натяжений и энергии" — см. Laue, Die Relativitätstheorie, B. I., S. 205.

Прим. перев.

ренциальных операций) можно вывести все остальные дифференциальные выражения, также не зависящие от выбора переменных $x_1 \ldots x_4$ и содержащие только величины $g_{\mu\nu}$ и их производные. Это дифференциальное выражение ведет однозначно к десяти дифференциальным выражениям второго порядка относительно $g_{\mu\nu}$. Для того, чтобы получить искомые дифференциальные уравнения, Эйнштейн полагает эти десять дифференциальных выражений пропорциональными десяти компонентам тензора натяжений и энергии как величинам, возбуждающим поле; в качестве коэффициента пропорциональности он вводит постоянную тяготения. Эти дифференциальные уравнения для $g_{\mu\nu}$, вместе с данным выше принципом движения, представляют собой основные законы новой теории. Они ведут в первом приближении к тем формам движения, которые нам известны из теории Ньютона [26]). Но, больше того, они дают также без всяких дополнительных гипотез некоторые явления в теории движения планет, не объяснимые с точки зрения закона Ньютона, а именно остаточный член в движении перигелия Меркурия.

Этот успех новой теории показывает, что при выборе дифференциальных уравнений для $g_{\mu\nu}$ мы, очевидно, находимся на верном пути. Однако, не следует упускать из виду, что при этом выборе совершенно так же, как и при выборе основного закона движения, мы не свободны от некоторого произвола. Только детальное развитие новой теории со всеми ее следствиями и подтверждением ее на опыте покажет, найдена ли окончательная форма для новых основных законов.

Так как формулы новой теории покоятся на пространственно-временном многообразии, элемент длины которого имеет общий вид:

$$ds = \sqrt{\sum_1^4 g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu},$$

то в согласии с общей теорией относительности все остальные физические законы должны также получить, в соответствии с новыми меросоотношениями, форму, не зависящую от произвольного выбора переменных $x_1 \ldots x_4$.

Математика уже выполнила предварительную работу для решения этой задачи, создав абсолютное дифференциальное исчисление; Эйнштейн обработал его для своих особых целей *). Гаусс создал

*) В своей статье: „Über die formalen Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie". Sitz.-Ber. d. Kgl. Preuss. Akad. d. Wiss. XLI. 1916, S. 1080.

абсолютное дифференциальное исчисление для изучения в теории поверхностей таких свойств поверхности, которые не изменяются от положения поверхности в пространстве и от неупругого изгибания ее, при котором элемент длины сохраняет свое значение в любом месте поверхности (изгибание без растяжения). Так как такие свойства зависят только от внутренних меросоотношений поверхности, то в теории поверхностей избегают обычной координатной системы, т.-е. не пользуются точками, не лежащими на самой поверхности.

Для того, чтобы фиксировать положение любой точки на поверхности, мы покрываем всю поверхность сеткой кривых, принадлежащих к двум каким-нибудь семействам кривых; каждой кривой соответствует определенное значение параметра; тогда любая точка поверхности однозначно определяется двумя параметрами обеих проходящих через нее кривых. При таком способе рассмотрения поверхностей поверхность цилиндра, например, и поверхность плоскости не представляются более различными, ибо обе они могут быть наложены одна на другую без растяжения и, в соответствии с этим, на обеих имеет место одна и та же планиметрия, — а это является критерием того, что внутренние метрические соотношения этих двух многообразий одинаковы[27]). На таком же понимании, но уже не двухмерного многообразия поверхностей, а четырехмерного пространственно - временного многообразия покоится общая теория относительности. Так как при этом четыре переменные x_1, x_2, x_3, x_4 лишаются всякого физического значения и должны лишь пониматься как четыре параметра, то мы, естественно, должны таким образом писать законы природы, чтобы они были дифференциальными законами, не зависящими от случайного выбора тех или других $x_1 \ldots x_4$. Это достигается с помощью абсолютного дифференциального исчисления.

Сопоставляя вышеизложенные положения, все значение которых можно понять, конечно, лишь при обстоятельном изучении их с помощью необходимых математических средств, мы можем сказать следующее:

Механика относительного движения тел, стоящая в согласии с двумя принципиальными требованиями непрерывности и относительности, может быть построена только на основном законе движения, который сохраняет свою форму независимо от того, каким образом двигается координатная система.

Подходящий закон этого рода получается, если закон движения вдоль геодезической линии, применяемый в специальной теории относительности лишь для движения точки, не подверженной действию сил, обоб-

щить как дифференциальный закон и на случай движения в гравитационном поле. Но в этом общем законе нужно, во всяком случае, дать элементу длины траектории движущегося тела общий вид

$$ds = \sqrt{\sum_{1}^{4} g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu},$$

к которому мы пришли во второй главе на основании наших двух принципиальных требований. Появляющиеся здесь функции $g_{\mu\nu}$ могут быть истолкованы как потенциалы гравитационного поля, если мы стоим на точке зрения гипотезы эквивалентности (стр. 64). Для вычисления величин $g_{\mu\nu}$ из факторов, определяющих гравитационное поле, — именно массы и энергии — весьма естественной является система дифференциальных уравнений второго порядка, построенных аналогично дифференциальному уравнению Пуассона для ньютонова гравитационного потенциала. Эти дифференциальные уравнения вместе с основным законом движения представляют основные уравнения новой механики и теории тяготения.

Так как вычисления новой теории ведутся в общих криволинейных координатах x_1, x_2, x_3, x_4, а не в декартовых координатах евклидовой геометрии, то все остальные законы природы также должны получить общую форму, не зависящую от специального выбора координат. Математическим аппаратом для вывода этих формул служит абсолютное дифференциальное исчисление.

Эта теория, построенная на наиболее общих предпосылках, ведет в первом приближении к ньютонову закону движения. Там, где обнаруживаются отступления от прежней теории, открывается возможность экспериментальной проверки новой теории. Прежде чем заняться этим вопросом, оглянемся назад и выясним, каково будет наше положение с точки зрения общего принципа относительности по отношению к различным затронутым выше принципиальным вопросам.

b. Обзор изложенного.

1. Понятия „инертной“ и „тяжелой“ массы не имеют больше абсолютного значения, как это было в ньютоновой механике. „Инерция“ тела возникает вследствие взаимодействия его с остальными телами вселенной. Равенство инертной и тяжелой массы становится главным и строго правильным принципом теории. Инертность энергии, следующая из специальной теории относительности, дополняется, в силу гипотезы эквивалентности, утвержде-

нием, что всякая энергия обладает соответствующей тяжестью. Вращение также может рассматриваться как относительное движение — правда, при некоторых особых допущениях, в которые мы здесь не можем входить, — так что поле центробежной силы на вращающемся теле может быть истолковано как гравитационное поле, возникающее вследствие вращения всех масс вселенной около тела, рассматриваемого как не вращающееся. Механика, таким образом, превращается в совершенно общую теорию относительного движения тел. — Так как все наши утверждения связаны с наблюдением относительных движений, то новая механика удовлетворяет, в широком смысле этого слова, требованию, чтобы в законах природы оказывались причинно связанными лишь вещи, доступные наблюдению. Она выполняет также требование непрерывности, так как новые основные законы механики являются дифференциальными законами, которые содержат только элемент длины ds, но не содержат конечных расстояний между телами.

2. Принцип постоянства скорости света, который в специальной теории относительности имел особое значение, в общей теории относительности теряет свою универсальную приложимость. Он сохраняет свою пригодность лишь в области постоянных гравитационных потенциалов, каковая в действительности никогда не может наблюдаться на конечном протяжении. Гравитационное поле на поверхности земли во всяком случае настолько постоянно, что скорость света, определяемая из опытов Майкельсона в пределах точности наших измерений, должна была получиться как величина, не зависящая от направления. Но в поле тяготения, гравитационные потенциалы которого $g_{\mu\nu}$ меняются от места к месту, скорость света не постоянна; пути, по которым распространяется свет, будут, вообще говоря, кривыми линиями. Доказательство искривления светового луча, идущего мимо солнца, есть одна из важнейших возможностей проверки новой теории.

3. Общая теория относительности сильнее всего изменила наши воззрения на пространство и время *). По Риману выражение элемента длины

$$ds^2 = \sum_1^4 g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$$

определяет меросоотношения непрерывного простран-

*) Эта сторона вопроса особенно ясно и полно освещена в книжке Морица Шлика (Moritz Schlick, „Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik", изд. Jul. Springer).

ственно-временного многообразия; кроме того, по Эйнштейну, коэффициенты $g_{\mu\nu}$ элемента длины ds в общей теории относительности имеют значение гравитационных потенциалов. Величины, имевшие до сих пор чисто геометрическое значение, получают впервые живое физическое значение. То обстоятельство, что при этом на долю тяготения выпадает главная роль, определяющая метрические законы пространства и времени, представляется вполне естественным. Ибо нет ни одного физического явления, в котором не принимало бы участие и тяготение, так как оно находится всюду, где имеются материя и энергия. Сверх того, оно, согласно нашим современным знаниям, является единственной силой, которая проявляется вполне и совершенно независимо от физических и химических свойств тел. Поэтому оно несомненно имеет исключительное значение для физического представления мира.

Таким образом по теории Эйнштейна тяготение есть „внутреннее основание метрических соотношений пространства и времени" в римановом смысле (см. цитированное на стр. 52 заключение работы Римана: „О гипотезах, лежащих в основании геометрии"). Если мы твердо придерживаемся взгляда о непрерывной связности пространственно-временного многообразия, то это еще не значит, что его метрические соотношения уже содержатся в определении его, как непрерывного многообразия с измерением „четыре". Мы должны получить их из опыта. По Риману, изыскание внутреннего основания этих метрических соотношений, — может-быть, в „действующих и связующих силах" — и является задачей физики. Для этой проблемы, действительно Риманом впервые с такою ясностью поставленной, решение было найдено Эйнштейном в его теории тяготения. Вместе с этим решением он дает также ответ на вопрос, задававшийся в течение целого столетия, относительно истинной (wahre) геометрии физического пространства — ответ совсем иного рода, нежели тот, который ожидался.

