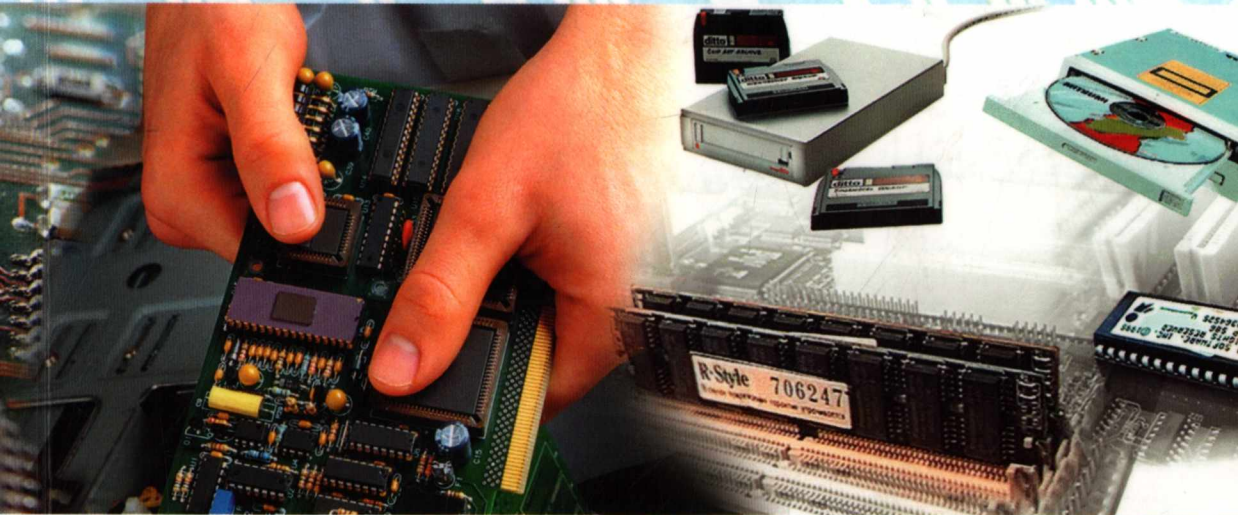


21.2.73  
D. 16

М. С. Будіщев

# ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ЕЛЕКТРОНІКА ТА МІКРОПРОЦЕСОРНА ТЕХНІКА



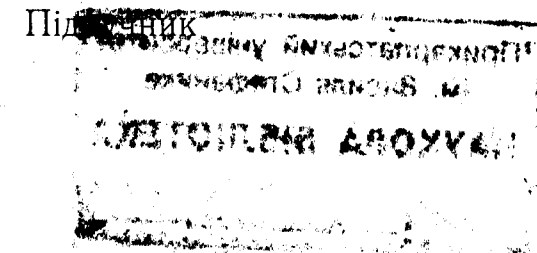
Видавництво «Афіша»

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАУКОВО-МЕТОДИЧНИЙ ЦЕНТР ВИЩОЇ ОСВІТИ  
УКРАЇНСЬКА АКАДЕМІЯ ДРУКАРСТВА

М. С. БУДІЩЕВ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України  
як підручник  
для студентів вищих навчальних закладів,  
що навчаються за неелектротехнічними спеціальностями  
(лист заступника міністра від 17. 05. 2001 р. № 14/18.2—669)

# ЕЛЕКТРОТЕХНІКА, ЕЛЕКТРОНІКА ТА МІКРОПРОЦЕСОРНА ТЕХНІКА



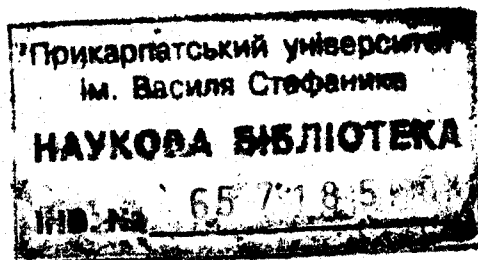
ІНБ ПНУС  
  
657185

Львів  
«Афіша»  
2001

Рецензенти:

*Д. Л. Дудюк* — доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри автоматизації, електротехніки та теплотехніки (Український державний лісотехнічний університет, м. Львів);

*В. Л. Владіміров* — доктор технічних наук, доцент, провідний науковий співробітник (Державний науково-дослідний інститут "Система", м. Львів).



**Будіщев М. С.**

Б90 Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка. Підручник. — Львів: Афіша, 2001. — 424 с.  
ISBN 966-7760-33-2

"Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка" — підручник, назва якого відображає три основні напрямки розвитку електротехнічної галузі на сучасному етапі. У стислій формі розглянуто теорію електричних та магнітних кіл, перехідні процеси в лінійних електричних колах, основи електричних вимірювань, будова і властивості трансформаторів та електричних машин постійного та змінного струму, а також основи електроніки та мікропроцесорної техніки з використанням сучасних логічних контролерів.

Для студентів вищих навчальних закладів, що навчаються за неелектротехнічними спеціальностями. Може бути корисним для спеціалістів з електротехніки, а також для інженерно-технічних працівників.

ББК 31.2+32.85+32.973.26-04я73  
УДК 621.3:621.38:621.39

© М. С. Будіщев, 2001  
© ПТВФ "Афіша", 2001

## ПЕРЕДМОВА

Даний підручник призначений для студентів вищих навчальних закладів, що навчаються за неелектротехнічними спеціальностями. Його зміст відповідає освітньо-професійній програмі з дисципліни "Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка", що затверджена Міністерством вищої освіти України у 1994 р. для студентів із професійним спрямуванням "Інженерна механіка". При написанні підручника використано досвід викладання автором курсів "Електротехніка та основи електроніки", "Електротехніка та промислова електроніка" та "Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка" в Українському поліграфічному інституті ім. Івана Федорова (нині — Українська академія друкарства) протягом 1981—2001 рр..

Створити цю книгу автора спонукала фактична відсутність стислого підручника, який об'єднав би у собі весь матеріал, наявність якого вимагає сама назва курсу, освітньо-професійна програма та практичні потреби навчального процесу. Відомий підручник О. С. Касаткіна та М. В. Немцова "Електротехніка" виданий 1983 р. приділяє електроніці мінімальну увагу та містить деяку застарілу інформацію з електровакуумної електроніки і має обсяг понад 400 сторінок. Якщо доповнити цей підручник відомим підручником "Основи промислової електроніки" за редакцією В. Г. Герасимова виданий 1986 р., обсягом понад 300 сторінок, то вийде, що студентам неелектротехнічних спеціальностей, яким відведена обмежена кількість годин на вивчення курсу електротехніки, важко користуватися навчальною літературою такого великого обсягу. Більш сучасний підручник В. С. Руденка, В. Я. Ромашка та В. В. Трифонюка "Промислова електроніка" виданий у 1993 р., також не знімає існуючої проблеми, оскільки окрім значного обсягу (понад 400 сторінок) приділяє основну увагу промисловій електроніці, а мікропроцесорам у ньому відведено лише 12 сторінок.

Автор сподівається, що даний підручник, який охоплює всі необхідні розділи курсу "Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка", стане в нагоді студентам вищих навчальних закладів, що навчаються за неелектротехнічними спеціальностями. У даній книзі порівняно з існуючими підручниками з електротехніки значно розширено розділ, присвячений мікропроцесорним пристроям, наведено приклад створення фрагменту програмного та апаратного забезпечення мікропроцесорної системи керування технічним об'єктом, надано короткі відомості про широко розповсюджені у світі програмовані логічні контролери, виготовлених виробниками

як пристрої, готові для безпосереднього застосування в системах автоматизації промислових установок.

У підручнику прийняті позначення, встановлені ДСТУ 3120-95 "Електротехніка. Літерні позначення основних величин", які дещо відрізняються від позначень, прийнятих у навчальній літературі з електротехніки [1—7]. У підручнику також враховані вимоги ДСТУ 2843-94 "Електротехніка. Основні поняття. Терміни та визначення"; ДСТУ 3651.0-97 "Основні одиниці фізичних величин міжнародної системи одиниць"; ГОСТ 2.730-73 (СТ СЭВ 661-88) "ЕСКД. Обозначения условные графические в схемах"; ГОСТ 743-91 "ЕСКД. Обозначения условные графические в схемах. Элементы цифровой техники"; ГОСТ 26772-85 (СТ СЭВ 3170-81) "Машины электрические вращающиеся. Обозначения выводов и направления вращения".

Автор висловлює щирю подяку рецензентам — докторам технічних наук Д. Л. Дудюку та В. Л. Владімірову за цінні поради та зауваження, що були висловлені в процесі роботи над підручником. Окрема подяка колишньому співробітнику кафедри електричних машин та апаратів Національного університету "Львівська політехніка", досвідченому викладачеві доценту О. В. Волошанському за цінні методичні поради до розділів з електричних машин та трансформаторів. Автор також вдячний редакторам О. В. Мельникову та Д. В. Василюшин за допомогу, що була надана при підготовці підручника до друку.

Автор буде вдячний за зауваження та побажання, спрямовані на покращення підручника, які можна надсилати за адресою: 79005, м. Львів, вул. Костя Левицького, 4. ПТВФ "Афіша".

## **ВСТУП**

### **Чому треба вивчати електротехніку студентам не електротехнічних спеціальностей інженерного напрямку?**

Тому, що функціонування сучасного суспільства без електричної енергії фактично стало неможливим. Це впливає хоча б з переліку основних напрямків її використання: побут, реклама, інформаційні технології, зв'язок, електричні технології (виплавка сталей, електрозварювання, електроліз і т. п.), електротранспорт, силовий електропривод, що перетворює електричну енергію в механічну. Немає жодної галузі господарювання, жодної науково-дослідної роботи технічного спрямування, де б в той чи інший спосіб не була використана електротехніка. Тому знайомство з електротехнікою як наукою про практичне застосування електричних та магнітних явищ природи та законів, що їх описують, стає нагальною потребою для будь-якого технічного спеціаліста.

Назва посібника має три складових, що відображає три основні напрямки електротехнічної галузі на сучасному етапі. Розвиток електротехніки практично почався після створення італійцем Алессандро Вольта у 1800 році хімічного джерела електричної енергії — електричної батареї. Наявність такого джерела відносно малої потужності дала можливість провести цілу низку наукових досліджень і відкрити фундаментальні правила та закони, що склали теоретичний фундамент електротехніки. Помітним практичним наслідком цих досліджень стало широке застосування у першій половині XIX сторіччя дротяного електричного телеграфа, найбільш вдалий варіант якого розробив американець Семюель Морзе.

Створення наприкінці XIX сторіччя електричних машин постійного та змінного струму дозволило перетворювати механічну енергію в електричну, передавати її на велику відстань та знову перетворювати електричну енергію в механічну та інші види енергії в потрібному місті і в потрібній кількості. Широкого розповсюдження набули електричне освітлення та електропривод різноманітних виробничих машин з релейно-контакторним керуванням. Згодом електричну енергію почали використовувати для виготовлення високоякісної сталі в електросталеплавильних печах, для електрозварювання металевих конструкцій. Для забезпечення всіх цих споживачів електричною енергією були створені потужні електричні станції та мережі. Елементною базою таких електротехнічних пристроїв є електромагнітні та електромеханічні



перетворювачі, складовими яких є обмотки з міді або алюмінію та магнітопроводи з феромагнітних матеріалів, призначені для створення магнітних полів потрібної конфігурації та інтенсивності. В таких класичних електротехнічних пристроях використовуються явища електромагнітної індукції, взаємодії провідника із струмом з магнітним полем, взаємодії провідників із струмом між собою, електромагніти.

Одночасно розвиток електротехніки дав поштовх для виникнення спорідненої галузі — електроніки, яка займається вивченням та застосуванням фізичних явищ в електровакуумних та напівпровідникових приладах, характеристик та параметрів цих приладів, властивостей пристроїв та систем, заснованих на використанні цих приладів.

Можна вважати, що електроніку започаткували досліди Генріха Герца у 1888 р., які встановили наявність електромагнітного зв'язку між двома віддаленими один від одного коливними контурами. На питання "Яке значення будуть мати ваші досліди для практики?" Г. Герц якось відповів: "Ніякого". Але сталося зовсім інакше. Вже у травні 1895 р. російський винахідник О. С. Попов на засіданні російського фізико-хімічного товариства у С.-Петербурзі продемонстрував пристрій для реєстрації природних електромагнітних хвиль, створених блискавками. У березні 1896 р. він же передав на відстань біля 250 м першу бездротову телеграму з двох слів: "Генріх Герц". У червні 1896 р. італійський інженер і підприємець Г. Марконі отримав перший патент з бездротової телеграфії і заснував компанію, яка багато зробила для широкого впровадження радіотелеграфії і передачі інформації на великі відстані. Почалися роботи по створенню потужних генераторів радіохвиль. У 1904 р. в США було створено перший електровакуумний діод, а у 1907 р. — триод, принцип роботи яких був заснований на явищі електронної емісії, відкритого Т. Едісоном.

В наступні роки швидко розвивається радіотелеграф, радіозв'язок, виникає радіомовлення. Під час другої світової війни було створено радіолокатори, які відіграли величезну роль у боротьбі, наприклад, з германськими підводними човнами, які полювали на транспорти союзників. Радіолокатори використовували також і для виявлення та винищення ворожих літаків. Електроніка забезпечила появу точних і чутливих вимірювальних приладів, електроніка надала можливість створити точну зброю. Електроніка дозволила проводити обчислення, які раніше були недосяжні для вчених і змушували їх вести дослідження на спрощених моделях об'єктів: у 1946 р. у США було створено першу електронну цифрову обчислювальну машину (ЕЦОМ), яка містила біля 18 000 ламп.

Таким чином електроніка перестала бути лише радіоелектронікою і знайшла широке застосування у техніці та промисловості. Галузь технічної електроніки, яка займається застосуванням електровакуумних і напівпровідникових приладів та створених на їх основі систем в промисловості, називають промисловою електронікою. Основні напрямки промислової електроніки: інформаційна електроніка, до якої можна віднести обчислювальну та інформаційно-вимірювальну техніку; енергетична електроніка (потужні електровакуумні та напівпровідникові перетворювачі електричної енергії); електронна технологія (застосування електронних та іонних пучків, високочастотний нагрів і плавка, ультразвукове різання та зварювання).

З виникненням ЕЦОМ складність електронних пристроїв стала швидко зростати, а традиційна елементна база — електровакуумні лампи — не могли вже забезпечити їх надійність. Тимчасовий вихід з положення дало застосування напівпровідникових приладів — транзисторів, які за своїми функціональними можливостями могли замінити електровакуумні лампи. Поруч з транзисторами було розроблено багато інших напівпровідникових приладів (діодів, тиристорів). Застосування напівпровідникових приладів у електроніці, обчислювальній техніці, автоматичній, енергетиці набуло масового характеру, оскільки вони мали ряд суттєвих переваг перед електровакуумними приладами: високий коефіцієнт корисної дії, довговічність, надійність, порівняно малі габарити та масу.

Перший транзистор було створено у 1948 р. в США. Але вже у 60-ті роки швидкий розвиток електроніки привів до того, що кожні п'ять років кількість елементів у складних електронних пристроях зростала приблизно в десять раз. Навіть при наявності транзисторів надійність роботи таких пристроїв ставала низькою внаслідок великої кількості паяних з'єднань. Крім того, неприйнятними ставали трудомісткість їх виготовлення та габарити. В електроніці знову виникла тупикова ситуація.

Подальший прогрес було забезпечено завдяки бурхливому розвитку у 1970—1980 роках мікроелектроніки на ґрунті об'єднання досягнень електроніки та інтегральної технології. У великих інтегральних схемах (ВІС) кілька сот тисяч елементів (наприклад транзисторів) вміщуються на площі 1—2 см<sup>2</sup> напівпровідникового кристалу. Всі з'єднання між цими елементами надійно здійснюються в єдиному технологічному циклі. Мінімальні розміри таких елементів — 2—3 мкм, а швидкодія — декілька наносекунд. Розробка ВІС створила можливості виготовлення складних електронних пристроїв з малими габаритами та відносно малими витратами. Електронні пристрої, виготовлені з використанням інтегральних мікросхем, започаткували розвиток нової галузі електроніки — мікроелектроніки. На базі досягнень мікроелектроніки створені потужні швидкодіючі малогабаритні ЕЦОМ. Набувають розповсюдження локальні комп'ютерні мережі, які дозволяють вести обмін інформацією між окремими комп'ютерами та всевітня комп'ютерна мережа — Інтернет. Сучасна обчислювальна техніка широко використовується не тільки для зберігання та обробки інформації, але й для керування технічними об'єктами за заданою програмою. Такі пристрої керування, створені на базі цифрової техніки, називають мікропроцесорними. Виконання команд за заданою програмою в них забезпечує процесор, такий самий, як в ЕЦОМ, виготовлений з використанням мікроелектронних технологій. Це пояснює виникнення терміну "мікропроцесор". Застосування мікропроцесорів дозволяє в багатьох випадках зменшити габарити виробів та споживання ними електричної енергії, поліпшити їх функціональні можливості. Основною перевагою мікропроцесорних систем є можливість зміни їх функцій шляхом лише зміни керуючої програми, що пояснює їх широке використання для автоматизації сучасного виробництва.

В сучасних промислових установках будь-якої галузі сумісно працюють класичні електротехнічні пристрої — електричні машини з електронними пристроями, які використовують для керування цими електричними машинами та для контролю параметрів технологічного процесу. В регульованому електроприводі широко

застосовують енергетичні напівпровідникові пристрої, які дозволяють перетворювати змінну напругу мережі в регульовану постійну напругу, а іноді навпаки, перетворювати постійну напругу в змінну заданої частоти. Для збирання інформації про стан параметрів технологічного процесу та для керування силовими енергетичними напівпровідниковими перетворювачами використовують знову-таки мікропроцесорні пристрої. Тому спеціалісту технічного профілю для грамотного проектування таких сучасних установок чи їх експлуатації необхідне знайомство з електротехнікою, електронікою та мікропроцесорною технікою.

Для майбутніх технічних спеціалістів не електротехнічного профілю знайомство з цими напрямками використання електрики за допомогою даного навчального посібника, написаного у якомога стислій формі і орієнтованого на реальні можливості, визначені кількістю годин, передбачених освітньо-професійною програмою для закладів вищої освіти, має полегшити перші кроки до розв'язку проблем, що виникатимуть в їх професійній діяльності та до самостійного поглибленого вивчення потрібного матеріалу.

## ЧАСТИНА ПЕРША

### ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

#### Розділ 1

### ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО ТА ОДНОФАЗНОГО ЗМІННОГО СТРУМУ

#### 1.1. ДЖЕРЕЛА ТА ПРИЙМАЧІ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

*Електричні кола* — це сукупність пристроїв, призначених для генерації, передачі та перетворення електричної енергії в інші види енергії.

Елементи, що генерують електричну енергію будемо називати джерелами живлення. Ці елементи перетворюють в електричну енергію різні види енергії: механічну (електромеханічні генератори), хімічну (акумулятори, гальванічні елементи), променеву (фотодіоди, термопари). Джерела живлення постійного струму створюють в електричних колах струм, незмінний в часі. Джерела живлення змінного струму створюють струми із змінним напрямком пересування електричних зарядів переважно синусоїдного характеру. Переважну кількість електричної енергії (більше, як 99%) виробляють на електростанціях за допомогою трифазних генераторів.

Споживачі, або приймачі електричної енергії, перетворюють її в інші види енергії, переважно, в кінцевому результаті, у теплову. Наприклад двигун, що обертає шпindel токарного верстата перетворює електричну енергію у механічну, а вона, своєю чергою, перетворюється у теплову і йде на теплові втрати у механічному редукторі, що сполучає двигун із шпинделем, та на нагрів оброблюваної деталі та ріжучого інструменту.

Стандартні умовні позначення деяких елементів електричних кіл, використаних у даному посібнику, наведено у додатку 1.

#### 1.2. СТРУМ, НАПРУГА, ПОТУЖНІСТЬ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ КОЛІ. ПАРАМЕТРИ СИНУСОЇДНИХ НАПРУГ ТА СТРУМІВ

Розглянемо зображене на рис. 1.1 електричне коло, складене з хімічного джерела живлення (акумулятора) з напругою  $U_{AB}$  на його виводах  $AB$ , вимикача  $S$ , приймача-резистора  $R$ , та амперметра  $A$ . Джерело живлення за рахунок так званих сторонніх сил, зумовлених хімічними процесами, створює різницю потенціалів  $\varphi_{AB}$  між точками  $A$  та  $B$   $\varphi_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$ .  $\varphi_{AB}$  — це робота, необхідна для переміщення одиниці

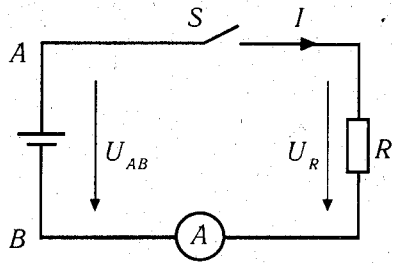


Рис. 1.1

додатного електричного заряду (1 Кулон) від точки  $A$  до точки  $B$ . Точка  $A$  має високий електричний потенціал (“+”), а точка  $B$  — низький (“-”). **За додатний напрям струму в електричних колах приймають напрям руху додатних електричних зарядів**, тобто від точки з високим електричним потенціалом (точки “+”) до точки з низьким електричним потенціалом (точки “-”) джерела живлення. Всередині джерела живлення навпаки, напрям руху позитивних зарядів відбувається від точки “-” до точки “+”.

Кулон, Шарль Огюстен (1736—1806), французький фізик, відкрив закони взаємодії електричних зарядів і магнітних полюсів, які носять його ім'я. Сформулював закони сухого тертя та інші.

Електрорушійна сила (е.р.с) джерела  $E = \varphi_{AB}$ . Якщо контакт вимикача  $S$  замкнено, то під дією ЕРС  $E$  створюється рух вільних зарядів у колі, який називаємо електричним струмом. Швидкість розповсюдження електричного поля, створеного ЕРС  $E$  у колі, дорівнює швидкості світла, тому електричний струм виникає у всіх ділянках кола практично одночасно. **Струм  $I$  визначає кількість зарядів  $q$ , що проходить за одну секунду через довільний перетин кола,  $I = q/t$ . Одиниця виміру струму — ампер,  $1 A = Кл/с$ .**

Ампер, Андре Мари (1775—1836), французький фізик і математик. Встановив у 1820 році один з основних законів електродиніміки — закон взаємодії (притягання та відштовхування) електричних струмів. Першим встановив поняття “сила струму”.

Протікання струму викликає нагрів всіх елементів кола. Практично нагрівом провідників, що з'єднують джерело живлення з приймачем  $R$  можна знехтувати. Найдужче гріється приймач  $R$  з виділенням за певний час  $t$  тепла  $Q_R$ , що вимірюється у джоулях (Дж). Тоді **електричною напругою  $U_R$  на приймачі називаємо кількість тепла, що виділяється при проходженні по резистору  $R$  заряду в один Кулон,  $U_R = Q_R/q$  [Дж/Кл = В].**

Вольта, Алессандро (1745—1827), італійський фізик, створив перший гальванічний елемент і першу батарею гальванічних елементів.

**Потужність приймача  $P$  дорівнює кількості тепла, що виділяється ним за одиницю часу** (тобто величині електричної енергії, перетвореної в теплову за одиницю часу)  $P_R = Q_R/t = U_R q/t = U_R I$  [В · А]. Одиницею потужності в колі постійного струму є ватт,  $Вт = В \cdot А$ . Згідно з законом Ома  $U_R = R \cdot I$ , отже,

$$P_R = U_R \cdot I = R \cdot I^2 \quad (1.1)$$

Тут і надалі найважливіші формули, що часто вживаються, виділені рамкою.

Одиниця потужності ватт носить ім'я видатного англійського винахідника Джеймса Уатта (1736—1819), який у 1784 році створив універсальну парову машину з циліндром подвійної дії, винайшов відцентровий регулятор для підтримання сталої частоти обертання валу. Зробив й інші винаходи.

В колах постійного струму величина струму в часі незмінна, якщо незмінні параметри елементів кола ( $E, R$ ). Струми в таких колах вимірюють звичайно амперметрами магнітоелектричної або електромагнітної системи, які мають дуже малий власний опір, а напругу — вольтметрами тих же систем. Вольтметри мають в ідеалі безмежно великий опір.

На практиці дуже поширені електричні кола змінного струму, в яких електро-рушійна сила джерела живлення мають синусоїдний характер. Як відомо, синусоїда може бути побудована за допомогою зображувального вектора, що має довжину, яка дорівнює амплітуді синусоїди, і обертається проти годинникової стрілки з кутовою швидкістю  $\omega$ , що вимірюється у радіанах за секунду ( $c^{-1}$ ). Кут повороту такого вектора за час  $t$  дорівнює  $\omega t$ . Кожну точку синусоїди можна визначити двома координатами: по осі абсцис треба відкласти кут повороту вектора від початкового положення в момент  $t = 0$ , а по осі ординат — проекцію зображувального вектора на цю вісь (рис. 1.2). Миттєве значення такої ЕРС  $e = E_m \sin(\omega t \pm \psi_e)$ . Під дією такої ЕРС в колі тече синусоїдний змінний струм  $i = I_m \sin(\omega t \pm \psi_i)$ , який в часі може не співпадати з функцією  $e$ . Часові діаграми функцій  $e$  та  $i$ , що мають різні початкові фази  $\psi_e$  та  $\psi_i$  показані на рис. 1.2.

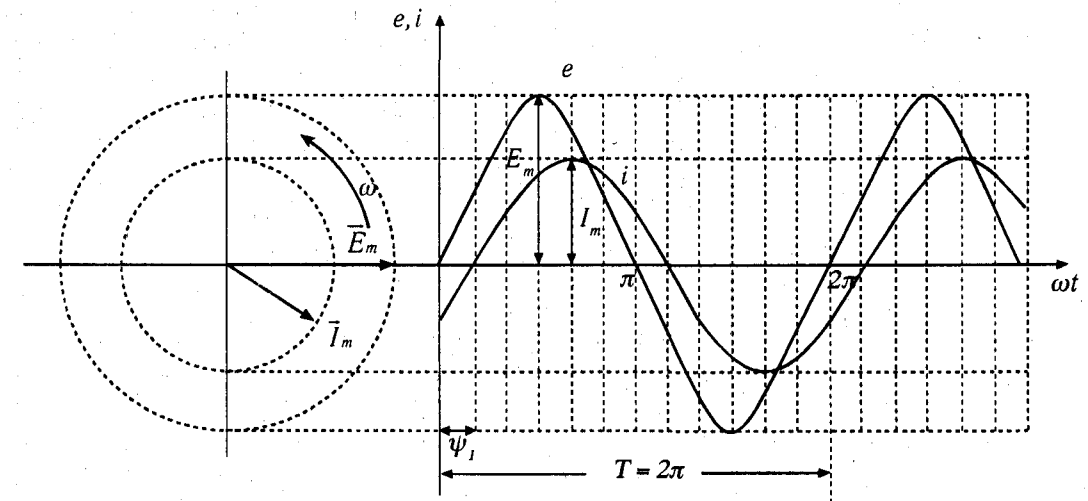


Рис. 1.2

Розглянемо параметри, що характеризують такі синусоїдні функції в електричних колах.

Миттєві значення ЕРС, напруг, та струмів позначаються малими латинськими літерами  $e, u, i$ . Амплітудні значення цих величин позначають як  $E_m, U_m, I_m$ . Кутову швидкість зображувального вектора  $\omega$  в електротехніці називають кутовою частотою мережі (кутовою частотою ЕРС, напруги, струму). Вона вимірюється в радіанах за

секунду і визначає частоту коливань  $f$  синусоїди,  $\omega = 2\pi f \text{ с}^{-1}$ . Частота  $f$  дорівнює кількості обертів зображуючого вектора за одну секунду і вимірюється в герцах. Якщо ми стверджуємо, що  $f = 50 \text{ Гц}$ , то це означає, що зображувальний вектор робить 50 обертів за секунду і цьому відповідає його кутова частота  $\omega = 2\pi f = 314 \text{ с}^{-1}$ . Саме така частота використовується в мережах змінного струму Європи та Азії.

Герц, Генрих Рудольф (1857—1894), видатний німецький фізик. Експериментально доказав існування електромагнітних хвиль і показав, що вони здатні відбиватися та переломлюватися подібно світлових хвиль. Досліди Герца підтвердили електромагнітну теорію світла та дали поштовх виникненню радіотехніки.

Одному обертю зображувального вектора відповідає **період синусоїдальної функції  $T$ , який характеризує тривалість одного циклу періодичних коливань**. На рис. 1.2 показано, що період синусоїди дорівнює  $T = 2\pi$  радіан.

Але період можна визначити і в часовому масштабі. Якщо частота мережі  $f = 50 \text{ Гц}$ , то один період дорівнює  $T = 0,02 \text{ с}$ .

**Початкова фаза  $\psi$  показує кут зсуву між початком першої додатної хвилі синусоїди та початком системи координат.** На рис. 1.2 початкова фаза ЕРС  $\psi_e = 0$  Струм відстає від ЕРС на кут  $\psi_i$ . Тому миттєві значення ЕРС та струму для рис. 1.2 визначаються виразами  $e = E_m \cdot \sin \omega t$ ,  $i = I_m \cdot \sin(\omega t - \psi_i)$ .

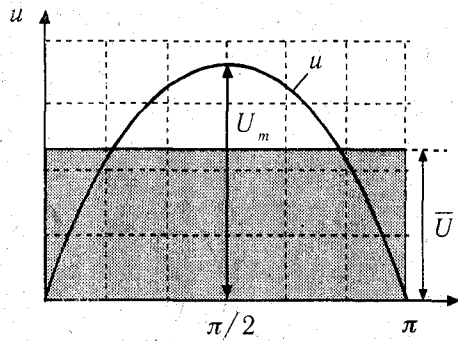


Рис. 1.3

Для кількісної оцінки струму та напруги використовують поняття **середнього та дійового значення** струму та напруги. Середнє значення  $\bar{E}$  синусоїдної напруги  $e = E_m \sin \omega t$  за півперіоду дорівнює, як це показано на рис. 1.3, висоті прямокутника, що має одну сторону рівну півперіоду та площу, рівну площі фігури, окресленої за півперіоду синусоїдною функцією та віссю абсцис. Позначимо  $\omega t = \tau$ . Тоді згідно з рис. 1.3 можна записати:

$$\bar{U} \cdot \pi = \int_0^{\pi} U_m \cdot \sin \omega t \cdot d(\omega t).$$

Звідси  $\bar{U} = \frac{U_m}{\pi} (-\cos \omega t) \Big|_0^{\pi} = \frac{2U_m}{\pi} = 0,637U_m$ . **Отже, середні значення синусоїдних напруг, ЕРС та струмів за півперіоду визначаються за виразами:**

$$\bar{U} = \frac{2U_m}{\pi}; \bar{E} = \frac{2E_m}{\pi}; \bar{I} = \frac{2I_m}{\pi} \quad (1.2)$$

За цілий період коливань внаслідок рівності додатної та від'ємної напівхвиль середнє значення синусоїдної величини дорівнює нулю. Тому прилади магнітоелектричної системи (див. розділ 7.3), покази яких пропорційні середньому значенню

струму через їх вимірювальні обмотки, показують в колах змінного струму нуль, хоча по їх обмотках і тече струм. Прилади електромагнітної системи показують дійові значення напруг і струмів. Тому саме вони використовуються для вимірювань напруг та струмів у колах змінного струму. Дійове значення напруги  $\bar{U}$ , або струму  $\bar{I}$  — це середньоквадратичне їх значення. Для струму можна стверджувати, що **дійове значення змінного струму це таке значення постійного струму, який має еквівалентну теплову або електромеханічну дію**. Якщо в якомусь резисторі постійний струм  $I$  створює за час  $T$  теплову енергію  $Q = RI^2T$ , то за той самий час змінний струм із дійовим значенням  $\bar{I}$  має створити таку саму кількість теплової енергії, яка визначатиметься виразом:

$$Q = R \int_0^T i^2 dt = R \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt.$$

Прирівнюючи ці два вирази отримуємо для дійового значення змінного струму:

$$\bar{I} = I_m \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt} = I_m \sqrt{\frac{1}{2T} \int_0^T (1 - \cos 2\omega t) dt} = I_m \sqrt{\frac{1}{2T} \cdot t \Big|_0^T - 0}. \quad \text{Звідси дійове}$$

значення змінного струму дорівнює  $\bar{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707I_m$ . Отже, **дійові значення синусоїдних напруг, ЕРС та струмів за півперіоду визначаються за виразами:**

$$\bar{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \bar{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}}; \bar{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (1.3)$$

### 1.3. ПАРАМЕТРИ ЕЛЕМЕНТІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ

Всі елементи електричних кіл, які не генерують електричної енергії, називають пасивними. Властивості пасивних елементів характеризують параметри  $R$  (омічний опір),  $L$  (індуктивність),  $C$  (ємність).

**Параметр  $R$**  характеризує здатність елемента електричного кола перетворювати електричну енергію в теплову. Згідно з законом Ома в колах постійного струму  $R = \frac{U_R}{I}$ , отже розмірність  $R$  визначається як  $\frac{B}{A} = \text{Ом}$ .  $R$  — це омічний опір резистивного елемента. Такий елемент можна виготовити, намотавши на керамічне осердя дріт з матеріалу з високим питомим опором (наприклад, манганіну або константану), як це показано на рис. 1.4, а. Там же показано умовне зображення

резистора на електричних схемах. Опір такого резистора  $R = \frac{\rho l}{S}$ , де  $\rho$  — питомий опір матеріалу дроту,  $\text{Ом} \cdot \text{м}$ ;  $l$  — довжина дроту,  $\text{м}$ ;  $S$  — поперечний перетин дроту,  $\text{м}^2$ .



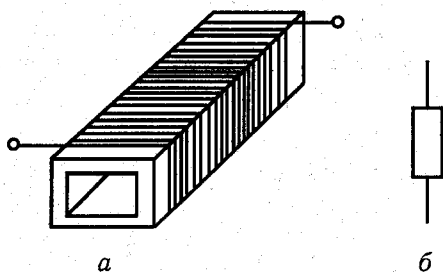


Рис. 1.4

Ом, Георг Симон (1787—1854), німецький фізик. У 1826—1827 році встановив кількісний зв'язок між силою струму, опором електричного кола та напругою, що діє у колі.

**Параметр  $L$**  характеризує здатність елемента електричного кола створювати магнітне поле при протіканні по ньому електричного струму. Такий елемент можна виготовити, намотавши котушку з декількох витків грубого мідного дроту (рис. 1.5, а). Питомий опір міді у 20—30 разів

менший, ніж у манганіну, і, якщо поперечний перетин дроту зробити великим, омичним опором такої котушки можна нехтувати. Протікання постійного струму в котушці створює навколо неї магнітний потік, силові лінії якого показані на рис. 1.5, а. Струм обтікає витки котушки за годинниковою стрілкою, тому напрям силових ліній всередині котушки, згідно з правилом правого буравчика, будуть спрямовані вниз. На рис. 1.5, б показано також умовне зображення такого індуктивного елемента на електричних схемах.

Параметр  $L$  такої котушки

$$L = \frac{\psi}{I} \quad (1.4)$$

Тут  $\psi$  — потокозчеплення котушки, яке дорівнює сумі всіх потоків  $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$ , зчеплених з усіма  $n$  витками котушки,  $\psi = \sum_{i=1}^n \Phi_i$ . Потокозчеплення вимірюється, як і магнітний потік у веберах (Вб), а одиницею індуктивності є генрі (Гн),  $1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб} / 1 \text{ А}$ .

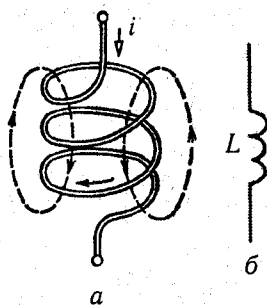


Рис. 1.5

Вебер Вільгельм Едуард, (1804—1891), німецький фізик. Автор теорії магнітних диполей. Основні роботи присвячені електромагнетизму. Створив у 1833 р. сумісно з К. Гауссом перший у Німеччині електромагнітний телеграф. У 1856 р. виміряв швидкість світла. У 1871 р. запропонував першу електронну планетарну модель атома.

Генрі Джозеф, (1797—1878), американський фізик. Основні роботи присвячені електромагнетизму. У 1828 р. створив електромагніт з вантажопідіймальністю до однієї тонни. У 1831 р. відкрив явище електромагнітної індукції (одночасно з М. Фарадеєм). Виявив причини, що впливають на індуктивність кола, винайшов електромагнітне реле. У 1842 р. виявив коливний характер розряду конденсатора.

Якщо струм  $I$  постійний і омичний опір котушки  $R_L = 0$ , то спадок напруги на резистивному опорі котушки  $U_{RL} = R_L I = 0$ .

Якщо ж по котушці пропустити змінний синусоїдний струм  $i = I_m \sin \omega t$ , то створений котушкою потік буде також змінним і індукватиме у витках котушки згідно з законом електромагнітної індукції, відкритим у 1831 р. М. Фарадеєм, ЕРС самоіндукції  $e_L = -\frac{d\psi}{dt}$ .

Припустимо, що ідеалізована котушка має омичний опір рівний нулю і до неї прикладена змінна напруга  $u$ . Припустимо, що в даний момент струм в котушці зменшується. Тоді, згідно з принципом Ленца, ЕРС  $e_L$  буде протидіяти зменшенню струму  $i$ , тобто буде діяти в напрямі струму, як це показано на рис. 1.6. Напруга на елементі  $L$ , дорівнює цій ЕРС і має напрям від високого потенціалу до низького. Тому, згідно з правилом Кірхгофа  $e_L = -u_L$ . Звідси, враховуючи, що  $\psi$  є функцією струму,

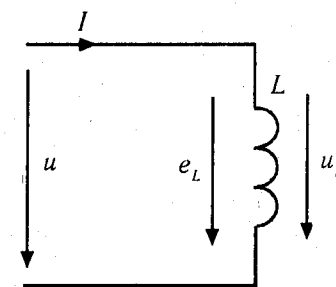


Рис. 1.6

а струм є функцією часу:  $u_L = \frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial i} \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt}$ . Отже

$$u_L = L \frac{di}{dt} \quad (1.5)$$

Тут  $L = \frac{\partial \psi}{\partial i}$  — власна диференціальна індуктивність котушки. Якщо котушка немає ферромагнітного осердя, то  $\frac{\partial \psi}{\partial i} = L$  — стала величина.

Ленц, Еміль Християнович (1804—1865), російський фізик, академік. Відкрив, незалежно від Д. Джоуля, закон вилучення тепла електричним струмом у провідниках. Ленц сформулював також одне з найважливіших положень теорії електромагнітної індукції — правило Ленца ("індукційний струм, що виникає при зміні магнітного поля, яке оточує провідник, має такий напрям, при якому збуджуване ним магнітне поле спрямовано протилежно зміні збуджувального поля"). У 1833 році він встановив оборотність електричних машин.

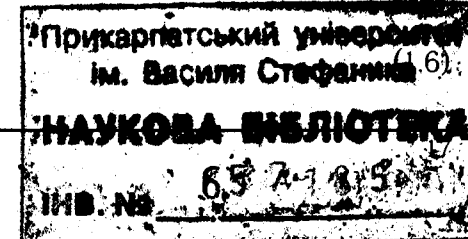
Напруга на індуктивному елементі  $L$ , який не має омичного опору, в колі постійного струму з незмінними в часі значеннями струмів і напруг дорівнює нулю. Тому в схемах електричних кіл постійного струму такі ідеалізовані індуктивні елементи не зображують за відсутністю в них втрат потужності і спадів напруги.

**Параметр  $C$**  характеризує здатність елемента електричного кола створювати електричне поле і накопичувати заряди. Такий елемент можна отримати, якщо взяти дві паралельні металеві пластини, розташовані на відстані  $d$  одна від одної і прикласти до них напругу  $U_{ab}$  (рис. 1.7, а). На верхній та нижній пластині такого конденсатора накопичуватимуться однакові за величиною додатний та від'ємний заряди  $\pm q$ . Між

обкладками конденсатора виникає електричне поле з напруженістю  $\xi = \frac{U_{ab}}{d} = \frac{q}{\epsilon_0 S}$ ,

де  $S$  — площа пластин;  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  — електрична стала. Накопичений заряд  $q = C U_{ab}$ , або, якщо позначити  $U_{ab} = U_c$ ,  $q = C U_c$ . Коефіцієнт

$$C = \frac{q}{U_c}$$



називається ємністю конденсатора. Одиницею ємності є один фарад:  $1 \text{ Кл} / 1 \text{ В} = 1 \text{ Ф}$ . Це дуже велика ємність, тому для позначення ємності конденсаторів використовують часткові одиниці: мікروفарад ( $1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$ ); нанофарад ( $1 \text{ нФ} = 10^{-9} \text{ Ф}$ ); пікофарад ( $1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}$ ).

Одиниця ємності фарад названа на честь видатного англійського хіміка та фізика Майкла Фарадея (1791—1867), який створив вчення про електромагнітне поле. Відкриття Фарадеєм у 1831 році закону електромагнітної індукції стало величезним внеском у розвиток уявлень про природу електрики і сприяло розвитку електротехніки. Фарадей відкрив явище обертання площини поляризації світла (1846) та закони електролізу; створив основи електрохімії, провів інші важливі дослідження.

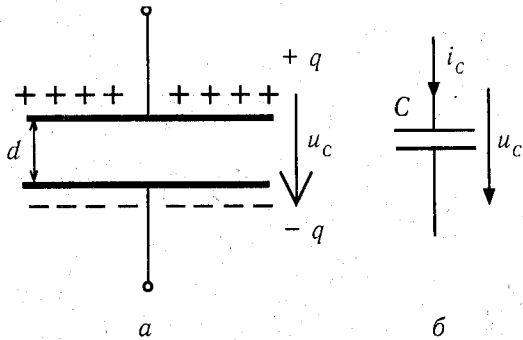


Рис. 1.7.

З рівнянь  $\frac{U_{ab}}{d} = \frac{q}{\epsilon_0 S} = \frac{CU_c}{\epsilon_0 S}$  видно,

що  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ . Отже, якщо між пластинами конденсатора поставити діелектрик з абсолютною діелектричною проникливістю  $\epsilon_a$  більшою, ніж  $\epsilon_0$ , то ємність конденсатора збільшиться. Тому між обкладинками конденсатора звичайно розміщують діелектричні плівки з поліетилену, лавсану, слюди. Чим менша відстань  $d$  між обкладинками, тим більша ємність конденсатора,

але тим менша і напруга пробоя ізоляції між обкладинками. Тому конденсатори з великою ємністю мають малу робочу напругу.

На рис. 1.7, б показано також умовне зображення елемента  $C$  (конденсатора) на електричних схемах.

В колі з незмінним значенням постійних струмів і напруг похідна  $\frac{dq}{dt} = i = C \frac{du_c}{dt} = 0$ . Тому на схемах таких кіл вітки з конденсаторами можна не показувати, оскільки струм через ємність у колах постійного струму з усталеним режимом дорівнює нулю.

Джерела живлення є активними елементами електричних кіл. Якщо джерело живлення з ЕРС  $E$  при протіканні по ньому струму гріється, — це означає, що воно має внутрішній опір  $R_B$ . На рис. 1.8, а зображено коло, яке складено з джерела живлення з ЕРС  $E$  та внутрішнім опором  $R_B$ , та опору навантаження  $R_H$ .

**Ідеальним джерелом ЕРС (напруги)** є джерело ЕРС без внутрішнього опору ( $R_B = 0$ ) з одним параметром —  $E$ . Напруга  $U$  на виводах  $ab$  такого ідеального джерела дорівнює ЕРС  $E$  і не залежить від струму навантаження  $I$ . Тому зовнішня характеристика ідеального джерела ЕРС, яка являє собою залежність  $U = U(I)$ , має вигляд прямої 3 на рис. 1.8, в. При наявності внутрішнього опору  $R_B$  напруга на виводах  $ab$  джерела дорівнює  $U = E - R_B I$ , чому відповідає зовнішня характеристика у вигляді прямої 2 на рис. 1.8, в. Таким чином, у реального джерела ЕРС напруга на його виводах

із збільшенням струму навантаження дещо зменшується, а в ідеального джерела ЕРС напруга на його зовнішніх виводах  $ab$  не залежить від струму навантаження.

В деяких вимірювальних пристроях, в колах з напівпровідниковими приладами використовують джерела живлення з внутрішнім опором  $R_B$ , набагато більшим опору навантаження  $R_H$ . Якщо  $R_B \gg R_H$ , то можна вважати, що в колі (рис. 1.8, а) струм  $I \approx E / R_B = I_K$  для будь-якого значення  $R_H$  у тому числі для  $R_H = 0$ , тобто для випадку короткого замикання джерела. Ідеалізована модель такого джерела має  $R_B \rightarrow \infty$  і  $E \rightarrow \infty$ . Таке джерело називають **ідеальним джерелом струму** з одним параметром  $J = I_K$ , де  $I_K$  — струм короткого замикання. Зображення електричного кола з ідеальним джерелом струму показано на рис. 1.8, б. Зовнішня характеристика такого джерела має вигляд прямої 3 на рис. 1.8, в. Для реального джерела з  $R_B \gg R_H$  із збільшенням опору  $R_H$  струм  $I$  дещо зменшується і зовнішня характеристика має вигляд прямої 4 на рис. 1.8, в.

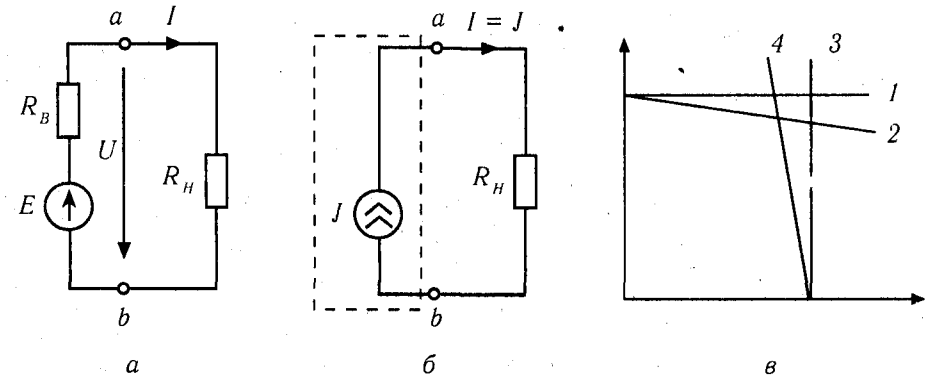


Рис. 1.8

Відмітимо, що втрати потужності всередині джерела струму  $R_B I^2$  набагато більші втрат потужності в корисному навантаженні  $R_H I^2$ . Тому такі джерела живлення застосовують лише в малопотужних електронних пристроях.

#### 1.4. ПРИНЦИПОВІ ТА ЗАСТУПНІ СХЕМИ

Для з'ясування принципу роботи електротехнічних елементів у електричних колах та їх взаємодії використовують їх графічне зображення у вигляді принципівих схем. На принципівих схемах кожний елемент електричного кола зображується стандартним умовним позначенням. Приклад принципівих схеми, електричного кола, яке має у своєму складі акумулятор, котушку та вимірювальні прилади, показано на рис. 1.9, а.

Але для виконання розрахунку (аналізу) електричного кола, необхідно представити його у вигляді заступної схеми, показаної на рис. 1.9, б, яка являє собою кількісну модель реального електричного кола, складену з ідеальних елементів.

**Ідеальними називають елементи електричних кіл, що посідають лише один параметр  $R, L, C, E$ , або  $J = I_K$ .** Реальні елементи електричних кіл звичайно

посідають два параметри, але часто такий елемент можна ідеалізувати і представити його з деяким наближенням лише одним параметром. Якщо ж не можна знехтувати жодним параметром реального елемента, на заступних схемах електричних кіл його заміщують набором послідовно або паралельно з'єднаних ідеальних елементів, які в сумі мають властивості реального елемента.

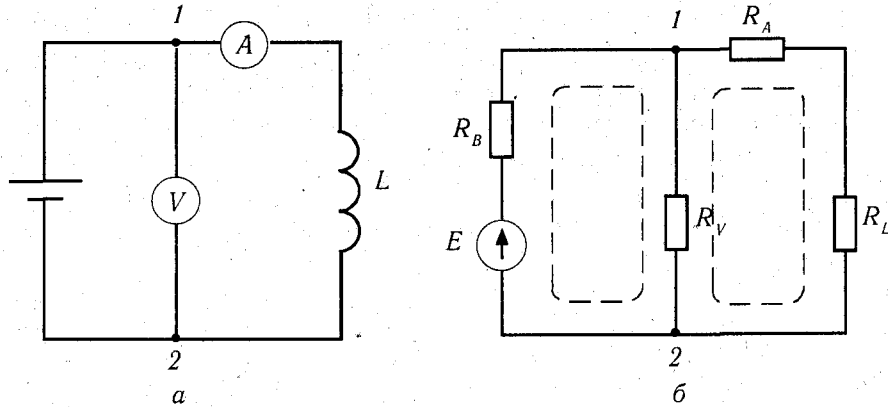


Рис. 1.9

На рис. 1.9, б. представлена заступна схема електричного кола, зображеного на рис. 1.9, а.

Акумулятор на заступній схемі представлений у вигляді послідовно сполучених ідеального джерела ЕРС  $E$  та ідеального резистивного елемента з опором  $R_B$ , який враховує наявність внутрішнього опору реального джерела. Про наявність такого опору свідчить те, що акумулятор гріється, коли по ньому протікає струм. Опори вольтметра та амперметра представлені резисторами  $R_V$  та  $R_A$ . Хоча обмотка вольтметра, по якій протікає струм, має велику кількість витків і, отже, посідає параметр  $L$ , але тонкий дріт, з якого намотано обмотку, має великий омичний опір, до того ж послідовно з обмоткою вольтметра звичайно вмикають додатковий резистор. Отже параметром  $L$  обмотки вольтметра можна знехтувати, навіть якщо вольтметр ввімкнено у коло змінного струму. В колі ж постійного струму з усталеним режимом параметром  $L$  як обмотки вольтметра, так і показаної на рис. 1.9, а котушки  $L$  можна нехтувати, оскільки спад напруги на ідеальному елементі  $L$  в такому колі дорівнює нулю. Отже і добуток  $U_L I$ , тобто **потужність, зумовлена** параметром  $L$ , дорівнює нулю. Тому котушка представлена на заступній схемі тільки ідеальним резистором  $R_L$ .

Конфігурацію заступної схеми електричного кола можна визначити поняттями: **вітка, вузол, контур**. Кожна **вітка** складається з одного чи декількох послідовно з'єднаних ідеальних елементів, кожний з яких має два виводи (початок і кінець), причому кінець кожного попереднього елемента з'єднано з початком наступного. **Вузол** схеми — місце з'єднання трьох або більшої кількості віток. **Контур** — замкнений шлях, що проходить по декількох вітках так, що жодна вітка та жоден вузол не зустрічаються більше одного разу.

Заступна схема кола на рис. 1.9, б має три вітки, два вузли (1 та 2) і два незалежних контури, показаних на рисунку штриховими лініями. Незалежним називають контур, в якому є хоча б одна вітка, що не входить в інші контури кола.

### 1.5. ЕНЕРГЕТИЧНІ СПІВВІДНОШЕННЯ В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Найпростіше електричне коло має у своєму складі джерело живлення, лінію електропередачі та споживача електричної енергії, який виконує роль навантаження для джерела. Заступна схема такого кола зображена на рис. 1.10 у вигляді ідеального джерела ЕРС  $E$  з внутрішнім опором  $R_B$ , лінії передачі з опором  $R_L$  та опору навантаження  $R_{HB}$ . Потужність джерела живлення  $P_1$  дорівнює  $P_1 = E \cdot I = R \cdot I^2 = (R_B + R_L + R_{HB}) \cdot I^2$ . Тут  $R$  — сумарний еквівалентний опір всіх елементів кола. Потужність джерела живлення йде на покриття втрат в самому джерелі та в лінії електропередачі  $\Delta P_{ВЛ} = (R_B + R_L) \cdot I^2$  та на корисну потужність у навантаженні  $P_{HB} = R_{HB} \cdot I^2$ . Співвідношення потужності, спожитої навантаженням до потужності, виробленої джерелом визначає **коефіцієнт корисної дії (ККД)** передачі електричної енергії:

$$\eta = \frac{P_{HB}}{P_1} = \frac{R_{HB}}{R_B + R_L + R_{HB}} = \frac{R_{HB}}{R_{ВЛ} + R_L} \quad (1.7)$$

Тут  $R_{ВЛ}$  — сумарний опір джерела та лінії електропередачі. Якщо лінія коротка, її опором можна нехтувати і  $R_{ВЛ}$  визначається тільки внутрішнім опором джерела. З (1.7) видно, що **ККД прямує до одиниці, тобто до максимального можливого значення, якщо  $R_{HB} \gg R_{ВЛ}$ . Це означає, що у всіх енергетичних установках, де ККД передачі має суттєве значення, опір навантаження має бути набагато більшим за опір лінії та джерела.**

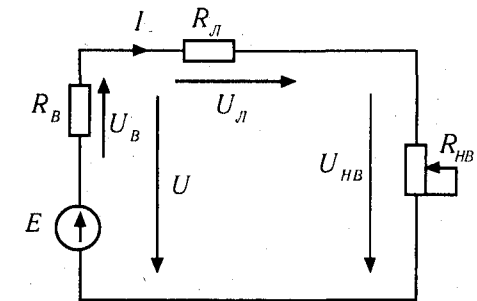


Рис. 1.10

В будь-якому електричному колі можливі режими холостого ходу (навантаження відсутнє,  $R_{HB} \rightarrow \infty$ ), короткого замикання ( $R_{HB} \rightarrow 0$ ) та режим змінного довільного навантаження, коли  $\infty > R_{HB} > 0$ . **При холостому ході** струм  $I$  в колі дорівнює нулю, поняття ККД не має сенсу. Але, при появі найменшого струму внаслідок зменшення  $R_{HB}$ , враховуючи, що  $R_{HB} \gg R_B + R_L = R_{ВЛ}$ , ККД  $\eta \approx 1$ . **При короткому замиканні**  $R_{HB} = 0$ , отже  $P_2 = 0$  і ККД також дорівнює нулю. На рис. 1.11 показана залежність  $\eta = \eta(I)$ , яка має вигляд прямої, що проходить через точки з координатами  $I = 0, \eta = 1$ ;  $I = I_K, \eta = 0$ . Те, що ця залежність має вигляд прямої легко довести, врахувавши, що

$$\eta = \frac{P_1 - \Delta P_{ВЛ}}{P_1} = 1 - \frac{\Delta P_{ВЛ}}{P_1} = 1 - \frac{I^2 R_{ВЛ}}{EI} = 1 - \frac{I}{E/R_{ВЛ}} = 1 - \frac{I}{I_K}$$

Останній вираз є рівнянням прямої лінії, що проходить через точки з вказаними вище координатами.

Залежність потужності джерела живлення  $P_1$  від струму також має вигляд прямої лінії (рис. 1.11), що проходить через точки з координатами  $I = 0, P_1 = 0$ ;  $I = I_K, P_{1K} = R_{ВЛ} I_K^2$  оскільки  $P_1 = EI$ . Режим короткого замикання є аварійним. Струм короткого замикання (КЗ) обмежений лише сумарним опором джерела та лінії передачі,  $I_K = E/R_{ВЛ}$ . Потужність джерела в режимі КЗ, яке відбулося наприкінці лінії передачі,  $P_{1K} = R_{ВЛ} I_K^2 = E^2/R_{ВЛ}$ .

Залежність потужності втрат в лінії та джерелі від струму має вигляд вітки параболі, що проходить через початок координат, описується рівнянням  $\Delta P_{ВЛ} = R_{ВЛ} I^2$ , і проходить через точки з координатами:  $I = 0, \Delta P_{ВЛ} = 0$ ;  $I = 0,5 I_K, \Delta P_{ВЛ} = R_{ВЛ} I^2 = E^2/(4R_{ВЛ})$ ;  $I = I_K = E/R_{ВЛ}, \Delta P_{ВЛ} = P_{1K} = EI_K = E^2/R_{ВЛ}$ . Ці точки відповідають значенням опору навантаження  $R_H = \infty, R_H = R_{ВЛ}$  та  $R_H = 0$ .

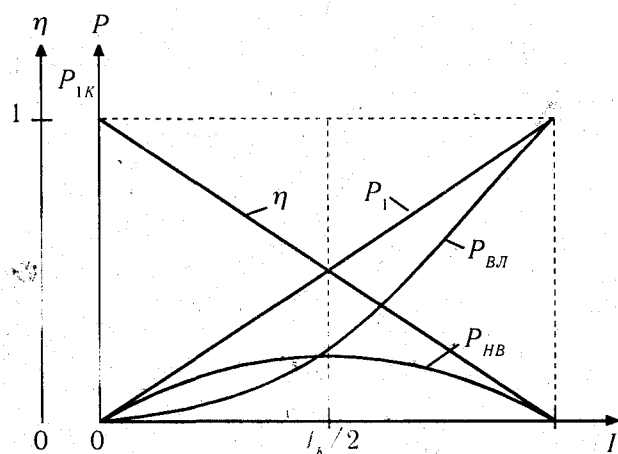


Рис. 1.11

**Режим, в якому опір навантаження дорівнює внутрішньому опору джерела живлення,  $R_H = R_{ВЛ}$ , називається узгодженим.** Потужність навантаження  $P_H$  в такому режимі дорівнює потужності втрат у лінії та джерелі  $\Delta P_{ВЛ}$ . Отже, точка, що відповідає узгодженому режиму, є спільною для залежностей  $\Delta P_{ВЛ} = \Delta P_{ВЛ}(I)$  та  $P_{НВ} = P_{НВ}(I)$ . Залежність  $P_{НВ} = P_{НВ}(I)$  можна отримати на рис. 1.11 графічно, якщо відняти від ординат прямої  $P_1$  відповідні ординати параболі  $P_{ВЛ}$ . З рис. 1.11 видно, що найбільша потужність, яку можна отримати в споживачі для заданих параметрів лінії та джерела живлення, має місце саме в узгодженому режимі. В цьому режимі потужність у навантаженні та потужність втрат в лінії та джерелі дорівнюють одній чверті потужності джерела в режимі КЗ,  $\Delta P_{ВЛ} = P_H = R_{ВЛ} I^2 = E^2/(4R_{ВЛ}) = P_{1K}/4$ . **ККД передачі в узгодженому режимі, як це видно з рівняння (1.7), дорівнює лише 0,5**, оскільки половина потужності джерела витрачається в його внутрішньому опорі та в лінії передачі. Тому узгоджений режим використовується тільки в пристроях невеликої потужності, де потрібно при малих габаритах устаткування отримати найбільшу потужність у навантаженні.

Зроблені висновки з деяким наближенням можна віднести і до кіл змінного струму, особливо якщо резистивні опори в них набагато більші від так званих реактивних опорів, зумовлених наявністю елементів з параметрами  $L$  та  $C$ .

## 1.6. ЗАКОНИ ОМА ТА КІРХГОФА В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Закон Ома для ділянки кола встановлює співвідношення між напругою на ділянці і струму в ній. Наприклад, для резистора  $R_{НВ}$  як ділянки зображеного на рис. 1.10 кола

$$U_{НВ} = R_{НВ} \cdot I, \quad (1.8)$$

де  $U_{НВ}$  — в вольтах,  $I$  — в амперах, опір  $R_H$  — в омах. Закон Ома для замкненого кола, що складається з джерела живлення з ЕРС  $E$  та внутрішнім опором  $R_B$ , опору лінії передачі  $R_L$  та опору навантаження  $R_H$  (рис. 1.7):

$$E = (R_B + R_L + R_{НВ}) \cdot I. \quad (1.9)$$

**Перший закон Кірхгофа** відображає закон збереження речовини: кількість зарядів, що надходять до вузла електричного кола, дорівнює кількості зарядів, що з нього виходять. Інакше перший закон формулюється так: **алгебраїчна сума струмів у вузлі електричного кола дорівнює нулю, тобто сума струмів направлених до вузла дорівнює сумі струмів, направлених від вузла:**

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (1.10)$$

Наприклад, для вузла електричного кола на рис. 1.12 перший закон Кірхгофа можна записати в такий спосіб:

$$I_1 + I_3 + I_4 - I_2 - I_5 = \sum_{k=1}^5 I_k = 0.$$

**Другий закон Кірхгофа (закон Кірхгофа для напруг): алгебраїчна сума ЕРС, що діють у будь-якому контурі схеми електричного кола, дорівнює алгебраїчній сумі спадків напруг на ділянках кола:**

$$\sum_{k=1}^m E_k = \sum_{k=1}^n U_k. \quad (1.11)$$

Інакше: алгебраїчна сума напруг у контурі електричного кола дорівнює нулю. Наприклад, прийнявши напрям обходу електричного кола на рис. 1.10 за годинниковою стрілкою, другий закон Кірхгофа можна записати так:

$$E = U_B + U_L + U_H \text{ або } -U + U_L + U_H = 0.$$

При складанні цих рівнянь ЕРС і напруги, напрям стрілок яких співпадав з напрямком обходу контуру, записані із знаком «+», а інші — із знаком «-». Напрямок ЕРС в колі рис. 1.10 показує напрям зростання потенціалу, тобто спрямований від «-» до «+» джерела живлення. За додатний напрям струму, як вже повідомлялось у розділі 1.2, прийнято напрям руху позитивних зарядів. Отже стрілка, що вказує на



рис. 1.10 напрям струму  $I$ , задає напрям руху позитивних зарядів від виводу “+” (високий потенціал) до виводу “-” (низький потенціал) джерела живлення. Стрілки напруг показують напрям зменшення електричного потенціалу. Отже на резистивних елементах кола напрям стрілки напруги співпадає з напрямком струму, а на виводах джерела ЕРС має напрям, протилежний напрямку стрілки ЕРС

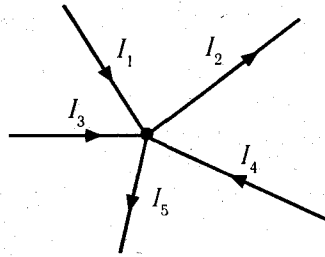


Рис. 1. 12.

У колі рис. 1.10 напрям струму і напруг однозначно визначено заданим напрямом дії ЕРС  $E$ . Але у колах з декількома джерелами живлення напрям струмів у вітках кола і напруг на його ділянках до проведення їх розрахунку не є відомим. Наприклад, у колі, зображеному на рис. 1.18 напрям струмів  $I_1, I_2$  та напруг  $U_1, U_2$  залежить від значень параметрів елементів  $R_1, R_2, E_1, E_2$  відповідних віток кола. У таких випадках треба перед складанням рівнянь Кірхгофа довільно прийняти напрямки напруг і струмів у колі, враховуючи, що напрям напруги і струму для кожної вітки та кожного елемента кола співпадають, і виконати розрахунок напруг та струмів. Якщо деякі розраховані струми та напруги матимуть від'ємний знак, це означатиме, що фактичний їх напрям є протилежним прийнятому.

Якщо деякі розраховані струми та напруги матимуть від'ємний знак, це означатиме, що фактичний їх напрям є протилежним прийнятому.

## 1.7. АНАЛІЗ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ МЕТОДОМ ЕКВІВАЛЕНТНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Аналіз електричного кола має своєю метою виконання розрахунків всіх струмів, напруг та потужностей у колі по заданих значеннях параметрів його елементів. **Метод еквівалентних перетворень полягає в заміні ділянки кола, яка складається з декількох резистивних елементів, одним еквівалентним резистивним елементом в такий спосіб, що струми та напруги інших ділянок кола, не зачеплених перетворенням, лишаються незмінними.** Це зменшує кількість елементів кола, спрощує його топологію (графічне зображення) і полегшує виконання аналізу кола,

Показане на рис. 1.13, а коло з послідовним з'єднанням елементів можна замінити колом, показаним на рис. 1.13, б, з одним еквівалентним опором  $R_E$ , визначеним з умови збереження у колі незмінним струму  $I$ .

Згідно з другим законом Кірхгофа для кола рис. 1.13, а маємо:

$$E = U_1 + U_2 + U_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I = (R_1 + R_2 + R_3) I.$$

Для кола на рис. 1.13, б  $E = R_E \cdot I$ .

Отже, еквівалентний опір  $R_E$  послідовно з'єднаних резисторів  $R_1, R_2, R_3$  дорівнює сумі опорів цих резисторів. Для  $n$  послідовно з'єднаних резисторів еквівалентний опір дорівнює:

$$R_E = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n. \quad (1.12)$$

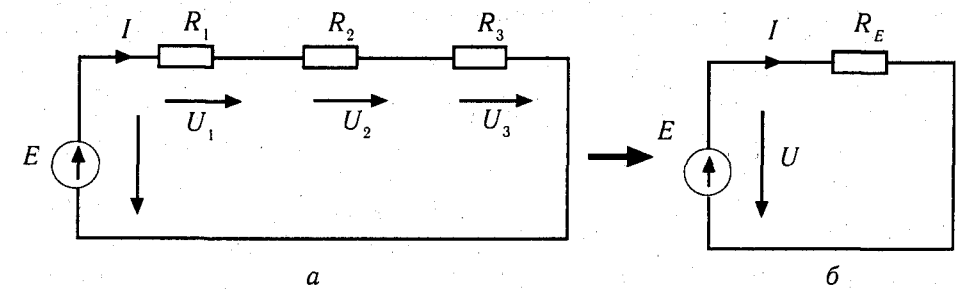


Рис. 1.13

Показане на рис. 1.14, а коло з паралельним з'єднанням елементів можна замінити колом, показаним на рис. 1.14, б, з одним еквівалентним опором  $R_E$ , також визначеним з умови збереження незмінним сумарного струму паралельних віток  $I$ .

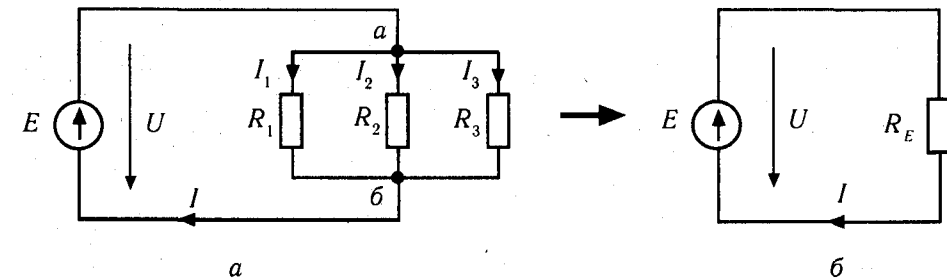


Рис. 1. 14

У колі з трьома паралельними вітками згідно з першим законом Кірхгофа для вузла б  $I = I_1 + I_2 + I_3$ . Той же струм у колі з одним еквівалентним опором  $I = U/R_E$ . Прирівнявши ці два рівняння і врахувавши закон Ома для струмів паралельних віток  $I_1, I_2, I_3$  отримаємо:

$$I_1 + I_2 + I_3 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} = U \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = I = \frac{U}{R_E}.$$

З останнього рівняння видно, що

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_E}.$$

Враховувавши, що величина  $1/R$ , обернена опору вітки є її електричною провідністю  $g = 1/R, \text{ Ом}^{-1}$ , можна зробити висновок, що еквівалентна провідність для  $n$  з'єднаних паралельно віток дорівнює сумі їх провідностей:

$$g_E = g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_n. \quad (1.13)$$

Для двох паралельних віток еквівалентна провідність  $g_{12}$  дорівнює

$$g_{12} = \frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \text{ Звідси } R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Для трьох віток  $\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ . Звідси  $R_E = R_{123} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}$ .

Підключення кожної нової паралельної вітки збільшує еквівалентну провідність  $g_E$  і зменшує еквівалентний опір  $R_E$ . При цьому еквівалентний опір паралельних віток є меншим за опір вітки з найменшим опором.

Якщо прийняти, що еквівалентні опори кіл, зображених на рис. 1.13 та 1.14 однакові, то стає очевидним, що будь-яку кількість опорів, з'єднаних послідовно можна представити будь-якою кількістю опорів, з'єднаних паралельно.

При наявності в електричному колі одного джерела ЕРС, зовнішню, по відношенню до джерела, частину кола можна розглядати як **мішане з'єднання резистивних елементів**, серед яких є елементи з'єднані як послідовно, так і паралельно. Таке коло з мішаним з'єднанням елементів та його еквівалентні перетворення показано на рис. 1.15. На першому кроці два послідовно з'єднаних резистори  $R_3$  та  $R_4$  замінено їх еквівалентним опором  $R_{34} = R_3 + R_4$ . На другому кроці два паралельно

з'єднаних резистори  $R_2$  та  $R_{34}$  замінено їх еквівалентним опором  $R_{234} = \frac{R_2 R_{34}}{R_2 + R_{34}}$ . На останньому етапі спрощення вихідної схеми кола два послідовно ввімкнених резистори,  $R_1$  та  $R_{234}$ , замінено одним еквівалентним з опором  $R_E = R_1 + R_{234} = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}$ .

Визначивши за останнім виразом  $R_E$ , можна знайти, скориставшись законом Ома, струм  $I_1$ ,  $I_1 = E/R_E$ . Маючи струм  $I_1$ , можна розрахувати напругу на розгалуженні кола у вузлах  $a$ ,  $b$   $U_{ab} = U_{234} = I_1 R_{234}$ , а по цій напрузі визначити струми  $I_3$  та  $I_2$ :  $I_3 = U_{234}/R_{34}$ ;  $I_2 = U_{234}/R_2$ .

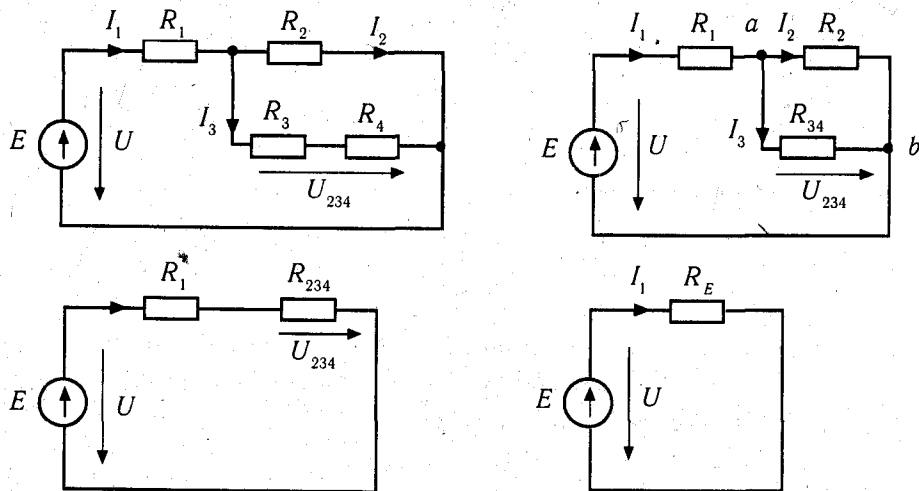


Рис. 1.15.

Для перевірки проведеного розрахунку струмів можна скласти так званий баланс потужностей у колі, тобто пересвідчитись, чи дорівнює потужність джерела сумарній потужності приймачів електричної енергії у колі. Для кола (рис. 1.15) потужність джерела живлення  $P = EI$ , а сумарна потужність втрат у резисторах  $P_R = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + (R_3 + R_4) I_3^2$ . Якщо  $P = P_R$ , то у колі виконується закон збереження енергії і можна вважати, що помилки у розрахунках не було. Для інженерних розрахунків достатньо, щоби розбіжність між цими потужностями не перевищувала 1—2%.

**Приклад.** У колі рис. 1.15 усі резистори мають однаковий опір  $R = 20 \text{ Ом}$ , ЕРС  $E = 5 \text{ В}$ . Визначити всі струми та потужності резисторів.

Розв'язок. Еквівалентний опір кола  $R_E = R_1 + R_2(R_3 + R_4)/(R_2 + R_3 + R_4) = 20 + 20 \cdot (20 + 20)/(20 + 20 + 20) = 33,33 \text{ Ом}$ . Струм  $I_1 = E/R_E = 5/33,33 = 0,15 \text{ А}$ . Напруга на розгалуженні  $U_{ab} = U_{234} = E - U_1 = E - R_1 I_1 = 5 - 20 \cdot 0,15 = 2 \text{ В}$ . Струм  $I_2 = U_{234}/R_2 = 2/20 = 0,1 \text{ А}$ . Струм  $I_3 = U_{234}/(R_3 + R_4) = 2/(20 + 20) = 0,05 \text{ А}$ . Потужність, видана в коло джерелом  $P = EI_1 = 5 \cdot 0,15 = 0,75 \text{ Вт}$ . Потужність, споживана приймачами,  $P_R = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + (R_3 + R_4) I_3^2 = 20 \cdot 0,15^2 + 20 \cdot 0,1^2 + 40 \cdot 0,05^2 = 0,45 + 0,2 + 0,1 = 0,75 \text{ Вт}$ . Отже,  $P_E = P_R$ . Потужність резистора  $R_1$  —  $0,45 \text{ Вт}$ , резистора  $R_2$  —  $0,2 \text{ Вт}$ , резисторів  $R_3$  та  $R_4$  —  $0,05 \text{ Вт}$ .

Крім послідовних та паралельних з'єднань в електричних колах можливі ще з'єднання елементів трикутником та зіркою (рис. 1.16, а та 1.16, б). Перетворення з'єднання трикутником у еквівалентну зірку здійснюється за умовою незмінності струмів  $I_1$ ,  $I_2$  та  $I_3$  у зовнішніх вітках. Опори еквівалентної зірки визначаються через опори трикутника за формулами:

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}; \quad R_2 = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}; \quad R_3 = \frac{R_{13} R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}. \quad (1.14)$$

Якщо трикутник однорідний, тобто опори його віток однакові, то, згідно з (1.14),  $R_1 = R_2 = R_3 = R_{12}/3$ .

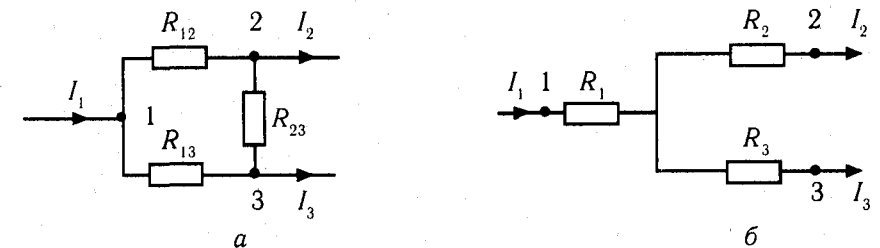


Рис. 1.16.

Зворотнє перетворення від схеми з'єднання зіркою до схеми з'єднання трикутником виконують за виразами:

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}; \quad R_{13} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2}; \quad R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad (1.15)$$

Доведемо дійсність виразів (1.14) для визначення опорів віток еквівалентної схеми з'єднання зіркою по заданих опорах віток схеми з'єднання трикутником. Умовою еквівалентності перетворення схеми із з'єднанням трикутником до схеми із з'єднанням зіркою є рівність струмів  $I_1, I_2, I_3$ , що з'єднують вузли 1, 2, 3 обох схем із зовнішнім колом. Очевидно, що ця умова зберігається для будь-яких значень струму, в тому числі й для нульових. Припустимо, що струм  $I_2 = 0$ . Тоді для схеми рис. 1.16, а опір між вузлами 1 та 3 трикутника дорівнює

$$R_{13} = \frac{R_{12} R_{13} + R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} = \frac{R_{12} R_{13}}{\sum R_{\Delta}} + \frac{R_{12} R_{23}}{\sum R_{\Delta}}$$

Тут  $\sum R_{\Delta} = R_{12} + R_{13} + R_{23}$ . Припустимо тепер що струм  $I_3 = 0$ . Тоді опір між вузлами 1 та 2 трикутника дорівнює

$$R_{12} = \frac{R_{12} R_{13} + R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} = \frac{R_{12} R_{13}}{\sum R_{\Delta}} + \frac{R_{12} R_{23}}{\sum R_{\Delta}}$$

Аналогічні опори для схеми з'єднання зіркою для випадків, коли струми  $I_2$  чи  $I_3$  дорівнюють нулю:

$$R_{13} = R_1 + R_3; \quad R_{12} = R_1 + R_2.$$

З порівняння цих виразів видно, що в них однаковою частиною, що відповідає опорю  $R_1$ , є:

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{13}}{\sum R_{\Delta}}$$

Аналогічно можна довести справедливості і інших виразів у (1.14).

## 1.8. АНАЛІЗ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З ДЕКІЛЬКОМА ДЖЕРЕЛАМИ ЖИВЛЕННЯ

При наявності в електричному колі принаймні двох джерел живлення (див. схему кола на рис. 1.17), виконати аналіз кола методом еквівалентних перетворень неможливо. Тому для розрахунку таких кіл використовують інші методи, які розглянуто нижче.

**Принцип суперпозиції та метод накладання.** Принцип суперпозиції для лінійних кіл постійного струму полягає в тому, що в будь-якій вітці струм дорівнює алгебраїчній сумі струмів, які б протікали у ній при дії кожного джерела живлення взятого окремо, в той час як інші джерела замінюються резистивними елементами з опорами, що дорівнюють їх внутрішнім опорам. Використовуючи метод накладання реальне коло з декількома джерелами живлення замінюють декількома колами, в кожному з яких діє лише одне джерело і розраховують струми у всіх вітках (часткові струми) методом еквівалентних перетворень. Реальні ж струми визначають потім як алгебраїчну суму часткових струмів у кожній вітці кола. На рис. 1.17 показано послідовність розрахунку з застосуванням методу накладання для електричного кола, що має у своєму складі два джерела ЕРС

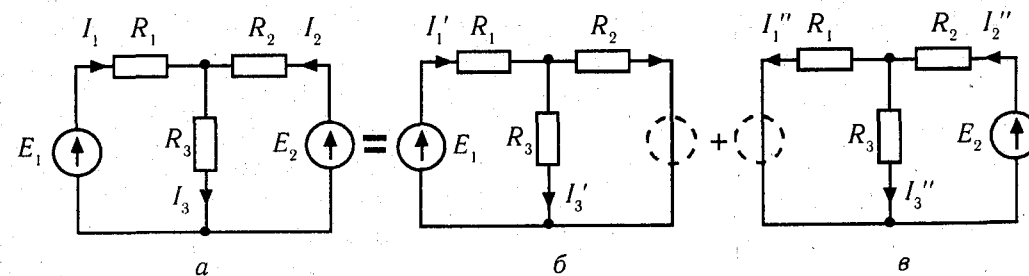


Рис. 1.17

Електричний стан у колі (рис. 1.17, а) представлений як результат накладання електричних станів у колах рис. (1.17, б та 1.17, в), у яких вилучено відповідно ЕРС  $E_2$  та ЕРС  $E_1$ . Після вилучення ЕРС отримано два кола з простим мішаним з'єднанням резистивних елементів. Часткові струми у колі рис. (1.17, б) з вилученою ЕРС  $E_2$  можна визначити за виразами:

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + R_2 R_3 / (R_2 + R_3)}; \quad I_2' = \frac{E_1 - R_1 I_1'}{R_2}; \quad I_3' = \frac{E_1 - R_1 I_1'}{R_2}$$

Часткові струми у колі (рис. 1.17, в) з вилученою ЕРС  $E_1$  визначаються за виразами:

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + R_1 R_3 / (R_1 + R_3)}; \quad I_1'' = \frac{E_2 - R_2 I_2''}{R_1}; \quad I_3'' = \frac{E_2 - R_2 I_2''}{R_3}$$

За методом накладання реальні струми у вітках кола (рис. 1.17, а)

$$I_1 = I_1' - I_1''; \quad I_2 = -I_2' + I_2''; \quad I_3 = I_3' + I_3''$$

Дійсний напрямок струму у вітках кола (рис. 1.17, а) відповідає напрямкам стрілок на схемі, якщо отримані розрахунком струми мають додатне значення. Якщо ж якийсь із струмів має значення менше нуля, то його дійсний напрямок є зворотним до прийнятого.

Аналогічно методом накладання розраховуються і спади напруг на резисторах:

$$U_1 = U_1' - U_1''; \quad U_2 = -U_2' + U_2''; \quad U_3 = U_3' + U_3''$$

Але методом накладання не можна визначати потужності. Наприклад, дійсна потужність у резисторі  $R_1$  дорівнює

$$P_1 = U_1 I_1 = (U_1' - U_1'')(I_1' - I_1'') = U_1' I_1' + U_1'' I_1'' - U_1' I_1'' - U_1'' I_1'$$

Згідно ж з методом накладання ця потужність має дорівнювати  $P_1 = P_1' + P_1'' = U_1' I_1' + U_1'' I_1''$ , що не відповідає попередньому рівнянню і дійсності.

Метод накладання є досить громіздким при наявності трьох і більше джерел живлення в електричному колі. Тому для аналізу більш складних, ніж на рис. 1.17, кіл, доцільно застосовувати інші методи, які, до того ж, дозволяють використовувати готове математичне та програмне забезпечення, розроблене для розв'язку систем рівнянь будь-якого порядку.

Одним з таких методів є метод безпосереднього застосування для аналізу кола законів Кірхгофа та похідний від нього метод контурних струмів.

**Метод застосування законів Кірхгофа та метод контурних струмів.** Для спрощення пояснень розглянемо застосування цього методу на прикладі електричного кола, схема якого зображена на рис. 1.18 і є аналогічною схемі рис. 1.17, а.

Суть методу полягає в тому, що треба скласти, користуючись законами Кірхгофа, стільки незалежних рівнянь, скільки є віток в аналізованому колі, тобто скільки є у колі невідомих струмів. Перед тим, як складати рівняння, слід довільно прийняти напрямки струмів у вітках кола і по них прийняти напрямки спадів напруг на резисторах, як це показано на рис. 1.18. Розв'язок складених алгебраїчних рівнянь дає можливість знайти всі струми у колі.

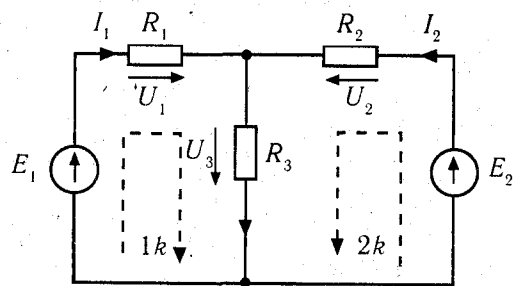


Рис. 1.18

Коло на рис. 1.18 має три вітки із струмами  $I_1, I_2$  та  $I_3$  і два незалежні контури  $1k$  та  $2k$ , зазначені на рисунку штриховою лінією. Обходячи контури в напрямку, показаному стрілками, можна скласти два незалежних рівняння за другим законом Кірхгофа. Третє незалежне рівняння можна отримати, склавши рівняння за першим законом Кірхгофа для одного з вузлів кола, наприклад верхнього. Відмітимо, що рівняння, складене за першим законом Кірхгофа для нижнього вузла, не є незалежним, оскільки всі струми, причетні до нижнього вузла є причетні до верхнього вузла, рівняння для якого вже було використано. Рівняння мають вигляд:

$$\begin{aligned} E_1 &= R_1 I_1 + R_3 I_3; \\ E_2 &= R_2 I_2 + R_3 I_3; \\ 0 &= I_1 + I_2 + I_3. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Ці ж рівняння можна записати у матричній формі, зручній для розв'язку:

$$\begin{bmatrix} R_1 & 0 & R_3 \\ 0 & R_2 & R_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Систему рівнянь (1.17), якщо вона має велику кількість рівнянь, доцільно розв'язувати відомими методами (наприклад, методом Гауса) на ЕЦОМ. Системи ж рівнянь невеликого порядку можна розв'язувати з використанням визначників за формулами Крамера.

Наприклад, розв'язок за формулами Крамера системи рівнянь (1.17) третього порядку виконується наступним чином:  $I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$ ;  $I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$ ;  $I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$ . Тут  $\Delta$  — визначник системи рівнянь, що визначається матрицею коефіцієнтів при невідомих, а  $\Delta_1, \Delta_2$  та  $\Delta_3$  — визначники, які отримано заміною відповідно першого, другого та третього стовпчика

визначника системи на стовпчик вільних членів. Для системи рівнянь (1.17):

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_1 & 0 & R_3 \\ 0 & R_2 & R_3 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} E_1 & 0 & R_3 \\ E_2 & R_2 & R_3 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} R_1 & E_1 & R_3 \\ 0 & E_2 & R_3 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} R_1 & 0 & E_1 \\ 0 & R_2 & E_2 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Кожний з визначників можна обчислити розкладанням по елементах будь-якого рядка, наприклад першого, за формулою:  $\Delta = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}$ . Тут  $a_{11}, a_{12}, a_{13}$  елементи першого рядка будь-якого з визначників, а  $A_{11}, A_{12}, A_{13}$  — алгебраїчні доповнення цих елементів, які отримують з визначника  $\Delta$  викреслюванням  $i$ -го (у нашому прикладі — першого) рядка та  $j$ -го стовпця та множенням отриманого визначника на  $(-1)^{i+j}$ . Наприклад, визначник системи  $\Delta$  з розкладанням за елементами першого рядка можна обчислити за виразом:

$$\Delta = R_1 (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} R_2 & R_3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 0 (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 0 & R_3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + R_3 (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 0 & R_2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = R_1 (-R_2 - R_3) + 0 + R_3 (0 - R_2).$$

Інші визначники:

$$\Delta_1 = E_1 (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} R_2 & R_3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 0 (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} E_2 & R_3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} + R_3 (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} E_2 & R_2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = E_1 (-R_2 - R_3) + 0 + R_3 (E_2 - 0);$$

$$\Delta_2 = R_1 (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} E_2 & R_3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} + E_1 (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 0 & R_3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + R_3 (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 0 & E_2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = R_1 (E_2 - 0) - E_1 (0 - R_3) + R_3 (0 - E_2);$$

$$\Delta_3 = R_1 (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} R_2 & E_2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + 0 (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 0 & E_2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + E_1 (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 0 & R_2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = R_1 (0 - E_2) + 0 - E_1 (0 - R_2).$$

Якщо для кола рис. 1.15 прийняти  $E_1 = 10 \text{ В}$ ,  $E_2 = 5 \text{ В}$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом}$ , то визначники  $\Delta = -300$ ,  $\Delta_1 = -150$ ,  $\Delta_2 = 0$ ,  $\Delta_3 = -150$ . Відповідно струми  $I_1 = 0,5 \text{ А}$ ,  $I_2 = 0$ ,  $I_3 = 0,5 \text{ А}$ . Потужність джерел живлення  $P_{E1} + P_{E2} = 5 + 0 = 5 \text{ Вт}$ . Потужність у резисторах  $R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 = 2,5 + 0 + 2,5 = 5 \text{ Вт}$ .

З методу безпосереднього застосування законів Кірхгофа витікає метод контурних струмів, який дає можливість зменшити порядок системи рівнянь, що описує електричний стан кола.

**Метод контурних струмів** полягає в тому, що замість реальних струмів  $I_1, I_2, I_3 \dots I_N$  у розгляд вводять фіктивні так звані контурні струми, які замикаються по незалежних контурах і дорівнюють реальним струмам у зовнішніх вітках кола.

Розглянемо застосування методу контурних струмів для аналізу кола (рис. 1.19), аналогічному колу (рис. 1.18), аналіз якого методом безпосереднього застосування законів Кірхгофа був виконаний вище. Коло має два незалежних контури, по яких

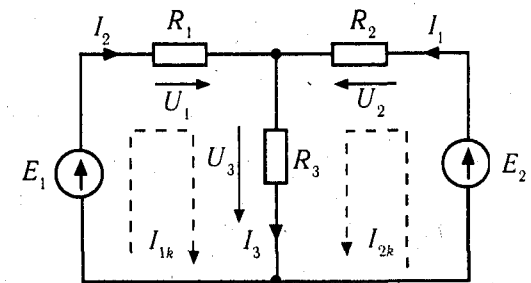


Рис. 1.19



замикаються два контурних струми  $I_{1K}$  та  $I_{2K}$ , показані на рис. 1.19. У зовнішній вітці, що складається з резистора  $R_1$  та ЕРС  $E_1$ , тече реальний струм  $I_1$  і контурний струм  $I_{1K}$ . Отже, струм  $I_1 = I_{1K}$ . Аналогічно для другої зовнішньої вітки струм  $I_2 = I_{2K}$ . У внутрішній вітці, що складається з резистора  $R_3$ , тече реальний струм  $I_3$ , та два контурні струми  $I_{1K}$  та  $I_{2K}$ , які співпадають із струмом  $I_3$  за напрямком. Отже,  $I_{1K} + I_{2K} = I_3$ .

Покажемо, що формальне введення в рівняння Кірхгофа контурних струмів дає результати, тотожні методу безпосереднього використання законів Кірхгофа. Запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа для контурних струмів кола (рис. 1.19):

$$\begin{aligned} E_1 &= R_1 I_{1K} + R_3 I_{1K} + R_3 I_{2K}; \\ E_2 &= R_2 I_{2K} + R_3 I_{2K} + R_3 I_{1K}. \end{aligned}$$

Перепишемо ці рівняння у вигляді:

$$\begin{aligned} E_1 &= (R_1 + R_3) I_{1K} + R_3 I_{2K} \\ E_2 &= (R_2 + R_3) I_{2K} + R_3 I_{1K}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Згідно з першим законом Кірхгофа  $I_3 = I_1 + I_2$ . Підставивши цей вираз у рівняння (1.16), отримаємо:

$$\begin{aligned} E_1 &= (R_1 + R_3) I_1 + R_3 I_2 \\ E_2 &= (R_2 + R_3) I_2 + R_3 I_1. \end{aligned}$$

Останні два рівняння, отримані методом безпосереднього застосування законів Кірхгофа, ідентичні рівнянням (1.18), записаним для контурних струмів. Отже, формальний прийом введення в розгляд контурних струмів замість реальних, дав можливість одразу отримати систему алгебраїчних рівнянь, що описують стан кола.

У випадку аналізу кола (рис. 1.19) застосування методу контурних струмів дало змогу скоротити відразу кількість рівнянь, що підлягають сумісному розв'язанню з трьох до двох і це не виглядає суттєвим спрощенням. Але, якщо проаналізувати коло з більшою кількістю реальних струмів, то виявляється, що застосування методу контурних струмів замість методу безпосереднього застосування законів Кірхгофа дає можливість значно зменшити кількість рівнянь, що підлягають сумісному розв'язку.

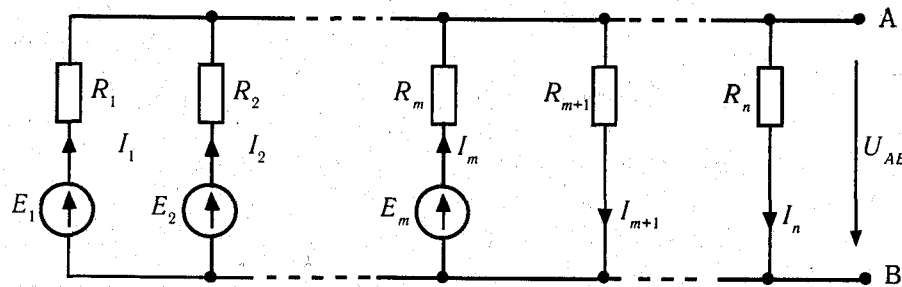


Рис. 1.20.

**Метод напруги між двома вузлами.** Найбільш простим методом розрахунку кіл, що мають у своєму складі лише два вузли, є метод напруги між двома вузлами. Таке коло, складене з  $m$  активних віток та  $m - n$  пасивних віток, ввімкнених паралельно до двох вузлів — А та В, показане на рис. 1.20. Суть методу полягає у визначенні напруги  $U_{AB}$  між цими двома вузлами за заданими параметрами елементів кола. Маючи напругу  $U_{AB}$ , можна легко визначити струм у будь-якій вітці кола, скориставшись другим законом Кірхгофа для контуру, в який входить ця вітка та ця напруга. Рівняння, складені для таких контурів у колі (рис. 1.17) мають вигляд:

$$\begin{aligned} E_1 &= R_1 I_1 + U_{AB}; \\ E_2 &= R_2 I_2 + U_{AB}; \\ &\vdots \\ E_m &= R_m I_m + U_{AB}; \\ 0 &= -R_{m+1} I_{m+1} + U_{AB}; \\ &\vdots \\ 0 &= -R_n I_n + U_{AB}. \end{aligned} \quad (1.19)$$

На підставі рівнянь (1.19) струми у вітках дорівнюють:  $I_1 = (E_1 - U_{AB}) g_1$ ;  $I_2 = (E_2 - U_{AB}) g_2$ ;  $I_m = (E_m - U_{AB}) g_m$ ;  $I_{m+1} = U_{AB} g_{m+1}$ ; ...  $I_n = U_{AB} g_n$ , де  $g_k$  — провідність  $k$ -й вітки.

За першим законом Кірхгофа для вузла А

$$I_1 + I_2 + \dots + I_m = I_{m+1} + \dots + I_n.$$

Отже,

$$(E_1 - U_{AB}) g_1 + (E_2 - U_{AB}) g_2 + \dots + (E_m - U_{AB}) g_m = U_{AB} g_{m+1} + \dots + U_{AB} g_n.$$

Звідси напруга між двома вузлами  $U_{AB}$  визначається через параметри елементів кола:

$$U_{AB} = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2 + \dots + E_m g_m}{g_1 + g_2 + \dots + g_m + g_{m+1} + \dots + g_n}. \quad (1.20)$$

На схемі кола рис. 1.20 було прийнято, що всі ЕРС спрямовані до вузла А. Тому всі додатні струми активних віток співпадають по напрямку з ЕРС, тобто мають напрям до вузла А, а всі струми пасивних віток мають напрям до вузла В. Насправді деякі ЕРС можуть бути спрямовані до вузла В. До вузла В будуть спрямовані і струми у цих вітках. Для таких віток ЕРС в рівняннях (1.19) та (1.20) мають бути записані із знаком мінус.

**Числовий приклад.** Для кола (рис. 1.19) задано:  $E_1 = 10$  В,  $E_2 = 5$  В. Опори  $R_1 = R_2 = R_3 = 10$  Ом. Знайти струм  $I_3$  у резисторі  $R_3$  методом напруги між двома вузлами.

**Розв'язок.** Всі три вітки кола рис. 1.19 з'єднані паралельно на двох вузлах, між якими існує напруга  $U_3$ . Напруга  $U_3$  дорівнює

$$U_3 = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2}{g_1 + g_2 + g_3} = \frac{10 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,1}{0,1 + 0,1 + 0,1} = \frac{1,5}{0,3} = 5 \text{ В. Струм } I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ А.}$$

**Метод еквівалентного генератора.** Цей метод доцільно застосовувати, коли необхідно визначити струм лише в одній вітці  $AB$  складного електричного кола і особливо тоді, коли треба визначити струм для декількох значень опору цієї вітки. Суть методу полягає в тому, що вітку  $AB$  розглядають як окрему зовнішню вітку складного кола, а всю іншу частину кола, в якій містяться всі джерела живлення та резистивні опори розглядають по відношенню до вітки  $AB$  як еквівалентний всій решті кола генератор з ЕРС  $E_{EG}$  та внутрішнім опором  $R_{EG}$  (рис. 1.21, а). Якщо знайти ЕРС еквівалентного генератора та його внутрішній опір, струм у вітці  $AB$  з опором  $R$  можна визначити за виразом

$$I = \frac{E_{EG}}{R_{EG} + R} \quad (1.21)$$

Отже, на першому етапі розв'язку задачі слід відокремити вітку  $AB$  від еквівалентного генератора і знайти напругу на його виводах  $AB$  при відсутності навантаження, тобто напругу холостого ходу  $U_{xx}$ , як це видно із схеми (рис. 1.21, б), дорівнює ЕРС генератора  $E_{EG}$ , оскільки спад напруги на внутрішньому опорі генератора  $R_{EG}$  при відсутності струму дорівнює нулю.

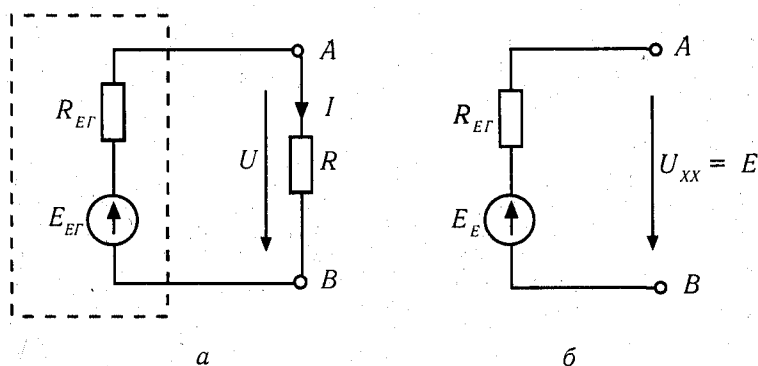


Рис. 1.21

На другому етапі слід знайти внутрішній опір еквівалентного генератора  $R_{EG}$ . Для цього слід замінити усі джерела живлення всередині еквівалентного генератора їх внутрішніми опорами (для ідеальних джерел ЕРС ці опори дорівнюють нулю, а для ідеальних джерел струму — нескінченності), прийнявши їх параметри  $E$  та  $I$  рівними нулю, і визначити еквівалентний опір всього складного кола на затискачах  $AB$  при відсутності опору зовнішньої вітки  $R$ .

Для прикладу розглянемо визначення методом еквівалентного генератора струму  $I_3$  у резисторі  $R_3$  кола (рис. 1.18).

Внаслідок відокремлення від цілого кола вітки з опором  $R_3$ , отримуємо коло, показане на рис. 1.22, а. Напруга  $U_{AB}$  на виводах  $AB$  цього кола є напругою холостого ходу еквівалентного генератора. Всередині генератора при відсутності опору

навантаження  $R_3$  протікає струм  $I_{1xx}$ , який, скориставшись рівнянням складеним за другим законом Кірхгофа, можна визначити як

$$I_{1xx} = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}$$

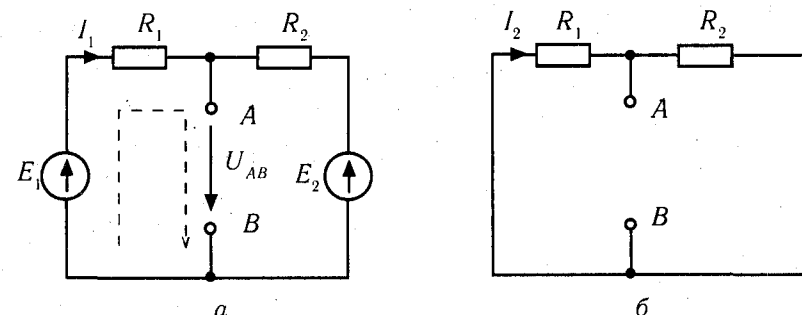


Рис. 1.22

Напругу  $U_{AB}$  знайдемо, склавши за другим законом Кірхгофа рівняння для контуру, показаного на рис. 1.22, а стрілкою:  $E_1 = R_1 I_{1xx} + U_{AB}$ . Звідси

$$U_{AB} = E_1 - R_1 I_{1xx}$$

Замінивши ЕРС  $E_1$  та  $E_2$  у колі (рис. 1.18) провідниками з нульовим опором при відсутності зовнішнього навантаження, тобто вітки з резистором  $R_3$ , отримуємо коло (рис. 1.22, б). Внутрішній опір еквівалентного генератора  $R_{EG}$  на виводах  $AB$ , дорівнює

$$R_{EG} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Струм  $I_3$  у резисторі  $R_3$  кола (рис. 1.18) згідно з (1.19) дорівнює:

$$I_3 = \frac{U_{AB}}{R + R_3}$$

**Числовий приклад.** Для кола (рис. 1.18) дано:  $E_1 = 10 \text{ В}$ ,  $E_2 = 5 \text{ В}$ .  $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом}$ . Знайти струм  $I_3$  у резисторі  $R_3$  методом еквівалентного генератора.

Розраховуємо струм  $I_{1xx}$  всередині генератора при відсутності навантаження  $R_3$ :

$$I_{1xx} = (E_1 - E_2) / (R_1 + R_2) = (10 - 5) / (10 + 10) = 0,25 \text{ А}$$

Напруга холостого ходу на виводах  $AB$  еквівалентного генератора.

$$U_{AB} = E_1 - R_1 I_{1xx} = 10 - 10 \cdot 0,25 = 7,5 \text{ В}$$

Внутрішній опір еквівалентного генератора

$$R_{EG} = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2) = 10 \cdot 10 / (10 + 10) = 5 \text{ Ом}$$

Струм  $I_3$  у вітці  $AB$   $I_3 = U_{AB} / (R_{EG} + R_3) = 7,5 / (5 + 10) = 0,5 \text{ А}$ , що співпадає з результатом, отриманим вище методом безпосереднього застосування законів Кірхгофа та методом напруги між двома вузлами.

### 1.9. ПРЕДСТАВЛЕННЯ СИНУСОЇДНИХ ЕЛЕКТРОРУШІЙНИХ СИЛ, НАПРУГ ТА СТРУМІВ ТРИГОНОМЕТРИЧНИМИ ФУНКЦІЯМИ, ЧАСОВИМИ ДІАГРАМАМИ, ВЕКТОРАМИ, КОМПЛЕКСНИМИ ЧИСЛАМИ

В розділах 1.7, 1.8 для аналізу кіл постійного струму були використані рівняння, складені за законами Ома та Кірхгофа. Але у колах змінного струму навіть операція додавання струмів у рівнянні, складеному за першим законом Кірхгофа, або додавання напруг у рівнянні, складеному за другим законом Кірхгофа не може бути виконано простим їх алгебраїчним додаванням, оскільки струми і напруги можуть бути зсунені по фазі в однофазних колах, як це буде показано далі, на кут  $\pm 90^\circ$ . Представлення струмів тригонометричними функціями або часовими діаграмами дає можливість врахувати їх початкову фазу, як це вже було показано у розділі 1.2. Але в тригонометричній формі запису фігурують амплітудні значення струмів та напруг, в той час як вимірювальні прилади показують дійові їх значення. Саме дійові значення струмів потрібні для оцінки їх теплової чи механічної дії. Крім того, використання часових діаграм та тригонометричних форм представлення синусоїдних напруг та струмів з метою їх додавання має досить громіздкий характер.

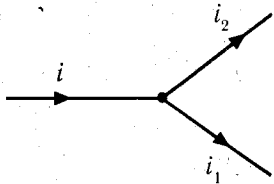


Рис. 1.23

Припустимо, що маємо три струми у вузлі електричного кола, показаного на рис. 1.23:  $i, i_1, i_2$ . Закон Кірхгофа для миттєвих значень струмів  $i = i_1 + i_2$ . Припустимо, що дійові значення струмів  $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = 7,07 \text{ A}$ . Знайдемо дійове значення сумарного струму  $\bar{I}$ , користуючись часовими діаграмами або тригонометричною формою представлення цих струмів. Прийемо, що початкові фази струмів дорівнюють  $y_{11} = \pi/4, y_{12} = -\pi/4$ .

Скористаємось часовими діаграмами синусоїдних струмів

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \pi/4) = \sqrt{2} \cdot 7,07 \sin(\omega t + \pi/4) = 10 \sin(\omega t + \pi/4) \text{ та}$$

$i_2 = I_{2m} \sin(\omega t - \pi/4) = \sqrt{2} \cdot 7,07 \sin(\omega t - \pi/4)$ , показаними на рис. 1.24. Додавши ординати часових діаграм струмів  $i_1$  та  $i_2$  отримуємо часову діаграму сумарного струму  $i_1 + i_2 = I_m \sin \omega t$ . З діаграми видно, що початкова фаза сумарного струму  $\psi_i = 0$ , а амплітуда  $I_m = 2I_{1m} \cos(\pi/4) = 2 \cdot 10 \cdot 0,707 = 14,14 \text{ A}$ . Отже, миттєве значення сумарного струму  $i = 14,14 \sin \omega t$ ; його амплітуда  $I_m = 14,14 \text{ A}$ , а дійове значення

$$\bar{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{14,14}{\sqrt{2}} = 10 \text{ A}.$$

Щоби визначити амплітуду сумарного струму  $I_m$  та його початкову фазу  $\psi_i$  не виконуючи побудови часових діаграм можна використати зображувальні вектори  $\bar{I}_{1m}$  та  $\bar{I}_{2m}$ , що обертаються із швидкістю  $\omega$ . Їх взаємне положення незмінне, оскільки вони обертаються з однаковою швидкістю. Це дає можливість побудувати ці вектори в масштабі в декартовій системі координат, враховуючи їх початкові фази  $y_{11} = \pi/4$  та  $y_{12} = -\pi/4$ . Додатній кут відкладається від осі абсцис проти годинникової стрілки, а від'ємний — у зворотному напрямку, як це показано на рис. 1.25, а. Склавши ці два

вектори, отримуємо для амплітуди сумарного струму той самий результат, що його було отримано за допомогою часових діаграм:  $\bar{I}_m = \bar{I}_{1m} + \bar{I}_{2m}$ ;  $|\bar{I}_m| = (I_{1m} \cos \omega/4) \cdot 2$ . Для прийнятих у числовому прикладі значень амплітуд струмів  $I_{1m} = I_{2m} = 10 \text{ A}$ , отримуємо  $I_m = 10 \cdot 0,707 \cdot 2 = 14,14 \text{ A}$ .

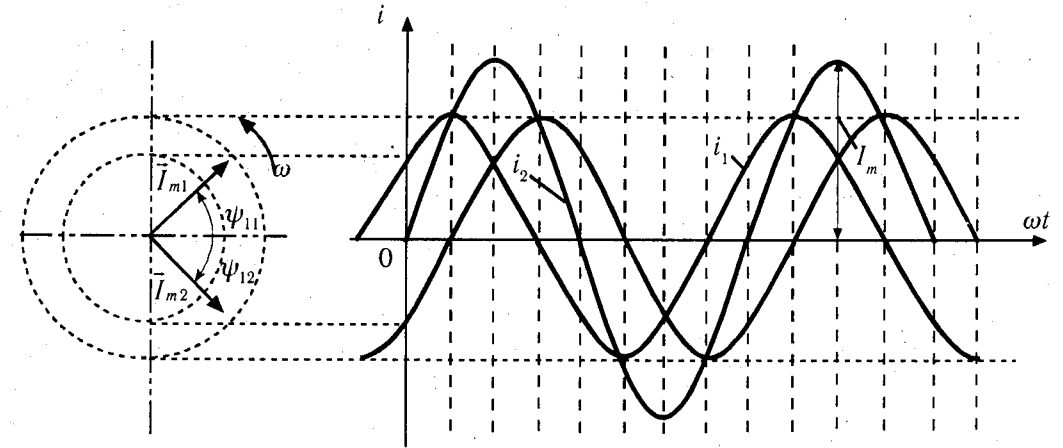


Рис. 1.24

Той самий результат можна отримати аналітичним шляхом без побудови векторної діаграми у масштабі. Розмістимо вектори  $\bar{I}_{1m}, \bar{I}_{2m}$  у декартовій системі координат так, щоби початок вектора  $\bar{I}_{2m}$  був розташований наприкінці вектора  $\bar{I}_{1m}$  і позначимо їх проекції на осі  $x$  та  $y$  як  $I_{1mx}, I_{2mx}$  та  $I_{1my}, I_{2my}$  (рис. 1.25, б). Тоді модуль вектора  $\bar{I}_m$  дорівнює:

$$|\bar{I}_m| = \sqrt{I_{mx}^2 + I_{my}^2} = \sqrt{(I_{1mx} + I_{2mx})^2 + (I_{1my} - I_{2my})^2},$$

де  $I_{1mx} = I_{1m} \cos \psi_{i1}$ ;  $I_{1my} = I_{1m} \sin \psi_{i1}$ ;  $I_{2mx} = I_{2m} \cos \psi_{i2}$ ;  $I_{2my} = I_{2m} \sin \psi_{i2}$  — проекції векторів  $\bar{I}_{1m}$  та  $\bar{I}_{2m}$  на осі  $x$  та у декартової системи координат.

Поділивши  $\bar{I}_{1m}, \bar{I}_{2m}$  на  $\sqrt{2}$  можна перейти до оперування векторами дійових значень цих струмів  $\bar{I}_1, \bar{I}_2$ .