Альтернатива: евклидова или неевклидова геометрия — не решается в пользу ни одной из двух; пространство, как нечто физическое с заранее данными геометрическими свойствами, вообще исключается из физических законов, подобно тому, как специальная теория относительности Лоренца - Эйнштейна исключила эфир из законов электродинамики. В этом также можно видеть шаг вперед в смысле требования, чтобы лишь доступное наблюдению находило себе место в законах природы. Метрические соотношения пространственно-временного многообразия, в котором происходят все фи-

зические явления, имеют, согласно представлениям Эйнштейна, свое внутреннее основание в тяготении. При непрерывном движении тел друг относительно друга тяготение непрерывно изменяется, и поэтому нельзя говорить о неизменной, наперед заданной геометрии с определенными метрическими соотношениями, постоянною мерою кривизны, безразлично-евклидовой или неевклидовой. Так как законы природы в общей теории относительности сохраняют свою форму независимо от произвольного выбора четырех переменных $x_1 \ldots x_4$, то эти последние не имеют никакого самостоятельного физического значения. Поэтому, например, x_1, x_2, x_3 не обозначают, вообще говоря, трех линейных отрезков, которые можно измерить масштабом, а x_4 не есть время, определяемое часами. Четыре переменные имеют лишь характер четырех чисел — параметров — и не всегда допускают вещественное, реальное толкование. Пространство и время, таким образом, при описании процессов природы не имеют значения реальных физических вещей.

Но если мы постулируем пригодность новой теории для всего мира, как для целого, то, повидимому, она может даже дать определенный ответ и на поставленную выше альтернативу. Применение формул новой теории к миру, как целому, привело вначале к тем же затруднениям, что и в классической теории. Нельзя было вполне удовлетворительно установить пограничные условия, согласные с требованием общей относительности, для бесконечно-удаленной области. Однако, Эйнштейну удалось*) таким образом расширить дифференциальные уравнения для гравитационных потенциалов $g_{\mu\nu}$, что применение его теории тяготения ко вселенной сделалось возможным. При этом трудности, возникающие для пограничных условий в бесконечности, исчезают вследствие одного чрезвычайно интересного обстоятельства. Именно оказывается, что, при этих новых формулах, пространство, равномерно заполненное покоящейся материей, было бы построено, в первом приближении, как неограниченное, но конечное пространство, так что пограничные условия для бесконечности отпадают. Если даже допущения**), ведущие к этому результату, не окажутся справедливыми во всей вселенной, то все же нельзя не принимать в соображение того обстоятельства, что скорости материи, наблюдаемые нами у звезд, чрезвычайно малы по сравнению со скоростью света, взятой здесь за

*) Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. Sitz.-Ber. d. Preuss. Akad. der Wiss. 1917, S. 142.

**) Неподвижность материи и ее равномерное распределение. *Прим. перев.*

единицу. Для распределения материи по вселенной до сих пор также не обнаружено никаких особенных неравномерностей, которые делали бы представление Эйнштейна о стационарном, равномерно заполненном мире совершенно неправдоподобным. Этот вывод теории дал бы для вышеуказанной альтернативы ответ в том смысле, что геометрия, лежащая в основании пространственных событий, не есть ни евклидова, ни неевклидова, но меняется от места к месту в зависимости от состояния тяготения, а мир, как целое, простейшим образом схематизированный, является, по новой теории, конечным многообразием, т.-е. неевклидовым. Этот результат имеет, пока что, лишь теоретическое значение; звездные системы, которые мы видим вокруг себя, не удовлетворяют допущениям Эйнштейна — несомненно существующая приплюснутость млечного пути в особенности несовместима с его простыми предположениями — относительно звездных систем, лежащих вне млечного пути, мы еще ничего не знаем; — все же нельзя не видеть, что эта сторона теории открывает неожиданные перспективы для наших представлений о мире, как о целом.

4. В отличие от теории Ньютона теория тяготения, выводимая из общего принципа относительности, базируется не на элементарном законе сил тяготения, а на элементарном законе движения тела в гравитационном поле. Соответственно этому те выражения, которые в новой теории нужно было бы толковать как силы тяготения, играют при построении теории лишь подчиненную роль (так же, как и вообще понятие о силе в механике следует рассматривать лишь как вспомогательное понятие, — если считать задачей механики исчерпывающе полное „описание" явлений движения).

Теория Эйнштейна не пробует объяснить сущности тяготения; она не ищет механической модели, которая давала бы картинное представление взаимному притяжению двух масс. К этому стремились различные теории эфирных столкновений, в изобилии привлекавшие гипотетические и никогда не наблюдавшиеся величины, подобные атомам эфира. В высшей степени сомнительно, чтобы подобные стремления когда-нибудь привели к удовлетворительной теории тяготения. Ибо затруднения ньютоновой теории лежат не только в том, что она формулирует гравитационный закон как закон действия на расстояние. Гораздо существеннее, что она вообще не придает значения тесной связи между явлениями инерции и явлениями тяготения (хотя уже Ньютон знал о равенстве инертной и тяжелой массы), и что она не является теорией относительного движения тел,

хотя мы наблюдаем одни лишь относительные движения тел по отношению друг к другу. Поэтому видоизменение закона всемирного тяготения Ньютона, с целью сделать более приемлемым притяжение масс, не помогло бы нам получить более удовлетворительную теорию явлений движения[28]).

Теория Ньютона отличается чрезвычайной простотой математической формулировки. Поэтому и классическая механика, построенная на законах Ньютона, никогда не утратит своего значения, превосходнейшей и удобнейшей математической теории для вычислений при наблюдаемых явлениях движения.

С другой стороны, теория Эйнштейна, в смысле единообразия лежащих в ее основании понятий, удовлетворяет всем требованиям, которые мы предъявляем к естественно-научной теории.

То обстоятельство, что, порывая с евклидовым мероопределением, она отказывается от привычных декартовых координатов, перестанет быть стеснительным, как только привлекаемые ею вспомогательные средства анализа войдут во всеобщее употребление.

Вместе с математической разработкой теории возникает важная задача для астрономии — подвергнуть теорию экспериментальной проверке на тех явлениях, для которых обнаруживаются измеримые отклонения от классических вычислений.

---

6. Экспериментальная проверка новой теории.

В настоящее время имеются три возможности экспериментально проверить теорию тяготения Эйнштейна; все три осуществимы лишь с помощью астрономии. Одна из них уже решена в пользу новой теории; она основывается на том, что движение материальной точки в гравитационном поле, подчиняющемся закону Эйнштейна, отличается от движения, выводимого из закона Ньютона. Одна из двух других возможностей также говорит в пользу новой теории. Она вытекает из связи между электромагнитными явлениями и тяготением.

Так как солнце значительно превосходит по массе все другие тела солнечной системы, то движение каждой планеты определяется прежде всего гравитационным полем солнца. Под его действием планета, согласно теории Ньютона, описывает кеплеров эллипс, большая ось которого, т.-е. линия, соединяющая ближайшую

к солнцу точку траектории (перигелий) с отдаленнейшей (афелий), расположена неподвижно относительно неподвижных звезд. На это кеплерово движение планеты накладываются более или менее сильные влияния остальных планет (возмущения), которые, однако, не изменяют сколько-нибудь существенно форму эллипса; эти влияния частью вызывают периодические колебания элементов начального эллипса (большой оси, эксцентриситета и т. д.), частью ведут к непрерывному возрастанию или убыванию их. К возмущениям последнего рода принадлежит и наблюдаемое для всех планет медленное вращение с течением времени их большой оси, и следовательно, также их перигелия, относительно неподвижных звезд. У всех больших планет наблюдаемое движение перигелия совпадает с вычисляемым на основании возмущений (с точностью до небольших, еще не совсем твердо установленных отклонений, как, например, у Марса). Но для Меркурия вычисление дает значение менее наблюдаемого на 43″ в столетие. Для объяснения этой разницы придумывались самые разнообразные гипотезы; но все они неудовлетворительны. Делая их, приходится прибегать к допущению до сих пор неизвестных в солнечной системе масс, и так как все попытки обнаружить массы, достаточно большие, чтобы объяснить аномалию Меркурия, оказались тщетными, то приходится, кроме того, делать особые предположения относительно распределения этих гипотетических масс, которые объяснили бы их невидимость. Всем этим вспомогательным гипотезам свойственно поэтому отсутствие всякой внутренней правдоподобности.

По теории Эйнштейна планета, находящаяся, например, на расстоянии Меркурия от солнца, движется под действием солнечного притяжения по «прямейшему пути», согласно уравнению

$$\delta\left\{\int ds\right\} = \delta\left\{\int \sqrt{g_{11}dx_1^2 + g_{12}dx_1dx_2 + \ldots + g_{44}dx_4^2}\right\} = 0.$$

Коэффициенты $g_{\mu\nu}$ могут быть определены из данных для них дифференциальных уравнений; при их определении следует принять во внимание те особенные условия, которые получаются вследствие допущения, что существует одно только солнце, и что планета рассматривается как материальная точка. Закон Эйнштейна в первом приближении дает для траектории кеплеров эллипс; во втором приближении, получается однако, что радиусы-векторы, проведенные от солнца к планете, при двух следующих одно за другим прохождениях через перигелий и афелий, соста-

вляют угол, который приблизительно на 0,05″ больше, чем 180°, так что за время одного оборота большая ось траектории — линия, соединяющая афелий и перигелий — поворачивается приблизительно на 0,1″ по направлению движения по орбите, а за 100 лет, следовательно, на 43″, ибо время обращения Меркурия равно, приблизительно, 88 дням. Таким образом новая теория выводит из одного действия солнечного тяготения до сих пор необъясненную величину в 43″ в столетие для движения перигелия Меркурия. (Возмущающие влияния других планет отличаются, кроме того, ничтожно мало от возмущающих влияний, получаемых в теории Ньютона). Единственной произвольной постоянной в этих вычислениях является лишь постоянная тяготения, которая, как уже упоминалось (стр. 67), входит в дифференциальные уравнения для гравитационных потенциалов, как коэффициент пропорциональности. Вряд ли можно достаточно высоко оценить эту заслугу новой теории.

Измеримое отклонение от теории Ньютона имеется только у Меркурия, ближайшей к солнцу планеты, и не встречается у планет более отдаленных от солнца. Объяснение лежит в том, что это отклонение быстро убывает с возрастанием расстояния от солнца до планеты так, что уже на расстоянии земли оно не заметно. Что касается Венеры, то, к сожалению, эксцентриситет ее орбиты настолько мал, что орбита почти не отличается от круга, и поэтому положение перигелия известно лишь весьма неточно.