Припустимо, що у вузлі кола є чотири струми, для яких за першим законом Кірхгофа складено рівняння:  $i = i_1 + i_2 + i_3$ . Дійові значення струмів  $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$  та їх початкові фази  $\psi_{i1}, \psi_{i2}, \psi_{i3}$  відомі. Побудувавши за цими даними зображувальні вектори  $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$  так, щоби початок кожного наступного вектора співпадав з кінцем попереднього, як це показано на рис. 1.26, визначимо з векторної

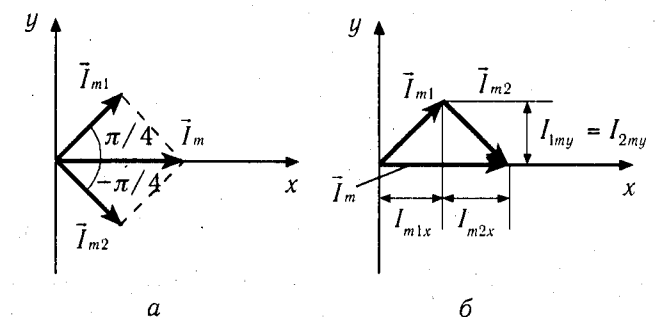


Рис. 1.25

діаграми вектор сумарного струму  $\vec{I}$ . Довжина цього вектора у певному масштабі задає дійове значення струму  $I$ , а кут між ним і віссю  $x$  — його початкову фазу  $\psi_i$ . Такий же результат можна отримати аналітично без побудови у масштабі векторної діаграми, скориставшись проєкціями векторів струмів на осі  $x$  та  $y$  з врахуванням їх знаку:

$$\vec{I} = \sqrt{(\vec{I}_{1x} + \vec{I}_{2x} + \vec{I}_{3x})^2 + (\vec{I}_{1y} - \vec{I}_{2y} + \vec{I}_{3y})^2}; \quad \psi_i = \arctg \frac{\vec{I}_y}{\vec{I}_x}.$$

Отже, використовуючи зображувальні вектори синусоїдних струмів або напруг можна робити обчислення рівнянь, складених за першим чи другим законом Кірхгофа для кіл змінного струму. Довжина зображувальних векторів у певному масштабі

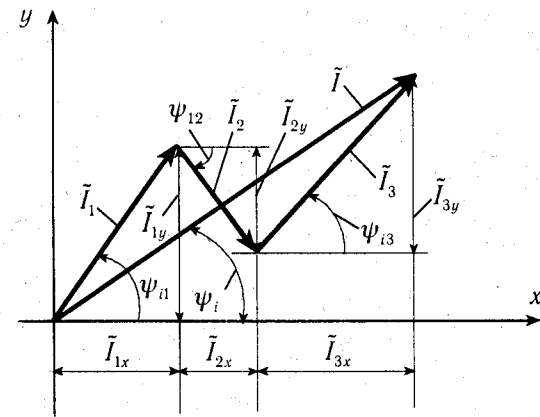


Рис. 1.26

задає дійові значення струмів і напруг, а їх напрям визначається початковою фазою відповідного струму чи напруги. Розрахунки можна вести безпосередньою побудовою векторних діаграм з дотриманням масштабування, але такий спосіб розв'язку громіздкий і не дає високої точності розрахунку, яка до того ж залежить від прийнятого масштабу та суб'єктивних факторів. Проведення розрахунків без побудови у масштабі векторних діаграм з використанням числових значень проєкцій векторів на осі координат вільне від цих недоліків, але вимагає весь час уважно контролювати положення

векторів, щоби правильно визначати знаки "+" та "-" перед проєкціями векторів на осі. Для цього необхідно супроводжувати розрахунок наближеним малюванням векторних діаграм, або уважно визначати ці фази за початковими фазами струмів. Якщо зображувальні вектори синусоїдних струмів чи напруг розмістити не в декартовій системі координат, а на комплексній площині, то з'являється можливість застосувати потужний математичний апарат дій над комплексними числами для аналізу електричних кіл. Метод аналізу електричних кіл з використанням зображень синусоїдних напруг та струмів комплексними числами запропонував і запровадив у практику електротехнічних розрахунків Штейнметц.

Штейнметц, Чарлз Протеус (1865—1923), американський вчений електротехнік. Народився у Бреслау, там же закінчив університет. У 1887—1889 роках навчався у політехнікумі в Цюріху. У 1889 р. виїхав до США, де працював у відомій фірмі General Electric. Займався електричними машинами. Запропонував емпіричну формулу для визначення втрат у сталі. Розробив комплексний метод розрахунку електричних кіл.

На комплексній площині додатному напрямку осі  $x$  декартової системи координат відповідає додатний напрям осі дійсних чисел "+", а додатному напрямку осі  $y$  — додатний напрям осі уявних чисел  $j$  (рис. 1.27). По осі "+" відкладаються дійсні

числа, а по осі " $j$ " — уявні, які утворюються множенням дійсного числа на " $j$ ". Тут  $j = \sqrt{-1}$ . На комплексній площині вектори синусоїдних струмів позначають як  $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ , тобто як комплексні числа. Кожний комплексний вектор можна представити як комплексне число, яке можна записати у трьох формах: алгебраїчній, показниковій, тригонометричній.

Розглянемо представлення комплексним числом синусоїдного струму  $\vec{I}_1$  зображувальний вектор якого  $\underline{I}_1$  розміщений на комплексній площині (рис. 1.27). **Модуль такого вектора  $I_1$  дорівнює дійвому значенню синусоїдного струму  $\vec{I}_1$ ,  $I = \vec{I}_{11}$ , а відповідне комплексне число  $\underline{I}_1$  називається комплексним дійвим значенням синусоїдного струму.** В алгебраїчній формі запису комплексне число  $\underline{I}_1$  дорівнює:

$$\underline{I}_1 = I_1 + jI_1'',$$

тобто визначається геометричною сумою двох ортогональних проєкцій вектора — дійсної складової  $I_1'$  та уявної складової  $I_1''$ . Показникова форма запису комплексного числа з модулем  $I_1$  та аргументом  $\psi_{i1}$  має вигляд:

$$\underline{I}_1 = I_1 \cdot e^{j\psi_{i1}}.$$

Така форма запису означає, що на осі дійсних слід відкласти модуль комплексного числа  $|\underline{I}_1| = I_1$  і повернути його відносно осі дійсних на кут  $\psi_{i1}$  проти годинникової стрілки якщо кут  $\psi_{i1} > 0$  і за годинниковою стрілкою, якщо цей кут менше нуля,  $\psi_{i1} < 0$ .

**Згідно з формулою Ейлера від показникової форми можна перейти до тригонометричної:**

$$\underline{I}_1 = I_1 \cdot e^{j\psi_{i1}} = I_1 \cos \psi_{i1} + jI_1 \sin \psi_{i1}.$$

Тут  $I_1 \cos \psi_{i1} = I_1'$  та  $jI_1 \sin \psi_{i1} = jI_1''$  — проєкції зображувального вектора на дійсну та уявну осі відповідно. Отже, тригонометрична форма використовується для переходу від показникової форми представлення комплексного числа до алгебраїчної. Зворотний перехід від алгебраїчної форми представлення комплексного числа до показникової можна виконати за формулами (дивіться рис. 1.27):  $I_1 = \sqrt{I_1'^2 + I_1''^2} \cdot e^{j\psi_{i1}}$ ,  $\psi_{i1} = \arctg(I_1''/I_1')$ . Алгебраїчна форма представлення використовується для виконання операцій додавання (віднімання), а показникова — для виконання операцій множення (ділення).

**Дії над комплексними числами.** У розрахунках електричних кіл змінного струму використовують операції додавання, віднімання, множення та ділення комплексних чисел.

Операції додавання (віднімання) використовують, наприклад, при розв'язках рівнянь, складених за першим та другим законами Кірхгофа. Комплексні числа представляють в алгебраїчній формі і підсумовують алгебраїчно окремо їх дійсні та уявні частини. В такий спосіб знаходять дійсну та уявну частини результуючого комплексного числа і по них — його

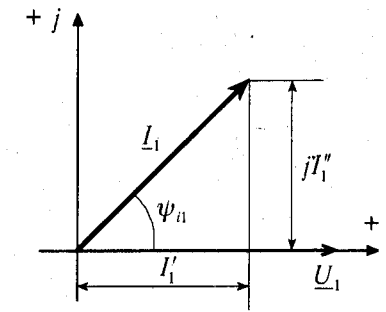


Рис. 1.27



фазовий кут зсуву відносно осі дійсних. Наприклад, для струмів, зображених на рис. 1.23 перший закон Кірхгофа для миттєвих значень струмів записується рівняннями:

$$i = i_1 + i_2; I_m \sin(\omega t + \psi_i) = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{i1}) + I_{2m} \sin(\omega t + \psi_{i2}).$$

Оскільки було задано, що  $\tilde{I}_1 = \tilde{I}_2 = 7,07 A$ ;  $\psi_{i1} = \pi/4$ ;  $\psi_{i2} = -\pi/4$ , то  $I_{1m} = I_{2m} = 7,07\sqrt{2} = 10 A$ ,  $i_1 = 10 \sin(\omega t + \pi/4)$ ,  $i_2 = 10 \sin(\omega t - \pi/4)$ .

У комплексній формі ті самі рівняння для комплексних дійових значень струму мають вигляд:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = I_1 e^{j\psi_{i1}} + I_2 e^{j\psi_{i2}} = 7,07 e^{j\pi/4} + 7,07 e^{-j\pi/4} = 7,07 (\cos \pi/4 - j \sin \pi/4) + 7,07 (\cos \pi/4 + j \sin \pi/4) = 5 + j5 + 5 - j5 = 10 + j0 = 10 A.$$

Оскільки проекція отриманого вектора  $\underline{I}$  на вісь уявних дорівнює нулю  $jI'' = 0$ , то у показниковій формі

$$\underline{I} = 10e^{j0}$$

Операції множення (ділення) можна виконувати з представленням комплексних чисел як у алгебраїчній, так і у показниковій формі. Припустимо, що дійове значення напруги на елементі кола, через який тече струм  $i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{i1}) = 10 \sin(\omega t + \pi/4)$  дорівнює  $50 V$  і має початкову фазу  $\psi_U = 0$ . Вектор комплексного дійового значення цього струму (рис. 1.27)  $\underline{I}_1 = (10/\sqrt{2})e^{j\pi/4} = 7,07 \cos(\pi/4) + j7,07 \sin(\pi/4) = 5 + j5, A$ . Вектор комплексного дійового значення напруги  $\underline{U}_1 = 50 + j0 = 50e^{j0} V$ . Поділивши  $\underline{U}_1$  на  $\underline{I}_1$ , отримаємо величину з розмірністю  $B/A = \text{Ом}$ , тобто з розмірністю опору, який позначимо як комплексне число  $Z_1$ . Операція ділення комплексних векторів дійових значень напруги і струму з представленням їх у показниковій формі виглядає так:

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{U_1 e^{j\psi_{u1}}}{I_1 e^{j\psi_{i1}}} = Z_1 e^{j(\psi_{u1} - \psi_{i1})} = Z_1 e^{j\varphi_1} = \underline{Z}_1.$$

Тут  $\varphi_1 = \psi_{u1} - \psi_{i1}$ , — фазовий кут зсуву між струмом  $i_1$  та напругою  $u_1$ . У числовій формі

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{50e^{j0}}{7,07e^{j\pi/4}} = 7,07e^{-j\pi/4} = 5 - j5, \text{ Ом}.$$

Операція ділення з використанням алгебраїчної форми представлення комплексних чисел:  $\underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{U_1 + jU_1''}{I_1 + jI_1''}$ .

Щоби позбутися уявного числа в знаменнику помножимо чисельник і знаменник цього виразу на спряжений знаменнику комплекс  $I_1' - jI_1''$ . Тоді в знаменнику отримаємо різницю квадратів  $(I_1')^2 - (jI_1'')^2$ , а оскільки  $j^2 = -1$ , то в знаменнику з'явиться дійсне число  $I_1'^2$ , на яке можна поділити дійсну  $A'$  та уявну  $A''$  частину чисельника і отримати результат:

$$\underline{Z}_1 = \frac{(U_1' + jU_1'')(I_1' - jI_1'')}{(I_1' + jI_1'')(I_1' - jI_1'')} = \frac{(U_1'I_1' + jU_1''I_1') + j(U_1'I_1'' - U_1''I_1')}{(I_1')^2 - (jI_1'')^2} = \frac{A_1' + jA_1''}{I_1'^2 + I_1''^2} = \frac{A_1' + jA_1''}{I_1'^2} = Z_1' + jZ_1''.$$

У числовій формі для прикладу, що розглядається

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{50 + j0}{5 + j5} = \frac{(50 + j0)(5 - j5)}{5^2 - (j5)^2} = \frac{250 - j250}{50} = 5 - j5, \text{ Ом}.$$

### 1.10. ЗАКОН ОМА ДЛЯ МИТТЄВИХ ДІЙОВИХ ТА КОМПЛЕКСНИХ ЗНАЧЕНЬ СТРУМУ І НАПРУГИ В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ ЗМІННОГО СТРУМУ З ЕЛЕМЕНТАМИ R, L, C

**Коло з резистивним елементом.** Розглянемо коло, зображене на рис. 1.28, а, яке складено з ідеального джерела ЕРС та ідеального резистивного елемента з опором  $R$ . Для миттєвих значень струму та напруги закон Ома можна записати аналогічно його запису для кіл постійного струму:

$$u_R = Ri.$$

(1.22)

Оскільки напруга, прикладена до резистора, синусоїдна  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ , струм у ньому також має бути синусоїдним і у загальному вигляді записується як  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ . З (1.20) струм

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{U_{Rm}}{R} \sin(\omega t + \psi_u).$$

Порівнюючи два останні вирази для миттєвого значення струму  $i$ , приходимо до висновку, що для резистивного елемента

$$I_m = \frac{U_{Rm}}{R}, \quad (1.22, a)$$

$$\psi_i = \psi_u. \quad (1.22, б)$$

Вираз (1.22, а) є записом закону Ома для амплітудних значень напруги та струму. Поділивши ліву й праву частини (1.22, а) на  $\sqrt{2}$ , отримаємо закон Ома для дійових значень напруг та струмів резистивного елемента:

$$\tilde{U}_R = R\tilde{I}. \quad (1.22, в)$$

Вираз (1.22, б) показує, що початкові фази напруги та струму резистивного елемента однакові. **Отже, струм та напруга резистивного елемента співпадають по фазі**, як це показано на рис. 1.28, б для  $\psi_i = \psi_u = 0$ . Миттєве значення потужності резистивного елемента,

$$p = u_R i = U_{Rm} I_m \sin^2 \omega t = \frac{U_{Rm} I_m}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

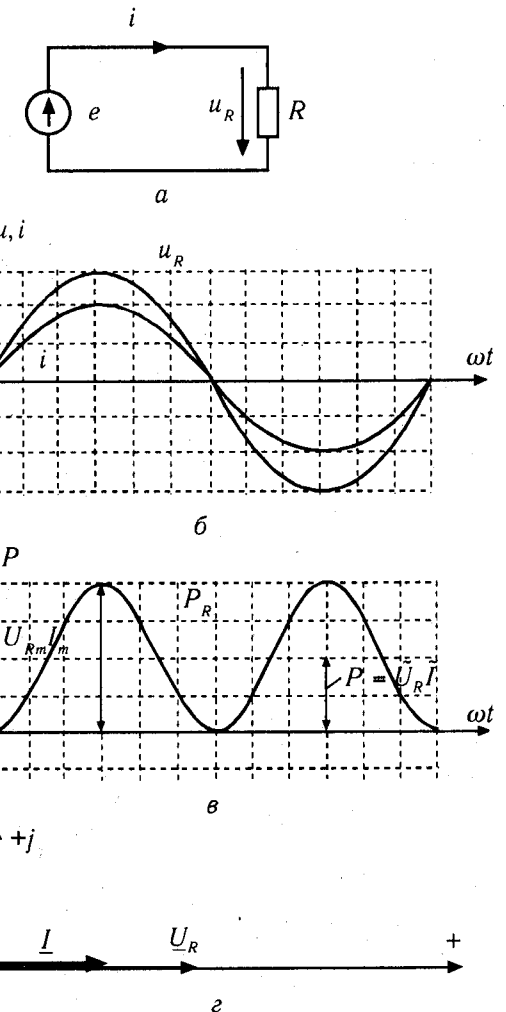


Рис. 1.28

представляє собою косинусоїдну функцію подвійної частоти і показана на рис. 1.28, в. Цю функцію можна побудувати як за допомогою наведеного виразу для миттєвого значення потужності  $p$ , так і просто перемноживши ординати функцій  $u_R = u_R(\omega t)$  та  $i = i(\omega t)$  рис. 1.28, б для відповідних значень абсцис. З рис. 1.28, б видно, що потужність  $p$  завжди додатна,  $p \geq 0$ , і коливається від  $p = 0$  до  $p = UR_m I_m$ , а її середнє значення  $P_{cp} = U_{Rm} I_m / 2 = \tilde{U}_R \tilde{I}$ . Середнє значення потужності в резистивному елементі кола називають його активною потужністю. Надалі активна потужність позначатиметься просто літерою  $P$ . Одиницю вимірювання активної потужності позначають як  $1 \text{ Вт}$ , хоча за визначенням ця потужність має розмірність  $ВА$ .

Синусоїдні напругу  $u_R$  та струм  $i$  можна представити, як це було показано у розділі 1.9, комплексними векторами  $\underline{U}_R = U_R e^{j\psi_u}$  та  $\underline{I} = I e^{j\psi_i}$ . Тут  $\underline{U}_R$  та  $U_R$  — відповідно комплекс дійового значення напруги на резисторі, та його модуль, який дорівнює дійовому значенню напруги  $\tilde{U}_R$ ,  $\psi_u$  — початкова фаза напруги. Відповідно  $\underline{I}$  — комплекс дійового значення струму,  $I$  — його модуль, який дорівнює дійовому значенню струму  $\tilde{I}$ ,  $\psi_i$  — початкова фаза струму. Врахувавши, що  $\psi_u = \psi_i$  і що  $U_R = RI$ , отримаємо:  $\underline{U} = U_R e^{j\psi_u} = RI e^{j\psi_i} = RI$ . Отже, закон Ома для резистивного елемента у комплексній формі

$$\underline{U}_R = RI. \quad (1.23)$$

Векторна діаграма з зображенням  $\underline{U}_R$  та  $\underline{I}$  на комплексній площині для випадку, коли  $\psi_u = \psi_i = 0$  показана на рис. 1.28, з.

**Коло з індуктивним елементом.** У розділі 1.3 вже було сказано, що параметр  $L$  характеризує здатність елемента електричного кола створювати магнітне поле при протіканні по ньому електричного струму. Якщо струм постійний, то ідеальний індуктивний елемент  $L$  не має електричного опору, оскільки він не має параметра  $R$  і не гріється. Спад напруги на такому елементі дорівнює нулю. У колі ж змінного струму ідеальний елемент  $L$  створює навколо себе змінне магнітне поле, яке індукуює у витках елемента ЕРС самоіндукції  $e_L$ . Ця ЕРС є реакцією елемента  $L$  на появу змінного магнітного поля, тому її можна назвати реактивною. Внаслідок появи цієї ЕРС на ідеальному індуктивному елементі з'являється напруга  $u_L$ , яка дорівнює  $u_L = L di/dt$  (див. 1.5 у розділі 1.3). Це рівняння і задає співвідношення між миттєвими значеннями струму та напруги індуктивного елемента. Якщо через елемент  $L$  тече струм  $i$  і на ньому існує напруга  $u_L$ , то такий елемент вже створює електричний опір струму. Цей опір елемента  $L$  також можна вважати реактивним, оскільки він існує тільки при наявності змінного струму в елементі як реакція на створення змінного магнітного поля.

При наявності синусоїдної напруги джерела ЕРС  $e$  напруга джерела  $u$  дорівнює напрузі на індуктивному елементі  $L$   $u_L$  (рис. 1.29, а) і в колі протікає синусоїдний струм  $i$ :

$$u = u_L = U_{Lm} \sin(\omega t + \psi_u); \\ i = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

Тоді

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \cos(\omega t + \psi_i) = X_L I_m \sin(\omega t + \psi_i + \pi/2). \quad (1.24)$$

Тут  $X_L = \omega L = 2\pi fL$  — індуктивний (реактивний) опір елемента  $L$ , який має розмірність  $\text{Ом}$ :

$$\frac{1}{c} \cdot \Gamma_{\text{Н}} = \frac{1}{c} \cdot \frac{Вб}{А} = \frac{Вб}{c} \cdot \frac{1}{А} = \frac{В}{А} = \text{Ом}.$$

В колі постійного струму частота  $f = 0$ , отже і опір  $X_L = 0$ .

У загальному вигляді, як будь-яка тригонометрична синусоїдна функція,  $u_L = U_{Lm} \sin(\omega t + \psi_u)$ . Порівнюючи цей вираз з (1.24), отримаємо запис закону Ома для амплітудних значень напруг і струмів для індуктивного ідеального елемента  $U_{Lm} = X_L I_m$ . Поділивши ліву й праву частину цього рівняння на  $\sqrt{2}$ , отримаємо запис закону Ома для дійових значень напруг і струмів індуктивного елемента

$$\tilde{U}_L = X_L \tilde{I}. \quad (1.25)$$

З того ж порівняння виразів для миттєвих значень напруги  $u_L$  видно, що початкова фаза напруги на індуктивному елементі  $\psi_u = \psi_i + \pi/2$ . Це означає, що зображувальний вектор напруги, або вектор комплексного дійового значення напруги повернений відносно відповідного вектору струму в індуктивному елементі на кут  $\pi/2 = 90^\circ$  в додатному напрямку, тобто проти годинникової стрілки як це показано на рис. 1.29, з. Отже, **напруга на ідеальному індуктивному елементі випереджує струм по фазі на кут  $\pi/2$  або на  $90^\circ$ .**

Якщо прийняти початкову фазу струму рівною нулю,  $\psi_i = 0$ , то часові діаграми миттєвих значень напруги  $u_L$  та струму  $i$ , а також векторні діаграми комплексів їх дійових значень  $\underline{U}_L$  та  $\underline{I}$  матимуть вигляд, показаний на рис. 1.29, б та 1.29, з.

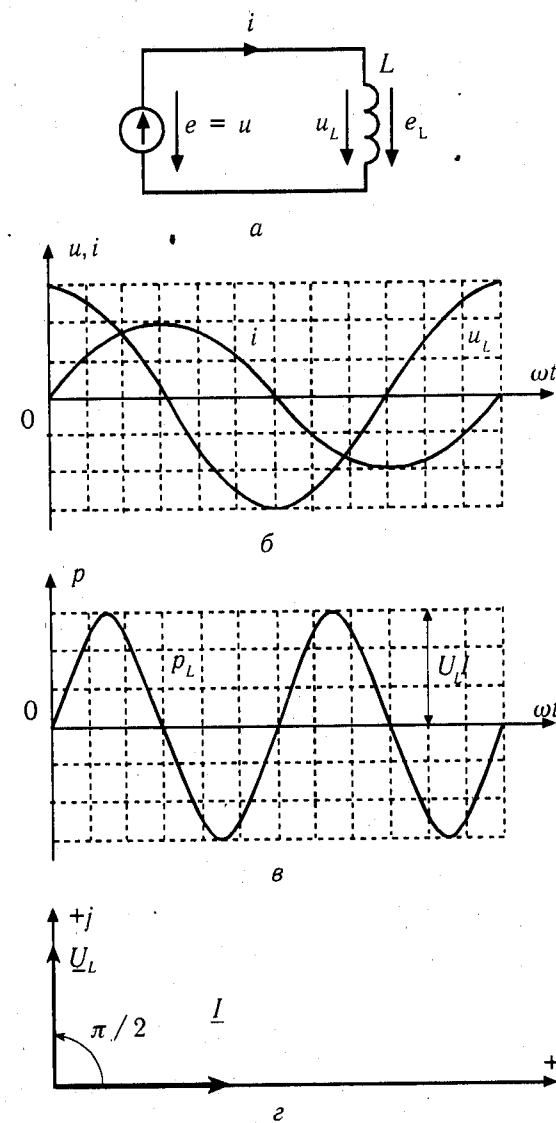


Рис. 1.29

Перейдемо до запису закону Ома для індуктивного елемента у комплексній формі. Синусоїдний струм  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  та синусоїдна напруга  $u_L = U_{Lm} \sin(\omega t + \psi_u) = X_L I_m \sin(\omega t + \psi_i + \pi/2)$  зображуються у комплексній формі як

$$\underline{I} e^{j\psi_i}; \underline{U}_L = U_L e^{j\psi_i} e^{j\pi/2}.$$

Враховавши, що в останньому рівнянні

$$U_L = X_L I, \text{ а } e^{j\pi/2} = \cos \pi/2 + j \sin \pi/2 = j,$$

отримаємо:  $\underline{U}_L = j X_L \underline{I} e^{j\psi_i} = j X_L \underline{I}$ . Отже, закон Ома для індуктивного елемента у комплексній формі

$$\underline{U}_L = j X_L \underline{I}. \quad (1.26)$$

Рівнянню (1.26) відповідає векторна діаграма на рис. 1.29, з. Відмітимо, що множення на  $\pm j$  означає поворот вектора на комплексній площині на  $\pm 90^\circ$ .

При початковій фазі струму миттєве значення потужності в ідеальному індуктивному елементі дорівнює

$$p_L = u_L i = U_{Lm} I_m \sin(\omega t + \pi/2) \sin \omega t = U_{Lm} I_m \sin 2\omega t / 2 = U_L I \sin 2\omega t. \quad (1.27)$$

В (1.27) при перетвореннях враховано відомий з тригонометрії вираз:

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]/2.$$

Часову діаграму миттєвого значення потужності для ідеального індуктивного елемента можна побудувати за виразом (1.27), або по часових діаграмах залежностей  $u_L = u_L(t)$  та  $i = i(t)$  рис. 1.29, б, перемноживши їх ординати. Отримана часова діаграма  $p_L = p_L(t)$  показана на рис. 1.29, в. З часової діаграми видно, що потужність  $p_L$  пульсує з подвійною кутовою частотою  $2\omega$  та з амплітудою коливань, яка дорівнює

$$U_{Lm} \cos(\pi/4) I_m \sin \pi/4 = U_{Lm} \frac{\sqrt{2}}{2} I_m \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{U_{Lm} I_m}{2} = \tilde{U}_L \tilde{I}.$$

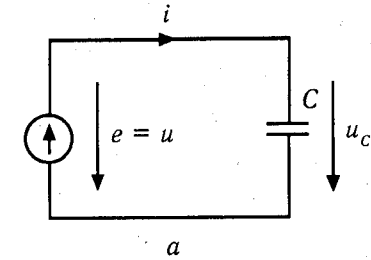
Середнє значення потужності ідеального індуктивного елемента згідно з (1.27) та часовою діаграмою рис. 1.29, в дорівнює нулю. Дійсно

$$\bar{P}_L = \frac{1}{T_0} \int_0^T U_{Lm} I_m \sin(2\omega t) dt = 0,$$

оскільки інтеграл від будь-якої синусоїдної функції за період або декілька періодів дорівнює нулю. Це свідчить про те, що ідеальний індуктивний елемент не споживає активної потужності з мережі. Протягом однієї чверті напівперіоду мережі живлення потужність  $p_L$  додатна, а протягом другої — від'ємна. Це означає, що чверть напівперіоду елемент  $L$  споживає енергію з мережі, накопичуючи її у магнітному полі, а чверть напівперіоду — віддає енергію, накопичену у магнітному полі до мережі. Це означає, що синусоїдний струм в індуктивному елементі не виконує ніякої роботи. На відміну від резистивного елемента енергетичний стан індуктивного елемента прийнято визначати не активною потужністю, а **реактивною індуктивною потужністю**  $Q_L$ , яку приймають рівною максимальному значенню миттєвої потужності  $p_L = \tilde{U}_L \tilde{I}$ .

Хоча розмірності активної та реактивної потужності співпадають, одиницю для вимірювання реактивної потужності позначають як *Вар* (вольт-ампер реактивний).

**Коло з ємнісним елементом.** Ідеальний ємнісний елемент або конденсатор має один параметр —  $C$ , який характеризує його здатність накопичувати електричні заряди і створювати електричне поле. Як було вже з'ясовано у розділі 1.3 заряд конденсатора  $q = C U_C$ . Якщо напруга на конденсаторі незмінна в часі, заряд  $q$  також не змінюється, отже струм через конденсатор дорівнює нулю,  $i = dq/dt = 0$ . У колі ж змінного синусоїдного струму



$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}, \quad (1.28)$$

$$u_C = \frac{1}{C} \int i dt. \quad (1.29)$$

Рівняння (1.28), (1.29) встановлюють співвідношення між миттєвими значеннями струму і напруги для ємнісного елемента.

У загальному вигляді миттєві значення струму і напруги для конденсатора задаються рівняннями

$$u_C = U_{Cm} \sin(\omega t + \psi_u);$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

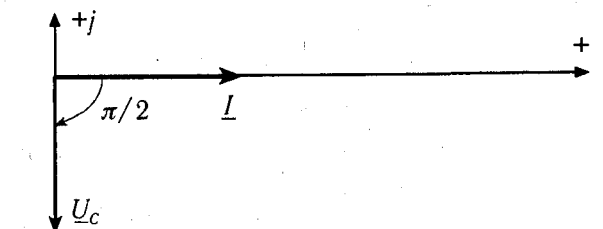
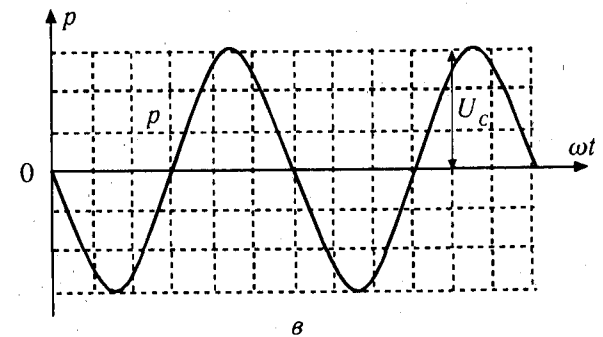
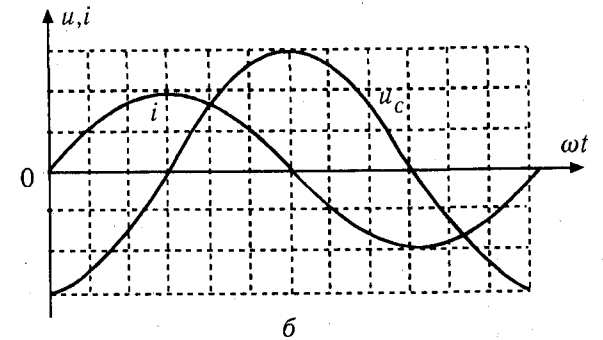
П і д с т а в и м о  $u_C = U_{Cm} \sin(\omega t + \psi_u)$  до (1.28). Тоді

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \omega C U_{Cm} \cos(\omega t + \psi_u) =$$

$$\frac{1}{\omega C} U_{Cm} \sin(\omega t + \psi_u + \pi/2) =$$

$$= \frac{U_{Cm}}{X_C} \sin(\omega t + \psi_i) = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

Тут  $X_C = 1/(\omega C) = 1/(2\pi f C)$  — ємнісний опір елемента  $C$ , який має розмірність *Ом*. В колах постійного



z

Рис. 1.30

струму частота  $f = 0$ ,  $X_C = \infty$ , струм через конденсатор відсутній. Початкова фаза струму  $\psi_i = \psi_u + \pi/2$  показує, що в конденсаторі струм випереджує напругу на кут  $\pi/2$  або  $90^\circ$ .  $\frac{U_{Cm}}{X_C} = I_m$  — запис закону Ома для амплітудних значень струмів і напруг. Для дійових значень закон Ома записується так:

$$\tilde{U}_C = X_C \tilde{I}. \quad (1.30)$$

Синусоїдний струм через конденсатор  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  та синусоїдна напруга на конденсаторі  $u_c = U_{Cm} \sin(\omega t + \psi_u) = X_C I_m \sin(\omega t + \psi_i - \pi/2)$  зображуються у комплексній формі як

$$\underline{I} = I e^{i\psi_i}; \quad \underline{U}_C = U_C e^{i\psi_u} = U_C e^{i\psi_i} e^{-i\pi/2}.$$

Підставивши до останнього рівняння  $U_C = X_C I$  та  $e^{-i\pi/2} = -j$ , отримаємо запис закону Ома для ємнісного елемента у комплексній формі:

$$\underline{U}_C = U_C e^{i\psi_i} e^{-i\pi/2} = -j X_C I e^{i\psi_i} = -j X_C \underline{I}.$$

Таким чином закон Ома для ємнісного елемента у комплексній формі:

$$\underline{U}_C = -j X_C \underline{I}. \quad (1.31)$$

Рівнянню (1.31) для випадку, коли початкова фаза струму  $\psi_i = 0$ , відповідає векторна діаграма на рис. 1.30, г.

Прийнявши для спрощення запису виразів, що початкова фаза струму  $\psi_i = 0$ , отримаємо миттєве значення потужності ємнісного елемента:

$$p_c = u_c i = U_{Cm} I_m \sin(\omega t - \pi/2) \sin \omega t = \frac{U_{Cm} I_m}{2} [\cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - \omega t) - \cos(2\omega t - \pi/2)] =$$

$$= -\tilde{U}_C \tilde{I} \cos(2\omega t - \frac{\pi}{2}) = -\tilde{U}_C \tilde{I} \sin 2\omega t, \text{ отже}$$

$$p_c = -U_C I \sin 2\omega t. \quad (1.32)$$

Часову діаграму миттєвого значення потужності для ідеального ємнісного елемента можна побудувати за виразом (1.32), або по часових діаграмах залежностей  $u_c = u_c(t)$  та  $i = i(t)$  (рис. 1.30, б), перемноживши їх ординати. Отримана часова діаграма  $p_c = p_c(t)$  показана на рис. 1.30, в. З часової діаграми видно, що потужність  $p_c$  пульсує з подвійною кутовою частотою  $2\omega$  та з амплітудою коливань, яка дорівнює  $\tilde{U}_C \tilde{I}$ .

Середнє значення потужності ідеального ємнісного елемента згідно з (1.32) та часовою діаграмою рис. 1.30, в дорівнює нулю так само, як і для індуктивного елемента. Це свідчить про те, що ідеальний ємнісний елемент не споживає активної потужності з мережі. Протягом однієї чверті напівперіоду мережі живлення потужність  $p_c$  від'ємна, а протягом другої — додатна. Це означає, що чверть напівперіоду елемент  $C$  віддає енергію, накопичену в електричному полі до мережі, а чверть напівперіоду — споживає енергію з мережі, накопичуючи її в електричному полі. Отже, синусоїдний струм в ємнісному ідеальному елементі не виконує ніякої роботи. Тому енергетичний стан

ємнісного елемента прийнято визначати не активною потужністю, а **реактивною ємнісною потужністю**  $Q_C$ , яку приймають рівною максимальному значенню миттєвої потужності  $p_c = U_C I$ . Одиницю для вимірювання реактивної ємнісної потужності також позначають як  $ВАр$  (вольт-ампер реактивний).

Відмітимо, що якщо початкові фази струму в індуктивному та ємнісному елементах однакові, а це завжди має місце при послідовному з'єднанні таких елементів, то потужності  $p_L$  та  $p_C$  мають протилежні фази. Це впливає з виразів (1.27), (1.32) та часових діаграм потужностей  $p_L$ ,  $p_C$  на рис. 1.29, в та 1.30, в, отриманих для випадку, коли  $\psi_u = \psi_i = 0$ . Тому реактивні потужності обох елементів записують з протилежними знаками як  $Q_L$  та  $-Q_C$ . Якщо і дійові значення напруг і струмів індуктивного та ємнісного елементів однакові, то сумарна реактивна потужність таких двох послідовно з'єднаних елементів дорівнює нулю,  $Q = Q_L - Q_C = 0$ .

### 1.11. ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА З ПОСЛІДОВНИМ З'ЄДНАННЯМ РЕЗИСТИВНОГО, ІНДУКТИВНОГО ТА ЄМНІСНОГО ЕЛЕМЕНТІВ

В електричному колі, схема якого зображена на рис. 1.31, а під дією синусоїдної напруги  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$  протікає синусоїдний струм, миттєве значення якого  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ . Миттєві значення напруг  $u_R$ ,  $u_L$ ,  $u_C$ , згідно з (1.20), (1.24), (1.29) також є синусоїдними функціями часу. Згідно з другим законом Кірхгофа для схеми кола рис. 1.31, а при обході контуру за годинниковою стрілкою для миттєвих значень напруг

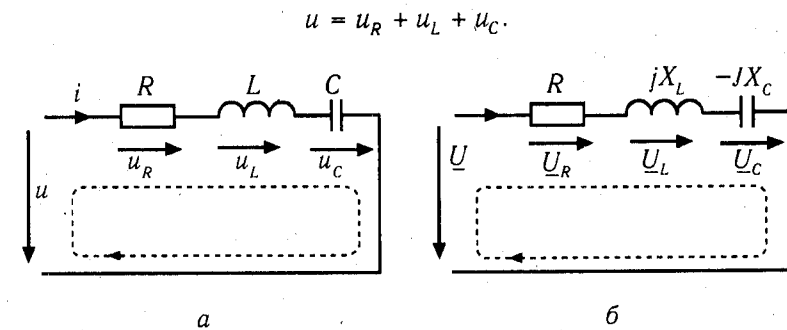


Рис. 1.31

Перейшовши від синусоїдних функцій  $u$ ,  $u_R$ ,  $u_L$ ,  $u_C$  до їх представлення у вигляді комплексних дійових значень згідно з викладеним у розділі 1.9, отримаємо рівняння рівноваги напруг у комплексній формі:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C. \quad (1.33)$$

За законом Ома у комплексній формі комплекси дійових значень напруг, як це було показано у розділі 1.10, дорівнюють:

$$\underline{U}_R = RI, \quad \underline{U}_L = jX_L I, \quad \underline{U}_C = -jX_C I.$$

Підставляючи ці вирази до рівняння (1.33), отримуємо рівняння

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I} = (R + jX_L - jX_C)\underline{I} = \underline{Z}\underline{I}. \quad (1.34)$$

У колі, зображеному на схемі рис. 1.31, а показані миттєві значення напруг та струму. Те саме коло з використанням представлення напруг  $\underline{U}$ ,  $\underline{U}_R$ ,  $\underline{U}_L$ ,  $\underline{U}_C$ , опорів  $R$ ,  $jX_L$ ,  $-jX_C$  та струму  $\underline{I}$  у комплексній формі показана на рис. 1.31, б.

В (1.34) комплексний коефіцієнт  $\underline{Z}$ , який можна визначити діленням  $\underline{U}$  на  $\underline{I}$ , є **повним комплексним опором кола**:

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = R + jX = Ze^{j\varphi}. \quad (1.35)$$

Тут  $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$  — модуль комплексного числа  $\underline{Z}$  або повний опір кола, а  $j$  — аргумент комплексного числа  $\underline{Z}$ ,  $\varphi = \arctg(X/R)$ . Резистивну складову  $R$  повного опору  $Z$  називають активним опором кола, індуктивну або ємнісну складову  $X = X_L - X_C$  опору  $Z$  — його реактивним опором.

Зображене на рис. 1.31 коло можна назвати пасивним двополюсником, оскільки в ньому відсутні джерела напруги та струму і воно має лише два виводи (полюси) для з'єднання його з іншими електричними колами. З (1.34) закон Ома для будь-якого пасивного двополюсника у колах змінного струму має вигляд:

$$\underline{U} = \underline{Z}\underline{I}. \quad (1.36)$$

Якщо прийняти, що початкова фаза струму  $\psi_I = 0$ , то векторна діаграма напруг та струмів, побудована за рівнянням (1.34) матиме для випадку, коли  $X_L > X_C$ , вигляд, показаний на рис. 1.32, а, а для випадку, коли  $X_L < X_C$  — вигляд показаний на рис. 1.32, б.

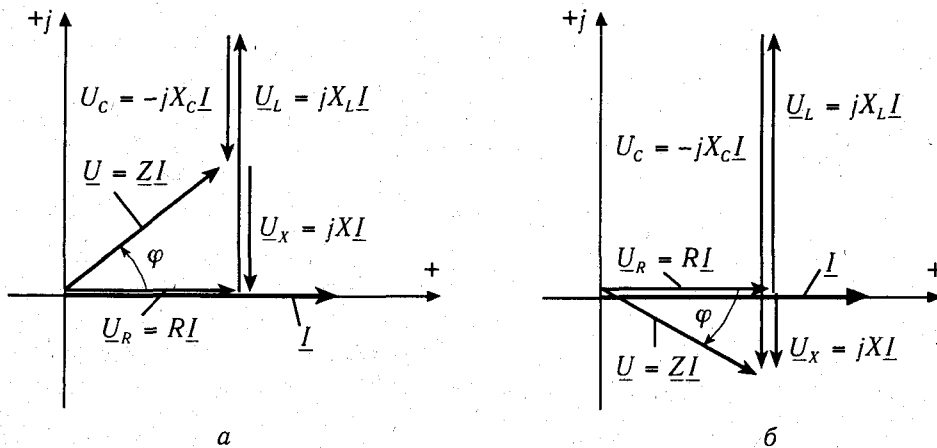


Рис. 1.32

Для  $X_L > X_C$  повний комплексний опір кола  $\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = R + jX$  має активно-індуктивний характер. Напруга  $\underline{U}$  випереджає струм  $\underline{I}$  на кут  $\varphi$

(рис. 1.32, а), який з трикутника напруг із сторонами  $\underline{U}$ ,  $\underline{U}_R$ ,  $\underline{U}_X$  визначається як

$$\varphi = \arctg \left| \frac{U_X}{U_R} \right| = \arctg \left| \frac{jX I}{R I} \right| = \arctg \frac{X}{R},$$

оскільки модуль числа  $j$  дорівнює одиниці.

Для  $X_L < X_C$  повний комплексний опір кола  $\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = R - jX$  має активно-ємнісний характер. Прикладена до кола напруга  $\underline{U}$  відстає від струму  $\underline{I}$  на кут  $-\varphi$  (рис. 1.32, б).

У випадку, коли  $X_L = X_C$  комплекси дійових значень напруг  $\underline{U}_L$  та  $\underline{U}_C$  мають однакові модулі і зсунені по фазі на кут  $180^\circ$ , тому сума цих комплексних чисел (а, отже, і напруг, які вони зображують) дорівнює нулю. Таке явище називають резонансом напруг, оскільки напруги  $\underline{U}_L$  та  $\underline{U}_C$  зрівноважують одна одну і рівняння (1.34) набуває вигляду:

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I} = R\underline{I}. \quad (1.37)$$

З (1.37) видно, що при резонансі напруг  $\underline{Z} = R$ , тобто повний опір кола стає чисто активним і має найменше можливе значення. Відповідно **струм  $I$  кола при резонансі напруг і заданій напрузі живлення  $U$  має максимальне можливе значення**.

Це явище використовують в електричних фільтрах для селекції сигналу певної частоти. Змінюючи кутову частоту напруги живлення  $\omega = 2\pi f$ , можна підібрати таке її значення  $\omega_0$  при якому  $\omega_0 L = 1/(\omega_0 C)$ , тобто  $X_L = X_C$ . Така кутова частота називається резонансною частотою даного кола з послідовним з'єднанням індуктивного та ємнісного елементів. При резонансній частоті

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (1.38)$$

коло (рис. 1.31) має найменший опір  $Z = R$  і в ньому тече найбільший струм.

Якщо опори  $X_L = X_C \gg R$ , то напруги  $U_L = U_C$  можуть мати значення набагато більше від напруги живлення  $U$  і створювати небезпеку для ізоляції індуктивних та ємнісних елементів, а також для людей, які можуть мати контакт з таким резонуючим контуром.

Замість трикутника напруг із сторонами  $\underline{U}_R$ ,  $\underline{U}_X = \underline{U}_L - \underline{U}_C$  та  $\underline{U}$  векторної діаграми (рис. 1.32) можна побудувати прямокутний трикутник напруг із сторонами, що дорівнюють їх модулям, тобто дійовим значенням напруг  $\tilde{U}_R$ ,  $\tilde{U}_X = \tilde{U}_L - \tilde{U}_C$  та  $\tilde{U}$ . Згідно з записом закону Ома для дійових значень напруг і струмів елементів  $R$ ,  $L$ ,  $C$  наведеним у розділі (1.10),  $\tilde{U}_R = R\tilde{I}$ ,  $\tilde{U}_X = X\tilde{I}$ ,  $\tilde{U} = Z\tilde{I}$ . Прямокутний трикутник напруг з такими сторонами для випадку, коли  $X_L > X_C$ ,  $\varphi > 0$  показаний на рис. 1.33, а.

Поділивши сторони цього трикутника напруг  $\tilde{U}_R = R\tilde{I}$ ,  $\tilde{U}_X = X\tilde{I}$ ,  $\tilde{U} = Z\tilde{I}$  на дійове значення струму  $\tilde{I}$ , отримуємо трикутник опорів, показаний на рис. 1.33, б.

Помноживши сторони трикутника напруг на  $\tilde{I}$ , отримуємо трикутник потужностей, зображений на рис. 1.33, б. Дійсно, оскільки  $\tilde{U}_R = \tilde{U} \cos \varphi$  (рис. 1.33, а),  $\tilde{U}_R \tilde{I} = \tilde{U} \cos \varphi \cdot \tilde{I} = \tilde{U} \tilde{I} \cos \varphi$ . Як було показано в розділі 1.10 це і є **активна потужність  $P$  в колі, яка дорівнює  $P = \tilde{U} \tilde{I} \cos \varphi = R\tilde{I}^2$  і вимірюється у ватах**. Оскільки з рис. 1.33, а  $\tilde{U}_X = \tilde{U} \sin \varphi$ , то  $\tilde{U}_X \tilde{I} = \tilde{U} \tilde{I} \sin \varphi = Q_X$  є **реактивною потужністю кола, яка вимірюється у вольт-амперах реактивних, VAR**.

Добуток же  $\tilde{U}\tilde{I}$  називають повною потужністю кола  $S = \tilde{U}\tilde{I}$ . Одиницею вимірювання повної потужності є ВА (вольт-ампер).

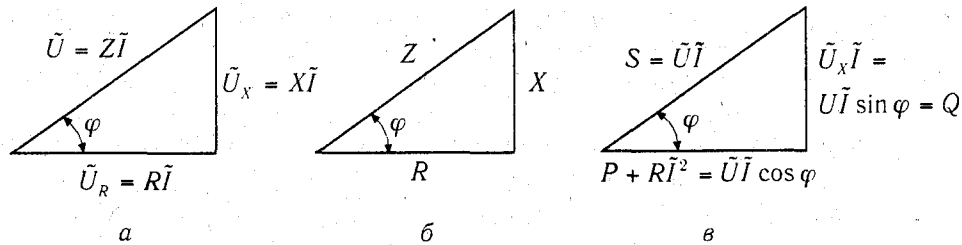


Рис. 1.33

Трикутники напруг, опорів та потужностей, показані на рис. 1.33, а, б, в, легко запам'ятати і за їх допомогою отримувати корисні при аналізі електричних кіл з послідовним з'єднанням елементів  $R, L, C$  співвідношення:

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + X^2}; \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}; \quad X = X_L - X_C; \\ \tilde{U} &= Z\tilde{I}; \quad \tilde{U}_R = R\tilde{I}; \quad \tilde{U}_X = X\tilde{I}; \quad \tilde{U} = \sqrt{\tilde{U}_R^2 + \tilde{U}_X^2}; \\ S &= \tilde{U}\tilde{I}; \quad P = \tilde{U}\tilde{I} \cos \varphi; \quad Q = \tilde{U}\tilde{I} \sin \varphi; \\ S &= \sqrt{P^2 + Q^2}. \end{aligned} \quad (1.39)$$

Співвідношення активної та повної потужностей  $P/S = \cos \varphi$  називають коефіцієнтом потужності.

**Приклад.** В колі рис. 1.31, а  $R = 60 \text{ Ом}$ ;  $L = 0,0637 \text{ Гн}$ ;  $C = 31,85 \text{ мкФ}$ ;  $f = 50 \text{ Гц}$ ; дійове значення напруги  $U = 50 \text{ В}$ . Визначити повний опір кола  $Z$ , струм у колі  $I$ , повну  $S$ , активну  $P$  та реактивну  $Q$  потужності кола.

**Розв'язок.**  $X_L = 2\pi fL = 314 \cdot 0,0637 = 20 \text{ Ом}$ .  $X_C = \frac{10^6}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \times 31,85} = 100 \text{ Ом}$ .

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100 \text{ Ом}. \quad I = \frac{U}{Z} = 0,5 \text{ А}. \quad S = UI = 50 \cdot 0,5 = 25 \text{ ВА};$$

$$P = S \cos \varphi = 25 \left( \frac{60}{100} \right) = 15 \text{ Вт}; \quad Q = S \sin \varphi = 25 \left( \frac{-80}{100} \right) = -20 \text{ ВАр}.$$

## 1.12. ЕЛЕКТРИЧНЕ КОЛО З ПАРАЛЕЛЬНИМ З'ЄДНАННЯМ ВІТОК

Проаналізуємо електричне коло з паралельним з'єднанням двох віток, показане на рис. 1.34. Одна з віток має послідовно ввімкнені елементи  $R_1, L$ , а друга — послідовно ввімкнені елементи  $R_2, C$ . Для певної кутової частоти мережі  $\omega$  реактивні опори цих віток  $X_L = \omega L$ ,  $X_C = 1/(\omega C)$ .

Для визначення всіх струмів у колі достатньо знайти за законом Ома у комплексній формі

$$I_1 = \frac{U}{Z_L} = \frac{U}{R_1 + jX_L}; \quad I_2 = \frac{U}{Z_C} = \frac{U}{R_2 - jX_C},$$

та за першим законом Кірхгофа визначити струм  $I = I_1 + I_2$ . Але для визначення еквівалентного опору або провідності кола, коефіцієнта потужності кола, умов виникнення у колі резонансу струмів (про який буде сказано нижче) зручно скористатися поняттям провідності.

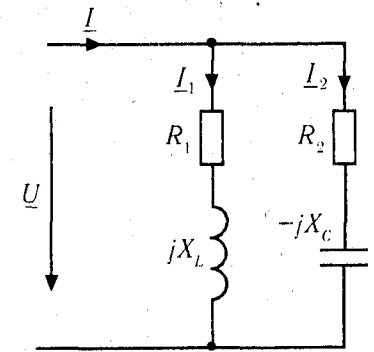


Рис. 1.34

Електрична провідність є величина, обернена опору. В колах постійного струму провідність  $g = 1/R, \text{ Ом}^{-1}$ . В колах змінного струму комплексна провідність вітки з резистивним та індуктивним елементом (рис. 1.34) дорівнює:

$$Y_L = \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{R_1 + jX_L} = \frac{R_1 - jX_L}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{R_1}{Z_L^2} - j \frac{X_L}{Z_L^2} = g_L - jb_L, \quad (1.40)$$

а вітки з резистивним та ємнісним елементом:

$$Y_C = \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{R_2 - jX_C} = \frac{R_2 + jX_C}{R_2^2 + X_C^2} = \frac{R_2}{Z_C^2} + j \frac{X_C}{Z_C^2} = g_C + jb_C. \quad (1.41)$$

Тут  $g_L = R_1 / Z_L^2$  та  $g_C = R_2 / Z_C^2$  — активні складові комплексних провідностей віток з індуктивним та ємнісним елементами;  $-jb_L = -jX_L / Z_L^2$  та  $jb_C = jX_C / Z_C^2$  — реактивні складові комплексних провідностей віток.

Відмітимо, що для вітки з послідовним з'єднанням елементів  $R, L$   $Z_L = R_1 + jX_L$ , а  $Y_L = g_L - jb_L$ . Відповідно для вітки з послідовним з'єднанням елементів  $R, C$   $Z_C = R_2 - jX_C$ , а  $Y_C = g_C + jb_C$ .

Згідно з першим законом Кірхгофа

$$I = I_1 + I_2.$$

Звідси

$$\frac{U}{Z} = \frac{U}{Z_L} + \frac{U}{Z_C} \quad \text{або} \quad \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}. \quad \text{Отже, } Y = Y_L + Y_C. \quad \text{Тут } Z \text{ та } Y \text{ — еквівалентний повний комплексний опір та еквівалентна повна комплексна провідність кола.}$$

Згідно з (1.40) та (1.41)

$$Y = g_L - jb_L + g_C + jb_C = g_L + g_C + j(b_C - b_L) = g \pm jb. \quad (1.42)$$

Отже, в колах змінного струму еквівалентна комплексна провідність віток дорівнює сумі комплексних провідностей віток. Визначивши  $Y$ , струм  $I$  за законом Ома у комплексній формі визначають за виразом:

$$I = Y \cdot U. \quad (1.43)$$



На рис. 1.35 показана векторна діаграма напруги  $\underline{U}$  та струмів  $I, I_1, I_2$  для кола, схема якого зображена на рис. 1.34. Прийнято, що початкова фаза напруги  $\psi_u = 0$ , отже вектор  $\underline{U}$  співпадає з віссю дійсних. Струм  $I_1$  відстає від напруги  $\underline{U}$  на кут  $\varphi_1 = \arctg(X_L / R_1)$ , а струм  $I_2$  випереджає напругу на кут  $\varphi_2 = \arctg(X_C / R_2)$ . Струм  $I$  на діаграмі знайдено як суму векторів  $I_1$  та  $I_2$ .

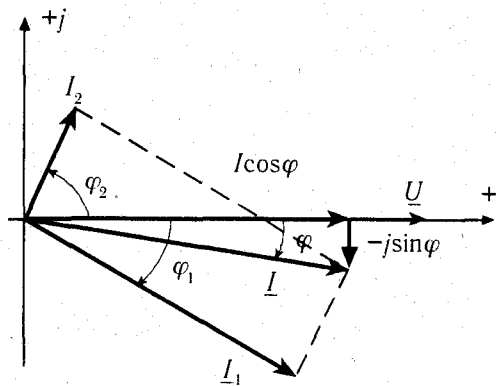


Рис. 1.35

Виділимо на векторній діаграмі прямокутний трикутник, утворений комплексним вектором струму  $I$  та його проекціями на вісь дійсних  $I \cos \varphi$  та на вісь уявних  $jI \sin \varphi$  і побудуємо такий самий трикутник із сторонами, що дорівнюють модулям цих величин на рис. 1.36, а. Сторона трикутника струму  $I \cos \varphi$  визначає активну складову струму  $\tilde{I}_a$ , а сторона  $I \sin \varphi$  — його реактивну складову  $\tilde{I}_p$ .

Якщо поділити всі сторони трикутника струмів на рис. 1.36, а на дійове значення напруги  $\tilde{U}$ , отримаємо показаний на рис. 1.36, б трикутник із сторонами  $\tilde{I} / \tilde{U} = Y, \tilde{I} \cos \varphi / \tilde{U} = g, \tilde{I} \sin \varphi / \tilde{U} = b$ ,

тобто трикутник провідностей. Щоби переконатися, що це дійсно так представимо повну комплексну еквівалентну провідність кола (рис. 1.34) у алгебраїчній, показниковій та тригонометричній формах:

$$\underline{Y} = Y e^{+j\varphi} = Y \cos \varphi + j Y \sin \varphi = g + jb. \quad (1.44)$$

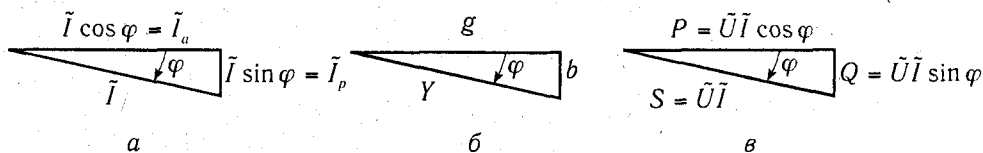


Рис. 1.36

Врахувавши, що як величина, обернена до опору  $Z$ , еквівалентна провідність  $Y$  дорівнює  $Y = \frac{\tilde{I}}{\tilde{U}} = |\underline{Y}| = \sqrt{g^2 + b^2}$ , отримаємо, що  $Y \cos \varphi = \frac{\tilde{I}}{\tilde{U}} \cos \varphi = g$ , а  $Y \sin \varphi = \frac{\tilde{I}}{\tilde{U}} \sin \varphi = b$ . Отже, сторони показаного на рис. 1.36, б трикутника, отриманого діленням кожної сторони трикутника струмів на рис. 1.36, а на величину  $\tilde{U}$ , дорівнюють провідностям  $Y, g, b$ .

Якщо ж помножити всі сторони трикутника струмів (рис. 1.36, а) на дійове значення напруги  $\tilde{U}$ , отримаємо трикутник потужностей із сторонами  $S = \tilde{U}\tilde{I}$ ,  $P = \tilde{U}\tilde{I} \cos \varphi$ ,  $Q = \tilde{U}\tilde{I} \sin \varphi$  показаний на рис. 1.36, б.

Еквівалентна провідність  $Y$  та її складові відповідають колу, яке має одну вітку з еквівалентними опорами  $Z = 1/Y, R = Z \cos \varphi, X = Z \sin \varphi$ , де  $\varphi = \arctg b/g$ . Отже, коло з паралельним з'єднанням віток можна замінити однією віткою з послідовним з'єднанням елементів. І навпаки, вітку з послідовним з'єднанням елементів можна представити паралельними вітками, не змінюючи струму у провідниках, що з'єднують двополюсник із зовнішнім колом.

З (1.42) видно, що коли  $b_c = b_L$  комплексна еквівалентна провідність  $\underline{Y}$  дорівнює лише своїй активній складовій  $g, \underline{Y} = g \pm j0 = g$ . Отже, провідність  $Y$  має мінімальне можливе значення і струм  $I$  в колі згідно з законом Ома  $I = UY$  також мінімальний. Такий режим називають **резонансом струмів** у контурі, оскільки реактивні складові струмів  $\tilde{I}_p = \tilde{I}_1 \sin \varphi, \tilde{I}_2 = \tilde{I}_2 \sin \varphi$  мають однакові дійові значення і зсунені по фазі на  $180^\circ$ , так що їх сума дорівнює нулю.

Дійсно, для схеми кола рис. 1.34  $\tilde{I}_1 \sin \varphi_1 = \tilde{U} Y_L \sin \varphi_1 = \tilde{U} b_L$ , а  $\tilde{I}_2 \sin \varphi_2 = \tilde{U} Y_C \sin \varphi_2 = \tilde{U} b_C$ . Якщо  $b_L = b_C$ , то і струми  $\tilde{I}_1 \sin \varphi_1 = \tilde{I}_2 \sin \varphi_2$ , тобто реактивні складові струмів  $\tilde{I}_{1p} = \tilde{I}_{2p}$ .

Режим резонансу струмів широко використовується у загороджувальних електричних фільтрах для послаблення струму певної частоти. Звичайно у таких фільтрах у вітті з конденсатором резистор  $R$  відсутній, тобто  $R_2 = 0$ . Для такого кола у резонансному режимі отримаємо:

$$b_L = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2}; \quad b_C = \frac{X_C}{X_C^2} = \frac{1}{X_C}$$

Оскільки  $b_L = b_C$ , то  $X_L X_C = R_1^2 + X_L^2$  або  $\omega_0^2 L^2 - \frac{\omega_0 L}{C} + R_1^2 = 0$ .

Звідси резонансна кутова частота

$$\omega_0 = \pm \sqrt{\frac{L - R_1^2 C}{L^2 C}}. \quad (1.45)$$

Якщо ж активний опір індуктивної вітки  $R_1 \approx 0$ , то вираз (1.45) для резонансної кутової частоти кола з паралельним з'єднанням віток з активно-індуктивним та емнісним опорами співпадає з виразом (1.38) для контуру з послідовним з'єднанням елементів  $R, L, C$ . Коло, складене з паралельно ввімкнених ідеальних індуктивного та емнісного елементів, є ідеальним резонансним контуром, повна провідність якого  $Y$  згідно з виразами (1.40—1.42) дорівнює нулю. Відповідно і зовнішній струм  $I$  такого контуру при наявності резонансу дорівнює нулю,  $\tilde{I} = Y\tilde{U} = 0$ .

**Числовий приклад.** У колі з схемою рис. 1.34  $R_1 = 60 \text{ Ом}; R_2 = 50 \text{ Ом}; L = 0,255 \text{ Гн}; C = 15,9 \text{ мкФ} (15,910 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}); U = 50 \text{ В}; f = 50 \text{ Гц}$ . Знайти струм  $I$ . Прийняти  $R_2 = 0$  і визначити резонансну частоту  $f_p$ ; струм  $I$  для  $U = 50 \text{ В}, f = f_p$ .

**Розв'язок.** Для  $f = 50 \text{ Гц} X_L = 2\pi f L = 80,1 \text{ Ом}; X_C = 1/(2\pi f C) = 200 \text{ Ом}$ .

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + jX_L} = \frac{50}{60 + j80,1} = 0,5 e^{-j53,13^\circ} = 0,3 - j0,4$$

$$\tilde{I}_2 = \frac{R_2}{R_2 - jX_C} = \frac{50}{50 - j200} = 0,2425e^{j75,96} = 0,0588 + j0,235.$$

$$\tilde{I} = \tilde{I}_1 + \tilde{I}_2 = 0,3588 - j0,165 = 0,35e^{-j24,7^\circ}. \quad I = |\tilde{I}| = 0,35.$$

Резонансна кутова частота згідно з (1.44)  $\omega_0 = \sqrt{\frac{L - R_1^2 C}{L^2 C}} = 437 \text{ с}^{-1}$ . Резонансна частота  $f_p = \omega_0 / 2\pi = 69,6 \text{ Гц}$ . При такій частоті  $X_L = 2\pi f_p L = 111,4 \text{ Ом}$ ,  $X_C = 1 / (2\pi f_p C) = 143,8 \text{ Ом}$ .

$$\text{При резонансі } \tilde{I} = \tilde{U}Y = \tilde{U}(g_1 + g_2). \quad g_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{60}{60^2 + 111,4^2} = 0,00375 \text{ Ом}^{-1}.$$

$$g_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} = 0 \text{ Ом}^{-1}. \quad \tilde{I} = \tilde{U} \cdot g_1 = 50 \cdot 0,00375 = 0,187 \text{ А}.$$

### 1.13. АНАЛІЗ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ЗМІННОГО СТРУМУ КОМПЛЕКСНИМ МЕТОДОМ

В розділах 1.9—1.12 було показано, що представлення синусоїдних ЕРС напруг та струмів комплексними числами дає можливість записувати закони Ома для резистивних (1.23), індуктивних (1.26) та ємнісних (1.31) елементів, а також перший та другий (1.33) закони Кірхгофа у вигляді алгебраїчних рівнянь. В розділах 1.6—1.8 було показано, що за допомогою алгебраїчних рівнянь, складених за тими ж законами Ома та Кірхгофа, виконують аналіз кіл постійного струму. Вся різниця між цими рівняннями полягає лише в тому, що для електричних кіл постійного струму в них використовують дійсні числа, що представляють собою ЕРС  $E$ , напруги  $U$ , струми  $I$  і резистивні опори  $R$ , а для кіл змінного струму в рівняннях з'являються комплексні значення ЕРС, напруг, струмів та повних комплексних опорів —  $\underline{E}$ ,  $\underline{U}$ ,  $\underline{I}$ ,  $\underline{Z} = R \pm jX$ . **Тому всі методи аналізу електричних кіл постійного струму, розглянуті у розділах 1.6—1.8, придатні для аналізу електричних кіл змінного струму.** Достатньо лише замість дійсних значень параметрів  $E$ ,  $U$ ,  $I$ ,  $R$  елементів електричних кіл постійного струму використовувати комплексні значення,  $\underline{E}$ ,  $\underline{U}$ ,  $\underline{I}$ ,  $\underline{Z}$  в колах змінного струму.

Для прикладу розглянемо аналіз методом еквівалентних перетворень кола змінного струму, схему якого зображено на рис. 1.37, а. Заданими вважаємо напругу живлення  $\underline{U}$ , та опори резистивних, індуктивних та ємнісних елементів або їх параметри  $R$ ,  $L$ ,  $C$  та частоту напруги живлення  $f$ . Замість опорів  $R_1$ ,  $jX_{L1}$ ,  $R_2$ ,  $jX_{L2}$ ,  $R_3$ ,  $-jX_{C3}$  трьох віток кола введемо у розгляд комплексні опори віток  $\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_3$ , що дає можливість зобразити схему кола у вигляді, представленою на рис. 1.37, б, подібному до зображення аналогічного кола постійного струму із мішаним з'єднанням елементів на рис. 1.15.

Приймаємо додатні напрями комплексного значення напруги  $\underline{U}$  та струмів у вітках кола  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$ ,  $\underline{I}_3$  так, як це можна було б зробити для їх миттєвих значень  $u$ ,  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ . Додатні напрями напруг у вітках  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{U}_{ab}$  співпадають з прийнятими додатними напрямиами струмів.

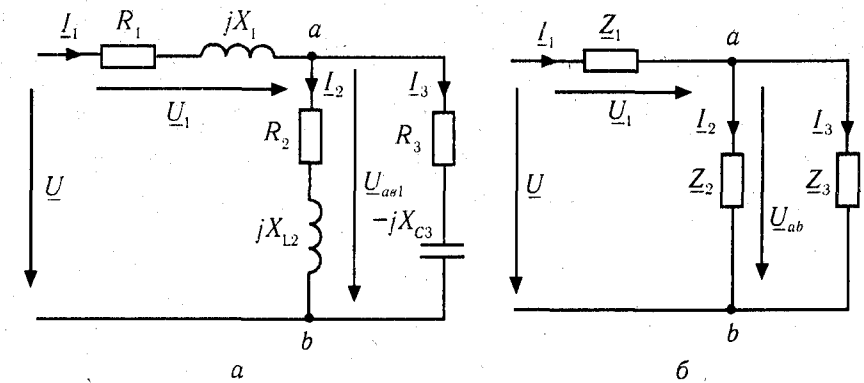


Рис. 1.37

Використовуючи закони Ома та Кірхгофа у комплексній формі запису з врахуванням обраних додатних напрямків струмів та напруг, складаємо рівняння, необхідні для аналізу кола.

Замінюємо паралельно з'єднані опори  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_3$  еквівалентним опором  $\underline{Z}_{23}$  аналогічно тому, як це робилося для опорів  $R_2$  та  $R_3$  кола постійного струму, показаного на рис. 1.15. Згідно з першим законом Кірхгофа

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3.$$

Використовуючи закон Ома для кожного з струмів у останньому рівнянні, маємо:

$$\frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{23}} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_3}, \quad \text{або} \quad \frac{1}{\underline{Z}_{23}} = \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}.$$

Звідси еквівалентний опір двох паралельно з'єднаних віток у комплексній формі запису

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}.$$

Еквівалентний опір цілого кола на рис. 1.37, б дорівнює

$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23}.$$

Комплекс дійового значення струму

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_e} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}}.$$

Маючи струм  $\underline{I}_1$  можна розрахувати напругу на розгалуженні кола у вузлах  $ab$   $\underline{U}_{ab}$ , а по цій напрузі визначити струми  $\underline{I}_2 = \underline{U}_{ab} / \underline{Z}_2$  та  $\underline{I}_3 = \underline{U}_{ab} / \underline{Z}_3$ . Комплекс дійового значення напруги  $\underline{U}_{ab}$  можна визначити також з складеного за другим законом Кірхгофа рівняння:  $\underline{U}_{ab} = \underline{U} - \underline{U}_1$ .

Всі ці дії аналогічні описаним у розділі 1.7 діям, що виконувалися для аналізу кола постійного струму з мішаним з'єднанням елементів, схема якого показана на рис. 1.15.

Повна потужність показаного на рис. 1.37 пасивного двополюсника у комплексній формі запису дорівнює:

$$\underline{S} = \tilde{U} \tilde{I}_1 \cos \varphi + j \tilde{U} \tilde{I}_1 \sin \varphi = P + jQ = \underline{U} \underline{I}_1^* \quad (1.46)$$

Тут  $\varphi = \arctg X_e / R_e$ ;  $\underline{I}_1^*$  — спряжений комплекс струму. Врахувавши, що  $\underline{U} = U e^{j\psi_u}$ ,  $\underline{I} = I e^{j\psi_i}$ , а  $\underline{I}_1^* = I e^{-j\psi_i}$ , отримаємо, що добуток

$$\underline{U} \cdot \underline{I}_1^* = UI_1 e^{j(\psi_u - \psi_i)} = \tilde{U} \tilde{I}_1 e^{j\varphi} = \tilde{U} \tilde{I}_1 \cos \varphi + j \tilde{U} \tilde{I}_1 \sin \varphi$$

дійсно дорівнює повній потужності кола у комплексній формі запису. У наведеному виразі  $U$  та  $I_1$  — модулі комплексних дійових значень напруги  $\underline{U}$  та струму  $\underline{I}_1$  дорівнюють відповідним дійовим значенням напруги  $\tilde{U}$  та струму  $\tilde{I}_1$ .

Комплексна потужність кола на рис. 1.37 дорівнює сумі комплексних потужностей віток:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* + \underline{U}_{ab} \underline{I}_2^* + \underline{U}_{ab} \underline{I}_3^* = P_1 + P_2 + P_3 + j(Q_{L1} + Q_{L2} - Q_{C3}) = \\ &= R_1 \tilde{I}_1^2 + R_2 \tilde{I}_2^2 + R_3 \tilde{I}_3^2 + j(X_{L1} \tilde{I}_1^2 + X_{L2} \tilde{I}_2^2 - X_{C3} \tilde{I}_3^2). \end{aligned} \quad (1.47)$$

Баланс потужностей у колі перевіряється порівнянням потужностей, порахованих за рівняннями (1.46) та (1.47).

#### 1.14. КОЕФІЦІЄНТ ПОТУЖНОСТІ У КОЛАХ ЗМІННОГО СТРУМУ

Коефіцієнтом потужності у колі змінного струму називають співвідношення його активної та повної потужностей  $P/S = \cos \varphi$ . Чим більше фазовий кут зсуву  $\varphi$  між напругою та струмом, тим менший коефіцієнт потужності.

У багатьох електротехнічних пристроях змінного струму для їх роботи необхідно створювати магнітні поля. Найбільш розповсюдженими пристроями такого типу є асинхронні двигуни, принцип роботи яких ґрунтується на створенні в них обертового магнітного поля. Магнітні поля створюють всі електромагнітні пристрої: електромагніти, реле, контактори, трансформатори та інші. Таким чином, велика кількість споживачів електричної енергії мають опір активно-індуктивного характеру. Чим більша реактивна складова струму споживача, тим більша реактивна потужність у колі і тим нижчий є коефіцієнт потужності.

На рис. 1.38, а показана схема електричного кола змінного струму і на рис. 1.38, б — відповідна цьому колу векторна діаграма струмів і напруги. Споживач на схемі кола представлений послідовно з'єднаними ідеальними елементами з параметрами  $R$  та  $L$ .

За відсутності конденсатора  $C$  струм  $\underline{I}$  в лінії, що сполучає джерело живлення з споживачем, дорівнює струму в навантаженні,  $\underline{I} = \underline{I}_{НВ}$ , і є значно більшим від активної складової струму споживача  $\underline{I}_a$ , потрібної для створення певної активної потужності у споживачі. Якби коефіцієнт потужності споживача був рівний одиниці, то достатньо було би мати струм в лінії  $\underline{I}$  рівний  $\underline{I}_a$ , що дало б можливість уникнути

зайвих втрат у генераторі на електростанції, у трансформаторах та проводах лінії передачі електричної енергії. Щоби не завантажувати генератори та лінії передач реактивним струмом, його доцільно компенсувати на місці споживання. Для цього достатньо ввімкнути паралельно споживачу батарею конденсаторів  $C$ . Ємнісний струм конденсаторів випереджує напругу мережі на  $90^\circ$  і знаходиться у протифазі до реактивної складової струму споживача  $\underline{I}_{НВР}$ . Завдяки цьому частина реактивного струму споживача  $\underline{I}_{НВР}$  компенсується струмом  $\underline{I}_C$  і лінія передачі завантажується значно меншим струмом  $\underline{I}_P$  (рис. 1.38, б). Завдяки цьому коефіцієнт потужності кола значно збільшується і  $\cos \varphi > \cos \varphi_{НВ}$ .

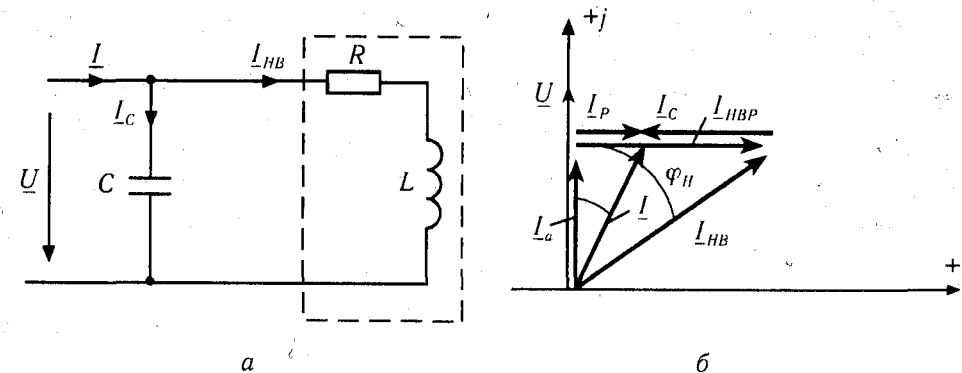


Рис. 1.38

Звичайно з економічних міркувань ємність батареї конденсаторів  $C$  обирають так, щоби досягнути  $\cos \varphi = 0,95$  оскільки при  $\cos \varphi = 0,95$  струм  $\tilde{I} = \sqrt{\tilde{I}_a^2 + \tilde{I}_p^2} \approx \tilde{I}_a$ . Підвищення  $\cos \varphi$  за рахунок застосування батареї конденсаторів є штучним і вимагає певних витрат коштів. Існують і природні засоби підвищення  $\cos \varphi$ , до яких можна віднести збільшення навантаженості асинхронних двигунів та використання синхронних двигунів, які майже не споживають індуктивного реактивного струму і навіть здатні створювати ємнісний реактивний струм, тобто виконувати функцію конденсаторів.

#### 1.15. НЕЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Нелінійними називають елементи електричних кіл, параметри яких  $R$ ,  $L$ ,  $C$  залежать від режиму роботи кола. Електричні кола, в складі яких є нелінійні елементи, називають нелінійними.

На рис. 1.39 показані вольт-амперні характеристики деяких нелінійних елементів і, для порівняння, вольт-амперна характеристика лінійного резистора (пряма  $I$ ).

Крива 2 зображує вольт-амперну характеристику (ВАХ) лампи розжарювання з металевою ниткою. Чим більший струм протікає через нитку, тим вища її температура, тим більшим стає її опір.

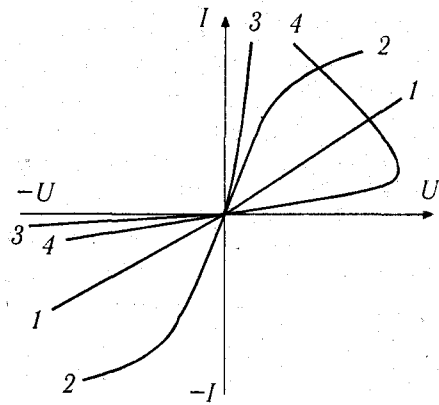


Рис. 1.39

Крива 3 зображує ВАХ напівпровідникового випрямного діода. Такі діоди широко використовують для перетворення змінного струму в постійний.

Крива 4 зображує ВАХ електричної дуги з різномірними електродами. Подібну характеристику мають деякі терморезистори (резистори, опір яких є функцією температури).

Всі керовані напівпровідникові прилади (транзистори, тиристри), а також електронні лампи також мають нелінійні ВАХ. Нелінійні елементи знайшли широке використання у пристроях для перетворення змінних струмів у постійні, в електронних стабілізаторах напруги й струму, підсилювачах, генераторах сигналів різної форми.

Лінійний резистор характеризується одним параметром —  $R$ . Нелінійний резистор характеризують двома параметрами — статичним опором  $R_{ст}$  та диференціальним опором  $R_{диф}$ .

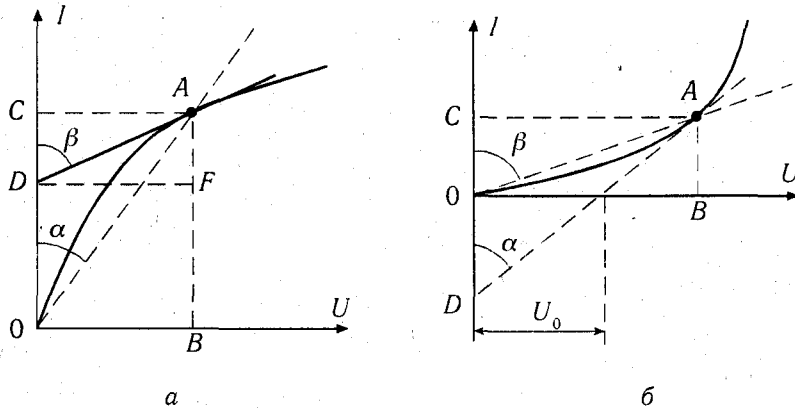


Рис. 1.40

На рис. 1.40 показана опукла (1.40, а) та угнута (1.40, б) ВАХ нелінійних елементів. Для точки А цих характеристик статичний опір можна визначити як

$$R_{cm} = \frac{U}{I} = \frac{m_u \cdot AC}{m_i \cdot OC} = m_R \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Тут  $m_u$ , В/см та  $m_i$ , А/см — масштабні коефіцієнти. Отже, статичний опір нелінійного елемента для заданого режиму роботи, наприклад у точці А ВАХ, визначається за законом Ома по напрузі і струму в елементі в цьому режимі:

$$R_{cm} = \frac{U}{I}. \quad (1.48)$$

Диференціальний опір  $R_{диф}$  для заданої точки ВАХ визначають як відношення прирощень напруги та струму в цій точці. Наприклад для точки А

$$R_{диф} = \frac{dU}{dI} = \frac{m_u \cdot CA}{m_i \cdot CD} = m_R \cdot \operatorname{tg} \beta. \quad (1.49)$$

Для нелінійного елемента з опуклою ВАХ (рис. 1.40, а)  $R_{диф} > R_{ст}$ ,  $\operatorname{tg} \beta > \operatorname{tg} \alpha$ , а для елемента з угнутою ВАХ (рис. 1.40, б)  $R_{диф} < R_{ст}$ ,  $\operatorname{tg} \beta < \operatorname{tg} \alpha$ . Чим більша різниця між  $R_{диф}$  та  $R_{ст}$ , — тим більша нелінійність ВАХ елемента. Для початкової частини обох ВАХ на рис. 1.40 а, б (у точці "а")  $R_{диф} \approx R_{ст}$ .

На відміну від статичного опору диференціальний опір може мати від'ємне значення. Наприклад, для верхньої частини ВАХ електричної дуги, зображеної на рис. 1.39 кривою електричної дуги, зображеної на рис. 1.39 кривою 4, диференціальний опір

$$R_{диф} = \frac{dU}{dI} < 0, \text{ оскільки прирощенню напруги відповідає зменшення струму.}$$

## 1.16. МЕТОДИ АНАЛІЗУ НЕЛІНІЙНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Розглянемо два основних методи аналізу нелінійних електричних кіл — графічний та аналітичний.

**Графічний метод.** При застосуванні графічного методу для визначення струмів у колі з нелійними елементами необхідно побудувати ВАХ всіх елементів кола лінійних і нелінійних. Наприклад у колі з послідовним з'єднанням нелінійного резистора  $R_1$  та лінійного резистора  $R_2$  (рис. 1.41, а) слід побудувати їх ВАХ  $I(U_1)$  та  $I(U_2)$  і по них — сумарну ВАХ цілого кола  $I(U)$ . Оскільки для кожного значення струму в колі  $U = U_1 + U_2$ , то для побудови ВАХ  $I(U)$  слід задатися декількома значеннями  $I$  і для кожного значення струму скласти відповідні абсциси характеристик  $I(U_1)$  та  $I(U_2)$ . Маючи всі три ВАХ (рис. 1.41, б) можна для будь-якого заданого значення напруги  $U_3$  знайти струм у колі  $I_3$  та напруги  $U_1$  та  $U_2$  на резисторах  $R_1$  та  $R_2$ .

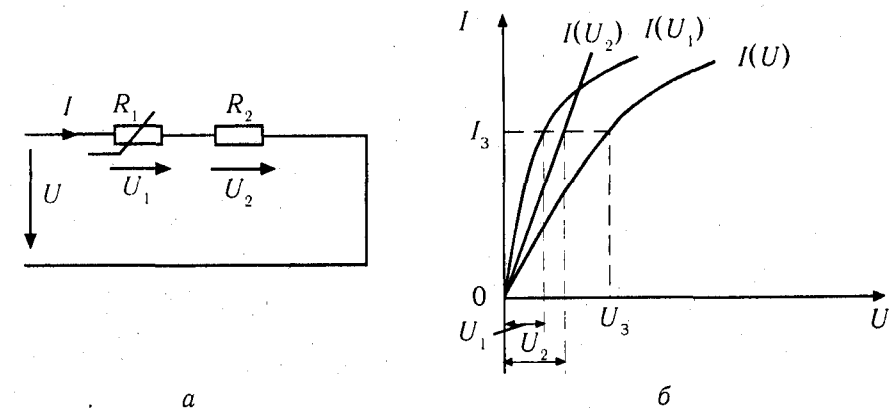


Рис. 1.41

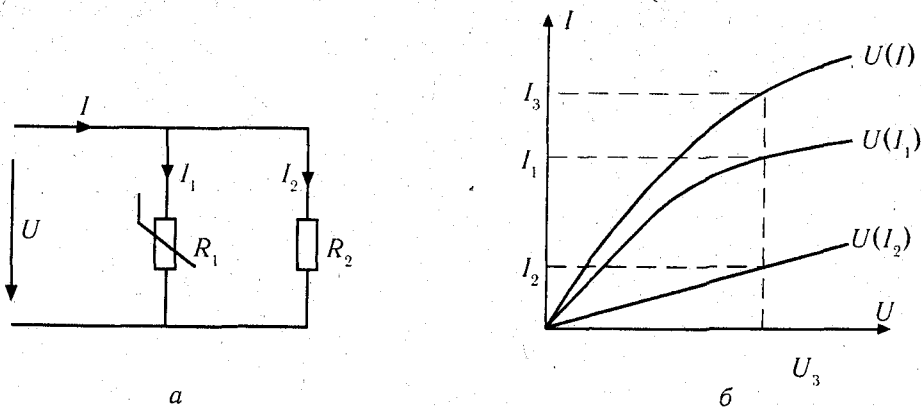


Рис. 1.42

В разі паралельного з'єднання нелінійного  $R_1$  та лінійного  $R_2$  елементів (рис. 1.42, а), слід скласти ординати ВАХ  $U(I_1)$  та  $U(I_2)$ , щоб отримати ВАХ цілого кола  $U(I)$ , оскільки для кожного значення прикладеної напруги  $U$ , струм  $I$  у колі  $I = I_1 + I_2$ . Маючи всі три ВАХ, для будь-якого значення  $U_3$  можна, як це показано на рис. 1.42, б, отримати струми у вітках  $I_1$ ,  $I_2$  та сумарний струм  $I_3$ .

При мішаному з'єднанні лінійних та нелінійних елементів слід спочатку виконати вище описані дії по заміні всіх паралельно та послідовно з'єднаних елементів одним і отримати коло з одним еквівалентним елементом, як це показано, наприклад, для кола із схемою рис. 1.43, а. У цьому колі необхідно спочатку замінити два паралельно з'єднаних резистори — нелінійний  $R_2$  та лінійний  $R_3$  одним еквівалентним нелінійним резистором  $R_{2,3}$  і отримати коло із схемою рис. 1.43, б, а потім замінити два послідовно з'єднаних нелінійні резистори  $R_1$  та  $R_{2,3}$  одним еквівалентним  $R_E$ . Для виконання першого перетворення слід скласти ординати ВАХ паралельно з'єднаних віток  $U_2(I_2)$  та  $U_3(I_3)$  для декількох довільно обраних значень напруги  $U_2$  і отримати сумарну ВАХ розгалуження  $U_2(I_2 + I_3)$ , тобто  $U_2(I_1)$ , а потім скласти абсциси характеристик  $U_1(I_1)$  та  $U_2(I_1)$ , щоб отримати ВАХ цілого кола  $U(I_1)$ .

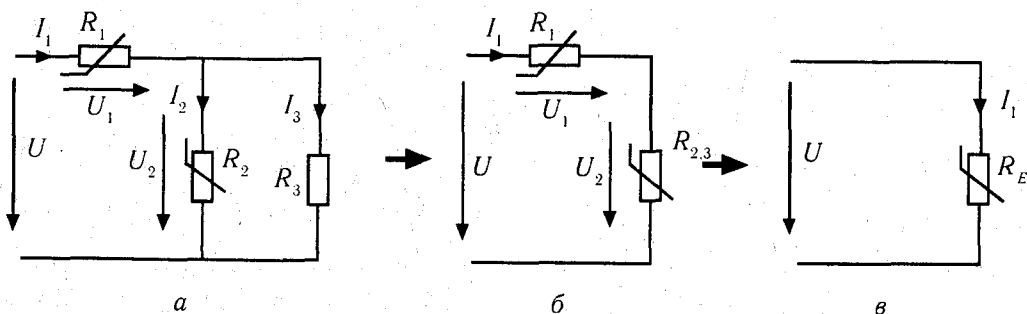


Рис. 1.43

Такі графічні методи розрахунку прості й наочні, але занадто трудомісткі.

**Аналітичний метод.** З аналітичних методів розрахунку нелінійних електричних кіл найбільш часто використовують метод кусково-лінійної апроксимації ВАХ нелінійних елементів. ВАХ кожного нелінійного елемента розбивають на декілька ділянок, кожен з яких наближено представляють (апроксимують) прямою лінією і всю ВАХ представляють у вигляді ламаної лінії. В межах кожної лінеаризованої ділянки залежність між струмом і напругою задають лінійним алгебраїчним рівнянням (із сталими коефіцієнтами) і розглядають нелінійний елемент як лінійний.

Наприклад, ділянку між точками "а" та "b" опуклої нелінійної ВАХ замінюємо прямою лінією  $ab$  (рис. 1.44). В межах відрізка  $ab$  напругу на нелінійному елементі  $U_{не}$  можна представити як

$$U_{не} = -U_0 + \Delta U. \quad (1.50)$$

Тут  $U_0 = m_u \cdot OD$  (рис. 1.44) — стала для обраного відрізка  $ab$  величина, яку визначає відстань між початком системи координат  $O$  та точкою перетину  $D$  продовження прямої  $ab$  з віссю абсцис. Величину  $\Delta U$  з врахуванням (1.49) можна визначити як  $\Delta U = R_{диф} I$ , оскільки  $\frac{\Delta U}{I} = \frac{m_u \cdot CA}{m_i \cdot CD} = m_R \cdot \text{tg} \beta = R_{диф}$ . Отже, для опуклої ВАХ, тобто для випадків, коли  $R_{см} < R_{диф}$ , напруга на нелінійному елементі в межах відрізка  $ab$  описується лінійним рівнянням

$$U_{не} = -U_0 + R_{диф} I. \quad (1.51)$$

Неважко переконатися, що коли ВАХ нелінійного елемента має угнутий характер (рис. 1.40, б), тобто  $R_{см} > R_{диф}$ , напруга на нелінійному елементі описується рівнянням

$$U_{не} = U_0 + R_{диф} I.$$

Представивши аналогічними лінійними рівняннями всі нелінійні елементи кола, отримаємо можливість застосовувати для розрахунку нелінійних кіл постійного струму всі методи розрахунку лінійних кіл. В разі виходу струму та напруги на якомусь з нелінійних елементів за межі заданої ділянки кусково-лінійної апроксимації ВАХ, слід задати для цього елемента нові значення  $U_0$  та  $R_{диф}$ , що відповідають новій ділянці ВАХ. Значення  $U_0$  та  $R_{диф}$  для всіх ділянок ВАХ, представленої ламаною лінією, мають бути заздалегідь задані у певному масиві даних.

Методи кусково-лінійної апроксимації ВАХ нелінійних елементів з використанням поняття диференційних опорів застосовують і для аналізу нелінійних кіл змінного струму. Але в колах змінного струму нелінійні властивості притаманні ще й широко розповсюдженим у практичному використанні індуктивним елементам з феромагнітним осердям, для яких використовують поняття диференційної індуктивності  $L_{диф} = \frac{d\psi}{di}$ .

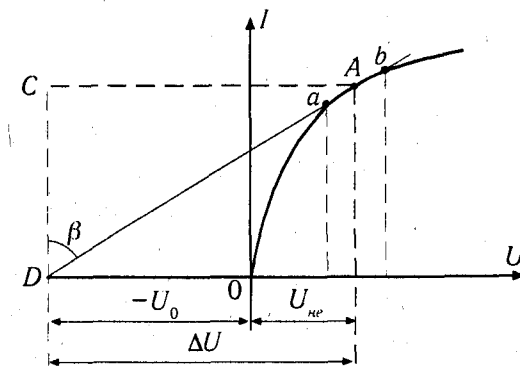


Рис. 1.44

## 1.17. РЕЗЮМЕ

1. Знайомство з електротехнікою як наукою про практичне застосування електричних та магнітних явищ природи та законів, що їх описують, стало нагальною потребою для будь-якого технічного спеціаліста в зв'язку з широким використанням електричної енергії у найрізноманітніших напрямках.

2. Назва посібника має три складових, що відображають три основні напрямки електротехнічної галузі на сучасному етапі.

3. *Електричні кола* — це сукупність пристроїв, призначених для генерації, передачі та перетворення електричної енергії в інші види енергії.

4. Режим роботи будь-якого електричного кола можна визначити через поняття напруги або електрорушійної сили, струму та потужності. Електричний струм  $I$  визначає кількість електричних зарядів  $q$ , що проходить за одну секунду через довільний перетин кола,  $I = q/t$ . Одиниця виміру струму — ампер,  $1 \text{ A} = \text{ Кл}/\text{с}$ . Електричною напругою  $U$  на приймачі у колі постійного струму називаємо кількість тепла  $Q_R$ , що виділяється при проходженні по ньому заряду в один Кулон,  $U = Q_R/q$ . Одиниця виміру напруги — вольт,  $1 \text{ В} = \text{ Дж}/\text{ Кл}$ . Потужність приймача  $P$  дорівнює кількості тепла, що виділяється ним за одиницю часу (тобто величині електричної енергії, перетвореної в теплову за одиницю часу)  $P_R = Q_R/t = U_R \cdot q/t = U_R I$  [В · А]. Одиницею потужності у колі постійного струму та активної потужності у колі змінного струму є  $\text{Вт}$ .

5. У колах змінного струму величину напруг та струмів оцінюють по їх амплітудним, дійовим та середнім значенням. Для синусоїдних напруг та струмів співвідношення середніх та дійових значень з амплітудним значенням визначається за виразами:

$$\bar{U} = \frac{2U_m}{\pi}; \quad \bar{I} = \frac{2I_m}{\pi}; \quad \tilde{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad \tilde{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

6. Властивості пасивних елементів характеризують параметри  $R$  (омічний опір),  $L$  (індуктивність),  $C$  (ємність). Параметр  $R$  характеризує здатність елемента електричного кола перетворювати електричну енергію в теплову. Параметр  $L$  характеризує здатність елемента електричного кола створювати магнітне поле при протіканні по ньому електричного струму. Параметр  $C$  характеризує здатність елемента електричного кола створювати електричне поле і накопичувати заряди.

7. Ідеальним джерелом ЕРС (напруги) є джерело ЕРС без внутрішнього опору ( $R_B = 0$ ) з одним параметром —  $E$ . Напруга  $U$  на виводах такого ідеального джерела дорівнює ЕРС  $E$  і не залежить від струму навантаження  $I$ . Джерело живлення з нескінченно великим внутрішнім опором називають ідеальним джерелом струму з одним параметром  $J = I_K$ , де  $I_K$  — струм короткого замикання. Струм такого джерела не залежить від опору навантаження.

8. Ідеальними називають елементи електричних кіл, що посідають лише один параметр  $R$ ,  $L$ ,  $C$ ,  $E$ , або  $J = I_K$ . Реальні елементи електричних кіл можна ідеалізувати і представити їх з деяким наближенням лише одним параметром. Якщо не можна знехтувати жодним параметром реального елемента, на заступних схемах електричних кіл його заміщують набором послідовно або паралельно з'єднаних ідеальних елементів, які в сумі мають властивості реального елемента.

9. Спад напруги на ідеальному елементі з параметром  $L$  виникає тільки при протіканні по ньому змінного струму  $u_L = L di/dt$ . Струм через ідеальний елемент з параметром  $C$  протікає тільки при прикладанні до нього змінної напруги  $i_C = C du_C/dt$ .

10. Якщо опір навантаження у колі постійного струму дорівнює еквівалентному опору джерела та лінії передачі, — потужність у навантаженні має максимальне значення, а ККД передачі електроенергії дорівнює 50%.

11. Аналіз електричного кола постійного струму методом еквівалентних перетворень полягає в заміні ділянок кола, які складаються з декількох резистивних елементів, одним еквівалентним резистивним елементом у такий спосіб, що струми та напруги інших ділянок кола, не зачеплених перетворенням, лишаються незмінними. Це зменшує кількість елементів кола, і спрощує виконання його аналізу. Еквівалентний опір послідовно з'єднаних резисторів дорівнює сумі опорів цих резисторів. Еквівалентна провідність паралельно з'єднаних віток дорівнює сумі їх провідностей.

12. При аналізі електричних кіл з декількома джерелами живлення звичайно використовують методи: накладання, безпосереднього застосування законів Кірхгофа, контурних струмів, напруги між двома вузлами та еквівалентного генератора.

13. Для використання законів Кірхгофа при аналізі кіл синусоїдного змінного струму необхідно виконувати операції додавання (віднімання) струмів і напруг з врахуванням їх взаємних фазових зсувів. Тому напруги і струми у таких колах зображують звичайно у вигляді векторів, модулі яких дорівнюють амплітудним або дійовим значенням відповідних напруг та струмів, а поворот на певний кут  $\psi$  проти годинникової стрілки або на кут  $-\psi$  за годинниковою стрілкою відносно вісі абсцис враховує їх початкову фазу.

14. Розташування зображувальних векторів синусоїдних струмів та напруг на комплексній площині дає можливість представляти зображувальні вектори у вигляді комплексних чисел, представлених в алгебраїчній, тригонометричній або показниковій формі:

$$\underline{U} = U' \pm jU'' = U \cos \omega t \pm jU \sin \omega t = U e^{*j\omega t}; \quad \underline{I} = I' \pm jI'' = I \cos \omega t \pm jI \sin \omega t = I e^{*j\omega t}.$$

Модулі векторів  $U$  та  $I$  дорівнюють амплітудним або дійовим значенням напруг та струмів відповідно.

15. Співвідношення між напругою та струмом у колах синусоїдного змінного струму для їх миттєвих, дійових та комплексних значень мають вигляд:

$$\text{для резистивного елемента} \quad u_R = R \cdot i; \quad \tilde{U}_R = R \cdot \tilde{I}; \quad \underline{U}_R = R \cdot \underline{I};$$

$$\text{для індуктивного елемента} \quad u_L = L \cdot di/dt; \quad \tilde{U}_L = X_L \cdot \tilde{I}; \quad \underline{U}_L = jX_L \cdot \underline{I};$$

$$\text{для ємнісного елемента} \quad u_C = \frac{1}{C} \int i dt; \quad \tilde{U}_C = X_C \cdot \tilde{I}; \quad \underline{U}_C = -jX_C \cdot \underline{I}.$$

16. Середнє значення потужності в резистивному елементі  $P = \tilde{U}_R \cdot \tilde{I}$  називають його активною потужністю. Вона визначає інтенсивність перетворення елементом електричної енергії у теплову.

17. Середнє значення потужності в індуктивному та ємнісному елементах дорівнює нулю. Індуктивний елемент споживає енергію з мережі і накопичує її у створюваному ним магнітному полі, коли струм у ньому зростає і віддає енергію до мережі при зменшенні струму. Ємнісний елемент споживає енергію з мережі, коли напруга на ньому зростає і накопичує її у створюваному електричному полі, і віддає енергію до мережі при зменшенні



напруги. Енергетичний стан індуктивного елемента визначають його реактивною потужністю  $Q_L$ , яка дорівнює амплітуді коливань миттєвої потужності в елементі,  $Q_L = \tilde{U}_L \tilde{I}$ . Аналогічно для ємнісного елемента реактивна потужність  $Q_C = -\tilde{U}_C \tilde{I}$ .

18. Закон Ома для дійових та комплексних значень напруг і струмів кола змінного струму з послідовним з'єднанням елементів  $R, L, C$ :

$$\tilde{U} = Z \cdot \tilde{I}, \text{ де } Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2};$$

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}, \text{ де } \underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = R + jX.$$

Тут  $Z$  — повний опір кола з послідовним з'єднанням елементів, а  $\underline{Z}$  — його комплексне значення. Повна, активна та реактивна потужності такого кола дорівнюють:

$$S = \tilde{U} \tilde{I} (BA); P = \tilde{U} \tilde{I} \cos \varphi (Bm); Q = \tilde{U} \tilde{I} \sin \varphi (BAp).$$

Якщо  $X_L = X_C$ , у колі з послідовним з'єднанням елементів спостерігається режим резонансу напруг. Струм кола у такому режимі максимальний, оскільки опір приймає мінімальне значення.

19. Закон Ома для дійових та комплексних значень напруг і струмів кола змінного струму з паралельним з'єднанням двох віток, одна з яких має активно-індуктивний, а друга — активно-ємнісний опір:

$$\tilde{U} = Y \cdot \tilde{I}, \text{ де } Y = \sqrt{(g_L + g_C)^2 + (b_C - b_L)^2};$$

$$\underline{U} = \underline{Y} \cdot \underline{I}, \text{ де } \underline{Y} = g_L + g_C + j(b_C - b_L) = g \pm jb.$$

Тут  $Y$  — повна еквівалентна провідність двох паралельних віток, а  $\underline{Y}$  — її комплексне значення;  $g_L$  та  $g_C$  — активні складові, а  $b_L$  та  $b_C$  — реактивні складові провідностей віток. Активна складова провідності будь-якої вітки, що має у своєму складі опори  $R$  та  $X$  дорівнює  $g = R/Z^2$ , а реактивна складова —  $b = X/Z^2$ . Якщо  $b_L = b_C$ , у колі з паралельним з'єднанням двох віток з активно-індуктивним та активно-ємнісним опором спостерігається режим резонансу струмів. Струм  $\tilde{I}$  у колі набуває мінімального значення, оскільки еквівалентна провідність кола стає мінімальною.

20. Всі методи аналізу кіл постійного струму придатні для аналізу кіл змінного синусоїдного струму, якщо замість дійсних значень параметрів  $E, U, I, R$  елементів електричних кіл постійного струму використовувати комплексні значення,  $\underline{E}, \underline{U}, \underline{I}, \underline{Z}$  в колах змінного струму.

21. Коефіцієнтом потужності у колі змінного струму називають співвідношення його активної та повної потужностей  $P/S = \cos \varphi$ . Якщо реактивна потужність відсутня, то  $\cos \varphi = 1$  і реактивна складова струму дорівнює нулю. Реактивна потужність в електричних мережах зумовлена наявністю споживачів, які створюють магнітні поля, отже вона має індуктивний характер. Для зменшення реактивної складової струму в лінії електропередачі біля споживачів індуктивної реактивної потужності встановлюють пристрої, які створюють ємнісну реактивну потужність, так що сумарна реактивна потужність забезпечує  $\cos \varphi \geq 0,95$ .

22. Елементи електричних кіл, параметри яких  $R, L, C$  залежать від струму та прикладеної до них напруги, називають нелінійними. Для розрахунку кіл постійного струму з нелінійними елементами використовують графоаналітичний метод розрахунку або аналітичний. В останньому випадку вольт-амперну характеристику нелінійного елемента замінюють відрізками прямих і розглядають у межах кожного такого відрізка елемент як лінійний з диференціальним опором  $R_{\text{диф}} = \Delta U / \Delta I$ .

## ТРИФАЗНІ КОЛА

### 2.1. ПРИЧИНИ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ТРИФАЗНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИСТЕМ

Об'єднання в одне коло подібних за структурою електричних кіл синусоїдного струму з незалежними джерелами енергії **однакової частоти** широко застосовують в електротехніці. Об'єднані кола синусоїдного струму називають **фазами**, а цілу об'єднану систему — **багатофазною системою**. Таким чином, в електротехніці слово "фаза" використовується у двох різних сенсах: по-перше фаза — це параметр періодичного процесу, а по-друге — назва складової частини багатофазної системи кіл синусоїдного струму.

Для створення систем електропостачання широко використовуються трифазні системи. Майже вся електрична енергія, що її виробляє людство, створюється шляхом перетворення механічної енергії в електричну за допомогою трифазних генераторів на теплових та гідроелектростанціях і передається до споживачів за допомогою трифазних електричних мереж. Лише незначна частина електроенергії виробляється хімічними джерелами (головним чином акумуляторами), вітровими електростанціями та генераторами постійного струму (переважно у транспортних системах), приливними електростанціями та іншими пристроями невеликої потужності. На теплових електростанціях спочатку за рахунок спалення пального (вугілля, мазуту, газу) отримують теплову енергію, яка за допомогою парогенераторів і теплових турбін перетворюється на енергію механічну. Такий самий цикл перетворення теплової енергії в механічну і далі в електричну відбувається і на атомних електростанціях з тою лише різницею, що для видобування теплової енергії на атомних станціях використовується керована ядерна реакція поділу. На всіх етапах перетворення енергії відбуваються її втрати, тому коефіцієнт корисної дії (ККД) сучасних систем паросилового циклу не перевищує звичайно 40—42%, а на деяких електростанціях він не перевищує 30%. Тому передача електричної енергії на відстань та її розподіл між споживачами має відбуватися з якомога високим ККД.

Історично склалося так, що на початку розвитку електротехніки ширше застосовувався постійний струм, оскільки в наявності були хімічні джерела електричної енергії, які створювали на своїх виводах постійну напругу. У сімдесятих роках XIX століття винайшли якір з колектором, що дозволило побудувати генератор постійного струму. Але застосування постійного струму для створення потужних електромереж виявилось економічно недоцільним.

З точки зору безпеки експлуатації електроустановок, електрична напруга на них має бути достатньо низькою. Для передачі на відстань потужності  $P$  при заданому рівні напруги  $U$ , величина струму в лінії постійного струму зростає пропорційно заданому значенню потужності:  $I = P/U$ . Чим більша потужність  $P$  тим більший потрібний струм  $I$  у лінії передачі, тим більша маса проводів лінії, їх вартість і втрати в лінії, тим нижчий ККД передачі енергії (див. розділ 1.5). Для зменшення струму в лінії слід збільшити напругу  $U$ , прикладену до лінії на стороні генератора, а біля споживача знову зменшити її до безпечного рівня. Але пристрої для перетворення постійної напруги одного рівня в постійну напругу іншого рівня були відсутні до 70-х років ХХ століття, коли почали створювати потужні напівпровідникові перетворювачі. В той же час простий і надійний пристрій для перетворення рівня змінної напруги — трансформатор — було винайдено ще у 1876 році П. М. Яблочковим (у 1876 П. М. Яблочков отримав привілей на винахід трансформатора у Франції, де він працював, а у 1878 році — у Німеччині і Росії). Тому для передачі електричної енергії на відстань використали саме змінний струм.

Трансформатори дали можливість збільшувати напругу, отриману від генераторів на електростанції до потрібного високого рівня, звичайно до 110—330 кВ і передавати потужність при малому струмі і великій напрузі, прикладеній до лінії. Для передачі електричної енергії на дуже велику відстань застосовують лінії з напругою 750 кВ і вище. З наближенням до споживачів напруга зменшується знижувальним трансформатором і електрична енергія із зменшеним значенням напруги розгалужується на декілька напрямків енергопостачання. На кожному напрямку меншою стає і потрібна кількість енергії, отже струм в лінії суттєво не збільшується.

На рис. 2.1 показана можлива структурна схема трифазної електромережі, до складу якої входять генератор  $G$  і декілька трансформаторів  $T$ . Звичайно турбогенератори на електростанціях мають напругу в межах 10,5—15,5 кВ, яка підвищується трансформатором  $T1$ , встановленим на самій електростанції, (на рис. 2.1 — до 110 кВ) і подається до лінії електропередачі. На значній відстані від електростанції напругу знижують на підстанціях  $T2, T3$ , наприклад, до 35 кВ і передають на більш коротку відстань до наступних знижувальних трансформаторних підстанцій  $T4, T5$  і так далі.

Отже перевага змінного струму над постійним полягала в наявності технічної можливості передачі електричної енергії за допомогою високовольтних ліній на велику відстань з малими втратами.

**Числовий приклад.** В колі, зображеному на рис. 1.10, приймач з опором  $R_H$  має потужність 220 кВт. Напруга генератора  $G$  дорівнює: а)  $U = 220$  В; б)  $U = 10000$  В. Довжина лінії передачі  $L = 10$  км. Внутрішній опір генератора дорівнює нулю. Визначити ККД передачі електричної енергії для двох можливих напруг генератора.

#### Розв'язок.

Лінія передачі виконується з мідного проводу. Питомий опір міді  $\rho = 0,0175$  Ом·мм<sup>2</sup>/м. Густина струму в лінії обираємо рівній  $g = 2$  А/мм<sup>2</sup>.

Для  $U = 220$  В, струм в лінії має бути рівним  $I = P/U = 220000/220 = 1000$  А. Площа перетину проводу  $S = I/g = 1000/2 = 500$  мм<sup>2</sup>. Опір двох проводів лінії  $R_L = 2\rho L/S = 0,7$  Ом.

Опір навантаження  $R_{HB} = P/I^2 = 0,22$  Ом. ККД передачі згідно з (1.7)  $\eta = R_{HB}/(R_{HB} + R_L) = 0,24$ . Отже, 76% потужності генератора витрачаються в лінії передачі.

Для  $U = 10000$  В струм  $I = 220000/10000 = 22$  А. Площа перетину проводу  $S = 22/2 = 11$  мм<sup>2</sup>. Опір двох проводів лінії  $R_L = 2\rho L/S = 31,82$  Ом. Опір навантаження  $R_{HB} = P/I^2 = 220000/22^2 = 454,5$  Ом. ККД передачі згідно з (1.7)  $\eta = R_{HB}/(R_{HB} + R_L) = 0,935$ . Отже, із збільшенням напруги ККД передачі значно збільшився.

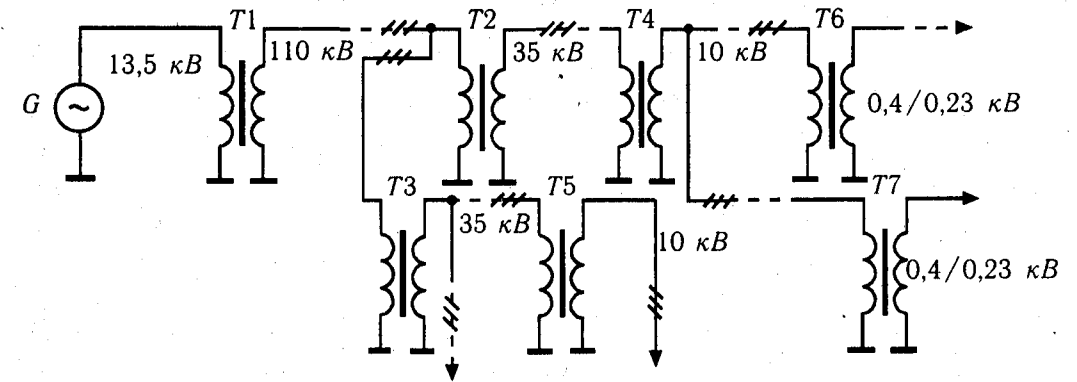


Рис. 2.1

Практично всі промислові мережі змінного струму — трифазні. Трифазні системи утвердилися в практиці створення та експлуатації електроенергетичних систем у процесі конкурентного змагання з двофазними системами. Наприкінці XVIII століття відомий електротехнік Н. Тесла, що працював у США на фірмі Вестінгауз, побудував двофазні генератори та двигуни. Двофазну систему було застосовано навіть на Ніагарській електростанції. Але, не зважаючи на авторитет Н. Тесла та зацікавленість однієї з найпотужніших електротехнічних фірм світу того часу, двофазні системи поступилися трифазним.

Тесла Никола (1856—1943), американський винахідник сербського походження. Переїхав з Югославії до США у 1884 р. Відкрив у 1888 р. незалежно від Ферраріса ефект створення обертового магнітного поля у двофазній машині. Відомий своїми дослідженнями електричних струмів високої напруги і частоти. Його ім'ям названо одиницю електромагнітної індукції — тесла,  $Tл = Вб/А$ .

Перша трифазна промислова система була продемонстрована публічно у 1891 р. німецькою компанією АЕГ під час електротехнічної виставки у Франкфурті-на-Майні. Було продемонстровано трифазну систему, яка складалася з трифазного генератора, трифазних трансформаторів та трифазного асинхронного двигуна, розроблених М. О. Доливо-Добровольським, який працював у фірмі АЕГ.

Трифазні системи перемогли двофазні та однофазні перш за все з комерційних причин: вартість проводів лінії передачі трифазної системи виявилася значно нижчою. Крім того, трифазні двигуни та генератори за своїми техніко-економічними характеристиками виявилися більш досконаліми, ніж трифазні чи однофазні. Тому зараз

найбільш масовим двигуном у промисловості є трифазні асинхронні двигуни, які потребують трифазного живлення.

Високовольтні лінії передачі електричної енергії постійного струму також знаходять останнім часом обмежене застосування. Постійний струм високої напруги від 110 кВ до 1200 кВ використовується для передачі енергії по морському кабелю, що з'єднує Швецію з островом Готланд, через протоку Ла-Манш між Англією та Францією, через протоку Скагеррак між Данією та Швецією.