Одна из двух других возможностей проверить теорию основывается на влиянии тяготения на продолжительность какого-нибудь явления. Каким образом возникает это влияние, ясно из следующего примера: согласно гипотезе эквивалентности наблюдатель не может различить, возникает ли наблюдаемое им изменение в совершающемся явлении вследствие воздействия гравитационного поля или благодаря соответствующему ускорению места наблюдения (системы координат). Допустим, что мы имеем постоянное поле тяготения с параллельными силовыми линиями в направлении отрицательной оси z'ов и с постоянным значением ускорения γ, с которым все тела в нем падают, другими словами, мы имеем поле приблизительно того же свойства, как и на поверхности земли. По теории Эйнштейна любое явление в этом поле совершается так же, как если бы оно совершалось в координатной системе, двигающейся с ускорением γ в направлении положительной оси z'ов. Предположим теперь, что луч света с периодом колебаний ν_1 из места A, которое к мо-

менту выхода луча неподвижно относительно рассматриваемой системы координат, идет в направлении оси z'ов к точке B, находящейся на расстоянии h; в таком случае наблюдатель B, вследствие своего собственного ускорения γ, к моменту прибытия луча приобретет скорость $\gamma \cdot \frac{h}{c}$ (c — скорость света). Вследствие обыкновенного допплерова эффекта рассматриваемому лучу будет, в первом приближении, соответствовать не период ν_1, а $\nu_2 = \nu_1\left(1 + \gamma \frac{h}{c^2}\right)$. Если рассмотренный процесс перенести в эквивалентное гравитационное поле, то наш результат может быть выражен следующим образом: период колебания ν_2 светового луча в месте B, гравитационный потенциал которого отличается от такового в месте A на величину $\pm \Phi$, на основании гипотезы эквивалентности теории Эйнштейна связан с периодом колебания, наблюдаемым в месте A, соотношением:

$$\nu_2 = \nu_1 \left(1 \pm \frac{\Phi}{c^2}\right).$$

Разобранный случай показывает, каким образом надо понимать зависимость продолжительности явлений от состояния тяготения. Но всякое повторяющееся явление (спектральные линии) можно рассматривать как часы, «ход» которых, согласно вышеприведенному разъяснению, зависит от значения гравитационного потенциала того места, где они расположены. Одни и те же «часы» в различных местах поля, в зависимости от гравитационного потенциала, будут иметь различную продолжительность колебания, т.-е. различный ход. Вследствие этого определенная спектральная линия света, идущая от солнца, например, линия железа, должна казаться в спектроскопе смещенной относительно соответствующей линии земного источника (дуговая лампа); действительно, гравитационный потенциал на поверхности солнца, соответственно его большей массе, имеет иное значение, чем на поверхности земли, а определенный период колебания (цвет) характеризуется в спектре определенным положением (фраунгоферовы линии). Этот эффект, который для длины волны в 400 $\mu\mu$ достигает приблизительно 0,008 Å, до сих пор, однако, не мог быть с уверенностью констатирован. Впрочем, условия испускания света на поверхности солнца еще недостаточно исследованы, да и систематические ошибки в длинах волн у земных источников сравнения (дуговая лампа) не известны настолько точно, чтобы из полученных до сих пор отрицательных результатов наблюдений можно было вывести решающие заключения. Это тем более справедливо, что для

неподвижных звезд, несомненно, установлены признаки наличия гравитационного смещения спектральных линий *). Безусловное доказательство существования этого эффекта является чрезвычайно важной задачей для астрономии, ибо гравитационное смещение спектральных линий есть непосредственное следствие гипотезы эквивалентности и не основано ни на каких других предположениях теории, например, дифференциальных уравнениях гравитационного поля.

Третье такое же важное следствие теории Эйнштейна есть зависимость скорости света от гравитационного потенциала и вытекающее отсюда (на основании принципа Гюйгенса) искривление светового луча при прохождении через гравитационное поле. Теория предсказывает искривление светового луча, идущего, например, от неподвижной звезды и проходящего в непосредственной близости от солнца. Вследствие этого искривления звезда должна казаться смещенной из своего истинного положения на небесном своде на величину, которая для края солнца достигает 1,7" и убывает пропорционально расстоянию от центра солнца. Но так как фотографирование света неподвижных звезд, проходящего мимо солнца, возможно лишь тогда, когда для света самого солнца закрыт доступ в нашу атмосферу, то для наблюдений, способных разрешить эту задачу, пригодны лишь редкие полные солнечные затмения. Солнечное затмение 29 мая 1919 года, во время которого, в связи с этой проблемой, на двух станциях производились наблюдения, решает, поскольку можно судить по известным до сих пор результатам измерений, в пользу общей теории относительности**).

Таким образом экспериментальное обоснование теории тяготения Эйнштейна еще не закончено. Но если, несмотря на это, теория уже и ныне претендует на всеобщее внимание, то достаточные причины к тому следует видеть в необыкновенном единстве и последовательности ее основных положений. Она, поистине, одним ударом разрешает все загадки, которые со времени Ньютона ставило перед физиками движение тел, рассматриваемое с точки зрения обычного понимания пространства и времени.

---

*) См. Naturwissenschaften, Jahrg. 1919, H. 35.

**) См. заметку переводчика в „Успехах физ. наук", т. II, вып. 2, стр. 189.

Прим. перев.

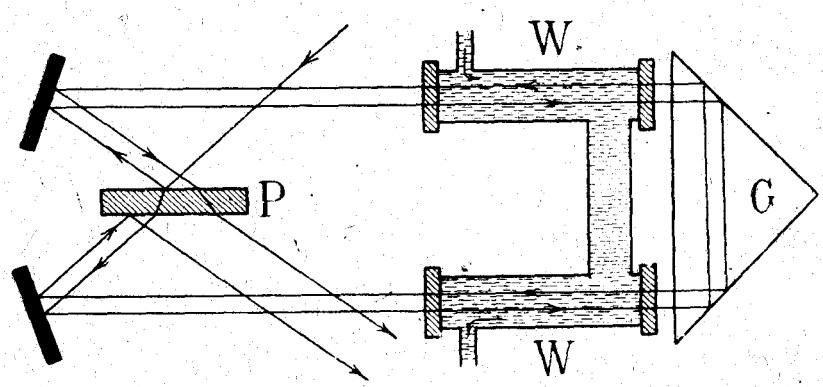
ДОПОЛНЕНИЯ

Дополнения.

Примечание 1-е (к стр. 34). Пока не было установлено универсальное значение скорости света, были возможны два представления в вопросе о том, сказывается ли движение источника на скорости распространения света. Можно было предполагать, что скорость источника прибавляется к той скорости, которая характеризует распространение света из неподвижного источника; можно было также допустить, что движение источника не оказывает никакого влияния на скорость распространения исходящего из него света. В этом втором случае предполагалось, что источник лишь возбуждает периодически меняющиеся состояния неподвижного, т.-е. не принимающего участия в движении материи (источника) светоносного эфира, и что эти состояния распространяются, затем, со скоростью, характерной для эфира, и воспринимаются нами, как световые волны. В существенных чертах это представление, в конце концов, и одержало верх. Лишь специальная теория относительности и гипотеза квантов сделали такого рода взгляд невозможным. Действительно, специальная теория относительности лишила смысла утверждение: „световой эфир находится в покое", ибо — в пределах равномерного поступательного движения — всякую систему по произволу можно определять, как покоящуюся в эфире; теория относительности, отрицая существование эфира, отнимала у световых волн их носителя. С другой стороны, гипотеза квантов, рассматривая световые кванты, как самостоятельные индивидуумы, отнимала у скорости света значение постоянной, характеризующей светоносный эфир. Представление о световых квантах снова приводило нас к своего рода эмиссионной теории света. По классической механике для эмиссионной теории было бы характерно то, что скорость источника складывается со скоростью света, испускаемого неподвижным источником. Мы возвращаемся, следовательно, к первому из приведенных выше представлений. Но при существовании такого наложения скоростей мы обнаружили бы у спектроскопических двойных звезд весьма удивительные явления (de Sitter, Phys. Zeitschrift, 14, 429). Пусть две звезды обращаются одна относительно другой по кеплеровым круговым орбитам и пусть линия зрения проходит через общую их орбитам плоскость; в таком случае должно наблюдаться следующее: если $2T$ — время обращения системы, u — скорость на орбите одной (светлой) из компонент, Δ — расстояние всей системы от земли и, наконец, c — скорость света в пустоте от неподвижного источника, то скорость света в момент наибольшей положительной скорости звезды по лучу зрения была бы $(c+u)$, в противоположный момент $(c-u)$. В таком случае для земного наблюдателя промежутки времени между двумя такими следующими один за другими моментами имели бы, как показывает простое вычисление,

попеременно значения $T + \frac{2u\Delta}{c^2}$ и $T - \frac{2u\Delta}{c^2}$. Так как при колоссальных расстояниях неподвижных звезд член $\frac{2u\Delta}{c^2}$ может быть велик, даже больше чем T, то при наблюдении спектроскопических двойных звезд мы должны были бы обнаружить вполне определенные аномалии. Именно, промежутки времени между двумя указанными моментами на орбите могли бы обращаться в нуль и даже становиться отрицательными, и мы не имели бы никакого права объяснять наблюдаемый допплеров эффект движением по кеплеровой орбите. В действительности такие аномалии никогда не встречаются. На этом весьма чувствительном для экспериментальной проверки явлении (в спектроскопических двойных звездах) опыт, следовательно, учит нас, что движение источника не отражается на скорости испускаемого им света. Вместе с этим первое наше предположение также становится неприемлемым. Лишь специальная теория относительности с ее постулатом постоянства скорости света и ее новой теоремой сложения скоростей приводит нас в этом вопросе к представлению, свободному от внутренних противоречий и согласному с опытом (см. примечание 2-е).