## 2.2. ТРИФАЗНИЙ ГЕНЕРАТОР

Джерелом енергії у трифазних системах є трифазний генератор. Схематичний переріз активної частини генератора, в якій відбувається процес перетворення механічної енергії в електричну, показаний на рис. 2.2. Генератор складається з нерухомого статора 1 та ротора 2, виготовлених з феромагнітних матеріалів. В пазах ротора укладено послідовно з'єднані між собою провідники обмотки збудження, по яких пропускають постійний струм. Струми в провідниках, позначені на рисунку хрестиками, мають напрям від спостерігача всередину площини рисунка. Струми, позначені крапками, мають зворотний напрям. Провідники обмотки збудження створюють магнітний потік  $\Phi$ , лінії якого замикаються по контурах, показаних на рисунку штриховими лініями. Таким чином, за наявності струму в обмотці збудження ротор представляє собою електромагніт з полюсами  $N$  та  $S$ .

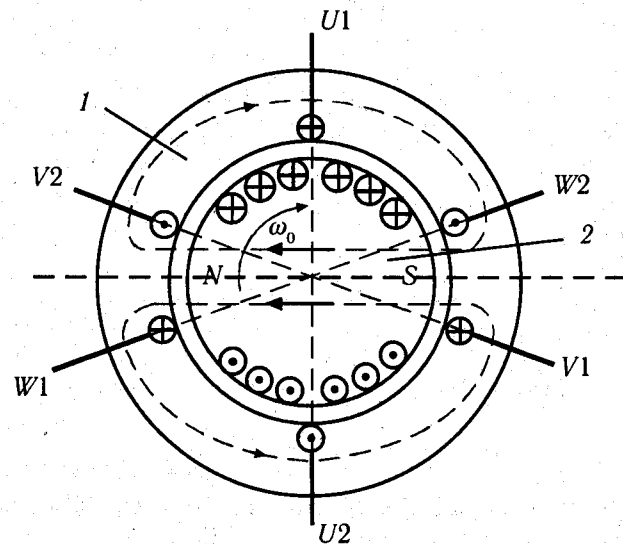


Рис. 2.2

В пазах статора укладено три однакових обмотки, зсунених між собою у просторі на  $120^\circ$ . Початки обмоток позначені як  $U1$ ,  $V1$ ,  $W1$ , а кінці — як  $U2$ ,  $V2$ ,  $W2$ . Назви “початок” і “кінець” означають, що при пропусканні через кожну з обмоток струму

в однаковому напрямку, наприклад від початку до кінця, обмотки створюють магнітні потоки однакового, по відношенню до обмоток, напрямку. При обертанні ротора з кутовою швидкістю  $\omega_0$  фазні обмотки  $U1-U2$ ,  $V1-V2$ ,  $W1-W2$  генератора перетинаються змінним магнітним потоком  $i$ , згідно з законом електромагнітної індукції в них виникають ЕРС. Якщо прийняти, що магнітний потік має синусоїдний характер розподілу під полюсами ротора і в момент  $t = 0$  ротор має положення, показане на рис. 2.2, то магнітний потік, зчеплений з фазою  $U1-U2$  (назвемо її фазою “А”)  $\phi_A = \Phi_m \cos \omega_0 t$ , оскільки при  $t = 0$  потік, що перетинає площину обмотки  $U1-U2$ , має максимальне можливе значення  $\Phi_m$  і дорівнює всьому потоку, створеному обмоткою збудження. При повороті ротора на  $90^\circ$ , тобто на кут  $\omega_0 t = \pi/2$ , потік, що перетинає площину обмотки  $U1-U2$ , дорівнює нулю, а при повороті на кут  $180^\circ$  ( $\omega_0 t = \pi$ ), магнітний потік, зчеплений з фазою  $U1-U2$  стає максимальним від’ємним, оскільки має напрям, протилежний початковому і так далі.

Завдяки тому, що фазні обмотки  $U1-U2$ ,  $V1-V2$ ,  $W1-W2$ , які можна позначити як фази  $A$ ,  $B$ ,  $C$  генератора, зсунені в просторі на кут  $120^\circ$ , тобто на кут  $2\pi/3$  рад, миттєві значення магнітних потоків, зчеплених з ними, описуються виразами:

$$\begin{aligned} \phi_A &= \Phi_m \cos \omega_0 t; \\ \phi_B &= \Phi_m \cos(\omega_0 t - 2\pi/3); \\ \phi_C &= \Phi_m \cos(\omega_0 t - 4\pi/3). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Згідно з законом електромагнітної індукції ЕРС в обмотках генератора, кожна з яких має  $W_1$  витків, дорівнює:

$$\begin{aligned} e_A &= -\frac{d\phi_A W_1}{dt} = \omega_0 W_1 \Phi_m \sin \omega_0 t = E_{1m} \sin \omega_0 t; \\ e_B &= -\frac{d\phi_B W_1}{dt} = \omega_0 W_1 \Phi_m \sin(\omega_0 t - 2\pi/3) = E_{1m} \sin(\omega_0 t - 2\pi/3); \\ e_C &= -\frac{d\phi_C W_1}{dt} = \omega_0 W_1 \Phi_m \sin(\omega_0 t - 4\pi/3) = E_{1m} \sin(\omega_0 t - 4\pi/3). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Оскільки кількість витків  $w_1$  всіх фазних обмоток статора однакові, амплітуди ЕРС індукованих магнітним потоком ротора в обмотках статора також однакові і ЕРС зсунені одна від одної в часі на кут  $120^\circ$ , тобто створюють симетричну трифазну систему напруг. Сума миттєвих значень таких напруг або сума векторів, що зображують таку симетричну систему напруг дорівнює нулю.

З (2.2) видно, що амплітуда ЕРС обмотки статора  $E_{1m} = \omega_0 W_1 \Phi_m$ . Поділивши ліву й праву частини цього рівняння на  $\sqrt{2}$  і врахувавши, що  $\omega_0 = 2\pi f$ , отримаємо дійове значення ЕРС кожної фази як  $\bar{E}_1 = \sqrt{2} \pi f W_1 \Phi_m$ , або

$$\bar{E}_1 = 4,44 f W_1 \Phi_m. \quad (2.3)$$

Формула (2.3) встановлює фундаментальний зв'язок між амплітудою синусоїдного магнітного потоку  $\Phi_m$  та дійовим значенням ЕРС  $E_1$  будь-якої котушки, зчепленої із таким магнітним потоком незалежно від того, чи він має обертовий характер, як у генераторі, показаному на рис. 2.2, чи він пульсує у просторі вздовж осі, перпендикулярної до площини витків котушки. Якщо ЕРС створена магнітним потоком, що обертається,

говорять про ЕРС обертання, якщо ж ЕРС створена нерухомим у просторі пульсуючим магнітним потоком — говорять про трансформаторну ЕРС в котушці.

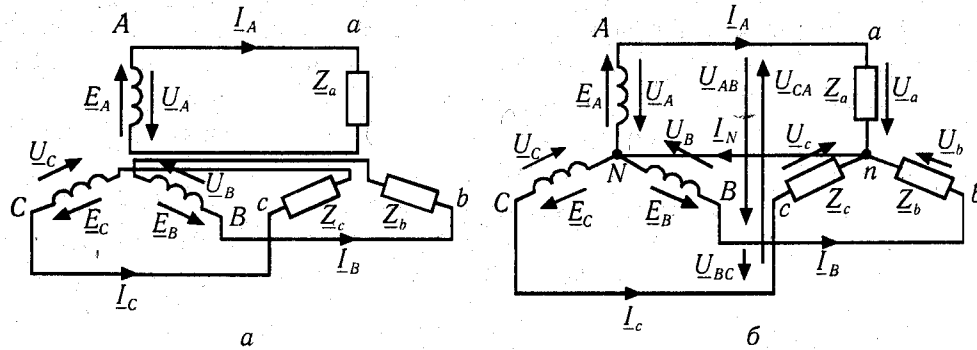


Рис. 2.3

### 2.3. СПОСОБИ З'ЄДНАННЯ ФАЗ У ТРИФАЗНИХ КОЛАХ

На рис. 2.3, а показана схема трифазного кола, фази якої не мають електричного зв'язку. Кожна фаза джерела з'єднана з однією фазою навантаження (фазою приймача), тому для створення такої незв'язаної трифазної системи потрібно шість проводів. Це не економічно, тому на практиці використовують зв'язані трифазні системи в яких фази джерела і приймача з'єднують між собою зіркою або трикутником. На рис. 2.3, б показана схема такої зв'язаної трифазної системи із з'єднанням фаз джерела і приймача зіркою.

Звичайно джерелом електричної енергії для споживача є найближчий трифазний трансформатор, фазні обмотки якого позначають літерами  $AX, BY, CZ$  ( $A, B, C$  — початки обмоток,  $X, Y, Z$  — кінці). Тому на рис. 2.3 прийняті саме такі позначення фаз джерела.

На рис. 2.3, б показана чотирипровідна схема з'єднання фаз генератора і приймача зіркою з виведеною нейтральною точкою. Приймач і джерело з'єднані трьома лінійними проводами  $A—a, B—b, C—c$  та одним нейтральним (нульовим) проводом  $N-n$ , який з'єднує точку  $N$ , до якої під'єднано всі кінці фазних обмоток генератора, із спільною точкою всіх трьох фаз приймача  $n$ . Саме така схема з'єднань застосовується для трансформаторів, що мають вторинну напругу між виводами  $AB, BC, CA$  230 або 400 В і потужність не більше 560 або відповідно 1800 кВА при первинній напрузі до 35 кВ тобто для трансформаторів найбільш розповсюдженого діапазону потужностей. З'єднання вторинних обмоток трансформаторів трикутником застосовується лише для трансформаторів з більшою напругою на високій стороні і з більшими потужностями. Для генераторів схема з'єднань фазних обмоток статора трикутником не застосовується. Тому надалі розглянуто трифазні кола лише із з'єднанням фаз джерела зіркою, тим більше, що всяке джерело із з'єднанням трикутником можна замінити на еквівалентне джерело з'єднане зіркою за умови, що лінійні напруги між лініями  $A, B, C$  лишилися незмінними.

Підмикання до лінійних проводів  $A—a, B—b, C—c$  схеми (рис. 2.3, б) фаз приймача, з'єданого трикутником, показано на рис. 2.4.

З наведених схем трифазних кіл видно, що при з'єднанні фаз джерела зіркою (рис. 2.3, б) кінці фаз  $X, Y, Z$  сполучені в одну точку  $N$ , яку називають **нейтральною**, а початки фаз  $A, B, C$  лінійними проводами  $A—a, B—b, C—c$  з'єднані з виводами  $a, b, c$  фаз приймача. Вільні виводи приймача також сполучені в одну точку  $n$ , яку називають **нейтральною точкою** приймача. При сполученні фаз джерела чи приймача трикутником слід сполучити кінець кожної фази з початком наступної, тобто з'єднати три фази послідовно і до початку кожної фази  $a, b, c$  приєднати лінійні проводи. Сполучення фаз приймача трикутником показано на рис. 2.4. Для генератора сполучення фаз трикутником виконується аналогічно.

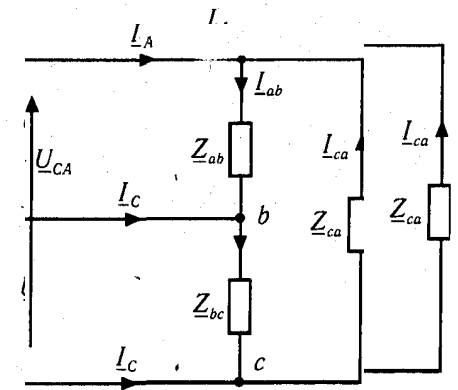


Рис. 2.4

Напруги між виводами кожної фазної обмотки генератора  $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$  або кожної фази приймача  $\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c$  (рис. 2.3, б) називають **фазними напругами**. Напруги  $\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$  (рис. 2.3 б, 2.4) називають **лінійними напругами**. Але при з'єднанні фаз приймача трикутником (рис. 2.4) лінійні напруги джерела  $\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$  є одночасно фазними напругами приймача.

Для розрахунку трифазних кіл важливо встановити умовно-додатні напрямки ЕРС, напруг та струмів, оскільки від їх вибору залежать знаки в рівняннях, складених за законами Кірхгофа, та напрямки векторів на векторних діаграмах. За умовно-додатній напрямком комплексних векторів ЕРС кожної фази джерела приймають напрям від кінця фази до її початку, а за умовно додатній напрям комплексних векторів напруги кожної фази джерела — напрям від початку фази до її кінця. Напрямок фазних струмів джерела співпадає з напрямком ЕРС кожної фази.

За умовно додатній напрям комплексних векторів лінійних напруг приймають напрям від початку однієї фази до початку другої. Отже, напруга  $\underline{U}_{AB}$  направлена від  $A$  до  $B$ , напруга  $\underline{U}_{BC}$  — від  $B$  до  $C$  і напруга  $\underline{U}_{CA}$  — від  $C$  до  $A$  (рис. 2.3, б, 2.4). Струми у лінійних проводах завжди спрямовані від джерела до приймача, фазні напруги та струми приймача мають однакові напрямки (рис. 2.3, б, 2.4).

На практиці приймачі електричної енергії частіше всього під'єднують до потужної електричної мережі. В таких випадках внутрішніми елементами трифазного джерела можна нехтувати і вважати, що його фази представляють собою ідеальні джерела ЕРС.

**Джерело називають симетричним, якщо всі його фазні напруги мають однакові дійові значення  $\dot{U}_A = \dot{U}_B = \dot{U}_C = \dot{U}_\phi$  і зсунені між собою по фазі на  $120^\circ$ .** Щоби встановити співвідношення між лінійними та фазними напругами симетричного джерела, запишемо за другим законом Кірхгофа рівняння для контурів кола (рис. 2.3, б) згідно з обраними додатними напрямками напруг:

$$\underline{U}_{AB} + \underline{U}_B - \underline{U}_A = 0; \quad \underline{U}_{BC} + \underline{U}_C - \underline{U}_B = 0; \quad \underline{U}_{CA} + \underline{U}_A - \underline{U}_C = 0.$$

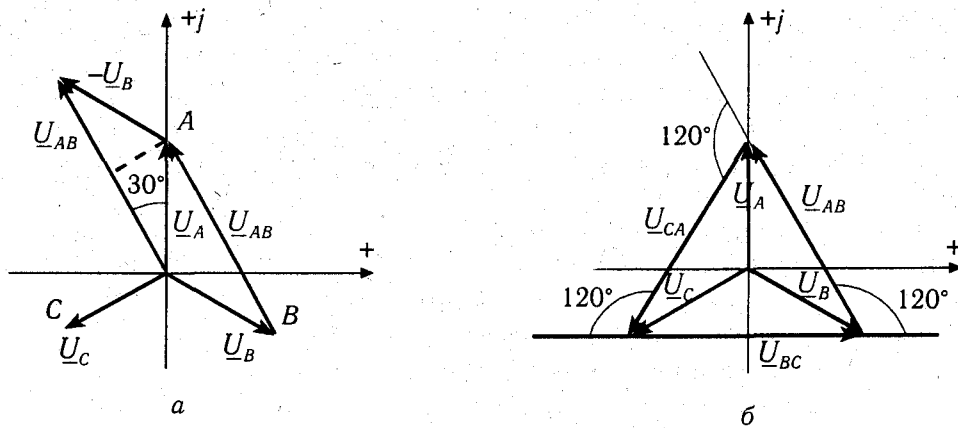


Рис. 2.5

Звідси комплексні значення лінійних напруг джерела визначаються через фазні напруги рівняннями:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \quad (2.4)$$

Векторна діаграма фазних напруг джерела  $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$  побудована на комплексній площині, представлена на рис. 2.5, а. Вектор напруги  $\underline{U}_A$  розміщено на осі уявних, вектор  $\underline{U}_B$  відстає від вектора  $\underline{U}_A$  на кут  $120^\circ$ , вектор  $\underline{U}_C$  відстає від вектора  $\underline{U}_A$  на  $240^\circ$  і від вектора  $\underline{U}_B$  — на  $120^\circ$ . На рисунку показаний також вектор лінійної напруги  $\underline{U}_{AB}$ , побудований згідно з першим рівнянням в (2.4). З рисунка видно, що модуль вектора  $\underline{U}_{AB}$ ,  $\tilde{U}_{AB} = \tilde{U} = \tilde{U}_A \cos 30^\circ \cdot 2 = \tilde{U}_A \sqrt{3}$ , тобто **дійове значення лінійної напруги  $\tilde{U}$  симетричного джерела, з'єданого зіркою, більше від фазної напруги  $\tilde{U}_\phi$  у  $\sqrt{3}$  разів:**

$$\tilde{U} = \sqrt{3} \tilde{U}_\phi. \quad (2.5)$$

Комплексні вектори лінійних напруг  $\underline{U}_{BC}$  та  $\underline{U}_{CA}$  можна отримати аналогічним шляхом і зобразити всі вектори лінійних напруг так, як це показано на рис. 2.5, б, де вектори лінійних напруг з'єднують вектори відповідних фазних напруг. З побудованої векторної діаграми видно, що лінійні напруги симетричного джерела також мають однакові дійові значення і зсунені між собою по фазі на кут  $120^\circ$ .

Якщо знехтувати опорами лінійних проводів і нейтрального проводу, то всі фазні і лінійні напруги приймача, з'єданого зіркою з виведеною нейтральною точкою за схемою, показаною на рис. 2.3, б, дорівнюють відповідним фазним та лінійним напругам джерела, тобто також будуть симетричні.

Симетричною буде також і система фазних напруг приймача, з'єданого трикутником (рис. 2.4), оскільки фазні напруги такого приймача є одночасно лінійними напругами джерела. **Для трикутника лінійна напруга одночасно є фазною,  $\tilde{U} = \tilde{U}_\phi$ .**

Отже, лінійні напруги симетричного джерела електричної енергії однакові і зсунені між собою по фазі на  $120^\circ$ . Лінійні напруги джерела, з'єданого зіркою більші за його фазні напруги у  $\sqrt{3}$  рази. Лінійні і фазні напруги приймача, з'єданого зіркою з нейтральним проводом, також симетричні і дорівнюють відповідним лінійним і фазним напругам джерела, якщо опори проводів дорівнюють нулю. Фазні напруги джерела (або приймача) з'єданого трикутником є одночасно його лінійними напругами.

#### 2.4. СИМЕТРИЧНІ ТРИФАЗНІ КОЛА ІЗ З'ЄДНАННЯМ ПРИЙМАЧА ЗІРКОЮ АБО ТРИКУТНИКОМ

Симетричне трифазне коло складається з симетричного джерела та симетричного приймача. Симетричне джерело має однакові амплітудні та дійові значення всіх фазних та лінійних напруг, які зсунені між собою в часі на третину періоду. Третині періоду напруги відповідає кут повороту зображувального вектора на  $120^\circ$  або на  $2\pi/3$  радіан. Симетричний трифазний приймач має однакові комплексні опори всіх фаз. В схемі кола (2.3, б) для симетричного приймача

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = R_\phi \pm jX_\phi,$$

а в схемі кола (рис. 2.4)

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = R_\phi \pm jX_\phi.$$

Це означає, що активні і реактивні опори всіх фаз однакові за величиною, а реактивні опори всіх фаз ще й мають однаковий характер — індуктивний або емнісний. Якщо задано фазні або лінійні напруги джерела та опори фаз приймача, то струми і напруги приймача, з'єданого зіркою з нейтральним проводом (рис. 2.3, б) легко визначити. Приймаючи, що опори лінійних проводів та нейтрального проводу дорівнюють нулю, отримуємо, що

$$\underline{U}_A = \underline{U}_a, \quad \underline{U}_B = \underline{U}_b, \quad \underline{U}_C = \underline{U}_c; \quad \underline{U}_{AB} = \underline{U}_{ab}, \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_{bc}, \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_{ca}.$$

Отже, відповідні фазні та лінійні напруги приймача дорівнюють відповідним напругам генератора і створюють симетричні системи напруг. Тоді за законом Ома фазні струми приймача у комплексній формі представляють дорівнюють

$$\underline{I}_a = \underline{U}_a / \underline{Z}_a; \quad \underline{I}_b = \underline{U}_b / \underline{Z}_b; \quad \underline{I}_c = \underline{U}_c / \underline{Z}_c. \quad (2.6)$$

Дійові значення всіх струмів однакові і за законом Ома дорівнюють

$$\tilde{I}_a = \tilde{I}_b = \tilde{I}_c = \tilde{I}_\phi = \tilde{U}_\phi / Z_\phi. \quad (2.7)$$

Тут повний опір фази  $Z_\phi = \sqrt{R_\phi^2 + X_\phi^2}$ . Лінійні струми приймача, з'єданого зіркою, завжди дорівнюють фазним, як це видно з схеми кола на рис. 2.3, б.

Вище вже вказувалось (розд. 2.2), що сума миттєвих значень напруг чи струмів, або сума векторів, що зображують таку симетричну систему, дорівнюють нулю.

Враховуючи це, рівняння за першим законом Кірхгофа для вузла  $n$  схеми кола на рис. 2.3, б можна записати так:

$$I_a + I_b + I_c = I_N = 0. \quad (2.8)$$

Дійсно, якщо прийняти для спрощення записів, що початкова фаза струму  $I_a$  дорівнює нулю і врахувати (2.6), то

$$\begin{aligned} I_a + I_b + I_c &= \tilde{I}_\phi e^{j0} + \tilde{I}_\phi e^{j120^\circ} + \tilde{I}_\phi e^{j240^\circ} = \\ &= \tilde{I}_\phi (\cos 0 + j \sin 0 + \cos 120^\circ - j \sin 120^\circ + \cos 240^\circ - j \sin 240^\circ) = \\ &= \tilde{I}_\phi \left(1 + j0 - \frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0. \end{aligned}$$

**В и с н о в о к:** у трифазному симетричному колі із з'єднанням джерела і приймача зіркою з нейтральним проводом струм у нейтральному проводі дорівнює нулю. Отже, нульовий провід можна відімкнути і замість чотирипровідної схеми (рис. 2.3, б) отримати трипровідну.

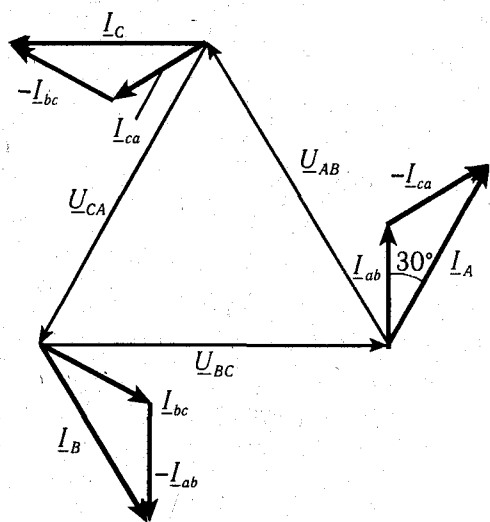


Рис. 2.6

У випадку з'єднання трикутником за схемою (рис. 2.4) лінійні напруги джерела, що утворюють симетричну трифазну систему напруг, є фазними напругами приймача. Тому фазні струми симетричного приймача у комплексній формі дорівнюють

$$I_{ab} = \frac{U_{AB}}{Z_{ab}}; \quad I_{bc} = \frac{U_{BC}}{Z_{bc}}; \quad I_{ca} = \frac{U_{CA}}{Z_{ca}}. \quad (2.9)$$

Дійові значення фазних струмів симетричного приймача дорівнюють:

$$\tilde{I}_{ab} = \tilde{I}_{bc} = \tilde{I}_{ca} = \tilde{I}_\phi = \tilde{U}_\phi / Z_\phi,$$

де фазний опір приймача  $Z_\phi = \sqrt{R_\phi^2 + X_\phi^2}$ .

Лінійні струми приймача згідно з першим законом Кірхгофа, записаних для вузлів  $a, b, c$  схеми кола на рис. 2.4 дорівнюють:

$$\begin{aligned} I_A &= I_{ab} - I_{ca}; \\ I_B &= I_{bc} - I_{ab}; \\ I_C &= I_{ca} - I_{bc}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

На рис. 2.6 зображено векторну діаграму напруг приймача, з'єданого трикутником та векторна діаграма струмів, побудована за рівняннями (2.8) для випадку, коли у кожній фазі струм і напруга зсунені на довільно обраний кут  $\phi$  (наприклад, кут  $\phi = 30^\circ$ ). З векторної діаграми видно, що тупі кути в трикутниках, що їх

утворюють вектори струмів (наприклад  $I_A, I_{ab}$  та  $-I_{ca}$ ) дорівнюють  $120^\circ$ . Тому гострі кути в цих рівнобедрених трикутниках мають  $30^\circ$  і лінійні струми дорівнюють

$$\tilde{I} = \tilde{I}_\phi \cos 30^\circ \cdot 2 = \sqrt{3} \tilde{I}_\phi, \quad (2.11)$$

тобто лінійні струми в симетричному приймачі, з'єданому за схемою трикутника більше від фазних у  $\sqrt{3}$  рази.

## 2.5. НЕСИМЕТРИЧНІ ТРИФАЗНІ КОЛА ІЗ З'ЄДНАННЯМ ПРИЙМАЧА ЗІРКОЮ АБО ТРИКУТНИКОМ

Несиметрію у трифазних колах здебільшого створюють однофазні споживачі або аварійні відхилення від нормальних режимів роботи: обрив фази всередині трифазного симетричного приймача, обрив лінійного проводу, коротке замикання фази приймача і таке інше. **Ознакою несиметрії приймача є нерівність комплексних значень повних опорів у фазах:  $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$  для з'єднання зіркою та  $Z_{ab} \neq Z_{bc} \neq Z_{ca}$  для з'єднання трикутником.**

Типовим прикладом однофазного навантаження, що живиться від трифазної мережі є побутове навантаження, офісне устаткування, торгові холодильники, верстати та машини з однофазними мікродвигунами і таке інше. Такі приймачі звичайно з'єднують у зірку з нейтральним проводом. Наприклад у дев'ятиповерховому будинку на поверхах 1, 4, 7 всі однофазні споживачі з'єднують паралельно і утворюють фазний опір трифазного приймача  $Z_a$  кола із схемою, показаною на рис. 2.3, б, на поверхах 2, 5, 9 в той же спосіб утворюють опір фази  $Z_b$ , а на поверхах 3, 6, 8 — опір фази  $Z_c$ . Але в приміщеннях різних поверхів споживана приймачами потужність може бути однаковою тільки випадково. Тому й опори фаз  $Z_a, Z_b, Z_c$  звичайно різні і створений однофазними приймачами трифазний приймач є несиметричним.

**Для забезпечення симетрії фазних напруг такого приймача конче необхідний нейтральний провід. При наявності нейтрального проводу фазні напруги приймача, як це видно із схеми (рис. 2.3, б), дорівнюють фазним напругам джерела і, незалежно від несиметрії приймача, лишаються симетричними.** Струм у нейтральному проводі  $I_N$  тепер не рівний нулю, оскільки струми  $I_a, I_b, I_c$  приймача не створюють симетричної системи. Вони різні за величиною і можуть мати різні кути зсуву відносно фазних напруг.

Припустимо, що опір нейтрального проводу  $Z_N \neq 0$ . Схема такого кола показана на рис. 2.7. Спад напруги на опорі  $\underline{U}_{Nn} = Z_N I_N$  також не буде рівний нулю і між нейтральними точками приймача  $n$  та джерела  $N$  виникає напруга  $\underline{U}_{Nn}$ , показана на векторній діаграмі (рис. 2.8). В той же час точки  $a, b, c$  приймача при відсутності опорів лінійних проводів ( $Z_L = 0$ ) з'єднані на коротко з точками  $A, B, C$  джерела. Отже, лінійні напруги приймача лишаються незмінними і симетричними (рис. 2.7). Фазні ж напруги несиметричного приймача не рівні за величиною і мають задовольняти рівняння Кірхгофа:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_a - \underline{U}_b; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_b - \underline{U}_c; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_c - \underline{U}_a. \quad (2.12)$$



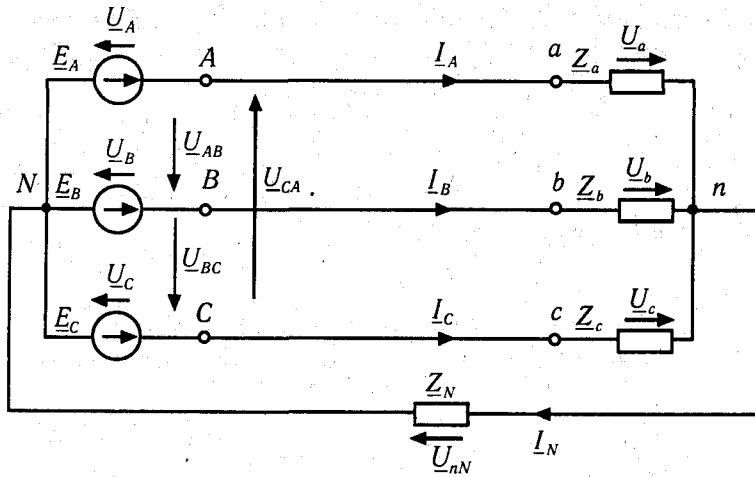


Рис. 2.7

Тому вони вже не створюють симетричної системи векторів, як це й показано на рис. 2.8. Це приводить до того, що напруга в одній фазі (на рис. 2.8 у фазі "а") значно перевищує своє номінальне значення, яке дорівнює фазній напрузі джерела, а в іншій фазі (на рис. 2.8 — у фазі "с") напруга суттєво зменшується. Такі відхилення напруги негативно впливають на роботу споживачів і в багатьох випадках можуть привести до виходу їх з ладу, або унеможливити їх експлуатацію. Тому в нейтральний провід не ставлять запобіжників, оскільки обрив його внаслідок перегорання запобіжника еквівалентно введенню в коло нейтрального проводу великого опору, що приведе до спотворення фазних напруг приймача.

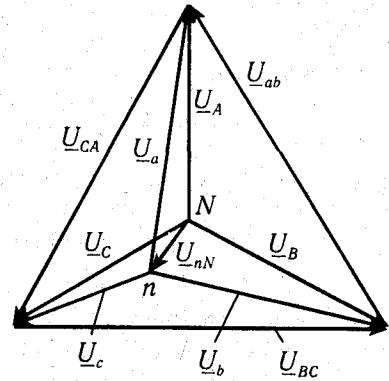


Рис. 2.8

Струми несиметричного приймача з'єднаного зіркою з нейтральним проводом при відсутності опорів ліній та нейтрального проводу ( $Z_N = 0$ ,  $Z_L = 0$ ) можна визначити за виразами (2.6), наведеними в розділі 2.4.

Якщо нейтральний провід обірвано, можна вважати, що опір  $Z_N$  нейтрального проводу дорівнює нескінченності,  $Z_N = \infty$ . Для визначення струмів у такому колі можна скористатися методом напруги між двома вузлами (див. розділ 1.8). Згідно з цим методом для схеми кола (рис. 2.7) напругу  $U_{nN}$  між вузлами  $n$  та  $N$  у комплексній формі можна визначити за виразом:

$$U_{nN} = \frac{E_A y_a + E_B y_b + E_C y_c}{y_a + y_b + y_c} \quad (2.13)$$

$$\text{Тут } y_a = \frac{1}{Z_a}; \quad y_b = \frac{1}{Z_b}; \quad y_c = \frac{1}{Z_c}.$$

Провідність нейтрального проводу дорівнює нулю,  $y_N = \frac{1}{Z_N} = 0$ , тому в (2.13) її не враховано. За другим законом Кірхгофа для кола на рис. 2.7  $E_A = Z_a I_a + U_{nN}$ ;  $E_B = Z_b I_b + U_{nN}$ ;  $E_C = Z_c I_c + U_{nN}$ . Звідси всі струми дорівнюють:

$$I_a = \frac{E_A - U_{nN}}{Z_a}; \quad I_b = \frac{E_B - U_{nN}}{Z_b}; \quad I_c = \frac{E_C - U_{nN}}{Z_c} \quad (2.14)$$

Замість  $E_A$ ,  $E_B$ ,  $E_C$  в наведених рівняннях можна записати комплексні значення напруг  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ , оскільки  $E_A = U_A$ ,  $E_B = U_B$ ,  $E_C = U_C$ .

Трифазні чотирипровідні системи із з'єднанням зіркою фаз джерела й приймача дають для споживачів можливість мати два рівні напруги в мережі живлення. Наприклад якщо у колі (рис. 2.7) лінійні напруги мають дійові значення  $\tilde{U}_{AB} = \tilde{U}_{BC} = \tilde{U}_{CA} = \tilde{U} = 380 \text{ В}$ , то фазні напруги джерела  $\tilde{U}_A = \tilde{U}_B = \tilde{U}_C = \tilde{U} / \sqrt{3} = 220 \text{ В}$ . Це дає можливість ввімкнути у точках  $a$ ,  $b$ ,  $c$  симетричний трифазний приймач, наприклад електродвигун, на напругу  $380 \text{ В}$  зіркою без нейтрального проводу. Як було з'ясовано у розділі 2.4, фазні напруги такого приймача будуть симетричні і дорівнюватимуть  $220 \text{ В}$ . В той же час однофазні приймачі можна підключати на напругу  $220 \text{ В}$  між точками  $a-n$ ,  $b-n$ ,  $c-n$ . Симетрія напруг на зірці, створеній однофазними приймачами в такий спосіб, забезпечується нейтральним проводом з  $Z_N = 0$ .

Симетрію фазних напруг приймача можна забезпечити вмиканням його в трифазну мережу трикутником (рис. 2.4). Але при цьому номінальні напруги фаз приймача повинні дорівнювати лінійним напругам трифазної системи. Під номінальною тут розуміємо напругу, для роботи з якою виготовлений той чи інший приймач.

Фазні струми несиметричного приймача можна визначити за допомогою виразів (2.9), а лінійні струми приймача — за виразами (2.10), наведеними в розділі 2.4.

Векторна діаграма напруг та струмів несиметричного приймача, з'єднаного трикутником, будується за допомогою рівнянь (2.10) і показана на рис. 2.9. З діаграми видно, що ніякого постійного співвідношення між лінійними та фазними струмами несиметричного приймача немає. Кути фазового зсуву між фазними струмами  $I_{ab}$ ,  $I_{bc}$ ,  $I_{ca}$ , а також і між лінійними струмами  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  не дорівнюють  $120^\circ$ .

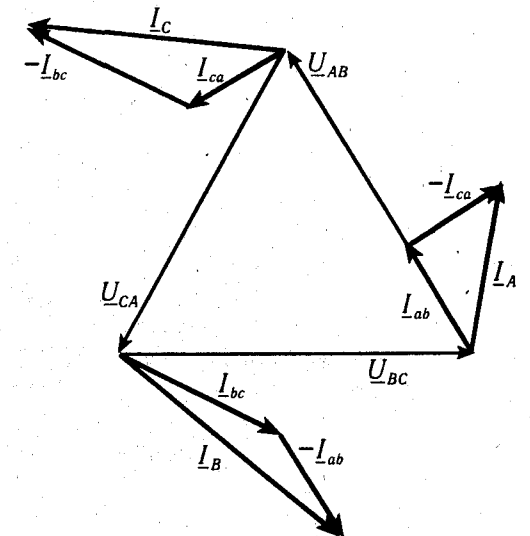


Рис. 2.9

На рис. 2.10 показані можливі векторні діаграми для аварійних режимів роботи трифазних симетричних приймачів. Для спрощення побудови всюди прийнято, що коефіцієнт потужності приймача  $\cos \varphi = 1$ .

На рис. 2.10, а показана векторна діаграма напруг та струмів трифазного симетричного

приймача, з'єднаного зіркою без нейтрального проводу при обриві лінії  $A-a$ . Джерело в такому випадку стає по відношенню до приймача однофазним. Напруги  $\tilde{U}_b$  та  $\tilde{U}_c$  дорівнюють в такому режимі половині лінійної напруги  $\tilde{U}_{BC}$  і співпадають по фазі. Тобто напруги  $\tilde{U}_b = \tilde{U}_c = \sqrt{3}\tilde{U}_{\phi n} / 2 = 0,865\tilde{U}_{\phi n}$ , де  $\tilde{U}_{\phi n}$  — номінальна фазна напруга приймача, яка існувала до обриву лінії.

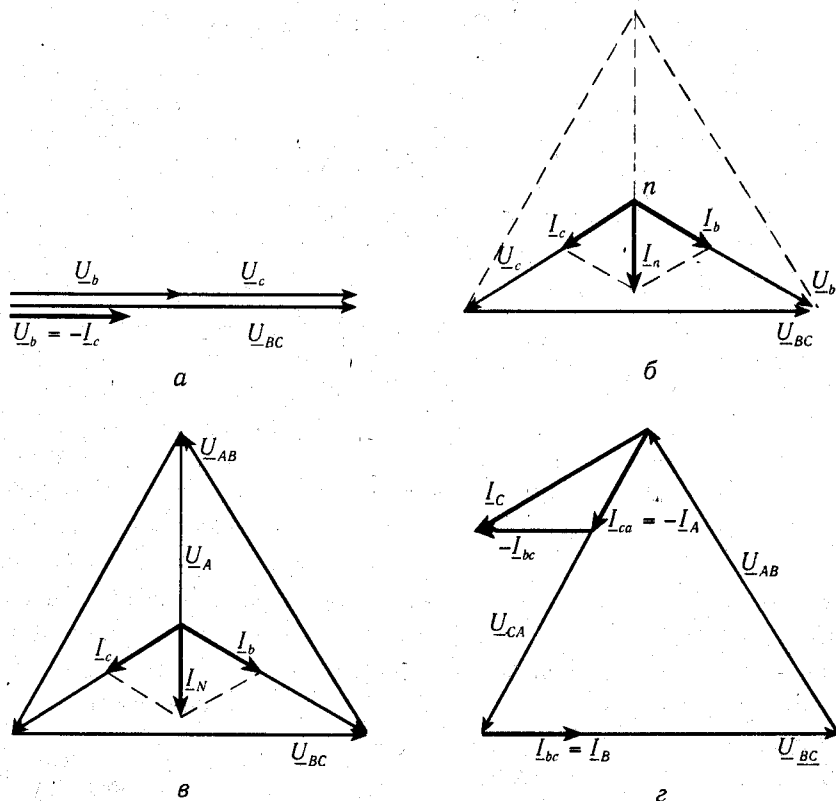


Рис. 2.10

На рис. 2.10, б показана векторна діаграма напруг та струмів для тих же умов, але при наявності нейтрального проводу з  $Z_N = 0$ . З діаграми видно, що в фазах "б" та "с" напруги та струми після обриву лінії  $A-a$  не змінилися, струм у фазі "а" дорівнює нулю і появився струм у нейтральному проводі.

На рис. 2.10, в показана векторна діаграма для приймача, з'єднаного зіркою з нейтральним проводом при обриві фази "а" всередині приймача. Всі фазні напруги на входних клеммах приймача подані, але у фазі "а" струму немає. Струм у лінії  $A-a$  також відсутній.

На рис. 2.10, г показана векторна діаграма для приймача з'єднаного трикутником при обриві всередині приймача фази "ab". Внаслідок такого обриву лінійні струми  $I_A$  та  $I_B$  стають у  $\sqrt{3}$  раз меншими від струму в лінії  $C-c$ . Такий режим є небезпечним для трифазних асинхронних двигунів, оскільки при обриві фази вони продовжують працювати, а струм є у всіх лінійних провадах і система захисту може не зреагувати на виникнення аномального режиму. Для виявлення такого режиму слід виміряти струм у всіх лінійних провадах.

## 2.6. ПОТУЖНІСТЬ ТРИФАЗНОГО КОЛА

Трифазне коло можна розглядати як коло синусоїдного струму з трьома джерелами енергії, тому комплекс повної потужності трифазного кола згідно з (1.46) та (1.47)

$$\underline{S} = \underline{U}_A \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \underline{I}_C^* = P + jQ. \quad (2.15)$$

Активна потужність трифазного кола

$$P = \tilde{U}_A \tilde{I}_A \cos \varphi_A + \tilde{U}_B \tilde{I}_B \cos \varphi_B + \tilde{U}_C \tilde{I}_C \cos \varphi_C = P_A + P_B + P_C. \quad (2.16)$$

Реактивна потужність трифазного кола

$$Q = \tilde{U}_A \tilde{I}_A \sin \varphi_A + \tilde{U}_B \tilde{I}_B \sin \varphi_B + \tilde{U}_C \tilde{I}_C \sin \varphi_C = Q_A + Q_B + Q_C. \quad (2.17)$$

За формулами (2.16) та (2.17) можна розрахувати активну та реактивну потужності трифазного несиметричного приймача з'єднаного зіркою або трикутником. При розрахунках треба лише підставляти у вирази (2.16) та (2.17) відповідні фазні напруги та фазні струми приймача і кути фазового зсуву між напругами та струмом у кожній фазі. При наявності симетричного навантаження активна та реактивна потужності

$$P = 3P_\phi = 3\tilde{U}_\phi \tilde{I}_\phi \cos \varphi_\phi; \quad Q = 3Q_\phi = 3\tilde{U}_\phi \tilde{I}_\phi \sin \varphi_\phi.$$

Повна потужність симетричного трифазного приймача

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3\sqrt{P_\phi^2 + Q_\phi^2} = 3S_\phi = 3\tilde{U}_\phi \tilde{I}_\phi.$$

Звичайно в паспортних даних трифазних приймачів вказують лінійні напруги та струми. Тому у виразах для потужності трифазних приймачів доцільно використовувати лінійні струми та напруги. При цьому індекс "л" при лінійних струмах та напругах для спрощення записів звичайно не ставляється, як це й було зроблено вище, наприклад, у виразах (2.5) та (2.11), що встановлюють співвідношення між лінійними та фазними струмами та напругами.

Оскільки при з'єднанні симетричного навантаження трикутником  $\tilde{U}_\phi = \tilde{U}$  та  $\tilde{I}_\phi = \tilde{I} / \sqrt{3}$ , а при з'єднанні симетричного приймача зіркою  $\tilde{U}_\phi = \tilde{U} / \sqrt{3}$  та  $\tilde{I}_\phi = \tilde{I}$ , то, незалежно від схеми з'єднань фаз приймача добуток  $\tilde{U}_\phi \tilde{I}_\phi = \tilde{U} \tilde{I} / \sqrt{3}$  виглядає однаково. Тому, незалежно від схеми з'єднання фаз симетричного приймача маємо такі вирази для потужностей:

$$P = \sqrt{3}\tilde{U}\tilde{I} \cos \varphi; \quad Q = \sqrt{3}\tilde{U}\tilde{I} \sin \varphi; \quad S = \sqrt{3}\tilde{U}\tilde{I}. \quad (2.18)$$

Відмітимо, що індекс "ф" при позначенні кута  $\varphi$  зсуву між фазними напругою та струмом також, звичайно, опускають.

## 2.7. ВИЗНАЧЕННЯ ПОТУЖНОСТЕЙ ТРИФАЗНОГО КОЛА ЗА ДОПОМОГОЮ ВАТМЕТРІВ, АМПЕРМЕТРІВ ТА ВОЛЬТМЕТРІВ

Потужності трифазного приймача можна визначити за допомогою електровимірних приладів — ватметра, амперметра та вольтметра.

**Ватметр** — прилад, призначений для вимірювання активної потужності. Він має дві обмотки — струмову, яка вмикається послідовно з навантаженням, так само, як і амперметр, і обмотку напруги, яка вмикається як вольтметр паралельно з навантаженням, в якому вимірюється потужність. Початки обмоток ватметра позначають на приладах та на принципових схемах знаком “\*”. Початки обмоток з’єднують між собою і підключають до джерела живлення, а протилежні виводи обмоток підключають до приймача, як це показано на схемах рис. 2.11. Покази ватметра дорівнюють  $P_W = \tilde{U}\tilde{I} \cos \varphi$ . Тут  $\varphi$  — кут фазового зсуву між напругою на обмотці напруги та струмом у струмовій обмотці ватметра.

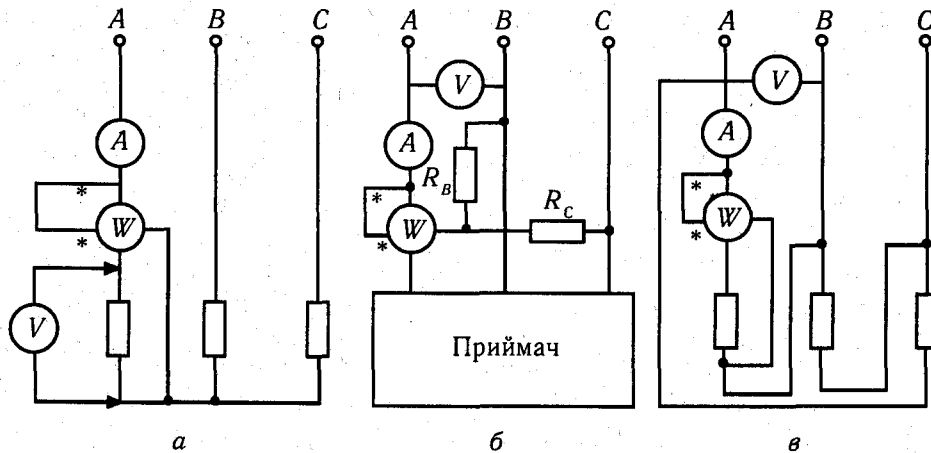


Рис. 2.11

**Амперметр** — прилад для вимірювання сили струму. Його вмикають послідовно із струмовою обмоткою ватметра та з навантаженням (рис. 2.11). Обмотка ідеального амперметра має опір близький до нуля.

**Вольтметр** — прилад для вимірювання величини напруги. Його вмикають паралельно до приймача електричної енергії (рис. 2.11). Опір обмотки ідеального вольтметра наближається до нескінченності.

Якщо приймач симетричний і з’єднаний зіркою з виведеною нейтральною точкою, його потужності легко визначити за допомогою ватметра, амперметра та вольтметра, ввімкених за схемою (рис. 2.11, а). Ватметр у цій схемі вимірює фазну потужність  $P_\phi = \tilde{U}_\phi \tilde{I}_\phi \cos \varphi$ , амперметр — фазний струм  $\tilde{I}_a$  у фазі “А”, а вольтметр — фазну напругу приймача  $\tilde{U}_a$  у тій же фазі. Активна потужність цілого трифазного приймача дорівнює  $P = 3P_\phi$ .

Повна потужність трифазного симетричного приймача

$$S = 3S_\phi = 3\tilde{U}_\phi \tilde{I}_\phi.$$

Реактивна потужність приймача

$$Q = 3Q_\phi = 3\tilde{U}_\phi \tilde{I}_\phi \sin \varphi, \text{ або } Q = \sqrt{S^2 - P^2}.$$

Виміряні значення  $P_\phi$ ,  $U_\phi$ ,  $I_\phi$  дають можливість легко визначити коефіцієнт потужності приймача

$$\cos \varphi = \frac{P_\phi}{\tilde{U}_\phi \tilde{I}_\phi} = \frac{P_\phi}{S_\phi}.$$

Якщо симетричний приймач з’єднано зіркою з недоступною нейтральною точкою або трикутником, то для вимірювання активної потужності фази іноді створюють штучну нейтральну точку. Вона є нейтральною точкою кола, що складається з обмотки напруги ватметра з опором  $R$  та двох резисторів з опороми  $R_B = R_C = R$ , з’єднаних зіркою (рис. 2.11, б). При такому з’єднанні обмотка напруги ватметра перебуває під фазною напругою симетричного приймача, з’єднаного зіркою. У струмовій обмотці ватметра тече фазний струм приймача, з’єднаного за схемою зірки. Отже, покази ватметра визначають фазову потужність приймача  $P_\phi$  з’єднаного зіркою. Якщо ж приймач з’єднано трикутником, завжди можна замінити його еквівалентним приймачем, з’єднаним зіркою так, щоби лінійні струми лишилися незмінними. Незмінною залишиться і споживана приймачем потужність. Отже, незалежно від схеми з’єднань фаз приймача ватметру схемі (рис. 2.11, б) показує фазну потужність приймача  $P_\phi$ .

У схемі рис. 2.11, б амперметр і вольтметр міряють лінійний струм і лінійну напругу приймача. Тому за даними вимірів у схемі

$$P = 3P_\phi; S = \sqrt{3}\tilde{U}\tilde{I}; Q = \sqrt{S^2 - P^2}.$$

Якщо симетричний приймач з’єднано трикутником, то фазні потужність  $P_\phi$ , напругу  $U_\phi$  та струм  $I_\phi$  можна виміряти за схемою, показаною на рис. 2.11, в. В цій схемі вольтметр та амперметр вимірюють фазні напругу та струм, тому за даними вимірів

$$P = 3P_\phi; S = 3\tilde{U}_\phi \tilde{I}_\phi; Q = \sqrt{S^2 - P^2}.$$

Для несиметричного приймача слід виміряти  $P_\phi$ ,  $\tilde{U}_\phi$  та  $\tilde{I}_\phi$  кожної фази окремо і визначити  $P$ ,  $Q$ ,  $S$  цілого приймача за формулами:

$$P = P_a + P_b + P_c;$$

$$\cos \varphi_a = \frac{P_a}{\tilde{U}_a \tilde{I}_a}; \sin \varphi_a = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_a}; Q_a = \tilde{U}_a \tilde{I}_a \sin \varphi_a;$$

$$\cos \varphi_b = \frac{P_b}{\tilde{U}_b \tilde{I}_b}; \sin \varphi_b = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_b}; Q_b = \tilde{U}_b \tilde{I}_b \sin \varphi_b;$$

$$\cos \varphi_c = \frac{P_c}{\tilde{U}_c \tilde{I}_c}; \sin \varphi_c = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_c}; Q_c = \tilde{U}_c \tilde{I}_c \sin \varphi_c;$$

$$Q = \pm Q_a \pm Q_b \pm Q_c.$$

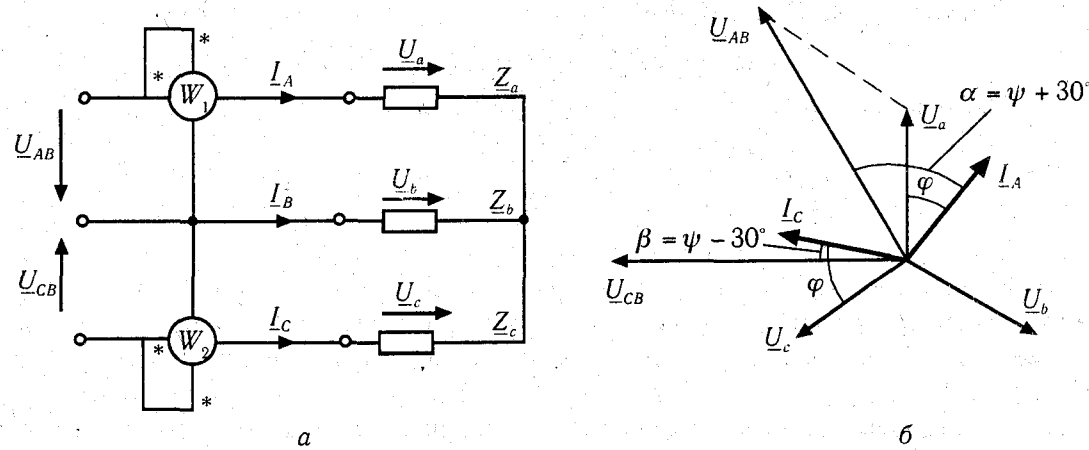


Рис. 2.12

Реактивна потужність кожної фази в останньому виразі має знак "+", якщо опір фази активно-індуктивний і знак "-", якщо опір фази активно-ємнісний.

У трипровідному колі при з'єднанні несиметричного чи симетричного приймача зіркою чи трикутником для вимірювання активної потужності використовують універсальну схему двох ватметрів (рис. 2.12). Покажемо, що алгебраїчна сума показів ватметрів у цьому випадку дорівнює потужності  $P$  у трипровідному колі.

Миттєве значення потужності, вимірюване першим ватметром  $p_1 = u_{AB}i_A$ . Миттєве значення потужності, вимірюване другим ватметром  $p_2 = u_{CB}i_C$ . Сума миттєвих значень потужностей, вимірюваних двома ватметрами  $p = p_1 + p_2 = u_{AB}i_A + u_{CB}i_C$ .

Лінійні напруги, прикладені до обмоток ватметрів, можна виразити через фазні напруги за допомогою другого закону Кірхгофа:  $u_{AB} = u_a - u_b$ ;  $u_{CB} = u_c - u_b$ . Тоді  $p = u_a i_A - u_b i_A + u_c i_C - u_b i_C$ , або  $p = u_a i_A + u_c i_C - u_b (i_A + i_C)$ . Оскільки у трипровідному колі  $i_A + i_B + i_C = 0$ , то  $i_A + i_C = -i_B$ , отже потужність, вимірювана двома ватметрами

$$p = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c.$$

З цього виразу видно, що сумарна миттєва потужність, вимірювана двома ватметрами, дорівнює активній потужності кола при з'єднанні приймача зіркою. Подібні викладки можна повторити і для з'єднання приймача трикутником і отримати той самий кінцевий результат.

Активна потужність трифазної системи у записі з використанням дійових значень струмів та напруг при вимірюванні за схемою (2.12, а) дорівнює:

$$P = \tilde{U}_{AB} \tilde{I}_A \cos(\angle \underline{U}_{AB} \underline{I}_A) + \tilde{U}_{CB} \tilde{I}_C \cos(\angle \underline{U}_{CB} \underline{I}_C) = P_{W1} + P_{W2}. \quad (2.19)$$

Тут  $P_{W1}$  та  $P_{W2}$  — покази ватметрів. Запис  $\cos(\angle \underline{U}_{AB} \underline{I}_A)$  означає косинус кута між векторами  $\underline{U}_{AB}$  та  $\underline{I}_A$ , а  $\cos(\angle \underline{U}_{CB} \underline{I}_C)$  — косинус кута між векторами  $\underline{U}_{CB}$  та  $\underline{I}_C$ .

Якщо навантаження симетричне, то у (2.15)  $\tilde{U}_{AB} = \tilde{U}_{CB} = \tilde{U}$ ,  $\tilde{I}_A = \tilde{I}_B = \tilde{I}_C = \tilde{I}$ .

На рис. 2.12, б представлена векторна діаграма струмів і напруг, яка пояснює вимірювання активної потужності за допомогою двох ватметрів для симетричного приймача, з'єданого зіркою. На діаграмі кут  $\alpha$  між векторами  $\underline{U}_{AB}$  та  $\underline{I}_A$  дорівнює  $\alpha = \varphi + 30^\circ$ , а кут  $\beta$  між векторами  $\underline{U}_{CB}$  та  $\underline{I}_C$  дорівнює  $\beta = \varphi - 30^\circ$ . Тому активна потужність трифазної системи при симетричному навантаженні

$$P = P_{W1} + P_{W2} = \tilde{U} \tilde{I} [\cos(\varphi + 30^\circ) + \cos(\varphi - 30^\circ)] = \sqrt{3} \tilde{U} \tilde{I} \cos \varphi. \quad (2.20)$$

Якщо кут  $\varphi < 60^\circ$ , то, згідно (2.16), потужність виміряна кожним ватметром завжди додатна, оскільки  $P_{W1} = \tilde{U} \tilde{I} \cos(\varphi + 30^\circ) > 0$ . При  $\varphi = 60^\circ$  потужність першого ватметра  $P_{W1} = 0$  і вся потужність трифазного кола буде дорівнювати потужності, що її вимірює другий ватметр. При  $\varphi > 60^\circ$  потужність  $P_{W1}$ , яку показує перший ватметр стає від'ємною і сумарна потужність двох ватметрів обраховується з врахуванням знаків цих потужностей як їх алгебраїчна сума.

На практиці для вимірювання від'ємної потужності першим ватметром необхідно змінити напрям струму в його обмотці напруги, інакше стрілка приладу не піде в сторону шкали, а буде намагатися відхилитися проти годинникової стрілки. Для зміни напрямку струму слід перемкнути з "+" на "-" встановлений на корпусі ватметра перемикач напрямку струму в обмотці напруги. Якщо такий перемикач відсутній, достатньо поміняти місцями провідники, що підключають обмотку напруги ватметра до кола.

При симетричному навантаженні реактивну потужність кола можна визначити за різницею показів ватметрів:

$$P_{W1} - P_{W2} = \tilde{U} \tilde{I} [\cos(\varphi + 30^\circ) - \cos(\varphi - 30^\circ)] = \tilde{U} \tilde{I} (-2 \sin \varphi \sin 30^\circ) = -\tilde{U} \tilde{I} \sin \varphi = -\frac{Q}{\sqrt{3}}.$$

Звідси

$$Q = \sqrt{3} \tilde{U} \tilde{I} \sin \varphi = \sqrt{3} (P_{W1} - P_{W2}). \quad (2.21)$$

## 2.8. РОБОТА ТРИФАЗНОГО ПРИЙМАЧА ПРИ ПЕРЕМИКАННІ СХЕМИ З'ЄДНАНЬ ЙОГО ФАЗ ІЗ ЗІРКИ НА ТРИКУТНИК

З'єднання фаз приймача за схемою трикутника часто перемикають на з'єднання за схемою зірка для зміни струму і потужності, наприклад, для зменшення пускових струмів трифазних двигунів, зміни потужності трифазних електричних нагрівників та в інших випадках.

Розглянемо зміну дійових значень струмів трифазного симетричного приймача з повним фазним опором  $Z_\phi$  при перемиканні фаз із схеми зірка на схему трикутник за допомогою триполюсного перемикача (рис. 2.13).

При з'єднанні приймача за схемою зірка лінійний струм  $\tilde{I}_Y = \tilde{I}_{\phi Y}$  дорівнює

$$\tilde{I}_Y = \frac{\tilde{U}}{\sqrt{3} Z_\phi}.$$

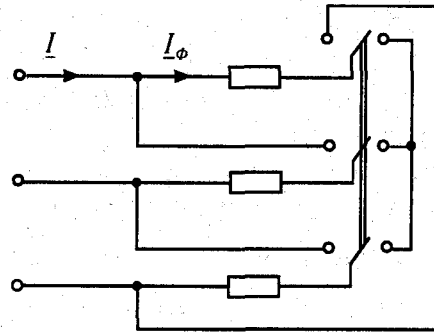


Рис. 2.13

При перемиканні приймача на схему з'єднань трикутником

$$\tilde{I}_\Delta = \sqrt{3}\tilde{I}_{\phi\Delta} = \sqrt{3}\frac{\tilde{U}}{Z_\phi}$$

Порівнюючи вирази для  $\tilde{I}_Y$  та  $\tilde{I}_\Delta$  приходимо до висновку, що

$$\tilde{I}_\Delta = 3\tilde{I}_Y; \quad \tilde{I}_{\phi\Delta} = \sqrt{3}\tilde{I}_{\phi Y} \quad (2.22)$$

Отже, при перемиканні приймача із схеми з'єднань зіркою на схему з'єднань трикутником лінійний струм збільшується у три рази, а фазний — у  $\sqrt{3}$  раз.

Активна потужність трифазного приймача незалежно від схеми з'єднання фаз дорівнює  $P = \sqrt{3}UI \cos \phi$ . Внаслідок перемикання схеми з'єднання із зірки на трикутник лінійні струми збільшуються у три рази і споживана приймачем потужність також зростає у три рази:

$$P_\Delta = 3P_Y \quad (2.23)$$

## 2.9. ЗАХИСНІ ЗАЗЕМЛЕННЯ ТА ЗАНУЛЕННЯ У ТРИФАЗНИХ КОЛАХ

У трифазних колах захисне заземлення виконують з метою забезпечення безпеки людей при пошкодженні ізоляції струмопровідних частин електроустановки. Заземленням називають навмисне з'єднання із землею металевих частин устаткування, які в звичайних умовах не перебувають під напругою, але можуть опинитися під напругою внаслідок порушення ізоляції електроустановки.

Для з'єднання металевого корпусу електроустановки з землею створюють заземлювач у вигляді сталевих труб вертикально закопаних у землю, кутової сталі, металевих стержнів тощо. Звичайно опір заземлювача  $R_3 \leq 4 \text{ Ом}$ .

З'ясуємо принцип дії захисного заземлення на прикладі трипровідної трифазної мережі з ізольованою нейтраллю (рис. 2.14). Провідники мережі створюють відносно

землі ємність  $C$  і мають активний опір  $R$ , який складається з опору ізоляції та шляху струму на землю. Комплексний опір кожного провідника відносно землі

$$\underline{Z} = \frac{-jX_C R}{R - jX_C} = \frac{R}{1 + jR\omega C} \quad (2.24)$$

Припустимо, що корпус електродвигуна не заземлено, а внаслідок пошкодження ізоляції оголений провід, під'єднаний до лінії  $A$ , торкається цього корпусу. Тоді людина, що торкається корпусу двигуна попадає під напругу, існуючу між точками 1 та 2 (рис. 2.14, *a*). Напруга ця дорівнює фазній напрузі зірки, створеної опорами  $X_C$  та  $R$ , які для спрощення можна прийняти однаковими у всіх фазах.

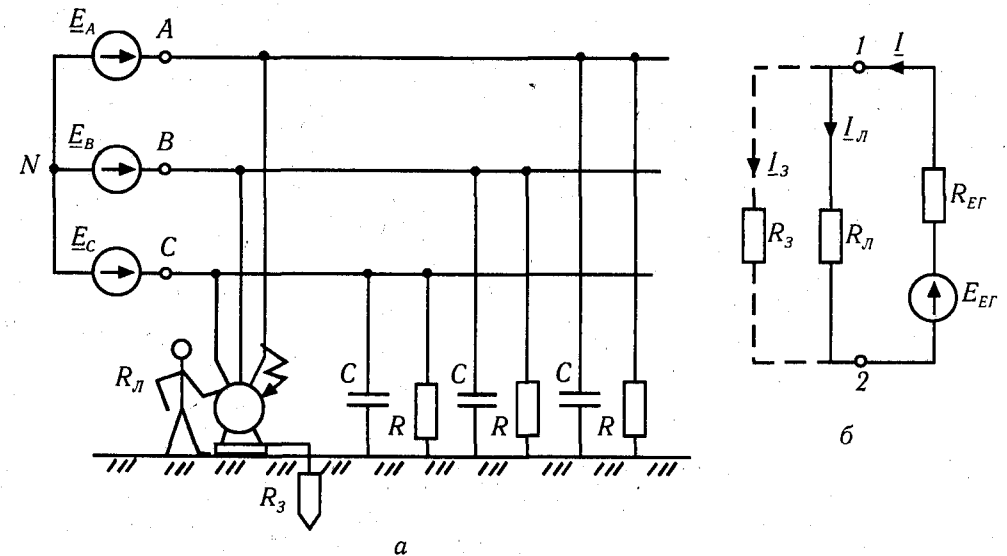


Рис. 2.14

Для визначення струму через людину скористаємось викладеним у розділі 1.8 методом еквівалентного генератора. Все електричне коло відносно людини будемо розглядати як еквівалентний генератор, заступна схема якого показана на рис. 2.14, *б*. Генератор, що створює на виводах 1 та 2 напругу, має ЕРС  $E_{ee}$  і внутрішній опір  $Z_{en}$ . ЕРС генератора дорівнює напрузі між точками 1 та 2 при холостому ході генератора, тобто коли людина не торкається корпусу двигуна. В колі із схемою (рис. 2.14, *a*) ця напруга дорівнює фазній напрузі симетричної зірки, створеної опорами  $\underline{Z}$  провідів  $A$ ,  $B$ ,  $C$  відносно землі, тобто дорівнює фазній напрузі джерела живлення. Струм через людину в колі (рис. 2.14, *б*)

$$I_A = \frac{E_{ee}}{Z_A + Z_{ee}}$$

Тут  $Z_{ee}$  та  $Z_A$ , — комплексні значення внутрішнього опору еквівалентного генератора та опору людини. Для спрощення приймемо, що довжина лінійних провідів

мережі невелика і ємність  $C$  мала. Тоді, згідно з (2.20), опір проводу лінії відносно землі дорівнює  $Z \approx R$ , а внутрішній опір еквівалентного генератора складається з трьох паралельно ввімкнених резисторів з опором  $R$ . Одна спільна точка цих резисторів є точка  $N$ , а друга спільна точка — земля. Тому внутрішній опір еквівалентного генератора на виводах 1—2  $Z_{ee} = R_{ee} = R/3$ .

Опір людини також має активно-ємнісний характер, оскільки металевий корпус, який перебуває під напругою, і внутрішні тканини людини мають хорошу електричну провідність і створюють обкладинки конденсатора, які розділені діелектриком — шкірою людини. Шкіра людини головним чином і визначає її омичний опір. Для спрощення знехтуємо ємнісним опором людини і будемо вважати, що  $Z_{\lambda} = R_{\lambda}$ . Оскільки всі опори у колі (рис. 2.14, б) активні, можна перейти від запису рівнянь у комплексній формі до запису з використанням дійових значень напруг та струмів. Тоді при відсутності заземлення струм через людину в колі, зображеному на рис. 2.14, б, дорівнює

$$\tilde{I}_{\lambda} = \frac{\tilde{E}_{ee}}{R_{\lambda} + \frac{R}{3}} \quad (2.25)$$

Якщо ж до корпусу двигуна приєднати заземлювач з опором  $R_3$ , то його опір буде ввімкнено паралельно до опору людини  $R_{\lambda}$  (рис. 2.14, б). Струм еквівалентного генератора  $I$  при наявності заземлювача

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{E}_{ee}}{R_{ee} + \frac{R_{\lambda}R_3}{R_{\lambda} + R_3}} = \frac{\tilde{E}_{ee}(R_{\lambda} + R_3)}{R_{ee}(R_{\lambda} + R_3) + R_{\lambda}R_3} \quad (2.26)$$

Прийнявши до уваги, що  $R_{\lambda}\tilde{I}_{\lambda} = R_3\tilde{I}_3$  і що  $\tilde{I}_{\lambda} + \tilde{I}_3 = \tilde{I}$  отримаємо

$$\tilde{I}_{\lambda} + \frac{R_{\lambda}}{R_3}\tilde{I}_{\lambda} = \tilde{I}.$$

Звідси струм через людину при наявності заземлення  $\tilde{I}_{\lambda 3} = \frac{\tilde{I}}{1 + \frac{R_{\lambda}}{R_3}} = \frac{R_3}{R_{\lambda} + R_3}\tilde{I}$ .

Підставивши до останнього виразу значення струму  $\tilde{I}$  з (2.26), отримаємо

$$\tilde{I}_{\lambda 3} = \frac{\tilde{E}_{ee}R_3}{R_{ee}(R_{\lambda} + R_3) + R_{\lambda}R_3} \quad (2.27)$$

Звичайно  $R_{\lambda} \gg R_3$ , тому наближено струм через людину при наявності заземлення

$$\tilde{I}_{\lambda 3} \approx \frac{R_3}{R_{ee}R_{\lambda}}\tilde{E}_{ee} = \frac{3R_3}{R \cdot R_3}\tilde{E}_{ee}. \quad (2.28)$$

Звичайно опір ізоляції  $R$  набагато більший від опору людини. Врахувавши це можна з виразу (2.21) отримати, що наближено струм через людину без наявності заземлення в розглянутому випадку дорівнює

$$\tilde{I}_{\lambda} = \frac{3\tilde{E}_{ee}}{R} \quad (2.29)$$

З (2.23) та (2.24) співвідношення струмів через людину без заземлення та за його наявності дорівнює

$$\frac{\tilde{I}_{\lambda}}{\tilde{I}_{\lambda 3}} \approx \frac{R_{\lambda}}{R_3}, \quad (2.30)$$

тобто заземлення зменшує струм через людину в стільки раз, у скільки опір людини більший від опору заземлення.

**Числовий приклад.** Приймаємо, що в колі із схемою, показаною на рис. 2.14, а опір людини  $R_{\lambda} = 1 \text{ кОм}$ , опір заземлення  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ , опір ізоляції проводів на землю  $R = 30 \text{ кОм}$ , напруга мережі  $\tilde{U}_{AN} = 220 \text{ В}$ . Фаза  $A$  джерела внаслідок пошкодження ізоляції сполучена з корпусом двигуна. Тоді при відсутності заземлення згідно з (2.21) при дотиканні людини до корпусу двигуна струм через людину дорівнює  $\tilde{I}_{\lambda} \approx 20 \text{ мА}$ , що небезпечно для життя. При наявності заземлення з опором  $R = 4 \text{ Ом}$  струм через людину згідно з (2.24)  $\tilde{I}_{\lambda} \approx 0,088 \text{ мА}$  не є небезпечним. Відмітимо, що при пробі ізоляції фази  $A$  на заземлений корпус, струм у заземлювачі згідно з (2.21)  $\tilde{I}_3 \approx 22 \text{ мА}$ , що не приведе до відключення пошкодженої фази електрозахистом.

Для термінового вимикання з мережі пошкодженої електроустановки використовують захисне занулення. Його виконують шляхом приєднання металевих корпусів електроустановки, які можуть опинитися під напругою при пошкодженні ізоляції, до багаторазово заземленого нейтрального (нульового) проводу електричної мережі (рис. 2.15). При замиканні на корпус двигуна фази  $A$  мережі створюється коротке замикання фази  $A$  джерела. У фазі  $A$  виникає великий струм, який значно перевищує струм спрацювання захисного автомата або струм перегорання захисного запобіжника. Пошкоджена фаза вимикається з електричного кола, що і відвертає небезпеку для життя людини, яка може торкнутися до корпусу двигуна.

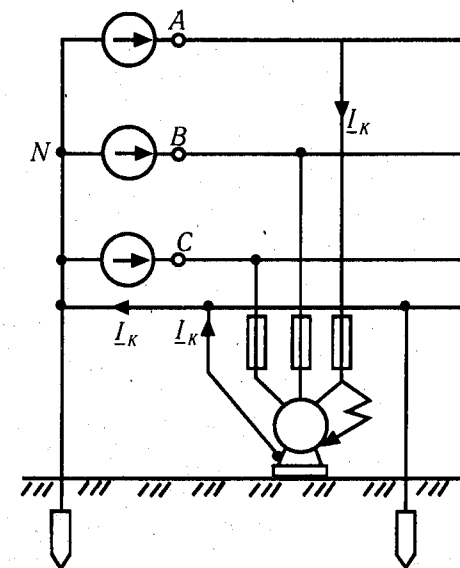


Рис. 2.15



## 2.10. РЕЗЮМЕ

1. Об'єднання в одне коло трьох електричних кіл синусоїдного струму з незалежними ЕРС однакової частоти і з однаковими амплітудами широко застосовують в електротехніці. Об'єднані кола синусоїдного струму називають фазами, а цілу об'єднану систему — трифазною системою.

2. При створенні систем електропостачання перевага змінного струму над постійним полягала в наявності технічної можливості передачі електричної енергії за допомогою трансформаторів на велику відстань з малими втратами. А серед можливих систем змінного струму трифазні системи перемогли двофазні та однофазні перш за все з комерційних причин: вартість проводів лінії передачі трифазної системи виявилася значно нижчою. Крім того, трифазні двигуни та генератори за своїми техніко-економічними характеристиками є більш досконалішими, ніж двофазні чи однофазні. Тому зараз найбільш масовим двигуном у промисловості є трифазні асинхронні двигуни, які потребують саме трифазного живлення.

3. Джерелом енергії у трифазних системах є трифазний генератор, який складається з нерухомого статора та рухомого ротора, виготовлених з феромагнітних матеріалів. На укладено провідники обмотки збудження, по яких пропускають постійний струм. При наявності струму в обмотці збудження ротор представляє собою електромагніт з полюсами  $N$  та  $S$ .

В пазах статора укладено три однакових обмотки, зсунених між собою у просторі на  $120^\circ$ . При обертанні ротора з кутовою швидкістю  $\omega_0$  фазні обмотки генератора перетинаються змінним магнітним потоком  $i$ , згідно з законом електромагнітної індукції, в них виникають ЕРС однакової амплітуди, зсунені між собою в часі на  $120^\circ$ , тобто на третину періоду.

4. Фази (фазні обмотки) трифазних джерел живлення та фази приймачів електричної енергії з'єднують зіркою або трикутником. При з'єднанні фаз джерела зіркою кінці фаз  $X, Y, Z$  сполучають в одну нейтральну точку  $N$ , а початки фаз  $A, B, C$  під'єднують до лінійних проводів, які сполучають джерело з виводами  $a, b, c$  фаз приймача. Вільні виводи приймача також сполучають в одну точку  $n$ , яку називають нейтральною точкою приймача. Якщо нейтральні точки джерела  $N$  та приймача  $n$  сполучені між собою нейтральним проводом, отримується чотирипровідна система із схемою з'єднань зірка/зірка. При відсутності нейтрального проводу система буде трипровідна.

5. При сполученні фаз джерела чи приймача трикутником слід сполучити кінець кожної фази з початком наступної, тобто з'єднати три фази послідовно і до початку кожної фази  $a, b, c$  приєднати лінійні проводи.

6. Напруги на фазах джерела та приймача називають фазними, а напруги між лініями передачі — лінійними напругами. Відповідно струми, що течуть у фазах джерела та приймача називають фазними, а струми, що течуть у проводах, які сполучають джерело або приймач з лінією електропередачі — лінійними струмами. При з'єднанні трикутником фазні напруги дорівнюють лінійним. При з'єднанні зіркою струми в лініях дорівнюють струмам фазним.

7. Джерело називають симетричним, якщо всі його фазні напруги мають однакові дійові значення  $\tilde{U}_A = \tilde{U}_B = \tilde{U}_C = \tilde{U}_\phi$  і зсунені між собою по фазі на  $120^\circ$ . Симетричний трифазний приймач має однакові комплексні опори всіх фаз. Дійове значення лінійної напруги  $\tilde{U}$  симетричного джерела або приймача, з'єданого зіркою, більше фазної напруги  $\tilde{U}_\phi$  у  $\sqrt{3}$  раз. Дійове значення лінійних струмів симетричних джерел або приймачів, з'єднаних за схемою трикутника, більше фазних у  $\sqrt{3}$  рази.

8. Якщо трифазне коло симетричне, то при з'єднанні фаз приймача та генератора зіркою з нейтральним проводом струм у нейтральному проводі дорівнює нулю. Тому для симетричного приймача нейтральний провід не потрібний. Якщо ж несиметричний приймач сполучено зіркою, то відсутність нульового проводу призводить до спотворення симетрії фазних напруг приймача. Для забезпечення симетрії фазних напруг такого приймача конче необхідний нейтральний провід. При наявності нейтрального проводу фазні напруги приймача, дорівнюють фазним напругам джерела і, незалежно від несиметрії приймача, лишаються симетричними. Струм у нейтральному проводі тепер не рівний нулю.

9. Симетрію фазних напруг приймача можна забезпечити вмиканням його в трифазну мережу трикутником, але при цьому номінальні напруги фаз приймача повинні дорівнювати лінійним напругам трифазної системи.

10. Для симетричного трифазного приймача повна, активна та реактивна потужності дорівнюють:  $S = 3S_\phi = 3\tilde{U}_\phi \tilde{I}_\phi$ ;  $P = 3P_\phi = 3\tilde{U}_\phi \tilde{I}_\phi \cos \varphi_\phi$ ;  $Q = 3Q_\phi = 3\tilde{U}_\phi \tilde{I}_\phi \sin \varphi_\phi$ . Незалежно від схеми з'єднання фаз симетричного приймача його потужності через лінійні струми та напруги виражають за виразами:  $P = \sqrt{3}\tilde{U}\tilde{I} \cos \varphi$ ;  $Q = \sqrt{3}\tilde{U}\tilde{I} \sin \varphi$ ;  $S = \sqrt{3}\tilde{U}\tilde{I}$ .

11. Для несиметричного трифазного приймача активна, реактивна та повна потужності дорівнюють:

$$P = \tilde{U}_A \tilde{I}_A \cos \varphi_A + \tilde{U}_B \tilde{I}_B \cos \varphi_B + \tilde{U}_C \tilde{I}_C \cos \varphi_C = P_A + P_B + P_C;$$

$$Q = \tilde{U}_A \tilde{I}_A \sin \varphi_A + \tilde{U}_B \tilde{I}_B \sin \varphi_B + \tilde{U}_C \tilde{I}_C \sin \varphi_C = Q_A + Q_B + Q_C;$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3\sqrt{P_\phi^2 + Q_\phi^2}.$$

12. Потужності трифазного приймача можна визначити за допомогою електровимірювальних приладів — ватметра, амперметра та вольтметра.

*Ватметр* — прилад, призначений для вимірювання активної потужності. Він має дві обмотки — струмову, яка вмикається послідовно з навантаженням і обмотку напруги, яка вмикається паралельно з навантаженням, в якому вимірюється потужність. Початки обмоток з'єднують між собою і підмикають до джерела живлення, а протилежні виводи обмоток підмикають до приймача. Покази ватметра дорівнюють  $P_W = \tilde{U}\tilde{I} \cos \varphi$ . Тут  $\varphi$  — кут фазового зсуву між напругою на обмотці напруги та струмом у струмовій обмотці ватметра. *Амперметр* — прилад для вимірювання сили струму. Обмотка ідеального амперметра має опір близький до нуля. *Вольтметр* — прилад для вимірювання величини напруги. Опір обмотки ідеального вольтметра наближається до нескінченності.

13. Один і той самий приймач можна під'єднати до мережі за схемою зірки чи трикутника. При перемиканні приймача із схеми з'єднань зіркою на схему з'єднань трикутником лінійний струм збільшується у три рази, а фазний — у  $\sqrt{3}$  раз. Активна потужність трифазного приймача незалежно від схеми з'єднання фаз дорівнює  $P = \sqrt{3}UI \cos \varphi$ . Внаслідок перемикання схеми з'єднань із зірки на трикутник лінійні струми збільшуються у три рази і споживана приймачем потужність також зростає у три рази.

14. З метою забезпечення безпеки людей металеві частини електроустановки, які в звичайних умовах не перебувають під напругою, але можуть опинитися під нею внаслідок пошкодження ізоляції, виконуть їх захисне заземлення. Для з'єднання металевого корпусу електроустановки з землею створюють заземлювач у вигляді сталевих закопаних у землю вертикально труб, кутової сталі, металевих стержнів тощо. Звичайно опір заземлювача  $R_3 \leq 4 \text{ Ом}$ .

15. Для термінового вимикання з мережі пошкодженої електроустановки використовують захисне занулення. Його виконують шляхом приєднання металевих корпусів електроустановки, які можуть опинитися під напругою при пошкодженні ізоляції, до багаторазово заземленого нейтрального проводу електричної мережі. При замиканні на корпус електроустановки будь якої фази мережі створюється коротке замикання цієї фази джерела, виникає великий струм, який значно перевищує струм спрацювання захисного автомата або струм перегорання захисного запобіжника. Пошкоджена фаза вимикається з електричного кола, що і відвертає небезпеку для життя людини, яка може торкнутися до корпусу.

## ПЕРІОДИЧНІ НЕСИНУСОЇДНІ СТРУМИ В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

### 3.1. ПРИЧИНИ ВИНИКНЕННЯ НЕСИНУСОЇДНИХ СТРУМІВ ТА ЇХ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ГАРМОНІЧНИМ РЯДОМ

В розділах 1 та 2 розглядалися кола з синусоїдними напругами та струмами. Така форма напруг та струмів характерна для електроенергетичних мереж, де вживають спеціальних заходів для підтримання такої їх форми. Але в пристроях радіотехніки, автоматики, обчислювальної техніки широко використовують генератори періодичних імпульсів різноманітних за формою. Струм несинусоїдної форми може виникати також в електричних колах з нелінійними елементами, як це показано нижче в 6.2. Крім того, в багатьох електромагнітних та електронних пристроях відхилення від синусоїдної форми напруг та струмів зумовлено самим процесом їх роботи. Тому знання елементів теорії несинусоїдних періодичних струмів необхідне для розуміння принципу дії багатьох пристроїв систем автоматики та електроніки.

Періодична несинусоїдна функція задовольняє умові  $f(t) = f(t + kT)$ , де  $T$  — період функції, тобто проміжок часу, протягом якого відбувається один цикл зміни функції;  $k$  — ціле число. Таку періодичну функцію, як відомо з курсу математики, можна представити у вигляді гармонічного ряду Фур'є з кінцевою кількістю членів  $n$ . Звичайно кількість членів ряду обмежується тією гармонікою, амплітуда якої має менше 5% від амплітуди основної гармоніки.

Наприклад, несинусоїдний періодичний струм

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{11}) + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{12}) + \dots + I_{nm} \sin(\omega t + \psi_{in})$$

або

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^{k=n} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ik}). \quad (3.1)$$

У цьому виразі  $I_0$  — **постійна складова (постійний струм)**,  $I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{11})$  — **перша (основна) гармоніка, частота якої дорівнює частоті несинусоїдної періодичної функції**, тобто частоті струму  $i$ . Всі інші складові у (3.1) **називають вищими гармоніками**;  $\psi_{ik}$  — **початкова фаза  $k$ -тої гармоніки**, залежна від початку відліку часу. В такий спосіб періодичний несинусоїдний струм можна представити у вигляді суми постійного струму і синусоїдних струмів різних частот, кратних частоті першої гармоніки з різними початковими фазами. Таке представлення часто застосовують при розрахунках кіл періодичних несинусоїдних струмів.

Аналогічно виразу (3.1) записують розклад у гармонічний ряд періодичних несинусоїдних напруг на будь-якій ділянці кола:

$$u = U_0 + \sum_{k=1}^{k=n} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk}). \quad (3.2)$$

та ЕРС джерела:

$$e = E_0 + \sum_{k=1}^{k=n} E_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ek}). \quad (3.3)$$

На рис. 3.1 для прикладу показано графік несинусоїдного періодичного струму  $i$ , котрий має у своєму складі першу  $i_1$  та другу  $i_2$  гармоніки.

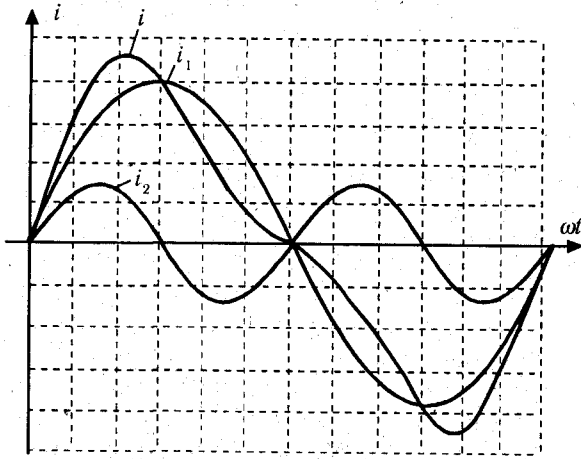


Рис. 3.1

Для наочного представлення характеру зміни амплітуд гармонік ряду у виразах (3.1)—(3.2) від частоти  $k\omega$  будують діаграми амплітудно-частотного спектра (рис. 3.2), а для характеризування форми кривої, яка великою мірою залежить від початкових фаз  $\psi_k$  гармонік, будують діаграму фазочастотного спектра (рис. 3.3). Для побудови діаграми амплітудно-частотного спектра на осі абсцис відкладають значення частоти  $k\omega$ , а паралельно осі ординат — відносні значення амплітуд вищих гармонік та постійної складової по відношенню до амплітуди першої гармоніки. Для побудови діаграми фазочастотного спектра по осі абсцис відкладають значення

частот  $k\omega$ , а паралельно осі ординат значення кутів, що характеризують початкові фази гармонік.

Для розрахунку лінійного кола періодичного несинусоїдного струму можна застосувати метод накладання, тобто визначити кожен з гармонічних складових та постійну складову (якщо вона є) розрахунком кола за умовою, що в ньому діє джерело синусоїдної напруги (або струму) певної частоти, або джерело постійної напруги чи струму. Струм кожної гармонічної складової можна визначити, застосовуючи будь-які методи розрахунку кіл синусоїдного струму, у тому числі і з представленням синусоїдних напруг та струмів комплексними числами.

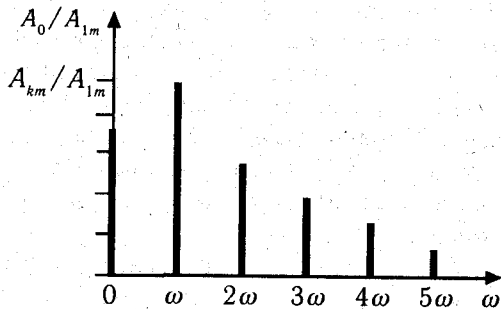


Рис. 3.2

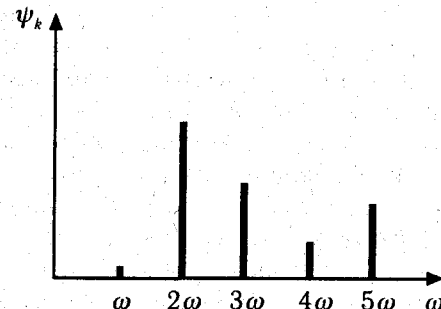


Рис. 3.3

### 3.2. ДІЙОВЕ ЗНАЧЕННЯ ПЕРІОДИЧНОГО НЕСИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

Практично важливим є визначення дійових значень струмів та напруг, вимірюваних амперметрами та вольтметрами. Приведене у 1.2 визначення дійового значення змінного струму на підставі порівняння його теплової дії з дією постійного струму дійсне і для будь-якого періодичного струму. Тому дійове значення періодичного несинусоїдного струму, як і синусоїдного, можна визначити за виразом

$$\bar{I} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (3.4)$$

З врахуванням (3.1) інтеграл у виразі (3.4)

$$\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt$$

можна представити у вигляді суми інтегралів чотирьох типів:

$$1) \frac{1}{T} \int_0^T I_{km}^2 \sin^2(k\omega t + \psi_{ik}) dt = \frac{I_{km}^2}{2} = \bar{I}_k^2;$$

(обчислення цього інтегралу див. (1.3) у розділі (1.2))

$$2) \frac{1}{T} \int_0^T I_0 I_0 dt = I_0^2;$$

$$3) \frac{1}{T} \int_0^T I_0 I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ik}) dt = \frac{1}{T} I_0 I_{km} \int_0^T \sin(k\omega t + \psi_{ik}) dt = 0,$$

оскільки інтеграл синусоїдної величини за ціле число періодів дорівнює нулю;

$$4) \frac{1}{T} \int_0^T I_{km} I_{lm} \sin(k\omega t + \psi_{ik}) \sin(l\omega t + \psi_{il}) dt = 0,$$

де  $k$  та  $l$  — номери гармонік, причому  $k \neq l$ . Інтеграл дорівнює нулю, оскільки

$$\sin \beta \sin \gamma = \frac{1}{2} [\cos(\beta - \gamma) - \cos(\beta + \gamma)],$$

тобто під інтегралом маємо різницю двох косинусоїдних функцій, причому інтеграл кожної з них за ціле число періодів дорівнює нулю.

Таким чином дійове значення періодичного несинусоїдного струму

$$\bar{I} = \sqrt{I_0^2 + \bar{I}_1^2 + \bar{I}_2^2 + \dots + \bar{I}_n^2}, \quad (3.4)$$

тобто дійове значення періодичного несинусоїдного струму дорівнює кореню квадратному з суми квадратів постійної складової та квадратів дійових значень усіх гармонічних складових.

Так само визначається дійове значення періодичної несинусоїдної напруги:

$$\bar{U} = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{k=n} \bar{U}_k^2}. \quad (3.5)$$

### 3.3. ПОТУЖНІСТЬ ПЕРІОДИЧНОГО НЕСИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

Миттєва потужність для струмів та напруг з будь-якою формою кривої дорівнює

$$p = ui. \quad (3.6)$$

Активна потужність будь-якого періодичного струму за визначенням дорівнює середньому за період значенню миттєвої потужності:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt. \quad (3.7)$$

Підставивши до (3.7) миттєві значення струмів представлені рядом згідно (3.1) та напруг згідно з (3.2) у вигляді сум постійних складових і гармонік, отримаємо суму інтегралів тих же чотирьох типів, що й під час визначення дійового значення періодичного несинусоїдного струму:

$$1) \frac{1}{T} \int_0^T U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk}) I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ik}) dt = \\ = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{U_{km} I_{km}}{2} [\cos(\psi_{uk} - \psi_{ik}) - \cos(2k\omega t + \psi_{uk} + \psi_{ik})] dt = \tilde{U}_k \tilde{I}_k \cos(\psi_{uk} - \psi_{ik}) = \tilde{U}_k \tilde{I}_k \cos \varphi_k$$

$$2) \frac{1}{T} \int_0^T U_0 I_0 dt = U_0 I_0;$$

$$3) \frac{1}{T} \int_0^T U_0 I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ik}) dt = 0;$$

$$4) \frac{1}{T} \int_0^T U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk}) I_{lm} \sin(l\omega t + \psi_{il}) dt = 0 \text{ при } k \neq l$$

Таким чином активна потужність

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{k=n} U_k I_k \cos \varphi_k, \quad (3.8)$$

тобто **активна потужність періодичного несинусоїдного струму дорівнює сумі активних потужностей всіх гармонічних складових і потужності постійних складових напруги та струму.**

Реактивною потужністю періодичних несинусоїдних струмів можна вважати величину

$$Q = \sum_{k=1}^{k=n} \tilde{U}_k \tilde{I}_k \sin \varphi_k. \quad (3.9)$$

Повна потужність періодичного несинусоїдного струму умовно визначається як

$$S = \tilde{U} \tilde{I} > \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (3.10)$$

**Числовий приклад.** У колі із схемою, показаною на рис. 3.2  $R_1 = 100 \text{ Ом}$ ;  $R_L = 60 \text{ Ом}$ ;  $L = 0,2548 \text{ Гн}$ ;  $C = 32 \text{ мкФ}$ ;  $u = 50 \sin \omega t + 18 \sin 3\omega t$ ;  $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$ . Знайти дійове значення струму  $\tilde{I}$ , активну потужність кола  $P$ .

Використовуючи метод накладання розраховуємо символічним методом дійове значення струму першої гармоніки  $\tilde{I}_1$  у колі з прикладеною напругою  $u_1 = U_{1m} \sin \omega t$  та дійове значення струму третьої гармоніки  $\tilde{I}_3$  у колі з прикладеною напругою  $u_3 = U_{3m} \sin 3\omega t$ . (рис. 3.2).

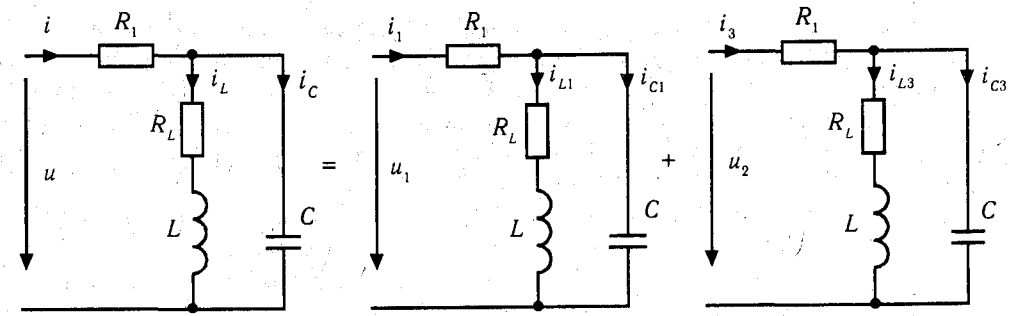


Рис. 3.4

У колі, до якого прикладена перша гармоніка напруги  $\tilde{U}_1$  дійове значення напруги дорівнює  $\tilde{U}_1 = 50 / \sqrt{2} = 35,35 \text{ В}$ . Повний еквівалентний опір кола у комплексній формі

$$Z_{e1} = R_1 + \frac{(R_L + j\omega L)(-j/\omega C)}{R_L + j\omega L - j/\omega C} = 100 + \frac{(40 + j80)[1 - j10^6 / (314 \cdot 32)]}{40 + j80 - j99,5} = \\ = 100 + \frac{8897e^{-j26,5}}{44,5e^{-j25,99}} = 300e^{-j0,38}$$

Повний опір кола  $Z_{e1} = 300 \text{ Ом}$ . Дійове значення струму першої гармоніки

$$\tilde{I}_1 = \tilde{U}_1 / Z_{e1} = 35,35 / 300 = 0,1178 \text{ А}$$

У колі, до якого прикладена третя гармоніка напруги  $\tilde{U}_3$  дійове значення напруги  $\tilde{U}_3 = 18 / \sqrt{2} = 12,73 \text{ В}$ . Комплексне значення еквівалентного повного опору кола

$$Z_{e3} = R_1 + \frac{(R_L + j3\omega L)(-j/3\omega C)}{R_L + j3\omega L - j/3\omega C} = 100 + \frac{(40 + j240)[-j10^6 / (3 \cdot 314 \cdot 32)]}{40 + j240 - j33,17} = \\ = 100 + \frac{8070e^{-j9,46}}{210,7e^{j79,05}} = 107e^{-j21}$$

Дійове значення струму третьої гармоніки

$$\tilde{I}_3 = \tilde{U}_3 / Z_{e3} = 12,73 / 107 = 0,119 \text{ А}$$

Дійове значення несинусоїдного струму в колі

$$\tilde{I} = \sqrt{\tilde{I}_1^2 + \tilde{I}_3^2} = \sqrt{0,1178^2 + 0,119^2} = 0,1676 \text{ А}$$

Активна потужність у колі

$$P = 35,35 \cdot 0,1178 \cos 0,38^\circ + 12,73 \cdot 0,119 \cos 21^\circ = 5,58 \text{ Вт}$$

### 3.4. РЕЗЮМЕ

1. Струми несинусоїдної форми можуть виникати в електричних колах з нелінійними елементами навіть при живленні їх від джерел синусоїдної напруги. У пристроях радіотехніки, автоматики, обчислювальної техніки широко використовують генератори різноманітних за формою періодичних імпульсів. Крім того, в багатьох електромагнітних та електронних пристроях відхилення від синусоїдної форми напруг та струмів зумовлено самим процесом їх роботи.

2. Періодичний несинусоїдний струм можна представити гармонічним рядом Фур'є у вигляді суми постійної складової (постійного струму) і синусоїдних струмів різних частот, кратних частоті першої гармоніки з різними початковими фазами. Звичайно кількість членів ряду обмежується тією гармонікою, амплітуда якої має менше 5% від амплітуди основної гармоніки. Аналогічно можна розкласти в ряд Фур'є і періодичну несинусоїдну напругу.

3. Дійове значення періодичного несинусоїдного струму дорівнює кореню квадратному з суми квадратів постійної складової та квадратів дійових значень усіх гармонічних складових. Так само визначається й дійове значення періодичної несинусоїдної напруги.

4. Активна потужність періодичного несинусоїдного струму дорівнює сумі активних потужностей всіх гармонічних складових і потужності постійних складових напруги та струму.

## ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

### 4.1. ПРИЧИНИ ВИНИКНЕННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ. ЗАКОНИ КОМУТАЦІЇ

Режим роботи електричного кола постійного струму називають усталеним, якщо значення напруг і струмів у колі незмінні у часі.

Режим роботи електричного кола змінного струму називають усталеним, якщо дійові значення всіх напруг і струмів у колі незмінні у часі.

Процес переходу від одного усталеного режиму роботи електричного кола до іншого називають перехідним. Перехідні процеси в електричних колах виникають внаслідок комутацій (перемикань контактів) та інших подій, таких як обрив проводу, виникнення короткого замикання і т. п.

Перехідні процеси можуть супроводжуватися виникненням великих напруг та струмів навіть у статичних, тобто без рухомих частин, пристроях з елементами, які створюють електромагнітні поля. Наприклад, при раптовому короткому замиканні вторинної обмотки трансформатора (розділ 8.4), може короткочасно виникати перехідний струм, який перевищує номінальний у 30—35 раз. Великі струми виникають і при під'єднанні до мережі конденсаторів без струмообмежувального резистора, ввімкненого послідовно з конденсатором.

Перехідний процес триває в часі завдяки електромагнітній інерції елементів з параметрами  $L$  та  $C$ , які здатні створювати електромагнітні поля. Якщо у колі відсутні елементи з параметрами  $L$  та  $C$ , то процес переходу від одного усталеного режиму до іншого відбувається миттєво. Так, при вмиканні резистора на напругу струм у ньому миттєво (стрибком) приймає значення, яке відповідає усталеному режиму.

Припустимо, що комутація кола, тобто вмикання резистора з опором  $R$  на напругу  $u$  відбулося в момент часу  $t = 0$ . Позначимо момент часу, який передує моменту  $t = 0$  і зсунений від нього на нескінченно малий відтінок часу як  $t_{(-0)}$ , а відповідний момент часу після комутації кола як  $t_{(+0)}$ . Тоді для резистора при  $t = t_{(-0)}$  напруга  $u_R = 0$ , струм  $i = 0$ , потужність  $p_R = 0$ . При  $t = t_{(+0)}$  напруга на резисторі  $u_R = u$ , а струм у резисторі  $i = u_R / R$ . Потужність резистора стає миттєво рівною  $p_R = u_R i = u i$ .

Якщо ж вмикати на електричну напругу ідеальний індуктивний елемент  $L$ , то при  $t = t_{(-0)}$ ,  $u_L = 0$ ,  $i_L = 0$ ,  $p_L = 0$ . Після вмикання елемента  $L$  на напругу  $u$  напруга на елементі  $L$   $u_L = u = L di/dt$ . Якщо припустити, що струм  $i_L$  збільшується стрибком, то напруга на елементі  $L$  прямувала б до нескінченності,  $u_{L(+0)} = u \rightarrow \infty$ . Миттєве

значення потужності  $p_L$  також стало нескінченно великим,  $p_L = u_{L(+0)}i = u_{(+0)}i = \infty$ , що неможливо. Неможливо і те, щоби напруга джерела  $u_{(+0)}$  стала нескінченно великою. Звідси можна сформулювати **перший закон комутації в електричних колах: струм у колі з індуктивним елементом не може змінитися стрибком.**

Якщо до джерела живлення підключити вітку з конденсатором, то при  $t = t_{(+0)}$  струм через конденсатор згідно з (1.28) дорівнюватиме  $i_{C(+0)} = C du_C/dt$ . Якщо припустити, що напруга на конденсаторі збільшується стрибком, то це означало б, що струм через конденсатор став би нескінченно великим,  $i_{C(+0)}$ , і миттєве значення потужності конденсатора також стало б нескінченно великим,  $p_{C(+0)} \rightarrow \infty$ , що неможливо. Звідси можна сформулювати **другий закон комутації в електричних колах: напруга на ємнісному елементі не може змінитися стрибком.**

#### 4.2. КЛАСИЧНИЙ МЕТОД АНАЛІЗУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

Розглянемо аналіз перехідних процесів у лінійних електричних колах класичним методом, прийнявши до уваги, що у лінійних колах параметри елементів не залежать від режиму роботи і є незмінними.

Перехідні процеси у простих лінійних електричних колах описують диференціальні рівняння першого або другого порядку з постійними коефіцієнтами:

$$a \frac{dy}{dx} + by + c = 0; \quad (4.1)$$

$$a \frac{d^2y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy + d = 0. \quad (4.2)$$

Аргументом  $x$  у цих рівняннях при аналізі перехідних процесів у електричних колах виступає час  $t$ , а залежною від аргументу функцією  $y$  — струм  $i$  через індуктивний елемент або напруга  $u_C$  на ємнісному елементі. Розв'язок таких рівнянь шукають як суму двох складових

$$y = y' + y''$$

де  $y'$  — частинний розв'язок диференційного неоднорідного рівняння, а  $y''$  — загальний розв'язок неоднорідного рівняння без вільних членів.

Стосовно до електричних кіл частинним розв'язком  $y'$  неоднорідного диференційного рівняння (тобто рівняння з вільними членами, які фізично відповідають змушувальним діям джерел живлення) можна взяти усталені значення напруг та струмів у колі, які встановлюються після закінчення перехідного процесу. Складову  $y'$  називають змушеною складовою. Загальний розв'язок однорідного рівняння  $y''$ , тобто рівняння без вільних членів, характеризує процес без наявності змушувальних дій джерел напруг і струмів, тому складову  $y''$  називають вільною складовою. Вільні складові напруг та струмів зумовлені енергією, накопиченою в магнітних та електричних полях елементами кола з параметрами  $L$  та  $C$ . Якщо електромагнітні поля відсутні, — відсутні й вільні складові, відсутній перехідний процес.

В усталеному режимі всі похідні від  $y$  дорівнюють нулю. Тому для рівняння (4.1) вимушена складова  $y' = -c/b$ , а для рівняння (4.2)  $y'' = -d/c$ .

Вільну складову розв'язку диференційного рівняння (4.1) визначають за виразом

$$y'' = Ae^{px}, \quad (4.3)$$

де  $p$  — корінь характеристичного рівняння,  $A$  — стала інтегрування. Для рівнянь (4.1) та (4.2) характеристичне рівняння можна отримати, поклавши вільні члени  $c$  і  $d$  рівними нулю,  $c = 0$ ,  $d = 0$ , і позначивши в них

$$y = 1, \quad \frac{dy}{dx} = p, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = p^2.$$

Тоді характеристичне рівняння для диференційного рівняння типу (4.1) має вигляд

$$ap + b = 0, \quad (4.4)$$

а для рівняння (4.2) —

$$ap^2 + bp + c = 0. \quad (4.5)$$

Характеристичне рівняння (4.5) другого ступеню і має два корені:

$$p_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Тому вільну складову розв'язку диференційного рівняння (4.2) визначають за виразом:

$$y'' = A_1 e^{p_1 x} + A_2 e^{p_2 x}. \quad (4.6)$$

Для визначення вільних складових розв'язку диференційних рівнянь за виразами (4.3) та (4.6) необхідно знайти сталі інтегрування  $A$  або  $A_1$  та  $A_2$ . Це можна зробити за допомогою початкових умов, які є відомі для усталеного режиму роботи кола до комутації та для умов, які можна визначити використовуючи закони комутації для моменту часу відразу після початку перехідного процесу,  $t = t_{(+0)}$ , оскільки закони комутації дозволяють стверджувати, що струм в індуктивному елементі та напруга на ємнісному елементі в цей момент часу мають ті самі значення, що й до комутації.

Розглянемо аналіз перехідних процесів у декількох типових простих електричних колах за допомогою цього класичного методу.

#### 4.3. ПЕРЕХІДНИЙ ПРОЦЕС У КОЛІ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З ЄМНІСНИМ ЕЛЕМЕНТОМ

Розглянемо перехідний процес, який виникає при вмиканні перемикачем  $S$  попередньо розрядженого конденсатора на постійну напругу  $U$  в колі із схемою, показаною на рис. 4.1. До початку перехідного процесу контакт перемикача  $S$  замикав ланцюг  $R-C$ , отже при  $t = 0$  маємо  $u_C = 0$  та  $i = 0$ . Після переведення при  $t = 0$  контакту  $S$  у верхнє положення  $R-C$ -ланцюг вмикається на постійну напругу  $U$ . Рівняння Кірхгофа для миттєвих значень напруг та струмів після комутації кола має вигляд:

$$U = u_R + u_C = Ri + u_C. \quad (4.7)$$

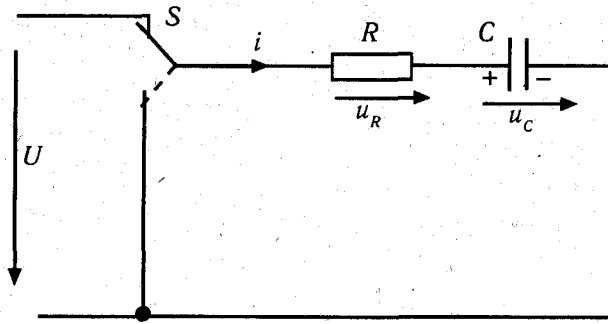


Рис. 4.1

Підставивши до (4.7)  $i = C du_C / dt$ , отримаємо диференціальне рівняння типу (4.1)

$$U = RC \frac{du_C}{dt} + u_C, \text{ або}$$

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C - U = 0. \quad (4.8)$$

Розв'язок диференційного рівняння запишемо у вигляді двох складових:

$$u_C = u'_C + u''_C. \quad (4.9)$$

Цей розв'язок дійсний для будь-якого моменту часу після комутації, тобто і для часу  $t_{(+0)}$ .

Перша складова  $u'_C$  дорівнює напрузі на конденсаторі після закінчення перехідного процесу, тобто  $u'_C = U$ , оскільки після закінчення перехідного процесу спад напруги на резисторі

$$Ri = RC \frac{du_C}{dt} = 0.$$

Друга складова у (4.9) — загальний розв'язок однорідного диференційного рівняння

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad (4.10)$$

є вільною складовою  $u''_C$ , яка визначається рівнянням

$$u''_C = Ae^{pt}. \quad (4.11)$$

Тут  $p$  — корінь характеристичного рівняння

$$RCp + 1 = 0, \quad (4.12)$$

$$p = -1/(RC). \quad (4.13)$$

Для визначення сталої інтегрування  $A$  підставляємо до (4.9) значення  $u'_C = U$  та  $u''_C = Ae^{pt}$  і враховуємо те, що напруга  $u_{C(+0)} = 0$ , оскільки вона не може змінитися стрибком. Тоді

$$u_{C(+0)} = u_{C(-0)} = 0 = U + Ae^{p \cdot 0}.$$

Звідси  $A = -U$ , отже,

$$u''_C = -Ue^{-\frac{t}{RC}}. \quad (4.13)$$

Підставляючи до (4.9) знайдені значення  $u'_C$  та  $u''_C$ , отримаємо:

$$u_C = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}). \quad (4.14)$$

Тут  $\tau$  — стала ланцюга  $R-C$ ,  $\tau = R \cdot C$ . Оскільки  $C$  визначено у фарадах, а  $R$  — в омах, то  $\text{Ом} \cdot \text{Ф} = \frac{\text{В}}{\text{А}} \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{с}}{\text{Кл}} = \text{с}$ , тобто стала  $\tau$  має розмірність часу і називається **сталю часу**. Оскільки струм через конденсатор  $i = C du_C / dt$  то з (4.14) струм у колі

$$i = -CUe^{-\frac{t}{\tau}} \left(-\frac{1}{\tau}\right) = \frac{CU}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}},$$

або

$$i = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.15)$$

Залежності  $u_C(t)$  та  $i(t)$ , побудовані згідно з (4.14) та (4.15), показані на рис. 4.2.

З (4.10) та (4.11) видно, що перехідний процес з точністю до 5% можна вважати практично закінченим при  $t = 3\tau$ . При  $t = 5\tau$  перехідні напруги та струми відрізняються від свого усталеного значення лише на 0,7%.

Сталу часу ланцюга  $R-C$  можна визначити експериментально, побудувавши залежність  $u_C(t)$  за даними дослідів і провівши дотичну до неї у точці  $t = 0$  (рис. 4.2). Проекція на вісь абсцис точки  $A$  перетину цієї дотичної з прямою, проведеною паралельно осі абсцис на відстані  $U$ , задає відрізок  $OB$ , рівний в певному масштабі сталій часу  $t$ . Дійсно, згідно з (4.14)

$$\frac{du_C}{dt_{(+0)}} = -Ue^{-\frac{t}{\tau}} \left(-\frac{1}{RC}\right) = \frac{U}{RC} e^{\frac{0}{\tau}} = \frac{U}{RC} = \frac{U}{\tau}.$$

З рис. 4.2 тангенс кута  $\beta$  між дотичною до кривої  $u(t)$  у точці нуля та віссю абсцис, який, як відомо з курсу математики, дорівнює похідній функції  $u(t)$  по  $t$  в точці  $t = 0$ , також дорівнює

$$\text{tg} \beta = \frac{AB \cdot m_u}{OB \cdot m_t} = \frac{U}{\tau}.$$

Тут  $m_u$  та  $m_t$  — масштабні коефіцієнти переведу довжин відрізків  $AB$  та  $OB$  відповідно у вольти та секунди. Отже відрізок  $OB$  визначає сталу часу  $RC$ —кола  $\tau$ .

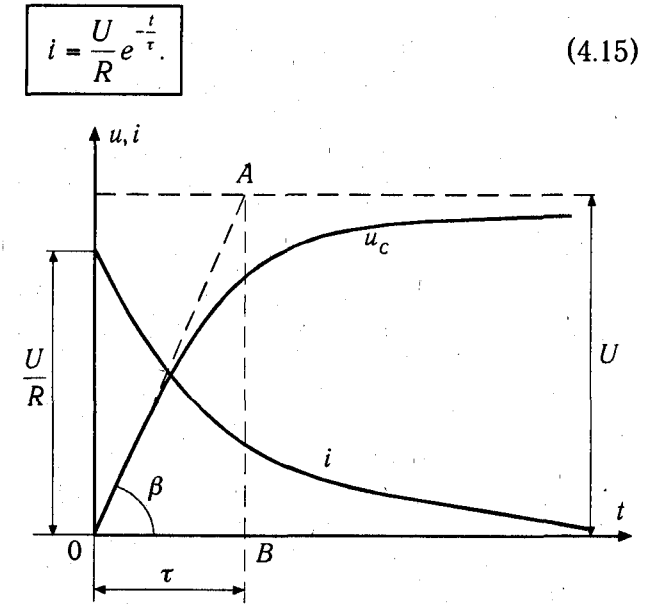


Рис. 4.2



Якщо контакт вимикача  $S$  у схемі рис. 4.1 миттєво перекинути у нижнє положення, виникає перехідний процес розряду конденсатора. Рівняння напруг за другим законом Кірхгофа після комутації кола:

$$0 = RC \frac{du_c}{dt} + u_c. \quad (4.16)$$

Розв'язок диференційного рівняння шукаємо згідно з (4.9). Перша складова  $u'_c$  дорівнює напрузі на конденсаторі після закінчення перехідного процесу, отже  $u'_c = 0$ . Друга складова визначається рівнянням (4.11), а характеристичне рівняння — рівнянням (4.12). Для моменту  $t = t_{(+0)}$ , оскільки напруга на конденсаторі  $u_{c(+0)} = U$ , згідно з (4.9)

$$u_c = u_{c(+0)} = u'_c + u''_c = 0 + Ae^{p \cdot 0} = U.$$

Звідси  $A = U$ , а  $u''_c = Ae^{pt} = Ue^{-\frac{t}{RC}} = Ue^{-\frac{t}{\tau}}$ . Таким чином при розряді конденсатора  $u_c = u'_c + u''_c = 0 + Ue^{-\frac{t}{\tau}} = Ue^{-\frac{t}{\tau}}$ ,

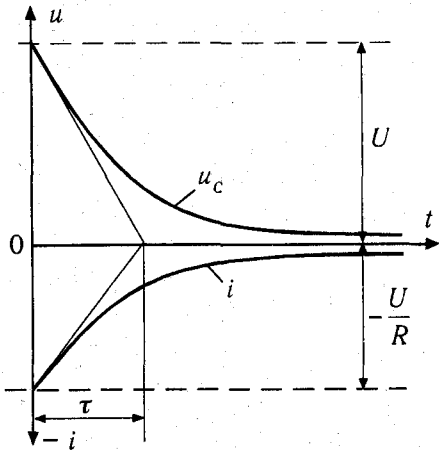


Рис. 4.3

$$u_c = Ue^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.17)$$

Струм при розряданні конденсатора згідно з (4.17)

$$i = C \frac{du_c}{dt} = CUe^{-\frac{t}{RC}} \left( -\frac{1}{RC} \right) = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}},$$

$$i = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.18)$$

Залежності  $u_c(t)$  та  $i(t)$  при розряданні конденсатора показані на рис. 4.3.

Відмітимо, що при малих значеннях опору  $R$  струм при заряджанні та розряджанні конденсатора як у момент  $t = t_{(+0)}$  дорівнює  $U/R$  може досягти дуже великих значень.

#### 4.4. ПЕРЕХІДНИЙ ПРОЦЕС У КОЛІ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З ІНДУКТИВНИМ ЕЛЕМЕНТОМ

Розглянемо перехідний процес при вмиканні котушки з параметрами  $R, L$  на постійну напругу  $U$ .

Після комутації кола, схема якого показана на рис. 4.4, рівняння складене за другим законом Кірхгофа для миттєвих значень напруг має вигляд:

$$U = u_R + u_L = Ri + L \frac{di}{dt}. \quad (4.19)$$

Струм під час перехідного процесу

$$i = i' + i'', \quad (4.20)$$

де  $i'$  — вимушена складова струму, яка дорівнює струму у колі після закінчення перехідного процесу,  $i' = U/R$ . Вільна складова є загальним розв'язком диференційного рівняння

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0. \quad (4.21)$$

Характеристичне рівняння

$$Lp + R = 0. \quad (4.22)$$

Корінь характеристичного рівняння

$$p = -R/L. \quad (4.23)$$

Вільна складова струму

$$i'' = Ae^{pt}. \quad (4.24)$$

Сталу інтегрування  $A$  визначаємо згідно з (4.20) для моменту  $t = t_{(+0)}$ , з врахуванням того, що струм в індуктивному елементі  $i_{(-0)} = i_{(+0)} = 0$ :

$$i_{(+0)} = i' + i'' = \frac{U}{R} + Ae^{-\frac{R}{L} \cdot 0} = 0.$$

Звідси  $A = -U/R$  і розв'язок рівняння (4.19) має вигляд:

$$i = i' + i'' = \frac{U}{R} - \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Тут  $\tau = L/R$  — стала часу кола з параметрами  $L$  та  $R$ . Оскільки  $L$  визначено в генрі, а  $R$  — в омах, то  $\frac{\Gamma_{\text{н}}}{\text{Ом}} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} \cdot \frac{\text{А}}{\text{Вб}} = \frac{\text{Вб}}{\text{Вб}} \text{с} = \text{с}$ , тобто стала  $\tau$  має розмірність часу.

Отже, **перехідний струм при вмиканні котушки з параметрами  $R$  та  $L$  на постійну напругу  $U$  визначається рівнянням:**

$$i = \frac{U}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (4.25)$$

Згідно з (4.25) миттєве значення напруги на резисторі

$$u_R = Ri = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (4.26)$$

Напруга на ідеальному індуктивному елементі  $L$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -\frac{LU}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \left( -\frac{1}{\tau} \right) = \frac{LU}{R} \cdot \frac{R}{L} e^{-\frac{t}{\tau}} = Ue^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.27)$$

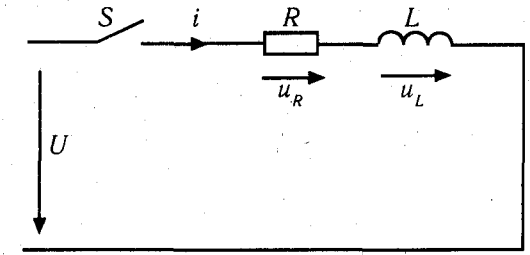


Рис. 4.4

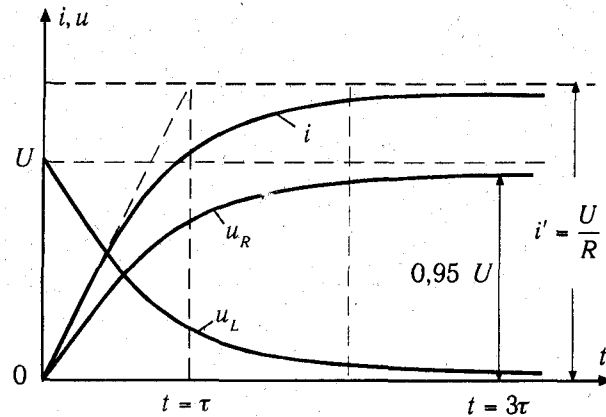


Рис. 4.5

Часові залежності  $i(t)$ ,  $u_R(t)$ ,  $u_L(t)$ , отримані з (4.25), (4.26), (4.27) показані на рис. 4.5. З рисунка видно, що в перший момент після комутації струм у колі дорівнює нулю і вся напруга  $U$  прикладена до елемента  $L$ . Через час  $t = 3\tau$  напруга на резисторі  $u_R = 0,95U$ , а напруга на елементі  $L$   $u_L = 0,05U$ . Перехідний процес проходить без небезпечних стрибків струму чи напруги.

Практика показує, що при вимиканні з кола постійного струму індуктивних елементів на комутуючих контактах виникає електрична дуга, а між витками індуктивної котушки виникає велика напруга, що може привести до пошкодження ізоляції. Тому при наявності великої індуктивності  $L$  слід вмикати паралельно котушці розрядний опір  $R$ , як це показано на рис. 4.6.

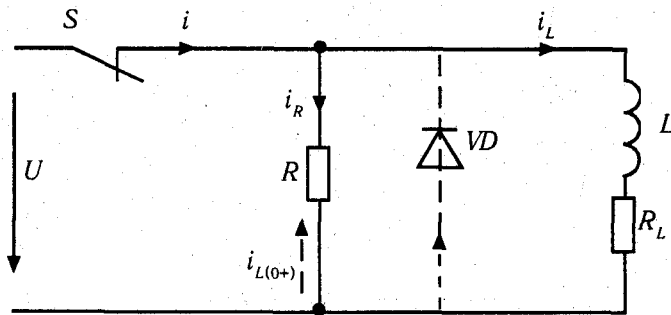


Рис. 4.6

До розмикання контакту  $S$  струм у колі  $i = i_R + i_L$ . Після комутації кола струм індуктивної вітки не може змінитися стрибком, тому  $i_{L(+0)} = i_{L(-0)} = U/R_L$ . Струм же у розрядному резисторі змінюється стрибком від  $i_{R(-0)} = U/R$  до комутації до  $i_{R(+0)} = i_{L(+0)} = U/R_L$  після комутації. До комутації напруга на

розрядному резисторі  $R$  і одночасно на котушці дорівнювала  $u_{R(-0)} = U = R \cdot i_{R(-0)}$ , а після комутації

$$u_{R(+0)} = R i_{L(+0)} = \frac{R}{R_L} U.$$

Отже, чим більше співвідношення опорів  $R$  та  $R_L$ , тим більша напруга на котушці в момент після комутації. За відсутності розрядного опору можна вважати, що опір  $R$  нескінченно великий,  $R \rightarrow \infty$ . В такому разі і напруга на котушці може стати нескінченно великою, але цього не відбувається, оскільки висока напруга викликає електричний пробій повітряного проміжку на початку розмикання контакту  $S$ . Це веде до створення дуги між рухомою та нерухомою частинами контакту, тобто спричинює обгорання поверхонь і подальше погіршення роботи контакту. Вмикання ж розрядного опору  $R$  веде до збільшення непродуктивних втрат електричної енергії. Тому паралельно індуктивним елементам, наприклад котушкам електромагнітних реле, в колах постійного струму часто ставлять напівпровідникові діоди  $VD$  (рис. 4.6). Діод пропускає в напрямі, показаному стрілкою, розрядний струм індуктивності і не споживає енергії в усталеному режимі, оскільки не пропускає струму у зворотному напрямку.

#### 4.5. ПЕРЕХІДНИЙ ПРОЦЕС ПРИ ВМИКАННІ КОТУШКИ НА ЗМІННУ НАПРУГУ

Кожна реальна котушка може бути представлена заступною схемою у вигляді послідовно з'єднаних ідеальних індуктивного та резистивного елемента (рис. 4.4). Котушка гріється при протіканні по ній струму, отже вона має параметр  $R$ . Котушка створює при протіканні струму навколо себе магнітне поле, отже вона має й параметр  $L$  незалежно від того, на яку напругу її вмикають — постійну  $U$  чи змінну  $u$ . При вмиканні такої котушки на синусоїдну напругу  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ , в ній виникає перехідний струм  $i$ , який можна представити, як і при вмиканні котушки на постійну напругу, у вигляді суми вимушеної та вільної складових згідно з (4.20). Вимушена складова дорівнює струму усталеного режиму в колі

$$i' = \frac{u}{Z} = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi_i) = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi). \quad (4.28)$$

Тут  $\psi_i = \psi_u - \varphi$  — початкова фаза струму,  $\psi_u$  — початкова фаза напруги джерела живлення,  $\varphi$  — кут зсуву по фазі між напругою та струмом.

Складене за другим законом Кірхгофа рівняння для миттєвих значень напруг у колі (рис. 4.4) за умовою, що замість постійної напруги джерела  $U$  маємо змінну синусоїдну напругу джерела  $u$ , має вигляд:

$$u = u_R + u_L = Ri + L \frac{di}{dt}. \quad (4.29)$$

Рівняння (4.29) є подібним до рівняння (4.19), складеного для випадку вмикання котушки на постійну напругу. Отже характеристичне рівняння (4.21) лишається без

змін і корінь його  $p = -R/L$ . Враховуючи те, що струм індуктивного елемента стрибком не змінюється, суму вимушеної та вільної складових струму для  $t = t_{(+0)}$  можна прирівняти до нуля

$$i_{(+0)} = i'_{(+0)} + i''_{(+0)} = I_m \sin(\psi_u - \varphi) + Ae^{p \cdot 0} = 0.$$

Звідси  $A = -I_m \sin(\psi_u - \varphi)$ , а перехідний струм визначається рівнянням

$$i = i' + i'' = I_m \sin(\omega t + \psi_i) + Ae^{pt} = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - I_m \sin(\psi_u - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.30)$$

З останнього виразу видно, що перехідний струм у котушці має синусоїдну вимушену складову та затухаючу аперіодичну складову експоненційного характеру і залежить від моменту комутації кола. При початковій фазі напруги мережі в момент комутації  $\psi_u = \varphi$  аперіодична складова дорівнює нулю і перехідний процес відсутній. Після комутації відразу ж встановлюється усталений режим. Якщо ж початкова фаза напруги дорівнює  $\psi_u = \varphi + \pi/2$ , то аперіодична складова має максимальне значення і перехідний процес має характер, показаний на рис. 4.7.

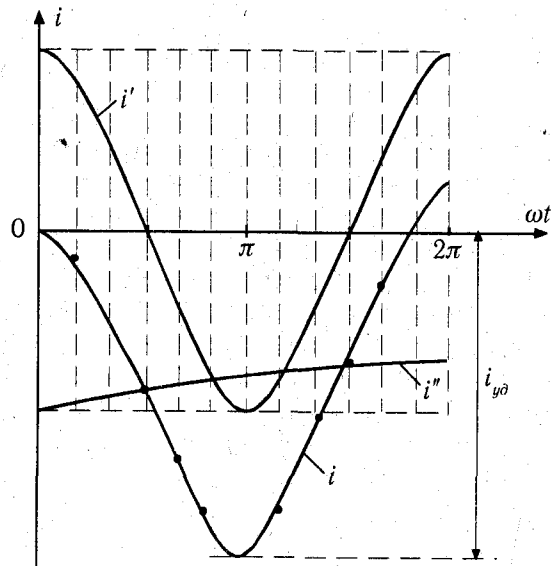


Рис. 4.7

З (4.30) та з рис. 4.7 видно, що при  $\psi_u = \varphi + \pi/2$  найбільше значення струму (надструм) у перехідному процесі настає всередині першого періоду змінної складової струму. При повільному затуханні аперіодичної складової надструм може майже вдвічі перевищити амплітуду струму усталеного режиму. Це явище може набути небезпечного характеру, якщо внаслідок поганого стану контактів вимикача S процес комутації відбувається не миттєво, а з багатократним повторенням замикань та розмикань контакту. За таких умов відбудеться накладання процесів, що виникають при вимиканні індуктивного елемента з електричної мережі, на процеси при його

вимиканні до мережі, тобто комутація може відбуватися при наявності магнітного поля котушки, створеного у попередньому процесі. Все це може привести до значних перенапруг на котушці і виникнення великих надструмів. В результаті можуть бути пошкоджені запобіжники в системі захисту пристрою та ізоляція між витками індуктивного елемента.

#### 4.6. ВМИКАННЯ НА ПОСТІЙНУ НАПРУГУ КОЛА З ПОСЛІДОВНО З'ЄДНАНИМИ РЕЗИСТИВНИМ, ІНДУКТИВНИМ ТА ЄМНІСНИМ ЕЛЕМЕНТАМИ

Перехідному процесу в колі, зображеному на рис. 4.8, після комутації кола контактом S відповідає рівняння рівноваги напруг:

$$U = u_R + u_L + u_C, \text{ або}$$

$$U = Ri + L \frac{di}{dt} + u_C. \quad (4.31)$$

Прийнявши до уваги, що струм у конденсаторі дорівнює  $i = C du_C / dt$ , отримаємо з (4.31)

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C - U = 0. \quad (4.32)$$

Характеристичне рівняння має вигляд алгебраїчного квадратного рівняння

$$LCp^2 + RCp + 1 = 0 \quad (4.33)$$

і має два корені:

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm j\omega_0. \quad (4.34)$$

Тут  $\delta = \frac{R}{2L}$ ,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \delta^2}$ . Якщо  $\delta^2 \geq \frac{1}{LC}$ , то корені характеристичного рівняння дійсні і перехідний процес має затухаючий аперіодичний характер. Якщо ж  $\delta^2 < \frac{1}{LC}$  — корені характеристичного рівняння спряжені комплексні і перехідний процес має коливний характер. Напруга на ємнісному елементі у таких перехідних процесах може гранично перевищувати у два рази напругу джерела  $U$ . Такі перенапруги можуть бути небезпечними для ізоляції електроустановок.

На рис. 4.9 показано часові діаграми напруги на конденсаторі та струму у колі із схемою рис. 4.8, отримані шляхом розв'язку диференціальних рівнянь для заданих значень  $U = 30 \text{ В}$ ,  $R = 10 \text{ Ом}$ ,  $L = 10 \text{ Гн}$ ,  $C = 2000 \text{ мкФ}$ . Корені характеристичного рівняння (4.34) для заданих значень параметрів спряжені комплексні і дорівнюють

$p_{1,2} = -0,5 \pm j7,05$ . Перехідний процес має коливний характер. Найбільша напруга на конденсаторі у перехідному процесі майже вдвічі перевищила напругу джерела живлення.

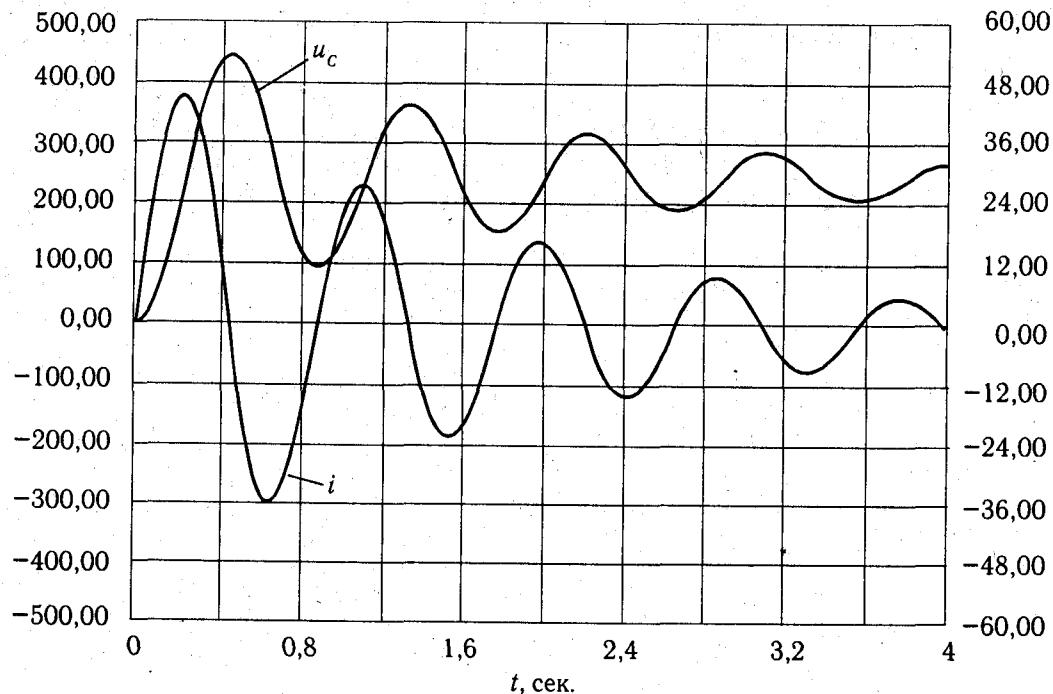


Рис. 4.9

#### 4.7. ЗНАЧЕННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ДЛЯ ЕКСПЛУАТАЦІЇ ЕЛЕКТРОУСТАНОВОК

У 4.4—4.6 було показано, що перехідні процеси в лінійних колах з елементами  $R$ ,  $L$ ,  $C$  можуть супроводжуватися великими імпульсами струмів (заряджання та розряджання конденсаторів, вмикання індуктивної котушки на змінну напругу) та короткочасними підвищеннями напруги (вимикання індуктивної котушки з мережі, коливні процеси в колі  $R-L-C$ ). Великі перехідні струми обтяжують роботу апаратури захисту та комутації електроустановок, а великі перехідні напруги можуть пошкодити їх ізоляцію. Тому при експлуатації електроприладів та електроустановок слід вважати на можливі негативні наслідки перехідних процесів. Для запобігання ним слід перш за все уникати частих вмикань і вимикань електроустановок з мережі. Після вимикання електротехнічних пристроїв з  $R-C$  та  $R-L$  ланцюгами слід робити паузу, достатню для того, щоби всі поля, створені індуктивними та ємнісними елементами зникли.

Слід зауважити, що при наявності в електричних колах обертових електричних машин ударні струми в перехідних процесах можуть досягати особливо небезпечних значень і супроводжуватися появою коливних ударних моментів, небезпечних для механічних вузлів агрегатів. Але розгляд цих перехідних процесів є предметом спеціальних курсів з електромеханіки та теорії електричних машин.

#### 4.8. РЕЗЮМЕ

1. Режим роботи електричного кола постійного струму називають усталеним, якщо значення напруг і струмів у колі незмінні у часі. Режим роботи електричного кола змінного струму називають усталеним, якщо дійові значення всіх напруг і струмів у колі незмінні у часі.

Процес переходу від одного усталеного режиму роботи електричного кола до іншого називають перехідним.

2. Закони комутації в електричних колах: струм у колі з індуктивним елементом не може змінитися стрибком; напруга на ємнісному елементі не може змінитися стрибком.

3. Перехідні процеси у простих лінійних електричних колах описують диференційні рівняння першого або другого порядку з постійними коефіцієнтами. Розв'язок таких рівнянь при застосуванні класичного методу аналізу перехідних процесів шукають як суму двох складових  $y = y' + y''$ , де  $y'$  — частинний розв'язок диференційного неоднорідного рівняння, а  $y''$  — загальний розв'язок однорідного рівняння без вільних членів. Складову  $y'$  називають змущеною складовою. Загальний розв'язок однорідного рівняння  $y''$  тобто рівняння без вільних членів, характеризує процес без наявності змущувальних дій джерел напруг і струмів, тому складову  $y''$  називають вільною складовою. Вільну складову розв'язку диференційного рівняння першого ступеня визначають за виразом  $y'' = Ae^{px}$ , де  $p$  — корінь характеристичного рівняння,  $A$  — стала інтегрування. Вільну складову розв'язку диференційного рівняння другого ступеня визначають за виразом  $y'' = A_1e^{p_1x} + A_2e^{p_2x}$ . Якщо корені характеристичного рівняння  $p_1$  та  $p_2$  дійсні і різні, — вільна складова має згасаючий аперіодичний характер. Якщо ці корені спряжені комплексні — перехідний процес має коливний характер.

4. Перехідний процес практично закінчується через час  $t = (3 + 5)\tau$ , де  $\tau$  — стала часу кола. Для кола, що складається з елементів з параметрами  $R$  та  $L$   $\tau = L/R$ . Для кола з параметрами  $R$  та  $C$  стала часу  $\tau = RC$ .

5. При вмиканні котушки на постійну напругу перехідний процес проходить без небезпечних стрибків струму та напруги. При вмиканні котушки на змінну напругу перехідний струм залежить від моменту вмикання і може перевищувати амплітуду усталеного після закінчення перехідного процесу струму майже удвічі. При вимиканні котушки великою індуктивністю та малим опором  $R$  з мережі живлення можливе виникнення великої напруги на виводах котушки, що призводить до іскріння комутувальних контактів і небезпечно для ізоляції котушки. Для зменшення перенапруг котушки шунтують резисторами або діодами.

6. При вмиканні кола  $R—C$  на постійну або змінну напругу при малих значеннях  $R$  та великих ємностях  $C$  можливе виникнення великого перехідного струму, який дорівнює  $i = u/R$ .

7. При вмиканні кола  $R—L—C$  на напругу і спряжених комплексних коренях характеристичного рівняння перехідний процес має коливний характер. Напруга на конденсаторі може майже вдвічі перевищити постійну напругу джерела живлення.

8. Перехідні процеси в лінійних колах з елементами  $R, L, C$  можуть супроводжуватися великими імпульсами струмів та короткочасними підвищеннями напруги. Великі перехідні струми обтяжують роботу апаратури захисту та комутації електроустановок, а великі перехідні напруги можуть пошкодити їх ізоляцію. Тому при експлуатації електроприладів та електроустановок слід вважати на можливі негативні наслідки перехідних процесів. Для запобігання ним слід перш за все уникати частих вмикань і вимикань електроустановок з мережі. Після вимикання електротехнічних пристроїв з  $R—C$  та  $R—L$  ланцюгами слід робити паузу, достатню для того, щоби всі поля, створені індуктивними та ємнісними елементами зникли.

## МАГНІТНЕ ПОЛЕ У МАГНІТНИХ КОЛАХ З ПОСТІЙНОЮ МАГНІТОРУШІЙНОЮ СИЛОЮ

### 5.1. МАГНІТНЕ ПОЛЕ ТА ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ПРИСТРОЇ

Властивості електромагнітного поля докладно вивчаються у курсі фізики. Тому обмежимося коротким викладом деяких основних понять електромагнітного поля і розглянемо магнітні кола з однорідним магнітним полем, що дозволяє значно спростити їх аналіз.

Принцип роботи більшості електротехнічних пристроїв базується на електромагнітних явищах, тому їх можна вважати пристроями електромагнітними. За видом перетворень, що здійснюють ці пристрої, їх можна поділити на електромагнітні та електромеханічні перетворювачі. Електромагнітні перетворювачі здійснюють перетворення однієї системи напруг та струмів в іншу систему напруг та струмів. Це, звичайно, пристрої змінного струму. До таких пристроїв відносяться трансформатори (див. розділ 8), магнітні підсилювачі (див. розд. 6), електромагнітні помножувачі частоти, стабілізатори напруги, первинні перетворювачі неелектричних величин в електричні та інші пристрої. Електромеханічні перетворювачі перетворюють електричну енергію у механічну або навпаки — механічну в електричну. До електромеханічних перетворювачів можна віднести електричні машини змінного та постійного струму, реле та контактори змінного та постійного струму, тягові електромагніти та інші подібні пристрої.

В усіх цих електромагнітних пристроях магнітне поле є робочим тілом, подібно до того, як пара є робочим тілом у парових машинах. Магнітне поле, власне, є однією із сторін поля електромагнітного. Другою ж стороною електромагнітного поля є поле електричне, яке характеризують його дією на заряджену частинку з силою, пропорційною заряду частинки і незалежною від її швидкості. Напруженість електричного поля  $\vec{E} = \vec{F}/q$ ,  $V/m$ , де  $\vec{F}$  — сила, що діє на заряджену частинку,  $q$  — заряд частинки.

Магнітне поле характеризують його дією на заряджену частинку, що рухається, з силою, пропорційною заряду частинки  $q$  та її швидкості  $V$ . Дію магнітного поля на рухомий заряд характеризують магнітною індукцією  $B$ . Це векторна величина, яка у випадку, коли вектор  $\vec{B}$  є перпендикулярним до взаємно перпендикулярних векторів сили  $\vec{F}$  та швидкості  $\vec{V}$  (рис. 5.1) чисельно дорівнює

$$B = \frac{F}{qV} \quad (5.1)$$

і має напрям, що співпадає з напрямом руху правого гвинта, якщо його обертати від напрямку сили до напрямку швидкості (рис. 5.1). Приймаючи до уваги, що швидкість заряду  $V = \Delta l / \Delta t$ , а струм  $I = q / \Delta t$ , з (5.1) отримуємо, що сила

$$F = B \cdot \Delta l \cdot I. \quad (5.2)$$

Вираз (5.2) є записом закону Ампера для випадку, коли кут  $\alpha$  між вектором магнітної індукції  $\vec{B}$  та напрямком вектору швидкості  $\vec{V}$  заряду дорівнює  $90^\circ$ , інакше

$$F = B \cdot \Delta l \cdot I \cdot \sin \alpha.$$

Електричне поле проявляє себе при внесенні до електромагнітного поля нерухомих електричних зарядів. Але в електромагнітних пристроях використовують взаємодію провідників із струмом, або провідників із струмом та електромагнітного поля, індукування ЕРС у провідниках, що рухаються в електромагнітному полі або

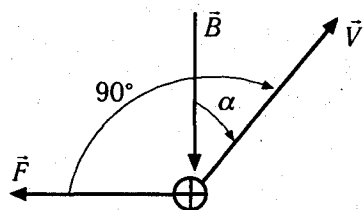


Рис. 5.1

у нерухомих провідниках, відносно яких рухається або змінюється електромагнітне поле. В усіх цих випадках електромагнітне поле проявляє себе як магнітне, тому надалі вживається термін "магнітне поле", яке є однією з сторін поля електромагнітного.

Магнітне поле в електромагнітних пристроях створюється за допомогою постійних магнітів або електромагнітів, тобто котушок, через які пропускають електричний струм. Магнітне поле характеризують лініями поля — магнітними лініями. Умовно прийнято,

що магнітні лінії виходять з так званого північного полюса  $N$  і входять у південний магнітний полюс  $S$ . На рис. 5.2 показані лінії магнітного поля постійного магніту (рис. 5.2, а) та електромагніту у вигляді циліндричної котушки (рис. 5.2, б) через яку тече постійний струм. Обидва магнітні поля мають однакову полярність. Напрямок струму показано хрестиком (від спостерігача) та крапкою (до спостерігача). Напрямок струму та напрям лінії магнітного поля зв'язані правилом правого гвинта: якщо крутити правий гвинт так, щоби він пересувався у напрямку струму, то напрям його обертання показує напрям магнітних ліній. Густина магнітних ліній характеризує величину магнітного потоку  $\Phi$ , який можна розглядати як суму всіх ліній магнітного поля, що проходять через деякий визначений переріз. **Якщо магнітні лінії паралельні і проходять на однаковій відстані одна від одної, то таке магнітне поле називають однорідним.** Лінії магнітного поля неперервні. Магнітний потік  $\Phi$  у магнітних колах можна розглядати як аналог струму  $I$  в електричних колах.

Щільність магнітного потоку або магнітна індукція  $B$  характеризує кількість магнітних ліній на одиницю площі,

$$B = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (5.3)$$

Магнітний потік через деяку поверхню

$$\Phi = \int_S B dS. \quad (5.4)$$

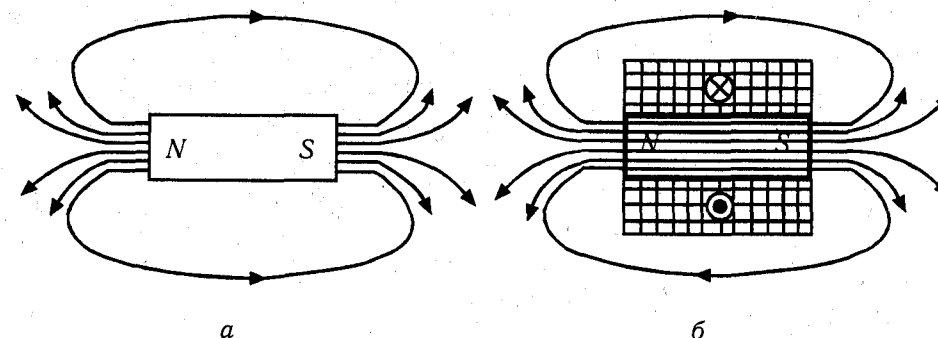


Рис. 5.2

У випадку однорідного магнітного поля

$$B = \frac{\Phi}{S}. \quad (5.5)$$

Одиницею магнітного потоку є вебер,  $1 \text{ Вб} = 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ с}$ , оскільки магнітний потік зв'язаний з електричною напругою законом електромагнітної індукції. Одиницею магнітної індукції є тесла:  $1 \text{ Вб} / \text{м}^2 = 1 \text{ Тл}$ . У магнітних колах індукція є аналогом щільності струму  $J$  в електричних колах і має розмірність  $\text{А} / \text{м}^2$ .

Створення магнітного поля котушкою пояснює рис. 5.3, на якому магнітне поле створюється струмами трьох витків. В електричних колах струм  $I$  створюється джерелом ЕРС  $E$ . У магнітних колах магнітний потік створюється магніторухійною силою  $F$ , яку визначають величина струму  $I$  та кількість витків  $w$  котушки, що створює магнітне поле. Наприклад для котушки на (рис. 5.2, б) магніторухійна сила (МРС)

$$F = wI. \quad (5.6)$$

Одиницею МРС є один ампер. Магнітне поле із заданою індукцією можна створити за допомогою котушки з малим струмом і великою кількістю витків або навпаки — при наявності котушки з великим струмом і малою кількістю витків.

По аналогії з напруженістю електричного поля  $\xi$ , яке дорівнює  $\xi = dU / dl$ , магнітне поле характеризується напруженістю магнітного поля  $H$ , яка пов'язана з МРС законом повного струму:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum \vec{I}. \quad (5.7)$$

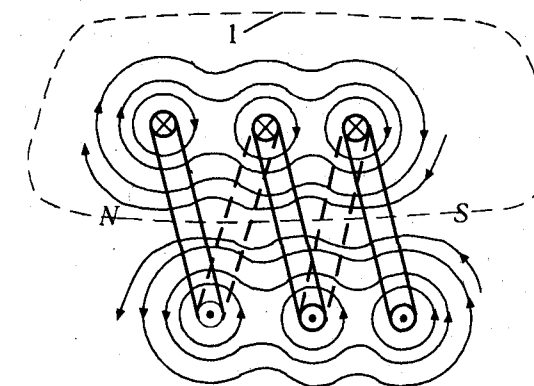


Рис. 5.3

Цей вираз являє собою математичний запис закону повного струму: інтеграл від напруженості магнітного поля по замкненому контуру дорівнює алгебраїчній сумі струмів, охоплених цим контуром. Наприклад для контуру 1, показаного на рис. 5.3 штриховою лінією, інтеграл (5.7) дорівнює  $3I$ . Якщо охопити контуром всю котушку з трьох витків, показану на рис. 5.3, то сума струмів, що перетинають площину контуру дорівнюватиме  $3I - 3I = 0$ . Напруженість магнітного поля векторна величина, але часто достатньо знайти тільки її числове значення  $H$ . Одиницею напруженості магнітного поля є  $1 \text{ А/м}$ .

Індукція  $B$  та напруженість  $H$  магнітного поля зв'язані співвідношенням

$$\vec{B} = \mu_a \cdot \vec{H}. \quad (5.8)$$

Тут  $\mu_a$  — абсолютна магнітна проникливість середовища, в якому існує поле,

$$\mu_a = \mu_r \cdot \mu_0, \quad (5.9)$$

де  $\mu_r$  — відносна магнітна проникливість середовища,  $\mu_0$  — магнітна стала, яка дорівнює

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Вб / (А} \cdot \text{м)} = \text{Гн / м}. \quad (5.10)$$

Для повітря, вакууму та немагнітних матеріалів безрозмірна величина  $\mu_r = 1$ . Для феромагнітних матеріалів (залізо, нікель, кобальт, деякі сплави) відносна магнітна проникливість може бути дуже великою (від 1000 до 200 000). Тому завдяки застосуванню для створення магнітопроводів феромагнітних матеріалів згідно з (5.7) та (5.8) для певного значення струму в котушці і певної величини напруженості магнітного поля  $H$  можна збільшити магнітну індукцію  $B$  у стільки разів, у скільки відносна магнітна проникливість цих матеріалів більша від одиниці.

В електромеханічних перетворювачах часто використовують механічну дію магнітного поля на розташований у цьому полі провідник із струмом. Сила, що діє на такий провідник, згідно з законом Ампера (5.2) пропорційна індукції магнітного поля. Крім того, в електромагнітних пристроях використовується закон електромагнітної індукції, згідно з яким ЕРС у кожному витку обмотки  $e = -d\Phi/dt$  тобто залежить від швидкості зміни магнітного потоку. Отже, в електромеханічному перетворювачі, наприклад, генераторі, при заданій швидкості обертання обмотки у незмінному магнітному полі похідну  $d\Phi/dt$  можна збільшити, збільшуючи величину магнітного потоку  $\Phi$ . Так само в електромагнітних перетворювачах із змінним магнітним потоком при заданій частоті зміни магнітного потоку величину  $d\Phi/dt$  можна збільшити, збільшивши амплітуду коливань магнітного потоку. Тому застосування феромагнітних осердь в електромагнітних пристроях, яке дає можливість створити в них магнітне поле із значно більшою, ніж у повітрі магнітною індукцією, вирішальним чином впливає на їх будову та властивості.

## 5.2 МАГНІТНЕ ПОЛЕ У ФЕРОМАГНІТНОМУ МАТЕРІАЛІ

Для характеристики властивостей феромагнітних матеріалів задають залежність електромагнітної індукції  $B$  від напруженості магнітного поля  $H$  або від МРС  $F = \omega I$ . Залежність  $B = B(H)$  називають **кривою намагнічування**. На рис. 5.4 показані криві намагнічування електротехнічної сталі марки 1511 та чавуну. З цих

характеристик, а також з характеристик інших феромагнітних матеріалів видно, що спочатку із зростанням напруженості магнітного поля  $H$ , викликаного зростанням струму у намагнічувальній котушці, магнітна індукція  $B$  зростає майже лінійно. Але із збільшенням напруженості  $H$  швидкість зростання індукції  $B$  уповільнюється, крива намагнічування має так зване "коліно", за яким настає насичення феромагнітного матеріалу. Подальше зростання напруженості магнітного поля  $H$  практично не приводить до збільшення магнітної індукції.

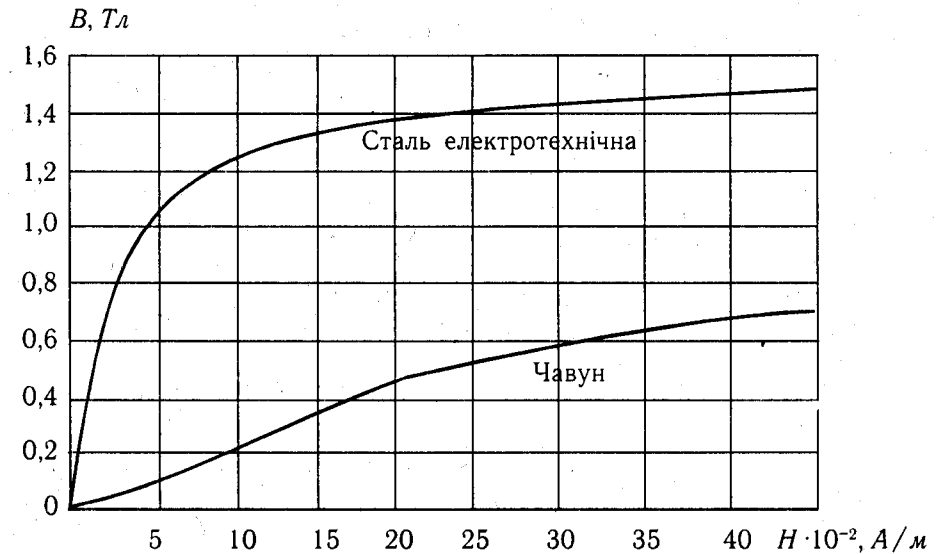


Рис. 5.4

Припустимо, що феромагнітний матеріал повністю розмагнічено ( $B = 0, H = 0$ ). Припустимо, що з цього матеріалу виготовлено тонкостінний тороїд, на який намотано намагнічувальну котушку (рис. 5.5), через яку проходить постійний струм  $I$ . Тоді інтеграл по замкненому контуру, проведеному по середній лінії тороїда, дорівнює

$$\oint H dl = Hl = \omega I.$$

Збільшуючи струм у намагнічувальній котушці, можна пройти показану на рис. 5.5 штрих-пунктирною лінією ділянку  $N$  так званої

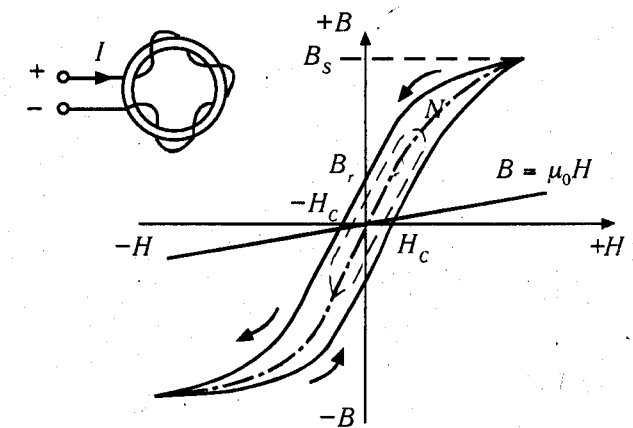


Рис. 5.5



первісної кривої намагнічування і дійти до стану технічного насичення, коли  $B = B_s$  і вже майже не збільшується при збільшенні струму котушки  $I$ . Якщо тепер зменшити струм  $I$  до нуля, то напруженість  $H$  магнітного поля також стає рівною нулю,  $H = 0$ , але магнітний потік у тороїді не стає рівним нулю завдяки намагнічуванню його феромагнітного матеріалу і **магнітна індукція  $B = B_r$ , яку називають залишковою**. Щоби звести магнітне поле до нуля, тобто отримати  $B = 0$ , необхідно змінити напрям струму і створити від'ємну напруженість поля —  $H_c$ . Напруженість магнітного поля  $H_c$  називають **коерцитивною силою**. Збільшуючи далі струм, що намагнічує тороїдальне осердя, можна досягти насичення магнітопроводу у зворотному напрямку і, змінюючи відповідним чином струм та його напрям, перейти до точки  $H_c$  і так далі. Після декількох таких циклів зміни струму отримується замкнена крива, яку називають **петлею гістерезису**. Площа петлі гістерезису пропорційні втратам на перемагнічування матеріалу осердя. Ці втрати називають **втратами на перемагнічування, або втратами на гістерезис**.

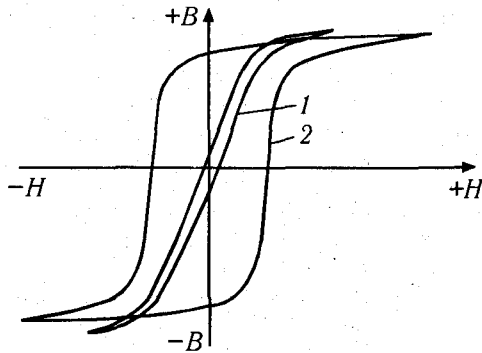


Рис. 5.6

нен мати найвужчу петлю гістерезису для зменшення втрат на перемагнічування (крива 1 на рис. 5.6). Такі феромагнітні матеріали називають магнітом'якими.

Навпаки, феромагнітний матеріал для виготовлення постійних магнітів повинен мати широку петлю гістерезису з високою залишковою індукцією (крива 2 на рис. 5.6). Такі матеріали називають магнітотвердими.

### 5.3. МАГНІТНЕ КОЛО З ПОВІТРЯНИМ ПРОМІЖКОМ

Магнітне коло в електротехнічних пристроях — це шляхи по яких замикаються магнітні лінії. В електромагнітних пристроях магнітне коло (магнітопровід) створюється феромагнітними та неферомагнітними ділянками, призначеними для створення магнітного поля потрібної конфігурації та інтенсивності.

Магнітне поле в електромагнітних пристроях з постійною МРС створюється або постійним магнітом, або котушкою з постійним струмом, розташованій на якійсь з ділянок магнітопроводу.

В електромагнітних перетворювачах (трансформаторах, магнітних підсилювачах та інших) магнітопровід може не мати повітряних проміжків. Але в електро-механічних перетворювачах, призначених для отримання певної силової дії (реле, контактори, тягові електромагніти, електричні машини, деякі вимірювальні прилади) повітряний проміжок є обов'язковим.

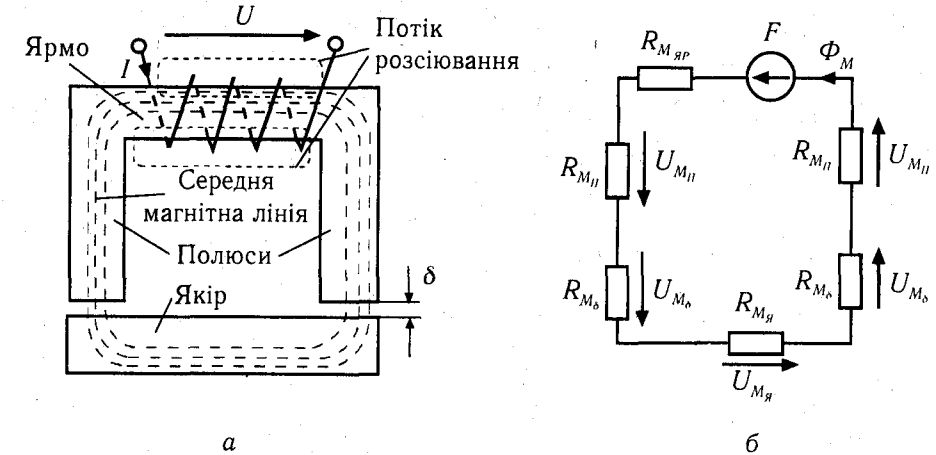


Рис. 5.7

На рис. 5.7 показано сталевий магнітопровід, який складається з нерухомого ярма, полюсів електромагніта та рухомого якоря. При протіканні постійного струму по намагнічувальній котушці, розташованій на ярмі, створюється магнітний потік  $\Phi$ , незначна частина якого замикається по повітрю навколо котушки (рис. 5.7) і називається потоком розсіювання, а більша частина потоку замикається по феромагнітному ярму з полюсами, двом повітряним проміжкам та феромагнітному якорю. Оскільки довжина повітряних проміжків  $2\delta$  значно менша за довжину замикання по повітрю магнітних ліній потоку розсіювання, а відносна магнітна проникливість сталі  $\mu_{ст} \gg 1$ , можна знехтувати потоком розсіювання і вважати, що МРС котушки  $\omega I$  створює тільки робочий потік у магнітопроводі  $\Phi_M$ , який замикається по феромагнітних ділянках магнітопроводу через два повітряні проміжки з довжиною  $\delta$ . Заступна схема такого магнітного кола показана на рис. 5.7, б і має у своєму складі МРС  $F = \omega I$ , магнітний опір ярма  $R_{МЯР}$ , два магнітних опори полюсів  $R_{МП}$ , магнітний опір якоря  $R_{МЯ}$  та два магнітні опори повітряних проміжків  $R_{М\delta}$ .

Оскільки аналогом струму в електричному колі у колі магнітному є магнітний потік, а аналогом ЕРС МРС  $F = \omega I$ , то еквівалентний магнітний опір цілого кола на рис. 5.7, б згідно з законом Ома для магнітного кола

$$R_{ME} = \frac{F}{\Phi_M} \quad (5.11)$$

При аналізі магнітних кіл з повітряним проміжком треба або знайти МРС  $F$  по заданому магнітному потоку або індукції у повітряному проміжку, або знайти магнітний потік та індукцію у повітряному проміжку по заданій МРС  $F$ .

Розглянемо першу задачу. Прийmemo заданими всі розміри магнітопроводу та магнітну індукцію у повітряному проміжку  $B_\delta$ . Треба визначити МРС котушки  $F = \omega I$ .

По аналогії з електричним колом другий закон Кірхгофа для магнітного кола стверджує, що алгебраїчна сума МРС у контурі магнітного кола дорівнює алгебраїчній сумі магнітних напруг на ділянках контуру. Для заступної схеми магнітного кола, зображеної на рис. 5.7, б, згідно з другим законом Кірхгофа

$$F = U_{\text{МЯР}} + 2U_{\text{МП}} + U_{\text{МЯ}} + 2U_{\text{М}\delta}. \quad (5.12)$$

Тут  $U_{\text{МЯР}}$ ,  $U_{\text{МП}}$ ,  $U_{\text{МЯ}}$  — магнітні напруги відповідно ярма, полюса та якоря магнітопроводу, а  $U_{\text{М}\delta}$  — магнітна напруга у повітряному проміжку. Оскільки магнітним потоком розсіювання знехтувано, магнітний потік, а також і магнітна індукція у всіх ділянках кола однакові. Напруженість магнітного поля  $H$  у всіх феромагнітних ділянках кола також однакова і може бути знайдена з кривої намагнічування  $B = B(H)$ . Враховуючи закон повного струму рівняння (5.12) можна тоді записати у вигляді:

$$F = H \cdot l_{\text{ЯР}} + H \cdot l_{\text{П}} \cdot 2 + H \cdot l_{\text{Я}} + H_\delta \cdot \delta \cdot 2, \quad (5.13)$$

де  $H_\delta = B_\delta / \mu_0 = B / \mu_0$  — напруженість магнітного поля у повітряному проміжку. По заданій величині магнітної індукції  $B$  з кривої намагнічування сталі визначаємо  $H$  і по (5.13) — магніторушійну силу  $F$ .

Покажемо, що у магнітному колі з повітряним проміжком магніторушійна сила котушки  $F$  наближено дорівнює магнітній нарузі на повітряному проміжку,  $F \approx H_\delta \cdot \delta$ . Поділимо (5.13) на магнітний потік  $\Phi = B \cdot S$ . Тоді у лівій частині отримаємо еквівалентний магнітний опір кола, а у правій — суму магнітних опорів ділянок кола:

$$R_{\text{МЕ}} = \frac{H \cdot l_{\text{ЯР}}}{B \cdot S} + \frac{H \cdot l_{\text{П}} \cdot 2}{B \cdot S} + \frac{H \cdot l_{\text{Я}}}{B \cdot S} + \frac{H_\delta \cdot \delta \cdot 2}{B \cdot S}.$$

Враховавши, що у феромагнітних ділянках кола  $B = \mu_r \mu_0 H$  — а у повітряному проміжку  $B = \mu_0 \cdot H_\delta$ , отримаємо

$$R = \frac{l_{\text{ЯР}} + 2l_{\text{П}} + l_{\text{Я}}}{\mu_r \mu_0 S} + \frac{2\delta}{\mu_0 S}.$$

Оскільки відносна магнітна проникливість сталі  $\mu_r \gg 1$ , то сумарний магнітний опір всіх феромагнітних ділянок набагато менший від магнітного опору двох повітряних проміжків  $2R_{\text{М}\delta} = 2\delta / (\mu_0 S)$ . Тому магнітними напругами на феромагнітних ділянках кола часто можна нехтувати.

Для розв'язку зворотної задачі — визначення магнітної індукції  $B$  по заданій МРС  $F$  слід задатися декількома значеннями  $B$ , по кривій намагнічування знайти відповідні значення магнітної напруженості  $H$  і по (5.13) визначити декілька значень МРС  $F$ . Побудувати залежність  $F = F(B)$  і по ній для заданої величини  $F_3$  знайти магнітну індукцію  $B$ .

Зображена на рис. 5.7, б заступна схема магнітного кола повністю аналогічна заступній схемі електричного кола постійного струму. Для аналізу магнітного кола були використані ті ж самі закони Ома та Кірхгофа. Тому всі методи аналізу кіл постійного струму, лінійних і нелінійних, можуть бути використані для аналізу кіл

магнітних з врахуванням того, що коло магнітне можна вважати лінійним лише при відсутності насичення магнітопроводу, тобто якщо індукція та напруженість магнітного поля знаходяться нижче "колiна" кривої намагнічування. При аналізі магнітних кіл корисно пам'ятати про аналогії між величинами, що визначають режими роботи електричних та магнітних кіл.

## Електричне коло

Струм  $I$ ,  
ЕРС  $E$ ,  
Напруга, спад напруги,  $V$ .

Електричний опір

$$R = \frac{\rho l}{S} = \frac{l}{\gamma \cdot S}, \quad \text{Ом}$$

## Магнітне коло

Магнітний потік  $\Phi$ ,  
МРС  $F$ ,  
Магнітна напруга, спад магнітної напруги,  
Магнітний опір

$$R_m = \frac{l}{\mu_r \mu_0 S}, \quad \text{А/Вб.}$$

**Числовий приклад.** Для електромагніту, зображеному на рис. 5.7 визначити МРС, яка забезпечила б магнітну індукцію в обох повітряних проміжках  $0,4 \text{ Тл}$ . Крива намагнічування сталі задана на рис. 5.4, розміри магнітопроводу — на рис. 5.8.

Площа  $S$  магнітопроводу згідно з рис. 5.8  $S = 0,04 \cdot 0,04 = 0,0016 \text{ м}^2$ . Магнітний потік у повітряному проміжку  $\Phi_\delta = B_\delta \cdot S = 0,4 \cdot 0,0016 = 64 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}$ .

Врахуємо наближено потік розсіювання котушки, прийнявши, що потік в ярмі на 10% більший, ніж у повітряному проміжку:

$$\Phi_{\text{ЯР}} = 1,1 \Phi_\delta = 70,4 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}.$$

Магнітна індукція у ярмі з площею  $S = 0,04^2 = 16 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$

$$B_{\text{ЯР}} = \Phi_{\text{ЯР}} / S = \frac{70,4 \cdot 10^{-5}}{16 \cdot 10^{-4}} = 0,44 \text{ Тл}.$$

Прийmemo, що потік розсіювання найбільший у верхній частині полюсів і з наближенням до повітряного проміжку лінійно зменшується до нуля а потік в полюсах дорівнює його значенню посередині полюсів, тобто

$$\Phi_n = (\Phi_{\text{ЯР}} - \Phi_\delta) / 2 + \Phi_\delta = 1,05 \Phi_\delta;$$

$$\Phi_n = 1,05 \Phi_\delta = 1,05 \cdot 64 \cdot 10^{-5} = 67,2 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}.$$

Магнітна індукція у полюсах

$$B_{\text{П}} = \frac{\Phi_{\text{П}}}{S_{\text{П}}} = \frac{67,2 \cdot 10^{-5}}{16 \cdot 10^{-4}} = 0,42 \text{ Вб}.$$

Магнітний потік в якорі  $\Phi_n = \Phi_\delta$ , отже магнітна індукція в якорі

$$B_{\text{Я}} = \frac{\Phi_{\text{Я}}}{S_{\text{Я}}} = \frac{64 \cdot 10^{-5}}{16 \cdot 10^{-4}} = 0,4 \text{ Тл}.$$

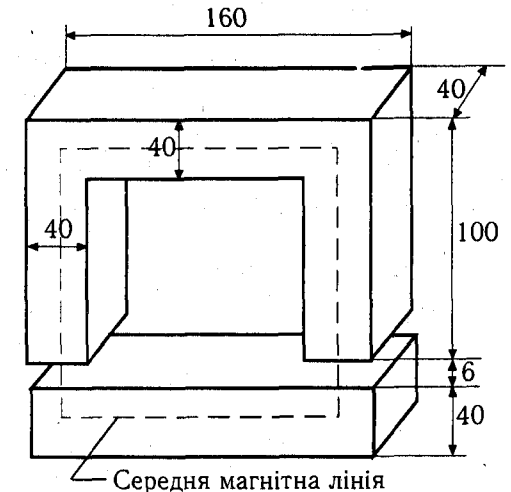


Рис. 5.8

По кривій намагнічування рис. 5.4 визначаємо напруженості на ділянках магнітного кола:

$$H_{яp} \approx 90 \text{ А/м}; H_{п} \approx 85 \text{ А/м}; H_{я} \approx 75 \text{ А/м}.$$

Довжина середньої магнітної лінії на окремих ділянках магнітного кола:

$$l_{яp} = 0,12 \text{ м}; 2l_{п} = 2 \cdot 0,06 \text{ м}; l_{я} = 0,12 \text{ м}.$$

Сумарна магнітна напруга на ділянках кола з феромагнітного матеріалу:

$$U_{M\phi} = H_{яp} l_{яp} + H_{п} \cdot 2l_{п} + H_{я} l_{я} = 90 \cdot 0,12 + 88 \cdot 0,12 + 75 \cdot 0,12 = 30,36 \text{ А}.$$

Магнітна напруга на двох повітряних проміжках

$$U_{\delta} = H_{\delta} \cdot \delta \cdot 2 = \frac{B_{\delta}}{\mu_0} 2\delta = \frac{0,4}{4\pi \cdot 10^{-7}} 2 \cdot 0,006 = 3820 \text{ А}.$$

Таким чином, хоча довжина магнітних ліній у феромагнітних ділянках кола у 30 разів більша довжини двох повітряних проміжків, спад магнітної напруги на них складає менше 1% від магнітної напруги на повітряних проміжках.

#### 5.4. ЕНЕРГІЯ ТА СИЛИ У МАГНІТНОМУ КОЛІ

На межі розділу двох середовищ з різною магнітною проникливістю (наприклад на межі сталі та повітря) магнітні лінії практично перпендикулярні поверхні розділу. При цьому магнітне поле намагається замкнутися найкоротшим шляхом. Тому показаний на рис. 5.7 електромагніт притягує свій якір до полюсів, виконуючи певну механічну роботу. Логічно уявити, що ця робота виконується за рахунок зникнення магнітного поля у повітряному проміжку і що магнітне поле є носієм енергії.

Якщо магнітне поле електромагніту створюється електричним струмом котушки  $I$ , то енергія магнітного поля є результатом роботи джерела живлення котушки з ЕРС  $E$ . Припустимо, що струм у котушці електромагніту за час  $t_1$  від нуля до кінцевого значення  $I = E/R$ . При цьому джерело ЕРС витрачає енергію на створення магнітного поля та на нагрів котушки.

Енергія, отримана від джерела з ЕРС  $E$  за час  $t_1$  дорівнює

$$\int_0^{t_1} E \cdot i \cdot dt.$$

Напруга  $U$  на котушці після підключення її до джерела дорівнює ЕРС  $E$ ,  $u = E$  і енергія, отримана котушкою за час  $t_1$ , дорівнює

$$\int_0^{t_1} u \cdot i \cdot dt.$$

Згідно з (4.19) напруга на котушці

$$u = Ri + L \frac{di}{dt},$$

і отримана котушкою енергія дорівнює  $\int_0^{t_1} Ri^2 \cdot dt + \int_0^{t_1} L \frac{di}{dt} \cdot i \cdot dt$

де перший інтеграл визначає енергію, витрачену на нагрів котушки, а другий інтеграл визначає енергію  $W$ , накопичену у магнітному полі:

$$W = \int_0^{t_1} L \frac{di}{dt} i \cdot dt = \int_0^I L i di = \frac{LI^2}{2}. \quad (5.14)$$

Вираз (5.14) отримано за умовою, що індуктивність  $L$  є стала, що можливо при відсутності насичення магнітопроводу, або якщо спад магнітної напруги у феромагнітних ділянках магнітопроводу  $U_{M\phi}$  значно менший від спаду магнітної напруги у повітряному проміжку,  $U_{M\phi} \ll U_{M\delta}$ .

Вираз (5.14) за формою є аналогічним виразу для кінетичної енергії у механіці  $mv^2/2$ , при чому індуктивність  $L$  є аналогом маси  $m$ . Отже, індуктивність  $L$  спричинює інерційність магнітного поля. Як струм через індуктивність не може змінитися стрибком, так і магнітне поле не може виникати чи зникати миттєво.

Виразимо енергію магнітного поля через значення індукції  $B$  та напруженості поля  $H$ . Якщо поле в електромагніті можна вважати однорідним, то напруженість магнітного поля

$$H = \frac{wI}{l},$$

де  $l$  — довжина середньої магнітної лінії;  $w$  — кількість витків котушки;  $I$  — струм у котушці. Звідси струм

$$I = \frac{Hl}{w}, \quad (5.15)$$

Врахуємо, що згідно з законом електромагнітної індукції  $e_L = -w d\Phi/dt$ , а згідно з законом Ома для магнітного кола  $\Phi = Iw/R_M$ . Тоді

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{w}{R_M} \cdot \frac{di}{dt}.$$

Тут прийнято, що магнітний опір  $R_M$  — стала величина. Стосовно феромагнітних матеріалів це можливо тільки для ненасиченої ділянки характеристики намагнічування, тобто для значень індукцій у феромагнітних ділянках не більших 0,6—0,8 Тл. Тоді

$$e_L = -w \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{w^2}{R_M} \cdot \frac{di}{dt}. \quad (5.16)$$

Оскільки з (1.15)  $e_L = -u_L = -L di/dt$ , можна зробити висновок, що  $L = w^2/R_M$ . Підставляючи до цього виразу значення магнітного опору  $R_M$

$$R_M = \frac{U_M}{\Phi} = \frac{Hl}{BS} = \frac{Hl}{\mu_r \mu_0 HS} = \frac{l}{\mu_r \mu_0 S},$$

отримаємо, що індуктивність

$$L = \frac{w^2}{R_M} = w^2 \frac{\mu_r \mu_0 S}{l}. \quad (5.17)$$

З (5.17) видно, що індуктивність котушки залежить від її геометричних розмірів, магнітної проникливості матеріалу осердя і пропорційна квадрату кількості витків.

Враховуючи (5.15) та (5.17) вираз для енергії магнітного поля (5.14) можна перетворити таким чином:

$$W = \frac{1}{2} w^2 \frac{\mu_r \mu_0 S}{l} \left( \frac{H \cdot l}{w} \right)^2 = \frac{1}{2} \mu_r \mu_0 S \cdot l \cdot H^2.$$

Тут  $S$  — площа поперечного перерізу магнітопроводу котушки, а  $S \cdot l = V$  — об'єм магнітопроводу. Енергія магнітного поля

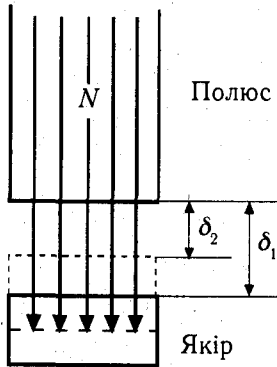


Рис. 5.9

$$W = \frac{BH}{2} V \text{ або } W = \frac{B^2}{2\mu_r \mu_0} V. \quad (5.18)$$

Припустимо, що спочатку повітряний проміжок між якорем та полюсами електромагніту на рис. 5.7, а був  $\delta_1$ , а після переміщення якоря підйомною силою електромагніту зменшився до  $\delta_2$  (рис. 5.9). При цьому підйомна сила  $F$  виконує механічну роботу  $F(\delta_1 - \delta_2)$  за рахунок зміни енергії магнітного поля  $W$  при зменшенні обсягу повітряного проміжку на  $(\delta_1 - \delta_2) \cdot S$ , де  $S$  — площа перетину проміжку. Згідно з (5.18) енергія магнітного поля у тій частині повітряного проміжку, яка тепер зайнята якорем, була рівна

$$W_1 = \frac{B^2(\delta_1 - \delta_2) \cdot S}{2\mu_0}.$$

У тому ж обсязі простору, зайнятому тепер якорем, існує енергія магнітного поля

$$W_2 = \frac{B^2(\delta_1 - \delta_2) \cdot S}{2\mu_r \mu_0}.$$

Це справедливо, якщо припустити, що переміщення якоря на відстань  $\delta_1 - \delta_2$  не привело до зміни магнітної індукції, тобто переміщення було достатньо малим.

Таким чином, зменшення енергії внаслідок переміщення якоря на відстань  $\delta_1 - \delta_2$  дорівнює

$$W_1 - W_2 = \frac{B^2 S (\delta_1 - \delta_2)}{2\mu_0} \left( 1 - \frac{1}{\mu_r} \right).$$

Оскільки  $\mu_r \gg 1$ , то

$$W_1 - W_2 \approx \frac{B^2 S (\delta_1 - \delta_2)}{2\mu_0}. \quad (5.19)$$

Це зменшення енергії магнітного поля дорівнює роботі, що була виконана при підйомі якоря

$$F(\delta_1 - \delta_2) = \frac{B^2 \cdot S (\delta_1 - \delta_2)}{2\mu_0}. \quad (5.20)$$

Звідси підйомна сила електромагніту

$$F = \frac{B^2 S}{2\mu_0}. \quad (5.21)$$

Тут сила  $F$  — у ньютонках, магнітна індукція  $B$  — у  $Bб/м^2 = Тл$ , площа перерізу магнітопроводу  $S$  — у  $м^2$ , магнітна проникність повітря  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Гн/м$ . Підставивши до (5.21) значення  $\mu_0$ , отримуємо

$$F \approx 400000 B^2 S. \quad (5.22)$$

З (5.22) видно, що тягове зусилля електромагніту зростає пропорційно квадрату магнітної індукції і що якщо, наприклад, магнітна індукція  $B = 0,5 Тл$ , то на  $1 см^2$  площі поперечного перетину поля ( $1 м^2 = 10^4 см^2$ ) тягове зусилля дорівнює приблизно  $10 Н$ . Але збільшення індукції  $B$  веде до переходу на насичену ділянку кривої намагнічування (рис. 5.4), тобто до значного збільшення необхідної магніторушійної сили і, внаслідок цього — до суттєвого збільшення габаритів котушки.

**Числовий приклад.** Визначити тягове зусилля зображеного на рис. 5.8 електромагніту при магнітній індукції у повітряному проміжку  $Bd = 0,4 Тл$ .

**Розв'язок.** Площа двох повітряних проміжків під полюсами електромагніту  $S = 0,04 \cdot 0,04 \cdot 2 = 0,0032 м^2$ . Тягове зусилля електромагніту згідно з (5.21) дорівнює

$$F = \frac{0,4^2 \cdot 0,0032}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \approx 204 Н.$$

В електромагнітних пристроях з рухомими частинами магнітне поле завжди намагається викликати таке переміщення, в результаті якого магнітний опір стає мінімальним. На рис. 5.10 зображено котушку, яка втягує осердя з магнітної сталі всередину котушки незалежно від його розташування відносно котушки. Осердя втягується до середини котушки, тобто до області поля, де магнітна індукція максимальна, незалежно і від напрямку магнітних ліній поля (отже ефект втягування осердя всередину котушки спостерігається й при змінному струмі в котушці). Коли осердя розташоване всередині котушки, магнітний опір шляхів замикання магнітних ліній стає мінімальним.

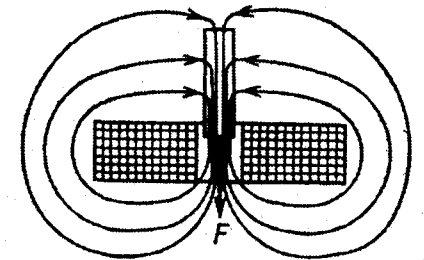


Рис. 5.10

Ефект втягування металевих осердь до котушки (рис. 5.10) або притягування рухомої частини магнітопроводу до нерухомої (рис. 5.7) широко використовується у техніці, наприклад у вимірювальних приладах електромагнітної системи, а також у комутуючих апаратах

— контакторах, реле, магнітних пускачах. Принципова схема контактора показана на рис. 5.11, а. Натисканням кнопки SB замикають коло керування, в якому знаходиться обмотка контактора. Обмотка створює магнітне поле, яке притягує ярк контактора, в результаті чого замикається силовий контакт. Струм у колі керування невеликий, в той же час струм у силовому колі може сягати десятків і сотень ампер.

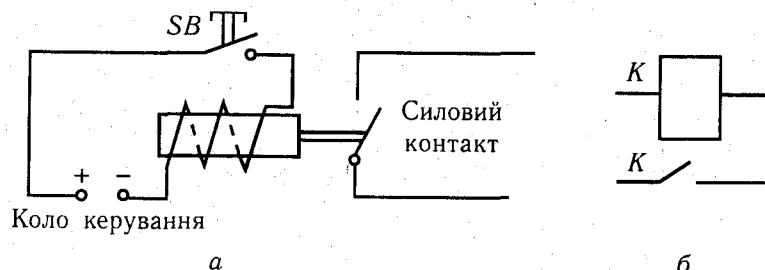


Рис. 5.11

Електромагнітні вимикачі для комутації невеликих струмів називаються реле. Принцип дії реле такий самий, як і контакторів. Умовне позначення реле і контакторів на електричних схемах показано на рис. 5.11, б. І контактори і реле по суті є підсилювачами дискретної дії, оскільки потужності у колі керування є значно меншими потужностей у колах, які комутують їх контакти.

## 5.5. РЕЗЮМЕ

1. Принцип роботи більшості електротехнічних пристроїв базується на електромагнітних явищах, тому їх можна вважати пристроями електромагнітними. Однією з сторін електромагнітного поля є поле електричне, яке характеризують його дією на заряджену частинку з силою, пропорційною заряду частинки і незалежною від її швидкості. Але в електромагнітних пристроях використовують взаємодію провідників із струмом, або провідників із струмом та електромагнітного поля, індукування ЕРС у провідниках, що рухаються в електромагнітному полі або у нерухомих провідниках, відносно яких рухається або змінюється електромагнітне поле. В усіх цих випадках електромагнітне поле проявляє себе як магнітне, тому коли йдеться про електромагнітні пристрої вживається термін "магнітне поле".

2. Магнітне поле характеризують індукцією  $\vec{B}$  та напруженістю  $\vec{H}$ , які зв'язані між собою співвідношенням  $\vec{B} = \mu_a \cdot \vec{H}$ . Тут  $\mu_a$  — абсолютна магнітна проникність середовища, в якому існує поле,  $\mu_a = \mu_r \cdot \mu_0$ , де  $\mu_r$  — відносна магнітна проникність середовища,  $\mu_0$  — магнітна стала, яка дорівнює  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Вб} / (\text{А} \cdot \text{м}) = \text{Гн} / \text{м}$ .

3. У магнітних колах магнітний потік створюється МРС  $F$ , яку визначають величина струму  $I$  та кількість витків  $w$  котушки, що створює магнітне поле:  $F = wI$ . Напруженість магнітного поля  $H$  пов'язана з магніторушійною силою законом повного струму:  $\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum \vec{I}$ .

4. Магнітне поле характеризують лініями поля — магнітними лініями. Якщо магнітні лінії паралельні і проходять на однаковій відстані одна від одної, то таке магнітне поле називають однорідним. Лінії магнітного поля неперервні. Магнітний потік  $\Phi$  у магнітних колах можна розглядати як аналог струму  $I$  в електричних колах. У випадку однорідного магнітного поля індукція магнітного поля  $B = \Phi / S$ , а напруженість  $H \cdot l = w \cdot I$ .

5. У феромагнітних матеріалів (залізо, нікель, кобальт, деякі сплави) відносна магнітна проникність  $\mu_r$  може бути набагато більшою, ніж у повітря. Завдяки застосуванню у магнітопроводах електромагнітних пристроїв феромагнітних матеріалів для певного значення струму в котушці і певної величини напруженості магнітного поля  $H$  можна збільшити магнітну індукцію  $B$  у стільки раз, у скільки раз відносна магнітна проникність цих матеріалів більша, ніж у повітря.

6. Властивості феромагнітних матеріалів характеризує крива намагнічування, яка являє собою залежність електромагнітної індукції  $B$  від напруженості магнітного поля  $H$  або від магніторушійної сили  $F = wI$ , та ширина гістерезисної петлі, створюваної кривою намагнічування при перемагнічуванні матеріалу. Феромагнітні матеріали, які використовують в електромагнітних пристроях із змінними магнітними полями у магнітопроводі, повинні мати найвужчу петлю гістерезису для зменшення втрат на перемагнічування. Такі матеріали називають магнітом'якими. Навпаки, феромагнітний матеріал для виготовлення постійних магнітів повинен мати широку петлю гістерезису з високою залишковою індукцією. Такі матеріали називають магнітотвердими.

7. В електромагнітних пристроях магнітне коло (магнітопровід) створюється феромагнітними та неферомагнітними ділянками, призначеними для створення магнітного поля потрібної конфігурації та інтенсивності. Оскільки аналогом струму в електричному колі у колі магнітному є магнітний потік, а аналогом ЕРС — магніторушійна сила  $F = wI$ , то згідно з законом Ома для магнітного нерозгалуженого кола еквівалентний магнітний опір кола дорівнює  $R_{me} = F / \Phi_m$ . Тут  $\Phi_m$  — магнітний потік у магнітопроводі. По аналогії з електричним колом другий закон Кірхгофа для магнітного кола стверджує, що алгебраїчна сума МРС у контурі магнітного кола дорівнює алгебраїчній сумі спадів магнітних напруг на ділянках контуру.

8. При аналізі магнітних кіл з повітряним проміжком треба, або знайти МРС  $F$  по заданому магнітному потоку, або індукції у повітряному проміжку, або знайти магнітний потік та індукцію у повітряному проміжку по заданій МРС  $F$ . Для розв'язку першої задачі у спрощеному варіанті однорідного поля слід по заданому магнітному потоку  $\Phi$  визначити індукцію  $B$  у магнітопроводі та знайти з кривої намагнічування напруженість магнітного поля  $H$ . Скориставшись законом повного струму знайти падіння магнітних напруг у ділянках магнітопровода і за другим законом Кірхгофа визначити МРС котушки. Для розв'язку зворотної задачі — визначення магнітної індукції  $B$  по заданій МРС  $F$  слід задатися декількома значеннями  $B$ , по кривій намагнічування знайти відповідні значення магнітної напруженості  $H$  і, скориставшись законом повного струму, визначити для ділянок магнітопровода декілька значень МРС  $F$ . Побудувати залежність  $F = F(B)$  і по ній для заданої величини  $F$ , знайти магнітну індукцію  $B$ .

9. У магнітному колі з повітряним проміжком магніторушійна сила котушки  $F$  наближено дорівнює магнітній напрузі на повітряному проміжку.

10. В електромагнітних пристроях з рухомими частинами магнітне поле завжди намагається викликати таке переміщення, в результаті якого магнітний опір стає мінімальним. Котушка, по якій тече струм, втягує циліндричне осердя з магнітом'якої сталі, розташоване по вісі котушки, всередину котушки. Осердя втягується до середини котушки, тобто до області поля, де магнітна індукція максимальна, незалежно від напрямку магнітних ліній поля, тобто ефект втягування осердя всередину котушки спостерігається як при постійному, так і при змінному струмі в котушці.

11. Ефект втягування металевих осердь до котушки або притягування рухомої частини магнітопроводу до нерухомої широко використовується у техніці, наприклад у вимірювальних приладах електромагнітної системи, а також у комутувальних ючих апаратах — контакторах, реле, магнітних пускатках.

## КОТУШКА З МАГНІТОПРОВОДОМ У КОЛІ ЗМІННОГО СТРУМУ

### 6.1. ЗАСТУПНА СХЕМА ТА ВОЛЬТ-АМПЕРНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОТУШКИ У КОЛІ ЗМІННОГО СТРУМУ

Розміщена на феромагнітному осерді котушка — найбільш розповсюджений елемент електромагнітних пристроїв змінного струму. Тому її властивості доцільно розглянути окремо, оскільки вони тою чи іншою мірою притаманні всім електромагнітним пристроям, у складі яких є котушки (обмотки) і магнітопровід. До таких пристроїв можна віднести електромагнітні реле, трансформатори, магнітні підсилювачі, електричні машини та інші.

Якщо котушку, виготовлену з мідного проводу, розташувати в повітрі або на каркасі з неферомагнітного матеріалу, то вона являтиме собою в колі змінного струму елемент з параметрами  $R$  (котушка гріється при протіканні у ній струму) та  $L_\sigma$  (котушка створює у повітрі магнітний потік  $\Phi_\sigma$ ). Така котушка, її заступна схема та вольт-амперна характеристика показані на рис. 6.1 а, б, в.

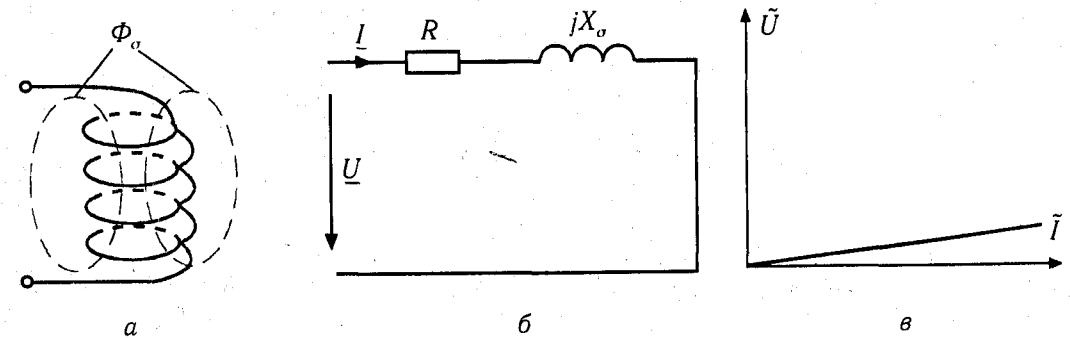


Рис. 6.1

Оскільки магнітна проникність повітря є дуже низькою, магнітний потік  $\Phi_\sigma$ , створений котушкою у повітрі, є незначний. Відповідно мала й індуктивність котушки  $L_\sigma = \psi_\sigma / i$ , де  $\psi_\sigma \approx w \cdot \Phi_\sigma$  — потокозчеплення котушки). Індуктивний опір такої котушки  $X_\sigma = \omega L_\sigma$  також незначний. Оскільки магнітна проникність повітря є сталою, індуктивність котушки не залежить від струму, що в ній протікає і вольтамперна характеристика котушки має вигляд прямої лінії (рис. 6.1, в).

Якщо ж ту саму котушку розмістити на замкненому феромагнітному осерді (рис. 6.2, а), її властивості суттєво змінюються. Як і раніше при протіканні в котушці змінного струму вона створює невеликий магнітний потік  $\Phi_\sigma$ , магнітні лінії якого замикаються в основному по повітрю. Цей потік називають потоком розсіювання, оскільки він не бере участі у передачі електромагнітним шляхом енергії до інших котушок (обмоток), розташованих на тому ж магнітопроводі (див. розділ 8, "Трансформатори"), і не створює тягового зусилля, якщо котушка з магнітопроводом використовується як електромагніт (див. розділ 5.4). Одночасно котушка створює великий магнітний потік  $\Phi_M$  у магнітопроводі (рис. 6.2, а). Завдяки тому, що відносна магнітна проникність феромагнітних матеріалів  $\mu_r \gg 1$  (див. 5.1), магнітний потік у феромагнітному магнітопроводі  $\Phi_M$  буде набагато більшим за магнітний потік розсіювання  $\Phi_\sigma$ ,  $\Phi_M \gg \Phi_\sigma$ .

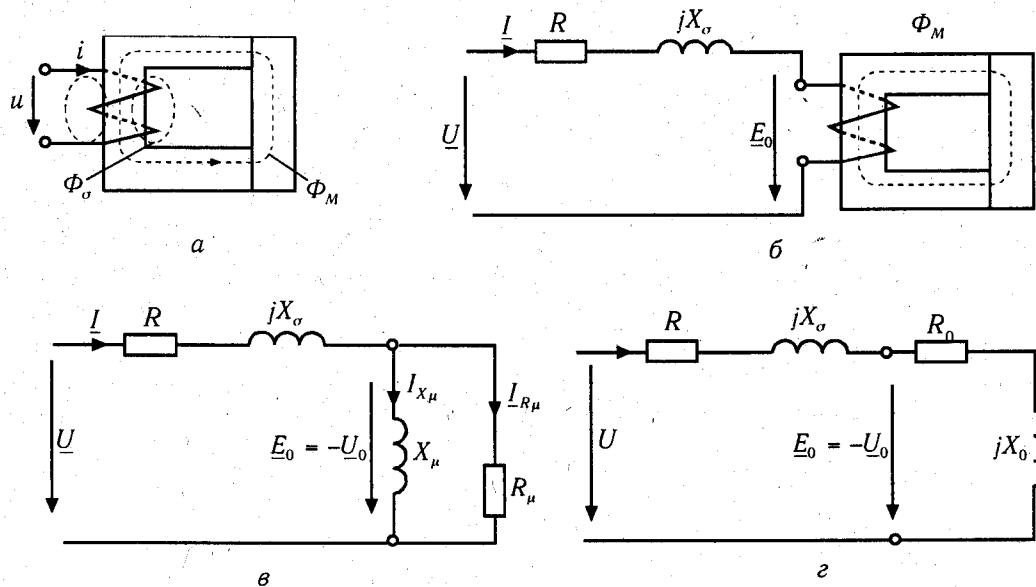


Рис. 6.2

Дійсно, якщо наближено прийняти, що магнітне поле у магнітопроводі є однорідним і знехтувати потоком розсіювання  $\Phi_\sigma$ , то згідно з законом повного струму магніторушійна сила котушки  $w i = H \cdot l_{cp}$ , де  $l_{cp}$  — довжина середньої магнітної лінії у магнітопроводі. Звідси  $H = w i / l_{cp}$ . У той же час індукція у магнітопроводі  $B = \mu_r \mu_0 H$ . Якщо забрати магнітопровід і обійти той самий контур з довжиною  $l_{cp}$ , то індукція у повітрі  $B_\sigma = \mu_0 H$ . Отже, завдяки розміщенню котушки на магнітопроводі магнітна індукція зростає у стільки раз, у скільки відносна магнітна проникність матеріалу магнітопроводу є більшою від одиниці.

Якщо винести активний опір проводів обмотки  $R$  та індуктивний опір розсіювання котушки  $X_\sigma$  назовні, то на магнітопроводі залишиться так звана ідеалізована котушка (рис. 6.2, б) властивості якої залежать від властивостей магнітопроводу та

режиму його роботи. Провідники такої ідеалізованої котушки не мають омичного опору і не створюють потоку розсіювання. Але така котушка створює у магнітопроводі змінний магнітний потік  $\Phi_M$  і, відповідно, має індуктивність. Поряд з тим магнітний потік  $\Phi_M$  створює у магнітопроводі вихрові струми і періодично перемагнічує осердя. Отже, заступна схема ідеалізованої котушки повинна мати і активний опір, втрати в якому повинні дорівнювати втратам у магнітопроводі.

На рис. 6.2, б та 6.2, в представлені два можливі варіанти заступної схеми ідеалізованої котушки: з паралельним з'єднанням опорів  $R_\mu$  та  $X_\mu$  або з послідовним з'єднанням опорів  $R_0$  та  $X_0$ . В розділі 1 вже було встановлено, що дві вітки з паралельно з'єднаними елементами, наприклад  $R_\mu$  та  $X_\mu$ , завжди можна замінити однією віткою з послідовним з'єднанням опорів  $R_0$  та  $X_0$  так, що струм  $\tilde{I}$  у зовнішньому колі і напруга  $\tilde{U}_0$  на ділянці, що підлягає перетворенню, лишаються незмінними. Обидві заступні схеми ідеалізованої котушки енергетично еквівалентні, тобто  $\tilde{I}_{R_\mu}^2 R_\mu = \tilde{I}^2 R_0$ , та  $\tilde{I}_{X_\mu}^2 X_\mu = \tilde{I}^2 X_0$ .

Враховуючи те, що  $X_0 \gg X_\sigma$ , оскільки  $\Phi_M \gg \Phi_\sigma$ , а також що  $X_0 \gg R$ , можна наближено прийняти, що напруга на ідеалізованій котушці  $u_0$  дорівнює напрузі мережі  $u = U_m \sin \omega t$ . Оскільки  $u_0 = -e_0 = d\psi_M / dt \approx U_m \sin \omega t$ , можна зробити висновок, що **потокозчеплення котушки і магнітний потік у магнітопроводі мають таку ж синусоїдну форму, як і напруга мережі.**

На рис. 6.3 показано, що при наявності синусоїдного магнітного потоку в магнітопроводі (рис. 6.3, а) струм у котушці приймає несинусоїдну форму, якщо амплітуда магнітного потоку достатня для насичення магнітопроводу. Крива намагнічування на рис. 6.3 б побудована у координатах  $\Phi, i$ , а не  $B, H$  і це правомірно, оскільки магнітний потік для однорідного магнітного поля  $\Phi = B \cdot S$ , а напруженість магнітного поля  $H$  жорстко зв'язана законом повного струму з величиною струму  $i$ .

Якщо матеріал осердя магнітом'який і шириною петлі гістерезису можна нехтувати, то крива намагнічування відповідає штрих-пунктирній лінії на рис. 6.3, б. По часовій діаграмі магнітного потоку  $\Phi = \Phi(t)$  на рис. 6.3, а для точок, які відповідають позначеним цифрами 0, 1, 2, ... 6 ординатам, знаходимо на кривій намагнічування відповідні значення струму і для кожного значення часу в точках 0, 1, 2, ... 6 (рис. 6.3, в) відкладаємо знайдені значення струму. У результаті отримуємо часову діаграму струму, показану на рис. 6.3, в штриховою лінією. З діаграми видно, що намагнічувальний струм при відсутності гістерезисної петлі феромагнітного матеріалу співпадає по фазі з магнітним потоком і має синусоїдну форму. Але якщо явищем гістерезису не можна нехтувати, то точці  $\Phi = 0$  при  $t = 0$  відповідатиме точка з координатами  $\Phi = 0, i = i_0$  на кривій намагнічування рис. 6.3, б, оскільки при перемагнічуванні матеріалу магнітопроводу для отримання значення  $\Phi = 0$  необхідно пропустити через котушку розмагнітувальний струм —  $i_0$ . Далі із зростанням потоку значенням часу  $t$ , заданим точками 1, 2, ... 6 для часової діаграми  $\Phi = \Phi(t)$  на рис. 6.3, а відповідатимуть точки 1, 2, ... 6, на характеристиці намагнічування рис. 6.3, б. Отримана по цих точках на рис. 6.3, в часова діаграма струму  $i = i(t)$  показана суцільною лінією. З діаграми видно, що з врахуванням явища гістерезису намагнічувальний струм у котушці дещо випереджає магнітний потік і має несинусоїдний характер.



Такий струм, як це було показано у розділі 3, можна замінити гармонічним рядом і вважати, що у котушці одночасно течуть струми різних частот. Опори  $X_\sigma$ ,  $X_\mu$  та  $X_0$  будуть для цих струмів різними, оскільки вони залежать від частоти струмів. Крім того, опори  $X_\mu$  та  $X_0$  залежать від насичення магнітопроводу і є нелінійними опорами. Нелінійними є і опори  $R_\mu$  та  $R_0$ , які враховують втрати в сталі, оскільки ширина петлі гістерезису, як відомо, залежить як від амплітуди намагнічувального струму, так і від частоти перемагнічування. Для аналізу таких кіл не можна застосовувати метод накладання в поєднанні з комплексним методом аналізу лінійних кіл, як це було зроблено у розділі 3.

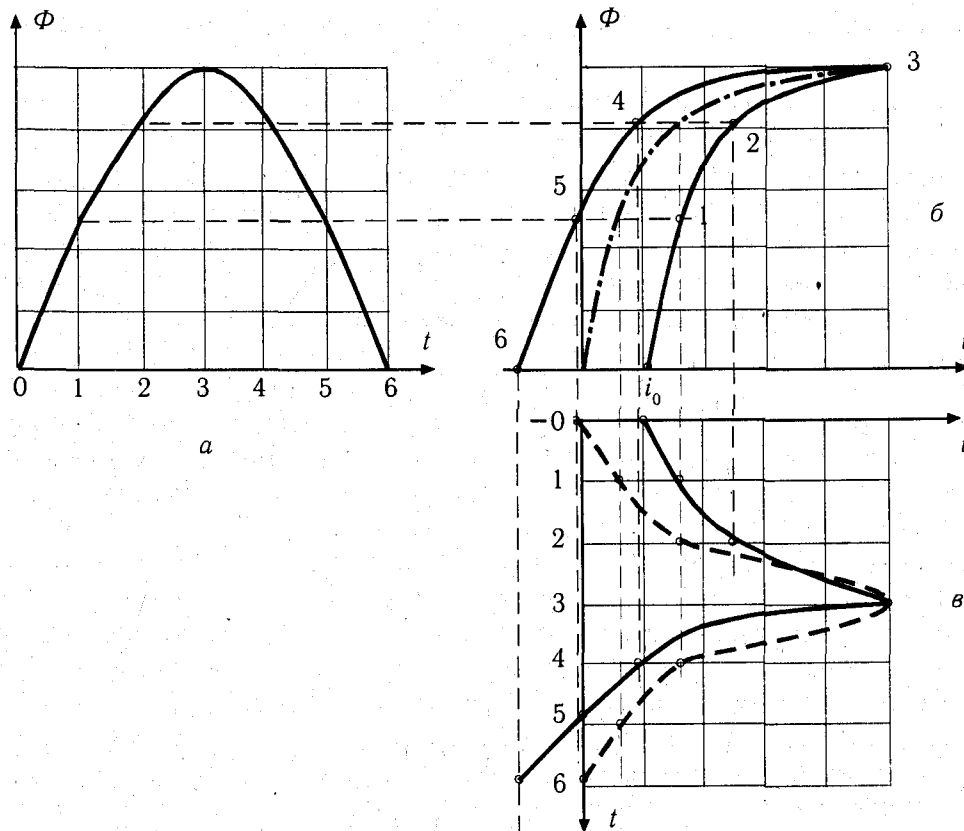


Рис. 6.3

Для спрощення аналізу можна замінити дійсний несинусоїдний струм еквівалентним синусоїдним так, щоби дійові значення цих струмів були однаковими. Така заміна може не привести до неприйнятно великих похибок, якщо магнітопровід має повітряний проміжок, що збільшує лінійність його характеристики намагнічування, виконаний з магнітом'якого матеріалу і магнітна індукція в його осерді не перевищує значень 0,9—1,1 Тл.

Заміна дійсного несинусоїдного струму котушки еквівалентним синусоїдним спрощує розрахунки і дає можливість застосовувати всі методи розрахунку кіл синусоїдного струму та будувати векторні діаграми.

Складемо рівняння за другим законом Кірхгофа для кола, показаного на рис. 6.2, в:

$$\begin{aligned} \underline{E}_0 &= -\underline{U} + \underline{R}I + jX_\sigma I, \text{ або} \\ \underline{U} &= -\underline{E}_0 + \underline{R}I + jX_\sigma I. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Вектор магнітного потоку у магнітопроводі  $\Phi_M$  відкладаємо на рис. 6.4 по осі дійсних. Реактивна складова струму котушки  $I_{X_\mu}$  співпадає по фазі з вектором  $\Phi_M$ , а вектор ЕРС  $\underline{E}_0$ , створеної потоком  $\Phi_M$  у котушці, згідно з законом електромагнітної індукції відстає від вектора магнітного потоку на  $90^\circ$  (див. рис. 6.4). Активна складова  $I_{R_\mu}$  струму котушки  $I$ , що враховує наявність втрат у сталі магнітопроводу, зсунута по відношенню до реактивної складової струму на кут  $+\pi/2$ . Комплекс дійового значення струму котушки

$$\underline{I} = I_{R_\mu} + jI_{X_\mu}.$$

Вектор спаду напруги в активному опорі провідників обмотки  $\underline{R}I$  співпадає по напрямку із вектором струму  $\underline{I}$ , а спадок напруги в індуктивному опорі розсіювання  $jX_\sigma I$  випереджує вектор струму  $\underline{I}$  на  $90^\circ$ . Побудова на рис. 6.4 вектора напруги мережі  $\underline{U}$ , прикладеної до котушки, виконана згідно з рівнянням (6.1) шляхом додавання векторів —  $\underline{E}_0$ ,  $\underline{R}I$  та  $jX_\sigma I$ .

Реальні значення спадів напруги на опорах  $R$  та  $X_\sigma$  звичайно значно менші від показаних на діаграмі рис. 6.4 і у багатьох випадках дійові значення напруги мережі  $\tilde{U}$  та ЕРС самоіндукції котушки  $\tilde{E}_0$  практично майже однакові. Якщо  $\tilde{U} \approx \tilde{E}_0$ , то магнітний потік у магнітопроводі визначатиметься напругою мережі. Дійсно, згідно з законом електромагнітної індукції ЕРС самоіндукції котушки

$$e = -\frac{d\psi}{dt} \approx -w \frac{d\Phi_M}{dt}, \quad (6.2)$$

де  $\Phi_M$  — біжуче значення потоку у магнітопроводі. Якщо прийняти, що  $\Phi_M = \Phi_{Mm} \cos \omega t$ , то

$$e_0 = \omega w \Phi_{Mm} \cdot \sin \omega t = 2\pi f w \cdot \Phi_{Mm} \sin \omega t. \quad (6.3)$$

Тут  $\Phi_{Mm}$  — амплітуда магнітного потоку  $\Phi_M$ . З (6.3) амплітуда ЕРС самоіндукції  $e_0$

$$E_{0m} = 2\pi f \cdot w \cdot \Phi_{Mm},$$

а її дійове значення

$$\tilde{E}_0 = \frac{2}{\sqrt{2}} \pi f w \cdot \Phi_{Mm} = 4,44 f w \Phi_{Mm}. \quad (6.4)$$

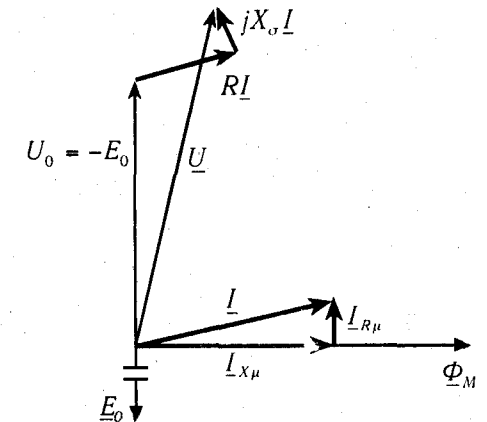


Рис. 6.4

З (6.4) видно, що при  $\tilde{U} \approx \tilde{E}_0$  амплітуда синусоїдного магнітного потоку в осерді жорстко задана напругою мережі. Тому вольт-амперна характеристика  $\tilde{U} = \tilde{U}(\tilde{I})$  котушки з магнітопроводом, виконаним з магнітом'якого матеріалу без повітряного проміжку, яка встановлює зв'язок між

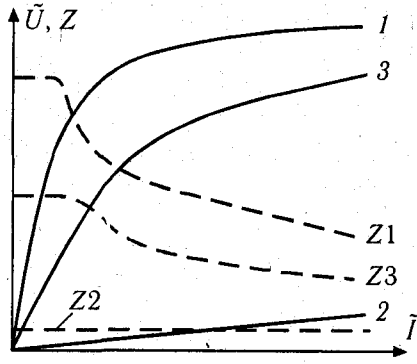


Рис. 6.5

дійовими значеннями еквівалентного синусоїдного струму та напругою, подібна первісній характеристиці намагнічування матеріалу осердя (штрихпунктирна лінія на рис. 5.5) і має вигляд кривої 1 на рис. 6.5. Там же штриховою лінією показані значення повного опору котушки  $Z_1$ . На ненасиченій ділянці вольт-амперної характеристики зростання прикладеної напруги відповідає пропорційне збільшення струму і опір  $Z_1$  залишається незмінним. Із зростанням напруги і магнітного потоку в осерді настає насичення магнітопроводу і все меншому збільшенню потоку відповідає все більше зростання напруженості магнітного поля  $H$  і намагнічувального струму  $\tilde{I}$ . Збільшення струму  $\tilde{I}$  котушки можна пояснити і зменшенням індуктивного опору  $X_{\mu}$  заступної схеми котушки на рис. 6.2, в наслідок зменшення відношення приросту потокозчеплення котушки до приросту струму в ній. Відповідно зменшується і повний опір  $Z_1$ .

Вольт-амперна характеристика тієї ж котушки без магнітопроводу має вигляд прямої 2 на рис. 6.5. Повний опір котушки без магнітопроводу не залежить від прикладеної до котушки напруги і дорівнює

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + X_{\sigma}^2}.$$

Якщо ж у феромагнітному осерді магнітопроводу передбачити повітряний проміжок, як це показано на рис. 5.7, а, то для певного повітряного проміжку вольт-амперна характеристика котушки буде займати проміжне положення між характеристиками 1 та 2 на рис. 6.5. Магнітна напруга на повітряному проміжку стає більшою, ніж спадок магнітної напруги на феромагнітних ділянках магнітного кола, тому вплив насичення магнітопроводу послаблюється, а сама вольт-амперна характеристика 3 на рис. 6.5 стає більш лінійною. Із появою повітряного проміжку співвідношення приросту потокозчеплення до приросту струму котушки зменшується, що приводить до зменшення індуктивного опору  $X_{\mu}$  заступної схеми і, отже, до зменшення повного опору котушки, що й показано кривою  $Z_3$  на рис. 6.5.

**Таким чином, змінюючи повітряний проміжок у магніто-проводі котушки, ввімкненої до змінної напруги, можна регулювати реактивний і, внаслідок цього, повний опір котушки у широких межах.** Використання змінного реактивного опору для регулювання змінного струму не супроводжується великими втратами активної потужності у регулюючому елементі на відміну регулювання струму за допомогою реостату. Тому елементи із змінним повітряним проміжком у магнітопроводі знаходять застосування в деяких пристроях, наприклад у зварювальних трансформаторах.

## 6.2. ВТРАТИ У МАГНІТОПРОВОДІ ІЗ ЗМІННОЮ МАГНІТОРУШІЙНОЮ СИЛОЮ

У 6.1 вже було встановлено, що при наявності змінної магніторушійної сили у магнітопроводі виникають втрати на перемагнічування (втрати на гістерезис). За емпіричною формулою Штейнметца втрати на гістерезис пропорційні частоті перемагнічування і квадрату магнітної індукції:

$$P_r = c_r \cdot f \cdot B^{\alpha}. \quad (6.5)$$

Тут  $c_r$  — сталий коефіцієнт, що залежить від марки сталі,  $f$  — частота перемагнічування,  $B$  — магнітна індукція,  $\alpha = 2$  при  $0,8 \leq B \leq 1,6$  Тл. Але крім втрат на гістерезис у магнітопроводах виникають ще й втрати на вихрові струми, створені ЕРС самоіндукції у самому магнітопроводі. Адже феромагнітний матеріал магнітопроводу — сталь, яка сама є провідником і в ній індукуються ЕРС так само, як і у витках розміщеної на магнітопроводі котушки.

На рис. 6.6, а показано перетин магнітопроводу, виконаного з суцільного куска сталі, по якому замикається змінний потік  $\Phi_M$ . Якщо у даний момент часу потік збільшується, у тілі магнітопроводу індукуються ЕРС, які створюють у сталі струми, що своєю чергою створюють потік протилежного потоку  $\Phi_M$  напрямку. Шляхи замикання таких струмів показані на рис. 6.6, а. Площа перетину шляхів замикання струмів велика, отже електричний опір їх є малим і струми можуть досягти великих значень.

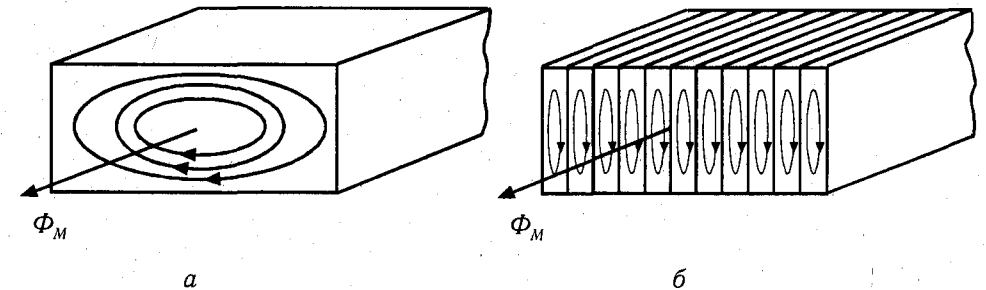


Рис. 6.6

Вихрові струми у магнітопроводі на рис. 6.6, а пропорційні ЕРС, а ЕРС, згідно з (6.4), пропорційні частоті  $f$  та амплітуді магнітного потоку, тобто магнітній індукції. Втрати ж у сталі на вихрові струми, як і в кожному провіднику пропорційні добутку квадрату вихрових струмів на електричний опір магнітопроводу вихровим струмам. Отже втрати у сталі від вихрових струмів пропорційні квадрату частоти перемагнічування та магнітній індукції:

$$P_B = c_B \cdot f^2 \cdot B^2. \quad (6.6)$$

З (6.4) видно, що збільшення частоти  $f$  струму в котушці, наприклад, з 50 до 400 Гц дає можливість отримати ту саму ЕРС  $E_0$  при тому самому значенні потоку  $\Phi_{Mm}$ .

зменшивши кількість витків котушки у вісім раз. Це зменшує витрати міді і габарити котушки, але втрати у сталі на вихрові струми зростають згідно з (6.6) у 64 рази! Тому в електротехнічних пристроях з високою частотою для магнітопроводів використовують магнітодіелектричні матеріали, які виготовляють замішуванням сумішей порошків металів (магнетиту, заліза, пермалою) з діелектриком. Відносна магнітна проникність таких матеріалів  $\mu_r$  знаходиться в інтервалі від декількох одиниць до декількох десятків, тобто значно менша, ніж у феромагнітних матеріалів.

Для визначення втрат у магнітопроводі будь-якого електротехнічного пристрою можна скористатися наведеними у довідниках питомими втратами у електротехнічних сталях, для заданої марки сталі при стандартних умовах роботи, тобто при заданих значеннях магнітної індукції  $B$  та частоти  $f$ . Наприклад, взявши з довідника питомі втрати у  $Bm/кг$   $P_{(1,0/50)}$  для індукції  $B = 1,0$  Тл і частоти  $f = 50$  Гц, можна визначити втрати в сталі для інших значень  $B$  та  $f$  за формулою:

$$P_c = P_{(1,0/50)} \cdot \left(\frac{f}{50}\right)^\beta \cdot \left(\frac{B}{1}\right)^2 \cdot G_c. \quad (6.7)$$

Тут  $G_c$  — маса сталі магнітопроводу,  $Bm/кг$ ;  $\beta = 1,2 + 1,3$  для високолегованих сталей;  $\beta = 1,5$  — для слабологованих сталей.

Для зменшення втрат у магнітопроводах всі сталеві магнітопроводи обов'язково шихтують, тобто виготовляють з пластин (або стрічок)  $0,2 \neq 0,5$  мм завтовшки. На рис. 6.6, б показано магнітопровід, складений з багатьох пластин. Їх ізолюють одну від одної лаком, або хоча б оксидним шаром на поверхні пластин. Таке виконання магнітопроводу дає значне збільшення електричного опору шляхів замикання вихрових струмів і приводить до їх зменшення. Крім того електротехнічні сталі легують домішками кремнію та інших елементів для збільшення їх електричного опору. Для зменшення втрат на гістерезис використовують магнітом'які сталі. Нарешті в деяких випадках застосовують для виготовлення магнітопроводів магнітодіелектричні матеріали з великим електричним опором і достатньо високою магнітною проникністю.

### 6.3. ВЗАЄМОІНДУКЦІЯ КОТУШОК

Явище самоіндукції, тобто індукування у котушці ЕРС змінним магнітним потоком, створеним змінним струмом, що протікає у самій котушці внаслідок прикладення до неї електричної напруги, було розглянуто вище в 1.3 та 1.10. Але будь-який виток, або група витків — котушка, своїм змінним магнітним потоком може індукувати ЕРС і в іншому витку (котушці). Таке явище отримало назву **взаємоіндукції**.

На рис. 6.7, а магнітний потік  $\Phi_1$ , створений витком 1 із струмом  $i_1$  частково охоплений витком 2. Частина потоку  $\Phi_1$ , що зчеплена з витком 2, може бути названа **робочим потоком**  $\Phi_{12}$ ; оскільки забезпечує передачу енергії від витка 1 до витка 2 електромагнітним шляхом. Частина потоку  $\Phi_1$ , що не охоплена витком 2, дорівнює різниці  $\Phi_1 - \Phi_{12}$  і називається потоком розсіювання.

Якщо струм у витку 1 змінюється, то змінюється і робочий потік  $\Phi_{12}$ , внаслідок чого у витку 2 індукується ЕРС взаємної індукції  $e_{M2}$ . На рис. 6.7 напрям ЕРС  $e_{M2}$  відповідає зменшенню потоку  $\Phi_{12}$ . ЕРС  $e_{M2}$  намагається створити у витку 2 струм, який, згідно з правилом правого гвинта, має створювати потік того ж напрямку, що і потік  $\Phi_{12}$ , тобто запобігати його зменшенню.

Якщо витки 1 та 2 замінити котушками індуктивності 1 та 2 з кількістю витків  $w_1$  та  $w_2$  відповідно, то робочий потік  $\Phi_{12}$ , який є частиною загального потоку  $\Phi_1$

$$\Phi_{12} = \kappa_1 \Phi_1 = \kappa_1 \frac{i_1 w_1}{R_{M1}}. \quad (6.8)$$

Тут  $\kappa_1$  — коефіцієнт електромагнітного зв'язку,  $R_{M1}$  — магнітний опір для потоку  $\Phi_1$ . ЕРС взаємної індукції у котушці 2

$$e_{2M} = -w_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -\frac{k_1 w_1 w_2}{R_{M1}} \frac{di_1}{dt} = -M_{12} \frac{di_1}{dt}. \quad (6.9)$$

Аналогічно, якщо пропускати струм  $i_2$  через котушку 2, ЕРС взаємоіндукції у котушці 1

$$e_{1M} = -w_1 \frac{d\Phi_{21}}{dt} = -\frac{k_2 w_1 w_2}{R_{M2}} \frac{di_2}{dt} = -M_{21} \frac{di_2}{dt}. \quad (6.10)$$

Згідно з теоремою (принципом) взаємності

$$M_{12} = M_{21} = k \frac{w_1 w_2}{R_M}. \quad (6.11)$$

Тут  $k = k_1 = k_2$  — коефіцієнт зв'язку,  $R_M = R_{M1} = R_{M2}$  — магнітний опір. Величина  $M$  називається взаємною індуктивністю. ЕРС взаємної індукції

$$e_{1M} = -M \frac{di_2}{dt}; \quad e_{2M} = -M \frac{di_1}{dt}. \quad (6.12)$$

В разі протікання струмів в обох котушках повна ЕРС, що індукується у котушці 1 потоком  $\Phi_1$ , створеного струмом  $i_1$  та потоком  $\Phi_{21}$ , створеного струмом  $i_2$  котушки 2

$$e_1 = e_{1L} + e_{1M} = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}. \quad (6.13)$$

Аналогічно ЕРС у котушці 2 дорівнюватиме

$$e_2 = e_{2L} + e_{2M} = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}. \quad (6.14)$$

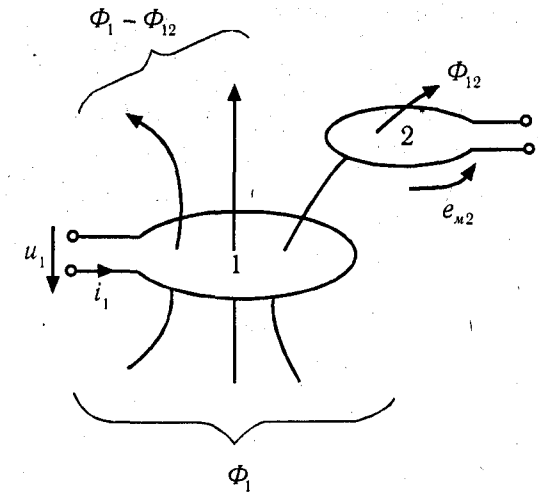


Рис. 6.7

Коефіцієнт  $M$  має додатне значення, якщо потоки самоіндукції та взаємоіндукції взаємоузгоджені, тобто співпадають по напрямку і від'ємне значення, якщо потоки мають зустрічні напрямки.

Якщо магнітний потік повністю охоплюється обома котушками, то  $k_1 = k_2 = k = 1$ , врахувавши (5.17), отримаємо з (6.11)

$$M = \sqrt{L_1 L_2}. \quad (6.15)$$

Якщо ж зв'язок між котушками неповний, то

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 L_2}. \quad (6.16)$$

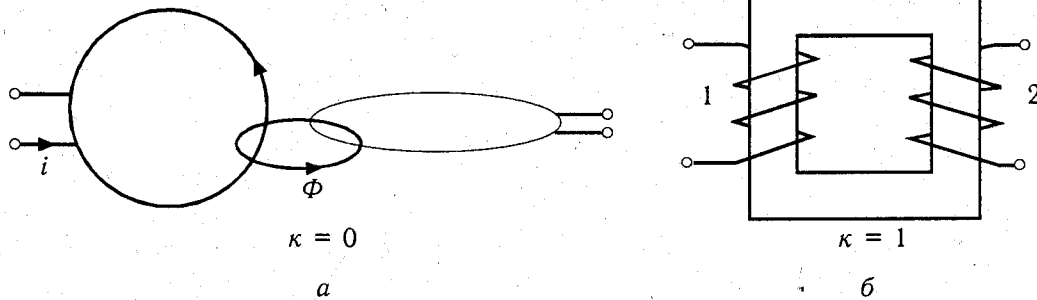


Рис. 6.8

Одиницею вимірювання взаємної індуктивності, як і для індуктивності  $L$ , є  $1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб} / 1 \text{ А} = 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ с} / 1 \text{ А}$ . Коефіцієнт зв'язку може приймати значення від 0 до 1. Коефіцієнт зв'язку дорівнює нулю для двох витків, площини яких взаємно перпендикулярні (рис. 6.8, а). Якщо ж на магнітопровід без повітряних проміжків вздовж шляху замикання магнітного потоку намотати дві котушки 1 та 2 (рис. 6.8, б), то коефіцієнт зв'язку між ними  $\kappa \approx 1$ , оскільки потоки розсіювання для таких котушок набагато менші від робочого магнітного потоку. Таким електромагнітним пристроєм є трансформатор, розглянутий докладно у розділі 8.

#### 6.4. МАГНІТНІ ПІДСИЛЮВАЧІ

У розділі 6.1 було показано, що змінюючи повітряний проміжок у магнітопроводі можна регулювати реактивний опір розташованої на цьому магнітопроводі котушки у широких межах. При мінімальному значенні проміжку магнітний потік у магнітопроводі та індуктивність котушки мають максимальне значення при заданій МРС котушки. Збільшення повітряного проміжку збільшує магнітний опір магнітопроводу, що веде до зменшення магнітного потоку, зчепленого з котушкою при заданому струмі в ній, і зменшує її індуктивність. Отже регулювання індуктивності котушки від максимального значення до мінімального відбувається у цьому випадку за рахунок збільшення магнітного опору повітряного проміжку.