Примечание 2-е (к стр. 37). Наше убеждение в исключительном значении скорости света в природе основывается главным образом на двух фундаментальных оптических опытах: опыт Физо (Fizeau) над скоростью света в текущей воде и опыт Майкельсона (Michelson). Аберрация, напротив того, не относится непо-

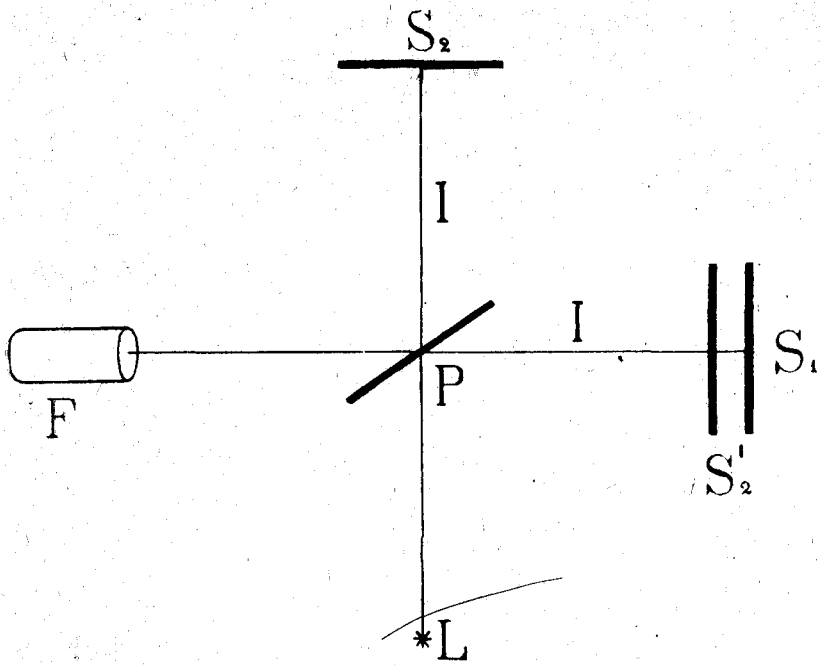


средственно к вопросу, возможно ли обнаружить движение земли относительно светоносного эфира при помощи оптических опытов в лаборатории. Аберрация неподвижных звезд говорит лишь, что относительное движение земли по отношению к рассматриваемой звезде периодически меняется в течение года. Но если мы станем на точку зрения, что всепроникающий светоносный эфир есть носитель световых колебаний, то явление аберрации может быть удовлетворительно объяснено только при допущении, что световой эфир не принимает участия в движении земли.

Опыт Физо призван был окончательно решить, оказывает ли движущаяся материя влияние на световой эфир, и как велика для покоящегося наблюдателя скорость света в движущейся материи. Опыт этот, в улучшенном повторении Майкельсона и Морлея (Morley), был поставлен следующим образом. Пучек света от земного источника проходит через U-образную, наполненную текущею водою,

трубку в направлении обоих колен. Позади трубки оба пучка света, из которых один прошел через текущую воду по направлению течения, другой — против, интерферируют между собою. Таким образом, в одной трубке скорости света и воды направлены в одну сторону, в другой — они противоположны.

Казалось бы, можно ожидать одного из двух. Или вода, текущая со скоростью v по отношению к стенкам трубки, увлекает с собою носителя световых возмущений, т.-е. светоносный эфир; в таком случае скорость в одном колене будет: $\frac{c}{n}+v$, в другом: $\frac{c}{n}-v$, ибо $\frac{c}{n}$, где n — коэффициент преломления воды, есть скорость света



в неподвижной воде. Или же движение воды не оказывает никакого влияния на эфир, при посредстве которого свет распространяется в воде; в таком случае в обоих коленах скорость света была бы $\frac{c}{n}$. В зависимости от того, какое из этих двух предположений справедливо, полосы интерференции должны смещаться при изменении направления течения воды или оставаться на месте. Опыт, однако, показывает, что имеет место третья возможность. Хотя полосы интерференции смещаются, однако, не на ожидаемую величину, а так, как если бы световой эфир приобретал не полную скорость воды v, а лишь скорость $v\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$. Эту величину увлечения светового эфира называют коэффициентом увлечения Ф р е н е л я (Fresnel). Однако, такое название неудачно, ибо, как следует из электродинамики Л о р е н ц а, результаты опыта Ф и з о говорят как-раз об абсолютно н е п о д в и ж н о м эфире, а так называемый коэффициент увлечения есть

лишь следствие структуры материи, именно взаимодействия между электронами и веществом, о чем мы не можем здесь говорить подробнее. Во всяком случае, до опыта Майкельсона казалось, что аберрация и опыт Физо говорят в пользу допущения абсолютно неподвижного эфира.

Опыт Майкельсона и должен был обнаружить поток эфира, который все время и непрерывно пронизывает землю, ибо эфир не принимает участия в ее движении. Схема этого опыта следующая.

Световой луч (см. рисунок на стр. 83), идущий из L, проходит путь $LP+PS_1+S_1P+PF$, при чем S_1 и S_2 — два зеркала, на которые луч падает нормально, P — стеклянная пластинка, отчасти отражающая, отчасти пропускающая свет, F — труба наблюдателя. Другой световой луч проходит путь $LP+PS_2+S_2P+PF$. При этом $PS_1=PS_2=l$; FS_1 лежит в направлении движения земли. Мы предполагаем, что световой эфир не принимает участия в движении земли; q — скорость земли. В таком случае скорость света относительно инструмента (земли) по разным направлениям будет:

по PS_1 .... $c-q$, а время прохождения ... $\frac{l}{c-q}$

по S_1P .... $c+q$ „ „ „ ... $\frac{l}{c+q}$

по PS_2 .... $\sqrt{c^2-q^2}$ „ „ „ ... $\frac{l}{\sqrt{c^2-q^2}}$

по S_2P .... $\sqrt{c^2-q^2}$ „ „ „ ...

Таким образом;

путь PS_1+S_1P проходится за время: $t_1=l\left(\frac{1}{c-q}+\frac{1}{c+q}\right)=$

$$=\frac{2l}{c}\left(1+\frac{q^2}{c^2}\right),$$

а путь PS_2+S_2P „ „ „ $t_2=\frac{2l}{\sqrt{c^2-q^2}}=$

$$=\frac{2l}{c}\left(1+\frac{1}{2}\frac{q^2}{c^2}\right).$$

Разницей обоих промежутков времени будет $(t_1-t_2)_1=\frac{l}{c}\cdot\frac{q^2}{c^2}$.

Если мы обменяем местами S_1 и S_2, повернув весь аппарату на 90^0, то получим $(t_1-t_2)_2=-\frac{l}{c}\cdot\frac{q^2}{c^2}$.

Если оба луча заставить интерферировать в F, то при поворачивании аппарата на 90^0 полосы интерференции должны сместиться. Величину этого смещения легко вычислить. Обозначим через τ период колебания света, применяемого при опыте, тогда соответствующая длина волны будет: $c.\tau=\lambda$. Ожидаемое смещение, выражаемое в долях расстояния между интерференционными полосами, равно

$$\frac{(t_1-t_2)_1-(t_1-t_2)_2}{\tau}=\frac{2l.q^2}{\lambda c^2}.$$

При помощи многократного отражения можно увеличить $2l$ так, что $\frac{2l}{\lambda}$ будет величиной порядка 10^7.

Пусть, например, $2l=30$ m $=30.10^2$ cm, $\lambda=6.10^{-5}$ cm, равно длине волны натрового пламени; в таком случае $\frac{2l}{\lambda}=5.10^7$; с другой

стороны $\frac{q^2}{c^2}$ есть величина порядка $\left(\frac{30\ \text{km}}{300000\ \text{km}}\right)^2$, т.-е. 10^{-8}. Ожидаемое смещение полос должно достигать 0,56 ширины полосы. Наблюдалось же смещение порядка 0,02 ширины полосы. Таким образом эфирный ветер при движении земли не обнаруживается оптически. Повторением опыта в различное время года устраняется возможность возражения, что поступательное движение всей солнечной системы случайно оказалось равным и противоположным движению земли вокруг солнца по эклиптике.

Опыт Майкельсона окончательно показал, что физически не имеет смысла говорить об абсолютном покое или о поступательном движении в абсолютном пространстве, так как все системы координат, двигающиеся равномерно и прямолинейно друг относительно друга, равноценны при описании явлений природы. Поэтому совершенно условно, какую систему считать неподвижной и какую двигающейся. Скорости света во всех системах мы можем приписать одно и то же значение. Полную теорию этого основного опыта можно найти во всяком подробном изложении специального принципа относительности. Я упомяну только оригинальную работу Эйнштейна (Annal. d. Physik, Bd. 17, 1905, S. 891) и „Введение в теорию относительности" д-ра В. Блоха (W. Bloch) в серии „Aus Natur und Geisteswelt", Leipzig, 1918.

Примечание 3-ье (к стр. 39). Отказ от преобразований принципа относительности Ньютона и замена их так называемыми преобразованиями Лоренца-Эйнштейна были шагом чрезвычайного значения.

Этот шаг получил свое оправдание в том, что новая теория относительности, из него воспоследовавшая, без труда объяснила результаты всех основных опытов оптики и электродинамики. Что касается опыта Майкельсона, то Лоренц, дабы примирить его отрицательный результат со своей электродинамикой, вынужден был создать гипотезу, что все тела укорачиваются в направлении их движения. Но Эйнштейн показал, что, при строгом определении понятия об одновременности и принимая во внимание постулат о постоянстве скорости света, преобразования, найденные Лоренцом эмпирически, непременно совпадают с уравнениями преобразования, которые должны связывать координаты двух систем, двигающихся равномерно и прямолинейно друг относительно друга. И непосредственным следствием этих преобразований, без всяких дополнительных гипотез, является уменьшение в длине, которым Лоренц пользовался для объяснения опыта Майкельсона.

В новой теории это сокращение длины l в направлении ее движения до величины $l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ есть выражение того общего факта, что размеры тела имеют лишь относительное значение, т.-е. величина их зависит от состояния движения наблюдателя, который определяет размеры рассматриваемого тела. Это относится как к пространственному, так и к временному измерению вещей. С точки зрения нового принципа относительности отрицательный результат опыта Майкельсона являлся самоочевидным. Но в каком отношении стоял этот принцип к другим основным фактам оптики и электродинамики? Результаты опыта Физо относительно скорости света в текущей воде сделались пробным камнем для кинематики, следующей из новых формул. Согласно преобразованиям Лоренца две скорости q и v, с которыми, например, движутся на встречу друг другу два локомотива, не просто складываются, так что их относительная скорость не будет $q+v$. По новым формулам машинист

на каждом из локомотивов определит скорость встречного локомотива равной

$$\frac{q+v}{1+\frac{q \cdot v}{c^2}}.$$

Это и есть теорема сложения скоростей в новой теории; она непосредственно дает для скорости света в текущей воде величину, наблюдаемую из опыта Физо. Так же естественно и непринужденно получаются правильные величины для аберрации и допплерова эффекта. Подробное обсуждение этих вопросов находится в каждом изложении „специальной" теории относительности (литературу см. в примеч. 2-м).