У техніці широко розповсюджені пристрої, в яких індуктивний опір робочої котушки з магнітопроводом, ввімкненої до кола змінного струму, регулюють зміною зчепленого з нею магнітного потоку за допомогою окремої обмотки керування, пропускаючи через неї постійний струм керування  $I_k$ . Кількість витків обмотки керування  $w_k$  звичайно набагато більша кількості витків робочої обмотки  $w_p$ , так що МРС обмоток  $w_k I_k$  та  $w_p I_p$  стають сумірними вже при малих струмах керування. Завдяки цьому невелика зміна струму керування  $\Delta I_k$  може викликати значні зміни середнього значення струму робочої обмотки  $\Delta I_p$ . Співвідношення  $k_l = \Delta I_p / \Delta I_k$  називають коефіцієнтом підсилення по струму, а самі пристрої називають магнітними підсилювачами.

Принципова схема одного з можливих варіантів такого підсилювача, якого називають дросельним магнітним підсилювачем, показана на рис. 6.9. Підсилювач має два однакові магнітопроводи 1 та 2 з намотаними на них однаковими робочими обмотками РО1 та РО2 та однаковими обмотками керування ОК1 та ОК2. Оскільки струм в робочих обмотках значно перевищує струм обмоток керування, робоче коло на рисунку зображено більш грубими лініями. Кожна обмотка має два виводи, один з яких називають початком, а другий — кінцем. Початки обмоток на рисунку позначені крапками. Ці позначення означають, що якщо пропустити струм у напрямку від початку до кінця, — всі обмотки створюватимуть магнітні потоки однакового напрямку. Робочі обмотки ввімкнені послідовно з навантаженням  $R_{НВ}$ , в якому треба регулювати струм, до джерела змінної напруги  $u$ . Для показаного на рис. 6.9 напрямку миттєвого струму  $i_p$ , що протікає у робочих обмотках, напрямки створених ними в осердях магнітних потоків показані стрілками. Обмотки керування мають зустрічне вмикання, так що при протіканні по них постійного струму  $I_k$  вони створюють магнітні потоки протилежного напрямку. Для моменту часу, показаного на рис. 6.9, обмотка керування ОК1 створює магнітний потік направлений назустріч потоку робочої обмотки РО1, а обмотка керування ОК2 створює магнітний потік того ж напрямку, що і робоча обмотка РО2.

Якщо ЕРС джерела живлення у колі керування дорівнює нулю,  $E_k = 0$ , а до робочого кола прикладена змінна напруга  $u$ , то в обох робочих обмотках тече змінний струм  $i_p$ . Робочі обмотки створюють МРС, недостатні для насичення магнітопроводів 1 та 2. Завдяки цьому обмотки мають великі індуктивності  $i$ , отже, великі індуктивні опори. Тому дійове значення струму  $I_p$  у робочому колі мале. При цьому змінні магнітні потоки в осердях 1 та 2, створені струмом  $i_p$ , індукують, згідно з законом електромагнітної індукції в обмотках керування ОК1 та ОК2 змінні ЕРС  $e_{k1}$  та  $e_{k2}$ .

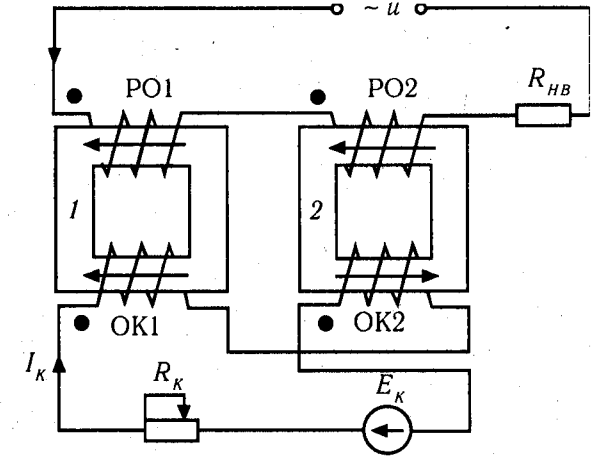


Рис. 6.9

Завдяки зустрічному з'єднанню обмоток керування ці ЕРС взаємно компенсують одна одну і струм у колі керування відсутній.

Якщо під дією ЕРС  $E_K$  в обмотках керування тече струм  $I_K$ , то в певний момент часу струми  $i_p$  та  $I_K$ , як показано на рис. 6.9, створюють в осерді 1 магнітні потоки протилежних, а в осерді 2 — однакових напрямків. В результаті осердя 2 насичується і магнітний потік в ньому стає практично незмінним, а осердя 1 навпаки розмагнічується. Внаслідок цього змінна ЕРС  $e_{K2}$ , індукована в ОК2 струмом обмотки РО2, стає близькою до нуля,  $e_{K2} \approx 0$ , і вже не компенсує ЕРС  $e_{K1}$  в обмотці ОК1. Тому під дією цієї ЕРС в колі ОК1 протікає змінний струм, який, згідно з принципом Ленца, також розмагнічує осердя 1. Магнітний потік у магнітопроводі 1 стає незначним і індуктивність обмотки РО1 стає малою, наближаючись до значення індуктивності розсіювання. Таким чином робочі обмотки обмежують струм у робочому колі тільки невеликими омичними опорами  $R$  та індуктивними опорами розсіювання  $X_\sigma$  заступної схеми котушки на рис. 6.2.

При зміні напрямку струму  $i_p$  у робочому колі до насиченого стану перейде осердя 1, а осердя 2 буде розмагнічено сумісною дією обмоток РО2 та ОК2. Час перебування одного з осердь у насиченому стані визначає час протікання струму у робочому колі і регулюється величиною МРС обмоток керування. При роботі підсилювача в колі робочих обмоток тече несинусоїдний змінний струм, а в колі обмоток керування — пульсуючий струм із постійною складовою. Таким чином магнітний підсилювач є апаратом, в якому одночасно діють постійні та змінні МРС

Якщо МРС обмоток керування стає набагато більшою МРС робочих обмоток, то робочі обмотки весь час мають низький індуктивний опір і можливість далі збільшувати струм у робочому колі втрачається. Залежність середнього  $\bar{I}_p$  (або дійового  $\bar{I}_p$ ) значення струму у колі робочої обмотки від струму керування  $I_K$  називають характеристикою керування магнітного підсилювача. Така ідеалізована характеристика 1 для дросельного магнітного підсилювача з однією парою обмоток керування ОК1—ОК2 (рис. 6.9) показана на рис. 6.10. Ідеалізовану характеристику отримано спрямленням криволінійних ділянок реальної характеристики. Коефіцієнт підсилення по струму для такого підсилювача визначається нахилом її віток до осі абсцис:

$$k_1 = \frac{\Delta \bar{I}_p}{\Delta I_K}$$

Звичайно магнітні підсилювачі мають не одну, а декілька пар обмоток керування, які використовують для створення зворотного зв'язку між вихідним і вхідним струмами підсилювача та для зміщення характеристики керування. Схема такого дросельного підсилювача з використанням стандартних умовних позначень показана на рис. 6.11.

Підсилювач має робочі обмотки РО1, РО2; обмотки керування ОК1, ОК2; обмотки зворотного зв'язку ОЗ31, ОЗ32 та обмотки зміщення ОЗМ1, ОЗМ2. В колі опору навантаження  $R_{НВ}$  протікає постійний пульсуючий струм, отриманий за допомогою чотирьох діодів, які по черзі попарно відкриваються і пропускають струм, як це показано на рисунку стрілками, при зміні полярності напруги мережі. Таким чином у робочих обмотках струм може протікати в обох напрямках, а в опорі навантаження — лише в одному. Обмотки зворотного зв'язку діють узгоджено з обмотками керування ОК1—ОК2.

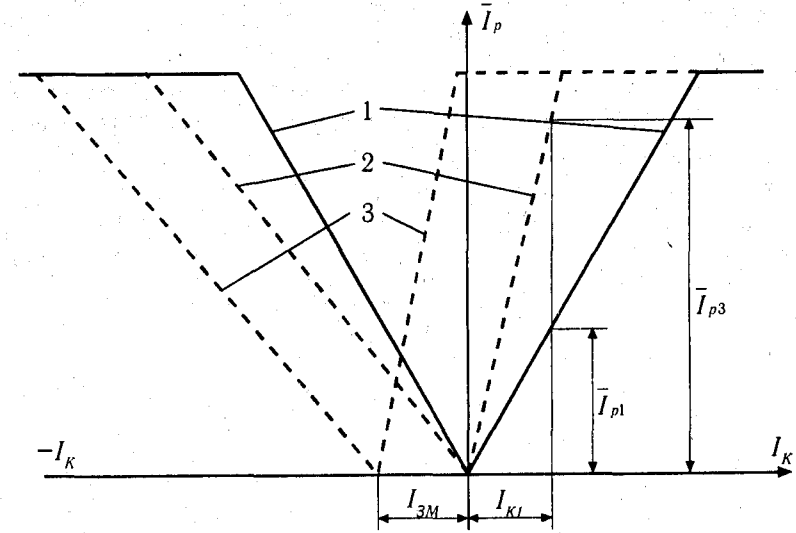


Рис. 6.10

За відсутністю зворотного зв'язку певному струму керування  $I_{K1}$  відповідає певне середнє значення струму в робочому колі  $I_{p1}$ . Коефіцієнт підсилення струму в такому режимі

$$k_{11} = \frac{\Delta \bar{I}_{p1}}{\Delta I_{K1}}$$

Якщо ж у коло навантаження  $R_{НВ}$  ввімкнути резистор зворотного зв'язку  $R_{33}$  і частину напруги з нього подати на обмотки зворотного зв'язку ОЗ31 та ОЗ32, то ці обмотки створюють МРС, які додаються до МРС обмоток ОК1 та ОК2. Тому сумарна МРС обмоток ОК1, ОК2, ОЗ31 та ОЗ32 відповідає більшому струму керування в обмотках ОК1 та ОК2, якби вони працювали без обмоток зворотного зв'язку. Внаслідок додаткового намагнічування струм в робочому колі збільшується і характеристика приймає вид 2 на рис. 6.11. Права її вітка, що відповідає додатним значенням струму керування, має більший кут нахилу до осі  $I_K$ , їй відповідає більший коефіцієнт підсилення струму

$$k_{1133} = \frac{\Delta \bar{I}_{p13}}{\Delta I_{K1}} > k_{11}$$

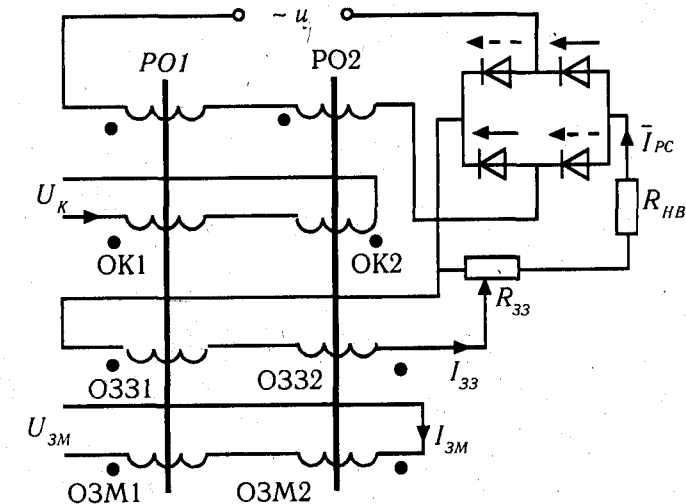


Рис. 6.11

Ліва вітка характеристики 2 має менший нахил, оскільки із зміною напрямку струму керування МРС обмоток керування та зворотного зв'язку починають діяти зустрічно. Тобто в момент часу, коли, наприклад, обмотка керування ОК2 діє узгоджено з робочою обмоткою РО2 і має забезпечити насичення магнітопроводу, обмотка зворотного зв'язку діє зустрічно і протидіє його насиченню.

За допомогою обмоток зміщення ОЗМ1 та ОЗМ2 можна зсунути характеристику керування 2 на рис. 6.10, наприклад, вліво та отримати характеристику 3. Така характеристика дозволяє отримати релейний режим роботи підсилювача. При  $I_k = 0$  магнітний підсилювач повністю відкритий і в робочому колі тече максимально можливий струм. При пропусканні в обмотці керування відносно невеликого струму —  $I_k = I_{зм}$  (рис. 6.10) підсилювач припиняє струм у робочому колі.

Іншим широко розповсюдженим типом магнітних підсилювачів є підсилювач з самонасиченням, принципова схема якого показана на рис. 6.12, а. В коло робочих обмоток такого підсилювача ввімкнені діоди VD1 та VD2, які пропускають струм тільки в одному напрямку (властивості випрямних діодів описані у розділі 12.5). Коли змінна напруга мережі  $u$  створює одночасно додатний потенціал на аноді діода VD1 і на катоді діода VD2, діод VD1 пропускає струм через робочу обмотку РО1, а струм через обмотку РО2 відсутній. Наступного напівперіоду полярність напруги  $u$  змінюється на зворотну і струм пропускає діод VD2, а в колі робочої обмотки РО2 струм дорівнює нулю. Магнітопровід підсилювачів виготовляється з матеріалу з прямокутною петлею гістерезису. В таких матеріалах залишкова магнітна індукція  $B_r$  майже дорівнює індукції насичення  $B_s$  (див. розділ 5),  $B_r \approx B_s$ . Завдяки цьому кожна з робочих обмоток при певному рівні напруги, що до неї прикладена, при відсутності струму в обмотці керування намагнічує своє осердя до насиченого стану. Магнітна індукція в обох осердях перебуває весь час на рівні індукції насичення, отже магнітний потік у них перебуває незмінним, а їх індуктивний опір близький до нуля.

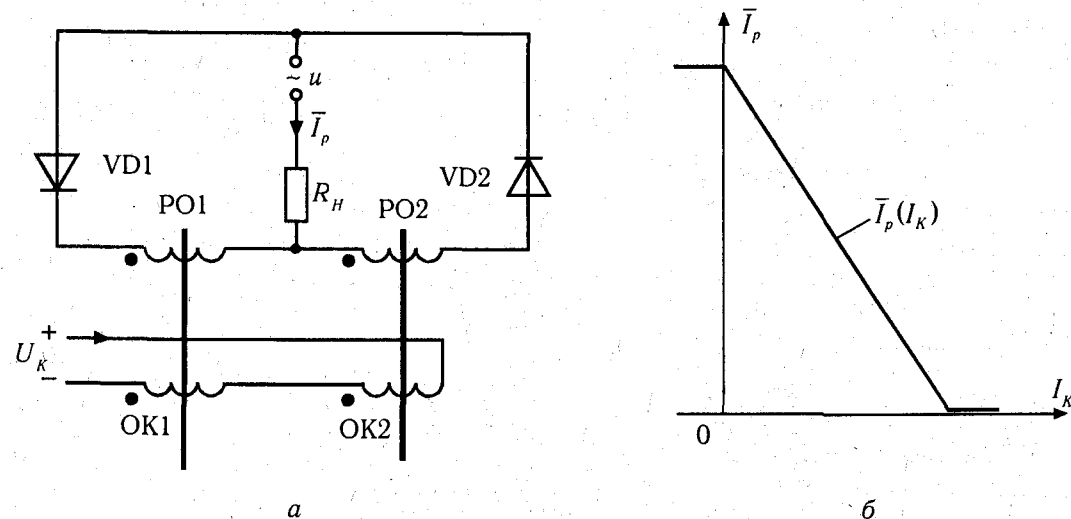


Рис. 6.12

Завдяки наявності випрямних діодів при протіканні струму в робочих обмотках РО1 та РО2 “+” напруги джерела живлення завжди прикладений до початку цих обмоток. У той же час “+” напруги  $U_k$  у колі керування прикладено до кінців обмоток ОК1 та ОК2, тобто обмотки керування ввімкнені зустрічно робочим і розмагнічують магнітопроводи у той час, коли струм у робочих обмотках протікає не може. Чим більший струм керування — тим більше розмагнічування магнітопроводу, тим більші зміни магнітного потоку відбуваються під час виконання циклів перемагнічування магнітопроводів. Характеристика керування магнітного підсилювача з самонасиченням показана на рис. 6.12, б.

Магнітні підсилювачі з самонасиченням, так само як і підсилювачі дросельні, звичайно виготовляють з декількома обмотками керування, що дає змогу змінювати крутизну характеристики керування створенням зворотних зв'язків та здійснювати її зміщення.

## 6.5. РЕЗЮМЕ

1. Розміщена на феромагнітному осерді котушка — найбільш розповсюджений елемент електромагнітних пристроїв змінного струму. До таких пристроїв можна віднести електромагнітні реле, трансформатори, магнітні підсилювачі, електричні машини та інші.

2. Створений розміщеною на феромагнітному магнітопроводі котушкою при протіканні по ній струму магнітний потік умовно поділяють на невеликий магнітний потік  $\Phi_\sigma$ , магнітні лінії якого замикаються в основному по повітрю та великий магнітний потік  $\Phi_m$  у магнітопроводі. Завдяки тому, що відносна магнітна проникність феромагнітних матеріалів набагато більша від магнітної проникності повітря, магнітний потік  $\Phi_m$  у магнітопроводі буде набагато більшим від магнітного потоку розсіювання  $\Phi_\sigma$ ,  $\Phi_m \gg \Phi_\sigma$ . Потік розсіювання не бере участі у передачі електромагнітним шляхом енергії до інших котушок (обмоток), розташованих на тому ж магнітопроводі, і не створює тягового зусилля, якщо котушка з магнітопроводом використовується як електромагніт.

3. Котушку з магнітопроводом можна представити заступною схемою рис. 6.2, з у вигляді пасивного двополюсника з послідовно ввімкненими активними опорами  $R$  та  $R_0$ , що враховують електричні втрати у провідниках обмотки (втрати в міді) та втрати у феромагнітному магнітопроводі відповідно, та реактивними опорами  $X_\sigma$  та  $X_0$ . Опір  $X_\sigma$  відповідає потоку розсіювання  $\Phi_\sigma$ , а опір  $X_0$  — потоку у магнітопроводі  $\Phi_m$ . Оскільки  $R \ll R_0$ , а  $X_\sigma \ll X_0$ , то опорами  $R$  та  $X_\sigma$  можна знехтувати і вважати, що прикладена до котушки напруга мережі дорівнює її ЕРС, яка зв'язана з магнітним потоком співвідношенням  $e = -d\Phi/dt$ . Тому, якщо напруга мережі синусоїдна, то й магнітний потік в осерді також синусоїдний.

4. Внаслідок нелінійності кривої намагнічування магнітопроводу та наявності явищ гістерезису, струм у котушці може бути несинусоїдним. Якщо котушка працює без значних насичень магнітопроводу ( $B_m < 1 \text{ Тл}$ ), наближено можна замінити дійсний



несинусоїдний струм котушки синусоїдним, що дає можливість застосувати всі методи аналізу кіл змінного синусоїдного струму.

5. Вольт-амперні характеристики котушки з магнітопроводом нелінійні і повторюють характер кривої намагнічування матеріалу магнітопроводу. Із збільшенням повітряного проміжку в магнітопроводі нелінійність вольт-амперної характеристики котушки зменшується, оскільки магнітна напруга на повітряному проміжку стає більшою, ніж спад магнітної напруги на феромагнітних ділянках магнітного кола і вплив насичення магнітопроводу послаблюється. Збільшення повітряного проміжку призводить до зменшення індуктивного опору  $X_0$  заступної схеми і, отже, до зменшення повного опору котушки. Зміною повітряного проміжку у магнітопроводі котушки, ввімкненої до змінної напруги, можна регулювати реактивний і, внаслідок цього, повний опір котушки у широких межах без великих втрат активної потужності у регулюючому елементі на відміну від регулювання струму за допомогою реостату.

6. При наявності змінного магнітного потоку у магнітопроводі виникають втрати на перемагнічування (втрати на гістерезис) та втрати на вихрові струми, які індукуються у сталі. За емпіричною формулою Штейнметца втрати на гістерезис пропорційні частоті перемагнічування і квадрату магнітної індукції. Втрати у сталі від вихрових струмів пропорційні квадрату частоти перемагнічування і квадрату магнітної індукції. Для визначення втрат у магнітопроводі будь-якого електротехнічного пристрою можна скористатися наведеними у довідниках питомими втратами в електротехнічних сталях для заданої марки сталі при стандартних умовах роботи.

7. Для зменшення втрат у магнітопроводах всі сталеві магнітопроводи обов'язково виготовляють з пластин (або стрічок) звичайно  $\approx 35 + 0,5$  мм завтовшки. Пластини ізолюють одну від одної лаком, або хоча б оксидним шаром на поверхні пластин, що дає значне збільшення електричного опору шляхів замикання вихрових струмів і приводить до їх зменшення. Крім того електротехнічні сталі легують домішками кремнію та інших елементів для збільшення їх електричного опору. Для зменшення втрат на гістерезис використовують магнітом'які сталі.

8. Індукування у котушці ЕРС змінним магнітним потоком, створеним струмом, що протікає у провідниках самої котушки називають явищем самоіндукції. Але будь-який виток, або група витків — котушка, своїм змінним магнітним потоком може індукувати ЕРС і в іншому витку (котушці). Таке явище отримало назву взаєміндукції. В разі протікання струмів у двох котушках, кожна з яких створює магнітний потік, частково зчеплений з витками другої котушки, повна ЕРС, що індукується у котушці 1 потоком  $\Phi_1$ , створеного струмом  $i_1$  та потоком  $\Phi_{21}$ , створеного струмом  $i_2$  котушки 2

$$e_1 = e_{1L} + e_{1M} = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}.$$

Аналогічно ЕРС у котушці 2 дорівнюватиме

$$e_2 = e_{2L} + e_{2M} = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}.$$

Коефіцієнт взаєміндукції  $M$  має додатне значення, якщо потоки самоіндукції та взаєміндукції взаємоузгоджені, тобто співпадають по напрямку і від'ємне значення,

якщо потоки мають зустрічні напрямки. Якщо магнітний потік повністю охоплюється обома котушками, то коефіцієнт взаєміндукції  $M = \sqrt{L_1 L_2}$ . Якщо ж зв'язок між котушками неповний, то  $M = k \cdot \sqrt{L_1 L_2}$ , де  $k < 1$ .

9. Індуктивний опір робочої котушки з магнітопроводом, ввімкненої до кола змінного струму, можна регулювати зміною зчепленого з нею магнітного потоку за допомогою окремої обмотки керування, через яку пропускають постійний струм керування  $I_k$ . Кількість витків обмотки керування звичайно набагато більша кількості витків робочої обмотки, так що МРС обмоток керування та робочої стають сумірними вже при малих струмах керування. Завдяки цьому невелика зміна струму керування  $\Delta I_k$  може викликати значні зміни середнього значення струму робочої обмотки  $\Delta \bar{I}_p$ . Співвідношення  $k_j = \Delta I_k / \Delta \bar{I}_p$  називають коефіцієнтом підсилення по струму, а самі пристрої називають магнітними підсилювачами.

10. Дросельний магнітний підсилювач складається з двох шихтованих осердь, на кожне з яких намотано робочу обмотку та обмотку керування. Робочі обмотки з'єднують узгоджено і вмикають послідовно з навантаженням до мережі змінного струму. Обмотки керування вмикають зустрічно. При відсутності струму керування робочі обмотки мають великий індуктивний опір і обмежують струм у навантаженні. При цьому змінні магнітні потоки в осердях, створені струмом робочих обмоток, індукують, згідно з законом електромагнітної індукції, в обмотках керування змінні ЕРС. Завдяки зустрічному з'єднанню обмоток керування ці ЕРС взаємно компенсують одна одну і струм у колі керування відсутній.

При наявності струму керування обмотки на одному з осердь діють в якийсь момент часу узгоджено і осердя переходить у насичений стан. Індуктивний опір робочої обмотки такого осердя стає малим. У той же час обмотки на іншому осерді діють зустрічно, розмагнічуючи осердя, зміна магнітного потоку другого осердя стає незначною і його індуктивний опір також стає незначним. У наступному напівперіоді напруги мережі перше осердя розмагнічується, а друге переходить до насиченого стану. Зміною невеликого струму в обмотках керування можна змінювати значно більший струм у робочих обмотках.

11. Залежність середнього (або дійового) значення струму у колі робочої обмотки від струму керування називають характеристикою керування магнітного підсилювача. Вона має V-подібний вигляд (рис. 6.10) з однаковим нахилом лівої та правої вітки, тобто з однаковим коефіцієнтом підсилення по струму, незалежним від напрямку струму в обмотках керування. Звичайно магнітні підсилювачі мають не одну, а декілька пар обмоток керування, які використовують для створення зворотного зв'язку між вихідним і вхідним струмами підсилювача та для зміщення характеристики керування. Наявність зворотного зв'язку дозволяє збільшувати чи зменшувати коефіцієнт підсилення по струму, а наявність обмотки зміщення дозволяє зсувувати характеристику керування вправо чи вліво.

12. Іншим широко розповсюдженим типом магнітних підсилювачів є підсилювач з самонасиченням. В коло робочих обмоток такого підсилювача (рис. 6.12, а) ввімкнені діоди, які пропускають струм тільки в одному напрямку. Діоди по черзі



пропускають струм через обидві робочі обмотки. Магнітопровід підсилювачів виготовляється з матеріалу з прямокутною петлею гістерезису. У таких матеріалів залишкова магнітна індукція  $B_r$  майже дорівнює індукції насичення  $B_s$  (див. розділ 5). Завдяки цьому кожна з робочих обмоток при певному рівні напруги, що до неї прикладена, при відсутності струму в обмотці керування намагнічує своє осердя до насиченого стану. Магнітна індукція в обох осердях перебуває весь час на рівні індукції насичення, отже магнітний потік у них перебуває незмінним, а їх індуктивний опір близький до нуля. Обмотки керування ввімкнені зустрічно робочим  $i$ , при пропусканні по них струму, розмагнічують магнітопроводи у той час, коли струм у робочих обмотках протікати не може. Чим більший струм керування — тим більше розмагнічування магнітопроводу, тим більші зміни магнітного потоку відбуваються під час виконання циклів перемагнічування магнітопроводів, тим більший індуктивний опір робочих обмоток.

## ЕЛЕКТРОВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИЛАДИ ТА ЕЛЕКТРИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ

### 7.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ З ТЕОРІЇ ВИМІРЮВАНЬ

*Вимірювання* — це процес порівняння фізичної величини з прийнятим за її одиницю значенням. Рівняння вимірювання

$$x = N \cdot M, \quad (7.1)$$

де  $x$  — значення вимірюваної фізичної величини,  $N$  — безрозмірне число, яке визначають за допомогою вимірювального приладу,  $M$  — відтворювана міра фізичної величини, яка відповідає значенню цієї величини, прийнятому за одиницю. Наприклад, рівняння вимірювання величини струму має вигляд:  $I = 10,5 A$ .

До засобів вимірювань можна віднести:

- міри, тобто еталонні технічні засоби для якомога точного відтворювання одиниць фізичної величини (вольт, ом, ампер, генрі, фарад і т. п.);
- вимірювальні прилади (вольтметри, амперметри, ватметри і т. п.);
- вимірювальні перетворювачі (вимірювальні трансформатори струму та напруги, шунти, магазини опорів і т. п.).

Засоби вимірювань поділяють на робочі та взірцеві. Робочі засоби використовують для повсякденних вимірювань, а взірцеві — для перевіру робочих приладів на відповідність їх певним технічним умовам.

Всі вимірювання фізичних величин у залежності від способу отримання результатів поділяють на прямі та опосередковані (непрямі). При **прямому вимірюванні** значення фізичної величини отримують безпосередньо з виміру, наприклад, при вимірюванні струму амперметром. При **непрямому вимірюванні** шукану фізичну величину обчислюють за даними прямих вимірів інших величин, з якими вона зв'язана певною залежністю. Наприклад, визначення опору  $R = U/I$  або  $Z = \dot{U} / \dot{I}$  за даними вимірів напруги та струму в колах постійного та, відповідно, змінного струму виконано методом непрямих вимірювань.

В залежності від способу використання приладів та мір прийнято розрізняти два методи вимірювання **прямим перетворенням і порівнянням з мірою**. При використанні **методу прямого перетворення** вимірювану величину визначають безпосереднім відліком показів вимірювального приладу, пропорційних вимірюваній величині (вимірювання струму амперметром, активної потужності ватметром і т. п.) **Метод порівняння з мірою поділяють на метод диференційний і нульовий**.

**Диференційний метод** — це метод порівняння, при якому створюють та оцінюють вимірюваний сигнал як різницю вимірюваних сигналів від досліджуваного об'єкта та міри. Це дозволяє значно підвищити точність виміру за умови, що точність застосованої міри є високою. Наприклад, якщо різниця між вимірюваною величиною та мірою дорівнює 1%, а цю різницю вимірюють приладом з похибкою 1%, то похибка виміру всієї величини буде лише 0,01%.

**Нульовий метод** — це метод порівняння, при якому зрівнюють вимірювані сигнали від досліджуваного об'єкта та міри так, що різниця між ними стає рівною нулю. Нульовий метод є граничним випадком диференційного. Прикладом нульового методу є вимірювання опору за допомогою чотириплечового моста.

Диференційний та нульовий методи широко використовують у вимірювальній техніці. Існують і інші методи порівняння з мірою (заміщення, перестановки, доповнення, збіжності), які тут не розглядатимуться.

Результат виміру завжди відрізняється від дійсного значення вимірюваної величини. Ця розбіжність може бути зумовлена властивостями вимірювального пристрою, недосконалістю вимірювального механізму, впливом зовнішніх факторів (зміна температури навколишнього середовища, зовнішні магнітні та електричні поля), нарешті недосконалістю органів відчуття людини та іншими випадковими факторами. Різницю між вимірним  $x_B$  та дійсним значенням  $x$  вимірюваної величини називають абсолютною похибкою виміру

$$\Delta x = x_B - x. \quad (7.2)$$

Точність виміру оцінюють відносною похибкою  $\delta$ , яку визначають як виражене у відсотках відношення абсолютної похибки до дійсного значення вимірюваної величини:

$$\delta = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100 = \frac{x_B - x}{x} \cdot 100\%.$$

Оскільки значення  $x$  невідоме і різниця між  $x_B$  та  $x$  звичайно відносно мала, ( $x \approx x_B$ ) то можна вважати, що практично

$$\delta = \frac{\Delta x}{x_B} \cdot 100\%. \quad (7.3)$$

У більшості вимірювальних приладів абсолютна похибка  $\Delta x$  є практично незмінною при всіх можливих для даного приладу значеннях вимірюваної величини. Тому із зменшенням вимірюваної величини  $x_B$  відносна похибка швидко зростає. Наприклад, для амперметра з шкалою на струм  $I_N = 10 \text{ A}$  і абсолютною похибкою  $\Delta x = 0,01 \text{ A}$ , зростання відносної похибки виміру  $\delta$  із зменшенням величини струму має вигляд, показаний на рис. 7.1. **Для зменшення відносної похибки слід обирати границі вимірювань приладу так, щоби його покази знаходилися на останній третині шкали для обраного діапазону вимірювання.**

Точність вимірювальних приладів оцінюють **зведеними похибками**, які визначають у відсотках по відношенню абсолютної похибки  $\Delta x$  до нормувального значення  $x_N$ :

$$\gamma = \frac{\Delta x}{x_N} \cdot 100\%. \quad (7.4)$$

Нормувальним значенням  $x_N$  вимірювального приладу називають значення вимірюваної величини, яке може дорівнювати верхній границі вимірювань (для показувального приладу з нулем у лівій частині шкали), діапазону вимірювань (для приладу з нулем посередині шкали), довжині шкали тощо.

Похибки приладів поділяють на **основну**, яку прилад має при нормальних умовах роботи і **додаткову**, зумовлену впливом на покази приладу різноманітних зовнішніх факторів. Нормальними вважають умови роботи, передбачені технічними умовами на прилад. Наприклад, нормальними можуть вважатися такі умови експлуатації приладу: температура навколишнього середовища  $(20 \pm 5)^\circ \text{C}$ , відносна вологість повітря  $(65 \pm 15)\%$ , атмосферний тиск  $101325 \pm 400 \text{ Па}$ , частота мережі живлення  $50 \text{ Гц}$ , положення приладу горизонтальне.

**Зведену похибку при нормальних умовах роботи, залежну від самого приладу, називають основною похибкою приладу.** Вимірювальним приладам, допустимі границі похибок яких визначають зведеними похибками, присвоюють клас точності, який обирають з ряду чисел 1; 1,5; 2; 2,5; 4; 5 та  $6 \cdot 10^n$ , де  $n = +1; 0; -1; -2$  і т. д. Цифра, що позначає клас точності, вказує на найбільше допустиме значення основної похибки приладу. У розглянутому прикладі з амперметром, що має  $\Delta I = 0,1 \text{ A}$  та  $I_N = 10 \text{ A}$  основна похибка дорівнює

$$\gamma = \frac{0,1}{10} \cdot 100 = 1\%.$$

Отже прилад має клас точності 1. Клас точності вказують відповідно цифрою на шкалі, щитку або корпусі приладу.

На шкалі приладу наносять поділки для відліку вимірюваної величини. **Ціна поділки** (або стала приладу) є різниця значень величини, яка відповідає двом сусіднім рискам шкали.

Важливою характеристикою приладу є його чутливість  $S$ , яка дорівнює  $S = dN/dx$ . Якщо чутливість  $S$  на всіх ділянках шкали незмінна, — прилад має лінійну незмінну шкалу. Якщо ж залежність  $N = N(x)$  нелінійна, то чутливість приладу залежить від величини  $x$ , тобто стає змінною, а шкала приладу стає нелінійною.

## 7.2. КЛАСИФІКАЦІЯ ЕЛЕКТРОВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИЛАДІВ

За видом вимірюваної величини електровимірювальні прилади поділяють на амперметри, вольтметри, ватметри, лічильники електричної енергії, частотоміри, фазометри та інші. Умовні позначення приладів по виду вимірюваної величини (табл. 7.1) наносять на лицьову сторону приладу.

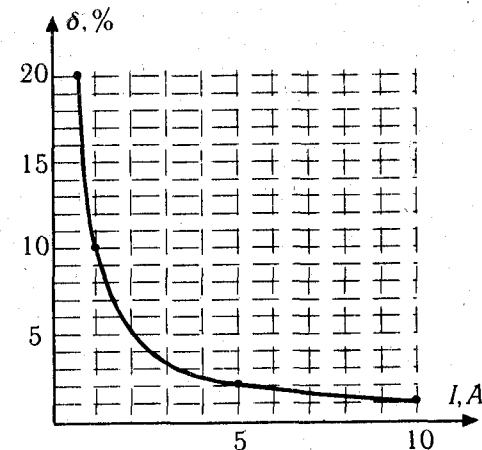


Рис. 7.1

Таблиця 7.1

## Умовні позначення електровимірювальних приладів

Назва приладу	Умовне позначення
Амперметр	A
Вольтметр	V
Вольтамперметр	VA
Ватметр	W
Варметр	var
Мікроамперметр	$\mu A$
Міліамперметр	mA
Мілівольтметр	mV
Омметр	$\Omega$
Мегомметр	M $\Omega$
Частотомір	Hz
Фазометр, що вимірює зсув фаз	$\varphi$
Фазометр, що вимірює коефіцієнт потужності	cos $\varphi$
Лічильник ампер-годин	Ah
Лічильник ват-годин	Wh
Лічильник вольт-ампер-годин реактивний	varh
Термометр	t°

Стандартні загальні зображення електровимірювальних приладів на принципових схемах та позначення деяких найбільш розповсюджених приладів з врахуванням їх різновиду наведені у табл. 7.2.

На шкалах та щитках електровимірювальних приладів вказують також умовні позначення виду вимірюваного струму, класу точності, випробної напруги ізоляції приладу, робоче положення приладу та інше (табл. 7.3).

Вимірювальні прилади можна поділити на **аналогові** та **цифрові**. Покази аналогових приладів є неперервною функцією вимірюваної величини. До аналогових приладів можна віднести всі прилади із стрілочним покажчиком. Цифрові прилади дають покази у цифровій формі (наприклад цифрові електронні вольтметри).

Таблиця 7.2

## Стандартні зображення електровимірювальних приладів

Назва приладу	Умовне позначення
Прилад електровимірювальний:	
— показувальний	
— реєструвальний	
— інтегрувальний (наприклад, лічильник електричної енергії)	
Давач вимірюваної неелектричної величини	
Наприклад давач тиску із струмовим виходом	
Прилад з цифровим відліком	
Наприклад, вольтметр з цифровим відліком	
Прилад з неперервною реєстрацією, наприклад, вольтметр	
Амперметр з відхиленням стрілки в обидва боки (з нулем посередині)	
Гальванометр	
Осцилограф електронно-променевий	
Осцилограф	

Найбільше розповсюдження мають аналогові показувальні прилади прямого відліку. Всі вони мають у своєму складі дві основні частини: вимірювальний механізм та вимірювальне коло. Призначення **вимірювального механізму** — перетворення

підведеної до нього електричної енергії у механічну енергію переміщення рухомої частини та зв'язаного з нею указника. **Вимірювальне коло** перетворює вимірювану електричну величину (напругу, потужність, струм і т. п.) у пропорційну їй величину, яка безпосередньо діє на вимірювальний механізм. Наприклад, у вольтметрі вимірювальне коло звичайно складається з котушки вимірювального механізму та додаткового резистора. При сталому опорі вимірювального кола струм у вимірювальному механізмі вольтметра пропорційний вимірюваній напрузі. Один і той самий вимірювальний механізм у сполученні з різними вимірювальними колами може бути використаний для вимірювання різних величин.

Таблиця 7.3

## Позначення на шкалах приладу

Зміст умовного позначення	Умовне позначення
Прилад постійного струму	—
Прилад постійного та змінного струму	~
Прилад змінного струму	~
Прилад трифазного струму	≡
Робоче положення шкали горизонтальне	┌
Робоче положення шкали вертикальне	┐
Прилад класу 0,5	0,5
Ізоляцію вимірювального кола відносно корпусу приладу випробувано напругою 2 кВ.	☆

Переміщення рухомої частини вимірювального приладу відбувається за рахунок взаємодії магнітних або електричних полів, результатом якої є виникнення обертового моменту  $M_{об}$ . Під дією  $M_{об}$  рухома частина повертається на якийсь кут, викликаючи створення протидіючого моменту  $M_{пр}$ . Пересування рухомої частини припиняється, коли настає рівність обертового та протидіючого моментів,  $M_{об} = M_{пр}$ .

Для створення протидіючого моменту використовують електромагнітні та механічні пристрої. Для створення електромагнітного протидіючого моменту у вимірювальному механізмі влаштовують спеціальну обмотку, яка отримує живлення від того самого джерела, що й вимірювальне коло і переміщується разом з вимірювальною обмоткою. **Прилади з електромагнітним протидіючим моментом, створеним додатковою рухомою обмоткою, називають логометрами.** Характерною їх особливістю є те, що при відсутності живлення стрілка такого приладу може перебувати у довільному місці шкали.

Для створення механічного протидіючого моменту широко використовують спіральні пружини з фосфористої бронзи (рис. 7.2, а) або розтяги (рис. 7.2, в).

У приладах високої чутливості, наприклад у гальванометрах, використовують почепи. **Почеп** звичайно являє собою пружну металеву стрічку 1, виготовлену з берилієвої або олов'яно-цинкової бронзи, до якої вільно почеплена рухома частина приладу 2 (рис. 7.2, б). У гальванометрах стрілку звичайно замінюють світловим променем, для чого використовують дзеркальце 3. Розтяги 1 виконують так само, як і почепи, але у приладі їх двоє і вони мають попередній натяг (рис. 7.2, в).

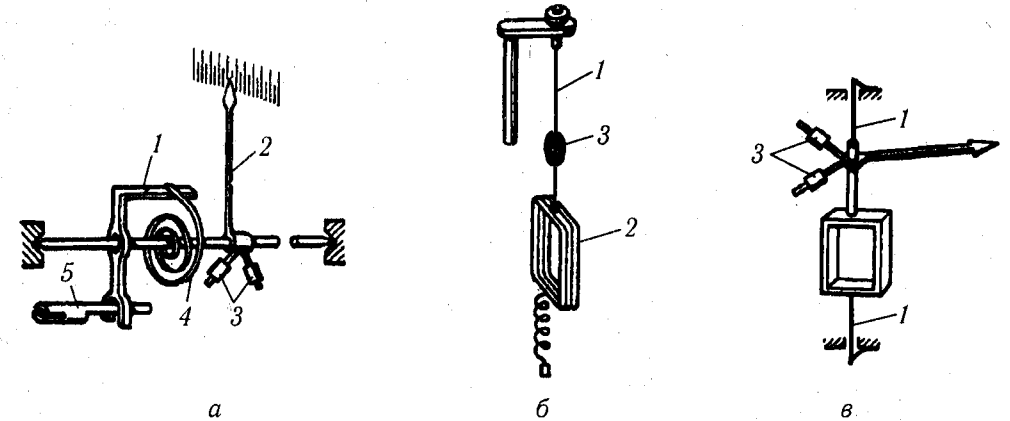


Рис. 7.2

Для встановлення стрілки 2 (рис. 7.2, а) на нульове ділення один кінець пружини 4, ізолювано закріплений на осі вимірювального механізму приладу, прикріплено до повідка 1, який можна пересувати за допомогою корегувального гвинта 5. Для зрівноваження рухомої частини приладу на ній закріплюють тягарці 3 (рис. 7.2, а, 7.2, в). Покази зрівноваженого приладу майже не залежать від його положення.

Для скорочення часу коливань рухомої механічної системи приладу при раптовій зміні вимірюваної величини, використовують заспокоювачі (демпфери). При наявності заспокоювача рухома частина приладу повинна приходити до стану рівноваги не більше, як за чотири секунди. Найбільш розповсюджені повітряні та магнітоіндукційні заспокоювачі.

У повітряному заспокоювачі (рис. 7.3, а) демпферний момент створюється гальмуванням легкого толока 2, жорстко зв'язаного з рухомою частиною приладу і розташованого у закритій камері 1. У магнітоіндукційних заспокоювачах (рис. 7.3, б) демпферний момент створює взаємодія поля постійного магніту 1 і вихрових струмів, що індукуються цим полем у металевому диску 2.

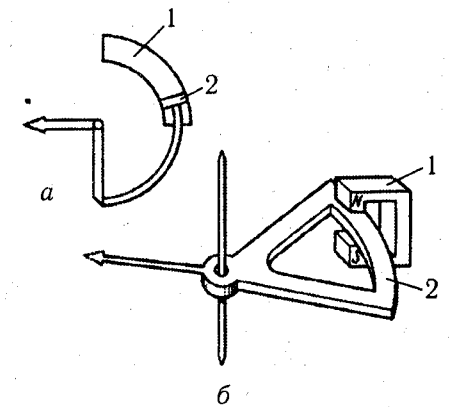


Рис. 7.3

Таблиця 7.4

## Умовне позначення принципу дії приладів

Назва системи та перетворювача	Умовне позначення	
	Вимірювальний механізм з механічним створенням МПР	Логометричний вимірювальний механізм
Магнітоелектричний пристрій з рухомою рамкою		
Електромагнітна система		
Електродинамічна система		
Феродинамічна система		
Індукційна система		
Магнітоелектрична система з випрямлячем		
Електростатична система		
Вібраційна система		
Термоелектрична з контактним термоперетворювачем		
Термоелектрична з ізольованим термоперетворювачем		

За принципом дії вимірювальної системи прилади поділяють на магнітоелектричні, електромагнітні, електродинамічні, феродинамічні та інші. Умовні позначення принципу дії (системи) деяких приладів показані у табл. 7.4. Ці позначення наносять на лицьову панель приладів.

## 7.3. ПРИКЛАДИ МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ

Схематично конструкцію вимірювального вузла приладу магнітоелектричної системи показано на рис. 7.4. Магнітопровід приладу складається з постійного магніту 1 та циліндричного сталюого нерухомого осердя 2, яке знаходиться всередині обертової прямокутної алюмінієвої рамки 3. Обертальний момент у приладах магнітоелектричної

системи створюється взаємодією вимірюваного постійного струму у рухомій котушці 4, виконаній з тонкого ізольованого проводу, намотаного на алюмінієву рамку 3 з полем постійного магніту 1. До осі каркаса закріплено стрілку-показник 5 приладу. Вимірюваний струм підводять за допомогою нерухомих провідників до пружин або розтягів механічного вузла приладу (рис. 7.1), а до них під'єднують кінці обмотки котушки 4.

Завдяки наявності нерухомого сталюого осердя 3, повітряний проміжок у магнітопроводі невеликий, що дає змогу отримати у ньому досить велику індукцію магнітного поля, — порядку 0,2—0,3 Тл. Якщо прийняти, що магнітне поле у повітряному проміжку між полюсами магніту 1 та осердям 2 рівномірне, то згідно з законом Ампера при протіканні у котушці постійного струму на кожний провідник діє сила

$$f_{np} = B \cdot l \cdot I \quad (7.5)$$

Тут  $B$  — магнітна індукція у повітряному проміжку,  $l$  — довжина провідника у повітряному проміжку,  $I$  — струм у провіднику котушки. Сила, що діятиме на всі провідники з однієї сторони котушки, складеної з  $w$  витків

$$f_k = B \cdot l \cdot w \cdot I.$$

Позначивши ширину котушки як  $b$ , можна записати вираз для обертального моменту, що його розвиває котушка із струмом  $I$ :

$$M_k = 2f_k \frac{b}{2} = B \cdot l \cdot w \cdot b \cdot I = C_{np} \cdot I. \quad (7.6)$$

Тут  $C_{np} = B \cdot l \cdot w \cdot b$  — конструктивна стала приладу.

Протидіючий момент пружин або розтягів  $M_{пр}$ , пропорційний куту  $\alpha$  повороту котушки  $M_{пр} = C_{ж} \cdot \alpha$  ( $C_{ж}$  — коефіцієнт пропорційності, залежний від жорсткості пружин або розтягів) врівноважує обертальний момент котушки:

$$M = C_{ж} \cdot \alpha = C_{np} \cdot I.$$

Звідси

$$\alpha = \frac{C_{np}}{C_{ж}} \cdot I. \quad (7.7)$$

Чутливість приладу  $S = d\alpha/dI$ , тому з (7.7)

$$S = \frac{d\alpha}{dI} = \frac{C_{np}}{C_{ж}} = K, \quad (7.8)$$

де  $K$  — конструктивний незмінний коефіцієнт. Отже, чутливість магнітоелектричного приладу — величина незмінна. Завдяки цьому **магнітоелектричні прилади мають**

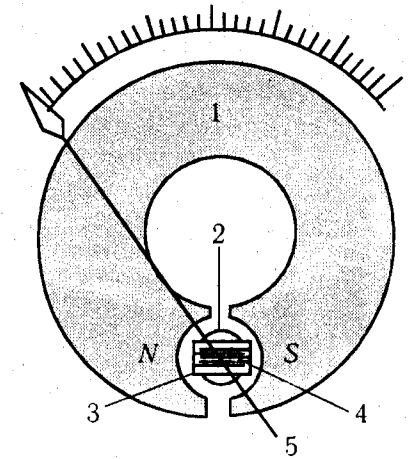


Рис. 7.4

**зручну лінійну шкалу, а завдяки великому значенню магнітної індукції — і велику чутливість.**

Через вимірювальну котушку приладу можна звичайно пропускати струм не більший, як 100—300 мА, оскільки при більших струмах відбувається недопустимий нагрів провідників котушки. Для обмеження струму у котушці в амперметрах використовують шунти, а у вольтметрах — додаткові резистори. *Шунти* — це прецизійні резистори з малим опором, які вмикають паралельно з вимірювальною котушкою приладу, так що через котушку тече лише частина струму. Додаткові резистори високоомні. Їх вмикають послідовно з котушками вольтметрів.

Напрямок обертового моменту котушки вимірювального механізму магнітоелектричного приладу залежить від напрямку струму в котушці. Тому при протіканні в котушці змінного струму середнє значення сил, що діють на провідники котушки, дорівнює нулю. Прилад даватиме нульовий відлік навіть при великих струмах у його котушці. Тому **магнітоелектричні прилади можна використовувати лише у колах постійного струму.** В колах пульсуючого струму магнітоелектричні прилади показують середнє значення вимірюваного струму або напруги.

Для вимірювань у колах змінного струму магнітоелектричні прилади оснащують випрямними або термоелектричними перетворювачами. Випрямні прилади являють собою поєднання магнітоелектричного приладу з напівпровідниковим випрямлячем, вбудованим до приладу. Випрямляч перетворює змінний вимірюваний струм у пульсуючий струм незмінного напрямку. Термоелектричні перетворювачі складають з однієї або декількох з'єднаних послідовно термопар та електронагрівача, температура якого залежить від квадрату дійового значення струму, що у ньому протікає. Магнітоелектричний прилад власне вимірює ЕРС термопар.

#### 7.4. ПРИЛАДИ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ СИСТЕМИ

Принцип дії приладів електромагнітної системи заснований на явищі втягування феромагнітного осердя 1 всередину нерухомої котушки 2, магнітне поле якої створює вимірюваний струм  $i$  (рис. 7.5).

Припустимо, що у котушці протікає постійний струм  $I$ . Цей струм створює магнітне поле, яке, як було вже пояснено у розділі 5, намагається пересунути рухоме осердя 1 всередину котушки так, щоби магнітний опір шляхів замикання ліній магнітного поля став мінімальним.

Згідно з (5.19) та (5.20) зменшення енергії магнітного поля  $\partial W_M$  у повітряному проміжку при переміщенні рухомого осердя від положення 1 до положення 2 дорівнює роботі, що була виконана при переміщенні цього осердя, тобто

$$W_1 - W_2 = \partial W_M = F \partial x. \quad (7.9)$$

Тут  $F$  — електромагнітна сила,  $\partial x$  — довжина шляху переміщення рухомого осердя.

При повороті рухомої частини на кут  $\partial \alpha$  і радіусі повороту  $r$  довжина шляху переміщення рухомого осердя  $\partial x = r \partial \alpha$ . Тут  $r$  — у метрах,  $\partial \alpha$  — у радіанах. Обертовий момент

$$M_{об} = Fr = \frac{\partial W_M}{\partial \alpha}.$$

Згідно з (5.14) енергія, накопичена у магнітному полі котушки  $W_M = LI^2/2$ . При повертанні феромагнітного осердя індуктивність котушки  $L$  змінюється, тому

$$M_{об} = \frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial \alpha}. \quad (7.10)$$

Протидіючий момент пружин  $M_{пр} = C_{ж} \alpha$ . В стані зрівноваженості  $M_{об} = M_{пр}$ , звідси кут повороту рухомої частини приладу

$$\alpha = \frac{1}{2C_{ж}} I^2 \frac{\partial L}{\partial \alpha}. \quad (7.11)$$

З (7.11) видно, що **кут  $\alpha$  повороту рухомої частини приладу електромагнітної системи пропорційний квадрату вимірюваного струму та зміні індуктивності вимірювальної котушки внаслідок переміщення рухомого осердя.**

Якщо через котушку тече змінний струм, то із зміною напрямку струму одночасно змінюються на протилежні магнітні полюси феромагнітного рухомого осердя, внаслідок чого прикладені до нього сили не змінюють свого напрямку.

Основні переваги приладів електромагнітної системи — простота і надійність, висока переважувальна здатність (переріз проводу котушки можна обрати з запасом), невисока ціна та можливість використання для вимірювань у колах як постійного, так і змінного струму.

До недоліків приладів електромагнітної системи можна віднести невисокий клас точності вимірів, звичайно не вищий 1,0 внаслідок впливу гістерезису в рухомому осерді, відносно велику споживану потужність (до 3—5 Вт у вольтметрах), нерівномірність шкали, низьку чутливість особливо при малих струмах у котушці. Внаслідок цього початкова частина шкали (до 25%) таких приладів не має поділок і не може бути використана для вимірів.

Але для вимірів невисокої точності переваги приладів електромагнітної системи привели до того, що вони мають переважну більшість серед амперметрів та вольтметрів, які використовують у промислових установках змінного струму низької частоти.

#### 7.5. ПРИЛАДИ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ

Принцип дії приладів електродинамічної системи полягає у силовій взаємодії провідників із струмами. Відомо, що два провідники із струмами однакового напрямку притягуються і взаємно відштовхуються, якщо струми мають протилежний напрям.

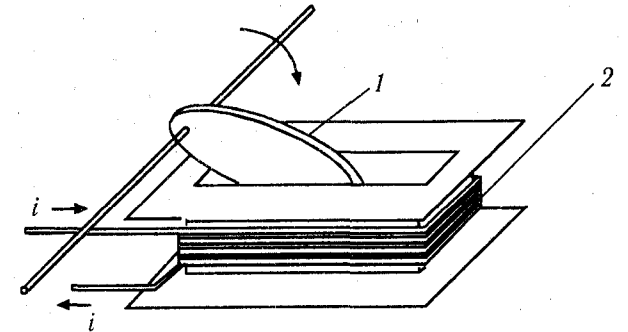


Рис. 7.5

Прилад такої системи (рис. 7.6) має дві котушки: нерухому 2 і рухому 3, яка закріплена на осі та повертається разом із нею відносно котушки 2. Струм  $I_2$  до рухомої котушки 3 підводять тонкими гнучкими проводами через закріплені ізольовано на осі спіральні пружини 1, які створюють протидіючий момент  $M_{пр}$ . На осі рухомої котушки закріплено також стрілку 4 та повітряний заспокоювач 5. Обертальний момент електродинамічного вимірювального механізму визначають так само, як і в електромагнітному механізмі:  $\partial M_{об} = \partial W_M / \partial \alpha$ . В електродинамічному механізмі енергія магнітного поля  $W_M$  змінюється внаслідок повороту рухомої котушки, тобто внаслідок зміни взаємної індуктивності котушок  $M$ . Енергія магнітного поля взаємної індуктивності двох котушок  $W_M = M \cdot I_1 I_2$ , а обертальний момент

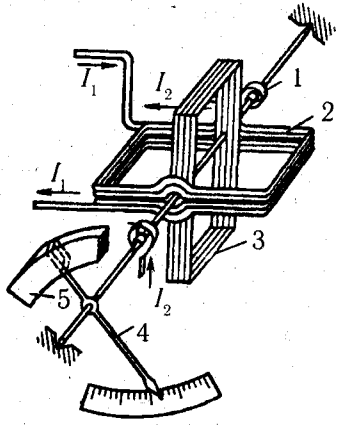


Рис. 7.6

У вольтметрі електродинамічної системи обидві котушки виготовляють з великою кількістю витків і з'єднують послідовно між собою та з додатковим резистором  $R_d$  (рис. 7.7, а). Таким чином струм в електродинамічному вольтметрі

$$I_1 = I_2 = \frac{U}{R_K + R_d} = \frac{U}{R_V},$$

де  $U$  — вимірювана напруга,  $R_K$  — омичний опір двох котушок приладу,  $R_V$  — сумарний опір вимірювального кола вольтметра. Підставивши значення  $I_1 = I_2$  до (7.12), отримаємо:

$$M_{обв} = \frac{U^2}{R_V^2} \cdot \frac{\partial M}{\partial \alpha}. \quad (7.13)$$

Отже, шкала електродинамічного вольтметра квадратична, як і в електромагнітного. Для виправлення цього недоліку можна впливати на залежність взаємної індуктивності  $M$  від положення рухомої котушки зміною форми котушки та початкового положення котушок.

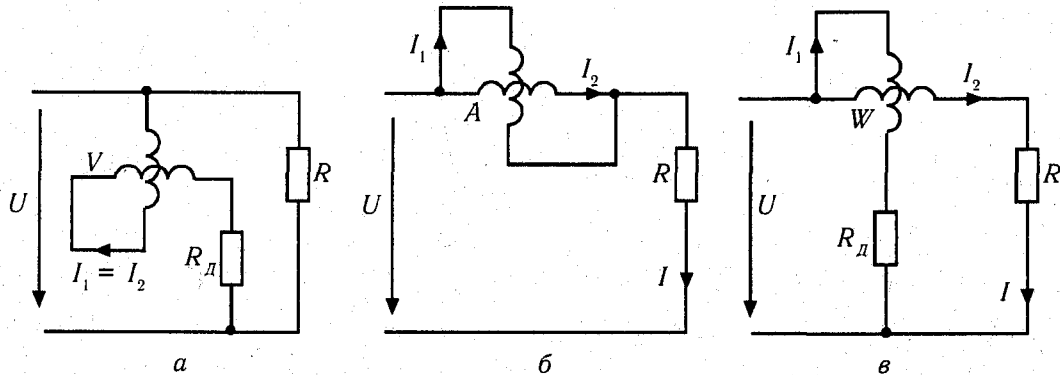


Рис. 7.7

Звичайно рухому котушку приладу електродинамічної системи виготовляють з тонкого проводу на струм не більший 0,5 А. Тому послідовне з'єднання котушок 1 та 2 в амперметрах електродинамічної системи можна застосовувати лише при вимірюваних струмах до 0,5 А. В амперметрах електродинамічної системи на більші струми рухому та нерухому обмотки з'єднують паралельно (рис. 7.7, б), причому нерухому обмотку 1 виконують на більший струм з проводу більшого перерізу. У такому випадку струм рухомої котушки  $I_2$  є тільки частинкою струму нерухомої котушки  $I_1$ ,  $I_2 = k_2 I_1$ , а струм нерухомої котушки — частинкою вимірюваного струму  $I$ ,  $I_1 = k_1 I$ . Тоді, з врахуванням (7.12)

$$M_{обв} = k_1 k_2 I^2 \frac{\partial M}{\partial \alpha} = k I^2 \frac{\partial M}{\partial \alpha}, \quad (7.14)$$

тобто обертальний момент амперметра — квадратична функція від вимірюваного струму. Внаслідок цього шкала амперметра електродинамічної системи так само нелінійна, як і у вольтметра.

У ватметрах електродинамічної системи (рис. 7.7, в), ввімкнених до кола постійного струму, струм у нерухомій обмотці дорівнює вимірюваному струму, тобто  $I_2 = I$ . До кола ж рухомої обмотки 1 з додатковим опором  $R_d$  прикладено напругу  $U$  на ділянці кола, де вимірюють потужність. Струм у рухомій обмотці  $I_1 = U / R_V$ , де  $R_V$  — сумарний опір кола обмотки напруги ватметра. Підставивши значення струмів до (7.12), отримаємо:

$$M_{обв} = \frac{U I}{R_V} \cdot \frac{\partial M}{\partial \alpha} = \frac{1}{R_V} P \frac{\partial M}{\partial \alpha}, \quad (7.15)$$

де  $P$  — вимірювана потужність. Отже, обертальний момент ватметра електродинамічної системи є пропорційний значенню вимірюваної потужності. Щоби зробити шкалу такого ватметра рівномірною, достатньо лише виконати умову  $M = \kappa_M \alpha$ , де  $\kappa_M$  — постійний коефіцієнт. У такому випадку  $\partial M / \partial \alpha$  буде постійною величиною. Практично це забезпечують при конструюванні ватметрів, тому більшість ватметрів має лінійну шкалу.

Якщо ватметр, зображений на рис. 7.7, в, ввімкнути до кола змінного струму, то внаслідок інерційності рухомої частини її відхилення буде визначатися середнім значенням обертального моменту за період:

$$M_{ср} = \frac{1}{T} \int_0^T M_{об} \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{R_V} p \frac{\partial M}{\partial \alpha} dt = \frac{1}{R_V} \frac{\partial M}{\partial \alpha} \frac{1}{T} \int_0^T p dt,$$

де  $p$  — миттєве значення потужності, а  $\frac{1}{T} \int_0^T p dt = P$  — середнє значення потужності

в колі, тобто активна потужність;  $\partial M / \partial \alpha = \text{const}$ . Отже, у колі змінного струму середнє значення обертального моменту ватметра

$$M_{срв} = \frac{1}{R_V} \cdot P \frac{\partial M}{\partial \alpha}. \quad (7.16)$$



Таким чином, прилади електродинамічної системи придатні для проведення вимірів у колах як постійного, так і змінного струму, причому в обох випадках шкала у приладів одна й та сама. Прилади електродинамічної системи створюють магнітне поле у повітрі, тому для отримання потрібного обертового моменту обмотки повинні мати велику кількість витків і споживана ними потужність відносно велика. Ці прилади чутливі також до зовнішніх магнітних полів і відносно дорогі. Але завдяки відсутності феромагнітних осердь з нелінійними властивостями електродинамічні прилади можуть мати клас точності 0,2 і навіть 0,1.

Чутливість електродинамічних приладів до зовнішніх полів послаблюють застосуванням феромагнітних осердь для підсилення власних магнітних полів котушок. Одночасно цим підсилюють і обертальний момент приладів, але одночасно зменшується їх точність завдяки явищу гістерезису та вихровим струмам у осерді. Такі прилади називають **феродинамічними**. Їх застосовують головним чином як щитові ватметри невисокої точності.

## 7.6. ПРИЛАДИ ДЕЯКИХ ІНШИХ СИСТЕМ З ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИМ ВИМІРЮВАЛЬНИМ МЕХАНІЗМОМ

У лічильниках змінного струму промислової частоти широко використовують індукційні вимірювальні механізми. Принцип дії приладів **індукційної системи** заснований на використанні явища обертового магнітного поля, створеного двома електромагнітами. Якщо синусоїдні струми у двох котушках електромагнітів, певним чином зорієнтованих у просторі, не співпадають по фазі, то у частині простору результуюче магнітне поле цих котушок буде обертатися навколо деякої осі. Якщо на цій осі розташувати електропровідне тіло, то в ньому виникають вихрові струми. Взаємодія вихрових струмів з обертовим магнітним полем створює обертальний момент, під дією якого тіло почне рухатися.

В приладах індукційної системи рухомим тілом є легкий алюмінієвий диск, в якому магнітне поле індуктує вихрові струми. У котушках електромагнітів, що створюють обертальне поле течуть, вимірювальні струми. Одну з котушок виконують з проводу малого перетину з великою кількістю витків і вмикають, подібно до обмотки напруги ватметра (рис. 7.7, в) паралельно навантаженню, а другу обмотку виконують з проводу більшого перетину і з малою кількістю витків і вмикають послідовно з навантаженням. Отже, принципова схема вмикання однофазного лічильника електричної енергії індукційної системи нічим не відрізняється від схеми вмикання ватметра. Значення обертового моменту в лічильнику залежить від струмів в обмотках котушок електромагнітів (тобто від напруги  $U$  та струму  $I$  споживача) та кута зсуву фаз між ними. Через шнекову передачу обертання осі диску передається до валу механічного лічильника, покази якого фіксують величину сумарної спожитої електричної енергії.

Для лабораторних вимірів напруг у колах малої потужності, а також для безпосередніх вимірювань високих напруг використовують прилади **електростатичної системи**. У цих приладах обертальний момент створюють електростатичні сили взаємодії двох заряджених електродів. Вимірювану напругу подають одним проводом на систему нерухомих пластин, а другим — на систему рухомих пластин,

конструкція яких подібна до конструкції змінного конденсатора у радіоприймачах. Внаслідок прикладання до них електричної напруги нерухомі та рухомі пластини накопичують заряди. Виникаючі електростатичні сили притягання створюють обертальний момент. Протидіючий момент створюють пружиною.

Для вимірювання частоти у вузькому діапазоні її зміни використовують прилади **вібраційної системи**. Частотомір вібраційної системи має декілька розташованих горизонтально одна поруч з другою гнучких пластинок, охоплених спільним електромагнітом. Кожна пластина має свою частоту резонансних коливань, що відрізняється від сусідніх на  $0,5 \text{ Гц}$ . Пластини розташовують вздовж шкали з поділками. При протіканні по котушці струму певної частоти, виникають коливання магнітного поля, які викликають коливання гнучких пластин. Для спостерігача торець пластини, власна резонансна частота якої співпадає з частотою коливань магнітного поля, виглядає "розмазаним" у вертикальному напрямку з найбільшою амплітудою, дві найближчі сусідні пластини мають коливання значно слабші, а всі інші пластини взагалі не мають помітних коливань.

## 7.7. ВИМІРЮВАННЯ СТРУМУ ТА НАПРУГИ

Прилади для вимірювання струму називають **амперметрами**, а для вимірювання напруги — **вольтметрами**. Прилади магнітоелектричної, електромагнітної та електродинамічної систем можуть бути виконані як амперметри і як вольтметри. Опір вимірювального ланцюга амперметра має бути мінімальним, а вольтметра — максимальним. Ідеальним вважають амперметр, опір вимірювального ланцюга якого  $R_A$  дорівнює нулю,  $R_A = 0$ . В ідеального вольтметра опір вимірювального ланцюга  $R_V$  має наближатися до нескінченності,  $R_V = \infty$ .

Амперметр вмикають у коло послідовно з елементом, в якому слід виміряти струм. Для вимірювання постійного струму використовують переважно прилади магнітоелектричної системи, а для вимірювання змінного струму частотою  $50 \text{ Гц}$  переважно застосовують амперметри електромагнітної системи.

Для розширення границь вимірювань амперметра у колах постійного струму паралельно йому вмикають **шунт**, через який проходить більша частина струму (рис. 7.7). Шунт обирають так, щоби при максимальному струмі у навантаженні,  $I = I_{\max}$ , через амперметр йшов номінальний струм  $I_A = I_{An}$ . Тоді, згідно з першим законом Кірхгофа,  $I_{\max} = I_{An} + I_{ш}$ . Оскільки шунт та амперметр з'єднані паралельно,  $R_A I_{An} = R_{ш} I_{ш}$ , або  $R_A I_{An} = R_{ш} (I_{\max} - I_{An})$ .

Звідси

$$R_{ш} = \frac{R_A I_{An}}{I_{\max} - I_{An}} = \frac{R_A}{n - 1}, \quad (7.17)$$

де  $n = I_{\max} / I_{An}$  — коефіцієнт розширення границь вимірювання,  $R_A$  — внутрішній опір амперметра. Співвідношення  $I / I_A$  при всіх значеннях струму  $I$  постійне, отже  $I / I_A = I_{\max} / I_{An}$ , звідси

$$I = \frac{I_{\max}}{I_{An}} I_A = n I_A. \quad (7.18)$$

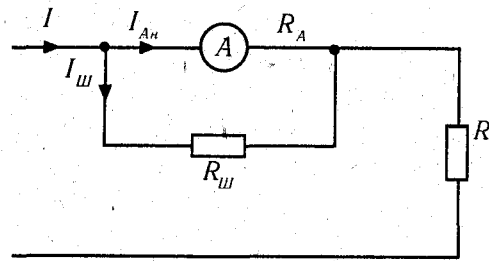


Рис. 7.8

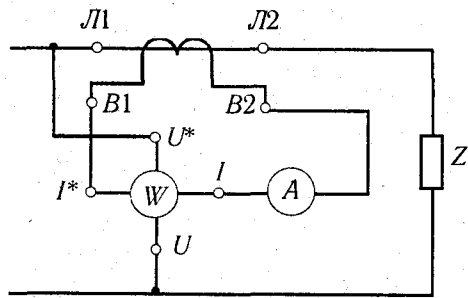


Рис. 7.9

При вимірюванні змінних струмів шунти для розширення границь вимірювань не застосовують, оскільки обмотки амперметрів мають не тільки активний, а й реактивний опір, залежний від частоти. Тому для розширення границь вимірювань амперметрів у колах змінних струмів використовують вимірювальні трансформатори струму (див. розділ 8).

Первинну обмотку трансформатора струму з виводами Л1, Л2 вмикають послідовно з навантаженням  $Z$  (рис. 7.9). Первинна обмотка виконується з невеликою кількістю витків проводу великого перетину. До кола вторинної обмотки з виводами В1, В2 вмикають послідовно обмотки приладів, наприклад, амперметра та струмову обмотку ватметра. Опір цих обмоток має бути незначним, так що трансформатор струму працює практично у режимі короткого замикання. Коли змінний струм у первинній обмотці досягає номінального значення,

дійове значення струму у вторинній обмотці дорівнює, наприклад, 5 А. Номінальний струм первинної обмотки вказують звичайно на трансформаторі. Співвідношення струмів первинної та вторинної обмоток наближено можна вважати постійним:  $I_1 / I_2 = K$ . Його називають коефіцієнтом трансформації. Завдяки застосуванню трансформатора нормувальні значення шкал ватметра та амперметра у схемі рис. 7.8 збільшуються пропорційно коефіцієнту трансформації.

**Числовий приклад.** У схемі кола на рис. 7.9 нормувальні значення напруги та струму ватметра  $\dot{U}_w = 300 \text{ В}$ ,  $\dot{I}_w = 5 \text{ А}$ . Номінальний струм амперметра  $\dot{I}_{An} = 5 \text{ А}$ . Отже, граничні значення вимірюваних приладами потужності та струму дорівнюють відповідно  $P_{wn} = \dot{U}_w \dot{I}_w = 1500 \text{ Вт}$ ,  $\dot{I}_{An} = 5 \text{ А}$ . Якщо номінальний струм первинної обмотки трансформатора струму  $\dot{I}_1 = 50 \text{ А}$ , а вторинної —  $\dot{I}_2 = 5 \text{ А}$ , то завдяки його застосуванню граничне значення струму, вимірюване амперметром  $\dot{I}_{An} = 50 \text{ А}$ , а граничне значення потужності, вимірюване ватметром, дорівнює  $P_{wn} = \dot{U}_w \dot{I}_{An} = 300 \cdot 50 = 15000 \text{ Вт}$ .

Вольтметри вмикають паралельно до ділянки кола, на якій вимірюють напругу. Внутрішній опір вольтметра має бути набагато більшим від опору цієї ділянки. Це необхідно для того, щоби не було зміни режиму роботи кола внаслідок вмикання до нього вольтметра. Для розширення границь вимірювань вольтметром напруг до 1000 В у колах постійного струму використовують прецизійні **додаткові резистори**  $R_d$ , які вмикають послідовно з вольтметром (рис. 7.10). Якщо найбільша напруга  $\dot{U}_{max}$ , яку треба виміряти вольтметром  $V$  більша від його номінальної напруги  $\dot{U}_{Vn}$  то

додатковий опір  $R_d$  слід обрати з умови, що при напрузі  $\dot{U}_{xmax}$  струм у вимірювальній обмотці вольтметра має дорівнювати своєму номінальному значенню:

$$I_{Vn} = \frac{U_{Vn}}{R_V} = \frac{U_{xmax}}{R_V + R_d},$$

звідси

$$R_d = R_V(n - 1). \quad (7.19)$$

$$\text{Тут } n = \frac{U_{xmax}}{U_{Vn}}.$$

Часто амперметри та вольтметри виконують на декілька границь вимірювань, для чого всередині приладів влаштовують декілька додаткових шунтів та резисторів і відповідний перемикач границь вимірювань на лицевій стороні приладу. Для вимірювань у колах постійного струму використовують магнітоелектричні вольтметри, а у колах змінного струму — електромагнітні та електродинамічні вольтметри. Для вимірювань малих змінних напруг використовують випрямні та електронні мілівольтметри. Для розширення границь вимірювань вольтметрів у колах змінного струму з напругою більше 1000 В використовують **вимірювальні трансформатори напруги** (див. розд. 8).

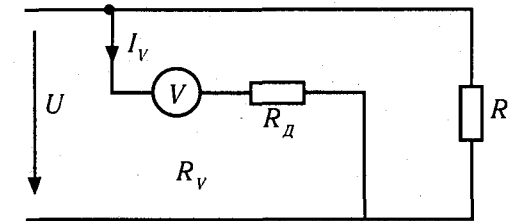


Рис. 7.10

## 7.8. ВИМІРЮВАННЯ ОПОРІВ

Вимірювання електричного опору — задача, яка часто постає на практиці при вимірюваннях неелектричних величин. Наприклад, середню температуру обмотки електричної машини зручно визначити шляхом виміру її омичного опору, залежного від температури. Температури різних вузлів складних агрегатів можна визначити за допомогою різних термодавачів, опір яких залежить від температури. Взагалі давачі, які перетворюють певну фізичну неелектричну величину (температуру, вологість, лінійні розміри, кут повороту осі і т. п.) у пропорційний їй електричний опір, є широко розповсюдженими.

Найпростіше виміряти опір будь-якого елемента кола методом амперметра-вольтметра, вимірявши напругу  $U_x$  на елементі кола  $R_x$  та струм  $I_x$  у ньому, як це показано на рис. 7.11. При такому вимірі слід вирішити як краще ввімкнути вольтметр — перед амперметром, чи після нього.

Якщо ввімкнути вольтметр перед амперметром (вольтметр  $V_1$  на рис. 7.11), то струм через амперметр дорівнює струмові  $I_x$  у резисторі  $R_x$ , але напруга, яку вимірює вольтметр  $V_1$ , дорівнює

$$U_{V1} = U_A + R_x I = R_A I_A + R_x > U_x.$$

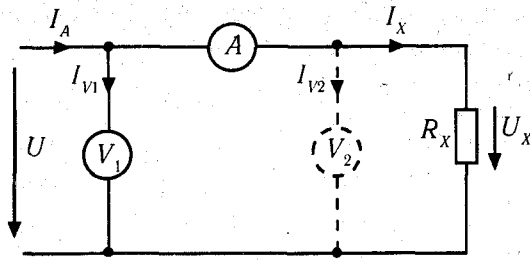


Рис. 7.11

Тобто напруга  $U_{V1}$ , що її вимірює вольтметр, буде більше дійсної напруги на резисторі  $R_x$  на величину спаду напруги  $U_A$  на амперметрі з опором  $R_A$ . Тому й значення опору резистора  $R_x$ , визначене таким виміром, буде більшим від дійсного:

$$R_{x1} = \frac{U_{V1}}{I_A} > R_x.$$

Якщо ж ввімкнути вольтметр за амперметром (вольтметр  $V_2$  на рис. 7.11), то вольтметр вимірюватиме напругу  $U_x$ , тобто  $U_{V2} = U_x$ , а амперметр вимірюватиме сумарний струм навантаження  $I_x$  та вольтметра  $I_{V2}$ , і виміряний струм буде більшим від дійсного:

$$I_A = I_{V2} + I_x > I_x.$$

Якщо за даними цього виміру визначити значення опору резистора  $R_x$ , воно буде меншим від дійсного:

$$R_{x2} = \frac{U_{V2}}{I_A} = \frac{U_x}{I_{V2} + I_x} < R_x.$$

У випадку, коли резистор  $R_x$  низькоомний, — слід вмикати вольтметр безпосередньо на його виводи. Якщо ж резистор  $R_x$  має великий опір — краще вмикати вольтметр перед амперметром. Для підвищення точності визначення величини опору  $R_x$  за результатами вимірів можна внести поправки до обчислень:

$$R_{x1} = \frac{U_{V1}}{I_A} - R_A;$$

$$R_{x2} = \frac{U_{V2}}{I_A - I_{V2}} = \frac{U_{V2}}{I_A - \frac{U_{V2}}{R_{V2}}}. \quad (7.20)$$

Для безпосереднього вимірювання опорів використовують спеціальні прилади — омметри, які являють собою комбінацію магнітоелектричного міліамперметра та спеціальної вимірювальної системи.

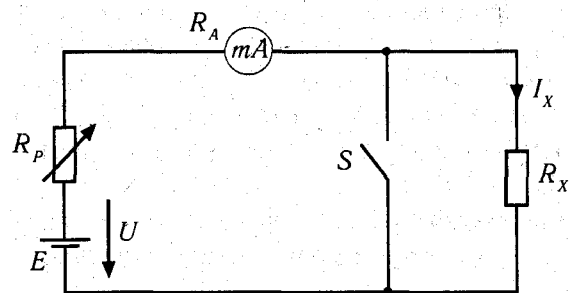


Рис. 7.12

На схемі рис. 7.12 послідовно з міліамперметром, який має внутрішній опір  $R_A$ , ввімкнено регульовальний опір  $R_p$ , джерело живлення  $E$  та вимірюваний опір  $R_x$ . Струм у колі міліамперметра дорівнює

$$I_x = \frac{U}{R_x + R_A + R_p}. \quad (7.21)$$

При незмінній напрузі джерела живлення  $U$  струм у приладі залежить від вимірюваного опору  $R_x$ , що дозволяє градукувати шкалу міліамперметра в омах. Із збільшенням опору  $R_x$  струм  $I_x$  зменшується, тому прилад має зворотну шкалу. Перед початком виміру опір  $R_x$  замикають накоротко ключем  $S$  і резистором  $R_p$  встановлюють стрілку на нульову позначку в правому куті шкали для усунення впливу зменшення напруги  $U$  гальванічного елементу внаслідок його розрядки.

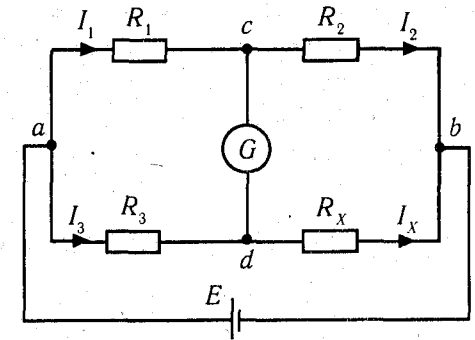


Рис. 7.13

Більш точним є мостовий метод вимірювання опору (рис. 7.13). До одного плеча мостової схеми вмикують резистор з вимірюваним опором  $R_x$ , а до інших — прецизійні регульовані резистори  $R_1, R_2, R_3$ . До діагоналі моста  $ab$  приєднують джерело живлення  $E$ , а до другої діагоналі — гальванометр  $G$ . Опори  $R_1, R_2, R_3$  змінюють так, щоб зрівноважити міст, тобто щоб струм через гальванометр  $G$  дорівнював нулю. Це означає, що при зрівноваженому стані моста струми  $I_1 = I_2$ , а  $I_3 = I_x$ . Згідно з другим законом Кірхгофа  $R_1 I_1 = R_3 I_3$ , а  $R_2 I_2 = R_x I_x$ . Поділивши перше рівняння на друге, отримуємо  $R_1/R_2 = R_3/R_x$ , звідки

$$R_x = \frac{R_3}{R_1} R_2. \quad (7.22)$$

З (7.22) можна зробити висновок, що у зрівноваженого моста добутки опорів протилежних плечей однакові, тобто

$$R_1 R_x = R_3 R_2. \quad (7.23)$$

В електротехнічних пристроях необхідно періодично перевіряти стан ізоляції, для чого треба вимірювати її опір та електричну міцність. Оскільки опір ізоляції залежить від прикладеної до неї напруги, вимірювання її опору слід виконувати при напрузі не меншій від робочої. Для вимірювання опору ізоляції використовують спеціальні прилади — мегомметри, з вбудованим магнітоелектричним генератором постійного струму з ручним приводом. Обертаючи ручкою генератор, можна отримати ЕРС від 100 до 2500 В.

ЕРС генератора залежить від частоти обертання, яка при ручному приводі не може бути сталою, внаслідок чого ЕРС може мінятися під час вимірювання опору ізоляції. Тому у вимірювальному механізмі мегомметрів використовують магнітоелектричний логометр, одна з можливих схем якого показана на рис. 7.14. Одну обмотку логометра з'єднують послідовно з резистором  $R_{д1}$ , а другу — з резисторами

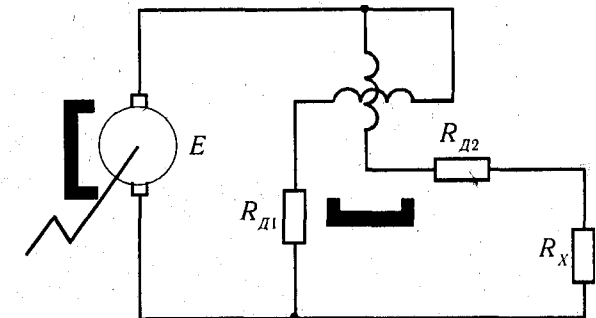


Рис. 7.14

$R_{д2}$  та  $R_x$ . При зміні ЕРС генератора обертальні моменти, створювані обмотками мегометра, спрямовані у протилежні сторони, змінюються із зміною ЕРС однаково, отже значення ЕРС не впливає на положення рухомої частини приладу. Її положення залежить від співвідношення опорів ланцюгів двох котушок приладу, тому шкалу такого приладу можна проградувати в одиницях вимірювання опору — мегомах або кіломах.

### 7.9. ЦИФРОВІ ВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИЛАДИ

Показувальні аналогові прилади із стрілочним покажчиком не дають можливості точно визначити положення стрілки на шкалі приладу. Крім того, аналогові вольтметри з електромеханічними вимірювальними механізмами (крім електростатичної системи) мають відносно малий омичний опір вимірювального ланцюга (5—10 кОм). Це пояснюється тим, що для створення достатньо великого обертального моменту, який діє на рухому частину вимірювального механізму, струм у котушках має бути достатньо великим, що зумовлює суттєві похибки в результатах виміру, якщо опір ділянки кола, на якій вимірюють напругу, сумірний з опором вольтметра (див. розділ 7.8).

Електронні прилади мають у своєму складі підсилювачі, тому споживана ними у вимірювальному колі потужність набагато менша, а вхідні опори, наприклад електронних вольтметрів, значно більші ніж у вольтметрів з електромеханічним вимірювальним механізмом і сягають у приладах широкого розповсюдження 1 МОм, а у спеціальних приладах — 100 + 1000 МОм! Крім того, електронні прилади дають можливість представити вимірне значення у цифровій формі, фіксувати час і виміряну величину у внутрішній пам'яті, передавати ці дані на комп'ютер для обробки даних вимірювань і створення протоколу випробувань.

На рис. 7.15 показана структурна схема цифрового вольтметра, а на рис. 7.16 — часові діаграми вихідних напруг блоків структурної системи.

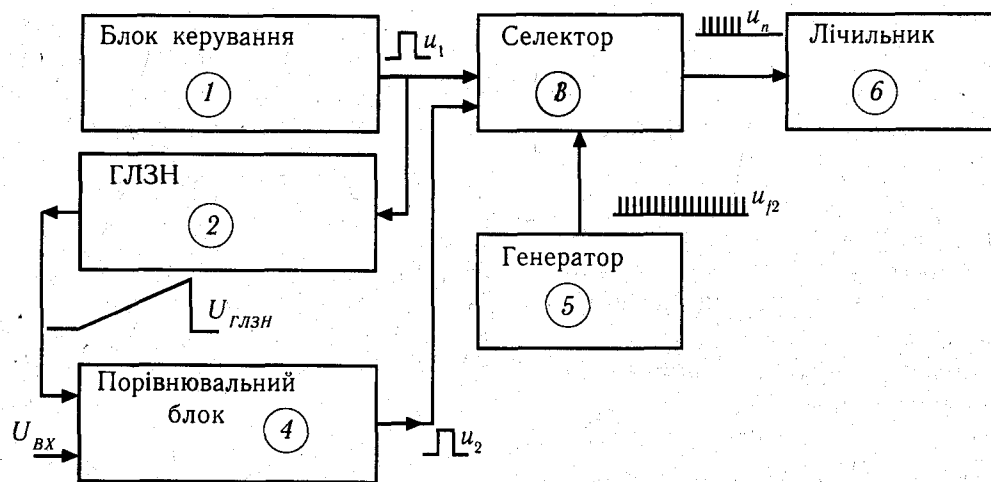


Рис. 7.15

Сумісну роботу блоків цифрового вольтметра синхронізує блок керування 1, на виходах якого генеруються з частотою  $f_1$  імпульси напруги  $u_1$ , які водночас запускають генератор лінійно зростаючої напруги (ГЛЗН) 2 і селектор 3. В момент  $t_0 = 0$  отримання імпульсу  $u_1$  на вході, ГЛЗН формує на своєму виході лінійно зростаючу напругу  $u_{ГЛЗН} = S \cdot t$ , яка подається на вхід порівнювального блока 4. Одночасно селектор сполучає вихід генератора лічильних імпульсів 5 з входом лічильника імпульсів 6, який починає лічення імпульсів генератора. Частота лічильних імпульсів генератора —  $f_2$ . Через деякий час  $t_x$  після поступлення імпульсу напруги  $u_1$  на виході ГЛЗН стає рівною вимірюваній напрузі  $u_{ВХ}$ . Порівнювальний блок 4 формує у цей момент імпульс напруги  $u_2$  на вході селектора 3, який припиняє зв'язок між генератором імпульсів 5 та їх лічильником 6. В момент, коли напруга  $U_{ВХ} = u_{ГЛЗН}$  час  $t_x = u_{ВХ} / S$ , де  $S$  — крутизна переднього фронту імпульсів ГЛЗН. Кількість імпульсів генератора  $n$ , яка на цей момент часу поступила на вхід лічильника 6  $n = t_x \cdot f_2 = f_2 \cdot U_{ВХ} / S$ , пропорційна вимірюваній напрузі. Надалі кількість імпульсів  $n$ , накопичена лічильником, перетворюється спеціальним пристроєм у десяткове число, яке висвітлюється на цифровому табло.

Оскільки частота  $f_2$  велика і її легко стабілізувати, а незмінність крутизни  $S$  забезпечується цифровим способом з великою точністю, похибка перетворення вхідної напруги  $u_{ВХ}$  у кількість імпульсів  $n_x$ , що прийшли до лічильника 6, може бути дуже малою (0,01+0,002)%. Чутливість такого вольтметра може бути збільшена у 10+1000 разів за допомогою вхідного підсилювача.

Цифрові вимірювальні прилади знаходять широке застосування у науково-дослідних лабораторіях, підприємствах, що займаються перевіркою та ремонтом приладів, на промислових підприємствах. Найбільш поширені цифрові вольтметри постійного та змінного струму з діапазоном вимірюваних напруг від 1 мкВ до 1000 В. Широко розповсюджені і комбіновані цифрові прилади, так звані мультиметри, які дозволяють вимірювати постійну та змінну напругу, постійний та змінний струм, частоту, інтервали часу, параметри  $R$ ,  $L$ ,  $C$  та інше.

**Приклад.** Новітні досягнення напівпровідникової схемотехніки дозволяють створювати і випускати масовим тиражем найрізноманітніші цифрові прилади, які відрізняються високою точністю та малою вартістю. Як приклад характерного приладу наведемо основні дані мультиметра моделі AVD-830BUZ, який знайшов широке розповсюдження у цілому світі.

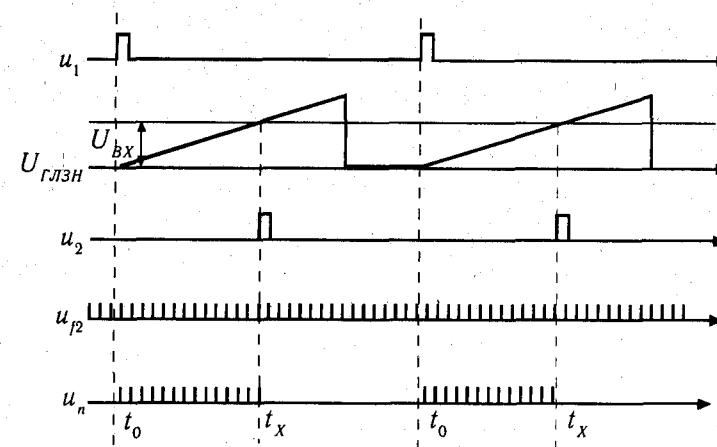


Рис. 7.16

Маса,  $г$  — не більше 120; габарити,  $мм$  —  $68 \times 125 \times 24$ ; відлік — цифровий; число десяткових розрядів на табло — 4; висота символів на цифровому індикаторі,  $мм$  — 12. Вимірювальні можливості приладу наведені у табл. 7.5.

Таблиця 7.5

Дані мультиметра AVD-830BUZ

Вимірюваний параметр	Нормувальне значення вимірюваної величини	Ціна одиниці молодшого розряду	Похибка
Постійна напруга	200 мВ	100 мВ	0,5% ± 2 о.м.р.
	2000 мВ	1 мВ	
	20 В	10 мВ	
	200 В	100 мВ	
Змінна напруга	1000 В	1 В	1,2% ± 10 о.м.р.
	200 В	100 мВ	
Постійний струм	200 мА	100 нА	1,2% ± 2 о. м. р.
	2000 мА	1 мА	
	20 мА	10 мА	
	200 мА	100 мА	
	10 А	10 мА	
Омічний опір	200 Ом	100 мОм	0,8% ± 2 о. м. р.
	2 кОм	1 Ом	
	20 кОм	10 Ом	
	200 кОм	100 Ом	
	2 МОм	1 кОм	
Температура	- 40 + 1000 °С	1 °С	3% ± 2 о.м.р.

Крім того, мультиметр дозволяє випробовувати діоди, випробовувати *pnp* та *npn* транзистори, продзвонювати друковані плати, кабелі з видачею звукового сигналу про наявність кола, використовувати його як генератор прямокутних імпульсів.

## 7.10. ЕЛЕКТРОННО-ПРОМЕНЕВИЙ ОСЦИЛОГРАФ

*Електронно-променевий осцилограф* — потужний засіб для налагодження електронних пристроїв, досліджень перехідних процесів, зняття динамічних характеристик. Осцилограф дозволяє візуально спостерігати на люмінесцентному екрані криві, що характеризують швидкоплинні перехідні процеси.

Найважливіша частина електронного осцилографа — електронно-променева трубка, яка має у своєму складі електронний прожектор, відхилювальну систему та

екран. Електронний прожектор створює вузький електронний промінь. За допомогою відхилювального пристрою вимірювана напруга керує рухом електронного променя, який відіграє роль практично безінерційної рухомої частини вимірювального приладу. Промінь попадає на покритий шаром люмінофора екран, на якому утворюється світлова пляма. При відхиленнях променя пляма пересовується по екрану і зображує криву досліджуваного процесу.

Скляна колба електронно-променевої трубки має форму конуса. Який переходить у циліндр (рис. 7.17). Електронний прожектор, який називають ще електронною гарматою, утворюється підігрівним катодом, керуючим електродом-модулятором  $M$  та двома анодами —  $A_1$  та  $A_2$ . Катод розміщено всередині стаканчика модулятора, який має по центру свого донця отвір (діафрагму) для проходження електронів, емітованих катодом. Аноди мають також вигляд порожнистих циліндрів з діафрагмами. Між катодом та другим анодом  $A_2$  подається висока напруга, — до 5000 В, а між катодом та анодом  $A_1$  — до

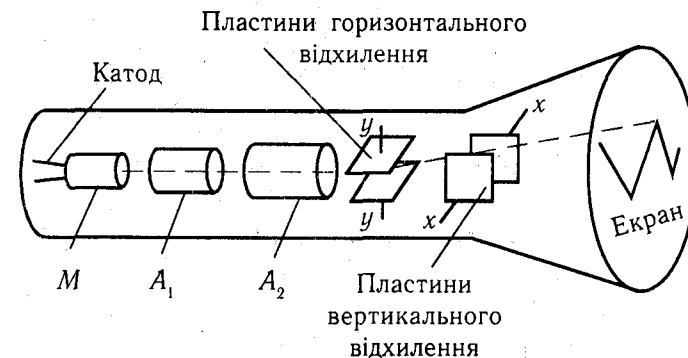


Рис. 7.17

однієї третини від напруги між катодом та анодом  $A_2$ . На аноди подають "+", а на катод "-" анодної напруги. Потужне електричне поле, створене цими напругами, прискорює емітовані розігрітим катодом електрони і створює вузький електронний промінь. Електрони, що суттєво відхиляються від осі променя, затримуються діафрагмами анодів. На модулятор  $M$  подають від'ємну по відношенню до катода невелику напругу 20—500 В. Від'ємний потенціал модулятора, розташованого поблизу від катода, повертає частину електронів назад, до катода. Регулюючи напругу між модулятором та катодом можна змінювати кількість електронів у промені, тобто регулювати яскравість світлової плями на екрані трубки.

Для відхилення електронного променя на екрані у горизонтальному та вертикальному напрямках між анодом  $A_2$  та екраном розташовано дві пари відхилювальних пластин. Досліджуваний сигнал подають на вертикальні відхилювальні пластини  $y-y$ , що забезпечує пересування світлової плями на екрані по осі ординат. Горизонтально відхилювальні пластини  $x-x$  використовують для розгортки досліджуваної напруги по осі абсцис. Для цього на пластини горизонтального відхилення подають періодичну так звану пилкоподібну напругу. Імпульси цієї напруги створює спеціальний генератор лінійно змінної напруги (ГЛЗН). Передній фронт цих імпульсів є похилим і прямолінійним, а задній — майже провісний (рис. 7.18). Таким чином, якщо подати на пластини  $y-y$  досліджувану напругу, а на пластини  $x-x$  — пилкоподібну напругу, то світловий промінь накреслить на екрані криву (осцилограму) функціональної залежності досліджуваної напруги від часу.

Електронний осцилограф можна звичайно використовувати у режимах внутрішньої або зовнішньої синхронізації, в автоматизованому режимі та у режимі спеціальної розгортки. Режим обирають зміною положення відповідного перемикача на лицевій панелі осцилографа.

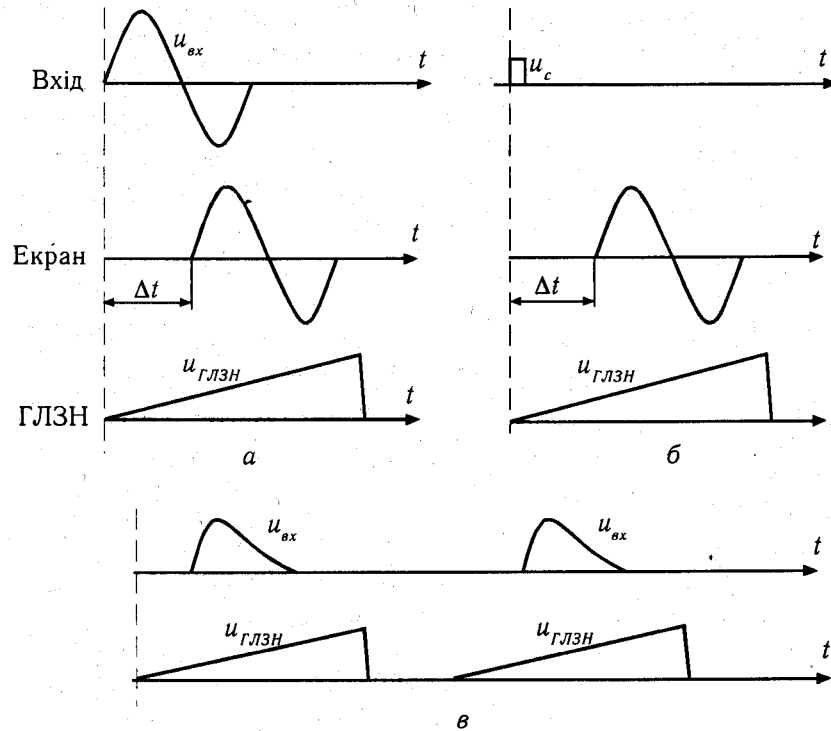


Рис. 7.18

В режимі **внутрішньої синхронізації** вхідна напруга  $u_{вх}$  одночасно подається через підсилювач до каналу пластин вертикального відхилення  $y-y$  (рис. 7.17) та на вхід ГЛЗН. Напруга з виходу ГЛЗН поступає на пластини горизонтального відхилення  $x-x$ , внаслідок чого світлова пляма починає пересуватись на екрані по осі  $x$ . Одночасна подача напруги на пластини  $y-y$  та  $x-x$  приводить до відтворення на екрані осцилографа залежності  $u_{вх} = u_{вх}(t)$  у певному масштабі. Спеціальним пристроєм затримки можна зсунути по фазі на час  $\Delta t$  напругу  $u_x$ , що поступає на пластини  $x-x$ , від фактичної вхідної напруги  $u_{вх}$  (рис. 7.18, а). Змінюючи час  $\Delta t$  поворотом відповідного регулятора на лицевій панелі осцилографа, можна зсовувати зображення функції  $u_x(t)$  на екрані вздовж осі  $x$ .

В режимі **зовнішньої розгортки** для запуску ГЛЗН використовують зовнішній генератор імпульсів синхронізації, який дає імпульси напруги  $u_c$  з деяким випередженням  $\Delta t$  по відношенню до вхідного сигналу  $u_{вх}$  (рис. 7.18, б).

В **автоматичному режимі** ГЛЗН видає періодично імпульси пилоподібної напруги і, якщо їх частота співпадає з частотою вхідного сигналу  $u_{вх}$ , на екрані

спостерігається нерухоме зображення залежності  $u_{вх}(t)$  (рис. 7.18, в). Частоту імпульсів ГЛЗН можна змінювати за допомогою регулятора на лицевій панелі осцилографа.

У режимі **спеціальної розгортки** на пластини  $x-x$  можна подати, наприклад, синусоїдну напругу промислової частоти  $u_x$ , а на пластини  $y-y$  — досліджувану синусоїдну напругу  $u_y$ . Якщо частоти і фази обох напруг співпадають, то на екрані з'явиться зображення прямої лінії (рис. 7.19, а), а якщо співпадають до того ж й амплітуди обох напруг і фазовий зсув між ними дорівнює  $90^\circ$  — на екрані виникає зображення кола (рис. 7.19, б). Якщо ж фази напруг  $u_x$  та  $u_y$  зсунені на кут  $0 < \psi < 90^\circ$ , — на екрані виникає зображення еліпса (рис. 7.19, в). Залежно від співвідношення частот напруг на входах осцилографа на екрані спостерігаються різні фігури (рис. 7.19), так звані фігури Ліссажу, що дає можливість проводити деякі спеціальні вимірювання. Наприклад — порівняння частот напруг на входах осцилографа.

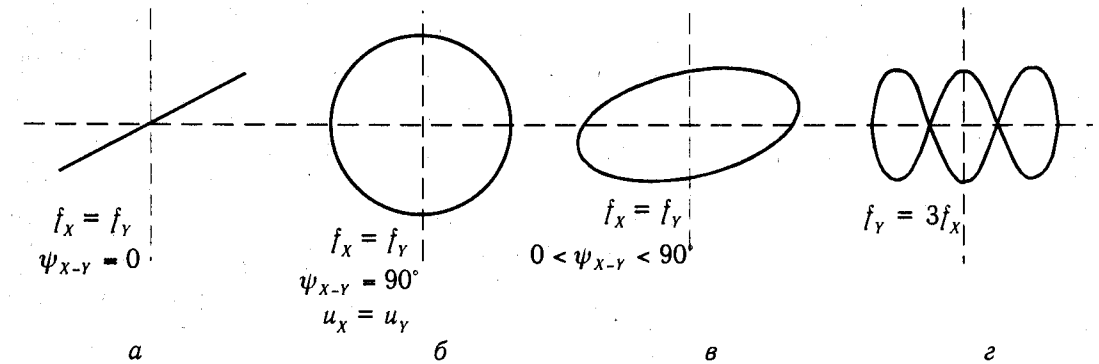


Рис. 7.19

Осцилографи широкого застосування дозволяють здійснювати індикацію сигналів (напруг) з амплітудою від одиниць мілівольт до сотень вольт у частотному діапазоні від постійного струму до сотень мегагерц. При цьому похибка вимірювання миттєвих значень напруг досліджуваного сигналу та відповідних часових інтервалів шляхом безпосереднього відліку з екрану — не більше (3+5)%. Сучасні осцилографи споряджують вбудованим швидкодіючим цифровим вольтметром та генератором, що формує пилоподібну напругу для розгортки досліджуваного сигналу в часі цифровим методом, що дозволяє виводити на екран осцилографа у цифровій формі значення координат будь-якої точки на екрані з похибкою (0,05+0,5)%. Існують також електронні осцилографи, які дозволяють спостерігати одночасно на екрані від двох до десяти вхідних напруг.

## 7.11. РЕЗЮМЕ

1. **Вимірювання** — це процес порівняння фізичної величини з прийнятим за її одиницю значенням. До засобів вимірювань можна віднести: міри, тобто еталонні технічні засоби для відтворення одиниць фізичної величини, вимірювальні прилади; вимірювальні перетворювачі. Всі вимірювання фізичних величин поділяють на прямі



та опосередковані (непрямі). При прямому вимірюванні значення фізичної величини отримують безпосередньо з виміру. При непрямому вимірюванні шукану фізичну величину обчислюють за даними прямих вимірів інших величин.

2. Прийнято розрізняти два методи вимірювання: прямим перетворенням і порівнянням з мірою. При використанні методу прямого перетворення вимірювану величину визначають безпосереднім відліком показів вимірювального приладу. Метод порівняння з мірою поділяють на метод диференційний і нульовий. При диференційному методі вимірюваний сигнал оцінюють як різницю вимірюваних сигналів від досліджуваного об'єкта та міри. Нульовий метод — це метод порівняння, при якому зрівнюють вимірювані сигнали від досліджуваного об'єкта та міри так, що різниця між ними стає рівною нулю.

3. Різницю між виміряним  $x_B$  та дійсним значенням  $x$  вимірюваної величини називають абсолютною похибкою виміру:  $\Delta x = x_B - x$ . Точність виміру оцінюють відносною похибкою  $\delta$ , яку визначають як виражене у відсотках відношення абсолютної похибки до дійсного значення вимірюваної величини:

$$\delta = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100 = \frac{x_B - x}{x} \cdot 100\% = \frac{\Delta x}{x_B} \cdot 100\%.$$

Для зменшення відносної похибки слід обирати границі вимірювань приладу так, щоби його покази знаходилися на останній третині шкали або обраного діапазону вимірювання, оскільки абсолютна похибка для більшості приладів практично не залежить від значення вимірюваної величини.

4. Точність вимірювальних приладів оцінюють зведеними похибками, які визначають у відсотках по відношенню абсолютної похибки  $\Delta x$  до нормувального значення  $x_N$ . Зведену похибку при нормальних умовах роботи, залежну від самого приладу, називають основною похибкою приладу. Вимірювальним приладам, допустимі границі похибок яких визначають зведеними похибками, присвоюють клас точності, який обирають з ряду чисел 1; 1,5; 2; 2,5; 4; 5 та  $6 \cdot 10^n$ , де  $n = +1; 0; -1; -2$  і т. д. Цифра, що позначає клас точності, вказує на найбільше допустиме значення основної похибки приладу.

5. За видом вимірюваної величини електровимірювальні прилади поділяють на амперметри, вольтметри, ватметри, лічильники електричної енергії, частотоміри, фазометри та інші.

6. Вимірювальні прилади можна поділити на аналогові та цифрові. До аналогових приладів можна віднести всі прилади із стрілочним показчиком. Цифрові прилади дають покази у цифровій формі. Найбільше розповсюдження мають аналогові показувальні прилади прямого відліку. Всі вони мають у своєму складі дві основні частини: вимірювальний механізм та вимірювальне коло.

7. Переміщення рухомої частини вимірювального приладу відбувається за рахунок взаємодії магнітних або електричних полів, результатом якої є виникнення оберտального моменту. Пересування рухомої частини припиняється, коли настає рівність оберտального та протидіючого моментів. Для створення протидіючого моменту використовують електромагнітні та механічні пристрої.

Для створення електромагнітного протидіючого моменту у вимірювальному механізмі влаштовують спеціальну обмотку, яка отримує живлення від того самого джерела, що й вимірювальне коло і переміщується разом з вимірювальною обмоткою. Прилади з електромагнітним протидіючим моментом, створеним додатковою рухомою обмоткою, називають логометрами. Характерною їх особливістю є те, що при відсутності живлення стрілка такого приладу може перебувати у довільному місці шкали.

Для створення механічного протидіючого моменту широко використовують спіральні пружини з фосфористої бронзи або розтяги. У приладах високої чутливості, наприклад у гальванометрах, використовують почепи.

8. За принципом дії вимірювальної системи прилади поділяють на магніто-електричні, електромагнітні, електродинамічні, феродинамічні та інші.

9. У приладах магнітоелектричної системи обертальний момент створюється взаємодією вимірюваного постійного струму в рухомій котушці, виконаній з тонкого ізолюваного проводу, намотаного на алюмінієву рамку, з полем постійного магніту. Обертальний момент котушки пропорційний струму у вимірювальній рамці  $M_R = C_{np} \cdot I$ , де  $C_{np}$  — конструктивна стала приладу. Завдяки цьому магнітоелектричні прилади мають зручну лінійну шкалу, а завдяки великому значенню магнітної індукції магніта — велику чутливість. Напрямок оберտального моменту котушки вимірювального механізму магнітоелектричного приладу залежить від напрямку струму в котушці. Тому магнітоелектричні прилади можна використовувати лише у колах постійного струму. У колах пульсуючого струму магнітоелектричні прилади показують середнє значення вимірюваного струму або напруги.

10. Принцип дії приладів електромагнітної системи заснований на явищі втягування феромагнітного осердя всередину нерухомої котушки, магнітне поле якої створює вимірюваний струм. Кут повороту рухомої частини приладу електромагнітної системи пропорційний квадрату вимірюваного струму та зміні індуктивності вимірювальної котушки внаслідок переміщення рухомого осердя. Якщо через котушку тече змінний струм, то прикладені до феромагнітного рухомого осердя сили не змінюють свого напрямку.

Прилади електромагнітної системи прості, надійні і дешеві. До недоліків приладів електромагнітної системи можна віднести невисокий клас точності вимірів, відносно велику споживану потужність, нерівномірність шкали, низьку чутливість особливо при малих струмах у котушці. Внаслідок цього початкова частина шкали (до 25%) таких приладів не має поділок і не може бути використана для вимірів.

11. Принцип дії приладів електродинамічної системи полягає у силевій взаємодії двох котушок із струмами, одна з яких виконується нерухомою. Обертальний момент  $M_{об}$  такого приладу  $M_{об} = I_1 \cdot I_2 \frac{\partial M}{\partial \alpha}$ , де  $I_1$  та  $I_2$  — струми котушок,  $M$  — коефіцієнт взаємодії,  $\alpha$  — кут повороту рухомої котушки. Тому шкала електродинамічних вольтметрів та амперметрів квадратична. Шкала електродинамічних ватметрів лінійна.

Прилади електродинамічної системи споживають відносно велику потужність, завдяки відсутності феромагнітних осердь з нелінійними властивостями електродинамічні прилади можуть мати клас точності 0,2 і навіть 0,1.



Застосуванням феромагнітних осердь підсилюють власні магнітні поля котушок і збільшують обертальний момент приладів, але одночасно зменшується їх точність завдяки явищу гістерезису та вихрових струмів у осерді. Такі прилади називають феродинамічними. Їх застосовують, головним чином, як щитові ватметри невисокої точності.

12. Для розширення границь вимірювань амперметра у колах постійного струму паралельно йому вмикають шунт, через який проходить більша частина струму, а у колах змінних струмів використовують вимірювальні трансформатори струму.

13. Для розширення границь вимірювань вольтметром напруг до 1000 В у колах постійного струму використовують прецизійні додаткові резистори, які вмикають послідовно з вольтметром. Для розширення границь вимірювань вольтметрів у колах змінного струму з напругою більше 1000 В використовують вимірювальні трансформатори напруги.

14. При непрямих вимірюваннях опорів резисторів по показах амперметра та вольтметра слід вмикати вольтметр безпосередньо до виводів низькоомного резистора. Якщо ж резистор високоомний — слід вмикати вольтметр перед амперметром. Більш точним є мостовий метод вимірювання опорів

15. Для вимірювання опору ізоляції використовують спеціальні прилади — мегометри, з вбудованим магнітоелектричним генератором постійного струму з ручним приводом. Обертаючи ручкою генератор, можна отримати ЕРС до 2500 В.

16. Електронні прилади мають у своєму складі підсилювачі, тому споживана ними у вимірювальному колі потужність набагато менша, а вхідні опори, наприклад електронних вольтметрів, значно більші ніж у вольтметрів з електромеханічним вимірювальним механізмом. Крім того, електронні прилади дають можливість представити вимірне значення у цифровій формі, фіксувати час і виміряну величину у внутрішній пам'яті, передавати ці дані на комп'ютер для обробки даних вимірювань і створення протоколу випробувань.

17. Електронно-променевий осцилограф дозволяє візуально спостерігати на люмінесцентному екрані криві, що характеризують швидкоплинні перехідні процеси. Найважливіша частина електронного осцилографа — електронно-променева трубка, яка має у своєму складі електронний прожектор, відхилювальну систему та екран. Електронний прожектор створює вузький електронний промінь. За допомогою відхилювального пристрою вимірювана напруга керує рухом електронного променя, який відіграє роль практично безінерційної рухомої частини вимірювального приладу. Промінь попадає на покритий шаром люмінофора екран, на якому утворюється світлова пляма. При відхиленнях променя пляма пересовується по екрану і зображує криву досліджуваного процесу.

## ТРАНСФОРМАТОРИ

### 8.1. ПРИЗНАЧЕННЯ, БУДОВА, ПРИНЦИП ДІЇ ОДНОФАЗНИХ ТРАНСФОРМАТОРІВ

*Трансформатори* — статичний електромагнітний пристрій, призначений для перетворення однієї змінної напруги в одну або декілька змінних напруг іншого рівня однакової частоти. Передача енергії від **первинної обмотки**, ввімкненої до мережі живлення, до **вторинної обмотки** здійснюється змінним магнітним потоком  $\Phi_M$ , створеним у сталевому осерді. У високочастотних трансформаторів осердя може бути відсутнім.