Примечание 4-е (к стр. 40). Ph. Franck und H. Rothe, Ann. d. Phys., 4 F., Bd. 34, S. 825.

Предпосылками для вывода общих уравнений преобразования, связывающих координаты двух систем S и S', которые двигаются равномерно и прямолинейно друг относительно друга, будут следующие утверждения:

1. Уравнения преобразования образуют линейную однородную группу с переменным параметром q. Это значит, что последовательное применение двух уравнений преобразования, из которых одно преобразует систему S в S', а второе S' в S'' — при чем S должно иметь относительно S' постоянную скорость q, а S' относительно S'' постоянную скорость q' — приводит снова к уравнению преобразования того же вида, как и исходные уравнения; входящий в новые уравнения параметр q'' определенным образом зависит от q' и q.

2. Сокращение длин зависит только от величины параметра q. Конечно, мы с самого начала должны считаться с возможностью, что длина покоящегося стержня, измеренного в покоящейся системе, может оказаться отличной от длины его, измеренной в движущейся системе. Условие 2-е требует, чтобы сокращение (т. е. изменение длины при этих различных способах измерения) по своей величине зависело только от величины относительной скорости обеих систем, а не от направления их движения в пространстве.

Это требование наделяет, следовательно, пространство свойством изотропии и соответствует, примерно, такому же требованию главы 3-*а*, согласно которому элемент длины независимо от места и направления может быть сравниваем по длине со всяким другим элементом длины.

Существенно, что в обеих предпосылках 1 и 2 не выставляется требования постоянства скорости света. Особое свойство некоторой определенной скорости сохранять свое значение во всех системах, получаемых одна из другой при помощи таких преобразований, есть строгое следствие этих двух общих требований; данные же опыта Майкельсона лишь устанавливают величину этой особой скорости, которая, конечно, и может быть получена только при помощи опыта.

Примечание 5-е (к стр. 42). Эйнштейн показал на одном простом примере, каким образом на основании формул специальной теории относительности инертная масса материальной точки уменьшается при излучении энергии.

Предположим, что материальная точка излучает по какому-либо направлению световую волну с энергией $\frac{L}{2}$ и по противоположному направлению световую волну с такой же энергией $\frac{L}{2}$. В таком случае материальная точка, вследствие симметрии явления излучения, остается в покое по отношению к первоначально выбранной

системе координат x, y, z, t. Общий запас энергии материальной точки по отношении к этой системе координат пусть будет E_0, а по отношению ко второй системе, которая движется относительно первой с равномерной скоростью v, пусть равняется H_0. Приложим к этому явлению принцип сохранения энергии. Пусть ν и A—частота и амплитуда световой волны в первоначальной системе, ν', A', x', y', z', t' — частота, амплитуда и координаты во второй, движущейся системе и φ — угол между нормалью к поверхности волны и линией, соединяющей материальную точку и наблюдателя; в таком случае, согласно принципу Допплера, частота световой волны, измеренная в движущейся системе будет:

$$\nu' = \nu \cdot \frac{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Соответственно с этим для амплитуды в движущейся системе формулы специальной теории относительности дают:

$$A' = A \cdot \frac{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

По теории Максвелла энергия световой волны на единицу объема есть $\frac{1}{8\pi} \cdot A^2$. Вычислим теперь соответствующую плотность энергии в движущейся системе. При этом мы должны принять во внимание, что вследствие уменьшения длин, предписываемого формулами преобразования Лоренца-Эйнштейна, шар с объемом V покоящейся системы переходит для движущейся в эллипсоид; объем этого эллипсоида будет:

$$V' = V \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}.$$

Таким образом, плотности энергии в штрихованной и нештрихованной системах относятся между собою, как:

$$\frac{L'}{L} = \frac{\frac{1}{8\pi} A'^2 V'}{\frac{1}{8\pi} A^2 V} = \frac{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Назовем теперь через E_1 количество энергии материальной точки после испускания световой волны и H_1 соответствующую величину, отнесенную к подвижной системе. В таком случае имеем:

$$E_1 = E_0 - \left[\frac{L}{2} + \frac{L}{2}\right] \quad \text{или} \quad E_0 = E_1 + \left[\frac{L}{2} + \frac{L}{2}\right]$$

и соответственно:

$$H_0 = H_1 + \left[\frac{L}{2} \cdot \frac{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{L}{2} \cdot \frac{1 + \frac{v}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}\right].$$

Отсюда получаем непосредственно:

$$\left[H_0 - E_0\right] - \left[H_1 - E_1\right] = L\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right].$$

Что же говорит это уравнение? H и E — представляют собой значения энергии одной и той же материальной точки первое — отнесенное к системе, относительно которой точка движется, второе — по отношению к системе, в которой точка неподвижна. Разность $H - E$ должна, следовательно, с точностью до аддитивной постоянной, равняться кинетической энергии материальной точки по отношению к движущейся системе. Поэтому мы можем написать:

$$H_0 - E_0 = K_0 + C; \qquad H_1 - E_1 = K_1 + C;$$

при этом C означает постоянную, которая не изменяется во время испускания света материальной точкой, ибо, вследствие симметрии процесса излучения, точка остается неподвижной по отношению к исходной системе. Таким образом мы приходим к соотношению:

$$K_0 - K_1 = L\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right] = \frac{1}{2}\cdot\frac{L}{c^2}\cdot v^2.$$

Выраженное словами, это уравнение гласит: вследствие того, что материальная точка излучает при испускании света энергию L, ее кинетическая энергия по отношению к движущейся системе уменьшается от K_0 до K_1; что соответствует уменьшению инертной массы на величину $\frac{L}{c^2}$; в самом деле, по классической механике выражение $\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$, где m инертная масса рассматриваемого тела, измеряет собою величину кинетической энергии этого тела в системе, по отношению к которой оно движется со скоростью v. Таким образом инертной массой энергии, количество которой равняется L, следует считать величину $\frac{L}{c^2}$.

Примечание 6-е (к стр. 48). В пространстве для любой пары точек существует некоторое — всегда одного и того же типа — соотношение, а именно их взаимное расстояние, при помощи которого каждая пара может быть сравниваема с любой другой; в этом состоит характеристическое свойство, которым пространство отличается от других известных непрерывных многообразий. Взаимное расстояние двух точек на полу или расстояние двух вертикально друг над другом расположенных точек на стене комнаты измеряется одним и тем же масштабом, который мы можем по произволу располагать в любом направлении. Поэтому мы можем „сравнивать" взаимное расстояние пары точек на полу с взаимным расстоянием каждой другой пары точек на стене.

Наоборот, в системе тонов соответствующие отношения оказываются совсем другими. Система тонов представляет собою многообразие двух измерений, ибо каждый тон выделяется из всей совокупности своей высотой и своей силой. Однако, нет возможности сравнивать „расстояние" двух тонов одинаковой высоты, но разной силы (аналогичных двум точкам на полу) с „расстоянием" двух тонов различной высоты и одинаковой силы (аналогичных двум точкам стены). Таким образом, метрические соотношения в этом многообразии совершенно иные.

В системе цветов меросоотношения также имеют свои особенности. Число измерений в многообразии цветов такое же, как и в пространстве, ибо каждый цвет может быть составлен путем смешения трех „основных цветов". Но между двумя какими-нибудь цветами не имеется соотношений, которые соответствовали бы расстоянию двух точек пространства. Лишь произведя при помощи смешения из двух цветов третий, мы приходим к уравнению между этими тремя цветами, подобному тому, которое связывает три пространственные точки, лежащие на одной и той же прямой.

Эти примеры, заимствованные из работ Гельмгольца, показывают, что меросоотношения непрерывного многообразия не вытекают из определения его, как непрерывного многообразия с заданным числом измерений. Непрерывное многообразие, вообще говоря, может обладать различными меросоотношениями. Лишь опыт позволяет установить меросоотношения, пригодные для каждого данного многообразия. Наблюдение, показывающее, что размеры тела не зависят от его особого положения и движения, привело к законам (меросоотношениям, *прим. ред.*) евклидовой геометрии; характерным для этой последней является возможность сравнения различных частей пространства на основании аксиом конгруэнтности.

Эти вопросы исчерпывающим образом трактуются в разных статьях Гельмгольца.

Литература: Riemann, Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen (1854). Вновь дополненное издание выпущено Вейлем, Берлин, 1919.

Helmholtz, Über die tatsächlichen Grundlagen der Geometrie, Wiss. Abh., 2, S. 610.

Helmholtz, Über die Tatsachen, welche der Geometrie zugrunde liegen, Wiss. Abhandl., 2, S. 618.

Helmholtz, Über den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome. Vorträge und Reden, 2 Bd., S. 1.

Примечание 7-е (к стр. 48). Требование, чтобы твердые тела конечных размеров могли бы свободно перемещаться, нагляднее всего может быть пояснено на примере пространства двух измерений.

Представим себе треугольник, начерченный на шаре и на плоскости, ограниченный на первом дугами больших кругов, а на второй прямыми линиями; эти треугольники можно произвольно передвигать вдоль каждой из поверхностей и совмещать с другими, не изменяя величины их сторон и углов. Как показал Гаусс, это возможно потому, что в каждом месте шара (и соответственно плоскости) кривизна имеет то же самое значение, как и в любом другом месте. Все же геометрия на шаре отличается от геометрии на плоскости, ибо эти две поверхности не наложимы без растяжения одна на другую (см. примеч. 27-е). Но на наждой из них возможно свободное перемещение планиметрических фигур, вследствие чего для них имеют силу законы конгруэнтности. Наоборот, если мы на какой-нибудь яйцевидной поверхности зададим треугольник, соединив какие-либо три точки кратчайшими линиями, то, конечно, в разных местах этой поверхности можно построить треугольники с одинаковою длиною сторон; но они образуют другие углы, чем соответствующие стороны исходного треугольника, и вследствие этого такие треугольники с равными сторонами не будут конгруэнтны. Таким образом на яйцевидной поверхности фигуры не могут быть передвигаемы без изменения размеров и, следовательно, при изучении геометрических отношений ее мы не придем к законам конгруэнтности обычного вида. Совершенно аналогичные соображения можно установить для трех- и четырехмерного пространства, но, конечно, без возможности представить их себе наглядно.