Найпростіший однофазний трансформатор складається з двох обмоток та сталевого осердя (рис. 8.1). Якщо до первинної обмотки такого трансформатора прикласти змінну синусоїдну напругу  $u_1$ , то в ній потече змінний струм  $i_1$ , що створює магнітний потік  $\Phi$  (див. розділ 5.1, рис. 5.3), який можна розкласти на потік розсіювання  $\Phi_{\sigma 1}$  та потік у магнітопроводі  $\Phi_M$  (див. розділ 6.1). Якщо коло вторинної обмотки розімкнене вимикачем  $S_1$ , струм у вторинній обмотці відсутній,  $i_2 = 0$ , а магнітний потік  $\Phi_M$  створюється тільки первинною обмоткою трансформатора. Якщо знехтувати явищем гістерезису і прийняти, що насичення магніто-

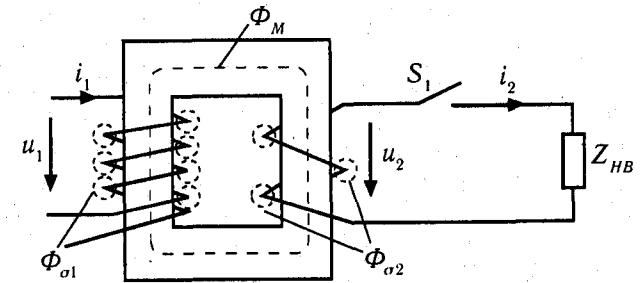


Рис. 8.1

проводу відсутнє, можна вважати струм  $i_1$  та магнітний потік  $\Phi_M$  синусоїдними. Тоді згідно з законом електромагнітної індукції потік  $\Phi_M$ , зчеплений з обмотками трансформатора індуктує в обох обмотках ЕРС  $e_1$  та  $e_2$ , дійові значення яких, згідно з (6.4) дорівнюють

$$\bar{E}_1 = 4,44 \cdot f \cdot w_1 \cdot \Phi_{Mm}; \quad \bar{E}_2 = 4,44 \cdot f \cdot w_2 \cdot \Phi_{Mm}; \quad (8.1)$$

Тут  $w_1$  та  $w_2$  — кількість витків первинної та вторинної обмоток,  $f$  — частота напруги живлення первинної обмотки,  $\Phi_{Mm}$  — амплітуда магнітного потоку.

Отже, на виводах вторинної обмотки трансформатора створюється змінна напруга  $i_2$ , якщо замкнути контакт вимикача  $S1$ , у колі навантаження з опором  $Z_{нв}$  потече струм  $i_2$ . Співвідношення

$$K = \frac{\bar{E}_1}{\bar{E}_2} = \frac{w_1}{w_2} \quad (8.2)$$

називають коефіцієнтом трансформації трансформатора.

Перші трансформатори із розімкненим магнітопроводом винайшов і застосував для живлення електричних світильників (так званих "свічок Яблочкова") у 1876—1878 роках П. М. Яблочков. Трохи пізніше австро-угорські інженери Блаті, Дері та Циперновський побудували однофазні трансформатори із замкненим магнітопроводом із сталевих прутів. З огляду на зменшення втрат (див. розділ 6.2) у сучасних трансформаторів магнітопроводи виготовляють шихтованими із сталевих пластин товщиною 0,27—0,35 мм (пластинчасті магнітопроводи), або, у трансформаторах малої потужності, з сталеві стрічки (стрічкові магнітопроводи). Магнітопроводи трансформаторів, працюючих з частотою від 400 до 5000 Гц, виконують з сталі товщиною 0,05—0,08 мм. Деякі основні конструкції шихтованих магнітопроводів показані на рис. 8.2.

Яблочков Петро Миколайович (1847—1894) — видатний російський винахідник. У 1876 р. винайшов освітлювальний пристрій ("свічку Яблочкова"), який знайшов застосування для освітлення спочатку у Парижі та Лондоні, а потім у цілому світі. Для живлення своїх освітлювальних пристроїв у колах змінного струму винайшов і застосував індукційні катушки (трансформатори), на які він отримав у 1876 р. патент у Франції, а пізніше — у Німеччині та Росії.

Пластинчасті магнітопроводи поділяють на стрижньові (рис. 8.2, а) та броньові (рис. 8.2, б). Обмотки трансформатора намотують на ізоляційний каркас, а потім набирають магнітопровід так, що всередині каркасу розміщується один з стержнів стрижньового трансформатора, або середній стержень броньового трансформатора (рис. 8.2).

Стрічкові магнітопроводи виготовляють з холоднокатаної сталі малої товщини (до 0,02 мм). Вони мають більше заповнення перетину магнітопроводу сталлю ніж пластинчасті магнітопроводи. Трансформатори на стрічкових магнітопроводах створюють менші поля розсіювання, ніж пластинчасті. Осердя стрічкових стержньових (рис. 8.2, в) та броньових (рис. 8.2, г) трансформаторів виконують розрізними, що дає можливість вставити стержні магнітопроводу всередину каркасу з намотаними обмотками. Для зменшення повітряного проміжку у місці розрізу стержнів поверхні стиків ділянок магнітопроводу шліфують, покривають клеючою пастою і щільно притискають.

Ідеальним з точки зору використання магнітних властивостей трансформатора є тороїдальний трансформатор з стрічковим кільцевим нерозрізним магнітопроводом (рис. 8.2, д). У таких магнітопроводів найменший магнітний опір, найменші маса та об'єм при заданій потужності трансформатора. Але процес намотування обмоток на тороїд трудомісткий, що підвищує собівартість таких трансформаторів.

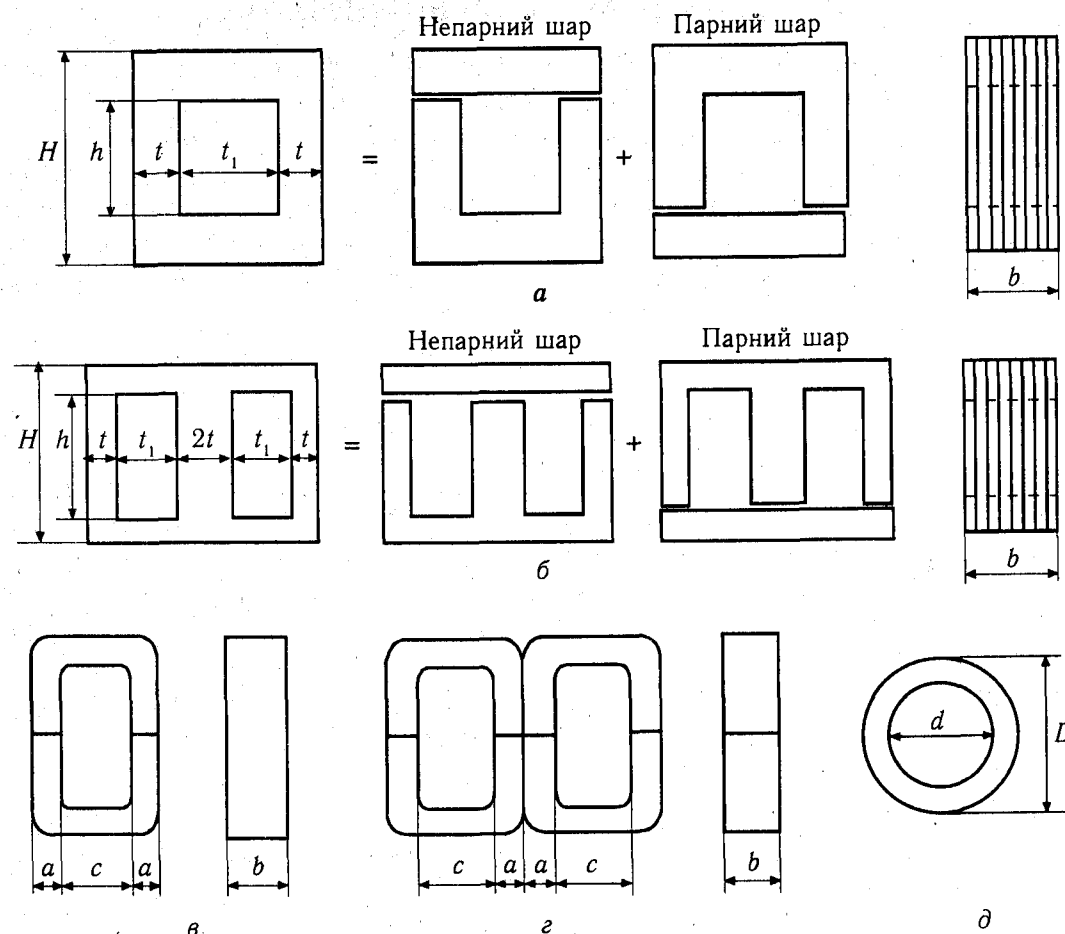


Рис. 8.2

Однофазні трансформатори малої потужності широко застосовують для блоків живлення у пристроях радіотехніки, автоматики, зв'язку, промислового електроприводу, для зменшення напруги у робочих колах з метою забезпечення безпеки роботи, для живлення побутових приладів і т. п. Такі трансформатори часто виконують з декількома вторинними обмотками (багатообмоткові трансформатори), що дає можливість отримувати декілька рівнів напруги. До спеціальних однофазних трансформаторів можна віднести автотрансформатори (розд. 8.8), вимірвальні трансформатори струму та напруги (розділ 8.9).

Спеціальні пічні трансформатори застосовують для живлення електропічок з метою виплавлення деяких спеціальних сортів сталі. Спеціальні зварювальні трансформатори (розд. 8.10) застосовують в електрозварювальних апаратах.

В енергетиці для створення мереж електропостачання широко використовують трифазні трансформатори (розд. 8.7).

## 8.2. ІДЕАЛІЗОВАНИЙ ТРАНСФОРМАТОР

Ідеалізований трансформатор має обмотки, які не створюють магнітні потоки розсіювання та не мають омичних опорів (див. розділ 6.1). Тому реальний трансформатор можна представити як ідеалізований, послідовно з обмотками якого ввімкнені омичні опори проводів первинної та вторинної обмоток  $R_1$  та  $R_2$ , а також їх індуктивні опори розсіювання  $X_1$  та  $X_2$  (рис. 8.3), які відповідають потокам розсіювання обмоток  $\Phi_{\sigma 1}$  та  $\Phi_{\sigma 2}$  (рис. 8.1). З схеми (рис. 8.3) видно, що для ідеалізованого трансформатора напруга мережі живлення  $\tilde{U}_1 = \tilde{E}_1$ , а напруга на навантаженні  $\tilde{U}_2 = \tilde{E}_2$ . Отже, для ідеалізованого трансформатора коефіцієнт трансформації

$$K = \frac{\tilde{U}_1}{\tilde{U}_2} = \frac{w_1}{w_2} \quad (8.3)$$

Якщо контакт вимикача  $S1$  на рис. 8.3 розімкнений, струм у колі вторинної обмотки  $i_2$  дорівнює нулю, трансформатор перебуває у режимі холостого ходу, а магнітний потік у магнітопроводі створюється магніторушійною силою первинної обмотки  $i_{10}w_1$ . Тут  $i_{10}$  — миттєве значення струму холостого ходу в первинній обмотці. Оскільки індуктивний опір первинної обмотки трансформатора, зумовлений магнітним потоком  $\Phi_M$  у магнітопроводі, дуже великий, дійове значення струму холостого ходу  $\tilde{I}_{10}$  дуже мале і звичайно  $\tilde{I}_{10} \approx (0,01 + 0,1) \cdot \tilde{I}_{1n}$ . Тут  $\tilde{I}_{1n}$  — номінальний струм первинної обмотки трансформатора, тобто струм, при протіканні якого температура ізоляції обмотки не перевищує допустимого значення.

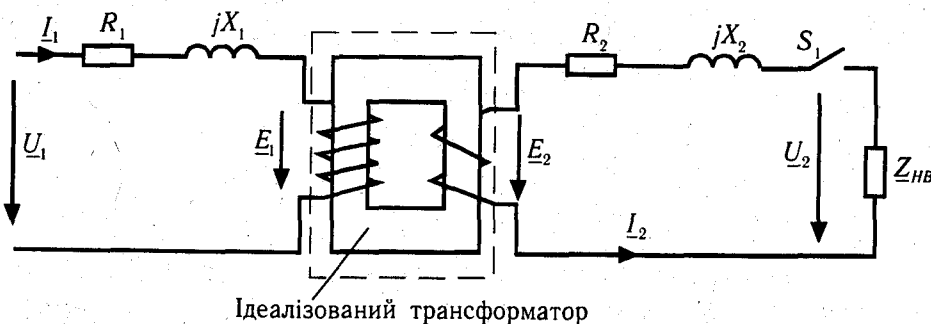


Рис. 8.3

При наявності струму у вторинній обмотці магнітний потік у магнітопроводі трансформатора створюється сумарною магніторушійною силою обох обмоток

$$i_1 w_1 + i_2 w_2.$$

Але в ідеалізованому трансформаторі згідно з (8.1)

$$\tilde{U}_1 = \tilde{E}_1 = 4,44 f w_1 \Phi_{Mm}.$$

З цього виразу видно, що в ідеалізованому трансформаторі магнітний потік жорстко прив'язаний до напруги мережі живлення, яка не залежить

від навантаження трансформатора. Отже, в ідеалізованому трансформаторі магнітний потік і в режимі навантаження, і при холостому ході є однаковим, тому можна вважати, що і відповідні цим режимам магніторушійні сили є однаковим, тобто

$$i_{10} w_1 = i_1 w_1 + i_2 w_2,$$

або, у комплексній формі запису

$$\tilde{I}_{10} w_1 = \tilde{I}_1 w_1 + \tilde{I}_2 w_2. \quad (8.4)$$

Прийнявши до уваги, що струм холостого ходу дуже малий, можна вважати, що  $\tilde{I}_{10} \approx 0$ .

Тоді

$$\tilde{I}_1 w_1 + \tilde{I}_2 w_2 \approx 0,$$

отже

$$\tilde{I}_1 = -\frac{w_1}{w_2} \cdot \tilde{I}_2 = -K \tilde{I}_2.$$

Звідси можна зробити висновок, що в ідеалізованому трансформаторі струми  $\tilde{I}_1$  та  $\tilde{I}_2$  мають протилежні фази і співвідношення їх дійових значень дорівнює

$$\frac{\tilde{I}_1}{\tilde{I}_2} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{k}. \quad (8.5)$$

З (8.3) та (8.5) можна зробити висновок, що повні потужності обмоток трансформатора

$$S_1 = \tilde{U}_1 \tilde{I}_1 = \tilde{U}_2 \tilde{I}_2 = S_2. \quad (8.6)$$

Відмітимо, що номінальною потужністю трансформатора називають повну номінальну потужність  $S_n = \tilde{U}_{1n} \tilde{I}_{1n}$ , ВА.

З деяким наближенням властивості ідеалізованого трансформатора можна вважати притаманними і трансформаторам реальним. Найбільше розходження між властивостями ідеалізованого та реального трансформатора має місце у трансформаторах малої потужності, оскільки вони мають відносно великі омичні опори провідників обмоток, намотаних проводом малого перетину, і відносно великий струм холостого ходу.

**Числовий приклад 1.** Трансформатор має номінальну потужність  $S_n = 200$  ВА. Коефіцієнт трансформації  $k = 4$ , номінальна напруга первинної обмотки  $\tilde{U}_{1n} = 220$  В. Визначити номінальні струми обмоток та номінальну напругу вторинної обмотки.

$S_n = \tilde{U}_{1n} \tilde{I}_{1n} = 200$  ВА Звідси  $\tilde{I}_{1n} = 200 / 220 = 0,909$  А.  $\tilde{I}_{2n} = \tilde{I}_{1n} K = 0,909 \cdot 4 = 3,64$  А.  $\tilde{U}_{2n} = \tilde{U}_{1n} / K = 220 / 4 = 55$  В.

**Числовий приклад 2.** Пластинчастий стрижньовий магнітопровід трансформатора має розміри (рис. 8.3)  $t = 0,024$  м,  $b = 0,03$  м. Визначити кількість витків первинної обмотки, якщо напруга мережі  $\tilde{U}_{1n} = 220$  В,  $B_{Mm} = 0,9$  Тл.

Приймаємо коефіцієнт заповнення магнітопроводу сталлю  $\kappa_c \approx 0,9$ . Тоді площа перетину сталі магнітопроводу  $S = t \cdot b \cdot \kappa_c = 0,000548$  м<sup>2</sup>. Звідси амплітуда магнітного потоку у магнітопроводі  $\Phi_{Mm} = B_{Mm} S = 0,9 \cdot 0,000648 = 0,000583$  Вб. З (8.1) кількість витків первинної обмотки  $w_1 = \tilde{U}_{1n} / (4,44 f \Phi_{Mm}) = 1700$  витків.

### 8.3. ЗАСТУПНА СХЕМА РЕАЛЬНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Заступна схема реального трансформатора, показана на рис. 8.3, має два кола (первинної та вторинної обмотки), які не мають прямого електричного зв'язку. Для аналізу кіл з трансформаторами зручно замінити електромагнітний зв'язок між первинною та вторинною обмотками зв'язком електричним за умовою, що потужності в обмотках трансформатора залишаються незмінними. З цією метою заміняємо реальну вторинну обмотку з кількістю витків  $w_2$  обмоткою, зведеною за кількістю витків до первинної, тобто обмоткою з кількістю витків  $w'_2 = w_1$ . Тоді ЕРС зведеної обмотки  $\tilde{E}'_2$  дорівнюватиме ЕРС первинної обмотки

$$\tilde{E}'_2 = \tilde{E}_1 = K\tilde{E}_2.$$

При цьому повна потужність зведеної первинної обмотки  $S'_2 = \tilde{E}'_2 \cdot \tilde{I}'_2$  має бути рівною повній потужності реальної вторинної обмотки  $S_2 = \tilde{E}_2 \cdot \tilde{I}_2$ , тобто  $\tilde{E}'_2 \cdot \tilde{I}'_2 = \tilde{E}_2 \cdot \tilde{I}_2$ . Звідси

$$\tilde{I}'_2 = \frac{\tilde{E}_2}{\tilde{E}'_2} \tilde{I}_2 = \frac{\tilde{E}_2}{\tilde{E}_1} \tilde{I}_2 = \frac{\tilde{I}_2}{K}.$$

Отже, для вторинної обмотки, зведеної за кількістю витків до первинної

$$\tilde{E}'_2 = K\tilde{E}_2 = \tilde{E}_1; \quad \tilde{I}'_2 = \frac{\tilde{I}_2}{K} = \tilde{I}_1.$$

Втрати в активному опорі зведеної обмотки  $\Delta P'_2 = R'_2 \cdot \tilde{I}'_2{}^2$  повинні дорівнювати втратам реальної обмотки  $\Delta P_2 = R_2 \cdot \tilde{I}_2{}^2$ . Звідси

$$R'_2 = R_2 \left( \frac{\tilde{I}_2}{\tilde{I}'_2} \right)^2 = R_2 \left( \frac{\tilde{I}_2}{\tilde{I}_1} \right)^2 = R_2 \cdot K^2.$$

Аналогічно реактивна потужність індуктивного опору розсіювання зведеної обмотки  $Q'_{2\sigma} = X'_2 \cdot \tilde{I}'_2{}^2$  дорівнює реактивній потужності індуктивного опору розсіювання реальної обмотки  $Q_{2\sigma} = X_2 \cdot \tilde{I}_2{}^2$ . Звідси

$$X'_2 = X_2 \left( \frac{\tilde{I}_2}{\tilde{I}'_2} \right)^2 = X_2 \cdot K^2.$$

Повна потужність опору навантаження, зведеного до первинної обмотки, має дорівнювати повній потужності реального опору навантаження

$$S'_{нв} = \tilde{U}'_2 \cdot \tilde{I}'_2 = S_{нв} = \tilde{U}_2 \cdot \tilde{I}_2 \quad \text{або}$$

$$Z'_{нв} \cdot \tilde{I}'_2{}^2 = Z_{нв} \cdot \tilde{I}_2{}^2 = Z_{нв} \cdot \tilde{I}'_2{}^2.$$

Отже

$$Z'_{нв} = \left( \frac{\tilde{I}_2}{\tilde{I}'_2} \right)^2 Z_{нв} = K^2 Z_{нв}.$$

Прийнявши до уваги, що  $\tilde{E}'_2 = \tilde{E}_1$ , можна від'єднати ланцюг з послідовно з'єднаних опорів  $R'_2$ ,  $X'_2$  та  $Z'_{нв}$  від виводів вторинної обмотки і підімкнути до виводів первинної обмотки ідеалізованого трансформатора, як це показано на рис. 8.4, а, а обмотку ідеалізованого трансформатора, як це було показано у розділі 6.1, представити заступною схемою у вигляді двох паралельно з'єднаних опорів  $X_\mu$ ,  $R_\mu$  або послідовно з'єднаних опорів  $X_0$ ,  $R_0$ . Таким чином на рис. 8.4, б, в зображено заступні схеми реального трансформатора, в яких:  $R_1$  та  $R'_2$  — омичні опори провідників первинної обмотки та, відповідно, провідників вторинної обмотки, зведеної за кількістю витків до обмотки первинної;  $X_1$  та  $X'_2$  — індуктивні опори розсіювання первинної обмотки та, відповідно, вторинної обмотки, зведеної за кількістю витків до первинної;  $X_\mu$  або  $X_0$  — індуктивний опір первинної обмотки, зумовлений магнітним потоком у магнітопроводі;  $R_\mu$  або  $R_0$  — активний опір, втрати в якому відповідають втратам у сталі магнітопроводу трансформатора;  $Z'_{нв}$  — повний опір навантаження, зведений до кола первинної обмотки трансформатора.

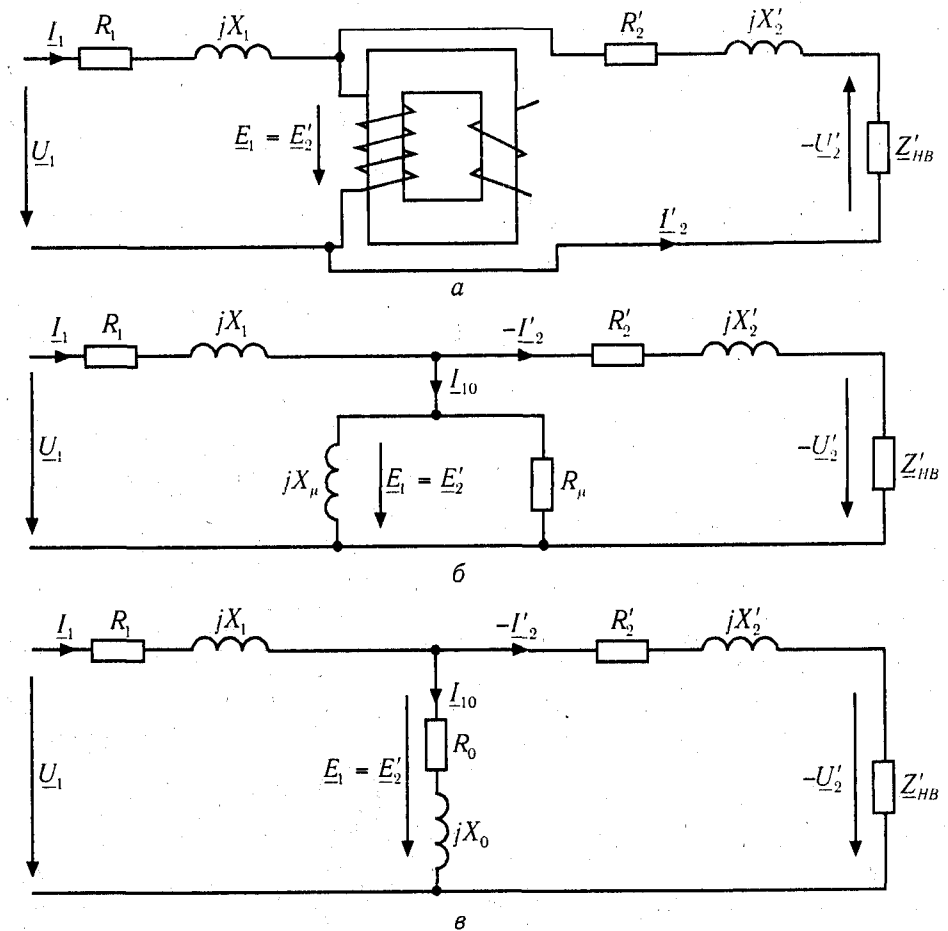


Рис. 8.4

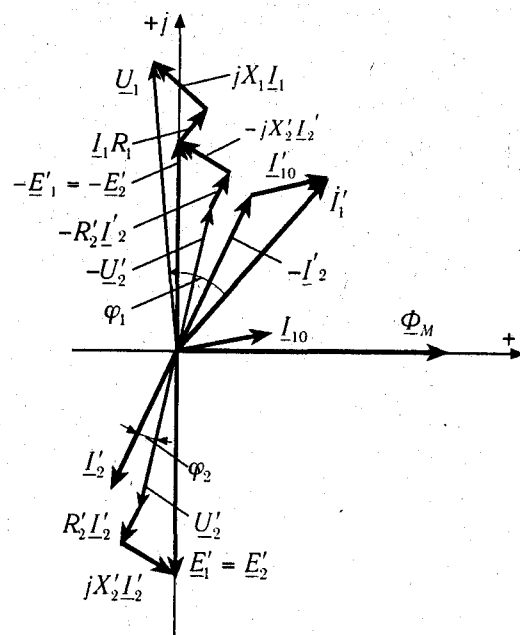


Рис. 8.5

Векторна діаграма напруг та струмів трансформатора, яка відповідає заступним схемам (рис. 8.4), показана на рис. 8.5. Прийнято, що початкова фаза магнітного потоку  $\Phi_m$  у магнітопроводі дорівнює нулю. Згідно з законом електромагнітної індукції ЕРС  $E_1$  та  $E_2$ , створені в обмотках трансформатора потоком  $\Phi_m$ , відстають від вектора потоку на  $90^\circ$ . Струм  $I_{10}$  у контурі намагнічування дещо випереджує вектор магнітного потоку  $\Phi_m$ , що зумовлено наявністю втрат у сталі. Струм  $I'_2$  відстає від напруги  $U'_2$  на кут  $\varphi_2$ , струм  $I_1 = I_{10} + (-I'_2)$ . Векторна діаграма напруг відповідає рівнянням Кірхгофа, складеним для заступної схеми трансформатора на рис. 8.4, б та 8.4, в:

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + R_1 I_1 + jX_1 I_1;$$

$$\underline{E}'_2 = \underline{U}'_2 + (R'_2 + jX'_2) I'_2.$$

Реальні значення складових напруг  $R_1 \cdot \tilde{I}_1$ ,  $X_{\sigma 1} \cdot \tilde{I}_1$ ,  $R'_2 \cdot \tilde{I}'_2$ ,  $X'_{\sigma 2} \cdot \tilde{I}'_2$  звичайно не перевищують (2—4)% від значень напруг  $U_1$  та  $U_2$ , тобто є значно меншими від показаних на векторній діаграмі (рис. 8.5). Тому реальні вектори напруг  $\underline{U}_1$  та  $-\underline{U}'_2$  по фазі майже співпадають.

#### 8.4. ХОЛОСТИЙ ХІД ТА КОРОТКЕ ЗАМИКАННЯ ТРАНСФОРМАТОРА

Холостим ходом трансформатора називають режим, в якому струм у вторинній обмотці дорівнює нулю, тобто режим, при якому вторинна обмотка не з'єднана з навантаженням. Дослід холостого ходу виконують при номінальній напрузі на первинній обмотці трансформатора. Схема для проведення дослід холостого ходу (ХХ) показана на рис. 8.6, а. З заступної схеми (рис. 8.4, в) струм ХХ, (тобто при  $Z_{нв} \rightarrow \infty$ ) дорівнює:

$$\tilde{I}_{10} = \frac{\tilde{U}_{1н}}{\sqrt{(R_1 + R_0)^2 + (X_1 + X_0)^2}}.$$

У цьому виразі індуктивний опір  $X_0$ , зумовлений магнітним потоком у магнітопроводі, набагато більший від індуктивного опору розсіювання  $X_1$ ,  $X_0 \gg X_1$  (див. розділ 6.1). Крім того й активний опір  $R_0$ , що враховує втрати у сталі, набагато більший від опору  $R_1$  провідників первинної обмотки. Це можна довести, прийнявши до уваги, що у правильно спроектованому трансформаторі втрати у міді обмоток

звичайно дорівнюють втратам у сталі магнітопроводу при струмі  $\tilde{I}_1 \approx 0,7\tilde{I}_{1н}$ . Це означає, що  $(0,7\tilde{I}_1)^2 \cdot (R_1 + R'_2) \approx \tilde{I}_{10}^2 R_0$ , де струм холостого ходу трансформатора  $\tilde{I}_{10} \approx (0,01 + 0,1)\tilde{I}_{1н}$ . Врахувавши, що  $R'_2 \approx R_1$  (оскільки  $\tilde{I}'_2 \approx \tilde{I}_1$  і кількість витків зведеної вторинної обмотки  $w'_2 = w_1$ ), отримуємо:

$$\tilde{I}_{1н}^2 R_1 \approx (0,01 + 0,1)^2 \tilde{I}_{1н}^2 R_0.$$

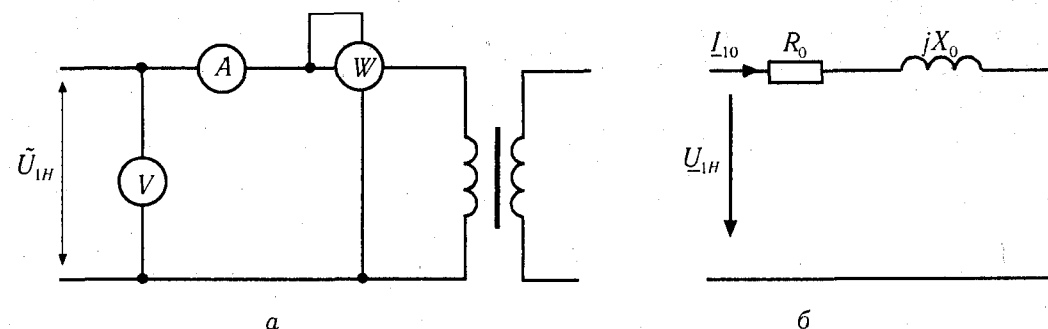


Рис. 8.6

З останнього виразу видно, що  $R_0 \gg R_1$ . Тому заступна схема трансформатора, показана на рис. 8.4, в, при холостому ході має вигляд, показаний на рис. 8.6, б.

У досліді холостого ходу вольтметр слід вмикати перед струмовими обмотками амперметра та ватметра, оскільки струм обмотки вольтметра може бути сумірним із струмом  $\tilde{I}_{10}$  трансформатора.

По вимірних у досліді ХХ значеннях напруги  $\tilde{U}_{1н}$ , струму  $\tilde{I}_{10}$  та активної потужності  $P_{10}$ , можна визначити опори заступної схеми трансформатора  $R_0$  та  $X_0$ :

$$R_0 = \frac{P_{10}}{\tilde{I}_{10}^2}; \quad Z_0 = \frac{\tilde{U}_{1н}}{\tilde{I}_{10}}; \quad X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2}. \quad (8.7)$$

Оскільки  $R_0 \gg R_1$ , у досліді ХХ ватметр вимірює втрати в сталі магнітопроводу. Втратами в міді (тобто в обмотках трансформатора) можна нехтувати. Напругу  $\tilde{U}_{20}$ , виміряну в досліді холостого ходу трансформатора на виводах його вторинної обмотки, вважають номінальною напругою вторинної обмотки.

Режим короткого замикання (КЗ) трансформатора виникає, якщо замкнути між собою виводи його вторинної обмотки, тобто якщо опір навантаження  $Z'_{нв}$  у колі рис. 8.4 дорівнює нулю. При цьому вітка з послідовно з'єднаними опорами  $R'_2$  та  $X'_2$  шунтує вітку намагнічування, складену з послідовно ввімкнених опорів  $R_0$  та  $X_0$ . Оскільки для зведеної вторинної обмотки трансформатора  $R'_2 \approx R_1$  і  $X'_2 \approx X_1$ , а  $R'_2 \ll R_0$  та  $X'_2 \ll X_0$ , то струмом  $I_{10}$  можна знехтувати і вважати, що заступна схема трансформатора на рис. 8.4, в має у своєму складі тільки вітку з послідовно з'єднаними опорами  $R_1$ ,  $R'_2$ ,  $X_1$ ,  $X'_2$ . Тоді струми

$$\tilde{I}_1 = \tilde{I}'_2 = \frac{\tilde{U}_1}{\sqrt{(R_1 + R'_2)^2 + (X_1 + X'_2)^2}} = \frac{\tilde{U}_1}{\sqrt{R_k^2 + X_k^2}}. \quad (8.8)$$

Якщо напруга  $\tilde{U}_1$  при короткому замиканні має номінальне значення, то струм у первинній обмотці  $\tilde{I}_{1k}$  набагато більший номінального струму  $\tilde{I}_{1n}$ . Звичайно  $\tilde{I}_{1k} \approx 10 + 25\tilde{I}_{1n}$ . Для трансформаторів малої потужності кратність струму  $\tilde{I}_{1k}$  до номінального струму менша, а із збільшенням потужності трансформатора кратність струму зростає. Такі великі значення струму роблять режим КЗ аварійним, недопустимим у нормальних умовах експлуатації трансформаторів. Тому **при проведенні дослідів короткого замикання трансформатора напругу  $\tilde{U}_1$  зменшують так, щоби струм в обмотках трансформатора дорівнював номінальному струму.** Таку напругу називають напругою короткого замикання  $\tilde{U}_{1k}$ . Звичайно  $\tilde{U}_{1k} \approx 0,04 + 0,1\tilde{U}_{1n}$ .

Схема проведення дослідів КЗ показана на рис. 8.7, а, а на рис. 8.7, б — заступна схема трансформатора у режимі КЗ. Вольтметр у досліді КЗ слід вмикати безпосередньо до виводів обмотки трансформатора, оскільки вхідний опір трансформатора у режимі КЗ мінімальний і вмикання вольтметра за схемою (рис. 8.6, а) може внести в результати вимірювання напруги значні похибки, тому що опори струмових обмоток амперметра та вольтметра можуть бути сумірними з опором обмоток трансформатора  $R_K$  та  $X_K$ .

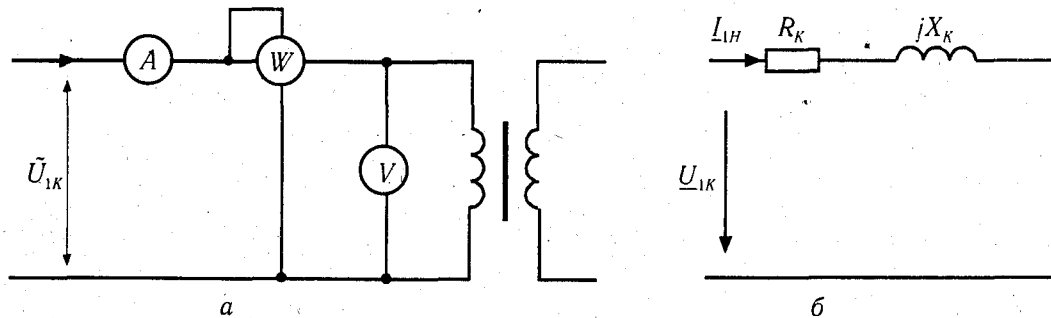


Рис. 8.7

В досліді КЗ встановлюють номінальний струм  $I_1 = I_{1n}$ , **вимірюють напругу КЗ  $U_{1k}$  та активну потужність  $P_{1k}$ , яка дорівнює втратам в обмотках трансформатора при протіканні в них номінального струму.** За даними вимірів визначають значення опорів  $R_1, R_2, X_1, X_2$  заступної схеми трансформатора:

активний опір КЗ  $R_K = \frac{P_{1k}}{I_{1k}^2}$ ; повний опір КЗ  $Z_K = \frac{\tilde{U}_{1k}}{I_{1k}}$ ; реактивний опір КЗ

$X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2}$ ; активні опори обмоток  $R_1 \approx R_2 \approx \frac{R_K}{2}$ ; реактивні опори розсіювання обмоток  $X_1 \approx X_2 \approx \frac{X_K}{2}$ .

**Числовий приклад.** Дані трансформатора:  $S_{1H} = 160 \text{ VA}$ ,  $\tilde{U}_{1n} = 220 \text{ V}$ . Дані дослідів ХХ:  $\tilde{U}_{1n} = 220 \text{ V}$ ;  $\tilde{I}_{10} = 0,073 \text{ A}$ ;  $P_{10} = 8 \text{ Вт}$ ;  $\tilde{U}_{20} = 42 \text{ V}$ . Дані дослідів КЗ:  $\tilde{I}_{1k} = \tilde{I}_{1n} = 0,73 \text{ A}$ ;  $\tilde{U}_{1k} = 13,2 \text{ V}$ ;  $P_{1k} = 7,75 \text{ Вт}$ . Визначити опори заступної схеми трансформатора (рис. 8.4, в) і опори  $R_2, X_2$  реального трансформатора.

З дослідів ХХ  $R_0 = P_{10} / \tilde{I}_{10}^2 = 8 / 0,073^2 = 1501 \text{ Ом}$ ;  $Z_0 = \tilde{U}_{1n} / \tilde{I}_{10} = 3014 \text{ Ом}$ ;  $X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{3014^2 - 1501^2} = 2613 \text{ Ом}$ . З дослідів КЗ  $R_K = P_{1k} / \tilde{I}_{1k}^2 = 7,75 / 0,73^2 = 14,54 \text{ Ом}$ ;  $Z_K = \tilde{U}_{1k} / \tilde{I}_{1k} = 13,2 / 0,73 = 18,1 \text{ Ом}$ ;  $X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2} = 10,78 \text{ Ом}$ .  $R_1 \approx R_2 \approx R_K / 2 = 7,27 \text{ Ом}$ ;  $X_1 \approx X_2 \approx X_K / 2 = 5,39 \text{ Ом}$ . Коефіцієнт трансформації  $K \approx \tilde{U}_{1n} / \tilde{U}_{20} = 220 / 42 = 5,24$ .  $R_2 = R_2' / K^2 = 7,27 / 5,24^2 = 0,265 \text{ Ом}$ .

## 8.5. ЗМІНА НАПРУГИ ТРАНСФОРМАТОРА ПРИ НАВАНТАЖЕННІ

При холостому ході напруга на виводах вторинної обмотки трансформатора дорівнює  $\tilde{U}_{20}$ . Після підмикання до вторинної обмотки опору навантаження  $Z_{НВ}$  напруга на вторинній обмотці  $\tilde{U}_2$  дещо зменшується внаслідок появи падіння напруги на опорах обмоток трансформатора. Різницю цих напруг  $\Delta\tilde{U} = \tilde{U}_{20} - \tilde{U}_2$  називають зміною напруги трансформатора.

Якщо струми в обмотках навантаженого трансформатора близькі до номінального значення, струмом  $\tilde{I}_{10}$  у вітті намагнічування кола заступної схеми (рис. 8.4) можна знехтувати і спрощену заступну схему трансформатора з навантаженням представити у вигляді, показаному на рис. 8.8. Тоді за другим законом Кірхгофа

$$\underline{U}_1 - (-\underline{U}'_2) - \Delta\underline{U}' = \underline{U}_1 - (-\underline{U}'_2) - \underline{Z}_K \underline{I}_1 = 0.$$

Звідси різниця між комплексними значеннями напруг трансформатора  $\underline{U}_1$  та  $-\underline{U}'_2$  дорівнює

$$\Delta\underline{U}' = (R_K + jX_K)\underline{I}_1 = \underline{U}_1 - (-\underline{U}'_2). \quad (8.9)$$

Векторна діаграма трансформатора, що відповідає рівнянню (8.9), показана на рис. 8.9.

Вектор напруги  $-\underline{U}'_2$  відкладемо в додатному напрямку осі уявних. Опір  $\underline{Z}_{НВ}$  звичайно активно-індуктивний, тому струм  $\underline{I}_1$  у ньому відстає від напруги  $-\underline{U}'_2$  на деякий кут  $\varphi_2$ . З кінця вектора  $-\underline{U}'_2$  проведено паралельно струму  $\underline{I}_1$  вектор падіння напруги в опорі  $R_K$  трансформатора, а вектор падіння напруги  $jX_K \underline{I}_1$  в індуктивних опорах розсіювання обмоток трансформатора випереджає струм  $\underline{I}_1$  на кут  $90^\circ$ . Сума напруг  $R_K \underline{I}_1 + jX_K \underline{I}_1$  визначає вектор зміни напруги  $\Delta\underline{U}' = \underline{Z}_K \underline{I}_1$ , а вектор  $\underline{U}_1$ , згідно з (8.9) дорівнює  $\underline{U}_1 = \Delta\underline{U}' + (-\underline{U}'_2)$ . На векторній діаграмі (рис. 8.9) спади напруг  $R_K \underline{I}_1$  та  $jX_K \underline{I}_1$  показані значно більшими від їх можливих реальних значень для забезпечення наочності рисунка. Реально ж кут між векторами напруг  $\underline{U}_1$  та  $-\underline{U}'_2$

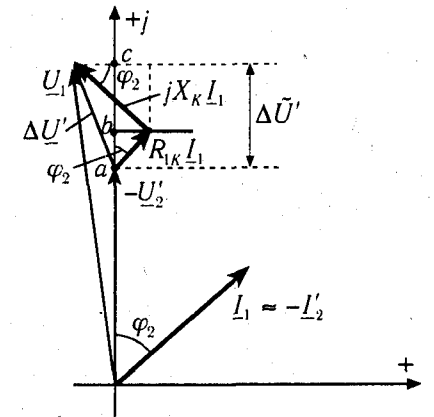


Рис. 8.9

близький до нуля і різницю між ними можна визначити довжиною відрізка  $ac$  (рис. 8.9), який наближено дорівнює  $\tilde{U}_1 - \tilde{U}'_2 \approx \Delta U' = m_u \cdot ac$ , де  $m_u$  — масштабний коефіцієнт.

Своєю чергою відрізок  $ac$ , як це видно з рис. 8.9, можна представити як суму відрізків  $ab$  та  $bc$ :  $m_u \cdot ac = m_u \cdot ab + m_u \cdot bc = R_k \tilde{I}_1 \cos \varphi_2 + X_k \tilde{I}_1 \sin \varphi_2$ . Отже зміну напруги трансформатора, зведену до кола первинної обмотки, можна виразити через опори його заступної схеми та кут  $\varphi_2$  навантаження ( $\varphi_2 = \arctg X_{HB} / R_{HB}$ ):

$$\Delta U' = I_1 (R_k \cos \varphi_2 + X_k \sin \varphi_2). \quad (8.10)$$

Реальна зміна напруги вторинної обмотки трансформатора

$$\Delta U = U_{20} - U_2 = \Delta U' / K. \quad (8.11)$$

Позначивши співвідношення  $\tilde{I}_1 / \tilde{I}_{1n} = \beta$ , запишемо рівняння (8.10) у вигляді:

$$\Delta U' = \beta (\tilde{I}_{1n} R_k \cos \varphi_2 + \tilde{I}_{1n} X_k \sin \varphi_2). \quad (8.12)$$

Спад напруги  $R_k \tilde{I}_{1n}$  є активною складовою напруги КЗ трансформатора  $\tilde{U}_{1ka}$ , а спад напруги  $X_k \tilde{I}_{1n}$  — є реактивною складовою напруги КЗ трансформатора  $\tilde{U}_{1kp}$ . З врахуванням цього зміна напруги трансформатора, зведена до напруги кола первинної обмотки, через параметри досліду КЗ та кут  $\varphi_2$ , заданий опором навантаження, дорівнює

$$\Delta \tilde{U}' = \beta (\tilde{U}_{1ka} \cos \varphi_2 + \tilde{U}_{1kp} \sin \varphi_2) \quad (8.13)$$

На практиці зручно визначити зміну напруги трансформатора не у вольтах, а у відсотках або у відносних одиницях (в.о.) від номінальної напруги. Прийнемо за базові одиниці  $\tilde{U}_{16} = \tilde{U}_{1n}$ ,  $\tilde{I}_{16} = \tilde{I}_{1n}$ ,  $\tilde{Z}_{16} = \tilde{U}_{1n} / \tilde{I}_{1n}$ . Тоді у відносних одиницях  $\tilde{U}_{1n*} = \tilde{U}_{1n} / \tilde{U}_{16} = 1$  в.о.,  $\tilde{I}_{1n*} = \tilde{I}_{1n} / \tilde{I}_{16} = 1$  в.о.,  $\tilde{Z}_{1n*} = \tilde{Z}_{1n} / \tilde{Z}_{16} = 1$  в.о.

Поділимо ліву й праву частини рівняння (8.13) на  $\tilde{U}_{1n}$  і отримаємо у відносних одиницях

$$\Delta \tilde{U}'_* = \beta (\tilde{U}_{1ka*} \cos \varphi_2 + \tilde{U}_{1kp*} \sin \varphi_2). \quad (8.14)$$

**Числовий приклад.** Визначити зміну напруги трансформатора, параметри якого були визначені у числовому прикладі розділу 8.4, якщо до його вторинної обмотки підключають навантаження з опором  $R_{HB} = 8 \text{ Ом}$ ,  $X_{HB} = 6 \text{ Ом}$ ,  $Z_{HB} = 10 \text{ Ом}$ . Номінальний вторинний струм трансформатора  $\tilde{I}_{2n} = \tilde{I}_{1n} \cdot K = 0,73 \cdot 5,24 = 3,82 \text{ А}$ . Номінальна вторинна напруга трансформатора  $\tilde{U}_{20} = 42 \text{ В}$ . Номінальний опір у вторинному колі трансформатора  $Z_{2n} = \tilde{U}_{2n} / \tilde{I}_{2n} = 42 / 3,82 \approx 11 \text{ Ом}$ . Опір навантаження у відносних одиницях  $Z_{nb*} = Z_{nb} / Z_{2n} = 0,909$  в.о. Отже коефіцієнт завантаження трансформатора струмом дорівнює  $\beta = Z_{2n*} / Z_{nb*} = 1 / 0,909 = 1,1$  в.о. Для заданих опорів навантаження  $\cos \varphi_2 = R_{nb} / Z_{nb} = 0,8$ ;  $\sin \varphi_2 = X_{nb} / Z_{nb} = 0,6$ .

Активна та реактивна складові напруги КЗ трансформатора у в.о.:

$$\tilde{U}_{1ka*} = \frac{R_k \cdot \tilde{I}_{1n}}{\tilde{U}_{1n}} = \frac{14,54 \cdot 0,73}{220} = 0,0482 \text{ в.о.}; \quad \tilde{U}_{1kp*} = \frac{X_k \cdot \tilde{I}_{1n}}{\tilde{U}_{1n}} = \frac{10,78 \cdot 0,73}{220} = 0,0358 \text{ в.о.}$$

Зміна напруги трансформатора у відносних одиницях згідно з (8.13)

$$\Delta \tilde{U}'_* = 1,1 (0,0482 \cdot 0,8 + 0,0358 \cdot 0,6) = 0,066 \text{ в.о.}$$

Зміна напруги трансформатора у вольтах  $\Delta \tilde{U} = \Delta \tilde{U}'_* \cdot \tilde{U}_{20} = 0,066 \cdot 42 = 2,8 \text{ В}$ .

З (8.14) видно, що зниження напруги трансформатора залежить не тільки від коефіцієнта  $\beta$  завантаженості трансформатора струмом, а й від кута  $\varphi_2$ , заданого навантаженням. Найбільше зменшення вторинної напруги трансформатора має місце при рівності кутів  $\varphi_k$  та  $\varphi_2$ , де  $\varphi_k = \arctg X_k / Z_k$ . У цьому випадку вектор напруги  $\underline{Z}_k \underline{I}_1$  збігається по напрямку з вектором напруги  $-\tilde{U}'_2$  на векторній діаграмі (рис. 8.9) і зміна напруги  $\Delta \tilde{U}$  має найбільше значення. Залежності напруги на виході трансформатора від струму навантаження або від коефіцієнта завантаженості струмом  $\beta$  при сталому значенні коефіцієнта потужності навантаження  $\cos \varphi_2$  та номінальній напрузі живлення  $\tilde{U}_1 = \tilde{U}_{1n}$  називають зовнішньою характеристикою трансформатора (рис. 8.10). При  $\beta = 1$ ,  $\cos \varphi_2 = 0,8$  і значеннях  $\tilde{U}'_* = 0,055 + 0,1$  зміна напруги  $\Delta \tilde{U}'_* \approx 0,05 + 0,095$  в.о. При ємнісному навантаженні кут  $\varphi_2 < 0$ , тому значення  $\Delta \tilde{U}'_*$  у (8.13) може стати від'ємним і збільшення струму навантаження призводить до підвищення напруги на виводах вторинної обмотки трансформатора.

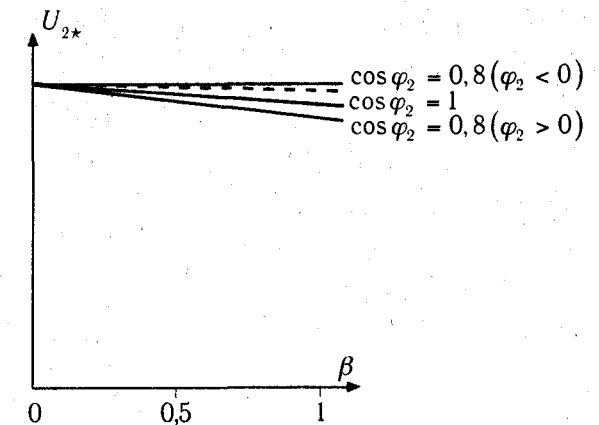


Рис. 8.10

## 8.6. ПОТУЖНІСТЬ ВТРАТ ТА КОЕФІЦІЄНТ КОРИСНОЇ ДІЇ ТРАНСФОРМАТОРА

Під час роботи трансформатора гріються обмотки трансформатора та сталеве осердя магнітопроводу. Обмотки трансформаторів здебільшого виготовляють з міді, тому втрати в обмотках часто називають втратами у міді. При номінальному струмі в обмотках втрати у міді дорівнюють потужності  $P_{1k}$ , виміряній у досліді КЗ. Оскільки  $P_{1k} = \tilde{I}_{1n}^2 R_k$ , то при інших струмах втрати в міді дорівнюватимуть  $\Delta P_m = (\beta \tilde{I}_{1n})^2 \cdot R_k = \beta^2 P_{1k}$ .

Втрати в сталі, як це було показано у розділі 6.2, залежать від частоти мережі живлення та магнітної індукції у магнітопроводі трансформатора. З огляду на те, що частота мережі живлення практично незмінна і при нормальних режимах роботи магнітний потік у магнітопроводі трансформатора пропорційний напрузі мережі живлення (розділ 8.2), втрати у сталі є незмінними і не залежать від завантаження трансформатора струмом. Втрати у сталі дорівнюють активній потужності трансформатора, виміряній у досліді ХХ,  $\Delta P_c = P_{10}$ .

Коефіцієнтом корисної дії (ККД) трансформатора називають відношення активної потужності, відданої трансформатором приймачу, до активної потужності, споживаної трансформатором з мережі:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\tilde{U}_2 \tilde{I}_2 \cos \varphi_2}{\tilde{U}_1 \tilde{I}_1 \cos \varphi_1}. \quad (8.15)$$



Активна потужність навантаження

$$P_2 = \tilde{U}_2 \tilde{I}_2 \cos \varphi_2 = \frac{\tilde{I}_2}{\tilde{I}_{2н}} \tilde{U}_2 \tilde{I}_{2н} \cos \varphi_2 \approx \beta S_n \cos \varphi_2. \quad (8.16)$$

Споживана трансформатором потужність  $P_1$  більша від потужності  $P_2$  на величину втрат у трансформаторі і дорівнює

$$P_1 = P_2 + \Delta P_m + \Delta P_c.$$

Оскільки втрати у міді  $\Delta P_m = \beta^2 \tilde{I}_{1н}^2 R_k = \beta^2 P_{1к}$ , а втрати у сталі дорівнюють потужності  $P_{10}$ , вимірній у досліді ХХ (розділ 8.4), з врахуванням (8.16)

$$P_1 = \beta S_n \cos \varphi_2 + \beta^2 P_{1к} + P_{10}. \quad (8.17)$$

З врахуванням (8.15 + 8.17) ККД трансформатора дорівнює:

$$\eta = \frac{\beta S_n \cos \varphi_2}{\beta S_n \cos \varphi_2 + \beta^2 P_{1к} + P_{10}} \quad (8.18)$$

Залежність ККД від коефіцієнта завантаженості трансформатора по струму  $\beta$  показана на рис. 8.11. Аналіз виразу (8.17) показує, що максимальне значення ККД має місце, коли втрати в міді трансформатора дорівнюють втратам у сталі, тобто коли

$\beta^2 P_{1к} = P_{10}$ . Звичайно трансформатори проектують так, щоби цей максимум настав при  $\beta = 0,7$ . Тоді ККД трансформаторів середньої та великої потужності лежить приблизно у межах 0,95+0,99, тобто втрати у трансформаторах не перевищують (1+5)% від їх номінальної потужності. Враховуючи те, що встановлена потужність трансформаторів у системах електропостачання перевищує встановлену на електростанціях потужність генераторів приблизно у 5—6 разів, втрати у трансформаторах при багатократній трансформації електричної енергії у розподільчих електромережах можуть досягати помітних значень і погіршувати ефективність роботи

енергосистем. Тому бажано використовувати трансформатори при завантаженості їх струмом більшим половини номінального, тобто при  $\beta > 0,5$ .

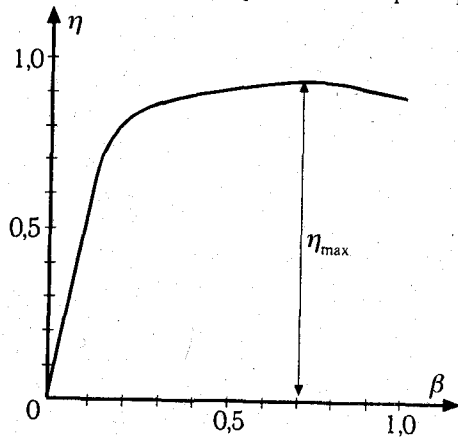


Рис. 8.11

## 8.8. ТРИФАЗНІ ТРАНСФОРМАТОРИ

Трифазний трансформатор може бути створений з трьох однофазних трансформаторів, як це показано на рис. 8.12. Такий трансформатор називають груповим. Фазні обмотки зі сторони високої напруги позначають великими літерами, а зі сторони

низької — малими літерами. Початки обмоток позначають літерами  $A, B, C$  та  $a, b, c$ , а кінці — відповідно літерами  $X, Y, Z$  та  $x, y, z$  (про початки і кінці обмоток див. розділ 6.4). Обмотки високої напруги на рис. 8.12 з'єднані зіркою, а обмотки низької напруги — зіркою з нульовим проводом. Групові трансформатори застосовують тільки для випадків, коли потужність однієї фази не менша 10 000 кВА, тобто для створення трансформаторів великої потужності.

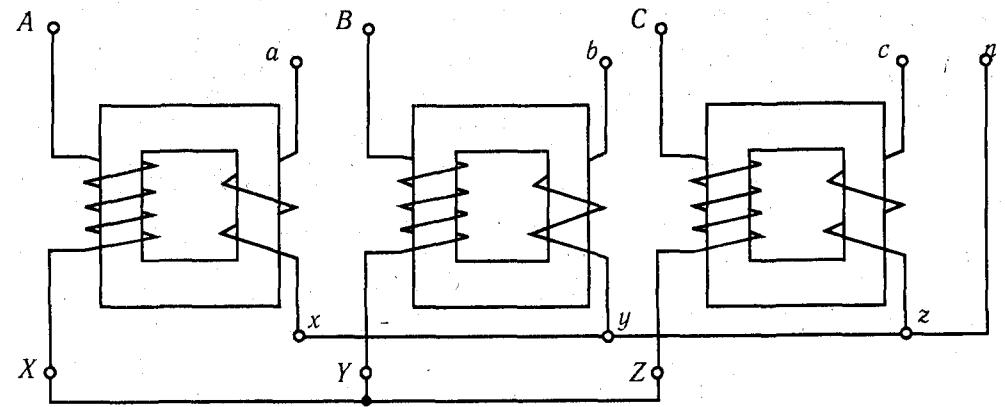


Рис. 8.12

Габарити та масу магнітопроводу трансформатора можна зменшити, якщо розмістити магнітопроводи однофазних трансформаторів так, як це показано на рис. 8.13, а, а потім об'єднати вільні від обмоток стержні (рис. 8.13, б). Такий магнітопровід називають "просторовим трифазним магнітопроводом". Потік в об'єднаному стержні дорівнює сумі потоків, створених фазними обмотками трансформаторів, які представляють собою трифазну симетричну систему, оскільки до первинних обмоток трансформаторів прикладено симетричну систему напруг. Сума векторів, що зображують трифазну симетричну систему напруг чи магнітних потоків, дорівнює нулю (див. розд. 2.2 та 2.4), тому

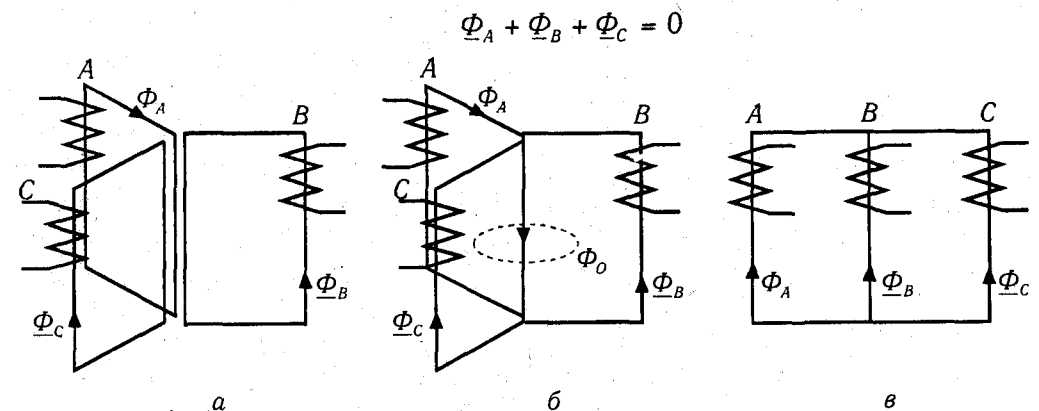


Рис. 8.13

і об'єднаний стержень можна взагалі усунути, отримавши найбільш розповсюджений тристержневий магнітопровід (рис. 8.13, в) із стержнями, розташованими в одній площині.

Якщо трансформатор має знижувати напругу, то його обмотки високої напруги вмикають до трифазної мережі. Обмотки створюють у стержнях  $A, B, C$  магнітні потоки  $\Phi_A, \Phi_B, \Phi_C$ , однакові за величиною і зсунені по фазі один відносно другого на  $120^\circ$ . Ці потоки створюють у фазних обмотках трансформатора симетричні системи ЕРС  $E_A, E_B, E_C$  в обмотці вищої напруги та  $E_a, E_b, E_c$  в обмотках нижчої напруги. Фазні ЕРС кожної обмотки однакові за величиною і зсунені між собою по фазі на кут  $120^\circ$ . При симетричному навантаженні можна аналізувати роботу тільки однієї фази трансформатора, вважаючи, що в інших фазах існують ідентичні режими роботи.

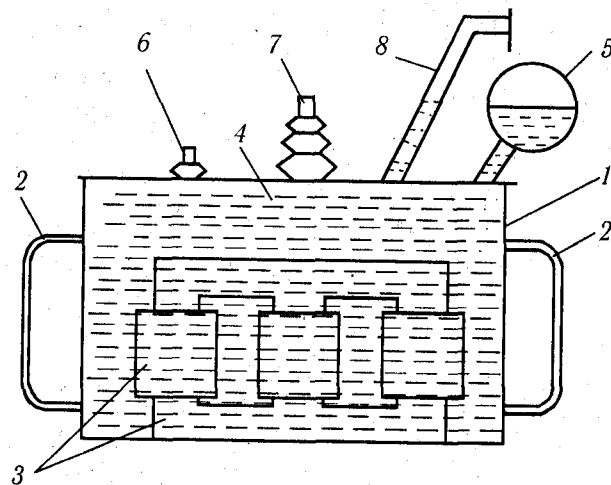


Рис. 8.14

влаштовано розширювальний бачок 5, частково заповнений повітрям. При нагріванні трансформатора олива розширюється і частково виходить до бачка 5, стискуючи повітря. На верхній плиті баку розміщені також виводи обмоток низької 6 та високої 7 напруги, а також труба 8 із запобіжною мембраною. В разі аварійного підвищення тиску всередині баку мембрана руйнується і гаряча олива разом з газами вилітає з труби назовні. Тому оливні трансформатори можна встановлювати лише в окремих цегляних приміщеннях, ізольованих від виробничих приміщень з людьми. Оливні трансформатори найбільш розповсюджені в системах електропостачання. Призначення трансформаторної оливи — забезпечувати краще охолодження обмоток трансформатора і одночасно запобігти контакту ізоляції обмоток з киснем повітря. Робота в оливному середовищі уповільнює старіння ізоляції.

Крім оливних трифазних трансформаторів використовують і сухі трифазні трансформатори, але на відносно малі потужності (від 10 до 1600 кВА) і напрузі (від 0,66 до 15 кВ). Охолодження сухих трансформаторів здійснюється повітрям, яке має значно меншу теплопровідність, ніж трансформатора олива, тому допустима густина струму в обмотках сухих трансформаторів значно менша, ніж в оливних. Це призводить

до збільшення маси міді або алюмінію в обмотках сухих трансформаторів. Тому сухий трансформатор значно дорожчий оливного трансформатора однакової потужності.

Електропостачання приймачів у електроенергетиці доцільно здійснювати не від одного трансформатора великої потужності, а від групи паралельно ввімкнених на спільне навантаження трансформаторів меншої потужності. Наявність декількох паралельно працюючих трансформаторів дозволяє в разі зменшення навантаження вимкати з роботи частину трансформаторів, забезпечуючи роботу решти трансформаторів з більш високим коефіцієнтом завантаження по струму  $i$ , отже, з більш високим ККД. При профілактичному ремонті одного з трансформаторів або при аварійному його виході з роботи інші паралельно ввімкнені трансформатори приймають на себе всю, або частину навантаження, що підвищує надійність електропостачання.

При вмиканні трансформаторів на паралельну роботу необхідно дотримуватись таких умов:

— трансформатори повинні мати однакові номінальні первинні та вторинні лінійні напруги;

— фазовий зсув між ЕРС первинної та вторинної обмоток однофазних трансформаторів або фазовий зсув між одноіменними лінійними ЕРС первинної та вторинної обмоток паралельно ввімкнених трифазних трансформаторів має бути однаковим;

— для розподілу навантаження між трансформаторами пропорційно їх номінальних потужностей, напруги короткого замикання трансформаторів повинні бути однаковими.

Для однофазних трансформаторів вектори ЕРС (або напруги) первинної та вторинної обмоток при однаковому їх намотуванні та маркуванні зсунені на кут, близький до нуля (рис. 8.15, а). Якщо змінити маркування вторинної обмотки на протилежне, фаза вторинної ЕРС зміниться на  $180^\circ$  (рис. 8.15, б). Для позначення цих фазових зсувів між ЕРС або напругами використовують поняття групи з'єднань трансформаторів, які позначають номерами від 0 до 11. Вектор ЕРС  $E_{AX}$  або напруги  $U_{AX}$ , високої сторони приймають за хвилину стрілку годинника, а вектор ЕРС  $E_{ax}$  або напруги  $U_{ax}$  — за годинну стрілку годинника (рис. 8.15). Якщо ці вектори співпадають, то однофазний трансформатор має групу з'єднань 1/1—0 (рис. 8.15, а), якщо ж ці вектори зсунені на  $180^\circ$  — групу з'єднань 1/1—6 (рис. 8.15, б).

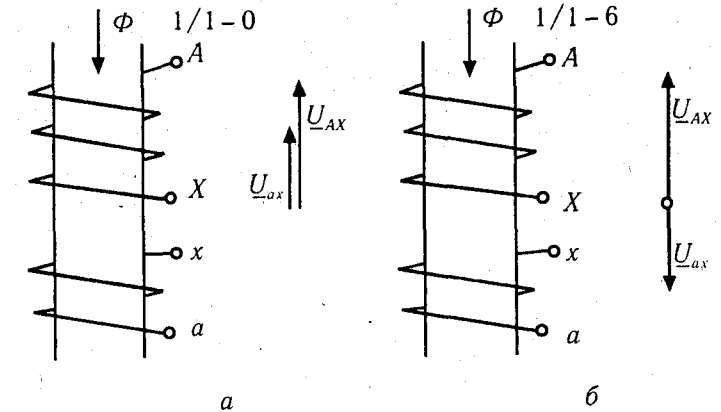


Рис. 8.15

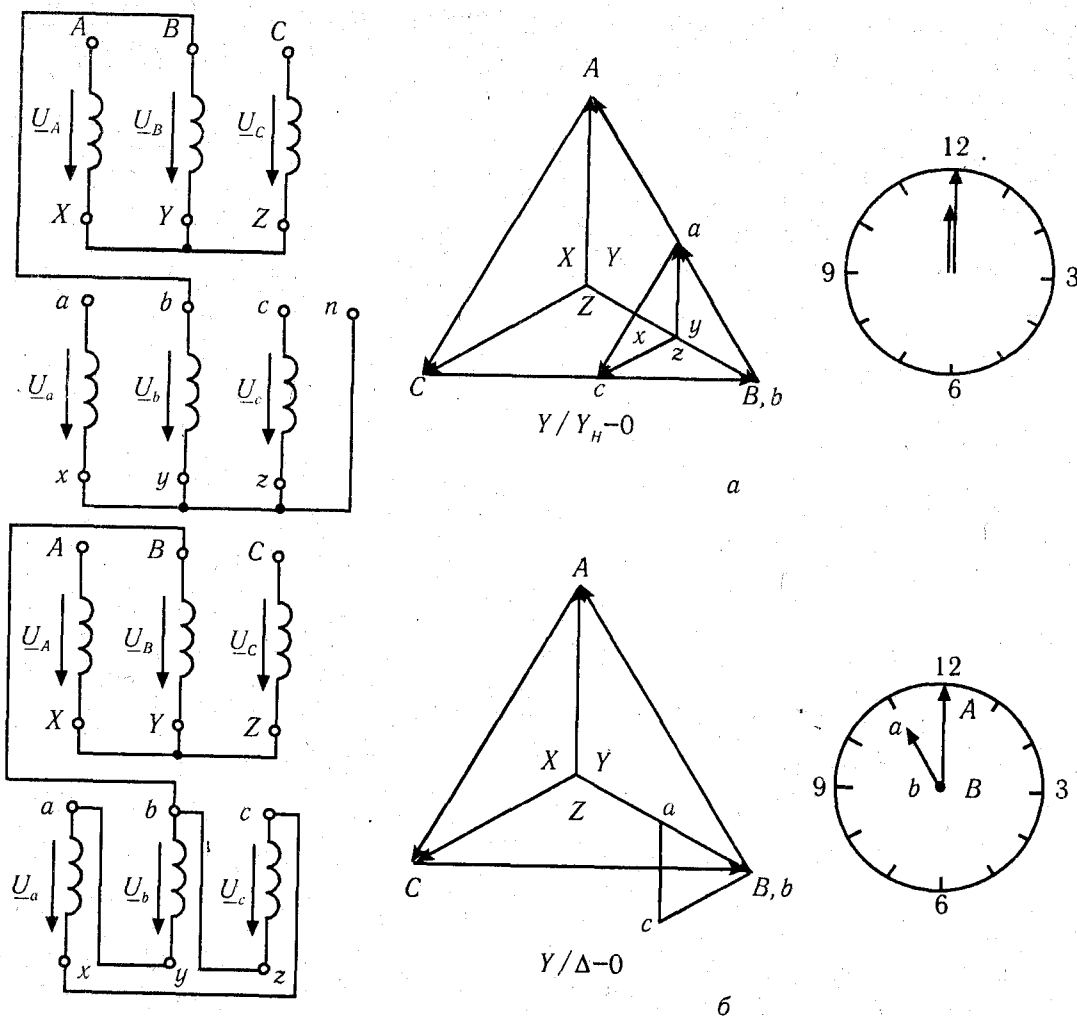


Рис. 8.16

У трифазних трансформаторах обмотки однієї фази високої та низької сторони розташовані на одному стержні, отже їх ЕРС, або напруги на них можуть або співпадати, або бути протилежними по фазі. Але в залежності від схеми з'єднань обмоток трансформаторів (зірка чи трикутник) і послідовності з'єднань початків і кінців фазних обмоток, можна отримати різні групи з'єднань. Для виявлення номера групи з'єднань трифазних трансформаторів вектор однієї з його лінійних напруг на високій стороні, наприклад  $\underline{U}_{AB}$ , слід прийняти за хвилину стрілку годинника, а вектор відповідної лінійної напруги  $\underline{U}_{AX}$  — за годинну стрілку. Якщо ці напруги співпадають по фазі, то обидві стрілки годинника стоятимуть на цифрі 12, тобто будуть показувати нуль годин. Або нульову групу з'єднань.

Для трифазних трансформаторів використовують звичайно лише дві групи з'єднань — нульову та одинадцятую. Нульовій групі відповідає з'єднання обмоток зірка/зірка з виведеною нульовою точкою ( $Y/Y_H-0$ ), а одинадцятій групі — схема з'єднання зірка/трикутник ( $Y/\Delta-11$ ) або зірка з виведеною нульовою точкою/трикутник ( $Y_H/\Delta-11$ ). При позначенні схеми з'єднань обмоток трансформатора першою вказують схему з'єднань обмоток високої напруги, а потім — схему з'єднань обмоток низької напруги.

Наприклад, схема з'єднань обмоток  $Y/Y_H-0$  та відповідна їй векторна діаграма показані на рис. 8.16, а, а схема з'єднань  $Y/\Delta-11$  та відповідна їй векторна діаграма — на рис. 8.16, б. Точки  $B$  та  $b$  обмоток трансформатора можна з'єднати проводом, що забезпечить однаковість їх потенціалів. Подавши трифазну напругу на клеми  $A, B, C$  і вимірявши вольтметром напруги  $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}, U_{AX}, U_{BY}, U_{CZ}$  можна побудувати в масштабі діаграму лінійних та фазних напруг обмотки високої напруги, а помірявши напруги  $U_{Aa}, U_{Ba}, U_{Cc}, U_{Bc}$  — визначити положення точок "а" та "с" відносно точок  $A, B$  та  $C$  і побудувати трикутник лінійних напруг  $U_{ab}, U_{bc}, U_{ca}$  на векторній діаграмі. Взаємне розташування векторів напруг  $U_{Ab}$  та  $U_{ab}$  дає можливість визначити групу з'єднань трансформатора.

## 8.8 АВТОТРАНСФОРМАТОРИ

*Автотрансформатор* — це трансформатор з однією обмоткою, частину витків якої використовують як вторинну обмотку. Автотрансформатори можуть бути використані як для зниження, так і для підвищення напруги. Принципова схема знижувального автотрансформатора показана на рис. 8.17.

Як і у звичайному трансформаторі магнітний потік у магнітопроводі автотрансформатора жорстко прив'язаний до напруги мережі (див. 8.1):  $\vec{U}_1 \approx \vec{E}_1 = 4,44 \cdot f \cdot w_1 \cdot \Phi_{Mm}$ . Цей магнітний потік індукуює у кожному витку обмотки однакову ЕРС, незалежно від струму в ній. Тому в автотрансформаторі, як і у звичайному трансформаторі

$$\frac{\vec{E}_1}{\vec{E}_2} = \frac{w_1}{w_2} \approx K = \frac{\vec{U}_1}{\vec{U}_2} \approx \frac{\vec{I}_2}{\vec{I}_1}$$

В автотрансформаторі струм  $I_{12} = I_1 + I_2$ . Струми  $I_1$  та  $I_2$ , як і у трансформаторі, знаходяться майже у протифазі (векторна діаграма рис. 8.5). Тому, нехтуючи струмом намагнічування  $I_{10}$ , можна вважати, що у частині обмотки "а—х" автотрансформатора дійове значення струму  $\tilde{I}_{12}$  дорівнює різниці  $|\tilde{I}_1 - \tilde{I}_2|$ , завдяки чому струм  $\tilde{I}_{12}$  набагато менший від струму  $\tilde{I}_1$ . Це дозволяє виконати спільну ділянку обмотки між виводами "а—х" з більш тонкого проводу, що знижує вартість і габарити обмотки.

Розрахункова повна потужність кожної з обмоток звичайного трансформатора

$$S_T = \tilde{U}_1 \tilde{I}_1 \approx \tilde{U}_2 \tilde{I}_2.$$

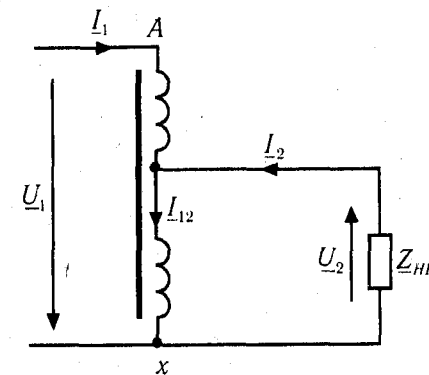


Рис. 8.17

В автотрансформаторі розрахункова повна потужність частини обмотки між виводами "а—х"

$$S_{ax} = \tilde{U}_2(\tilde{I}_2 - \tilde{I}_1) \approx \tilde{U}_2 \tilde{I}_2 \left(1 - \frac{1}{K}\right).$$

Розрахункова повна потужність частини обмотки "А—а"

$$S_{Aa} = (\tilde{U}_1 - \tilde{U}_2)\tilde{I}_1 = \tilde{U}_1 \tilde{I}_1 \left(1 - \frac{1}{K}\right).$$

Оскільки наближено  $\tilde{U}_1 \tilde{I}_1 \approx \tilde{U}_2 \tilde{I}_2$ , то  $S_{ax} = S_{Aa} = S_{AT}$ . Порівнюючи розрахункові потужності звичайного трансформатора та автотрансформатора при однаковій повній потужності в опорі навантаження отримуємо:

$$\frac{S_{AT}}{S_T} = \frac{\tilde{U}_2 \tilde{I}_2 \left(1 - \frac{1}{K}\right)}{\tilde{U}_2 \tilde{I}_2} = 1 - \frac{1}{K}.$$

З останнього виразу видно, що при значеннях коефіцієнта трансформації  $K = 2+3$  розрахункова потужність автотрансформатора значно менша від потужності звичайного трансформатора,  $S_{AT} = (0,5+0,666)S_T$ . Із збільшенням коефіцієнта трансформації переваги автотрансформатора зменшуються.

Автотрансформатори широко використовують у лабораторіях як регульовані джерела змінної напруги. Для цього вивід "а" у лабораторних автотрансформаторів виконують у вигляді ковзного контакту, внаслідок чого положення точки "а" можна змінювати від положення "х" (тоді  $\tilde{U}_2 = 0$ ) до "А" (тоді  $\tilde{U}_2 = \tilde{U}_1$ ).

Трифазні автотрансформатори використовують для сполучення електроенергетичних мереж з співвідношенням напруг не більше як 2, наприклад мереж з напругами 110 кВ та 220 кВ.

Недоліком автотрансформаторів є наявність гальванічного зв'язку між сторонами високої та низької напруги. Тому не можна використовувати автотрансформатор, наприклад, для живлення споживача напругою 24 В від мережі з напругою 380 В, оскільки це було б небезпечно для обслуговуючого персоналу, який уявляв би собі, що має справу з безпечною напругою 24 В.

## 8.9. ВИМІРЮВАЛЬНІ ТРАНСФОРМАТОРИ

Вимірювальні трансформатори струму та напруги використовують для розширення границь вимірювань приладів та підвищення безпеки завдяки відокремленню кіл вимірювальних приладів від кіл високої напруги.

Трансформатор напруги виконують як двохобмотковий знизувальний однофазний трансформатор ( $K = w_1/w_2 > 1$ ) з групою з'єднань 1/1—0. Схема вмикання обмоток вимірювального трансформатора показана на рис. 8.18. Для зменшення похибок вимірювання обмотки трансформатора виконують з невеликими опорами  $Z_1$  та  $Z_2$ , а магнітопровід — з великим перерізом, щоби уникнути його насичення магнітним потоком. Звичайно навантаженням трансформаторів напруги є обмотки вольтметрів або обмотки

напруги ватметрів, які мають досить великий опір, тому трансформатор напруги працює в режимі, наближеному до режиму холостого ходу. У такому режимі можна вважати, що  $\tilde{U}_1 = \tilde{E}_1$ ,  $\tilde{U}_2 = \tilde{E}_2$ , а коефіцієнт трансформації  $K = w_1/w_2 = \tilde{E}_1/\tilde{E}_2 = \tilde{U}_1/\tilde{U}_2$ . Отже, маючи виміряну вольтметром напругу  $\tilde{U}_2$ , можна визначити вимірювану напругу  $\tilde{U}_1$ :

$$\tilde{U}_1 = K\tilde{U}_2. \quad (8.19)$$

Напруга  $\tilde{U}_2$  на виході вимірювального трансформатора відтворює вимірювану напругу  $\tilde{U}_1$  з певною похибкою по величині напруги та по фазі. Відносна похибка по величині напруги дорівнює відношенню різниці між напругою  $K\tilde{U}_2$ , визначеною за показами вольтметра та дійсною напругою  $\tilde{U}_1$  до напруги  $\tilde{U}_1$  у відсотках:

$$\delta_u = \frac{K\tilde{U}_2 - \tilde{U}_1}{\tilde{U}_1} \cdot 100\%.$$

Кутову похибку визначають як кут  $\alpha_u$  між векторами  $\underline{U}_1$  та  $-\underline{U}'_2$  (рис. 8.5) і виражають у кутових хвилинах. Наявність кутової похибки впливає на покази ватметрів, лічильників, фазометрів. Трансформатори напруги бувають трьох класів: 0,5, 1 та 3. Кутова похибка таких трансформаторів лежить відповідно в межах 20+40 кутових хвилин.

Вимірювальний трансформатор струму, як і звичайний двохобмотковий трансформатор, має феромагнітне осердя з первинною та вторинною обмотками. Схема вмикання трансформатора та струмових обмоток вимірювальних приладів показана на рис. 7.8. Деякі трансформатори струму мають конструкцію, яка дозволяє пропускати провід у вікно магнітопроводу. Такий трансформатор називають прохідним, його первинну обмотку можна створити проводом, намотаним через вікно на магнітопровід.

Трансформатори випускають на струми первинної обмотки від 1 до 40 000 А. Номінальний струм вторинної обмотки звичайно дорівнює 1 або 5 А. Вторинна обмотка вмикається на низькоомне навантаження, утворене струмовими обмотками вимірювальних приладів. Отже, трансформатор струму працює практично у режимі короткого замикання і робочі струми в його обмотках  $\tilde{I}_1$  та  $\tilde{I}_2$  набагато більші від струму холостого ходу трансформатора  $\tilde{I}_{10}$ . Прийнявши струм  $\tilde{I}_{10} = 0$ , отримуємо з заступної схеми трансформатора (рис. 8.4), що

$$\tilde{I}_1 = \tilde{I}_2 = \tilde{I}_2 \frac{w_2}{w_1} = \tilde{I}_2 \cdot K_{21}. \quad (8.20)$$

Вимірявши невеликий струм  $\tilde{I}_2$  у вторинній обмотці трансформатора (рис. 7.8) і помноживши його на коефіцієнт трансформації  $K_{21}$ , можна визначити вимірюваний великий струм  $\tilde{I}_1$ . Насправді струм  $\tilde{I}_{10}$  не дорівнює нулю і вектори струмів  $\underline{I}_1$  та

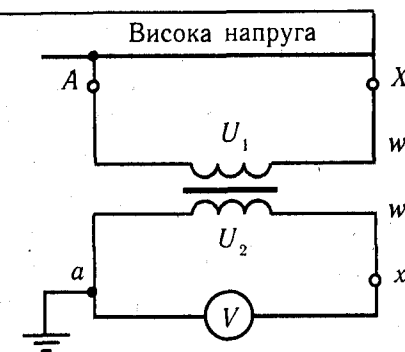


Рис. 8.18

$-I_2'$  не співпадають по фазі, як це і показано на векторній діаграмі (рис. 8.5), і відрізняються дещо по величині. Це дає похибку як по величині струму

$$\delta_i = \frac{\tilde{I}_2 K_{21} - \tilde{I}_1}{\tilde{I}_1} \cdot 100, \%$$

так і по фазі. Кутова похибка трансформаторів струму звичайно не перевищує 20+120 кутових хвилин. Похибка по струму залежить від класу точності трансформатора. Номінальні класи точності вимірювальних трансформаторів струму — 0,2, 0,5, 1, 3, 5.

Якщо трансформатор струму працює у режимі КЗ, то, як і в звичайного трансформатора, магніторушійна сила його обмоток дорівнює магніторушійній силі первинної обмотки при холостому ході (розділ 8.4):

$$\tilde{I}_1 w_1 + \tilde{I}_2 w_2 = I_{10} w_1.$$

Первинна номінальна напруга трансформатора струму  $\tilde{U}_{1n}$  звичайно не перевищує декількох сотень мілівольт, тобто дуже мала. Тому дуже мала й МРС  $I_{10} w_1$ . Можна прийняти, що  $I_{10} w_1 \approx 0$ . Якщо розімкнути вторинне коло трансформатора струму, то струм первинної обмотки  $\tilde{I}_1$ , заданий робочим колом, в якому вимірюють струм, лишається незмінним і струм  $\tilde{I}_{10}$  згідно з заступною схемою трансформатора на рис. 8.4 стає рівним струмові  $\tilde{I}_1$ , тобто багатократно збільшується. Це означає, що багатократно збільшується струм намагнічування трансформатора та його магнітний потік. Внаслідок цього виникає велика напруга у вторинній обмотці трансформатора, яка може привести до пробоя ізоляції. Крім того втрати у сталі магнітопроводу різко зростають, осердя трансформатора може перегрітися, а трансформатор — згоріти. Тому при проведенні вимірювань **не можна робити перемикання у вимірювальному колі трансформатора струму, а саму вторинну обмотку слід заземлювати. При відсутності вимірювальних приладів вторинна обмотка повинна бути замкнена накоротко спеціальною перемичкою.**

## 8.10. ЗВАРЮВАЛЬНІ ТРАНСФОРМАТОРИ

При дуговому зварюванні на змінному струмі топним електродом регулярно виникає коротке замикання дугового проміжку, наприклад при збудженні дуги та під час переходу розплавленої краплі металу з електроду до зварювальної ванни. Зовнішня характеристика звичайних трансформаторів досить жорстка (рис. 8.10) і кожне таке коротке замикання викликало б великі кидки струму. Тому для забезпечення сталого горіння дуги і зменшення кидків струму зварювальні трансформатори повинні мати малу електромагнітну інерцію і м'яку зовнішню характеристику (тобто характеристику з великим кутом нахилу до осі абсцис). Для збільшення нахилу зовнішньої характеристики згідно з (8.12) достатньо збільшити опір  $X_k$  короткого замикання трансформатора. При збільшенні  $X_k$  зростає зміна напруги трансформатора  $\Delta \tilde{U}$ , тобто зовнішня характеристика стає більш похилою.

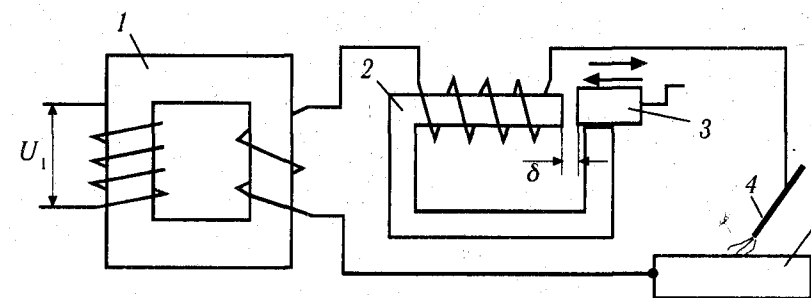


Рис. 8.19

На рис. 8.19 представлена одна з можливих схем пересувного зварювального трансформатора з нормальним магнітним розсіюванням та окремим дроселем. Послідовно з вторинною обмоткою звичайного однофазного трансформатора 1 ввімкнено обмотку дроселя 2 з рухомих ярмом 3, електрод 4 та зварювану деталь 5. При виникненні короткого замикання між електродом 4 та деталлю 5 струм вторинної обмотки трансформатора обмежено реактивним опором обмотки дроселя. Пересовуючи рухоме ярмо 3 можна змінювати повітряний проміжок  $\delta$  у магнітопроводі дроселя, а з ним і магнітний опір магнітопроводу, що призводить до зміни магнітного потоку у магнітопроводі і індуктивного опору обмотки дроселя. При  $\delta = 0$  індуктивний опір обмотки дроселя максимальний, а зварювальний струм мінімальний. При максимальному повітряному проміжку струм приймає максимальне значення. Величину струму короткого замикання можна плавно регулювати зміною довжини повітряного проміжку в магнітопроводі дроселя.

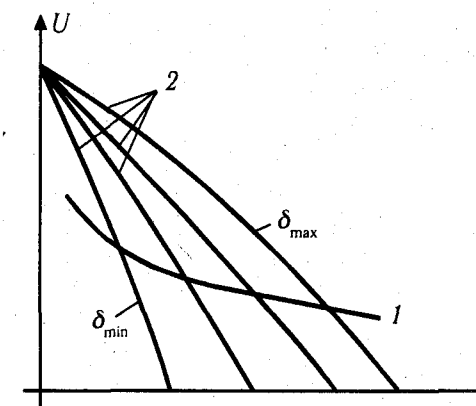


Рис. 8.20

На рис. 8.20 показана спадаюча ділянка вольт-амперної характеристики електричної дуги 1, яка використовується при ручному зварюванні, та декілька зовнішніх характеристик 2 зварювального трансформатора, що відповідають різним значенням довжини повітряного проміжку  $\delta$ . Місце перетину вольт-амперної характеристики дуги із зовнішньою характеристикою трансформатора визначає можливу робочу точку при заданій величині проміжку  $\delta$ .

## 8.11. РЕЗЮМЕ

1. *Трансформатор* — статичний електромагнітний пристрій, призначений для перетворення однієї змінної напруги в одну або декілька змінних напруг іншого рівня однакової частоти. Передача енергії від первинної обмотки, ввімкненої до мережі живлення, до вторинної обмотки здійснюється змінним магнітним потоком, створеним у сталевому магнітопроводі. У високочастотних трансформаторів магнітопровід може бути відсутнім або виготовленим з феромагнітних матеріалів.

2. Трансформатор звичайно має дві або більше обмоток, розміщених на магнітопроводі. Магнітопровід виготовляють з пластин електротехнічної сталі або із сталевих стрічки. Обмотки виготовляють з ізоляваного мідного або алюмінієвого (у трансформаторах великої потужності) проводу.

3. Ідеалізований трансформатор має обмотки, які не створюють магнітні потоки розсіювання та не мають омичних опорів (див. розділ 6.1), для ідеалізованого трансформатора коефіцієнт трансформації

$$K = \frac{\tilde{U}_1}{\tilde{U}_2} = \frac{\tilde{I}_2}{\tilde{I}_1} = \frac{w_1}{w_2}$$

Тут  $\tilde{U}_1$ ,  $\tilde{U}_2$ ,  $\tilde{I}_1$  та  $\tilde{I}_2$  — дійові значення первинних та вторинних напруг та струмів обмоток трансформатора, а  $w_1$  та  $w_2$  — кількість витків обмоток. З деяким наближенням властивості ідеалізованого трансформатора можна вважати притаманними і трансформаторам реальним.

4. Номінальною потужністю трансформатора називають повну номінальну потужність  $S_n = \tilde{U}_{1n} \tilde{I}_{1n}$ , ВА.

5. Для аналізу кіл з трансформаторами електромагнітний зв'язок між первинною та вторинною обмотками замінюють зв'язком електричним за умовою, що потужності в обмотках трансформатора залишаються незмінними. З цією метою замінюють реальну вторинну обмотку з кількістю витків  $w_2$  обмоткою, зведеною за кількістю витків до первинної, тобто обмоткою з кількістю витків  $w'_2 = w_1$ . Такий трансформатор можна представити заступними схемами, показаними на рис. 8.4, в яких:  $R_1$  та  $R'_2$  — омичні опори провідників первинної обмотки та, відповідно, провідників вторинної обмотки, зведеної за кількістю витків до обмотки первинної;  $X_1$  та  $X'_2$  — індуктивні опори розсіювання первинної обмотки та, відповідно, вторинної обмотки, зведеної за кількістю витків до первинної;  $X_\mu$  або  $X_0$  — індуктивний опір первинної обмотки, зумовлений магнітним потоком у магнітопроводі;  $R_\mu$  або  $R_0$  — активний опір, втрати в якому відповідають втратам у сталі магнітопроводу трансформатора.

6. Холостим ходом трансформатора називають режим, в якому струм у вторинній обмотці дорівнює нулю, тобто режим, при якому вторинна обмотка не з'єднана з навантаженням. Дослід холостого ходу виконують при номінальній напрузі на первинній обмотці трансформатора. Звичайно струм холостого ходу  $\tilde{I}_{10} \approx (0,01 + 0,1)\tilde{I}_{1n}$ . Оскільки  $R_0 \gg R_1$ , у досліді ХХ мають місце лише втрати в сталі магнітопроводу. Втратами в міді (тобто в обмотках трансформатора) можна нехтувати. За даними вимірів у досліді холостого ходу визначають параметри заступної схеми  $R_0$  та  $X_0$

(або  $R_\mu$  та  $X_\mu$ ). Напругу  $\tilde{U}_{20}$ , виміряну в досліді холостого ходу трансформатора на виводах його вторинної обмотки, вважають номінальною напругою вторинної обмотки.

7. Режим короткого замикання (КЗ) трансформатора виникає, якщо замкнути між собою виводи його вторинної обмотки. Якщо напруга  $\tilde{U}_1$  при короткому замиканні має номінальне значення, то струм у первинній обмотці  $\tilde{I}_{1k}$  набагато більший від номінального струму  $\tilde{I}_{1n}$ ,  $\tilde{I}_{1k} \approx 10 + 25\tilde{I}_{1n}$ , тому при проведенні досліді короткого замикання трансформатора напругу  $\tilde{U}_1$  зменшують так, щоб струм в обмотках трансформатора дорівнював номінальному струму. Таку напругу називають напругою короткого замикання  $\tilde{U}_{1k}$ . Звичайно  $\tilde{U}_{1k} \approx 0,04 + 0,1\tilde{U}_{1n}$ . Активна потужність, виміряна у досліді короткого замикання дорівнює втратам в обмотках трансформатора при протіканні по них номінальних струмів. За даними вимірів з досліді короткого замикання визначають параметри заступної схеми  $R_1$ ,  $R'_2$ ,  $X_1$ ,  $X'_2$ .

8. Після підключення до вторинної обмотки опору навантаження  $Z_{нв}$  напруга на вторинній обмотці дещо зменшується внаслідок появи падіння напруги на опорах обмоток трансформатора. Різницю цих напруг  $\Delta\tilde{U} = \tilde{U}_{20} - \tilde{U}_2$  називають зміною напруги трансформатора. Приймаючи за базові одиниці  $\tilde{U}_{16} = \tilde{U}_{1n}$ ,  $\tilde{I}_{16} = \tilde{I}_{1n}$  зміну напруги трансформатора у відносних одиницях можна визначити за виразом

$$\Delta\tilde{U}_* = \beta(\tilde{U}_{1ка*} \cos \varphi_2 + \tilde{U}_{1кр*} \sin \varphi_2).$$

Тут  $\beta = \tilde{I}_1 / \tilde{I}_{1n}$  — коефіцієнт завантаження трансформатора струмом,  $\tilde{U}_{1ка*} = \tilde{I}_{1n}(R_1 + R'_2) / \tilde{U}_{1n}$ ,  $\tilde{U}_{1кр*} = \tilde{I}_{1n}(X_1 + X'_2) / \tilde{U}_{1n}$ ,  $\varphi_2$  — кут фазового зсуву навантаження.

9. При номінальному струмі в обмотках втрати в них дорівнюють потужності  $P_{1к}$ , виміряній у досліді КЗ. Оскільки  $P_{1к} = \tilde{I}_{1n}^2 R_k$ , то при інших струмах втрати в міді обмоток дорівнюватимуть  $\Delta P_\mu = (\beta \tilde{I}_{1n})^2 \cdot R_k = \beta^2 P_{1к}$ . Втрати в сталі залежать від частоти мережі живлення та магнітної індукції у магнітопроводі трансформатора. Отже втрати у сталі є незмінними і не залежать від завантаження трансформатора струмом. Втрати у сталі дорівнюють активній потужності трансформатора, виміряній у досліді ХХ,  $\Delta P_c = P_{10}$ .

10. Коефіцієнтом корисної дії (ККД) трансформатора називають відношення активної потужності, відданої трансформатором приймачу, до активної потужності, споживаної трансформатором з мережі. З врахуванням коефіцієнта потужності навантаження та завантаження трансформатора струмом ККД трансформатора дорівнює

$$\eta = \frac{\beta S_n \cos \varphi_2}{\beta S_n \cos \varphi_2 + \beta^2 P_{1к} + P_{10}}$$

ККД має максимальне значення, коли втрати в міді трансформатора дорівнюють втратам у сталі; тобто коли  $\beta^2 P_{1к} = P_{10}$ . Звичайно трансформатори проектують так, щоб цей максимум наступав при  $\beta = 0,7$ . Тоді ККД трансформаторів середньої та великої потужності лежить приблизно у межах 0,95+0,99, тобто втрати у трансформаторах не перевищують (1+5)% від їх номінальної потужності.

11. Трифазний трансформатор може бути створений з трьох однофазних трансформаторів з окремими магнітопроводами. Такий трансформатор називають груповим. Найбільш поширеним серед трифазних трансформаторів в системах

електропостачання є трансформатор з тристержневим магнітопроводом. Звичайно тристержневий магнітопровід трансформатора разом з намотаними на нього обмотками розміщують у герметично закритому металевому баку, заповненому трансформаторною оливою. Призначення трансформаторної оливи — забезпечувати краще охолодження обмоток трансформатора і одночасно запобігти контакту ізоляції обмоток з киснем повітря. Робота в оливному середовищі уповільнює старіння ізоляції.

12. Електропостачання приймачів у електроенергетиці здійснюють звичайно не від одного трансформатора великої потужності, а від групи паралельно ввімкнених на спільне навантаження трансформаторів меншої потужності. При вмиканні трансформаторів на паралельну роботу необхідно, щоби трансформатори мали однакові номінальні первинні та вторинні лінійні напруги; однакові групи з'єднань обмоток та однакові напруги короткого замикання.

13. Для зменшення витрат сталі та міді виготовляють трансформатори, які мають лише одну обмотку, частину витків якої використовують як вторинну обмотку, — так звані автотрансформатори. Потужність в автотрансформаторах подається до вторинної обмотки частково електромагнітним шляхом, як у звичайного трансформатора, а частково електричним, завдяки прямому електричному зв'язку первинної та вторинної обмоток. Гальванічний зв'язок між обмотками є одночасно недоліком автотрансформаторів з точки зору безпеки роботи персоналу, що їх використовує.

14. Вимірювальні трансформатори струму та напруги використовують для розширення границь вимірювань приладів та підвищення безпеки завдяки відокремленню кіл вимірювальних приладів від кіл високої напруги.

15. В електрозварюванні широко використовують спеціальні зварювальні трансформатори. Для забезпечення сталого горіння дуги і зменшення кидків струму при коротких замиканнях дугового проміжку зварювальні трансформатори повинні мати м'яку зовнішню характеристику (тобто характеристику з великим кутом нахилу до осі абсцис). Тому вони мають у своєму складі так чи інакше конструктивно оформлений дросель з регульованим повітряним проміжком, ввімкнений послідовно із дуговим проміжком. Зміною повітряного проміжку можна регулювати індуктивний опір обмотки дроселя та змінювати нахил зовнішньої характеристики зварювального трансформатора.

## ЕЛЕКТРИЧНІ МАШИНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

### 9.1. ПРИЗНАЧЕННЯ, БУДОВА, ПРИНЦИП РОБОТИ МАШИНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Електричні машини постійного струму перетворюють електричну енергію постійного струму в механічну (двигуни) і навпаки, механічну енергію, підведена до вала машини, у електричну енергію постійного струму (генератори).

Як двигуни машини постійного струму використовують в електроприводах механізмів з регульованою частотою обертання. Використовують машини постійного струму і як генератори для живлення автономних кіл постійного струму, зокрема на залізничному та автомобільному транспорті, річкових та морських суднах. Але у зв'язку з розвитком напівпровідникової перетворювальної техніки великої потужності, яка дозволяє безпосередньо перетворювати електричну енергію широко розповсюджених мереж змінного струму в електричну енергію постійного струму з регульованою напругою, область використання генераторів постійного струму суттєво скорочується.

**Принцип роботи генераторів постійного струму заснований на законі електромагнітної індукції, тобто на явищі індукування ЕРС у провідниках, які рухаються у магнітному полі. Принцип роботи двигунів постійного струму заснований на здатності магнітного поля створювати електромагнітну силу, яка діє на провідник із струмом, розміщений у цьому полі.**

Якщо рухати провідник в однорідному магнітному полі  $\Phi$  із швидкістю  $v$  перпендикулярно лініям поля (рис. 9.1, а), то в провіднику індукуватиметься стала ЕРС  $E$

$$E_{np} = B \cdot l \cdot v, \quad (9.1)$$

де  $B$  — індукція магнітного поля,  $l$  — довжина провідника,  $v$  — лінійна швидкість провідника.

Згідно з правилом правої руки ця ЕРС напрямлена в площину рисунка, що позначено на рис. 9.1, а хрестиком. Якщо з декількох таких послідовно з'єднаних провідників створити обмотку, то її можна зобразити заступною схемою у вигляді ідеального джерела напруги з ЕРС  $E$ , яка дорівнює сумі ЕРС окремих провідників  $E_{np}$ , та омичного опору обмотки (рис. 9.1, б). Обмотки електричних машин, в яких створюється основна ЕРС, називають якірними, тому опір обмотки якоря позначено на заступній схемі як  $R_{я}$ . Якщо до виводів такої обмотки якоря вимикачем



SI підключити опір навантаження  $R$  (рис. 9.1, б), то, згідно з другим законом Кірхгофа напруга на її виводах дорівнюватиме:

$$U = E - R_{\text{я}} I_{\text{я}}. \quad (9.2)$$

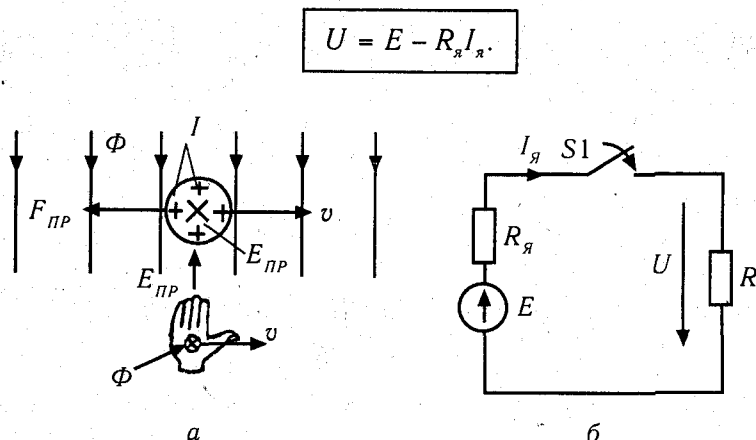


Рис. 9.1

Під дією ЕРС  $E$  у провідниках обмотки потече струм  $I_{\text{я}}$ , напрям якого співпадає з напрямом ЕРС (рис. 9.1). На провідник із струмом, розміщений у магнітному полі, діє, як відомо, електромагнітна сила  $F_{\text{пр}}$ , напрям якої визначають за правилом лівої руки (рис. 9.2, а). Тому на провідники якірної обмотки генератора, по якій тече струм, буде діяти гальмівна сила, яка для кожного провідника із струмом  $I_{\text{пр}}$  визначається згідно з (5.2) виразом

$$F_{\text{пр}} = B \cdot l \cdot I_{\text{пр}}. \quad (9.3)$$

Чим більший струм протікатиме в обмотці якоря генератора, тим більший гальмівний момент вона створюватиме і тим більший рушійний момент треба прикладати до вала генератора зі сторони первинного двигуна.

Якщо ж той самий провідник помістити в однорідне магнітне поле і пропустити по ньому струм  $I$  того ж напрямку, що й на рис. 9.1, а, то на нього буде діяти електромагнітна сила  $F_{\text{пр}}$  того ж напрямку (рис. 9.2, а). Якщо надати такому провіднику можливість рухатися у магнітному полі в напрямку сили  $F_{\text{пр}}$ , він буде рухатися з певною швидкістю  $v$  і в провідникові індукватиметься ЕРС  $E_{\text{пр}} = B \cdot l \cdot v$  протилежного струму напрямку (рис. 9.2). Заступна схема якірної обмотки двигуна постійного струму з прикладеною до неї напругою зовнішньої мережі  $U$  показана на рис. 9.2, б. Згідно з другим законом Кірхгофа прикладена до якоря напруга у колі (рис. 9.2, б) дорівнює

$$U = E + R_{\text{я}} I_{\text{я}}. \quad (9.4)$$

**Рівняння (9.2) та (9.4) є, відповідно, рівняннями електричного стану кола якоря генератора та двигуна.** Якщо ЕРС  $E$  більша від напруги на виводах машини  $U$ , — маємо режим генератора, а якщо навпаки  $E < U$ , — маємо режим двигуна. Це говорить про те, що **одна й та сама машина може працювати як**

**у режимі генератора, так і у режимі двигуна. Таку властивість називають оборотністю електричних машин.**

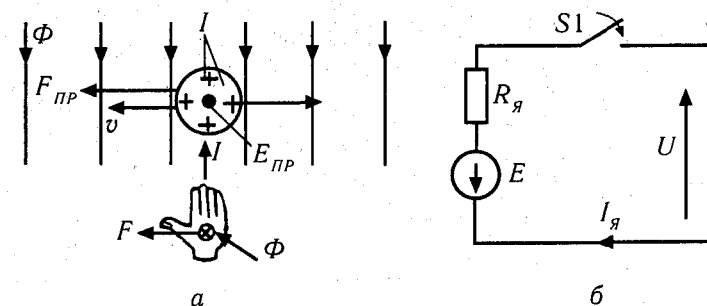


Рис. 9.2

Принцип дії машини постійного струму реалізують у конструкції, схематично показаній на рис. 9.3. Основними її елементами є нерухомий статор 1 та рухомий якір 2. Статор виконано у вигляді станини з сталі або чавуну з опорами ("лапами"). До статора прикріплені головні полюси 3 з обмоткою збудження 4 та додаткові полюси 5 з обмоткою 6. У машинах малої потужності (менше 300 Вт) додаткові полюси відсутні.

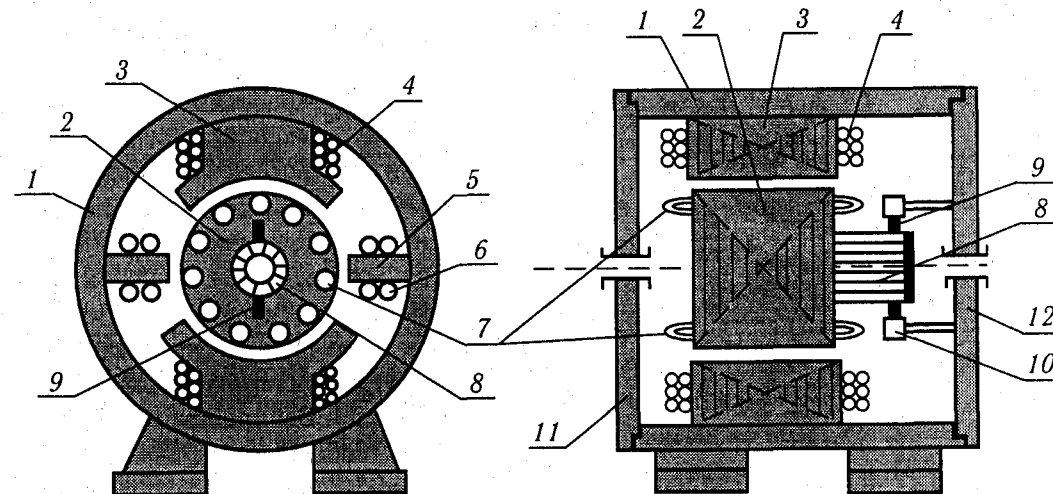


Рис. 9.3

Якір являє собою посаджений на вал машини сталевий циліндр з поздовжніми пазами, до яких закладено обмотку якоря 7. Разом з якорем на валу машини встановлено колектор 8, виготовлений у вигляді мідного циліндру, складеного з мідних пластин, ізолюваних одна від одної, а також і від валу машини. До колекторних пластин

певним чином підключені провідники обмотки якоря. Електричний контакт між обертовим колектором і нерухомими зовнішніми виводами кола якоря здійснюють за допомогою нерухомих щіток 9, закріплених у щіткотримачах 10. Щітки виготовляють у вигляді брусків з графітних матеріалів. При обертанні якоря щітки забезпечують ковзний контакт з колектором.

Вал рухомої частини машини — ротора — встановлено на підшипники, закріплені у передньому 11 та задньому 12 підшипникових щитах, які забезпечують сувісність статора та ротора і рівномірність повітряного проміжку між їх поверхнями.

Полюси і якір набирають з тонких сталевих листів, ізолюваних між собою оксидною плівкою або лаком, що необхідно для зменшення втрат в сталі від вихрових струмів. Здебільшого машини постійного струму мають дві або три пари полюсів, а машини малої потужності (менше 500 Вт) — одну пару.

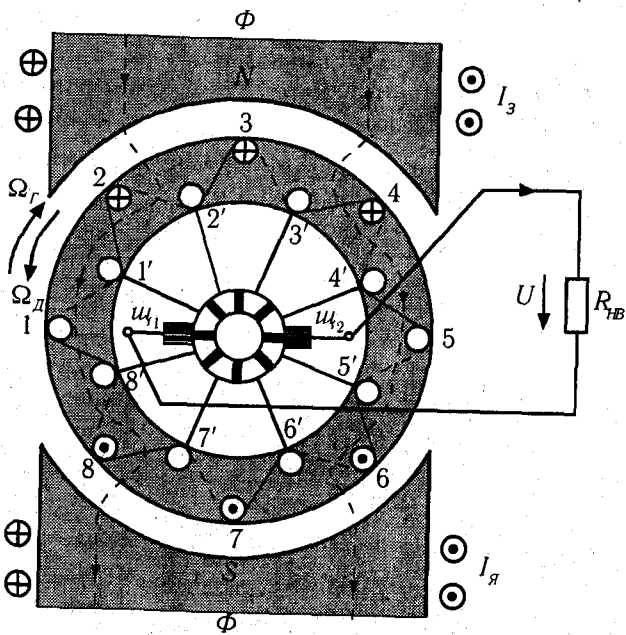


Рис. 9.4

Розглянемо принцип виконання обмотки якоря на прикладі машини постійного струму з двома полюсами і кільцевою обмоткою якоря (рис. 9.4). Хоча в сучасних машинах використовують тільки так звані барабанні обмотки, але властивості цих двох типів обмоток практично співпадають. А вивчати їх зручно на більш простих кільцевих обмотках.

На кільцевому якорі, який являє собою виготовлений з пластин електротехнічної сталі порожнистий циліндр, намотано рівномірно розподілену обмотку, яка має вісім провідників у пазах на зовнішній поверхні якоря (1, 2, 3, ... 8), та вісім провідників у пазах на внутрішній поверхні якоря (1', 2', 3', ... 8'). Всі провідники з'єднані між собою послідовно. Ділянки

обмотки, що з'єднують між собою по торцях тіла якоря провідники, які лежать у пазах, називають лобовими частинами обмотки. На рис. 9.4 видимі лобові частини обмотки 1—2, 2—3, ... 8—1 показані суцільними, а невидимі — штриховими лініями. Кожний провідник 1', 2', ... 8', розташований на внутрішній поверхні якоря, підключено до окремої колекторної пластини. Ділянку обмотки, підключену до двох сусідніх колекторних пластин (наприклад ділянку 8—1—1') називають секцією. Показана на рис. 9.4 обмотка має вісім секцій, підключених до восьми колекторних пластин.

Розташована на полюсах обмотка збудження при наявності у ній постійного струму  $I_з$  створює магнітний потік  $\Phi$ , лінії якого показані на рис. 9.4 штриховими

лініями. Якщо обертати якір із кутовою швидкістю  $\Omega_r$ , зовнішні провідники 1, 2, ... 8 обмотки кільцевого якоря перетинатимуть лінії магнітного поля і в кожному з них буде індукватися згідно з законом електромагнітної індукції ЕРС  $E_{np} = \bar{B} \cdot l \cdot v$ , де  $\bar{B}$  — середня індукція магнітного поля на одному полюсному діленні машини  $\tau$ . Під полюсним діленням розуміють довжину дуги на поверхні якоря, яка припадає на один полюс машини

$$\tau = \frac{\pi D_я}{2p} \quad (9.5)$$

Тут  $D_я$  — зовнішній діаметр якорного циліндра,  $p$  — кількість пар полюсів машини. Іноді полюсне ділення виражають кількістю зубцевих поділок на полюс. На рис. 9.4 полюсне ділення дорівнює чотирьом зубцевим поділкам.