Если мы требуем, чтобы тела могли свободно перемещаться в пространстве без изменения своих размеров, то „кривизна“ пространства в любом месте должна быть одна и та же. Понятие о кривизне многообразия, имеющего более двух измерений, может быть при этом строго формулировано математически; название указывает лишь на то, что это понятие имеет значение, аналогичное понятию кривизны поверхности. В трехмерном пространстве также можно различать разные случаи, подобные случаю шара или плоскости в двухмерном. Шар соответствует неевклидову пространству с постоянной положительной кривизной, плоскость — евклидову пространству нулевой кривизны. В обоих пространствах тела могут двигаться свободно без изменения размеров; но евклидово пространство безконечно, в то время как „сферическое“ пространство, хотя и неограничено, как поверхность шара, но конечно. Все эти вопросы с исключительным изяществом и полнотою изложены в известной работе Гельмгольца, „Über den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome“ (Vorträge und Reden, Bd. 2, S. 1).

Примечание 8-е (к стр. 49). Те свойства, которыми должно обладать аналитическое выражение элемента длины, можно найти следующим образом:

Пусть в каком-нибудь непрерывном многообразии, например, на поверхности, числа x_1, x_2 обозначают какую-либо точку. Вместе с этой точкой дается одновременно некоторая „область“, окружающая ее (Umgebung), которая содержит многие другие точки поверхности. — Д. Гильберт (D. Hilbert) в своих „Grundlagen der Geometrie“ (стр. 177) строго определил понятие многократно протяженной величины (многообразия), исходя из оснований учения о множествах. В этом определении понятие „области, окружающей точку“ дает строгий смысл риманову требованию непрерывной связности между элементами многообразия. — Исходя из точки x_1, x_2 можно непрерывно углубляться в соответствующую ей область и в каждой точке ее, например, в пункте x_1+dx_1, x_2+dx_2, ставить вопрос о „разстоянии“ этой точки от исходной. Функция, измеряющая это расстояние, будет зависеть от величин x_1, x_2, dx_1, dx_2 и при переходе через промежуточные точки пути, который ведет от x_1, x_2 к x_1+dx_1, x_2+dx_2, будет проходить известные, непрерывно изменяющиеся и, как мы заранее условимся, непрерывно возрастающие значения. В самой точке x_1, x_2 она обращается в нуль, в любой другой точке области она должна быть положительной. Далее мы можем ожидать, что для какой-либо промежуточной точки, — которую мы обозначим $x_1+d\xi_1$, $x_2+d\xi_2$, где $d\xi_1=\frac{1}{2}dx_1$ и $d\xi_2=\frac{1}{2}dx_2$ — искомая функция, служащая мерой расстояния, принимает значение, равное половине значения в точке x_1+dx_1, x_2+dx_2. При указанных допущениях искомая функция будет однородной функцией первой степени относительно dx; ее значение окажется умноженным на ту самую величину, в отношении которой увеличены dx. Далее, когда все $dx=0$, она сама должна исчезать, а когда все dx меняют знак, ее всегда положительное значение остается без изменения. Легко видеть, что функция

$$ds=\sqrt{g_{11}\,dx_1^2+g_{12}\,dx_1\,dx_2+g_{22}\,dx_2^2}$$

удовлетворяет всем этим требованиям; однако, это ни в коем случае не единственная функция указанного рода.

Примечание 9-е (к стр. 51). Выражение четвертого порядка для элемента длины не дало бы возможности дать формулам геометрическое толкование. Для выражения:

$$ds^2=g_{11}\,dx_1^2+g_{12}\,dx_1\,dx_2+g_{22}\,dx_2^2$$

это возможно, так как его можно понимать, как обобщение теоремы Пифагора.

Примечание 10-е (к стр. 52). Под „дискретным" многообразием мы понимаем такое, в котором невозможен непрерывный переход между отдельными элементами, но каждый элемент представляет собою в некотором роде самостоятельный индивидуум. Таким многообразием является, например, множество всех целых чисел, или совокупность планет солнечной системы и т. п.; все вообще исчислимые множества теории множеств являются такими дискретными многообразиями. „Измерение" в дискретном многообразии совершается просто при помощи „счета" и не представляет какого-либо особого вопроса, так как все многообразия этого рода подчиняются одному и тому же измерительному принципу. Когда Риман говорит: „либо реально-существующее, лежащее в основании пространства, образует дискретное многообразие, либо основания для мероотношений следует искать вне ее, в действующих на нее связующих силах", — то он этим хочет лишь указать на возможность, которая в настоящее время еще, может-быть, очень далека от воплощения, однако, принципиально должна всегда считаться допустимой. Как-раз за последние годы для другого многообразия, играющего большую роль в физике, именно для энергии, действительно произошло такое изменение понятия; на этом примере легче всего разъяснить смысл вышеприведенного указания.

До последнего времени энергия, отдаваемая телом в виде излучения, считалась непрерывно изменяемой величиной, и поэтому ее количество старались измерять при помощи непрерывно изменяющейся числовой последовательности. Но изыскания М. Планка (M. Planck) привели к представлению, что энергия испускается в виде квантов, и поэтому ее „измерение" сводится к „счету" квантов. Таким образом то, что лежит в основе лучистой энергии, является дискретным, а не непрерывным многообразием. Если бы мы, например, пришли к выводу, что все измерения в пространстве сводятся к одним лишь расстояниям от одного атома эфира до другого, и что, сверх того, расстояние между отдельными эфирными атомами имеют лишь определенные значения, то в таком случае, все расстояния в пространстве определялись бы „счетом" этих значений; тогда пространство следовало бы понимать так же, как дискретное многообразие.

Примечание 11-е (к стр. 53). C. Neumann, Über die Prinzipien der Galilei-Newtonschen Theorie. Leipzig, 1870, S. 18.

Примечание 12-е (к стр. 54). N. Streintz, Die physikalische Grundlagen der Mechanik. Leipzig, 1883.

Примечание 13-е (к стр. 55). A. Einstein, Annalen der Physik, 4 Folge, Bd. 17, S. 891.

Примечание 14-е (к стр. 56). Минковский (Minkowski) первый особенно подчеркивает это следствие специальной теории относительности.

Примечание 15-е (к стр. 57). Название „инерциальная система" не было соединено первоначально с системой, которую Нейман связал с гипотетическим телом Альфа. Теперь под именем „инерциальной системы" всеми понимается прямолинейная система координат, в отношении которой материальная точка, предоставленная лишь действию инерции, движется равномерно и прямолинейно. В то время, как Нейман вводил тело Альфа, как чисто гипотетический образ, необходимый для формулирования закона инерции, последующие исследователи, в частности Л. Ланге, полагали, что на основании строго кинематических рассуждений можно вывести систему координат, которая обладает свойствами такой инерциальной системы. Но, как показали Нейман и Петцольд (J. Petzoldt), эти рассуждения содержали ошибочные допущения и не способство-

вали более глубокому обоснованию закона инерции, чем введенное Нейманом тело Альфа. Затем такую инерциальную систему образовывают прямые линии, соединяющие три бесконечно-удаленные друг от друга материальные точки, т.-е. такие, которые не оказывают никакого действия друг на друга, да и вообще не подвергаются воздействию никаких сил. Из этого определения видно, почему в природе не существует инерциальной системы и почему, вследствие этого, закон инерции не может быть формулирован с научной точки зрения удовлетворительно.

Литература: C. Neumann, Über die Prinzipien der Galilei-Newtonschen Theorie. Leipzig, 1870.

L. Lange, Ber. der Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss., math.-phil. Klasse, 1885.

L. Lange, Die Geschichte der Entwickelung des Bewegungsbegriffes. Leipzig, 1886.

H. Seeliger, Ber. der Bayr. Akad. 1906, Heft 1.

C. Neumann, Ber. der Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss., math.-phil. Klasse, 1910, Bd. 62, S. 69 und 383.

J. Petzoldt, Annal. der Naturphilosophie. Bd. 7.

Примечание 16-ое (к стр. 58). E. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwickelung. 4 Aufl., S. 244.

Примечание 17-ое (к стр. 58). Новая точка зрения на сущность инерции возникла из изучения электромагнитных процессов излучения. Специальная теория относительности органически связала ее затем с помощью закона об инерции энергии со всем зданием теоретической физики. Динамика излучения, т.-е. динамика пространства, ограниченного стенками, лишенными массы, и наполненного электромагнитным излучением, учит, что такая система оказывает сопротивление всякому изменению движения, подобно движущемуся тяжелому телу. Изучение электронов (свободных электрических зарядов) в состоянии свободного движения, например, в катодной трубке, показало, с другой стороны, что эти мельчайшие частицы ведут себя как инертные тельца, но их инерция обусловливается не материей, с которой мог бы быть связан их заряд, но действием электромагнитных полей, которые окружают движущийся электрон. Отсюда возникает понятие кажущейся (электромагнитной) массы электрона. Таким образом, специальная теория относительности привела, наконец, к выводу, что всякой энергии следует приписать свойство инерции.

Всякое тело содержит энергию (например, некоторое определенное количество внутренней энергии в форме теплового излучения). Инерция, которую тело проявляет, должна быть, следовательно, отнесена отчасти на счет этого запаса энергии. Так как по специальной теории относительности эта часть предетавляет относительную величину, т.-е. зависит от выбора системы координат, то и общее количество инертной массы нашего тела имеет не абсолютное, но лишь относительное значение.

Запас энергии лучистой теплоты для каждого тела распределяется по всему объему, следовательно, можно говорить о количестве энергии в единице объема и вывести отсюда понятие о плотности энергии. Эта плотность энергии есть также зависящая от выбора системы координат величина.

Литература: M. Planck, Ann. d. Phys. 4 Folge, Bd. 26.

M. Abraham, Elektromagnetische Theorie der Strahlung, 2 Aufl., 1908.

Примечание 18-ое (к стр. 59). Определение инертной массы тела путем измерения его веса возможно лишь на основании экспериментального результата, согласно которому все тела в гравитационном поле у поверхности земли падают с одинаковым ускорением. Назовем через p и p' давление двух тел на одну и ту же подставку

(вес) и через g ускорение в соответствующем месте поля тяжести земли; в таком случае

$$p = m \cdot g \text{ дин} \quad \text{и соответственно:} \quad p' = m' \cdot g \text{ дин},$$

при чем m и m' — два коэффициента пропорциональности, которые мы назовем массами двух рассматриваемых тел. Так как в оба уравнения входит одно и то же значение g, то

$$\frac{p'}{p} = \frac{m'}{m}.$$

и, следовательно, массы тел в одном и том же месте могут измеряться при помощи их веса.