Провідники на внутрішній поверхні кільцевого якоря 1', 2', ... 8', так само як і лобові частини обмотки, не перетинають ліній магнітного поля і ЕРС у них не індукуються. Не перетинають ліній магнітного поля і провідники 1 та 5 (рис. 9.4), які перебувають на так званій геометричній нейтралі машини посередині між полюсами N та S. Тому провідники 1, 2, ... 8 називають активними, а провідники 1', 2', ... 8' — пасивними. Ділянки обмоток 1—2—2'—3—3'—4—4' та 8'—8—7—7'—6—6'—5' ввімкнені паралельно до щіток  $\mathcal{Щ}_1$  та  $\mathcal{Щ}_2$  і створюють дві паралельних вітки обмотки. У секціях 8'—1—1' та 4'—5—5', які перебувають на геометричній нейтралі, ЕРС від потоку  $\Phi$  не створюються і вони замкнені щітками накоротко. ЕРС провідників 2, 3, 4 та 8, 7, 6, ввімкнених послідовно, додаються і створюють на щітках  $\mathcal{Щ}_1$ ,  $\mathcal{Щ}_2$  напругу показаної на рис. 9.4 полярності. Якщо до щіток  $\mathcal{Щ}_1$ ,  $\mathcal{Щ}_2$  підключити опір навантаження  $R_{нв}$ , то по ньому потече струм кола якоря  $I_я$ . При цьому завдяки наявності спаду напруги на двох ковзних контактах щітка-колектор рівняння (9.2) електричного стану якорного кола генератора постійного струму має вигляд:

$$U = E - R_я I_я - 2\Delta U_{щ}$$

Тут  $2\Delta U_{щ}$  — спад напруги на двох щітках. Спад напруги на ковзному контактній щітці мало залежить від струму навантаження, для щіток різних типів він лежить у межах  $\Delta U_{щ} = 0,3 + 1 \text{ В}$ . Для наближених розрахунків спадом напруги на щітках можна нехтувати, тому надалі в рівняннях електричного стану якорного кола машин постійного струму спадом напруги  $2\Delta U_{щ}$  не враховується.

При обертанні якоря кожний провідник перебуває по черзі у верхній та нижній паралельних вітках обмотки. Отже ЕРС у провідниках і струм у них змінний, але відносно щіток напрям ЕРС провідників і паралельних віток не змінюється. Завдяки цьому струм  $I_я$  у зовнішньому колі опору навантаження має незмінний напрям. Таким чином колектор машини відіграє роль електромеханічного випрямляча, який перетворює змінну напругу, індуквану у провідниках обмотки, у постійну напругу на щітках  $\mathcal{Щ}_1$  та  $\mathcal{Щ}_2$ . Напруга ця при обертанні якоря дещо пульсує, але із збільшенням кількості пазів і колекторних пластин ці пульсації стають несуттєвими.

Якщо прикласти до щіток постійну напругу певної полярності так, щоби напрям струмів у провідниках 2—3—4 та 6—7—8 не змінювався ("+" до щітки  $\mathcal{Щ}_1$  та "—"

до щітки  $\text{Щ}_2$ ), то на ці провідники, розміщені у магнітному полі полюсів, діятиме сила, яка обертатиме якір проти годинникової стрілки (рис. 9.4).

Оскільки внутрішні провідники обмотки кільцевого якора є неактивними (не створюють ЕРС), це веде до збільшення витрат міді на виконання обмотки. Для усунення цього недоліку слід підняти внутрішні провідники обмотки кільцевого якора і помістити їх у нижню частину вже існуючих пазів на відстані рівній, або наближено рівній полюсному діленню. Наприклад, якщо провід  $1'$  перенести до нижньої частини паза 5 (тобто покласти його під вже існуючий там провід 5), провід  $2'$  — до паза 6, провід  $3'$  — до паза 7 і т.д., то отримаємо обмотку, схема розгортки якої показана на рис. 9.5, а. Кожна секція обмотки має дві сторони, одна з яких лежить у верхній частині паза ( $1', 2', \dots, 8'$ ), а друга — у нижній частині паза ( $5'', 6'', \dots, 1''$ ). Сторони секцій, що лежать у верхній частині паза машини показані на рис. 9.5 суцільними, а сторони секцій, які розміщені у нижній частині паза — штриховими лініями. Сторони кожної секції підключено до сусідніх колекторних пластин. Схема з'єднань секцій між собою показана на рис. 9.5, б.

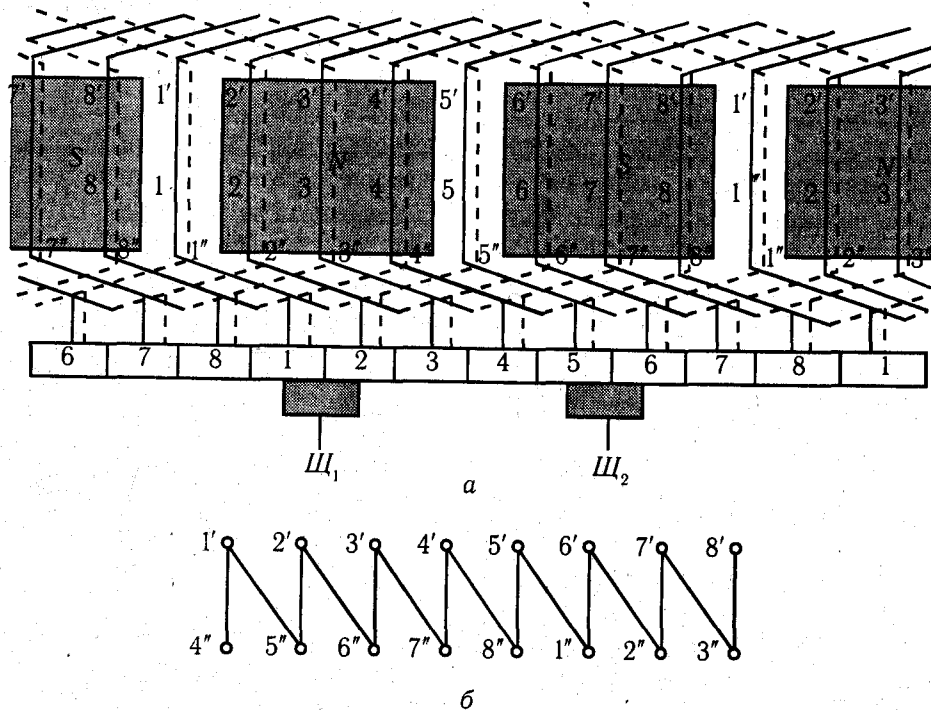


Рис. 9.5

Форма секції показаної на рис. 9.5 обмотки, утвореної, наприклад, провідниками  $1'—5''$  та їх лобовими частинами, підключене до колекторних пластин 1 та 2, нагадує петлю. Тому таку обмотку називають простою петльовою. Намотують її не на кільцевий якір (рис. 9.4), а на барабанний (рис. 9.3). Сторони кожної секції такої обмотки

лежать під різнойменними магнітними полюсами, завдяки чому індуковані у них ЕРС додаються і утворюють ЕРС секції. Котушка секції може мати не один, а декілька витків. Саме такі секції має зображена на рис. 9.5 проста петльова обмотка, кількість полюсів якої  $2p = 2$ , кількість пазів  $Z = 8$ , кількість секцій  $S = 8$ , кількість колекторних пластин  $K = S = 8$ , кількість пар паралельних віток  $a = 1$  і полюсне ділення  $\tau = 4$  зубцевих кроки.

Лобові частини петльової обмотки з'єднують сторони секцій з двома сусідніми колекторними пластинами, що лежать поблизу осі, проведеної посередині секції (рис. 9.5, а). Але можна з'єднувати сторони секцій з двома сусідніми колекторними пластинами з розгортанням лобових частин назовні від секції. Таку обмотку називають хвильовою. Фрагмент з трьох секцій хвильової обмотки з тими ж даними, що й для петльової обмотки рис. 9.5, показаний на рис. 9.6. Петльова та хвильова обмотки є основними типами обмоток машин постійного струму малої та середньої потужності.

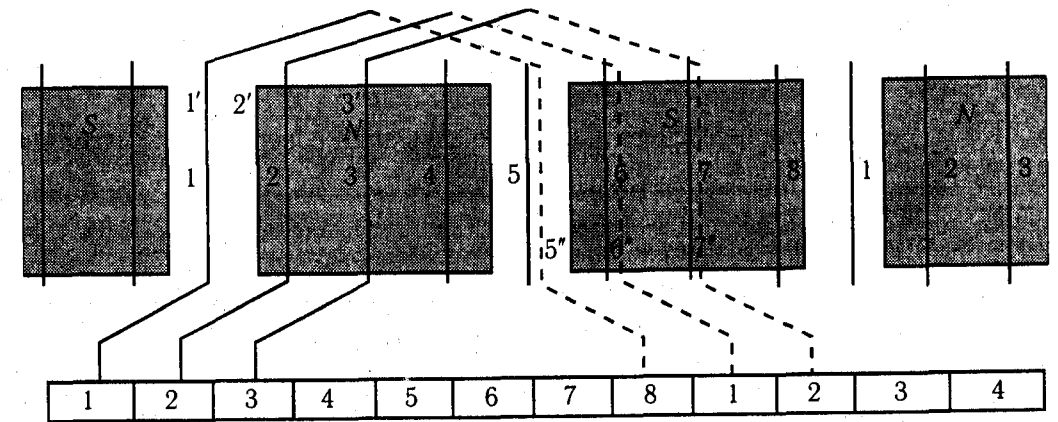


Рис. 9.6

Важливою властивістю простих петльових обмоток є те, що у них кількість пар паралельних віток в обмотці якора дорівнює кількості пар полюсів,  $p = a$ . Проста ж хвильова обмотка незалежно від кількості пар полюсів завжди має одну пару паралельних віток,  $a = 1$ . Число щіток у машинах постійного струму з обома типами обмоток встановлюють відповідно до кількості полюсів. Це роблять для розподілу струму якірного кола на більшу кількість паралельно працюючих щіток і для забезпечення симетрії паралельних віток хвильової обмотки.

## 9.2. ЕЛЕКТРОРУШІЙНА СИЛА ЯКІРНОЇ ОБМОТКИ ТА ЕЛЕКТРОМАГНІТНИЙ МОМЕНТ МАШИНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

На рис. 9.7 показано розгортку одного полюсного ділення машини постійного струму і розподіл магнітної індукції  $B$  під полюсом. Осі  $q—q$  відповідають геометричній нейтралі машини. Реальний розподіл індукції під полюсом має трапецевидний характер, оскільки робочий магнітний потік можна вважати однорідним лише під полюсами

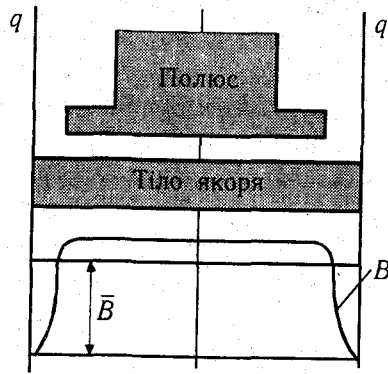


Рис. 9.7

машини, де повітряний проміжок між полюсом і тілом якоря є постійним. Замінивши реальну трапецію розподілу індукції  $B$  рівновеликим за площею прямокутником, отримуємо машину постійного струму з незмінною середньою магнітною індукцією під полюсом  $\bar{B}$ , тобто машину з обмоткою якоря, що рухається у однорідному магнітному полі. Згідно з (9.1) ЕРС одного провідника обмотки якоря такої машини  $E_{np} = \bar{B} \cdot l \cdot v$ . Тут довжина провідника  $l$  відповідає довжині тіла якоря під полюсом. Врахуємо, що середнє значення магнітної індукції  $\bar{B}$  є відношення магнітного потоку полюса  $\Phi$  до площі одного полюсного ділення

$$\bar{B} = \frac{\Phi}{l \cdot \tau}$$

Тут  $\tau$  — довжина полюсного ділення по зовнішній поверхні бочки якоря, м, що дорівнює, згідно з (9.5)

$$\tau = \frac{\pi D_a}{2p}$$

Крім того замінимо лінійну швидкість провідників  $v$  на кутову швидкість якоря:

$$v = \Omega \frac{D_a}{2} = \Omega \frac{2p\tau}{2\pi} = \Omega \frac{p\tau}{\pi}$$

Підставивши значення  $\bar{B}$  та  $v$  до виразу ЕРС провідника, отримуємо

$$E_{np} = \bar{B} \cdot l \cdot v = \frac{\Phi}{l\tau} l \cdot \Omega \frac{p\tau}{\pi} = \frac{p}{\pi} \Phi \Omega$$

Обмотка якоря складається з  $N$  провідників. В межах кожної паралельної вітки провідники з'єднані послідовно (рис. 9.4, 9.5). Тому ЕРС обмотки якоря дорівнює

$$E = E_{np} \frac{N}{2a} = \frac{pN}{2\pi a} \Phi \Omega, \text{ або}$$

$$E = c \Phi \Omega. \quad (9.6)$$

Тут  $c = \frac{pN}{2\pi a}$  — конструктивний коефіцієнт машини;  $\Phi$  — магнітний потік на один полюс машини, Вб;  $\Omega$  — кутова швидкість якоря, с<sup>-1</sup>;  $E$  — ЕРС якоря, В.

**Числовий приклад.** Для машини з простою петльовою обмоткою, показаною на рис. 9.5, при наявності одного витка у кожній секції ( $\omega_c = 1$ ) кількість провідників  $N = 8 \cdot 2$  конструктивний коефіцієнт

$$c = \frac{pN}{2\pi a} = \frac{1 \cdot 8 \cdot 2}{2\pi \cdot 1} = 2,55.$$

Згідно з (9.3) електромагнітна сила, що діятиме на кожний провідник при протіканні у ньому струму  $I_a$ ,  $F_{np} = \bar{B} \cdot l \cdot I_{np}$ . Створений цим провідником обертальний момент дорівнює

$$M_{np} = \frac{D_a}{2} F_{np} = \frac{p\tau}{\pi} \cdot \frac{\Phi}{l\tau} \cdot l \cdot I_{np} = \frac{p}{\pi} \Phi I_{np}$$

Врахувавши, що момент машини створюють  $N$  провідників обмотки і що струм  $I_a = I_{np} \cdot 2a$ , отримуємо вираз для електромагнітного моменту машини постійного струму:

$$M = M_{np} \cdot N = \frac{pN}{2\pi a} \Phi I_a,$$

або

$$M = c \Phi I_a. \quad (9.7)$$

Тут  $c = \frac{pN}{2\pi a}$  — той самий конструктивний коефіцієнт, що й у виразі (9.6);

$\Phi$  — магнітний потік машини, Вб;  $I_a$  — струм якоря, А;  $M$  — електромагнітний момент, Нм. При роботі машини в режимі двигуна електромагнітний момент є обертовим. При роботі машини у режимі генератора електромагнітний момент протидіє обертанню якоря і створює гальмівний момент, який долає первинний двигун генератора.

### 9.3. ПОНЯТТЯ ПРО РЕАКЦІЮ ЯКОРЯ ТА КОМУТАЦІЮ МАШИН ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

При відсутності струму в обмотці якоря, що можливо, наприклад, при холостому ході генератора, магнітний потік, створений магніторушійною силою обмотки збудження розподіляється симетрично вздовж повздовжньої осі полюсів (рис. 9.8, а). Якщо ж через провідники обмотки якоря пропустити струм в напрямках, показаних на рис. 9.8, б, при відсутності струму в обмотці збудження магніторушійна сила якоря створює магнітне поле, яке розподіляється симетрично вздовж поперечної осі полюсів, яка співпадає з геометричною нейтраллю машини (рис. 9.8, б). Якщо ж струм існує в обох обмотках, то магніторушійна сила якоря впливає на магнітне поле полюсів і створює результуюче поле, яке відрізняється від поля, створеного обмоткою збудження (рис. 9.8, в). Це явище називають реакцією якоря.

З рис. 9.8 видно, що магнітне поле якоря під одним краєм полюса напрямлено зустрічно з магнітним полем полюсів, а під іншим краєм полюса — узгоджено. З співставлення рис. 9.4 та 9.8, в можна зробити висновок, що в режимі генератора розмагнічується набіжний на якір край полюса і намагнічується збіжний, а в режимі двигуна — навпаки. Завдяки явищу насичення ділянок магнітного кола намагнічування відбувається слабше, ніж розмагнічування. Внаслідок цього **реакція якоря зумовлює розмагнічування машини**. З іншого боку спотворення симетрії магнітного поля полюсів призводить до деякого зміщення магнітного потоку машини за напрямком обертання у режимі генератора та проти напрямку обертання в режимі двигуна

(рис. 9.8, в). Це означає, що **внаслідок дії реакції якоря фізична нейтраль  $q'$ — $q$**  (лінія, що проходить через точки обводу якоря, в котрих магнітна індукція дорівнює нулю) **зміщується відносно геометричної нейтралі  $q$ — $q$**  (рис. 9.8, а, в). В результаті магнітна індукція на геометричній нейтралі тобто у точках де розташовані секції, які замикаються накоротко щітками (рис. 9.4) не дорівнює нулю. Внаслідок цього ЕРС від головного магнітного потоку в секціях, які перебувають на геометричній нейтралі і замкнені щітками накоротко, не дорівнюють нулю. Це призводить до підсилення іскріння між щітками та колектором і зменшує термін експлуатації щітково-колекторного вузла.

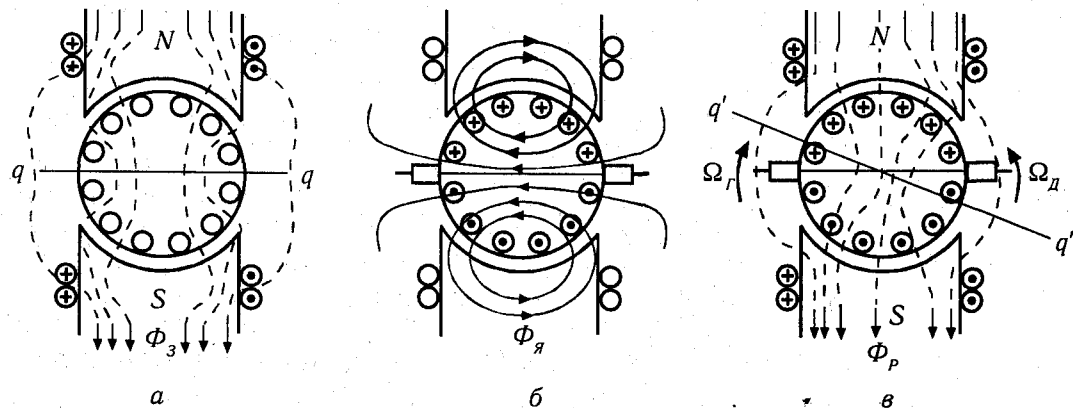


Рис. 9.8

Для усунення спотворення магнітного поля під полюсами у машинах середньої та великої потужності застосовують **компенсаційну обмотку**, яку розміщують у пазах, відштампованих у полюсних наконечниках. Компенсаційну обмотку вмикають послідовно з обмоткою якоря в такий спосіб, що створений нею потік стає рівним за значенням і протилежним за напрямком потоку якоря в зоні полюсів машини. Компенсаційна обмотка значно ускладнює машину і робить її дорожчою, тому її застосовують відносно рідко.

Для усунення іскріння під щітками внаслідок зсуву фізичної нейтралі в машинах постійного струму потужністю більше 0,3 кВт застосовують **додаткові полюси**, які встановлюють на геометричній нейтралі машини (рис. 9.3). Обмотки додаткових полюсів вмикають послідовно з обмоткою якоря. Додаткові полюси компенсують поле, зумовлене дією реакції якоря, у вузькій зоні обводу якоря на геометричній нейтралі. Завдяки їх дії потік від головного магнітного поля, зчеплений з секціями, що їх замикають накоротко щітки, дорівнює нулю.

У машинах малої потужності без додаткових полюсів для зменшення іскріння під щітками застосовують зсув щіток з геометричної нейтралі. При цьому у генераторів щітки зсовують за напрямком обертання, а у двигунів — проти напрямку обертання. Це не завжди ефективно, оскільки місце фізичної нейтралі залежить від величини струму в обмотці якоря. Крім того при реверсі (зміні напрямку обертання)

двигуна щітки опиняються далеко від фізичної нейтралі, що викликає підсилення іскріння і появу розмагнічувальної повздожньої складової магніторушійної сили обмотки якоря.

З рис. 9.4 та 9.5 випливає, що час, коли пластини колектора, до яких підімкнено кінці секцій, активні сторони яких перебувають на геометричній нейтралі машини і замкнені накоротко щітками, є моментом переходу секцій з однієї паралельної вітки до іншої. На рис. 9.4 такі секції утворені провідниками  $8'—1—1'$ , закороченими щіткою  $\text{Щ}_1$  та провідниками  $4'—5—5'$ , закороченими щіткою  $\text{Щ}_2$ . На рис. 9.5 такі секції утворені провідниками  $1'—5'$ , закороченими щіткою  $\text{Щ}_2$  та провідниками  $5'—1'$ , закороченими щіткою  $\text{Щ}_1$ . Коли ці секції наближаються за напрямком руху якоря до геометричної нейтралі, струм у них мав один напрям, а після переходу нейтралі напрям струму змінюється на протилежний. Такий процес називають **комутацією**.

**Під комутацією машини постійного струму розуміють сукупність явищ та процесів, що відбуваються під щіткою та в секції, яка замикається накоротко при переході з однієї паралельної вітки до іншої.**

Комутація значною мірою впливає на надійність роботи машин постійного струму. При поганій комутації спостерігається сильне іскріння під щітками, тривала дія якого виводить машину з ладу. Практично якість комутації визначають інтенсивністю іскріння між щітками та колектором. При наявності хорошої комутації робота машини відбувається практично без іскріння. Тому отримання задовільної комутації є однією з основних проблем при розробці, виготовленні та експлуатації машин постійного струму.

**З огляду на забезпечення задовільної комутації короткочасне перевищення струму якоря  $I_{я}$  величини номінального струму якоря  $I_{ян}$  не повинно бути більшим  $2+2,5I_{ян}$ .**

#### 9.4. СХЕМИ ВМИКАННЯ ОБМОТОК МАШИН ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

На клемному щитку машини постійного струму звичайно є окремі клеми виводів обмотки якоря, позначені літерами  $A_1, A_2$ , обмотки додаткових полюсів  $B_1, B_2$ , та обмотки збудження. Якщо розташовану на головних полюсах обмотку збудження вмикають паралельно до кола якоря, її називають шунтовою і виводи її на щитку позначають літерами  $E_1, E_2$ . Якщо ж обмотку збудження вмикають послідовно з обмоткою якоря, то її називають послідовною або серієсною і виводи її позначають літерами  $D_1, D_2$ .

В машинах, розроблених до 1987 р. виводи обмотки якоря мають позначення Я1, Я2; обмотки додаткових полюсів — Д1, Д2; шунтової обмотки — Ш1, Ш2; послідовної (серієсної) обмотки — С1, С2.

Шунтову обмотку виготовляють з ізолюваного проводу малого перетину. Вона має велику кількість витків і номінальну напругу, яка звичайно відповідає номінальній напрузі обмотки якоря. **Номінальний струм шунтової обмотки звичайно складає до 5% від номінального струму обмотки якоря.** Шунтову обмотку часто живлять від окремого (незалежного) джерела. Таку схему збудження називають незалежною.

Серієсну обмотку виготовляють з невеликої кількості витків проводу великого перетину, оскільки при роботі машини через неї тече струм якоря. Отже омичний опір такої обмотки незначний.

На рис. 9.9 показані можливі схеми вмикання обмоток машин постійного струму. На рис. 9.9, а зображено схему вмикання обмоток машин постійного струму незалежного, а на рис. 9.9, б — паралельного збудження. При паралельному збудженні шунтова обмотка та обмотка якоря мають спільне джерело живлення. На рис. 9.9, в зображена схема машини постійного струму послідовного збудження, а на рис. 9.9, г — мішаного збудження. Для спрощення зображень машин постійного струму на електричних схемах обмотку додаткових полюсів часто не зображують і позначають виводи якорного кола як  $A_1$  та  $B_2$ , тим самим повідомляючи, що послідовно з якорною вже ввімкнена обмотка додаткових полюсів.

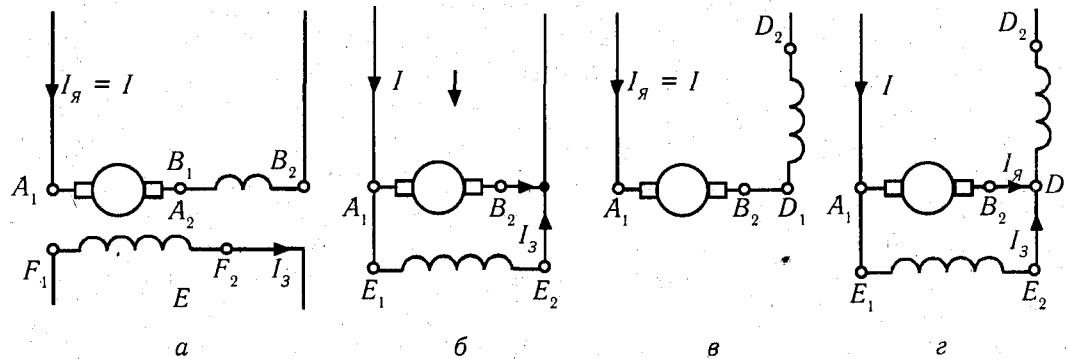


Рис. 9.9

Для генераторів постійного струму схема послідовного збудження звичайно не використовується. Для двигунів постійного струму можливе використання усіх чотирьох схем.

При використанні схеми мішаного збудження необхідно забезпечити узгоджене вмикання серієсної та шунтової обмотки при якому магнітні потоки обох обмоток мають однаковий напрям.

### 9.5. ХАРАКТЕРИСТИКИ МАШИНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ В РЕЖИМІ ГЕНЕРАТОРА

На рис. 9.10 показана схема генератора з незалежним збудженням, яка може бути використана для зняття його характеристик.

**Характеристика холостого ходу генератора постійного струму (рис. 9.11)** — це залежність ЕРС обмотки якоря від струму збудження при відсутності навантаження ( $I_a = 0$ ) і сталій частоті обертання якоря. Якщо уявити, що магнітопровід машини повністю розмагнічено, то при струмові збудження  $I_3 = 0$  магнітний потік у машині повністю відсутній і ЕРС якоря  $E = 0$ . Якщо встановити максимальний опір реостата  $R_p$  у схемі кола на рис. 9.10 і повернути вимикач S1

в ліве положення, то в обмотці збудження потече струм, який створить в машині певний магнітний потік і в обмотці обертового якоря з'явиться ЕРС  $E$ . При зменшенні опору реостату  $R_p$  струм збудження буде збільшуватися і ЕРС якоря спочатку зростає пропорційно струму збудження (штрихова лінія на рис. 9.11), а потім, внаслідок насичення сталі магнітопроводу, ЕРС зростатиме повільніше, ніж струм збудження і залежність  $E = E(I_3)$  має нелінійний характер.

Звичайно магнітопровід машини завжди дещо намагнічений і в ньому існує невеликий залишковий магнітний потік. Завдяки цьому потокові при обертанні якоря з номінальною для даної машини швидкістю і при відсутності струму збудження в обмотці якоря створюється залишкова ЕРС, яка дорівнює (2—4%) від номінальної напруги  $U_{ном}$ . Завдяки цьому при збільшенні струму  $I_3$  від нульового значення ЕРС зростає по кривій 1 рис. 9.11. Збільшуючи струм збудження так, що  $E \approx 1,25U_{ном}$ , отримаємо насичену ділянку характеристики холостого ходу. Завдяки намагнічуванню сталі магнітопроводу низхідна вітка 2 характеристики при зменшенні струму збудження, пройде вище висхідної вітки 1. При зменшенні струму збудження до  $I_3 = 0$  ЕРС якоря не дорівнює нулю. Помінявши напрям струму збудження перемиканням вимикача S1 праворуч, можна зняти характеристику  $E = E(I_3)$  у зворотному напрямку до  $E \approx 1,25U_{ном}$ , а потім зменшувати струм збудження, отримавши вітку 3. В цілому характеристика холостого ходу має вигляд показаної на рис. 9.11 петлі, яка зумовлена наявністю гістерезису у сталі магнітопроводу. Провівши між вітками 2 та 3 середню лінію 4, отримують так звану розрахункову характеристику холостого ходу.

Наявність гістерезисних явищ у магнітопроводі дозволяє отримати ефект самозбудження в генераторі паралельного збудження, схема якого показана на рис. 9.12, а.

Якщо обертати якорь такого генератора, то в його якорній обмотці виникає залишкова ЕРС, яка викличе появу невеликого струму збудження, що приведе до створення шунтовою обмоткою відповідного магнітного потоку. Якщо цей потік має однаковий напрям з магнітним потоком від залишкової намагніченості магнітопроводу машини, сумарний потік збільшиться, що приведе до зростання ЕРС якоря і, отже, до подальшого зростання струму збудження. Цей процес продовжується доти, поки характеристика холостого ходу 1 генератора не перетне вольт-амперну характеристику 2 кола шунтової обмотки з регульовальним реостатом  $R_p$  (рис. 9.12, б). Збільшенням опору реостата  $R_p$

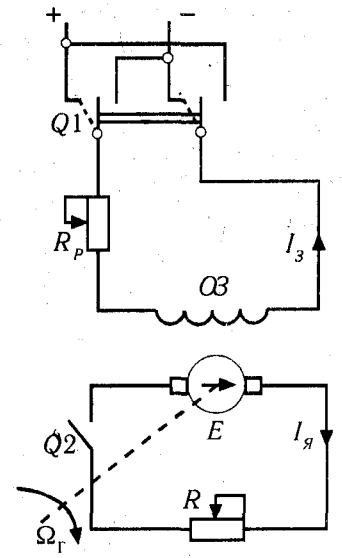


Рис. 9.10

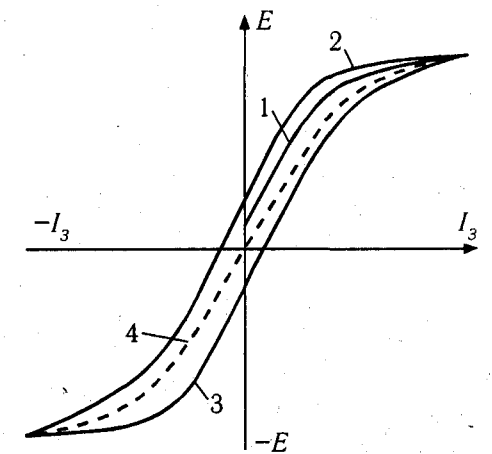


Рис. 9.11



можна отримати вольт-амперну характеристику 3 кола шунтової обмотки, яка перетинається з характеристикою холостого ходу при меншій напрузі на якорі (рис. 9.12, б). Таким чином за допомогою реостата  $R_p$  можна регулювати напругу генератора.

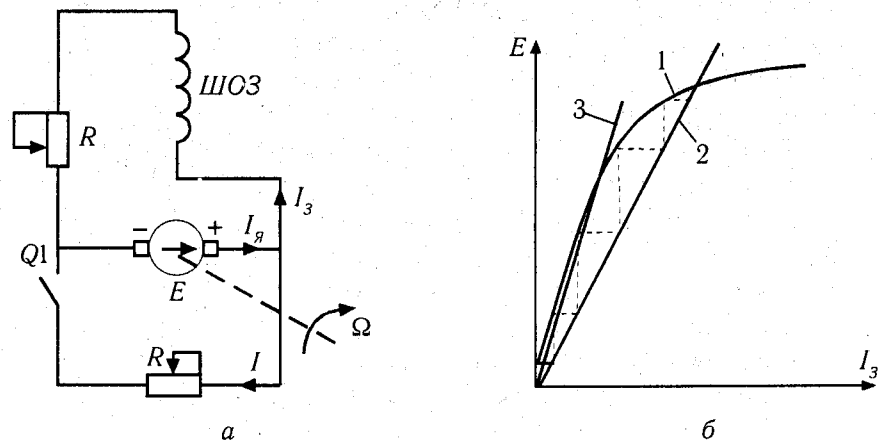


Рис. 9.12

Перевагою такого генератора паралельного збудження є те, що він не потребує стороннього джерела живлення, достатньо лише обертати його якор з належною швидкістю.

Для кожного електричного джерела живлення важливою є його зовнішня характеристика, яка являє собою залежність напруги джерела від струму навантаження. Для генератора постійного струму зовнішня характеристика — це залежність напруги на виводах якорної обмотки від струму в якорі  $U = U(I_я)$  при сталій частоті обертання і незмінному значенні струму збудження для генератора незалежного збудження, або незмінному опорі кола обмотки збудження для генератора паралельного збудження. Згідно з (9.2) напруга  $U$  при збільшенні  $I_я$  зменшується внаслідок зростання спаду напруги на опорі  $R_я$  і зменшення ЕРС  $E$ , зумовленого розмагнічувальною дією реакції якоря. Для генераторів незалежного збудження спад напруги  $\Delta U_H$  при переході від холостого ходу до режиму номінального, коли  $I_я \approx I = I_H$ , дорівнює звичайно  $\Delta U_H \approx (5+15)\%$  (рис. 9.13, крива 1).

При наявності паралельної схеми збудження генератора (рис. 9.12) із збільшенням струму навантаження  $I$  і зменшенням напруги  $U$ , зумовленим дією згаданих вище двох факторів, зменшується і струм збудження генератора  $I_з$ , що приводить до зменшення

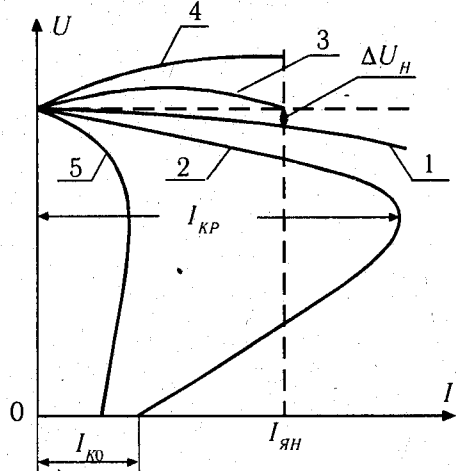


Рис. 9.13

магнітного потоку  $i$ , згідно з (9.6), ЕРС  $E$  якоря. Зовнішня характеристика генератора паралельного збудження показана на рис. 9.13 кривою 2. Вона має більший нахил до осі абсцис, аніж характеристика холостого ходу 1 генератора незалежного збудження. При зменшенні у колі якоря генератора опору  $R$  струм  $I$  спочатку зростає, а після досягнення деякого критичного значення  $I_{кр}$ , починає зменшуватись (штрихова частина кривої 2 на рис. 9.13). Це пояснюється тим, що при малих значеннях струму  $I$  генератор перебуває ще у насиченому стані і зменшення струму збудження не викликає великого зменшення магнітного потоку  $\Phi$ . При переході ж до ненасиченого стану потік машини починає зменшуватись пропорційно зменшенню струму збудження. При короткому замиканні якоря ( $R = 0$ ) напруга на виводах якоря  $U = 0$ , струм збудження  $I_з = 0$ , а струм якоря  $I_я = E_з / R_я$ , де  $E_з$  — залишкова ЕРС якоря. Звичайно у генераторів паралельного збудження  $I_{кр} \leq (2+2,5)I_H$ .

На рис. 9.14 показана схема генератора із мішаним збудженням. Генератор крім основної шунтової (паралельної) обмотки збудження ШОЗ має ще допоміжну серієсну (последовну) обмотку збудження СОЗ, яка забезпечує стабілізацію або навіть збільшення магнітного потоку машини при збільшенні струму навантаження. В залежності від величини магнітного потоку, створюваного серієсною обмоткою і напрямленого узгоджено з магнітним потоком шунтової обмотки, можна забезпечити рівність напруг холостого ходу  $U_0$  та напруги при номінальному струмі навантаження (крива 3 на рис. 9.13) або навіть деяке збільшення напруги генератора (крива 4, рис. 9.13) з метою компенсації спаду напруги у лінії електропередачі. Якщо ввімкнути серієсну обмотку зустрічно з шунтовою, то потік серієсної обмотки буде розмагнічувати машину і зовнішня характеристика буде різко спадаючою (крива 5 на рис. 9.13). Генератор з такою характеристикою використовують у електрозварювальних агрегатах. Для зварювального генератора важливо підтримувати незалежність струму при коливаннях його напруги внаслідок зменшення довжини дуги та обмежувати струм короткого замикання.

На практиці важливо при зміні навантаження підтримувати напругу генератора постійною, що досягають регулюванням струму збудження. **Регульовальна характеристика** — це залежність струму збудження генератора від струму навантаження  $I$  при незмінній напрузі  $U$  на виводах генератора та незмінній кутовій швидкості обертання. На рис. 9.15 показані регульовальні характеристики генераторів незалежного та паралельного збудження (крива 1), узгодженого мішаного (крива 2) та зустрічного мішаного збудження (крива 3).

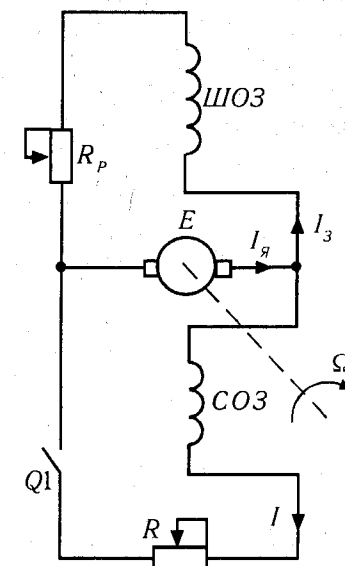


Рис. 9.14

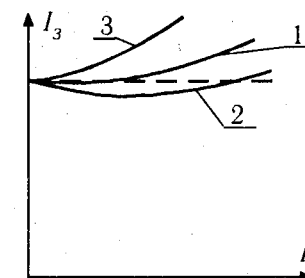


Рис. 9.15



## 9.6. ПУСК ДВИГУНІВ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

При пуску двигуна в момент вмикання його до мережі живлення кутова швидкість якоря дорівнює нулю,  $\Omega = 0$ . Дорівнює нулю і струм збудження, якщо двигун має паралельне або послідовне збудження,  $I_z = 0$ , отже магнітний потік у машині відсутній. Тому, згідно з (9.6) ЕРС Е якірної обмотки дорівнює нулю і, згідно з (9.4) пусковий струм якірної обмотки при відсутності у якірному колі пускового реостата, якщо знехтувати незначним спадком напруги  $\Delta U_{щ}$  у ковзному контакті щітка-колектор, дорівнює

$$I_{яп} = \frac{U}{R_я}$$

Оскільки якірна обмотка є силовою і саме вона створює електромагнітний момент машини, її виконують з малим опором  $R_я$ , щоби зменшити втрати в обмотці і забезпечити високий ККД двигуна. Тому пусковий струм  $I_{яп}$  може бути набагато більшим від номінального, особливо для двигунів великої потужності. Наприклад, для двигунів серії П потужністю 0,3+0,7 кВт пусковий струм при безреостатному пуску  $I_{яп} \approx (5+9)I_{ян}$ . Для двигуна потужністю 7,4 кВт цей струм дорівнює вже  $I_{яп} \approx 26I_{ян}$ , а для двигуна потужністю 25 кВт  $I_{яп} \approx 32I_{ян}$ . Вище, в розділі 9.3 вже вказувалось, що з огляду на збереження робочих властивостей щітково-колекторного вузла, струм якоря не повинен перевищувати номінальний більше як у 2+2,5 рази. Окрім того, безреостатний пуск двигуна супроводжується і відповідно великим кидком обертового моменту двигуна, що може привести до небажаних ударів у механізмі, з яким спряжено двигун. Тому безреостатні пуски двигунів на практиці застосовують лише для мікродвигунів з потужністю до 500 Вт, а в усіх інших випадках обмежують величину пускового струму реостатом, який вмикають послідовно з якорем двигуна. Опір пускового реостату обирають так, щоби пусковий струм  $I_{яп} \approx (1+1,4)I_{ян}$  і визначають з рівняння

$$R_п = \frac{U}{I_{яп}} - R_я \quad (9.8)$$

Схема для пуску двигуна постійного струму паралельного збудження показана на рис. 9.16. При пуску слід поставити повзунок пускового реостату  $R_п$  в положення, яке відповідає максимальному опору реостата, а повзунок регульовального реостату  $R_р$  — в нульове положення ( $R_р = 0$ ). Після цього можна ввімкнути двигун до мережі живлення вимикачем S1 і плавно вивести пусковий реостат. Відмітимо, що реостат  $R_р$  у колі збудження при пуску взагалі не потрібний. Його використовують іноді для регулювання швидкості двигуна (див. розділ 9.7). Але, якщо він є у колі збудження, то його треба перед пуском двигуна вивести, щоби забезпечити при пуску максимальний струм збудження і максимальний потік, і, згідно з (9.7), отримати найбільший обертовий момент при заданих обмеженнях пускового струму якоря.

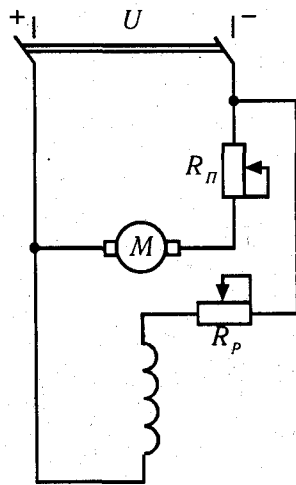


Рис. 9.16

Правила пуску двигунів мішаного збудження нічим не відрізняються від правил пуску двигуна паралельного збудження. При незалежному збудженні слід обов'язково спочатку подати напругу на обмотку збудження машини, а потім виконати ті ж самі дії з реостатами і ввімкнути до мережі якірне коло.

Якщо в наявності є джерело живлення якірного кола двигуна з регульованою напругою, то пусковий реостат не потрібний, — достатньо зменшити перед пуском напругу на якорі до нуля, а на обмотку збудження подати її номінальну напругу від окремого джерела живлення.

Схема для пуску двигуна постійного струму послідовного збудження показана на рис. 9.17. Пуск такого двигуна без моменту опору на валу робити не можна, оскільки при холостому ході струм якоря двигуна стає дуже малим і, згідно з (9.4) можна прийняти, що  $U \approx E$ . Але згідно з (9.6)  $E = c\Phi\Omega$ . При малому струмі якоря машини малим буде і струм збудження та магнітний потік. Отже рівність  $E = c\Phi\Omega$   $E \approx U$  може бути досягнена лише при швидкості  $\Omega$ , набагато більшій від номінальної. При таких швидкостях виникають великі відцентрові сили, які можуть механічно пошкодити обмотку якоря і колектор. До того ж при великих швидкостях обертання значно ускладнюються умови комутації. Все це може вивести машину з ладу.

Перед пуском двигуна послідовного збудження слід поставити пусковий реостат на максимум опору, ввімкнути двигун до мережі і плавно вивести пусковий реостат з кола якоря.

**Числовий приклад.** Двигун мішаного збудження має дані:  $P_H = 3,2$  кВт;  $U_H = 220$  В;  $I_H = 18,5$  А;  $n_{ном} = 1000$  об/хв; опір обмотки якоря  $R_я = 0,775$  Ом; опір серієсної обмотки збудження  $R_C = 0,044$  Ом; опір шунтової обмотки збудження  $R_щ = 168$  Ом; опір обмотки додаткових полюсів  $R_D = 0,275$  Ом. Визначити опір пускового реостату  $R_п$  з умови  $I_я \leq 1,5I_{ян}$ , знехтувавши спадком напруги на щітках.

Номінальний струм збудження  $I_{зН} = U/R_щ = 220/168 = 1,31$  А. Номінальний струм якоря  $I_{ян} = I_H - I_{зН} = 17,2$  А. Згідно з (9.8) опір пускового реостату

$$R_п = \frac{U_H}{1,5 \cdot I_{ян}} - (R_я + R_C + R_D) = \frac{220}{1,5 \cdot 17,2} - 0,775 - 0,044 - 0,275 = 7,43 \text{ Ом.}$$

## 9.7. МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА СПОСОБИ РЕГУЛЮВАННЯ ШВИДКОСТІ ДВИГУНІВ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Механічна характеристика двигуна являє собою залежність кутової швидкості обертання якоря  $\Omega$  від електромагнітного моменту якоря  $M$  або від моменту на валу двигуна  $M_2$  при незмінній напрузі живлення  $U = \text{const}$  та незмінних опорах у колах якоря та збудження. Рівняння механічної характеристики можна отримати

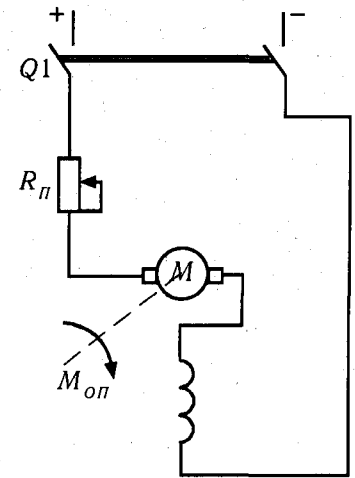


Рис. 9.17

з рівняння електричної рівноваги якірного кола двигуна (9.4), якщо підставити до нього значення ЕРС  $E$  з (9.6) та струму  $I_{я}$  з (9.7):

$$U = c\Phi\Omega + \frac{R_{я}M}{c\Phi}$$

Звідси

$$\Omega = \frac{U}{c\Phi} - \frac{R_{я}}{(c\Phi)^2} M = \Omega_0 - \frac{R_{я}}{(c\Phi)^2} M. \quad (9.9)$$

Тут  $\Omega$  — кутова швидкість ідеального холостого ходу, при якому двигун немає власних витрат і його електромагнітний момент дорівнює нулю.

Якщо знехтувати розмагнічувальною дією реакції якоря, то магнітний потік  $\Phi$  двигунів незалежного та паралельного збудження буде незмінним при різних значеннях електромагнітного моменту  $M$  і рівняння (9.9) є рівнянням прямої лінії. Отже механічні характеристики таких двигунів мають вигляд прямих ліній, які не проходять через початок координат (рис. 9.18).

Механічну характеристику, отриману при номінальній напрузі живлення та при відсутності додаткових опорів у колах обмоток якоря та збудження, називають природною. Такою є характеристика 1 на рис. 9.18. Більша її частина зображена штриховою лінією, оскільки машину постійного струму не можна перевантажувати по струму більше, як у 2+2,5 рази (розділ 9.3). Пряма лінія 1 може бути проведена через дві точки з координатами  $M = M_{п} = c\Phi U / R_{я}$ ,  $\Omega = 0$  та  $M = 0$ ,  $\Omega = \Omega_0 = U / (c\Phi)$ .

Пусковий момент  $M_{п}$  двигуна з показаною на рис. 9.18 механічною характеристикою 1 дорівнює приблизно шести номінальним моментам двигуна. Таку характеристику може мати двигун малої потужності (приблизно 0,3—0,5 кВт).

Реально сам двигун не може досягти швидкості  $\Omega_0$ , оскільки навіть при відсутності на валу двигуна моменту опору, його електромагнітний момент має долати власний момент опору двигуна, зумовлений втратами на тертя у підшипниках та щітково-колекторному вузлі, втратами на вентиляцію двигуна та втратами у сталі якоря, які завжди виникають при обертанні сталевого якоря у магнітному полі. Але зовнішнім крутним моментом, наприклад за допомогою іншого двигуна, можна розкрутити двигун до швидкості  $\Omega_0$ . Тоді електромагнітний момент  $M$  і струм якоря двигуна  $I_{я}$  дорівнюватимуть нулю, а ЕРС  $E = c\Phi\Omega_0 = U$ . Якщо ж розкрутити вал двигуна до швидкості  $\Omega > \Omega_0$ , ЕРС якоря  $E$  стає більшою від напруги мережі живлення  $U$ , внаслідок чого струм у якорі згідно з (9.4), а отже згідно з (9.7), і електромагнітний момент змінюють свій напрям, — момент  $M$  стає гальмівним ( $M < 0$ ) і двигун переходить у генераторний режим.

Якщо у якірне коло двигуна ввімкнути послідовно з якорем додатковий опір  $R$ , то рівняння механічної характеристики матиме вигляд:

$$\Omega = \frac{U}{c\Phi} - \frac{R_{я} + R}{(c\Phi)^2} M. \quad (9.10)$$

Це рівняння відповідатиме штучній механічній характеристиці, зображеній на рис. 9.18 прямою лінією 2. З рівняння (9.10) випливає, що введення додаткового опору  $R$  збільшує нахил механічної характеристики двигуна до осі моментів, що дозволяє при наявності на валу двигуна моменту опору регулювати його швидкість в сторону її зменшення. На рис. 9.18 двигун, що працював з номінальним електромагнітним моментом у точці 1' природної механічної характеристики 1 переходить внаслідок введення опору  $R$  до кола якоря до точки 2' штучної механічної характеристики 2. Характеристику 1 називають жорсткою, оскільки при збільшенні моменту опору на валу двигуна швидкість обертання двигуна зменшується несуттєво. Характеристику 2 називають м'якою механічною характеристикою, оскільки при збільшенні гальмівного моменту на валу двигуна його швидкість помітно зменшується.

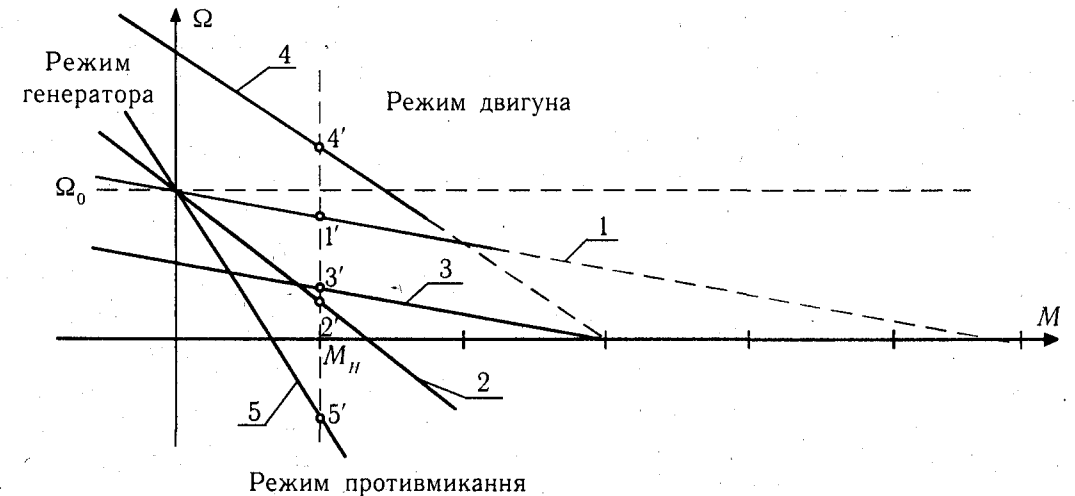


Рис. 9.18

У двигунах незалежного збудження постає можливість регулювати швидкість двигуна зміною напруги на якорі при незмінній напрузі на обмотці збудження. Якщо зменшити напругу на якорі  $U$  вдвічі, а напругу на обмотці збудження лишити номінальною, то, при відсутності додаткових опорів у колах обмоток двигуна, згідно з (9.9) швидкість  $\Omega_0$  зменшиться вдвічі, а нахил характеристики до осі абсцис залишиться незмінним (пряма 3 на рис. 9.18). При наявності номінального моменту навантаження двигун працюватиме тепер у точці 3'. Таким чином **при зменшенні напруги на обмотці якоря двигуна незалежного збудження його механічна характеристика зміщується дотолу пропорційно зниженню напруги**. Таке регулювання швидкості двигуна забезпечує більшу її стабільність при коливаннях моменту опору на валу, ніж при реостатному регулюванні. Крім того при реостатному регулюванні мають місце великі втрати енергії в реостаті. Тобто регулювання швидкості двигуна зміною напруги більш економічне, але воно вимагає наявності джерела регульованої напруги великої потужності.

Третім способом регулювання швидкості двигуна є регулювання зміною струму збудження. Якщо зменшити струм збудження  $I_3$  двигуна паралельного або незалежного збудження за допомогою регулювального реостату  $R_p$  (рис. 9.16) вдвічі, магнітний потік двигуна зменшиться трохи менше, ніж вдвічі, оскільки при номінальному струмі збудження машина працює з деяким насиченням магнітопроводу. Внаслідок зменшення магнітного потоку згідно з (9.9) зросте трохи менше, ніж вдвічі, швидкість  $\Omega_0$ . Пусковий струм двигуна не залежить від струму збудження, оскільки при  $\Omega = 0$  струм якоря дорівнює  $I_{яп} = U/R_я$ . Тому, згідно з (9.7), пусковий момент двигуна зменшиться також трохи менше, ніж вдвічі і механічна характеристика двигуна матиме вигляд прямої 4 на рис. 9.18.

Оскільки струм збудження  $I_3 = (3+5)\% I_{яном}$ , регулювання швидкості двигуна зменшенням струму збудження можна здійснювати за допомогою реостату малої потужності. Але це регулювання можна здійснювати лише вгору від природної характеристики 1 і воно значно погіршує комутацію машини. Дійсно, у точці 4' двигун розвиває той самий номінальний електромагнітний момент, що й у точці 1', але при потоці  $\Phi_{(4)}$ , майже вдвічі меншим номінального потоку  $\Phi$  у точці 1'. Тому струм якоря двигуна  $I_{я(4)}$  у точці 4' майже вдвічі більший від номінального у точці 1'. Отже, при зменшенні струму збудження двигун працює у точці 4' із швидкістю, значно більшою від номінальної у точці 1' і з струмом у якорі, майже вдвічі більшим від номінального, оскільки  $M = M_H = c\Phi I_{яH} = c\Phi_{(4)} I_{я(4)}$ . Таким чином швидкість комутації секторів обмотки якоря у точці 4' значно зростає при одночасному зростанні струму якоря і потоку реакції якоря. Все це негативно впливає на комутацію та стійкість роботи двигуна.

Тому регулювання швидкості двигунів зменшенням струму збудження застосовують лише для спеціально створених для цього двигунів паралельного збудження, які дозволяють регулювати швидкість у діапазоні 1:2 або 1:3. Для двигунів звичайного виконання послаблювати струм збудження можна для збільшення швидкості обертання лише в 1,2+1,3 рази вище номінальної.

Момент  $M_{мх}$ , створений на валу двигуна сполученим з ним механізмом у багатьох випадках виникає лише за умови обертання валу двигуна. Наприклад двигун приводу шпинделя токарного верстату при відсутності різання працює у режимі холостого ходу і лише з початком процесу різання на валу двигуна виникає момент  $M_{мх}$ , завжди напрямлений назустріч його електромагнітному моменту. При наявності такого моменту опору на валу двигун може працювати лише у двигунному режимі. Але при наявності на валу двигуна **моменту**, створеного, наприклад, вантажем у спуско-підйомному механізмі, двигун може перейти у генераторний режим, якщо напрям електромагнітного моменту двигуна  $M$  та моменту  $M_{мх}$  співпадають (рис. 9.19, а), і швидкість двигуна  $\Omega$  стане більшою від швидкості  $\Omega_0$ , або у режимі противмикання, якщо напрям моментів  $M$  та  $M_{мх}$  протилежні й  $M_{мх} > M$ , внаслідок чого двигун обертається у протилежну напрям власного моменту сторону (рис. 9.19, б).

Генераторний режим роботи використовують у спуско-підйомних механізмах для гальмування при спуску вантажу з одночасним поверненням електроенергії до мережі живлення або для підзарядки акумуляторів.

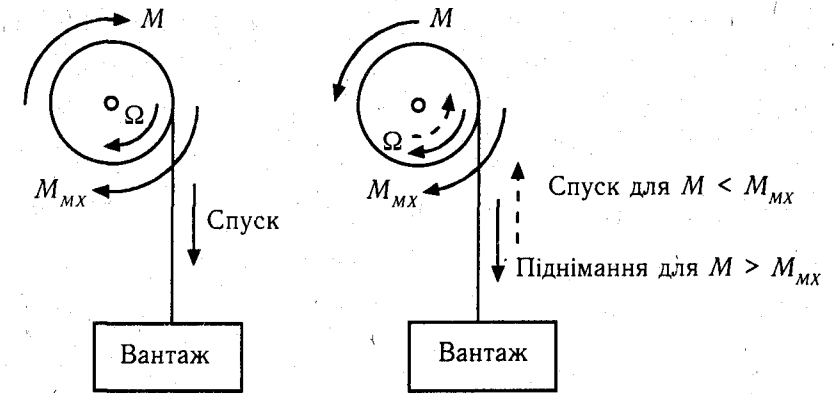


Рис. 9.19

Режим противмикання використовують для спуску вантажу та прискореного гальмування двигунів лише при наявності великого додаткового опору  $R$  у колі якоря. У режимі противмикання (точка 5' характеристики 5 рис. 9.18) момент двигуна лишається додатним, а швидкість стає від'ємною, отже ЕРС  $E$  змінює свій знак. У відповідності з цим згідно (9.4) струм якоря у режимі противмикання

$$I_я = \frac{U + E}{R_я + R} \quad (9.11)$$

При відсутності додаткового опору  $R$  струм якоря буде більшим від пускового струму двигуна, що швидко виведе з ладу щітково-колекторний вузол. Тому при переводі двигуна до режиму противмикання необхідно обов'язково вмикати у коло якоря додатковий реостат з опором  $R \gg R_я$ .

Розглянемо регулювання швидкості двигуна паралельного збудження за допомогою реостату в колі якоря. Схема вмикання такого двигуна показана на рис. 9.16, тільки замість пускового реостату  $R_p$ , призначеного для короткочасної роботи під час пуску двигуна слід ввімкнути реостат  $R$ , який допускає тривалу роботу із струмом, близьким до номінального струму двигуна.

Припустимо, що двигун працює у точці 1' природної характеристики 1 з номінальним електромагнітним моментом  $M_H$  та швидкістю  $\Omega_1$  (рис. 9.18). Момент двигуна

$$M = M_H = M_0 + M_{мх},$$

де  $M_0$  — момент втрат самого двигуна, а  $M_{мх}$  — гальмівний момент на валу двигуна від зовнішнього механізму. Рушійний момент двигуна  $M$  зрівноважений гальмівними моментами  $M_0$  та  $M_{мх}$  і двигун працює з незмінною швидкістю  $\Omega_1$ . Якщо раптово ввести до кола якоря додатковий опір  $R$ , який переводить двигун на механічну характеристику 2, його рушійний момент при швидкості  $\Omega_1$  стає меншим від гальмівного моменту. Швидкість двигуна починає зменшуватися, одночасно зменшується ЕРС  $E$ , яка дорівнює  $E = c\Phi\Omega$ . Згідно з (9.4) зменшення ЕРС  $E$  приводить до збільшення

струму якоря  $I_{я}$ , завдяки чому електромагнітний момент двигуна  $M = c\Phi I_{я}$  зростає і у точці 2 знову настає рівновага між рушійним і гальмівним моментами. Двигун працює тепер із швидкістю  $\Omega_2 < \Omega_1$ .

Збільшивши раптово опір  $R$ , можна перевести двигун на характеристику 5 (рис. 9.18). Швидкість двигуна і механізму внаслідок їх інерційності миттєво не змінюється, тому рушійний момент знову стає меншим від гальмівного. Якщо момент  $M_{МХ}$  виникає як реакція на обертання вала, то двигун швидко загальмується до швидкості  $\Omega = 0$ . Якщо ж момент  $M_{МХ}$  створений вантажем і двигун, перебуваючи на характеристиці 2 працював на підймання вантажу, то після переходу на характеристику 5 двигун гальмується до  $\Omega = 0$ , а потім моментом  $M_{МХ}$  розкручується у протилежному напрямку. Тобто, якщо у точках 1 та 2 двигун працював на підймання вантажу, то тепер вантаж почне опускатися. ЕРС якоря змінює знак одночасно із зміною напрямку обертання і, із збільшенням швидкості обертання, зростатиме, що, згідно з (9.11) та (9.7) приведе до зростання струму і моменту двигуна. У точці 5 характеристики 5 момент двигуна, напрямлений на підймання вантажу, дорівнюватиме  $M = M_{МХ} - M_0$  і двигун працюватиме тепер із швидкістю  $\Omega_5$ , яка відповідає точці 5.

**Числовий приклад.** Для двигуна мішаного збудження з даними, наведеними у числовому прикладі до розділу 9.6, отримати координати точок для побудови природної механічної характеристики  $\Omega = \Omega(M)$  та штучної механічної характеристики, отриманої введенням до кола якоря реостату  $R_{п} = 7,43 \text{ Ом}$ . Спадом напруги у щітках знехтувати.

Приймаємо магнітний потік машини  $\Phi$  сталим. Тоді величину  $c\Phi$  можна визначити з рівняння електричного стану кола якоря:  $U_{н} = E_{н} + (R_{я} + R_{с} + R_{д})I_{я}$ . Тут  $E_{н} = c\Phi\Omega_{н}$ , а  $\Omega_{н} = 2\pi n/60 = 104,7 \text{ 1/с}$ . З наведених рівнянь  $c\Phi = (220 - 1,094 \cdot 17,2)/104,7 = 1,92 \text{ Вб}$ . Кутова швидкість ідеального холостого ходу  $\Omega_0 = U_{н}/(c\Phi) = 114,6 \text{ 1/с}$ . Номінальний електромагнітний момент двигуна  $M_{н} = c\Phi I_{ян} = 1,92 \cdot 17,2 = 33 \text{ Нм}$ . Координати двох точок для побудови природної механічної характеристики:  $\Omega = \Omega_0 = 114,6 \text{ 1/с}$ ,  $M = 0$ ;  $\Omega = \Omega_{н} = 104,7 \text{ 1/с}$ ,  $M = M_{н} = 33 \text{ Нм}$ . Пусковий струм двигуна з реостатом  $R_{п}$  у колі якоря:

$$I_{яп} = \frac{U_{н}}{R_{я} + R_{с} + R_{д} + R_{п}} = \frac{220}{1,094 + 7,43} = 25,81 \text{ А.}$$

Пусковий електромагнітний момент  $M_{п} = c\Phi I_{яп} = 49,55 \text{ Нм}$ . Координати двох точок для побудови штучної механічної характеристики:  $\Omega = \Omega_0 = 114,6 \text{ 1/с}$ ,  $M = 0$ ;  $\Omega = 0$ ,  $M = M_{п} = 49,6 \text{ Нм}$ .

Рівняння механічної характеристики двигуна постійного струму послідовного збудження можна отримати, знехтувавши насиченням магнітопроводу і прийнявши, що магнітний потік  $\Phi$  полюса машини є пропорційним струму якоря. Позначимо  $c\Phi = bI_{я}$ , де  $b$  — коефіцієнт. Тоді електромагнітний момент машини  $M = c\Phi I_{я} = bI_{я}^2$ .

Звідси  $I_{я} = \sqrt{M/b}$ . Підставивши до (9.4)  $E = c\Phi\Omega$  і виконавши деякі перетворення, отримаємо:

$$\Omega = \frac{U}{c\Phi} - \frac{R_{я}}{c\Phi} I_{я} = \frac{U}{bI_{я}} - \frac{R_{я}}{bI_{я}} I_{я} = \frac{U}{bI_{я}} - \frac{R_{я}}{b}$$

Враховавши, що  $I_{я} = \sqrt{M/b}$ , отримаємо рівняння механічної характеристики двигуна у вигляді:

$$\Omega = \frac{U}{\sqrt{bM}} - \frac{R_{я}}{b} \quad (9.12)$$

Згідно з (9.12) природна механічна характеристика двигуна послідовного збудження має гіперболічний характер (крива 1 на рис. 9.20). Збільшуючи опір реостата, ввімкненого до якірного кола двигуна (рис. 9.17), можна отримати реостатні механічні характеристики 2 та 3. У нижній своїй частині характеристики відрізняються від гіперболи і мають майже прямолінійний характер, оскільки настає насичення магнітопроводу машини і рівняння  $c\Phi = bI_{я}$  вже не має місця. Ділянки характеристик, які відповідають неприйнятно високим значенням швидкості двигуна, показані на рис. 9.20 штриховими лініями.

З порівняння механічних характеристик двигунів паралельного (незалежного) збудження та двигунів послідовного збудження, зображених на рис. 9.18 та 9.20, видно, що характеристики двигунів послідовного збудження забезпечують помітно більше зменшення швидкості, а, отже, і потужності двигуна при збільшенні моменту опору. Такі характеристики зручні для транспортних електроприводів, тому саме двигуни послідовного збудження широко використовують в електротранспорті.

У двигунів мішаного збудження (рис. 9.9, з) магнітний потік  $\Phi$  створюється двома обмотками — паралельною та послідовною, ввімкненими узгоджено. Механічна характеристика такого двигуна залежить від співвідношення магніторушійних сил цих обмоток збудження. Обираючи відповідним чином співвідношення магніторушійних сил послідовної та паралельної обмоток, можна наблизити властивості двигуна до двигуна послідовного або паралельного збудження. Тому механічні характеристики двигунів мішаного збудження є проміжними між характеристиками двигунів паралельного та послідовного збудження. При відсутності моменту опору на валу ці двигуни не йдуть у "рознос", тобто не набувають недопустимо високої швидкості, оскільки завжди є незмінний магнітний потік, створений паралельною обмоткою збудження незалежно від величини струму у якірному колі. Завдяки ж наявності послідовної обмотки збудження при зростанні навантаження у них збільшується магнітний потік, що покращує переважувальну здатність двигуна по моменту в порівнянні із двигунами паралельного збудження.

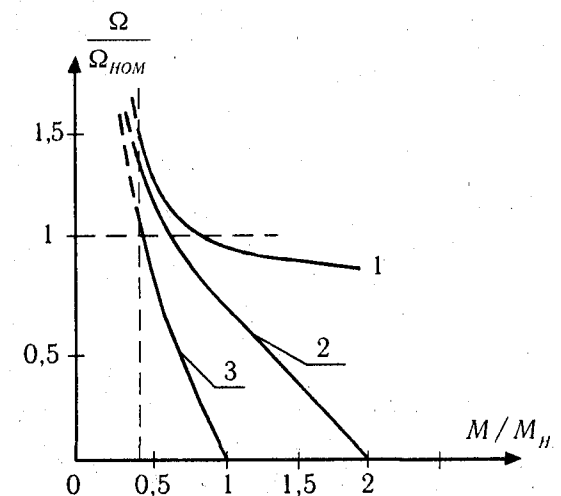


Рис. 9.20

### 9.8. ЕНЕРГЕТИЧНА ДІАГРАМА ДВИГУНА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Енергетичну діаграму двигуна постійного струму показано на рис. 9.21. Потужність  $P_1$  енергії, споживаної двигуном з мережі, розподіляється між колом якоря (потужність  $P_я$ ) та колом збудження (потужність  $P_з$ ). Потужність у колі збудження  $P_з = UI_з$  звичайно складає 3+5% від потужності  $P_1$ . Частина потужності  $P_я$  витрачається на нагрів обмотки якоря та на електричні втрати у щітках  $\Delta P_{щ}$ . Останніми у багатьох випадках можна знехтувати. Потужність, що залишилася, утворює механічну потужність якоря  $P_{МЕХ}$ , яка дорівнює добутку електромагнітного моменту якоря на його кутову швидкість:

$$P_{МЕХ} = \Omega M. \quad (9.13)$$

Коли якір починає обертатися виникають втрати у сталі якоря  $\Delta P_c$  на гістерезис та вихрові струми і втрати механічні  $\Delta P_{мх}$  на тертя у підшипниках, щітково-колекторному вузлі та на тертя об повітря (вентиляцію). Тому корисна потужність на валу  $P_2 = P_1 - UI_я - R_я I_я^2 - \Delta P_{щ} - \Delta P_c - \Delta P_{мх}$ . При роботі двигуна на природній механічній характеристиці втрати у сталі і механічні практично не залежать від навантаження на валу. Тому їх можна вважати постійними і називати потужністю втрат холостого ходу

$$P_0 = \Delta P_{мх} + \Delta P_c. \quad (9.14)$$

Згідно з (9.4) напруга на якорі двигуна  $U = E + R_я I_я$ . Помноживши ліву і праву частину на  $I_я$ , отримаємо:  $U_я I_я = P_я = E I_я + R_я I_я^2$ . З діаграми рис. 9.21 порівнюючи два останні вирази, отримаємо

$$P_{МЕХ} = E I_я. \quad (9.15)$$

Для двигунів потужністю 10+20 кВт і більше можна вважати, що  $P_{мех} \approx P_2 = \Omega M_2$ , де  $M_2$  — момент на валу двигуна, тобто наближено прийняти, що електромагнітний момент  $M \approx M_2$ . Але у двигунах малої потужності і особливо у мікродвигунах механічні втрати  $\Delta P_{МЕХ}$  можуть складати значну частину від номінальної потужності на валу і нехтувати ними не можна. У таких двигунах потужність  $P_2$  і момент  $M_2$  на валу набагато менші від потужності  $P_{МЕХ}$  та електромагнітного моменту  $M$ .

Механічні характеристики  $\Omega = \Omega(M_2)$  можна отримати з побудованих згідно з (9.9) характеристик  $\Omega = \Omega(M)$  врахувавши, що момент від механічних втрат та момент від втрат у сталі майже не змінюються із зміною

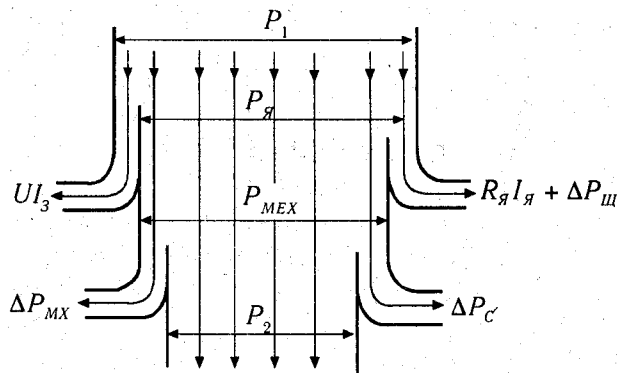


Рис. 9.21

швидкості обертання двигуна. Позначивши сумарний момент від втрат механічних та втрат у сталі як  $M_0$ , залежності  $\Omega = \Omega(M_2)$  можна одержати пересуванням осі швидкості  $\Omega$  в додатному напрямку осі абсцис на величину моменту втрат  $M_0$ , як це показано на рис. 9.22, де зображені природна 1 та отримана введенням до кола якоря додаткового опору  $R$  штучна характеристика 2. У кожній точці механічних характеристик момент на валу визначають як різницю між моментом електромагнітним та моментом втрат:

$$M_2 = M - M_0. \quad (9.16)$$

Відношення потужності на валу двигуна  $P_2$  до споживаної потужності  $P_1$  називають коефіцієнтом корисної дії двигуна  $\eta$ . **Номінальну потужність електричної машини вказують на її заводському щитку. Для генераторів постійного струму номінальна потужність дорівнює корисній потужності на виводах якоря машини, тобто  $P_{ГН} = U_H I_{яH}$ . Для двигунів постійного струму номінальна потужність — це потужність на валі машини  $P_{2H} = \Omega_H M_{2H}$ . Номінальну потужність генераторів та двигунів постійного струму вказують у Вт та кВт. На щитках машин вказують і номінальний ККД**

$$\eta_H = \frac{P_{2H}}{P_{1H}} \cdot 100, \%$$

Для двигунів  $P_{1H} = U_H (I_я + I_з)$ . Для генераторів  $P_{1H}$  — це потужність, підведена до вала генератора первинним двигуном. Для машин середньої та великої потужності  $\eta_H = (80 + 90) \%$ , а для мікродвигунів ККД падає до  $\eta_H = (40 + 70) \%$  і нижче.

**Числовий приклад.** Для двигуна, дані якого наведені у числовому прикладі до розділу 9.6, визначити втрати та ККД у номінальному режимі. Порівняти номінальний електромагнітний момент та момент на вала двигуна.

Споживана двигуном потужність  $P_{1H} = U_H I_H = 220 \cdot 185 = 4070 \text{ Вт}$ . Втрати у шунтовій обмотці збудження  $\Delta P_з = U_H I_зH = 220 \cdot 1,31 = 288 \text{ Вт}$ . Втрати в обмотках кола якоря  $\Delta P_{як} = (R_я + R_c + R_d) I_яH^2 = 323,6 \text{ Вт}$ . Нехтуючи електричними втратами у щітках отримаємо механічну номінальну потужність двигуна  $P_{МЕХH} = P_{1H} - \Delta P_з - \Delta P_{як} = 4070 - 288 - 323,6 = 3458 \text{ Вт}$ . Втрати у сталі та механічні втрати  $\Delta P_{МЕХ} + \Delta P_c = P_{МЕХH} - P_{2H} = 3458 - 3200 = 258 \text{ Вт}$ . У відсотках від номінальної споживаної потужності  $\Delta P_з = 7,07\%$ ;  $\Delta P_{як} = 7,95\%$ ;  $\Delta P_{мх} + \Delta P_c = 6,34\%$ . ККД двигуна  $\eta = P_{1H} 100 / P_{2H} = 78,6\%$ .

Номінальний момент на валі двигуна  $M_{2H} = P_{2H} / \Omega_H = 3200 / 104,7 = 30,56 \text{ Нм}$ . Номінальний електромагнітний момент двигуна  $M_H = c \Phi I_яH = 33 \text{ Нм}$ .  $M_{2H} = 0,926 M_H$ .

### 9.9. РОБОЧІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИГУНІВ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Для оцінки властивостей двигунів широко використовують їх робочі характеристики, які являють собою залежності споживаної потужності  $P_1$ , струму якоря  $I_{я}$ , кутової швидкості  $\Omega$  або частоти обертання  $n$ , електромагнітного моменту  $M$  або моменту на валу двигуна  $M_2$ , ККД  $\eta$  від потужності на валу  $P_2$  при незмінній напрузі на якорі  $U = \text{const}$  та незмінному струмі у паралельній (незалежній) обмотці збудження. Реостат у якорному колі при зніманні робочих характеристик відсутній.

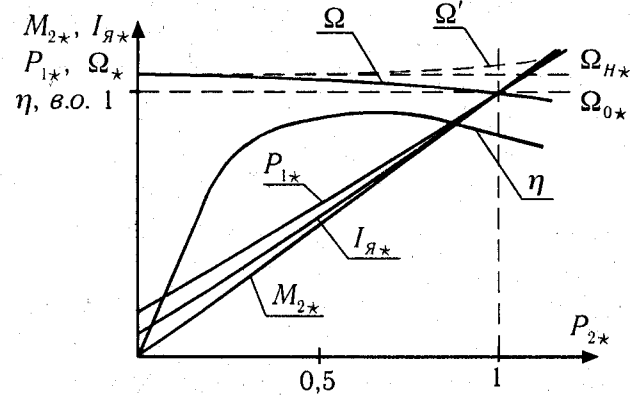


Рис. 9.23

Робочі характеристики двигуна паралельного (незалежного) збудження показані на рис. 9.23. Всі величини, що характеризують режим роботи двигуна, виражені у відносних одиницях, тобто

$$P_{1*} = P_1 / P_{1H}, \quad I_{я*} = I_{я} / I_{яH}, \quad \Omega_* = \Omega / \Omega_0, \quad M_{2*} = M_2 / M_{2H}, \quad P_{2*} = P_2 / P_{2H}.$$

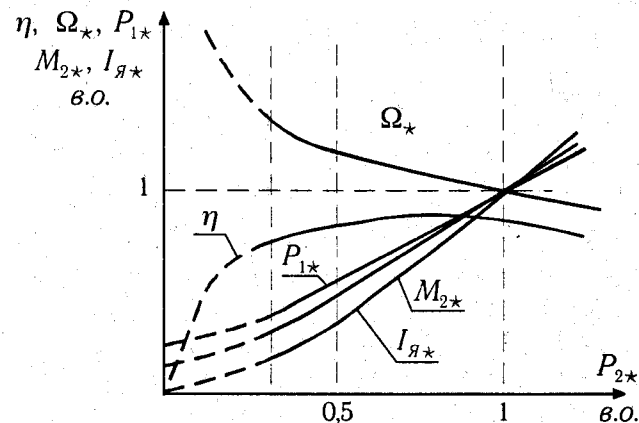


Рис. 9.24

З рисунка видно, що із збільшенням навантаження кутова швидкість якоря двигуна дещо зменшується. Характеристика  $\Omega = \Omega(P_2)$  майже лінійна, якщо відсутня реакція якоря. При наявності помітної розмагнічувальної дії впливу реакції якоря кутова швидкість якоря  $\Omega'$  (штрихова лінія на рис. 9.23) може навіть зростати із збільшенням  $P_2$ . Таке ж явище може спостерігатися у двигунах мішаного збудження, коли послідовна обмотка діє зустрічно до обмотки паралельної. Залежності струму якоря  $I_{я}$ , моменту на валу двигуна  $M_2$  та споживаної потужності  $P_1$  від потужності на валу  $P_2$  практично близькі до прямих ліній. Їх вигляд можна пояснити з аналізу виразів (9.4), (9.6), (9.7), (9.16) та виразу  $P_1 = UI_3 + UI_{я}$ . Залежність  $\eta = \eta(P_2)$  має вигляд, характерний для будь-яких електричних машин. Максимум ККД спостерігається, коли втрати у сталі машини дорівнюють втратам у міді обмоток.

Робочі характеристики двигунів послідовного збудження показані на рис. 9.24. Залежності  $\Omega = \Omega(M_2)$  та  $M_2 = M_2(P_2)$  суттєво нелінійні у відповідності до механічних характеристик цих двигунів. Залежності  $I_{я} = I_{я}(P_2)$ ,  $P_1 = P_1(P_2)$  та  $\eta = \eta(P_2)$  мають вигляд, аналогічний цим залежностям для двигунів паралельного збудження, але помітно нелінійні. Початкові ділянки робочих характеристик зображені на рис. 9.24 штриховими лініями, відповідають роботі двигуна з малим навантаженням, коли швидкість  $\omega$  стає надмірно великою.

### 9.10 КОЛЕКТОРНІ ДВИГУНИ ЗМІННОГО СТРУМУ

Найбільш цінною властивістю двигунів постійного струму є їх здатність до регулювання кутової швидкості. Але електрична енергія виробляється у промислових масштабах лише генераторами змінного синусоїдного струму. Тому для використання двигунів постійного струму необхідні перетворювачі змінного струму в постійний. Це ускладнює використання двигунів постійного струму. Спробою використання двигунів постійного струму у колах змінного струму є колекторні двигуни.

Якщо взяти звичайний двигун постійного струму з послідовним збудженням і ввімкнути його на змінну напругу, то у колі якоря потече змінний струм і послідовна обмотка збудження створить у машині змінний магнітний потік  $\Phi$ . Зміна напрямів струму в провідниках обмотки якоря і магнітного потоку відбуватиметься практично одночасно, тому їх добуток, який визначає електромагнітний момент якоря,  $M = c\Phi i_{я}$ , буде завжди додатний. Отже, така машина створюватиме пульсуючий електромагнітний момент постійного напрямку. Завдяки великій інерції якоря двигуна та веденого механізму і великій частоті пульсації моменту (100 Гц при наявності мережі з стандартною частотою 50 Гц), ці пульсації практично непомітні і можна вважати, що двигун розвиває на валу момент, який дорівнює середньому значенню моменту за період.

Але для зменшення вихрових струмів у станині статора, які знижують ККД такого двигуна при роботі у колі змінного струму та сильно послаблюють основний магнітний потік необхідно зробити станину такого двигуна шихтованою з листів електротехнічної сталі. З цієї ж причини і полюси колекторної машини, призначеної для роботи у колі змінного струму, мають бути обов'язково шихтованими.



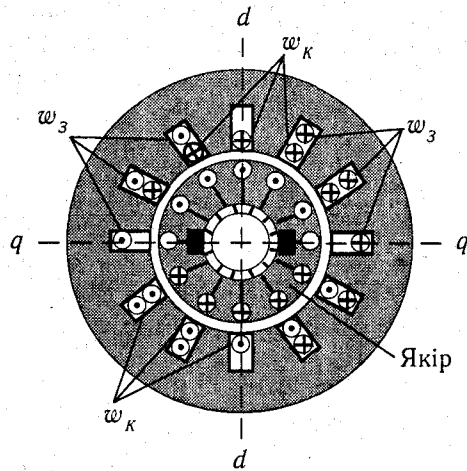


Рис. 9.25

Крім того, для збільшення  $\cos\phi$  необхідно зменшити індуктивність обмотки якоря. З цієї метою статор колекторного двигуна змінного струму виготовляють циліндричним без явно виражених полюсів і до його пазів укладають обмотку збудження  $\omega_з$  та компенсаційну обмотку  $\omega_к$ , яку також з'єднують послідовно з обмоткою якоря. При показаних на рис. 9.25 напрямках струмів обмотка збудження створює магнітний потік, який пронизує якір знизу догори по повздовжній осі машини  $d-d$ . При показаних напрямках струмів у провідниках обмотки якоря, обертальний момент якоря напрямлений проти годинникової стрілки. Провідники якоря створюють магнітний потік, напрямлений по поперечній осі машини зліва

направо. В той же час провідники компенсаційної обмотки ввімкнені так, що створюють в якірі магнітний потік протилежного напрямку, завдяки чому потік, зчеплений з обмоткою якоря по осі  $q-q$  стає мінімальним і індуктивність якоря значно зменшується.

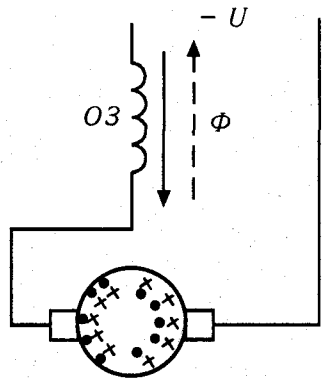


Рис. 9.26

Внаслідок протікання в обмотці збудження  $O_3$  змінного струму, вона створює в провідниках обмотки якоря трансформаторні змінні ЕРС, незалежні від швидкості обертання якоря. Напрями таких ЕРС, визначені згідно з правилом Ленца та правилом правого гвинта, показані для різних напрямків зростаючого магнітного потоку на рис. 9.26. Наявність таких трансформаторних ЕРС спричинює різке погіршення комутації машини, оскільки у секціях, що замикаються накоротко щітками, ЕРС не дорівнює нулю. Для зменшення трансформаторних ЕРС та поліпшення комутації у колекторних двигунах змінного струму збільшують розміри колектора, збільшують кількість колекторних пластин, а, отже, і секцій в обмотці якоря, завдяки чому зменшується кількість витків у комутуваній секції обмотки.

Таким чином колекторний двигун змінного струму виглядає значно складнішим та дорожчим, ніж звичайний двигун постійного струму, але такий двигун може працювати в мережі змінного струму.

Колекторний двигун, призначений для роботи в колах як змінного, так і постійного струму з приблизно однаковими характеристиками, називають універсальним колекторним двигуном. Від колекторного двигуна змінного струму універсальний двигун відрізняється наявністю додаткового середнього виводу обмотки збудження. При роботі на постійному струмі вмикають в коло всю обмотку збудження, а при роботі на змінному струмі — лише частину обмотки збудження. Це роблять для наближення характеристик двигуна при роботі на постійному та змінному струмі.

## 9.12. МІКРОДВИГУНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Мікродвигуни постійного струму конструктивно відрізняються від двигунів середньої та великої потужності відсутністю додаткових полюсів та компенсаційних обмоток. Деякі мікродвигуни, призначені для роботи у перехідних режимах, мають полюси та станини, шихтовані з листів електротехнічної сталі. За способом збудження мікродвигуни постійного струму виконують з паралельним, незалежним, послідовним збудженням (електромагнітне збудження) та із збудженням від постійних магнітів (магнітоелектричне збудження).

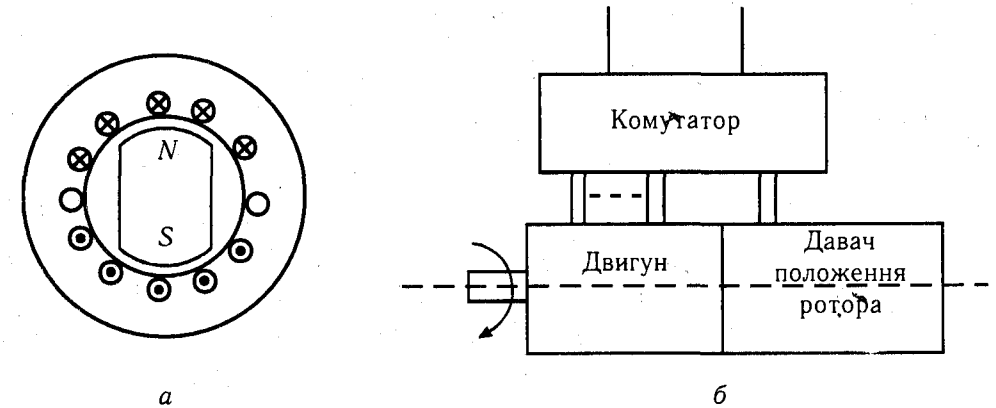


Рис. 9.27

Мікродвигуни постійного струму незалежного (паралельного) збудження мають ті ж самі механічні характеристики, що й звичайні двигуни (розділ 9.7). Але завдяки тому, що обмотку якоря мікродвигунів виконують з проводу малого перетину, омичний опір їх обмоток якоря відносно великий, тому кратність пускових струмів та моментів значно менша, ніж у двигунів середньої та великої потужності.

Крім звичайних мікродвигунів з паралельним (незалежним) збудженням у схемах автоматики використовують двигуни із стабілізованою частотою обертання. Такі двигуни споряджені відцентровим регулятором, який вмикає і вимикає додатковий опір у колі збудження, а у двигунів з постійними магнітами — у колі якоря. За рахунок такого регулювання частота обертання двигунів підтримується сталою з точністю  $\pm 5\%$  як при зміні навантаження, так і при зміні на  $(5+10)\%$  напруги живлення.

Застосування постійних магнітів збільшує ККД мікродвигунів і спрощує їх будову.

Вище вже вказувалося на те, що щітково-колекторний вузол зумовлює суттєві недоліки машин постійного струму. У безконтактних двигунах постійного струму механічний комутатор (щітково-колекторний вузол) замінено на напівпровідниковий комутатор. На відміну від звичайних двигунів постійного струму безконтактні двигуни виконують оберненими. Виконаний з постійних магнітів ротор створює магнітне поле, а обмотку якоря розташовують у пазах шихтованого статора (рис. 9.27, а). Як і звичайна якірна обмотка ця обмотка складається з окремих секцій, кінці яких підведені



до електронного комутатора. Необхідну для роботи машини комутацію (перемикання секцій обмотки якоря з однієї паралельної вітки до іншої) за сигналами давача положення ротора виконують електронні ключі комутатора. Структурна схема такого безконтактного двигуна показана на рис. 9.27, б. Двигуни з електронним колектором можуть мати потужність від часток вата до (1+3) кВт і більше. Зберігаючи практично всі додатні риси двигунів постійного струму, вони позбавлені їх головного недоліку — щітково-колекторного вузла.

### 9.13. РЕЗЮМЕ

1. Електричні машини постійного струму перетворюють електричну енергію постійного струму в механічну (двигуни) і навпаки, механічну енергію, підведену до валу машини, у електричну енергію постійного струму (генератори). Двигуни постійного струму використовують в електроприводах механізмів з регульованою частотою обертання. Генератори постійного струму використовують для живлення автономних кіл постійного струму, зокрема на залізничному та автомобільному транспорті, річкових та морських судах.

2. Принцип роботи генераторів постійного струму заснований на законі електромагнітної індукції, тобто на явищі індукування ЕРС у провідниках, які рухаються у магнітному полі. Принцип роботи двигунів постійного струму заснований на здатності магнітного поля створювати електромагнітну силу, яка діє на провідник із струмом, розміщений у цьому полі.

3. Рівняння електричного стану обмотки машини постійного струму, яка рухається у магнітному полі і в якій створюється ЕРС має вигляд:  $U = E \pm R_{\text{я}} I_{\text{я}}$ . Тут знак “+” відповідає роботі машини у режимі двигуна, а знак “-” — роботі машини в режимі генератора. Одна й та сама машина може працювати як у режимі генератора, так і у режимі двигуна. Таку властивість називають оборотністю електричних машин.

4. Конструктивно основними елементами машини постійного струму є нерухомий статор та рухомий ротор (якір). Статор виконано у вигляді циліндричної станини з сталі або чавуну до якої прикріплені головні полюси з обмоткою збудження та додаткові полюси, з обмоткою яка вмикається послідовно з обмоткою якоря. У машинах малої потужності додаткові полюси відсутні. Якір являє собою посаджений на вал машини сталевий циліндр з поздовжніми пазами, виготовлений з листів електротехнічної сталі. До пазів якоря закладено обмотку. Разом з якорем на валу машини встановлено колектор, виготовлений у вигляді мідного циліндра, складеного з мідних пластин, ізольованих одна від одної, а також і від валу машини. До колекторних пластин певним чином підключені провідники обмотки якоря. Електричний контакт між обертовим колектором і нерухомими зовнішніми виводами кола якоря здійснюють за допомогою нерухомих щіток, які ковзають по колектору. Колектор і щітки представляють собою електромеханічний випрямляч, в якому здійснюється ковзний контакт між зовнішнім колом постійного струму і провідниками обмотки якоря, по яких тече змінний струм.

5. Обмотка якоря складається з секцій, кожна з яких має дві сторони, одна з яких укладається у верхню, а друга — у нижню частину паза якоря з кроком приблизно рівним полюсному діленню. Під полюсним діленням розуміють довжину дуги на поверхні якоря, яка припадає на один полюс машини. Обмотки якоря поділяють на петльові та хвильові. Важливою властивістю простих петльових обмоток є те, що у них кількість пар паралельних віток в обмотці якоря дорівнює кількості пар полюсів. Проста ж хвильова обмотка якоря незалежно від кількості пар полюсів завжди має одну пару паралельних віток.

6. ЕРС обмотки якоря машини постійного струму дорівнює  $E = c\Phi\Omega$ . Тут  $c$  — конструктивний коефіцієнт машини;  $\Phi$  — магнітний потік на один полюс машини, Вб;  $\Omega$  — кутова швидкість якоря, с<sup>-1</sup>;  $E$  — ЕРС якоря, В. Електромагнітний момент, що його розвивають провідники якоря,  $M = c\Phi I_{\text{я}}$ . Тут  $c$  — той самий конструктивний коефіцієнт машини, що й у виразі для ЕРС;  $\Phi$  — магнітний потік, Вб;  $I_{\text{я}}$  — струм якоря, А;  $M$  — електромагнітний момент, Нм.

7. При відсутності струму в обмотці якоря магнітний потік, створений магніторушійною силою обмотки збудження розподіляється симетрично вздовж повздовжньої осі полюсів. Якщо ж струм існує в обох обмотках, то магніторушійна сила якоря впливає на магнітне поле полюсів і створює результуюче поле, яке відрізняється від поля, створеного обмоткою збудження. Це явище називають реакцією якоря.

8. Реакція якоря дещо зменшує магнітний потік, створений обмоткою збудження, і збільшує іскріння під щітками. Для усунення спотворення магнітного поля під полюсами у машинах середньої та великої потужності застосовують компенсаційну обмотку, яку розміщують у пазах, відштампованих у полюсних наконечниках і вмикають послідовно з обмоткою якоря. Компенсаційна обмотка значно ускладнює машину і робить її дорожчою, тому її застосовують відносно рідко. Для усунення іскріння під щітками в машинах постійного струму потужністю більше 0,3 кВт застосовують додаткові полюси, які встановлюють на геометричній нейтралі машини. Геометрична нейтраль — лінія, що проходить через точки обводу якоря, розташовані посередині між сусідніми полюсами машини. Обмотки додаткових полюсів вмикають послідовно з обмоткою якоря. Завдяки їх дії потік від головного магнітного поля, зчеплений з секціями, що їх замикають накоротко щітки, дорівнює нулю.

9. Під комутацією машини постійного струму розуміють сукупність явищ та процесів, що відбуваються під щіткою та в секції, яка замикається накоротко при переході з однієї паралельної вітки до іншої. З огляду на забезпечення задовільної комутації короткочасне перевищення струму якоря його номінальної величини не повинно бути більшим 2+2,5.

10. За варіантами вмикання обмоток збудження по відношенню до обмотки якоря машини постійного струму поділяють на машини незалежного збудження, паралельного збудження, послідовного та мішаного збудження. Номінальний струм обмотки паралельного (незалежного) збудження у машинах середньої потужності звичайно складає до 5% від номінального струму обмотки якоря.

11. Залежність ЕРС обмотки якоря генератора постійного струму від струму збудження при відсутності навантаження ( $I_{\text{я}} = 0$ ) і сталій частоті обертання якоря

називають характеристикою холостого ходу. Її вигляд є подібним до характеристики намагнічування феромагнітного матеріалу магнітопроводу машини. Наявність гістерезисних явищ у магнітопроводі дозволяє отримати ефект самозбудження в генераторі паралельного збудження.

12. Залежність напруги на виводах якірної обмотки від струму навантаження  $U = U(I)$  при сталій частоті обертання і незмінному значенні струму збудження для генератора незалежного збудження, або незмінному опорі кола обмотки збудження для генератора паралельного збудження називають зовнішньою характеристикою генератора постійного струму. Напруга  $U$  при збільшенні струму  $I$  від холостого ходу до номінального режиму зменшується внаслідок зростання спаду напруги на опорі якоря і зменшення ЕРС  $E$ , зумовленого розмагнічувальною дією реакції якоря, для генераторів незалежного збудження на 5 +15%. Зовнішня характеристика генератора паралельного збудження має більший нахил до осі абсцис, ніж характеристика генератора незалежного збудження, оскільки із зменшенням напруги якоря при паралельному збудженні одночасно зменшується і струм збудження машини, що призводить до зменшення ЕРС якоря.

13. У генераторах мішаного збудження в залежності від величини магнітного потоку, створюваного серією обмоткою і напрямленого узгоджено з магнітним потоком шунтової обмотки, можна забезпечити рівність напруг холостого ходу та напруги при номінальному струмі навантаження або навіть децю збільшити напругу генератора з метою компенсації спаду напруги у лінії електропередачі.

14. В момент пуску двигуна постійного струму кутлова швидкість та ЕРС якоря рівні нулю, тому пусковий струм дорівнює  $I_{яп} = U / R_я$  і набагато перевищує номінальний. З огляду на збереження робочих властивостей щітково-колекторного вузла струм якоря не повинен перевищувати номінальний більше як у 2+2,5 рази. Тому безреостатні пуски двигунів на практиці застосовують лише для мікродвигунів, а в усіх інших випадках обмежують величину пускового струму реостатом, який вмикають послідовно з якорем двигуна.

15. Пуск двигуна послідовного збудження можна здійснювати тільки при наявності моменту опору на його валу, оскільки кутлова швидкість такого двигуна при холостому ході може бути набагато більшою від номінальної. При таких швидкостях великі відцентрові сили можуть механічно пошкодити обмотку якоря і колектор. До того ж при великих швидкостях обертання значно ускладнюються умови комутації. Все це може вивести машину з ладу.

16. Механічна характеристика двигуна являє собою залежність кутлової швидкості обертання якоря  $\Omega$  від електромагнітного моменту якоря  $M$  або від моменту на валі двигуна  $M_2$  при незмінній напрузі живлення  $U = \text{const}$  та незмінних опорах у колах якоря та збудження. Якщо прийняти, що магнітний потік  $\Phi$  двигунів незалежного та паралельного збудження не змінюється при різних значеннях електромагнітного моменту  $M$ , то рівняння механічної характеристики для електромагнітного моменту є рівнянням прямої лінії, яка не проходить через початок координат.

$$\Omega = \frac{U}{c\Phi} - \frac{R_я}{(c\Phi)^2} M = \Omega_0 - \frac{R_я}{(c\Phi)^2} M$$

17. Регулювати кутлову швидкість двигунів постійного струму можна: введенням додаткового опору послідовно з обмоткою якоря; зміною напруги на якорі та зменшенням магнітного потоку шляхом зменшення струму збудження. При реостатному регулюванні змінюється нахил механічної характеристики. При зміні напруги на якорі механічна характеристика зміщується паралельно сама собі пропорційно зміні напруги. При зменшенні магнітного потоку зростає швидкість холостого ходу двигуна і зменшується пусковий момент, що дозволяє збільшити кутлову швидкість двигуна в зоні робочих навантажень.

18. В залежності від напрямків електромагнітного моменту двигуна та моменту сполученого з ним механізму та їх співвідношення двигун може працювати у двигунному режимі, генераторному режимі та режимі противмикання.

19. Природна механічна характеристика двигуна послідовного збудження має гіперболічний характер. Збільшуючи опір реостата, ввімкненого до якірної обмотки, можна отримати реостатні механічні характеристики, які у нижній своїй частині мають майже прямолінійний характер. Механічні характеристики двигунів послідовного збудження забезпечують помітно більше зменшення швидкості, а, отже, і потужності двигуна при збільшенні моменту опору. Такі характеристики зручні для транспортних електроприводів, тому саме двигуни послідовного збудження широко використовують в електротранспорті.

20. Потужність  $P_1$ , споживана двигуном з мережі, розподіляється між колом якоря (потужність  $P_я$ ) та колом збудження (потужність  $P_з$ ). Потужність у колі збудження  $P_з = UI_з$  звичайно складає 3+5% від потужності  $P_1$ . Частина потужності  $P_я$  витрачається на нагрів обмотки якоря та на електричні втрати у щітках  $\Delta P_{щ}$ . Останніми у багатьох випадках можна знехтувати. Потужність, що залишилася, утворює механічну потужність якоря  $P_{МЕХ}$ , яка дорівнює добутку електромагнітного моменту якоря на його кутлову швидкість. Потужність на валу двигуна  $P_2$  менша від механічної потужності  $P_{МЕХ}$  на величину втрат у сталі якоря  $\Delta P_c$  та механічних втрат  $\Delta P_{МЕХ}$ .

21. Для оцінки властивостей двигунів широко використовують їх робочі характеристики, які являють собою залежності споживаної потужності  $P_1$ , струму якоря  $I_я$ , кутлової швидкості  $\Omega$  або частоти обертання  $n$ , електромагнітного моменту  $M$  або моменту на валу двигуна  $M_2$ , ККД  $\eta$  від потужності на валу  $P_2$  при незмінній напрузі на якорі  $U = \text{const}$  та незмінному струмі у паралельній (незалежній) обмотці збудження. Реостат у якірному колі при зніманні робочих характеристик відсутній.

22. Колекторні двигуни є спробою використання двигунів постійного струму у колах змінного струму з метою отримання двигуна, швидкість якого можна було б регулювати так само, як і двигуна постійного струму. Але колекторний двигун змінного струму виглядає значно складнішим та дорожчим, ніж звичайний двигун постійного струму. Різновидом колекторного двигуна є універсальний колекторний двигун, який може працювати в колах як змінного, так і постійного струму з приблизно однаковими характеристиками.

23. Мікродвигуни постійного струму конструктивно відрізняються від двигунів середньої та великої потужності відсутністю додаткових полюсів та компенсаційних обмоток. За способом збудження мікродвигуни постійного струму виконують

з паралельним, незалежним, послідовним збудженням (електромагнітне збудження) та із збудженням від постійних магнітів (магнітоелектричне збудження). Мікродвигуни постійного струму незалежного (паралельного) збудження мають ті ж самі механічні характеристики, що й звичайні двигуни. Але завдяки тому, що обмотку якоря мікродвигунів виконують з проводу малого перетину, омичний опір їх обмоток якоря відносно великий і кратність пускових струмів значно менша, ніж у двигунів середньої та великої потужності.

24. Безконтактні мікродвигуни замість щітково-колекторного вузла мають напівпровідниковий комутатор. На відміну від звичайних двигунів постійного струму безконтактні двигуни виконують оберненими. Виконаний з постійних магнітів ротор створює магнітне поле, а обмотку якоря розташовують у пазах шихтованого статора. Як і звичайна якірна обмотка ця обмотка складається з окремих секцій, кінці яких підведені до електронного комутатора. За сигналами давача положення ротора електронні ключі комутатора здійснюють перемикання секцій обмотки якоря з однієї паралельної вітки до іншої, тобто виконують функції механічного колектора, але без ковзного контакту.

## АСИНХРОННІ МАШИНИ

### 10.1. ПРИЗНАЧЕННЯ, ОБЛАСТІ ЗАСТОСУВАННЯ, БУДОВА ТРИФАЗНИХ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ

Асинхронні машини майже виключно використовують як двигуни. Їх призначення — перетворення електричної енергії, отриманої з мережі змінного струму, в механічну енергію на валу двигуна. Промисловість виготовляє однофазні, двофазні та трифазні асинхронні двигуни, але у силових електроприводах найбільш розповсюджені трифазні двигуни. Однофазні та двофазні двигуни випускають тільки з номінальною потужністю на валі до 500 Вт. Асинхронні двигуни — найбільш розповсюджені електричні машини. Вони складають біля 90% від усього парку електродвигунів, які перебувають в експлуатації. Основна область застосування асинхронних двигунів — електропривод механізмів, які не вимагають плавного регулювання швидкості. До таких можна віднести вентилятори, компресори, транспортери, токарні та свердлувальні верстати, штампувальні преси, ліфти та інші.

Широке розповсюдження асинхронних двигунів пояснюється перш за все їх дешевизною та простотою експлуатації. Трифазні асинхронні двигуни з короткозамкненим (КЗ) ротором найбільш розповсюджені в діапазоні потужностей від 10 до 20 кВт у 3-5 разів дешевші від двигунів постійного струму тих самих потужностей. Для того, щоби асинхронний двигун запрацював, його достатньо ввімкнути до трифазної мережі, яка є на кожному підприємстві, а для роботи двигуна постійного струму необхідно ще встановлювати перетворювач змінного струму в постійний. Слід зазначити, що у зв'язку з розробкою надійних і відносно дешевих перетворювачів частоти, асинхронні двигуни найближчим часом будуть спроможні успішно конкурувати з двигунами постійного струму і в регульованих електроприводах.

У 70-х роках у СРСР було засвоєно випуск єдиної серії асинхронних двигунів 4А. У 80-х роках їх випускали по 10 млн. штук на рік. Двигуни серії 4А — це трифазні двигуни потужністю 0,06—400 кВт з номінальною напругою 220/380 або 380/660 В, з висотою осі обертання від 50 до 355 мм. У 80-х роках була розроблена нова удосконалена серія двигунів АИ, випуск якої почали розгортати у 1986 році з виведенням на десятильйонний обсяг у 1990 р. Отже десятки мільйонів таких асинхронних двигунів складають і зараз великий парк наявних електродвигунів.

Принцип роботи будь-якого асинхронного двигуна полягає у створенні його обмоткою статора обертового магнітного поля. Створення обертового магнітного поля

обмотками, що живляться від двофазної мережі, в якій струми зсунені по фазі на 90 градусів першими відкрили незалежно один від одного італієць Феррарис та серб Нікола Тесла (див. розділ 2) у 1888 р. У 1889 році росіянин М. О. Доліво-Добровольський, працюючи у німецькій компанії AEG, сконструював перший трифазний двигун, будова якого в основному збереглася й досі. На рис. 10.1 схематично зображена будова

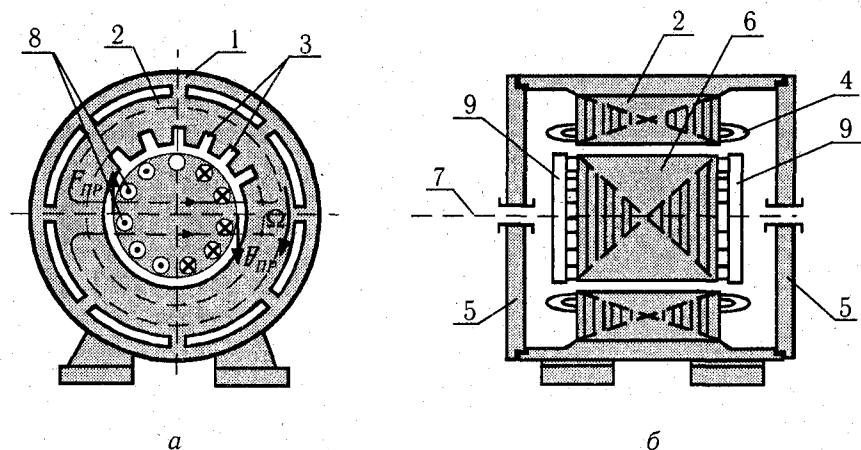


Рис. 10.1

такого асинхронного двигуна з КЗ ротором. Двигун має чавунну станину 1 з ребрами, до розточки яких запресований виготовлений з листів електротехнічної сталі циліндричний статор 2 з виштампованими у ньому пазами 3. У пази 3 закладають трифазну обмотку статора, лобові ділянки якої 4 видно на рис. 10.1, б. Сумісно з пакетом сталі статора 2 за допомогою підшипникових щитів 5 всередині статора розміщено ротор 6, який являє собою шихтований з листів електротехнічної сталі циліндр, насаджений на вал 7. У тілі ротора виштамповані пази, до яких вставлені мідні або алюмінієві стержні 8. Виступаючи по торцях ротора кінці стержнів з'єднані між собою відповідно мідними або алюмінієвим кільцями 9. Таким чином утворюється

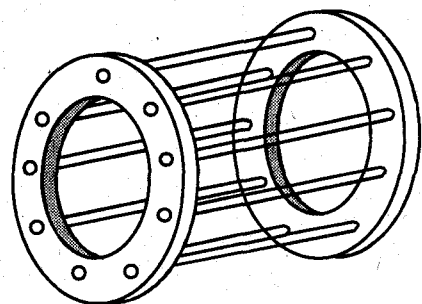


Рис. 10.2

показана на рис. 10.2 короткозамкнена обмотка типу "білчиної клітки". Часто короткозамкнену обмотку ротора виконують відливанням її з алюмінію.

Якщо статорна обмотка утворює магнітний потік  $\Phi$ , силові лінії якого замикаються по вказаному на рис. 10.1, а шляху, і цей потік обертається із швидкістю  $\omega_0$  за годинниковою стрілкою, то у провідниках ротора утворюються ЕРС. Напрямок цих ЕРС, показаний на рис. 10.1, а, можна визначити за правилом правої руки, прийнявши, що магнітне поле нерухоме, а провідники обертаються із швидкістю  $\omega_0$  проти годинникової стрілки.

Оскільки всі провідники в пазах ротора сполучені між собою по торцях кільцями, в провідниках за напрямком дії ЕРС потечуть струми. Застосовуючи до цих провідників із струмом, що перебувають у створеному статорною обмоткою магнітному полі, правило лівої руки, визначимо напрям електромагнітних сил  $F_{пр}$ , що діють на провідники ротора. Як показано на рис. 10.1, а, ці сили обертають ротор у напрямку обертання поля статора. Із зростанням швидкості обертання ротора швидкість поля статора відносно провідників ротора зменшується, внаслідок чого зменшуються ЕРС, індуковані у провідниках ротора і струми в них. Зменшується і обертальний електромагнітний момент, створений силами  $F_{пр}$ , прикладеними до провідників ротора. Тому ротор асинхронного двигуна завжди обертається із швидкістю  $\Omega$ , меншою від швидкості магнітного поля  $\omega_0$ , тобто обертається неодноразово (асинхронно) з полем статора. Звідси походить і назва двигуна.

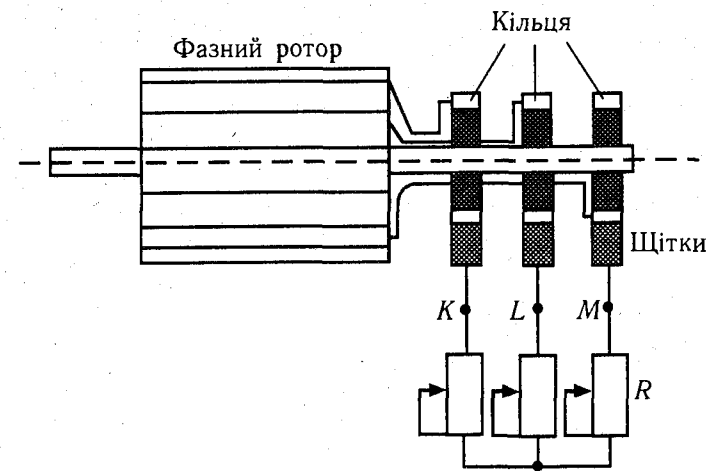


Рис. 10.3

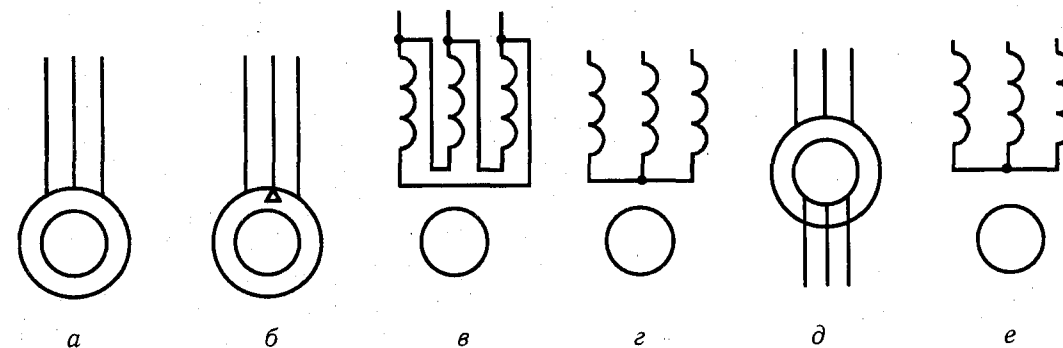


Рис. 10.4

Асинхронні двигуни з короткозамкненим ротором — найбільш дешеві та надійні в експлуатації електродвигуни. Їх надійність значною мірою зумовлена тим, що вони не мають ковзних контактів, тобто є безконтактними машинами. Але з метою отримання можливостей обмеження величини пускового струму та регулювання швидкості асинхронних двигунів, використовують і двигуни з **фазним ротором**. В пазах ротора такого двигуна укладають таку саму трифазну обмотку, як і на статорі. Ці фазні обмотки з'єднують зіркою і виводи фаз зірки підключають до трьох латунних кілець, насаджених на ізоляційні втулки, напресовані на вал (рис. 10.3). Через щітки,

що ковзають по кільцях, фази рухомої обмотки ротора виводять на нерухомі клеми  $K, L, M$ , до яких можна підімкнути реостат  $R$ . В машинах розроблених до 1987 року ці виводи фаз ротора позначали літерами  $P1, P2, P3$ .