Хотя Ньютону уже было известно, что все тела в данном месте земли падают равно-ускоренно (если исключить действие сопротивления воздуха), все же это в высшей степени замечательное обстоятельство не занимает никакого места в основах его механики. Лишь „принцип эквивалентности" Эйнштейна (см. гл. 5, стр. 64) отвел ему положение, которое оно несомненно заслуживает.

Примечание 19-е (к стр. 60). Исходя из подобных соображений, Б. и И. Фридлендеры (B. u. J. Friedländer) предложили эксперимент для доказательства относительности вращательного движения и обратимости явлений центробежной силы (Absolute und Relative Bewegung. Berlin, Leonard Simion, 1896). Хотя вследствие малости эффекта этот опыт до сих пор не мог быть сделан, однако, он весьма пригоден для более глубокого понимания физического содержания указанного требования.

„Наиболее чувствительным из всех известных инструментов являются крутильные весы. Самыми же большими вращающимися массами, с которыми мы можем экспериментировать, являются большие маховые колеса прокатных заводов и других больших фабрик. Центробежные силы проявляются, как известно, в давлении, направленном прочь от оси вращения. Расположим поэтому крутильные весы на не слишком далеком расстоянии от большого махового колеса так, чтобы точка подвеса подвижной части весов (подвешенного стержня) приходилась, более или менее точно, на продолжении оси махового колеса; в таком случае, если подвешенный стержень вначале не был параллелен плоскости колеса, то он должен стремиться приблизиться к этому положению и, значит, должен отклониться соответствующим образом. Ибо на каждую материальную частицу, не лежащую на оси вращения, действует центробежная сила, стремясь удалить ее от оси. Ясно, что максимальное удаление будет достигнуто, когда подвешенный стержень станет параллельно колесу".

Опыт, предложенный Фридлендерами, представляет собою лишь вариант того опыта, который произвел Ньютон для выяснения абсолютного характера вращения; Ньютон привесил на нити цилиндрический сосуд, наполненный водою, и закрутил всю систему около оси, проходящей через нить, пока нить не оказалась туго закрученной. После этого и после того, как сосуд и жидкость были приведены в полный покой, он предоставил нити возможность раскручиваться, при чем сосуд и жидкость пришли в быстрое вращение; тогда наблюдалось следующее: тотчас же по освобождении нити во вращении принимает участие только сосуд, так как трение воды о стенки не достаточно для того, чтобы немедленно сообщить вращение жидкости. Пока это имеет место, поверхность воды остается горизонтальной плоскостью. Но чем сильнее увлекается вода вращающимися стенками, тем яснее выступает действие центробежных сил, и вода гонится вверх по стенкам, пока, наконец, ее поверхность не примет форму параболоида вращения. Из этого наблюдения Ньютон заключил, что относительное вращение стенок

сосуда по отношению к воде не сопровождается никакими действующими на воду силами. Лишь когда сама вода принимает участие во вращении, становятся заметными центробежные силы. Отсюда он заключил об абсолютном характере вращения.

Этот опыт неоднократно обсуждался впоследствии, и уже Э. Мах выдвинул возражение против выводов Ньютона, полагая, что нельзя на основании изложенного заключить, что относительное вращение стенок сосуда по отношению к жидкости вообще не оказывает на эту последнюю никакого влияния. Вполне мыслимо, что если бы масса сосуда была достаточно велика, например, если бы толщина стенок достигала нескольких километров, то поверхность покоящейся воды во вращающемся сосуде не осталась бы плоскою. Это возражение вполне согласуется с воззрениями общей теории относительности. Согласно ей центробежные силы можно также рассматривать как силы тяготения, с которыми действует на воду совокупность обращающихся вокруг нее масс. Конечно, гравитационное действие стенок сосуда на заключенную в него жидкость исчезающе мало, сравнительно с действием всех масс вселенной. Лишь когда вода приводится во вращение относительно этих масс, можно ожидать появления заметных центробежных сил. Опыт братьев Б. и И. Фридлендеров должен был быть усовершенствованием описанного опыта Ньютона: место воды занимают в нем чувствительные крутильные весы, которые отмечают даже самые минимальные силы, а вместо сосуда фигурирует масса мощного махового колеса. Однако, и этот опыт может не привести к положительным результатам, так как даже наибольшее маховое колесо, которое могло бы быть применено, представляет лишь исчезающе малую массу по сравнению с массой вселенной.

Примечание 20-е (к стр. 60). О силовом поле можно говорить в том случае, когда рассматриваемая сила непрерывно меняется от места к месту и в каждой точке определяется значением функции точки. Центробежные силы внутри и на поверхности вращающегося тела имеют внутри всего объема как-раз подобное распределение, и ничто не мешает считать это поле продолжающимся и за поверхностью тела, вне его, например, за поверхность земли в атмосферу. В таком случае можно коротко говорить о центробежном поле земли; и так как, по господствующим до настоящего времени воззрениям, центробежные силы обусловливаются лишь инерцией тел, а не их тяжестью, то это поле есть поле инерции в противоположность полю тяжести, под действием которого все неподвешенные или ничем не поддерживаемые тела падают на землю.

Таким образом, на земле накладываются одно на другое действия нескольких силовых полей: действие поля тяжести, происходящее из взаимного притяжения материальных частиц земли и направленное к центру земли; действие центробежного поля, которое, по Эйнштейну, может рассматриваться также и как поле тяготения, и которое параллельно в плоскости параллельных кругов, и направлено от оси вращения земли во внешнее пространство; наконец, гравитационное поле различных небесных тел, прежде всего, солнца и луны.

Примечание 21-е (к стр. 60). Этвёш (Eötvös) опубликовал результаты своих измерений в „Mathematischen und Naturwissenschaftlichen Berichten aus Ungarn". Bd. 8, S. 64, 1891. Подробное изложение их дано Пекаром (D. Pekár): Das Gesetz der Proportionalität von Trägheit und Gravität. (Die Naturwissenschaft, 1919, 7, S. 327).

В то время, как предыдущие исследования притяжения землей различных веществ опирались на наблюдения с маятником (Ньютон и Бессель, Astr. Nachr. 10, S. 97, и Abhandlungen von Bessel.

Bd. 3, S. 217), Этвёш работал с чувствительными крутильными весами.

Сила, под действием которой падают все тела, слагается из двух компонент: из притяжения земли, которое направлено к центру земли (если пренебречь малыми отклонениями), и центробежной силы, которая направлена от оси вращения кнаружи, в плоскости кругов одинаковой широты.

Если бы притяжение земли на два тела одинаковой массы, но из разного вещества было различно, то равнодействующие центробежной силы и силы притяжения для этих тел имели бы различное направление. Поэтому Этвёш пишет: „Вычисление показывает, что если бы притяжение земли для двух тел одинаковой массы, но из различного вещества, было отлично на одну тысячную часть, то направления тяжести обоих тел образовали бы между собою угол в 0,356 секунды, т.-е. приблизительно в одну треть секунды; а если бы разность сил притяжения достигла одной двадцатимиллионной, то этот угол должен был бы иметь $\frac{356}{20}$ миллионных секунды, т.-е. несколько больше одной шестидесятитысячной секунды". И далее:

„Я закрепил в моих крутильных весах на концах коромысла длиною в 25—30 см, подвешенного на тонкой платиновой проволоке, два различные тела, приблизительно в 30 грамм весом. После того как коромысло было установлено перпендикулярно к меридиану, я точно определял его положение при помощи зеркальца, двигающегося вместе с коромыслом, и зеркала, укрепленного на ящике инструмента. Затем я поворачивал инструмент вместе с ящиком на 180°, так что тело, находившееся раньше на восточном конце коромысла, оказывалось теперь на его западном конце, и измерял новое положение коромысла инструмента. Если бы силы тяжести двух прикрепленных к концам тел были направлены различно, то должно было бы обнаружиться закручивание нити подвеса. Этого, однако, не было констатировано, хотя на одном конце всегда помещался латунный шарик, а на другом прикреплялись стекло, пробка и кристаллы сурьмы. Однако, изменение направления силы тяжести на $^1/_{60000}$ секунды должно было бы вызвать закручивание в одну минуту, что можно было бы отчетливо наблюдать".

Таким образом, Этвёш достиг той точности наблюдений, которая приблизительно достигается при взвешивании; это и было его целью, ибо метод определения массы тел при помощи взвешивания покоится на основном законе, согласно которому притяжение землею различных тел зависит только от массы этих тел, а не от их химической природы. Этот закон необходимо, следовательно, доказать с тою же степенью точности, которая достигается при взвешивании. И если, вообще, существует такое различие в тяжести для различных тел одинаковой массы, но разного вещества, то по Этвёшу это различие оказывается для латуни, стекла, сурьмы и пробки менее одной двадцатимиллионной, а для латуни и воздуха менее одной стомиллионной веса.

Примечание 22-е (к стр. 61). Ср. A. Einstein, Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie, Ann. d. Phys. 4 Folge, Bd. 49, S. 769.

Примечание 23-е (к стр. 62). Уравнение $\delta\left\{\int ds\right\}=0$ говорит, что вариация длины пути между двумя достаточно близкими точками траектории для действительно описываемой траектории равна нулю; другими словами, из всех возможных путей между двумя такими точками действительное движение избирает кратчайший. Оставаясь сначала на почве старой механики, можно следующим примером пояснить смысл этого закона. При движении материальной точки, свободно передвигающейся в пространстве, кратчайшей линией, соединяющей две точки пространства, всегда служит прямая

линия, и материальная точка будет двигаться по этой прямой линии если нет на-лицо каких-либо иных возмущающих влияний (закон инерции). Если материальная точка вынуждена двигаться по какой-нибудь кривой поверхности, то она будет перемещаться от одной точки к другой вдоль геодезической линии этой поверхности, так как геодезическая линия представляет собою кратчайшую линию, соединяющую две точки на поверхности. В теории Эйнштейна имеет силу вполне аналогичный, но гораздо более общий принцип. Под действием инерции и тяжести каждая материальная точка описывает геодезическую линию в пространственно-временном многообразии. Такая линия не есть, вообще говоря, прямая линия, и причина этого в том, что гравитационное поле известным образом стесняет движение материальной точки, подобно тому, например, как кривая поверхность ограничивает свободу ее передвижения. Совершенно аналогичный принцип выдвигал уже Г. Герц в своей механике, в качестве основного принципа всех движений.

Примечание 24-е (к стр. 64). См. A. Einstein, Ann. d. Phys., 4 Folge, Bd. 35, S. 898.

Примечание 25-е (к стр. 65). Выражение „переход к ускоренной системе координат" означает, что речь идет о преобразовании переменных x, y, z, t в систему переменных x_1, x_2, x_3, x_4 — преобразование, которое выражает соотношение между двумя системами координат, находящихся одна относительно другой в ускоренном движении. Характер движения двух рассматриваемых систем по отношению друг к другу выражается аналитически уравнениями преобразования между координатами.

Примечание 26-е (к стр. 67). Рассмотрим следующие вопросы: 1) мы напишем основные уравнения новой теории в явной форме, 2) выполним переход к основным уравнениям ньютоновой механики.

1. Из вариационного уравнения $\delta\left\{\int ds\right\} = 0$, где $ds^2 = \sum_1^4 g_{\mu\nu}\, dx_\mu\, dx_\nu$, получаем, выполняя вариацию, четыре дифференциальные уравнения:

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{d^2x_\sigma}{ds^2} = \sum_{\mu\nu} \Gamma^\alpha_{\mu\nu} \frac{dx_\mu}{ds} \cdot \frac{dx_\nu}{ds} \quad (\sigma = 1, 2, 3, 4).$$

Это — уравнения движения материальной точки в гравитационном поле $g_{\mu\nu}$.

Здесь символ $\Gamma^\alpha_{\mu\nu}$ обозначает выражение:

$$-\frac{1}{2} \sum_\alpha g^{\sigma\alpha} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x_\nu} + \frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x_\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha} \right).$$

Символ $g^{\sigma\alpha}$ обозначает минор, соответствующий элементу $g_{\sigma\alpha}$ детерминанта $\begin{vmatrix} g_{11} & \cdots & g_{14} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ g_{41} & \cdots & g_{44} \end{vmatrix}$, разделенный на этот детерминант.

Десять дифференциальных уравнений для „гравитационных потенциалов" $g_{\mu\nu}$ пишутся таким образом:

$$(2) \quad \ldots \quad \sum_\alpha \frac{d\Gamma^\alpha_{\mu\nu}}{dx_\alpha} + \sum_{\alpha\beta} \Gamma^\alpha_{\mu\alpha} \Gamma^\beta_{\nu\alpha} = \varkappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right).$$

Величины $T_{\mu\nu}$ и T — суть выражения, стоящие в простом соотношении с компонентами тензора натяжений и энергии (Spannungs-Energie-Tensor), который в новой теории заступает место плотности материи, в качестве причины, вызывающей поле тяготения, $\varkappa$ имеет значение гравитационной постоянной ньютоновой теории.

Дифференциальные уравнения (1) и (2) суть основные уравнения новой теории. Полный вывод их находится в брошюре Эйнштейна, „Die Grundlagen der allgemeine Relativitätstheorie, J. A. Barth, Leipzig, 1916.

2. Чтобы, исходя из этих уравнений, получить выводы ньютоновой теории, нужно сделать некоторые упрощающие предположения. Мы, прежде всего, допустим, что $g_{\mu\nu}$ лишь на малую сравнительно с единицей величину отличаются от значений, даваемых схемой:

$$\begin{Bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{Bmatrix}$$

Эти значения $g_{\mu\nu}$ являются характерными для специальной теории относительности, т.-е. в том случае, когда гравитационное поле отсутствует. Мы предположим также, что в бесконечно удаленных точках $g_{\mu\nu}$ принимают вышеуказанные значения, т.-е. что материя не распространяется до бесконечности.

Во-вторых, допустим, что скорости материи малы сравнительно со скоростью света и могут рассматриваться, как бесконечно-малые первого порядка. Тогда величины:

$$\frac{dx_1}{ds}, \quad \frac{dx_2}{ds}, \quad \frac{dx_3}{ds}$$

будут бесконечно-малыми первого порядка, а $\frac{dx_4}{ds}$ отличается от 1 на величину второго порядка. Из дифференциальных уравнений для $\Gamma^{\sigma}_{\mu\nu}$ следует, что эти величины бесконечно-малые первого порядка. Если пренебречь величинами второго порядка и, наконец, допустить, что при малых скоростях материи изменение гравитационного поля по времени мало, т.-е. что производными от $g_{\mu\nu}$ по времени можно пренебречь по сравнению с производными $g_{\mu\nu}$ по пространственным координатам, то система уравнений (1) примет вид:

$$(1\text{-a}) \ldots\ldots \quad \frac{d^2x_\tau}{dt^2} = -\frac{1}{2}\frac{\delta g_{44}}{\delta x_\tau} \quad (\tau = 1, 2, 3).$$

Полученное выражение было бы уравнением движения материальной точки в ньютоновой механике, если бы $\frac{1}{2} g_{44}$ представляло обыкновенный гравитационный потенциал. Мы должны поэтому исследовать, что получается в новой теории из дифференциального уравнения для g_{44} при сделанных упрощающих предположениях.

Возбуждающий поле тензор натяжений и энергии при наших специальных допущениях сохраняет одну, имеющую конечное значение, компоненту

$$\rho T = T_{44} = \rho.$$

Второй член левой части уравнения (2) представляет произведение двух величин, которые, согласно сказанному выше, рассматри-

ваются, как величины первого порядка. Поэтому мы можем откинуть второй член, как величину второго порядка. Напротив, первый член, если, как и выше, мы опустим члены, дифференцированные по времени, т.-е. ограничимся предположением „стационарного" гравитационного поля, даст для $\mu = \nu = 4$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial x_3^2}\right)=-\frac{1}{2}\,\Delta g_{44}.$$

Таким образом, дифференциальное уравнение для g_{44} превращается в уравнение Пуассона:

(2-a) . . . . . $\Delta g_{44} = \varkappa\rho.$

Итак, в первом приближении, т.-е. принимая скорость света за бесконечно-большую скорость, что является, как было подробно показано в главе 3b, характерным признаком классической теории, делая затем некоторые простые допущения относительно поведения $g_{\mu\nu}$ в бесконечно-удаленных точках и, наконец, пренебрегая изменением гравитационного поля по времени, мы получим из дифференциальных уравнений теории Эйнштейна, выведенных на основании вполне общих положений, известные уравнения ньютоновой механики.

Примечание 27-е (к стр. 68). Теория поверхностей, т.-е. изучение геометрии на какой-нибудь поверхности, привела непосредственно к выводу, что законы, найденные для какой-либо поверхности, сохраняют свою силу и для всякой другой поверхности, которая может быть получена из первой изгибанием без растяжения. Именно, если между каждыми двумя точками, находящимися на двух разных поверхностях, может быть установлена такая связь, что в соответствующих точках элементы длины были бы равны между собой, то равными будут также и соответствующие конечные дуги, углы, площади фигур и т. д. Таким образом, на обеих поверхностях устанавливаются одинаковые планиметрические законы. Такие поверхности называют взаимно развертывающимися. Необходимое и достаточное условие для развертываемости заключается в том, чтобы выражение элемента длины одной поверхности:

$$ds^2 = g_{11}\,dx_1^2 + g_{12}\,dx_1\,dx_2 + g_{22}\,dx_2^2$$

могло бы быть преобразовано для другой в выражение:

$$ds'^2 = g'_{11}\,dx'^2_1 + g'_{12}\,dx'_1 \cdot dx'_2 + g'_{22}\,dx'^2_2.$$

По одной теореме Гаусса для этого необходимо, чтобы обе поверхности имели равную кривизну. Если, кроме того, эта кривизна постоянна на всей поверхности, как, например, на поверхности цилиндра или плоскости, то все условия для развертывания поверхности оказываются выполненными. В противном случае, особые уравнения дают критерий, могут ли поверхности или части их взаимно развертываться одна в другую. Многочисленные частные задачи, которые возникают при этих вопросах, подробно рассмотрены в каждой книге по дифференциальной геометрии (Bianchi-Lukat). Эта дисциплина, имевшая до сих пор, главным образом, математический интерес, приобретает теперь большое значение и для естествознания.

Примечание 28-е (к стр. 74). Было бы заблуждением думать, будто бы основной закон тяготения Ньютона является в какой-либо мере объяснением гравитации.

Понятие о силе притяжения заимствовано из нашего мускульного чувства и, будучи перенесено на мертвую материю, теряет всякий смысл. К. Нейман, который положил много труда для того, чтобы твердо обосновать ньютонову механику, выпукло и наглядно

разъясняет этот пункт в начале своей неоднократно упоминавшейся статьи при помощи следующего рассказа, резко оттеняющего слабые места в ранее господствующих взглядах на этот вопрос:

„Предположим, что какой-нибудь полярный исследователь рассказал бы нам о загадочном море, куда ему посчастливилось проникнуть. Чудесное зрелище предстало пред ним. Среди моря он увидел две плавающие ледяные горы, достаточно далеко удаленные одна от другой — одна большая, другая поменьше. Из глубины большой горы раздался голос, приказывающий повелительным тоном: „Приблизься на десять футов"!—и тотчас же меньшая ледяная гора, исполняя приказание, приблизилась на десять футов к большой. И снова большая скомандовала: „Еще на шесть футов ближе"!—И другая вновь немедленно выполнила приказание. И так звучал приказ за приказом, и меньшая гора в непрерывном движении усердно старалась немедленно и точнейшим образом выполнить каждый приказ".

Несомненно, мы отнесли бы такое известие к области басен. Но не будем торопиться с насмешками! Представление, которое здесь кажется нам таким удивительным, есть то самое, на котором основывается самая совершенная часть естествознания, которому величайший из естествоиспытателей обязан славой своего имени.

Действительно, в мировом пространстве непрерывно звучат такие приказы, исходящие от различных небесных тел, солнца, планет, лун, комет. Каждое мировое тело прислушивается к приказаниям, возвещаемым остальными телами, всемерно стараясь точнейшим образом выполнить эти приказания. Наша земля неслась бы по прямой линии через мировое пространство, если бы ее каждое мгновение не направляло приказание, звучащее от солнца, к которому примешиваются менее внятные приказы остальных небесных тел.

Конечно, эти приказы отдаются безмолвно и так же безмолвно они выполняются. И Ньютон назвал эту взаимную игру приказаний и исполнений иным именем. Он просто говорит о взаимном притяжении, которое господствует между телами. Однако, дело от этого не меняется. Ибо указанное взаимодействие состоит в том, что одно тело отдает приказания, а другое им следует".

СОДЕРЖАНИЕ.