На рис. 10.4 показані можливі варіанти умовних стандартних позначень асинхронних двигунів з короткозамкненим (рис. 10.4, а, б, в, г) та фазним (рис. 10.4, д, е) ротором. Всі способи зображень асинхронних двигунів рівноцінні. Обмотка статора може бути зображена просто колом (рис. 10.3, а), колом із зазначенням схеми з'єднань фаз обмотки статора (рис. 10.3, б), безпосереднім зображенням фаз обмотки статора та схеми їх з'єднань (рис. 10.3, в, г).

## 10.2. УТВОРЕННЯ ОБЕРТОВОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ ТРИФАЗНОЮ ОБМОТКОЮ СТАТОРА

Найпростішу трифазну обмотку статора можна виконати з трьох котушок (секцій), укладених у пази статора із зсувом у просторі на  $120^\circ$  (рис. 10.5, а). Початки котушок  $U1, V1, W1$  слід під'єднати до трифазної мережі, а кінці  $U2, V2, W2$  з'єднати між собою у спільну точку  $n$ . У такий спосіб отримаємо трифазну обмотку статора із з'єднанням фаз зіркою. Фазні обмотки статора А, В, С мають виводи  $U1-U2, V1-V2, W1-W2$  відповідно (в машинах розроблених до 1987 р. виводи фазних обмоток статора позначали літерами  $C1-C4, C2-C5, C3-C6$ ). Аналогічно можна з'єднати фазні обмотки трикутником і підключити його до фаз А, В, С мережі живлення. Результатом буде протікання трифазної симетричної системи струмів у фазних обмотках статора:

$$\begin{aligned} i_A &= I_m \sin \omega t; \\ i_B &= I_m \sin(\omega t - 2\pi/3); \\ i_C &= I_m \sin(\omega t - 4\pi/3). \end{aligned}$$

Для моменту часу, коли  $\omega t = \pi/2$  струми у фазних обмотках

$$i_A = I_m; \quad i_B = I_m \sin(-\pi/6) = -I_m/2; \quad i_C = I_m \sin(-5\pi/6) = -I_m/2.$$

Отже, у фазі А струм додатний і максимальний, а у фазах В і С — від'ємний. Приймаючи, що при додатному напрямку струм входить до початку фази і виходить з її кінця, позначимо напрямки струмів у провідниках на рис. 10.5, а. Додатний струм тече від фази А мережі по провіднику  $U1$  у площину рисунка (напрямок струму позначено хрестиком), через задню лобову частину обмотки переходить до провідника  $U2$  і цим проводом вертається на передню сторону рисунка до точки  $n$  (напрямок струму позначено крапкою). Від'ємний струм навпаки із спільної точки обмоток  $n$  протікає у площину рисунка проводом  $V2$ , через задню лобову частину обмотки переходить до проводу  $V1$ , вертається цим проводом до передньої лобової частини обмотки і витікає до фази В мережі. Такі ж напрямки має струм у провідниках  $W1-W2$ . Утворений струмами всіх провідників статора магнітний потік  $\Phi$  напрямлений при  $\omega t = \pi/2$  перпендикулярно до площини фази  $U1-U2$  (рис. 10.5, а), струм в якій додатний і має амплітудне значення.

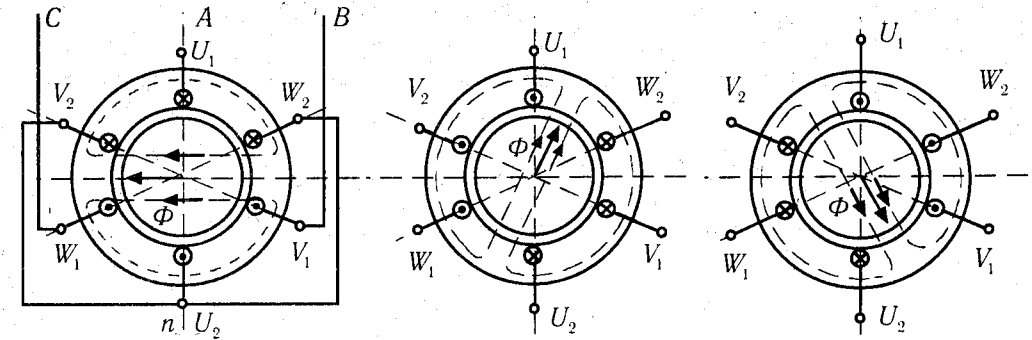


Рис. 10.5

Через третину періоду напруги мережі  $\omega t = \pi/2 + 2\pi/3 = 7\pi/6$  і тоді миттєві значення струмів у фазних обмотках статора дорівнюватимуть

$$i_A = I_m \sin(7\pi/6) = -I_m/2; \quad i_B = I_m \sin(\pi/2) = I_m; \quad i_C = I_m \sin(-\pi/6) = -I_m/2.$$

Отже, через третину періоду струми у фазах А та С від'ємні, а у фазі В струм додатний з амплітудним значенням. Позначивши відповідні напрямки струмів на рис. 10.5, б отримаємо, що утворений провідниками обмотки статора соленоїд створює тепер магнітний потік  $\Phi$ , перпендикулярний до площини фази  $V1-V2$  з максимальним додатним струмом, тобто повернений у просторі на кут  $2\pi/3$  від початкового положення, показаного на рис. 10.5, а. Ще через третину періоду, тобто при  $\omega t = \pi/2 + 4\pi/3$ , струми у фазах дорівнюватимуть

$$i_A = I_m \sin(11\pi/6) = -I_m/2; \quad i_B = I_m \sin(7\pi/6) = -I_m/2; \quad i_C = I_m \sin(\pi/2) = I_m.$$

Отже, магнітний потік стає перпендикулярним осі котушки  $W1-W2$  з найбільшим додатним струмом і повертається від початкового положення (рис. 10.5, а) на кут  $4\pi/3$ . Ще через третину періоду, коли  $\omega t = \pi/2 + 6\pi/3$  напрямки струмів у провідниках відповідатимуть початковим (рис. 10.5, а), тобто магнітний потік повернеться за один період мережі на кут  $2\pi$ . Кількість періодів за одну секунду дорівнює частоті напруги мережі  $f$ , тому кутова швидкість обертання магнітного поля  $\omega_0 = 2\pi f$ .

Якщо статорну обмотку машини виготовити з двома парами полюсів, уклавши у кожну фазу статора дві котушки ( $1U1-1U2$  та  $2U1-2U2$ , рис. 10.6) кутова швидкість магнітного поля зменшується вдвічі. Якщо ж машина має  $p$  пар полюсів, то кутова швидкість поля статора дорівнює

$$\omega_0 = \frac{2\pi f}{p}, \quad (10.1)$$

а, відповідно, кількість обертів магнітного поля за хвилину

$$n_0 = \frac{\omega_0 \cdot 60}{2\pi} = \frac{60f}{p}. \quad (10.2)$$

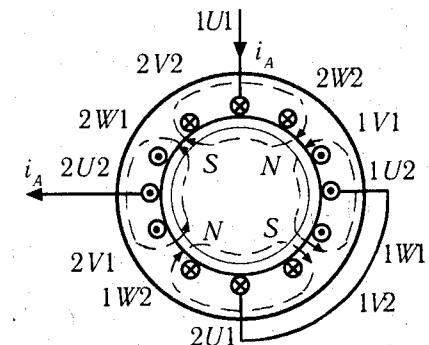


Рис. 10.6

Частота промислових електричних мереж у Європі та Азії дорівнює  $f = 50$  Гц (в Америці — 60 Гц). Тому всі асинхронні двигуни мають стандартну шкалу кутових швидкостей та частот обертання магнітного поля статора, наведену для частоти  $f = 50$  Гц у табл. 10.1.

Таблиця 10.1

## Кутові швидкості та частоти обертання магнітного поля двигунів

Кількість пар полюсів машини $p$	1	2	3	4	5
Кутова швидкість поля $\omega_0$ , 1/с	314	157	104,7	78,5	62,83
Частота обертання поля $n_0$ , об/хв.	3000	1500	1000	750	600

Максимальна кількість пар полюсів асинхронних двигунів загальнопромислового призначення  $p = 5$ . Асинхронні двигуни з  $p > 5$  мають занадто низький  $\cos \varphi$ , тому їх випускають хіба що для спеціальних випадків.

У розділі 10.1 вже згадувалось, що кутова швидкість ротора  $\Omega$  завжди менша від швидкості поля  $\omega_0$ . Відставання ротора від поля статора характеризують ковзанням  $s$ , яке дорівнює

$$s = \frac{\omega_0 - \Omega}{\omega_0} = \frac{n_0 - n}{n_0} \quad (10.3)$$

Тут  $n$  — кількість обертів ротора за хвилину.

Звичайно при номінальному навантаженні на валу у двигунів середньої потужності номінальне ковзання  $s_H \approx 0,013 + 0,05$ , тобто номінальна частота обертання ротора близька до частоти обертання поля. Тому, якщо на щитку двигуна вказана, наприклад, номінальна частота обертання  $n_H = 1450$  об/хв, це означає, що частота обертання поля такого двигуна дорівнює  $n_0 = 1500$  об/хв, його обмотка має дві пари полюсів  $p = 2$ , а номінальне ковзання  $s_H = 0,033$ .

### 10.3. ЗАСТУПНА СХЕМА ФАЗИ ТРИФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГУНА

Заступна схема фази трифазного двигуна із загальмованим **фазним ротором** подібна заступній схемі трансформатора (див. розділ 8.3). Підключення статорної обмотки такого двигуна до трифазної мережі призводить до створення обертового магнітного поля. Шляхи замикання магнітних силових ліній такого поля показані на рис. 10.1 та 10.5. Обертове магнітне поле створює в обмотках статора та ротора системи трифазних симетричних ЕРС, дійові значення яких описуються виразами, подібними виразам (8.1) для трансформаторних ЕРС:

$$\tilde{E}_1 = 4,44 f_1 k_{o1} w_1 \Phi_{Mm}; \quad \tilde{E}_2 = 4,44 f_2 k_{o2} w_2 \Phi_{Mm} \quad (10.4)$$

Тут  $k_{o1}$  та  $k_{o2}$  — обмоткові коефіцієнти статорної та роторної обмоток асинхронного двигуна, які враховують зменшення сумарної фазної ЕРС внаслідок

розподілу провідників фази по пазах машини та внаслідок вкорочення кроку секцій обмотки по відношенню до полюсного ділення машини (звичайно  $k_o \approx (0,9 + 0,94)$ ,  $f_1$  та  $f_2$  — частота ЕРС. При нерухомому роторі  $f_2 = f_1$ , але, якщо ротор обертається, то частота ЕРС роторного кола  $f_2 = s f_1$ . Отже, на початку пуску двигуна  $f_2 = f_1 = 50$  Гц, а при роботі двигуна з номінальним ковзанням  $s_H \approx 0,015 + 0,05$  частота  $f_2 \approx 0,75 + 2,5$  Гц.

Якщо замкнути виводи фазних обмоток ротора між собою накоротко, тобто зробити трифазне коротке замикання у роторному колі, то у провідниках ротора потечуть струми. Струми, що протікають у провідниках статора та ротора створюють як обертовий магнітний потік  $\Phi_M$ , зчеплений з обома обмотками, так і магнітні потоки розсіювання  $\Phi_{\sigma 1}$  та  $\Phi_{\sigma 2}$  (рис. 10.7), які не створюють електромагнітного зв'язку між обмотками і яким відповідають індуктивні опори розсіювання фазних обмоток статора  $X_1$  та  $X_2$ .

Заступна схема фази такого двигуна з нерухомим ротором показана на рис. 10.8, а. На схемі  $R_1$  та  $R_2$  — активні опори фазних обмоток статора та ротора.

Якщо ротор обертається з певним ковзанням  $s$ , то його фазна ЕРС

$$\tilde{E}_{2s\phi} = 4,44 f_1 s k_{o2} w_2 \Phi_{Mm} = \tilde{E}_{2\phi} \cdot s,$$

а індуктивний опір розсіювання ротора, що обертається,

$$X_{2s} = 2\pi f_1 s L_{\sigma 2} = X_2 \cdot s.$$

Заступна схема двигуна з ротором, що обертається, показана на рис. 10.8, б. Струм у роторному колі такої заступної схеми у комплексній формі запису

$$I_{2\phi} = \frac{\tilde{E}_{2\phi} \cdot s}{R_2 + jX_2 \cdot s} \quad (10.5)$$

Поділивши чисельник та знаменник у (10.5) на  $s$ , отримуємо

$$I_{2\phi} = \frac{\tilde{E}_{2\phi}}{\frac{R_2}{s} + jX_2} \quad (10.6)$$

Рівняння (10.5) та (10.6) дають однакове значення струму, але рівняння (10.5) відповідає рухомому ротору, в якому діє залежна від частоти його обертання ЕРС  $\tilde{E}_{2s\phi} = \tilde{E}_{2\phi} \cdot s$  і індуктивний опір розсіювання  $X_{2s} = X_2 \cdot s$  також залежить від частоти обертання ротора, а рівняння (10.6) відповідає рухомому ротору, в якому діє ЕРС  $\tilde{E}_{2\phi}$ , що має незмінну частоту  $f_1$ , незмінний індуктивний опір розсіювання  $X_2$ , а факт обертання ротора враховується введенням до кола ротора активного опору  $R_2/s$ , залежного від ковзання. Заступна схема фази асинхронного двигуна, яка відповідає рівнянню (10.6), показана на рис. 10.8, в.

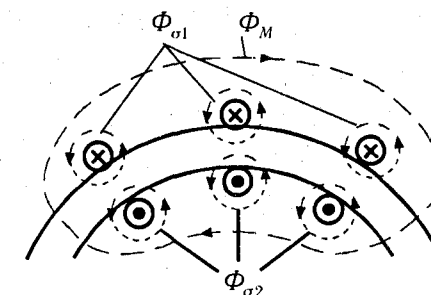


Рис. 10.7



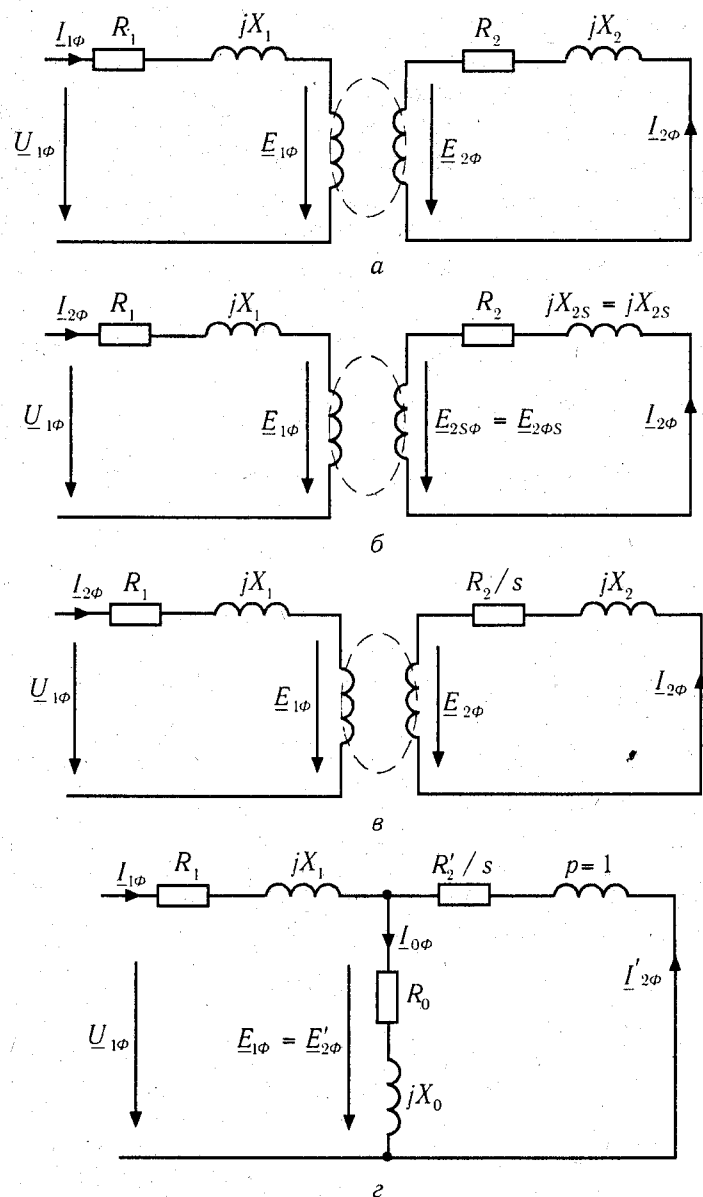


Рис. 10.8

Електромагнітний зв'язок між обмотками статора та ротора асинхронного двигуна аналогічно тому, як це було зроблено при отриманні заступної схеми трансформатора (розділ 8.3), зручно замінити зв'язком електричним за умовою, що потужності у фазах обмотки ротора, зведеної до обмотки статора, лишаються незмінними. Тоді ЕРС,  $\vec{E}'_{2\phi}$  фази обмотки ротора, зведеної до обмотки статора

$$\vec{E}'_{2\phi} = \vec{E}_{1\phi} = n_e \vec{E}_{2\phi}.$$

Тут  $n_e = \frac{k_{o1} w_1}{k_{o2} w_2}$  — коефіцієнт трансформації двигуна по напрузі. Опори  $R_2$  та  $X_2$  реальної обмотки ротора також слід замінити зведеними до первинної обмотки опором  $R'_2$  та  $X'_2$ , аналогічно тому, як це було зроблено для трансформатора (розділ 8.3):

$$R'_2 = n_e^2 \cdot R_2; \quad X'_2 = n_e^2 \cdot X_2.$$

Якщо ж ротор асинхронного двигуна не фазний, а короткозамкнений, то кількість фаз у ньому дорівнює кількості пазів ротора. У такому випадку

$$R'_2 = n_e \cdot n_i \cdot R_2, \quad X'_2 = n_e \cdot n_i \cdot X_2,$$

де  $n_i = \frac{m_1 k_{o1} w_1}{m_2 k_{o2} w_2}$  — коефіцієнт трансформації по струму,  $m_1$  та  $m_2$  — кількості фаз статора та ротора відповідно. Заступна схема асинхронного двигуна із обмоткою ротора, зведеною до кола статорної обмотки, показана на рис. 10.8, з. У схемі  $R_1$  та  $X_1$  — відповідно омичний опір та індуктивний опір розсіювання фази обмотки статора,  $R'_2$  та  $X'_2$  — відповідно омичний опір та індуктивний опір розсіювання фази обмотки ротора, зведеної до кола статора,  $R_0$  — активний опір, втрати в якому відповідають втратам у сталі магнітопроводу двигуна на одну фазу,  $X_0$  — індуктивний опір фази обмотки статора, зумовлений головним магнітним потоком  $\Phi_M$  у магнітопроводі.

#### 10.4. ОБЕРТОВИЙ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИЙ МОМЕНТ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ТА ЙОГО ЗАЛЕЖНІСТЬ ВІД КОВЗАННЯ

Магнітне поле асинхронного двигуна обертається із кутовою швидкістю  $\omega_0$  і створює у роторі електромагнітний момент  $M$ , якому відповідає електромагнітна потужність двигуна

$$P = \omega_0 M. \quad (10.7)$$

Оскільки електричне коло заступної схеми асинхронного двигуна на рис. 10.8, з відтворює енергетичні співвідношення реального двигуна, то активна потужність у колі заступної схеми ротора  $P = m_1 \vec{I}'_{2\phi} R'_2 / s$  дорівнює електромагнітній потужності, що поступила до кола ротора з кола статора, тобто дорівнює електромагнітній потужності двигуна у виразі (10.7).

З заступної схеми асинхронного двигуна на рис. 10.8, з

$$\vec{I}_{1\phi} = \vec{I}_{0\phi} + (-\vec{I}'_{2\phi}).$$

Тут  $\vec{I}_{0\phi}$  — фазний струм холостого ходу двигуна, який тече у статорній обмотці, коли ковзання  $s$  наближається до нуля і струм у роторному колі практично відсутній. Завдяки наявності повітряного проміжку на шляху головного магнітного потоку двигуна  $\Phi_M$ , індуктивний опір  $X_0$  у двигунів значно менший, ніж у трансформаторів. Тому струм холостого ходу асинхронного двигуна  $I_0$  значно більший струму холостого ходу трансформаторів і досягає приблизно 30% від номінального струму в двигунів середньої та великої потужності. Але, як і в трансформаторів, фазовий кут зсуву між



струмами  $I_{1\phi}$  та  $-I'_{2\phi}$  (див. рис. 8.5) досить великий, тому дійові значення струмів  $\tilde{I}_{1\phi}$  та  $\tilde{I}'_{2\phi}$  відрізняються несуттєво і можна наближено прийняти, що  $\tilde{I}_{1\phi} \approx \tilde{I}'_{2\phi}$ . Тоді активна потужність роторного кола двигуна з заступною схемою рис. 10.8, з, яка одночасно є його електромагнітною потужністю, дорівнює

$$P = m_1 \cdot \tilde{I}'_{2\phi} \cdot R'_2 / s = \frac{m_1 \cdot \tilde{U}_{1\phi}^2 \cdot R'_2 / s}{(R_1 + R'_2 / s)^2 + (X_1 + X'_2)^2} \quad (10.8)$$

З (10.7) та (10.8) електромагнітний момент трифазного асинхронного двигуна, для якого  $m_1 = 3$ , дорівнює

$$M = \frac{3\tilde{U}_{1\phi}^2 \cdot R'_2 / s}{\omega_0 [(R_1 + R'_2 / s)^2 + (X_1 + X'_2)^2]} \quad (10.9)$$

Вираз (10.9) встановлює залежність електромагнітного моменту  $M$  асинхронного двигуна від ковзання при заданому дійовому значенні напруги живлення  $\tilde{U}_{1\phi}$  та незмінних опорах заступної схеми. Вираз (10.9) можна використати й для побудови механічних характеристик двигуна, які являють собою залежності  $\Omega = \Omega(M)$  або  $n = n(M)$ , оскільки згідно з (10.3)  $\Omega = i\omega(1-s)$  та  $n = n_0(1-s)$ .

З виразу (10.9) видно, що **електромагнітний момент  $M$  асинхронного двигуна при заданому значенні ковзання  $s$  є пропорційним напрузі мережі у квадраті**. Це означає, що якщо в момент пуску асинхронного двигуна, коли  $s = 1$ , напруга мережі впаде на 20%, тобто  $\tilde{U}_1 = 0,8\tilde{U}_{1н}$ , то пусковий момент при такій напрузі  $M_{n(0,8)} = 0,8^2 M_{n(1,0)} = 0,64 M_{n(1,0)}$ , тобто складатиме лише 64% від пускового моменту при номінальній напрузі  $M_{n(1,0)}$ . Таким чином **асинхронний двигун є дуже чутливим до коливань напруги мережі**.

На рис. 10.9 показана отримана за виразом 10.9 залежність  $M = M(s)$ . Вона має два екстремуми: при  $s = s_k = (\omega_0 - \Omega_k) / \omega_0 > 0$  та при  $s = -s_k = (\omega_0 - \Omega_k) / \omega_0 < 0$ . Тут  $s_k$  — **критичне ковзання**, яке відповідає критичному (максимальному) електромагнітному моменту двигуна. Якщо  $s_k > 0$ , то  $\omega_0 > \Omega_k$  і машина працює у режимі двигуна (РД). Якщо вал машини підкрутити в напрямку обертання магнітного поля зовнішнім моментом, то швидкість ротора  $\Omega$  стає більшою швидкості магнітного поля  $\omega_0$  і ковзання має від'ємне значення. Машина працює у режимі генератора (РГ), споживаючи реактивну потужність, необхідну для створення магнітного потоку  $\Phi_M$  з мережі живлення і віддаючи до неї активну потужність. Якщо диференціювати (10.9) по  $s$  і прирівняти отриманий вираз до нуля, отримуємо значення критичного ковзання

$$s_k = \pm \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_k^2}} \quad (10.10)$$

Тут і надалі для скорочення записів позначено  $X_k = X_1 + X'_2$ .

З (10.10) видно, що **критичне ковзання прямо пропорційне активному опору у колі ротора**. Ділянка характеристики від  $s = 0$  до  $s = s_k$  (або від  $s = 0$  до

$s = -s_k$ ) є робочою, оскільки на збільшення прикладеного до валу гальмівного моменту в режимі двигуна, або рушійного моменту в режимі генератора, машина відповідає збільшенням свого обертального (або відповідно гальмівного) електромагнітного моменту. Ділянка характеристики від  $s = s_k$  до  $s = 1$  (або від  $s = -s_k$  до  $s = -1$ ) є нестійкою, оскільки, наприклад, у режимі двигуна на збільшення зовнішнього гальмівного моменту машина відповідає зменшенням власного обертального моменту і зупиняється.

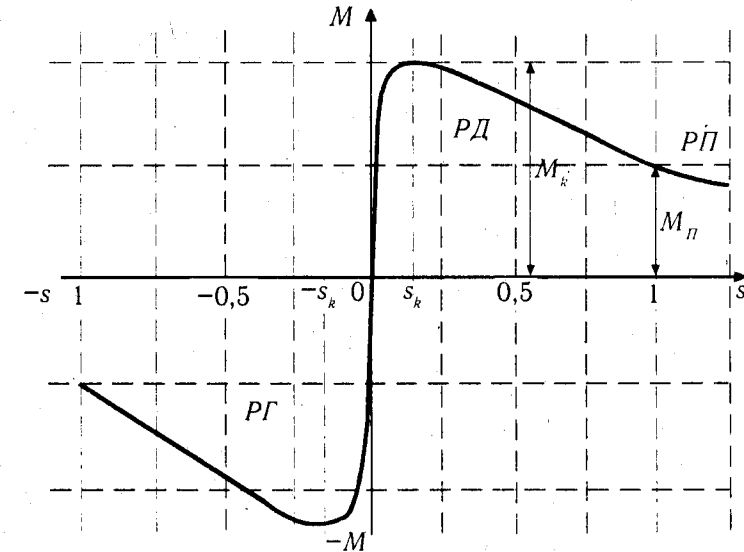


Рис. 10.9

Якщо зовнішній гальмівний момент більший від електромагнітного моменту асинхронного двигуна і має активний характер, то під його дією напрям обертання двигуна після зупинки змінюється на протилежний і ковзання стає більшим від одиниці,

$$s = \frac{\omega_0 - (-\Omega)}{\omega_0} = \frac{\omega_0 + \Omega}{\omega_0} > 1.$$

Це означає, що двигун переходить у режим противмикання (РП, рис. 10.9).

Підставивши (10.10) до (10.9) і виконавши деякі перетворення, отримуємо вираз для критичного (максимального) електромагнітного моменту двигуна:

$$M_k = \frac{3\tilde{U}_{1\phi}^2}{2\omega_0 [R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + X_k^2}]} \quad (10.11)$$

З (10.11) видно, що **максимальний момент асинхронного двигуна є пропорційним квадрату напруги і не залежить від активного опору кола ротора**.

### 10.5. ПУСК ТА РЕВЕРСУВАННЯ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ

На початку пуску асинхронного двигуна ковзання  $s = 1$ , отже опір роторного кола заступної схеми двигуна на рис. 10.8,  $z$  стає найменшим з можливих при роботі машини у режимі двигуна, а струм — найбільшим. У сучасних двигунів серії 4А пусковий струм звичайно дорівнює  $\tilde{I}_n \approx (5 + 7,5)\tilde{I}_n$ . Для двигунів малої потужності кратність пускового струму до номінального значно менша,  $\tilde{I}_n \approx (3 + 5)\tilde{I}_n$ .

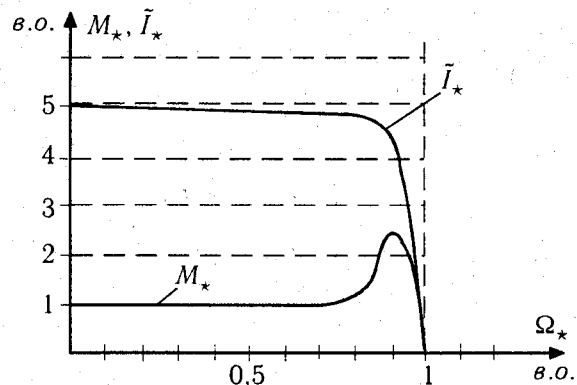


Рис. 10.10

На рис. 10.10 показані типові залежності електромагнітного моменту  $M_*$  та струму двигуна  $\tilde{I}_*$  від кутової швидкості ротора  $\Omega_*$ , побудовані у відносних одиницях. За базові одиниці прийняті номінальний електромагнітний момент  $M_n$ , номінальний струм  $\tilde{I}_n$  та кутова швидкість поля  $\omega_0$ . Як видно з рисунка, протягом більшої частини процесу пуску, яка відповідає зміні кутової швидкості ротора у діапазоні  $0 < \Omega < 0,8\omega_0$  струм двигуна значно не зменшується. Тому, якщо трансформатор, від

якого живиться асинхронний двигун, має сумірну з ним потужність, то великі пускові струми викликають помітне зменшення напруги живлення, що призводить до зниження пускового моменту двигуна і, отже, до затягування у часі процесу пуску, що ускладнює роботу інших споживачів та апаратури захисту.

У більшості випадків при наявності сучасних потужних мереж електропостачання проблеми при прямих пусках асинхронних двигунів не виникають. Але в окремих випадках для зменшення пускового струму асинхронного двигуна застосовують тимчасове зменшення напруги на його статорній обмотці за допомогою спеціального автотрансформатора або вмиканням послідовно із статорною обмоткою додаткових індуктивних або активних опорів. Найпростіше можна зменшити напругу на двигуні під час пуску шляхом перемикання його обмотки з зірки на трикутник (рис. 10.11). Це можливо, якщо фазні номінальні напруги обмоток статора двигуна дорівнюють лінійній напрузі мережі живлення.

Наприклад, обмотку статора асинхронного двигуна з напругою 220/380 В з'єднують трикутником, якщо лінійна напруга мережі  $\tilde{U} = 220$  В і зіркою, якщо лінійна напруга мережі  $\tilde{U} = 380$  В. В обох випадках напруга на фазах статорної обмотки двигуна дорівнює 220 В. Але, якщо лінійна напруга мережі  $\tilde{U} = 220$  В, то під час пуску можна ввімкнути статорну обмотку асинхронного двигуна зіркою (верхнє положення контактів перемикача Q2 на рис. 10.11), а після закінчення пуску переключити статорну обмотку на трикутник (нижнє положення контактів перемикача Q2 на рис. 10.11). При вмиканні статорної обмотки зіркою напруга на фазі двигуна буде у  $\sqrt{3}$  разів менша від лінійної, отже й струм при пуску зіркою  $\tilde{I}_{n\gamma}$  буде у  $\sqrt{3}$  разів меншим, ніж пусковий струм  $\tilde{I}_{n\Delta}$

при номінальній напрузі на фазі,  $\tilde{I}_{n\gamma} = I_{n\phi} / \sqrt{3}$ . При прямому ж пуску двигуна трикутником лінійний струм  $\tilde{I}_{n\Delta}$  у зовнішньому кабелі у  $\sqrt{3}$  разів більший від струму фазного, тобто  $\tilde{I}_{n\Delta} = \sqrt{3} \cdot \tilde{I}_{n\phi}$ . Порівнюючи останні два вирази отримуємо, що

$$\frac{\tilde{I}_{n\Delta}}{\tilde{I}_{n\gamma}} = 3.$$

Отже, перемиканням статорної обмотки двигуна із зірки на трикутник можна зменшити пусковий струм двигуна втричі, але при цьому в три рази зменшується і пусковий момент двигуна, тому такі пуски можна здійснити лише при відсутності навантаження на валу.

Пуск асинхронних двигунів з фазним ротором здійснюють за допомогою трифазного пускового реостата R (рис. 10.12), який обмежує пусковий струм і збільшує пусковий момент асинхронного двигуна (див. рис. 10.17). Перед підключенням двигуна до мережі вимикачем Q реостат повністю вводять. Під час пуску двигуна реостат поступово виводять. Опір реостата підбирають таким, щоби пусковий момент  $M_n$  дорівнював критичному моменту  $M_k$ .

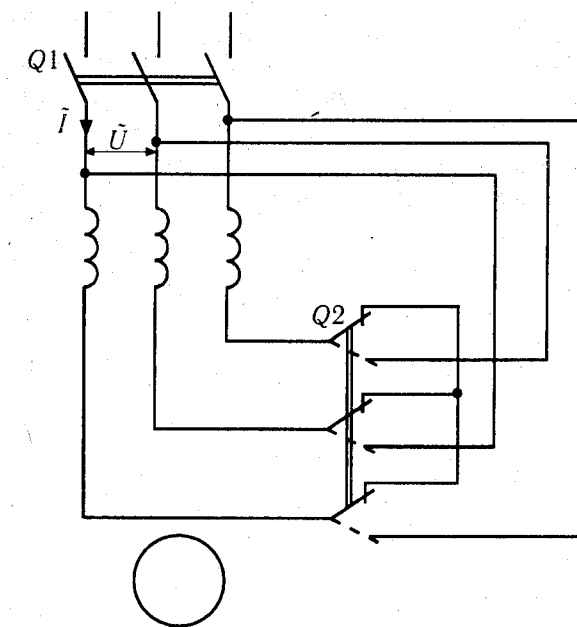


Рис. 10.11

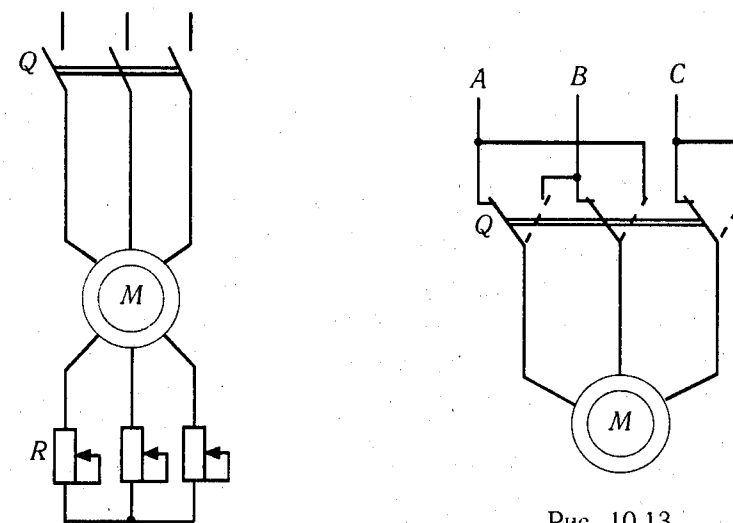


Рис. 10.12

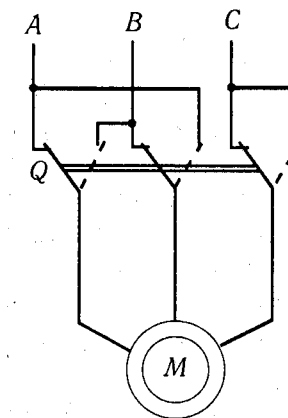


Рис. 10.13

Реверсування, тобто зміна напрямку обертання асинхронного двигуна, досягається зміною порядку чергування фаз мережі живлення. Для цього достатньо триполюсним перемикачем поміняти місцями дві фази (наприклад  $A$  і  $B$ ), як це показано на рис. 10.13. При лівому положенні контактів перемикача  $Q$  порядок чергування фаз мережі на двигуні —  $A, B, C$ , а при правому —  $B, A, C$ . Зміна чергування фаз призводить до зміни напрямку обертання створеного статорною обмоткою магнітного поля.

## 10.6. ЕНЕРГЕТИЧНА ДІАГРАМА АСИНХРОННОГО ДВИГУНА

Енергетична діаграма асинхронного двигуна, зображена на рис. 10.14, показує існуючі у двигуні втрати потужності, які зумовлюють різницю між потужністю  $P_1$ , споживаної двигуном з мережі, та потужністю на валу двигуна  $P_2$ . Споживана двигуном з мережі активна потужність може бути виміряна ватметрами (розділ 2.7) у статорному колі. Вона дорівнює  $P_1 = \sqrt{3} \tilde{U}_1 \tilde{I}_1 \cos \varphi = 3 \tilde{U}_{1\varphi} \tilde{I}_{1\varphi} \cos \varphi$ . Частина потужності  $P_1$  витрачається на нагрів обмоток і на втрати у сталі статора на перемагнічування та вихрові струми. Втрати на нагрів обмоток називають електричними втратами,  $\Delta P_{e1} = 3 \tilde{I}_{1\varphi}^2 R_1$ . Втрати у сталі називають ще магнітними. Решта потужності передається із статорного кола до роторного електромагнітним шляхом і називається електромагнітною потужністю  $P = P_1 - \Delta P_{e1} - \Delta P_{c1}$ .

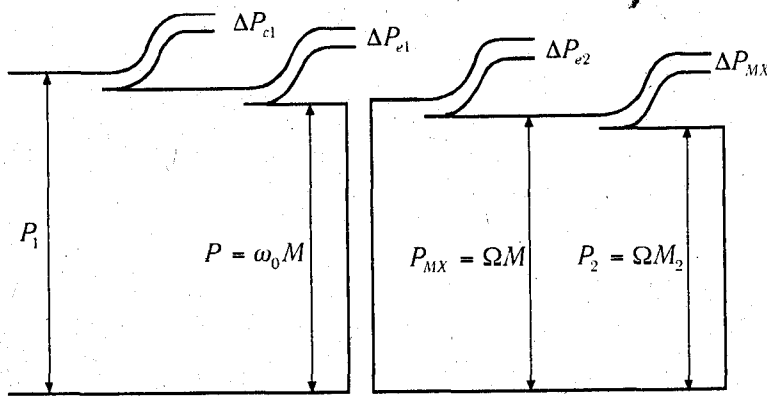


Рис. 10.14

У заступній схемі асинхронного двигуна електромагнітна потужність дорівнює активній потужності кола ротора  $P = 3 \tilde{I}_{2\varphi}^2 \cdot R_2' / s$ . Помноживши електромагнітну потужність  $P$  на ковзання  $s$ , отримаємо електричні втрати в обмотці ротора. Отже,  $\Delta P_{e2} = 3 \tilde{I}_{2\varphi}^2 \cdot R_2' = P \cdot s$ . Чим більше ковзання  $s$ , тим більші втрати в обмотці ротора. Тому робота двигуна з великими ковзаннями є дуже неекономічною і призводить до небезпечного перегріву роторної обмотки.

Втратами у сталі ротора можна нехтувати, оскільки внаслідок малої швидкості магнітного поля відносно ротора частота його перемагнічування дуже мала і, згідно

з (6.5) та (6.6) втрати на гістерезис та на вихрові струми також дуже малі. Віднявши від електромагнітної потужності електричні втрати в обмотці ротора  $\Delta P_{e2} = 3 \tilde{I}_{2\varphi}^2 \cdot R_2'$ , отримаємо механічну потужність двигуна  $P_{MX}$ , яка дорівнює  $P_{MX} = \Omega M$ . Потужність на валу  $P_2$  менша від механічної потужності  $P_{MX}$  на величину механічних втрат  $\Delta P_{MX}$ , зумовлених тертям у підшипниках та втратами на вентиляцію. До механічних втрат звичайно додають і так звані додаткові втрати, які складають при номінальному навантаженні двигуна біля 0,5% від споживаної потужності.

Співвідношення потужностей  $P_2$  та  $P_1$  визначає ККД двигуна:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100\%.$$

Для двигунів потужністю 5+55 кВт ККД звичайно знаходиться у межах 85 + 92%.

Втрати в сталі та механічні втрати практично не залежать від навантаження. Їх називають сталими втратами і визначають з досліду холостого ходу:  $P_0 \approx \Delta P_c + \Delta P_{MX}$ .

Електричні втрати в обмотках суттєво залежать від навантаження на валу. Їх називають змінними втратами. Електричні втрати  $\Delta P_e = \Delta P_{e1} + \Delta P_{e2} \approx 3 \tilde{I}_{1\varphi}^2 R_k$ , де  $R_k = R_1 + R_2'$ . Опір  $R_k$  визначають з досліду КЗ, який проводиться при загальмованому роторі подібно до того, як це робиться для трансформатора (розділ 8.4).

## 10.7. РОБОЧІ ХАРАКТЕРИСТИКИ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА

Робочими характеристиками асинхронного двигуна називають залежності ККД  $\eta$ , споживаного ним струму  $\tilde{I}_1$ , споживаної активної потужності  $P_1$ , кутової швидкості ротора  $\Omega$  або його частоти обертання  $n$ , ковзання  $s$ , коефіцієнта потужності  $\cos \varphi$  та електромагнітного моменту  $M$  або моменту на валу  $M_2$  від потужності на валу  $P_2$  при  $U_1 = \text{const}$ ,  $f_1 = \text{const}$  і зміні потужності  $P_2$  у діапазоні  $1,2 P_{2H} \geq P_2 \geq 0$ .

Робочі характеристики асинхронного двигуна показані на рис. 10.15. Всі величини показані у відносних одиницях. За базові величини прийнято кутову швидкість магнітного поля  $\omega_0$ , номінальну потужність на валу  $P_{2H}$ , номінальний момент на валу  $M_{2H}$ , номінальний струм  $\tilde{I}_{1H}$ .

Залежність  $\Omega_* = \Omega_*(P_{2H})$  являє собою криву, слабо нахилена до осі абсцис. Залежність  $s = s(P_2)$  є дзеркальним відображенням залежності  $\Omega_* = \Omega_*(P_{2H})$ .

Струм  $\tilde{I}_1$  при холостому ході дорівнює  $\tilde{I}_1 \approx 0,3 \tilde{I}_{1H}$ , а при  $P_2 = P_{2H}$  — дорівнює номінальному струмові  $\tilde{I}_{1H}$ . Згідно з заступною схемою наближено

$$\tilde{I}_{1\varphi} \approx \frac{\tilde{U}_{1H}}{\sqrt{(R_1 + R_2' / s)^2 + X_k^2}},$$

тобто із збільшенням ковзання струм  $\tilde{I}_1$  зростає, причому крива  $\tilde{I}_1 = \tilde{I}_1(s)$  має параболічний характер. До того ж із збільшенням  $P_2$  збільшується  $s$ , причому залежність  $s = s(P_2)$  також дещо нелінійна (рис. 10.15). Тому залежність  $\tilde{I}_1 = \tilde{I}_1(P_2)$  показана на рис. 10.15, нелінійна і проходить через точки з координатами  $P_{2*} = 0$ ,  $\tilde{I}_{1*} \approx 0,3$  та  $P_{2*} = 1$ ,  $\tilde{I}_1 = 1$ , в.о.

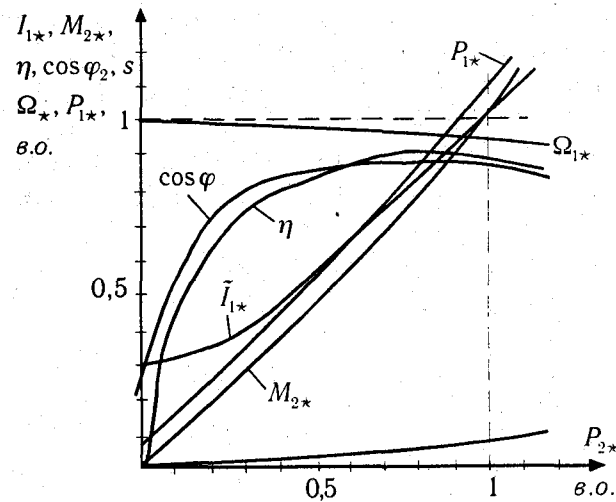


Рис. 10.15

Коефіцієнт потужності  $\cos \varphi$  при холостому ході звичайно дорівнює приблизно 0,2. Згідно з заступною схемою асинхронного двигуна (рис. 10.8, з) із збільшенням навантаження струм  $\tilde{I}_{10\phi}$ , який має велику реактивну складову, практично не змінюється, а струм  $\tilde{I}'_{2\phi}$  роторного кола суттєво зростає завдяки зменшенню опору  $R'_2/s$ . Оскільки при робочих ковзаннях опір  $R'_2/s \gg X'_2$ , коефіцієнт потужності роторного кола  $\cos \varphi_2$  високий і струм  $\tilde{I}'_2$  має велику активну складову. Внаслідок цього із зростанням навантаження на валу зростає активна складова сумарного

струму  $\tilde{I}_1$  і  $\cos \varphi$  двигуна, який досягає свого максимуму при потужності  $P_2$ , близькій до номінальної. При подальшому зростанні навантаження на валу і ковзання  $s$ , зменшення опору  $R'_2/s$  призводить до зменшення  $\cos \varphi_2$  у роторному колі, тобто до зменшення активної складової струму  $\tilde{I}'_{2\phi}$ , і, отже, до зменшення активної складової струму  $\tilde{I}_1$ , внаслідок чого  $\cos \varphi$  двигуна починає зменшуватися, як це й показано на рис. 10.15.

Оскільки при холостому ході асинхронного двигуна  $\tilde{I}_1 \approx 0,3\tilde{I}_{1n}$ , а  $\cos \varphi_0 \approx 0,2$ , можна зробити висновок, що **споживана двигуном при холостому ході реактивна потужність  $Q_{10} \approx 3\tilde{U}_{1\phi}\tilde{I}_{1\phi} \sin \varphi \approx 0,3P_{1n}$ , тобто складає біля 30% номінальної споживаної потужності.** При номінальному навантаженні звичайно  $\cos \varphi_n \approx 0,8 + 0,9$ , отже  $\sin \varphi_n \approx 0,44 + 0,6$  і **реактивна потужність асинхронного двигуна з номінальним навантаженням на валу складає (40 + 60)% від номінальної споживаної потужності.** Асинхронні двигуни є основними споживачами реактивної потужності в електричних мережах і причиною зниження їх  $\cos \varphi$ , що примушує вживати спеціальних заходів до його підвищення (розділ 1.14).

Залежність  $M_{2*} = M_{2*}(P_2)$  проходить через точки з координатами  $P_{2*} = 0$ ,  $M_{2*} = 0$  та  $P_{2*} = 1$ ,  $M_{2*} = 1$ , в.о. Оскільки при зміні навантаження від холостого ходу до номінального швидкість асинхронного двигуна лишається практично незмінною, то й залежність  $M_{2*} = M_{2*}(P_2)$  майже прямолінійна.

## 10.8. МЕХАНІЧНА ХАРАКТЕРИСТИКА АСИНХРОННОГО ДВИГУНА

Механічну характеристику асинхронного двигуна як залежність кутової швидкості ротора  $\Omega$  від електромагнітного моменту  $M$ ,  $\Omega = \Omega(M)$ , можна отримати з виразу (10.9), який визначає залежність  $M = M(s)$ , врахувавши, що  $\Omega = \omega_0(1 - s)$ . Якщо (10.9) поділити на (10.11), врахувати (10.10), позначити  $a = R_1/R'_2$  і виконати деякі

перетворення, можна отримати так звану формулу Клосса, яка дозволяє визначити залежність  $M = M(s)$  без використання значень параметрів заступної схеми  $R_1, R'_2, X_1$  та  $X'_2$ , як цього вимагає рівняння (10.9):

$$M = \frac{2M_k(1 + a \cdot s_k)}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2a \cdot s_k} \quad (10.12)$$

Крім того, врахувавши, що  $a \approx 1$ , а  $s_k \approx 0,1 + 0,2$ , можна знехтувати членами з  $a \cdot s_k$  у (10.12) і отримати спрощену формулу Клосса:

$$M = \frac{2M_k}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}} \quad (10.13)$$

Для номінального режиму роботи

$$M_n = \frac{2M_k}{\frac{s_n}{s_k} + \frac{s_k}{s_n}}$$

Розв'язавши це рівняння відносно  $s_k$  і позначивши кратність критичного моменту як  $m_k = M_k / M_n$ , отримаємо

$$s_k = m_k s_n \pm s_n \sqrt{m_k^2 - 1} \quad (10.14)$$

Оскільки  $s_n$  завжди можна визначити за заводськими даними на щитку двигуна, а  $m_k$  здебільшого дорівнює 2+2,5, з (10.14) можна наближено визначити  $s_k$ , а з (10.13) — залежність  $M = M(s)$ . Оскільки різниця між електромагнітним моментом  $M$  та моментом на валу  $M_2$ , зумовлена лише моментом від механічних та додаткових втрат, для двигунів середньої та великої потужності незначна, можна використовувати (10.13) і для наближеного визначення залежності  $M_2 = M_2(s)$ .

На рис. 10.16 показана типова механічна характеристика асинхронного двигуна, яка проходить через чотири характерні точки:

- ідеального холостого ходу з координатами  $\Omega = \omega_0$ ,  $M = 0$ ;
- номінального режиму з координатами  $\Omega = \Omega_n$ ,  $M = M_n$ ;
- критичну з координатами  $\Omega = \Omega_k$ ,  $M = M_k$ ;
- пускову з координатами  $\Omega = 0$ ,  $M = M_p$ .

Для двигунів серії 4А середньої потужності звичайно  $\Omega_n = 0,987 + 0,97\omega_0$ ,  $\Omega_k = 0,8 + 0,9\omega_0$ ,  $M_k = 2 + 2,5M_n$  і  $M_p = 1 + 2M_n$ .

**Числовий приклад.** За даними щитка асинхронного двигуна 4A112M4УЗ  $P_{2n} = 5,5$  кВт,  $n_n = 1445$  об/хв. Розрахувати наближено робочу частину механічної характеристики двигуна.

**Розв'язок.** Найближча до номінальної частоти обертання  $n_n$  частота обертання магнітного поля  $n_0 = 60f/p = 1500$  об/хв. Звідси  $s_n = (1500 - 1445)/1500 = 0,0366$ . Приймаючи  $m_k = 2,25$  з (10.14) отримаємо  $s_k = 2,25 \cdot 0,0366 \pm 0,0366 \sqrt{2,25^2 - 1} = 0,156$ .

За даними щитка номінальний момент на валу двигуна

$$M_{2n} = \frac{P_{2n}}{\omega_n} = \frac{P_{2n} \cdot 60}{2\pi n_n} = 9,55 \frac{P_{2n}}{n_n} = 36,35 \text{ Нм.}$$

Враховавши, що  $n = n_0(1-s)$ , отримаємо з рівняння

$$M_2 = \frac{2 \cdot 2,25 \cdot 36,35}{\frac{s}{0,156} + \frac{0,156}{s}}$$

координати точок для побудови механічної характеристики, зведені до таблиці:

s		0	0,0366	0,08	0,156
M <sub>2</sub>	Нм	0	36,37	66,4	81,8
n = n <sub>0</sub> (1-s)	об/хв	1500	1445	1380	1266

Всі сучасні асинхронні двигуни середньої та великої потужностей випускають глибокопазними. Пази ротора таких двигунів мають не циліндричну форму, як показано на рис. 10.1, а прямокутну чи трапецевидну із співвідношенням висоти пазу ротора до

його ширини більшим від 2+2,5. Із збільшенням частоти струму в стержнях, що заповнюють пази ротора, спостерігається ефект витіснення струму до зовнішнього краю паза. В момент початку пуску, коли  $\Omega = 0$ , частота  $f_2$  струмів у роторі дорівнює  $f_1$ , а наприкінці пуску  $f_2 = sf_1$  зменшується у декілька десятків раз. При наявності ефекту витіснення струму при великих ковзаннях ротора перетин провідників ротора зменшується, що веде до збільшення активного опору обмотки ротора  $R_2$ . Одночасно це призводить до зменшення величини потоку розсіювання і зменшенню опору  $X_2$  обмотки ротора.

Тому на початку пуску, при  $s = 1$ , опори  $R'_{2n}$  та  $X'_{2n}$  не дорівнюють значенням цих опорів  $R'_{2n}$ ,  $X'_{2n}$

наприкінці пуску при  $s \approx s_n$ , причому  $R'_{2n} > X'_{2n}$ , а  $X'_{2n} < X'_{2n}$ . Тому вирази (10.9) та (10.12) або (10.13) можуть бути використані для розрахунку і побудови механічних характеристик без врахування змінності опорів  $R'_2$  та  $X'_2$  лише наближено. Але для якісного аналізу впливу на механічні характеристики вони придатні.

## 10.9. РЕГУЛЮВАННЯ ШВИДКОСТІ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ

Регулювання швидкості асинхронних двигунів зручно дослідити, аналізуючи вплив тої чи іншої регулюючої дії на його механічні характеристики. З (10.9) видно, що електромагнітний момент  $M$  залежить від напруги мережі  $U_1$ , від частоти мережі  $f_1$  та кількості пар полюсів  $p$  (оскільки кутова швидкість обертового поля  $\omega_0 = 2\pi f_1 / p$ ),

а також від активного опору роторного кола  $R'_2$ . Звідси випливають чотири способи регулювання швидкості асинхронних двигунів шляхом змінювання всіх цих величин.

### 1. Реостатне регулювання швидкості

На рис. 10.17 зображено природну механічну характеристику 1 асинхронного двигуна. Якщо двигун має фазний ротор, то введення до кола ротора додаткового активного опору  $R$  (рис. 10.12) призведе згідно з (10.10) до пропорційного збільшення критичного ковзання  $s_k$ , причому згідно з (10.11) максимальний (критичний) момент двигуна не зміниться і механічна характеристика асинхронного двигуна прийме вигляд характеристики 2, яка має більший нахил робочої частини до осі моментів. Введенням ще більшого опору реостату до роторного кола можна перейти до характеристики 3 на рис. 10.17 і так далі.

Згідно з заступною схемою асинхронної машини (рис. 10.8, з) збільшення активного опору  $R'_2$  у роторному колі зменшує при заданому ковзанні струм  $I_{1\phi}$ . Згідно з рис. 10.17 збільшення активного опору  $R'_2$  у роторному колі збільшує пусковий момент двигуна за умовою, що  $\omega_0 - \Omega_k \geq 0$ , тобто  $s_k \leq 1$ .

Якщо двигун працював у точці 1 характеристики 1 з номінальним моментом  $M_n$ , то при раптовому переведенні його на характеристику 2 введенням реостату до кола ротора, внаслідок механічної інерційності двигуна його ковзання лишається деякий час незмінним, а струм двигуна та його момент згідно з (10.11) зменшуються. Внаслідок цього двигун гальмується, ковзання  $s$  збільшується, що веде до зменшення опору  $R'_2 / s$  і зростання струму та моменту двигуна. Нова точка рівноваги між гальмівним моментом від механізму та рушійним моментом двигуна настає у точці 2. Подальшим збільшенням опору додаткового реостата у колі ротора можна перевести двигун на механічну характеристику 3 (точка 3'), яка відповідає найбільшому пусковому моменту двигуна, або на механічну характеристику 4 (точка 4').

З рис. 10.17 видно, що за допомогою реостата можна регулювати швидкість асинхронного двигуна з фазним ротором у широкому діапазоні від  $\Omega \approx \Omega_n$  до  $\Omega = 0$ . Але із збільшенням ковзання зростають втрати в колі ротора (див. 10.6), що веде до перегріву двигуна, а із збільшенням глибини регулювання втрати у реостаті можуть перевищувати втрати в обмотці ротора. Це говорить про неекономічність реостатного регулювання. Тому його звичайно використовують для короткочасного зменшення швидкості двигуна.

З рис. 10.17 видно, що робочі ділянки механічних характеристик асинхронного двигуна — майже прямі лінії. Якщо прийняти, що точки з координатами  $\Omega = \omega_0, M = 0$ ;  $\Omega = \omega_0, M = M_k$ ;  $\Omega = \omega_k, M = M_k$  є вершинами прямокутного трикутника для кожної з характеристик, то один з катетів такого трикутника, який дорівнює  $\omega_0 - \Omega_k = \omega_0 s_k$  є пропорційним

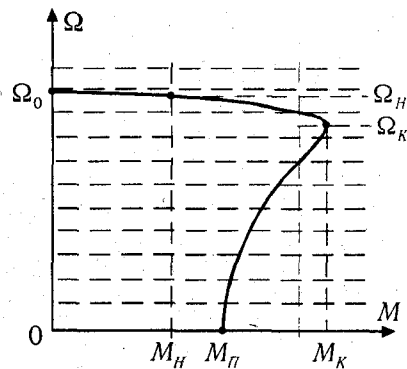


Рис. 10.16

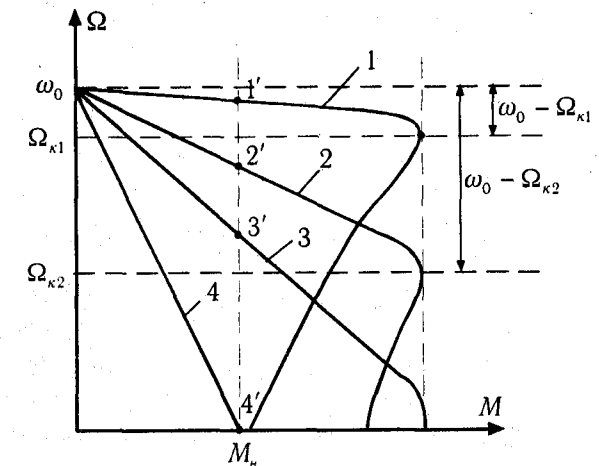


Рис. 10.17

критичному ковзанню  $s_K$ . Згідно з (10.10)  $s_K$  пропорційне сумарному активному опорі роторного кола. Тому для кожної штучної характеристики співвідношення ковзання  $s$  двигуна з номінальним моментом на валу до номінального ковзання  $s_H$  дорівнює співвідношенню активних опорів у роторному колі при зніманні цих характеристик:

$$\frac{s}{s_H} = \frac{R_2 + R}{R_2} \quad (10.15)$$

Тут  $R_2$  — активний опір фази ротора, а  $R$  — фазний опір додаткового реостата.

**Числовий приклад.** Довідникові дані асинхронного двигуна з фазним ротором 4АК160М4УЗ:  $P_{2H} = 14 \text{ кВт}$ ;  $I_{2H} = 29 \text{ А}$ ;  $\dot{U}_{2H} = 300 \text{ В}$ ;  $s_H = 0,037$ ;  $s_K = 0,321$ ;  $2p = 4$ . Знайти опір реостату, необхідний для забезпечення обертання ротора з частотою  $750 \text{ об/хв}$  при номінальному моменті навантаження.

**Розв'язок.** Частота обертання магнітного поля двигуна  $n_0 = 60f/p = 1500 \text{ об/хв}$ . Номінальна частота обертання двигуна  $n_H = n_0(1 - s_H) = 1500(1 - 0,037) = 1444,5 \text{ об/хв}$ . Номінальний момент на валу двигуна  $M_H = 9,55P_{2H}/n_H = 9,55 \cdot 14000/1444,5 = 92,6 \text{ Нм}$ . Ковзання при  $n = 750 \text{ об/хв}$   $s = (1500 - 750)/1500 = 0,5$ . Враховуючи, що фазні обмотки ротора з'єднані зіркою і вважаючи, що  $R_2/s_H \gg X_2$ , отримуємо активний опір фази ротора

$$R_2 = \frac{\dot{U}_{2H} \cdot s_H}{\sqrt{3} \cdot I_{2H}} = \frac{300 \cdot 0,037}{\sqrt{3} \cdot 29} = 0,221 \text{ Ом.}$$

Опір фази додаткового реостата

$$R = R_2 \left( \frac{s}{s_H} - 1 \right) = 0,221 \left( \frac{0,5}{0,037} - 1 \right) = 2,765 \text{ Ом.}$$

## 2. Регулювання швидкості обертання зміною кількості пар полюсів двигуна

Перемикання кількості пар полюсів обмотки статора показано на рис. 10.18. На рис. 10.18, а зображено розгортку статорної обмотки, яка складається з двох послідовно узгоджено з'єднаних секцій. На рис. 10.18, б ті ж самі дві секції розміщено по розточці статора машини. З рис. 10.18, а, б для заданого напрямку струму у фазі А  $i_A$  обмотка має чотири полюси,  $2p = 4$ , чому відповідає згідно з (10.2) частота обертання поля  $n_0 = 60f/p = 1500 \text{ об/хв}$ . Після показаного на рис. 10.17 в, г перемикання виводів секцій обмотки статора, магнітні полюси утворюються тільки всередині секцій, суміжні сторони секцій магнітних полюсів не утворюють і тепер  $2p = 2$ , чому відповідає  $n_0 = 3000 \text{ об/хв}$ . Отже на рис. 10.18 зображено перемикання кількості полюсів із співвідношенням 4:2.

Промисловість випускає двошвидкісні асинхронні двигуни з перемиканням кількості полюсів у співвідношенні 4:2, 6:4, 8:6, 8:4 та 12:6 та тришвидкісні двигуни з перемиканням кількості полюсів у співвідношенні 8:4:2 і 8:6:4, а також чотиришвидкісні двигуни з перемиканням полюсів у співвідношенні 8:6:4:2 та 12:8:6:4. Чотиришвидкісний двигун з перемиканням полюсів у співвідношенні 8:6:4:2 забезпечує синхронні частоти обертання поля відповідно  $n_0 = 750, 1000, 1500$  та  $3000 \text{ об/хв}$ .

Механічні характеристики асинхронного двигуна при перемиканні кількості полюсів у співвідношенні 4:2 показані на рис. 10.19. В залежності від схеми обмоток

магнітний потік полюсів при перемиканні їх кількості може зменшуватись або збільшуватись, тому критичний та пусковий моменти після перемикання можуть дещо зростати або зменшуватись.

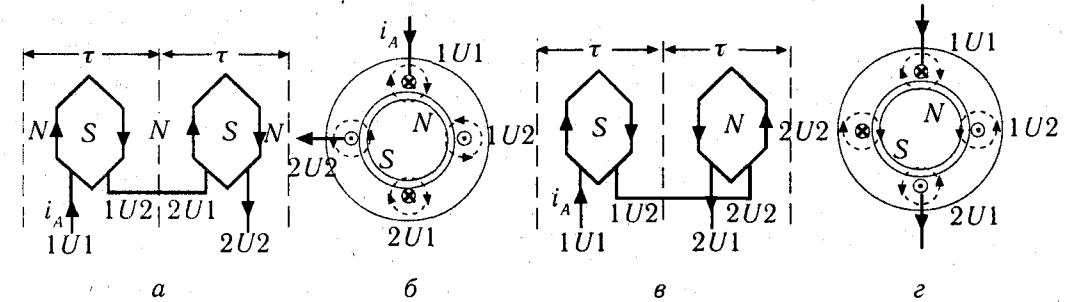


Рис. 10.18

## 3. Регулювання швидкості зміною напруги на статорі

Оскільки критичне ковзання асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором звичайно дорівнює  $s_K \approx 0,1 + 0,2$  і, відповідно, критична кутова швидкість  $\Omega_K \approx 0,9 + 0,8$ , суттєве регулювання його швидкості зміною напруги живлення при перебуванні двигуна на робочій ділянці механічної характеристики неможливе. На рис. 10.19 показана у відносних одиницях типова природна механічна характеристика 1 при  $\tilde{U}_{1*} = 1$  та штучна характеристика 2, яка відповідає напрузі  $\tilde{U}_{1*} = 0,5$  в.о. При наявності на валу двигуна незначного моменту опору  $M_{оп*} \approx 0,3$  в.о. різниця швидкостей у точках 1' та 2' дуже мала.

Якщо застосувати асинхронний двигун з фазним ротором, то введенням до роторного кола додаткового опору  $R$  можна отримати більш м'які характеристики 3 при  $\tilde{U}_{1*} = 1$  та 4 при  $\tilde{U}_{1*} = 0,5$  в.о., що дає можливість дещо розширити діапазон зміни швидкості двигуна зміною напруги (точки 3' та 4' на рис. 10.20).

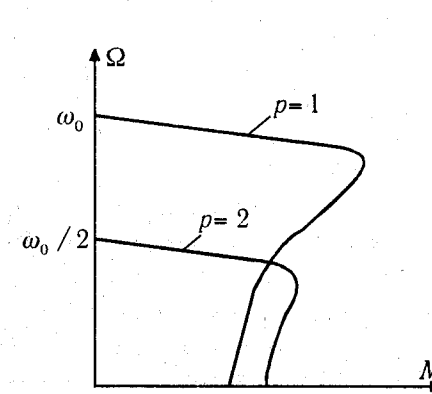


Рис. 10.19

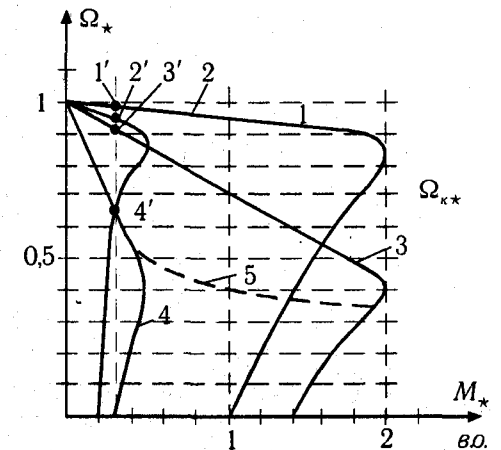


Рис. 10.20

На практиці застосовують динамічні системи автоматичного регулювання із зворотним зв'язком по швидкості двигуна. Коли кутова швидкість двигуна  $\Omega$  стає меншою від заданого значення, система автоматичного регулювання збільшує напругу на двигуні, момент двигуна зростає, внаслідок чого його швидкість збільшується. Коли вона виходить за верхню задану межу, система регулювання зменшує напругу, що призводить до зменшення моменту та швидкості двигуна. Одна з можливих характеристик 5 при такому регулюванні показана на рис. 10.20. Регулювання напруги здійснюється або за допомогою магнітних підсилювачів (див. 6.4) або тиристорних перетворювачів.

#### 4. Регулювання швидкості зміною частоти

Зменшення частоти  $f_1$  джерела живлення згідно з (10.1) призводить до зменшення кутової швидкості  $\omega_0$ . Одночасно зменшення частоти  $f_1$ , наприклад вдвічі, призводить,

згідно з (10.11), до збільшення критичного моменту двигуна більше як вдвічі, оскільки в знаменнику виразу (10.11) вдвічі зменшується не тільки  $\omega_0$ , а й індуктивний опір  $X_K$ . Якщо при цьому напруга мережі  $\tilde{U}_1$  лишається незмінною, то й ЕРС  $E_1 = 4,44 f_1 w_1 k_{o1} \Phi_m$  лишається незмінною. При зменшенні частоти вдвічі це можливо лише при збільшенні вдвічі магнітного потоку. Магнітопровід машини насичується, опір  $X_0$  у заступній схемі рис. 10.11,  $\epsilon$  двигуна значно зменшується, внаслідок чого сильно зростає струм  $\tilde{I}_0$  і, отже, зростає й струм  $\tilde{I}_1$ . З цих причин зменшення частоти  $f_1$  без зменшення напруги мережі  $\tilde{U}_1$  неприйнятне. Якщо момент опору на валу

двигуна незмінний і регулювання швидкості двигуна виконується з  $M = \text{const}$ , то слід підтримувати сталим співвідношення  $\tilde{U}_1 / f_1$ :

$$\frac{\tilde{U}_1}{f_1} = \frac{\tilde{U}_{1n}}{f_{1n}} \sqrt{\frac{M}{M_n}} = \text{const.}$$

Таке регулювання дозволяє отримати механічні характеристики, показані на рис. 10.21.

Перетворення частоти здійснюється у сучасних електроприводах за допомогою спеціального тиристорного (або транзисторного) перетворювача, який одночасно дозволяє регулювати й напругу живлення. В зв'язку з удосконаленням останнім часом таких тиристорних перетворювачів частоти, підвищенням їх надійності і зменшенням вартості частотні електроприводи на базі асинхронних короткозамкнених двигунів, які є найпростіші, найнадійніші та найдешевші серед електроприводів, починають успішно конкурувати з електроприводами на базі двигунів постійного струму. Не виключено, що асинхронні двигуни з частотним керуванням витіснять у багатьох випадках двигуни постійного струму.

### 10.10. ПЕРЕВАГИ ТА НЕДОЛІКИ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ

Після розгляду конструкції асинхронних двигунів, їх робочих і механічних характеристик, пускових та регульовальних властивостей можна стисло охарактеризувати їх переваги та недоліки.

Перевагами асинхронних двигунів є:

- простота конструкції і як наслідок цього — надійність в експлуатації;
- відсутність ковзних контактів у асинхронних двигунах з короткозамкненим ротором, які є безконтактними надійними машинами;
- асинхронні двигуни середньої та великої потужності звичайно у 3+5 разів дешевші від двигунів постійного струму тих же потужностей і мають приблизно у два рази меншу масу.

Недоліки асинхронних двигунів:

- чутливість до зниження напруги мережі, яка призводить до збільшення ковзання навантаженого двигуна і споживаного двигуном струму, що, в свою чергу, може призвести до ще більшого зниження напруги;
- велика споживана реактивна потужність, яка при холостому ході може складати біля 30%, а у номінальному режимі — (40+60)% від номінальної споживаної потужності;
- відносно великі пускові струми, які ускладнюють роботу апаратури захисту та комутації двигунів;
- обмежені можливості регулювання частоти обертання у зв'язку з тимчасовою відсутністю надійних і дешевих частотних напівпровідникових перетворювачів.

**Числовий приклад.** Асинхронного двигуна серія 4А,  $P_{2H} = 11$  кВт;  $n_0 = 1500$  об/хв; маса 77 кг; питома потужність 140 Вт/кг; ціна (1982 р.) — 133 крб. Двигун постійного струму 2ПН1602,  $P_{2H} = 11$  кВт;  $n_H = 1500$  об/хв; маса 234 кг; питома потужність 47 Вт/кг; ціна (1982 р.) — 494 крб.

### 10.11. ДВОФАЗНІ ТА ОДНОФАЗНІ АСИНХРОННІ ДВИГУНИ

Для створення обертового колового магнітного поля у трифазних машинах треба виконати три умови:

- наявність на статорі трьох фазних обмоток, зсунених у просторі одна від одної на  $120^\circ$ ;
- наявність у фазних обмотках статора трьох однакових за величиною струмів, зсунених у часі на третину періоду, тобто зсунених по фазі на  $120^\circ$ ;
- фазні обмотки повинні створювати однакові за величиною магніторушійні сили, тобто мають бути однаковими.

Аналогічно для створення обертового колового магнітного поля у двофазних машинах слід забезпечити виконання таких умов:

- наявність на статорі двох обмоток (А і В, рис. 10.22, а), зсунених у просторі на  $90^\circ$ ;
- наявність в обмотках статора двох струмів ( $i_A$  та  $i_B$ ), зсунених по фазі на  $90^\circ$ ;
- магніторушійні сили обох обмоток мають бути однаковими, тобто  $\tilde{I}_A k_{oA} w_A = \tilde{I}_B k_{oB} w_B$ .



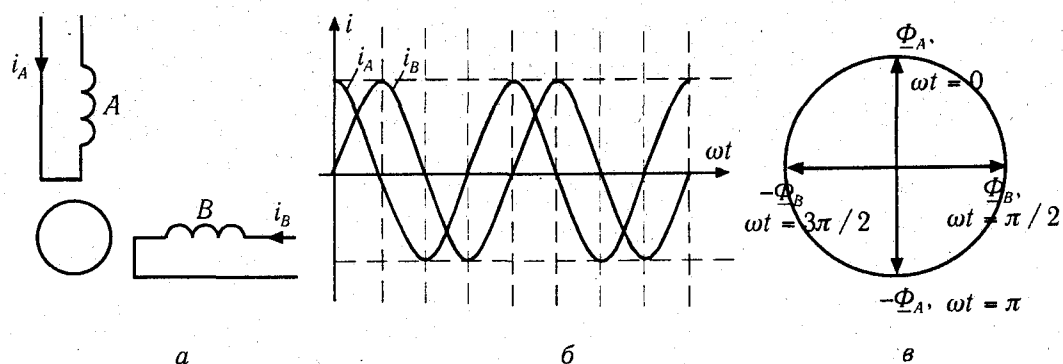


Рис. 10.22

Зсунені по фазі на кут  $\pi/2$  струми  $i_A$  та  $i_B$  показані на рис. 10.22, б, а комплексні вектори магнітних потоків, створених цими струмами у моменти часу  $\omega t = 0$ ,  $\omega t = \pi/2$ ,  $\omega t = 3\pi/2$ ,  $\omega t = 2\pi$  — на рис. 10.22, в. Якщо обмотки *A* та *B* однакові, то і дійові значення струмів  $\tilde{I}_A$  та  $\tilde{I}_B$  для створення колового поля мають бути однаковими. Якщо ж обмотки різні і мають різну кількість витків, для створення колового поля струми треба підібрати так, щоби магніторушійні сили обмоток були однаковими.

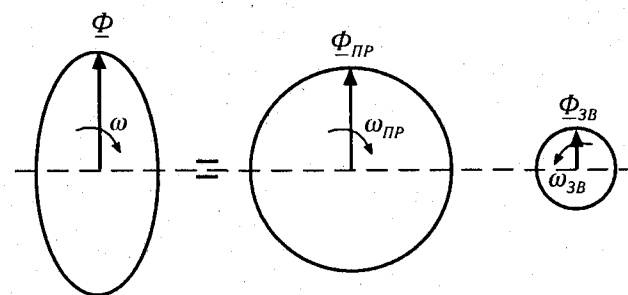


Рис. 10.23

Якщо зсув по фазі між струмами не дорівнює  $90^\circ$ , або магніторушійні сили обмоток різні, обмотки утворюють еліптичне обертове поле  $\Phi$ , яке можна розглядати як результат накладання двох колових обертових полів прямого ( $\Phi_{PP}$ ) та зворотного ( $\Phi_{ЗВ}$ ) напрямків обертання (рис. 10.23). В асинхронній машині еліптичне обертове поле одночасно створює прямий  $M_{PP}$  та зворотний  $M_{ЗВ}$  обертальні моменти. Якщо  $M_{PP} \neq M_{ЗВ}$ , то двигун зможе розвивати обертальний момент того чи іншого напрямку, але цей момент буде меншим, ніж при коловому полі.

Оскільки практично всі електроенергетичні мережі є трифазними, для живлення двофазних двигунів використовують однофазну напругу, а для зсуву по фазі напруги на одній з робочих обмоток послідовно з нею вмикають резистор, індуктивність або конденсатор. На рис. 10.24, а показано принципову схему **конденсаторного двигуна**, який має дві робочі обмотки *A* та *B*, а на рис. 10.24, б — векторну діаграму напруг та струмів такого двигуна. Послідовно з обмоткою *B* вмикнено принаймні один конденсатор  $C_1$ . Струм фази *A*  $I_A$  відстає від напруги  $U_A$  на деякий кут  $\varphi_A$ . Вибором ємності  $C_1$  досягають того, щоби струм  $I_B$  в обмотці *B* випереджав напругу  $U_A$  і щоби кут зсуву між струмами  $I_A$  та  $I_B$  був би близьким  $90^\circ$ . Але при цьому магніторушійні сили обмоток можуть вийти не однаковими. Можна обрати

ємність  $C_1$  з умови забезпечення рівності магніторушійних сил, але при цьому кут зсуву між струмами обмоток *A* та *B* може не бути рівним  $90^\circ$ . Тому можна вважати, що вибором ємності  $C_1$  колове обертове поле можна забезпечити приблизно лише при певних значеннях опорів  $R_B$  та  $X_B$  обмотки *B*. Опори ці залежать від ков-

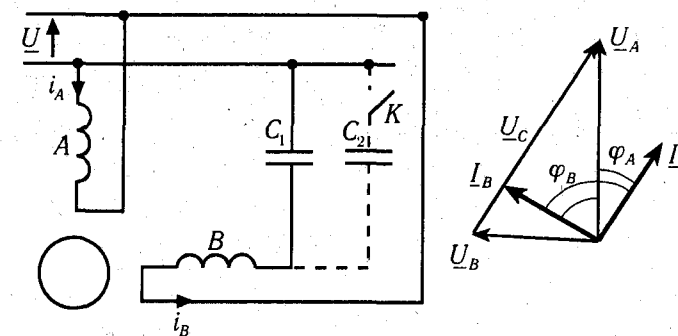


Рис. 10.24

зання, з яким працює двигун, тому вибором ємності  $C_1$  можна забезпечити приблизно колове обертове поле лише для певного режиму роботи двигуна.

У деяких випадках використовують два конденсатори  $C_1$  та  $C_2$ . При пуску контакт *K* ввімкнено і сумарна ємність  $C = C_1 + C_2$  забезпечує приблизно колове обертове поле (або достатньо великий момент). Із збільшенням кутової швидкості двигуна опори  $R_B$  та  $X_B$  збільшуються. Тому для забезпечення колового поля поблизу номінального режиму роботи слід збільшити ємнісний опір, для чого контактом *K* конденсатор  $C_2$  вимикають з кола.

Конденсаторні двигуни випускають на невеликі потужності, звичайно від 18 до 600 Вт. Їх широко застосовують у різних автоматичних пристроях і побутовій техніці (наприклад у пральних машинах, магнітофонах).

Більш простими і дешевими є однофазні двигуни, які мають одну робочу обмотку РО, яка постійно ввімкнена до мережі під час роботи двигуна, та допоміжну пускову обмотку ПО, в якій струм тече лише під час пуску (рис. 10.25). Короткочасність використання пускової обмотки дозволяє виконати її з проводу малого перетину, що зменшує витрати міді і здешевлює двигун. Послідовно з робочою обмоткою ввімкнено котушку реле *K*. На початку пуску через обмотку реле тече великий пусковий струм, реле спрацьовує і вмикає контактом *K* пускову обмотку з конденсатором. Дві обмотки, струми яких зсунені по фазі (див. векторну діаграму рис. 10.23, б), створюють обертове магнітне поле і двигун починає обертатися. Після закінчення пуску струм, споживаний двигуном, зменшується і контакт *K* розмикається. Струм протікатиме тепер тільки у робочій обмотці, яка створюватиме пульсуючий по її осі магнітний потік  $\Phi$ . Пульсуюче магнітне поле можна представити як результат накладання двох колових обертових полів, прямого та зворотного, показаних на рис. 10.26, а комплексними векторами  $\Phi_{PP}$  та  $\Phi_{ЗВ}$ . Кожне

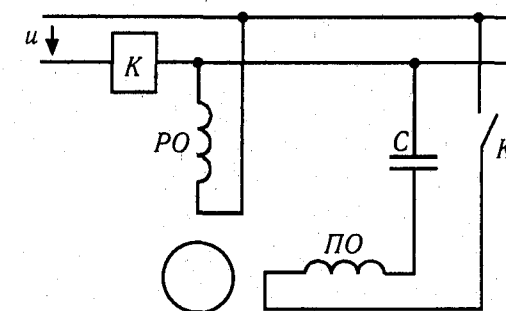


Рис. 10.25

з них створює у двигуні свій обертальний момент. Механічні характеристики  $M_{\text{пр}} = M_{\text{пр}}(\Omega)$  та  $M_{\text{зв}} = M_{\text{зв}}(\Omega)$  представлені на рис. 10.26, б. При кожному ковзанні результуючий електромагнітний обертальний момент  $M = M_{\text{пр}} - M_{\text{зв}}$ . Оскільки розмикання кола пускової обмотки відбувається при малому ковзанні, результуючий електромагнітний момент  $M$ , як то видно з рис. 10.25, б, не дорівнює нулю і двигун продовжує обертатися. При показаному на рис. 10.26, б моменті опору на валу двигуна  $M_{\text{оп}}$  двигун працюватиме у точці 1 механічної характеристики  $M(\Omega)$ .

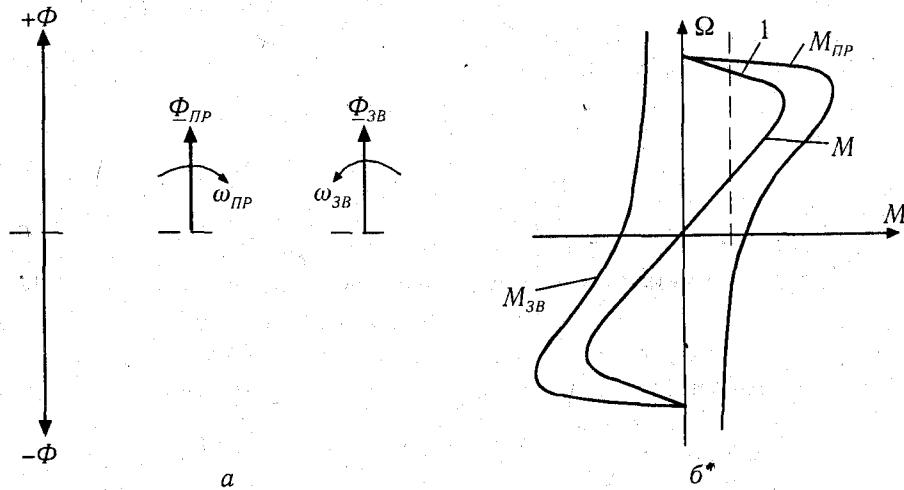


Рис. 10.26

Такі однофазні двигуни широко використовують у пристроях автоматики та в побутовій техніці (наприклад у холодильниках).

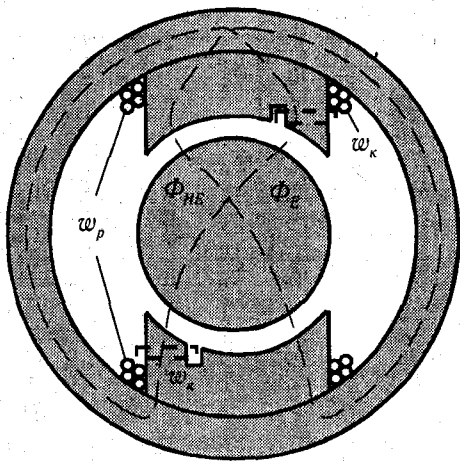


Рис. 10.27

ККД двофазних та однофазних двигунів значно менший, ніж трифазних, але їх виготовляють лише на малі потужності, тому питання високого ККД для таких двигунів не є вирішальним.

У побутовій техніці та для приводу виконавчих механізмів широко застосовують також асинхронні двигуни з екранованими полюсами. Для таких двигунів елементом, що створює фазовий зсув між магнітними потоками, зсуненими у просторі, є короткозамкнена обмотка  $\omega_k$ , яка охоплює частину полюса машини (рис. 10.27). Робоча обмотка  $\omega_p$  вмикається до мережі змінного струму і створює робочий магнітний потік  $\Phi_p$ , який індукуює в обмотці  $\omega_k$  струм  $i_k$ . Цей струм створює магнітний потік  $\Phi_k$ , який значно відстає від магнітного

потіку  $\Phi_p$ . В екранованій частині полюса створюється результуючий потік  $\Phi_E$ , зсунений по фазі відносно потоку  $\Phi_{HE}$  у неекранованій частині полюса. Ці потоки зсунені і в просторі (рис. 10.27). Наявність двох магнітних потоків, зсунених у просторі і по фазі достатні для створення у короткозамкненому роторі обертального моменту.

## 10.12. РЕЗЮМЕ

1. Асинхронні двигуни — найбільш розповсюджені електричні машини. Вони складають біля 90% від усього парку електродвигунів, які перебувають в експлуатації. Основна область застосування асинхронних двигунів — електропривод механізмів, які не вимагають плавного регулювання швидкості. До таких можна віднести вентилятори, компресори, транспортери, токарні та свердлувальні верстати, штампувальні преси, ліфти та інші.

2. Двигун має чавунну станину з ребрами, до розточки яких запресований виготовлений з листів електротехнічної сталі циліндричний статор з виштампованими у ньому пазами. У пази статора закладають трифазну обмотку. Сувісно з пакетом сталі статора за допомогою підшипникових щитів всередині статора розміщено ротор, який являє собою шихтований з листів електротехнічної сталі циліндр, насаджений на вал. У тілі ротора виштамповані пази, в яких розміщено мідні або алюмінієві стержні. Виступаючи по торцях ротора кінці стержнів з'єднані між собою відповідно мідними або алюмінієвими кільцями. Таким чином утворюється короткозамкнена обмотка типу "білчиної клітки". Асинхронні двигуни з короткозамкненим ротором — найбільш дешеві та надійні в експлуатації електродвигуни.

3. Іншим різновидом асинхронних двигунів є двигуни з фазним ротором. В пазах ротора такого двигуна укладають таку саму трифазну обмотку, як і на статорі. Ці фазні обмотки з'єднують зіркою і виводи фаз зірки під'єднують до трьох латунних кілець, насаджених на ізоляційні втулки, напресовані на вал. Через щітки, що ковзають по кільцях, фази рухомої обмотки ротора виводять на нерухомі клемі.

4. Принцип роботи будь-якого асинхронного двигуна полягає у створенні його обмоткою статора обертового магнітного поля. У трифазних двигунах три фазні обмотки, розташовані у пазах статора, зсунені між собою у просторі на  $120^\circ$ . При поданні на ці обмотки трифазної системи напруг вони утворюють обертове магнітне поле з кутовою швидкістю обертання  $\omega_0 = 2\pi \cdot f / p$ ,  $\text{с}^{-1}$ , і, відповідно, кількістю обертів за хвилину  $n_0 = 60f / p$ , де  $p$  — кількість пар полюсів обмотки статора. Обертове магнітне поле індукуює у провідниках ротора ЕРС, під дією яких у провідниках течуть струми, що взаємодіють з магнітним обертовим полем і створюють сили, прикладені до провідників ротора в напрямку обертання поля. Кутова швидкість  $\Omega$  ротора, що обертається під дією такого електромагнітного моменту, завжди менша від швидкості обертового магнітного поля  $\omega_0$ . Ротор двигуна обертається асинхронно по відношенню до поля статора із ковзанням  $s = (\omega_0 - \Omega) / \omega_0$ .

5. Заступна схема фази трифазного двигуна подібна до заступної схеми трансформатора, але обертання вторинної обмотки, якою є обмотка ротора двигуна, враховується введенням до роторного кола опору  $R'_2 / s$  замість опору  $R'_2$ .

6. Залежність електромагнітного моменту  $M$  асинхронного двигуна від ковзання при заданому дійовому значенні напруги живлення  $\tilde{U}_{1\phi}$  та незмінних опорах заступної схеми описує рівняння

$$M = \frac{3\tilde{U}_{1\phi}^2 \cdot R'_2 / s}{\omega_0 [(R_1 + R'_2 / s)^2 + (X_1 + X'_2)^2]}$$

з якого видно, що електромагнітний момент  $M$  асинхронного двигуна при заданому значенні ковзання  $s$  є пропорційним напрузі мережі у квадраті. Аналіз наведеної залежності показує, що критичне ковзання  $s_k$ , яке відповідає максимальному моменту машини  $M_k$  прямо пропорційне активному опору у колі ротора, а максимальний момент асинхронного двигуна є пропорційним квадрату напруги і не залежить від активного опору кола ротора.

7. У сучасних асинхронних двигунів середньої потужності пусковий струм звичайно дорівнює  $\tilde{I}_n \approx (5 + 7,5)\tilde{I}_n$ , що ускладнює роботу апаратів комутування та захисту. В окремих випадках для зменшення пускового струму асинхронного двигуна застосовують зменшення під час пуску напруги на його статорній обмотці за допомогою спеціального автотрансформатора, або вмиканням послідовно із статорною обмоткою додаткових індуктивних, або активних опорів. Найпростіше можна зменшити напругу на двигуні під час пуску шляхом перемикання його обмотки з зірки на трикутник, що дає змогу зменшити пусковий струм двигуна втричі, але при цьому у три рази зменшується і пусковий момент двигуна, тому такі пуски можна здійснити лише при відсутності навантаження на валу.

Пуск асинхронних двигунів з фазним ротором здійснюють за допомогою трифазного пускового реостата, який обмежує пусковий струм і збільшує пусковий момент асинхронного двигуна.

8. Споживана двигуном з мережі активна потужність дорівнює  $P_1 = \sqrt{3}\tilde{U}_{1\phi}\tilde{I}_1 \cos \varphi = 3\tilde{U}_{1\phi}\tilde{I}_{1\phi} \cos \varphi$ . Частина потужності  $P_1$  витрачається на електричні втрати, в обмотці статора  $\Delta P_{e1} = 3\tilde{I}_{1\phi}^2 R_1$  та на магнітні втрати у сталі статора  $\Delta P_{c1}$ . Решта потужності передається із статорного кола до роторного електромагнітним шляхом і називається електромагнітною потужністю  $P = P_1 - \Delta P_{e1} - \Delta P_{c1}$ . Частина електромагнітної потужності витрачається на електричні втрати в обмотці ротора, які дорівнюють  $\Delta P_{e2} = P \cdot s$ , та на механічні втрати  $\Delta P_{Mx}$ . Корисна потужність на валу  $P_2$  дорівнює споживаній потужності з врахуванням всіх втрат. ККД двигуна визначають співвідношенням  $\eta = (P_2 / P_1)100\%$ . Для двигунів потужністю 5+55 кВт ККД звичайно знаходиться у межах 85+92%.

9. Робочими характеристиками асинхронного двигуна називають залежності ККД  $\eta$ , споживаного ним струму  $\tilde{I}_1$ , споживаної активної потужності  $P_1$ , кутової швидкості ротора  $\Omega$ , або його частоти обертання  $n$ , ковзання  $s$ , коефіцієнту потужності  $\cos \varphi$  та електромагнітного моменту  $M$ , або моменту на валу  $M_2$  від потужності на валі  $P_2$  при  $U_1 = \text{const}$ ,  $f_1 = \text{const}$  і зміні потужності  $P_2$  у діапазоні  $1,2 P_{2H} \geq P_2 \geq 0$ . При холостому ходу струм двигуна  $\tilde{I}_{10} \approx 0,3\tilde{I}_{1n}$ , а  $\cos \varphi_0 \approx 0,2$ . Споживана двигуном при холостому ходу реактивна потужність складає біля 30% номінальної споживаної

потужності. При номінальному навантаженні звичайно  $\cos \varphi_H \approx 0,8+0,9$ , отже  $\sin \varphi_H \approx 0,44+0,6$  і реактивна потужність асинхронного двигуна з номінальним навантаженням на валу складає (40+60)% від номінальної споживаної потужності. Асинхронні двигуни є основними споживачами реактивної потужності в електричних мережах і причиною зниження їх  $\cos \varphi$ .

10. Механічну характеристику асинхронного двигуна як залежність кутової швидкості ротора  $\Omega$  від електромагнітного моменту  $M$ ,  $\Omega = \Omega(M)$ , можна отримати з наведеного у п. 6 виразу, який визначає залежність  $M = M(s)$ , врахувавши, що  $\Omega = \omega_0(1 - s)$ . Після деяких перетворень залежність  $M = M(s)$  можна перетворити на так звану формулу Клосса, яка дозволяє побудувати залежність  $M = M(s)$  без використання значень параметрів заступної схеми.

11. Механічна характеристика асинхронного двигуна має чотири характерні точки: ідеального холостого ходу з координатами  $\Omega = \omega_0$ ,  $M = 0$ ; номінального режиму з координатами  $\Omega = \Omega_H$ ,  $M = M_H$ ; критичну з координатами  $\Omega = \Omega_k$ ,  $M = M_k$ ; пускову з координатами  $\Omega = 0$ ,  $M = M_p$ . Для двигунів серії 4А середньої потужності звичайно  $\Omega_H = 0,987+0,97\omega_0$ ,  $\Omega_k = 0,8+0,9\omega_0$ ,  $M_k = 2+2,5M_H$  і  $M_p = 1+2 M_H$ .

12. Для асинхронних двигунів із фазним ротором можливе реостатне регулювання кутової швидкості зміною опору трифазного реостата у роторному колі.

13. Регулювання швидкості обертання зміною кількості пар полюсів двигуна застосовують у спеціальних багатошвидкісних двигунах, які випускає промисловість. Відповідно до кількості пар полюсів змінюється кутова швидкість магнітного обертального поля, а відповідно до неї змінюється й швидкість ротора.

14. Регулювання швидкості обертання асинхронного двигуна зміною напруги на статорі можливе лише при застосуванні динамічної системи автоматичного регулювання із зворотним зв'язком по швидкості двигуна. Такий спосіб регулювання швидкості не знайшов розповсюдження для асинхронних двигунів з короткозамкненим ротором.

15. Регулювання швидкості обертання асинхронного двигуна зміною частоти з одночасним регулюванням напруги знаходить все ширше застосування в регульованому електроприводі. Перетворення частоти здійснюється за допомогою спеціального тиристорного (або транзисторного) перетворювача, який одночасно дозволяє регулювати й напругу живлення. В зв'язку з удосконаленням останнім часом таких тиристорних перетворювачів частоти, підвищенням їх надійності і зменшенням вартості частотні електроприводи на базі асинхронних короткозамкнених двигунів, які є найпростіші, найнадійніші та найдешевші серед електродвигунів, починають успішно конкурувати з електроприводами на базі двигунів постійного струму.

16. Перевагами асинхронних двигунів є: простота конструкції та надійність в експлуатації; відсутність ковзних контактів у двигунах з короткозамкненим ротором; відносна дешевизна. Асинхронні двигуни середньої та великої потужності звичайно у 3+5 разів дешевші від двигунів постійного струму тих же потужностей і мають приблизно у два рази меншу масу.

17. Недоліками асинхронних двигунів є: чутливість обертального моменту до зниження напруги мережі; велика споживана реактивна потужність як при холостому ходу так і у номінальному режимі; відносно великі пускові струми, які ускладнюють

роботу апаратури захисту та комутації двигунів; обмежені можливості регулювання частоти обертання у зв'язку з тимчасовою відсутністю надійних і дешевих частотних напівпровідникових перетворювачів.

18. Асинхронні двофазні двигуни мають на статорі дві фазні обмотки, зсунені в просторі на  $90^\circ$ . Для створення колового обертального магнітного поля слід забезпечити протікання у цих обмотках зсунених по фазі на  $90^\circ$  струмів такої величини, щоби магніторушійні сили обох обмоток були однакові. Оскільки практично всі електроенергетичні мережі є трифазними, для живлення двофазних двигунів використовують однофазну напругу, а для зсуву по фазі напруги на одній з робочих обмоток послідовно з нею вмикають резистор, індуктивність або конденсатор.

19. Однофазні двигуни мають одну робочу обмотку, яка постійно ввімкнена до мережі під час роботи двигуна, та допоміжну пускову обмотку, в якій струм тече лише під час пуску. Послідовно з пусковою обмоткою вмикають фазозсувальний конденсатор. Короткочасність використання пускової обмотки дозволяє виконати її з проводу малого перетину, що зменшує витрати міді і здешевлює двигун.

## СИНХРОННІ МАШИНИ

### 11.1. ПРИЗНАЧЕННЯ, ОБЛАСТІ ЗАСТОСУВАННЯ, БУДОВА СИНХРОННИХ МАШИН

Синхронною називають двообмоткову електричну машину змінного струму, одна з обмоток котрої підключення до електричної мережі, що має частоту  $f_1$ , а друга живиться постійним струмом ( $f_2 = 0$ ). Синхронні машини являють собою електро-механічні перетворювачі механічної енергії, що підведена до їх вала, у електричну енергію змінного струму або навпаки електричної енергії змінного струму, підведеної до машини, у механічну енергію на валу.

Синхронна машина відіграє велику роль, перш за все, як **трифазний генератор змінного струму**. За допомогою цих генераторів на всіх теплових та гідроелектростанціях отримують електричну енергію, необхідну для промисловості та комунально-побутових потреб. З економічних міркувань на електростанціях застосовують максимально потужні машинні агрегати. На теплових електростанціях генератори обертають за допомогою парових або газових турбін. Такі генератори називають турбогенераторами. Їх частота обертання, звичайно, дорівнює  $3000 \text{ об/хв}$ , а потужність сягає  $800\text{—}1000 \text{ МВт}$ . Гідрогенератори мають привід від водяних турбін. Їх частота обертання звичайно знаходиться в межах від  $50$  до  $600 \text{ об/хв}$ , а потужність знаходиться в межах  $200\text{—}600 \text{ МВт}$ .

**Синхронні двигуни** випускають серійно на потужності від  $100 \text{ кВт}$  до декількох десятків тисяч  $\text{кВт}$ . Співставлення переваг та недоліків синхронних двигунів показує, що їх застосування стає більш вигідним, ніж асинхронних, лише при великих потужностях ( $100 \text{ кВт}$  і більше). Тому синхронні двигуни мають не таке масове розповсюдження у промисловості, як асинхронні двигуни.

**Синхронні мікродвигуни** потужністю від часток вата до сотень ват досить широко використовують в автоматичній, вимірювальній та обчислювальній техніці у пристроях, які вимагають суворо сталої частоти обертання.

Конструктивна схема синхронної машини показана на рис. 11.1, а. У пазах статора 1, виготовленого з листів електротехнічної сталі, розміщена трифазна обмотка 2, у котрій обертанням магнітного поля, створеного ротором машини, індуються змінні ЕРС. Обмотка має стільки ж полюсів, що й ротор. Звичайно фази обмоток з'єднують зіркою і рідко — трикутником. Будова статора синхронної машини не відрізняється від будови статора машини асинхронної (див. 10.1)

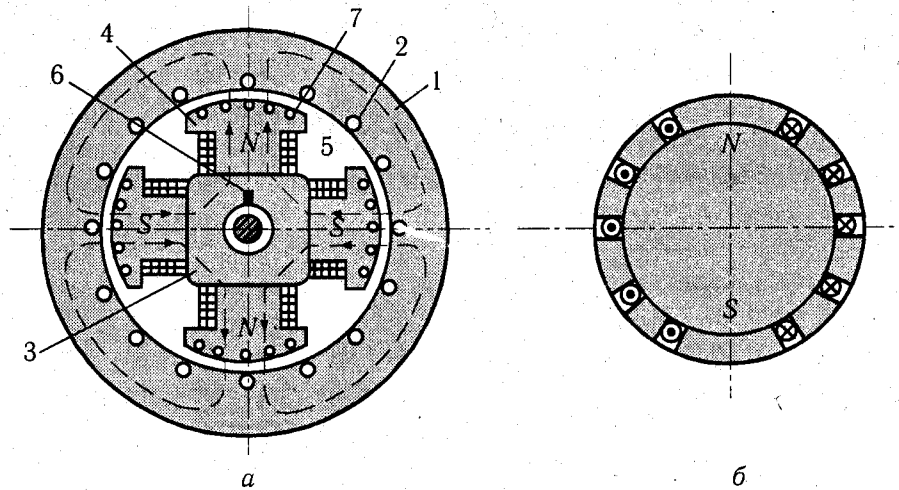


Рис. 11.1

Ротор (індуктор) 3 створює магнітне поле, необхідне для процесу електромагнітної індукції. На рис. 11.1, а зображено ротор з виступаючими полюсами 4, виготовленими також з листів електротехнічної сталі і закріплених на основі з кованої сталі. У двополосних машин з частотою обертання  $n = 3000$  об/хв ротор масивний (так званий турборотор, рис. 11.1, б). По двох третинах його обводу розподілено пази.

На роторах з виступаючими полюсами та турбороторах розміщена обмотка збудження, яку живлять постійним струмом через два контактних кільця 5 та щітки 6, від джерела постійної напруги або від генератора постійного струму, зв'язаного механічно з валом синхронної машини. Такий генератор називають збудником. Контактні кільця виготовляють звичайно з латуні і насаджують на ізоляційну втулку, яку напресовують на вал. Потужність, потрібна для збудження синхронної машини, дорівнює від 0,3% до 3% від номінальної потужності машини. У мікродвигунів обмотка збудження іноді відсутня. Для отримання синхронізуючого моменту полюси таких машин виготовляють з постійних магнітів, або просто використовують так званий реактивний момент, що його створюють виступаючі полюси.

У полюсних наконечниках синхронних машин з виступаючими полюсами розміщують стержні пускової (демпферної) обмотки 7, які по торцях полюсів з'єднують накоротко кільцями, подібно до короткозамкнених роторів асинхронних двигунів (див. розділ 10.1).

## 11.2. СИНХРОННІ ГЕНЕРАТОРИ

Ротор синхронного генератора обертають приводним двигуном з частотою  $n$ . Постійне магнітне поле збуджується струмом  $I_z$  обмотки збудження. Шляхи замикання магнітних силових ліній цього поля показані на рис. 11.1, а штриховими лініями,

а магнітопровід машини затемнено. Поле, що обертається з частотою  $n$ , наводить у кожній фазі обмотки статора синусоїдну ЕРС

$$\vec{E} = C_1 \Phi n, \quad (11.1)$$

пропорційне потокові збудження  $\Phi$  та частоті обертання  $n$ . Стала  $C_1$  враховує конструктивні параметри генератора. Докладніше процес створення трифазної системи синусоїдних ЕРС в обмотках статора розглянуто у розділі 2.2. Частота ЕРС  $f = pn/60$ , де  $p$  — кількість пар полюсів машини, а  $n$  — частота обертання в об/хв. При заданій частоті електроенергетичних мереж  $f = 50$  Гц частота обертання ротора двополосного генератора має дорівнювати

$$n_0 = \frac{60f}{p} = 3000 \text{ об/хв.}$$

Частоту обертання  $n_0$  називають **синхронною**.

Якщо трифазну обмотку генератора під'єднати до навантаження, то в ній потечуть струми, які утворюють своє обертове магнітне поле (див. розділ 10.2), яке накладається на обертове поле ротора і обертається одночасно (синхронно) з ним. Звідси походить і назва машини.

Частота обертання синхронного генератора  $n_0$  є сталою, тому його ЕРС  $\vec{E}_0$  можна змінювати лише регулюванням магнітного потоку  $\Phi$ , що досягають зміною струму збудження  $I_z$ .

Для вивчення роботи навантаженого генератора можна скористатися показаною на рис. 11.2 спрощеною заступною схемою машини з турборотором. У цій схемі  $R_a$  — активний опір фази обмотки статора, а  $X_c$  — її повний індуктивний синхронний опір. Струм навантаження  $\vec{I}$  створює в обмотці генератора активний та індуктивний спади напруги, які зумовлюють залежність напруги генератора  $\vec{U}$  не тільки від струму навантаження  $\vec{I}$ , а й від кута зсуву фаз  $\varphi$  струму відносно напруги. На рис. 11.3 показані три векторні діаграми: при чисто активному опорі навантаження ( $\varphi = 0$ ), при чисто індуктивному навантаженні ( $\varphi = 90^\circ$ , струм відстає від напруги) та при чисто ємнісному навантаженні ( $\varphi = -90^\circ$ , струм випереджує напругу). Векторні діаграми показують, що при активному та індуктивному навантаженнях ЕРС  $\vec{E}_0$  генератора має бути більшою від напруги  $\vec{U}$ , що досягають збільшенням струму збудження, а при ємнісному навантаженні ЕРС  $\vec{E}_0$  менша від  $\vec{U}$ , оскільки магнітний потік обмотки статора підмагнічує машину. Взаємозв'язки між напругою  $\vec{U}$ , струмом  $\vec{I}$  та кутом зсуву фаз  $\varphi$  або  $\cos\varphi$  показані у вигляді зовнішніх характеристик генератора  $\vec{U} = \vec{U}(\vec{I})$  при  $I_z = \text{const}$  на рис. 11.4.

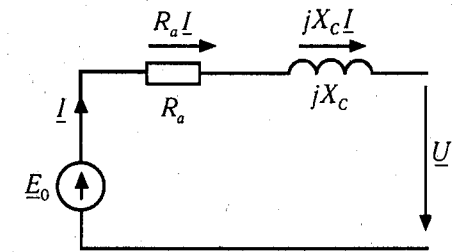


Рис. 11.2

Звичайно синхронний генератор, підключають до мережі змінного струму, яку живлять інші генератори. В момент під'єднання до мережі напруги генератора  $\vec{U} = \vec{E}_0$  та напруга мережі  $\vec{U}_*$  мають бути узгоджені по амплітуді і по фазі. Крім того, необхідно узгодити порядок чергування фаз генератора та мережі.

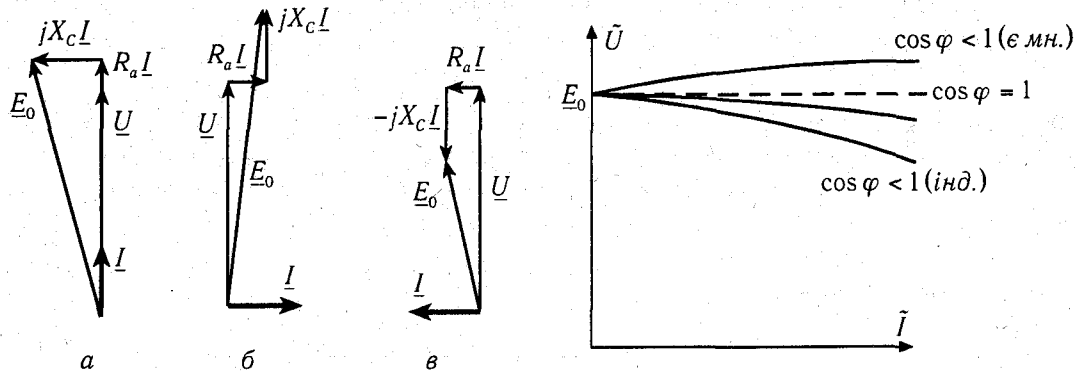


Рис. 11.3

Рис. 11.4

На рис. 11.5 показано заступну схему фази турбогенератора з повним синхронним опором  $jX_c$  та ЕРС  $E_0$ , та фази мережі нескінченної потужності з ЕРС  $E_{0м} = U_m$ , представленими у комплексній формі. Активним опором фазних обмоток генератора нехтуємо. При розімкненому вимикачі  $Q$  комплексний вектор напруги на його контакті  $\Delta U$  згідно з другим законом Кірхгофа дорівнює:

$$\Delta U = E_0 - U_m. \quad (11.2)$$

Якщо частота  $f$  мережі та частота ЕРС  $E_0$  генератора однакові, що досягається регулюванням частоти обертання первинного двигуна генератора, а дійове значення ЕРС генератора  $E_0$  дорівнює дійовому значенню напруги мережі  $U_m$ , то в момент,

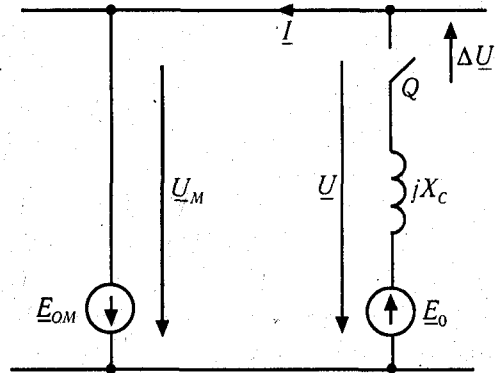


Рис. 11.5

коли напруги мережі й генератора співпадають по фазі, згідно з (11.2) комплексний вектор напруги  $\Delta U$  на контакті  $S$  дорівнює нулю. Векторна діаграма, побудована згідно з (11.2) для цього випадку показана на рис. 11.6, а. Оскільки  $\Delta U = E_0 - U_m = 0$ , то й струм у колі (рис. 11.5) дорівнюватиме нулю, тобто генератор буде підключений до мережі, але струм у його статорній обмотці буде відсутній. При цьому кутова швидкість ротора дорівнює кутовій частоті мережі  $\omega_0$ .

Якщо збільшити тепер струм збудження генератора, то це призведе до зростання магнітного потоку  $\Phi$  та, згідно з (11.1), ЕРС

генератора  $E_0$  буде більша від напруги мережі  $U_m$  і в колі рис. 11.5 виникне різниця напруга, комплексний вектор якої  $\Delta U$  показаний на векторній діаграмі (рис. 11.6, б). Оскільки в колі (рис. 11.5) є тільки індуктивний опір, то в ньому протікає реактивний струм  $I$ , який відстає від напруги  $\Delta U$  та від ЕРС  $E_0$  на  $90^\circ$  і випереджує вектор напруги мережі  $-U_m$  на  $90^\circ$ . В такий спосіб цей струм буде **індуктивним** по

відношенню до генератора і **емнісним** по відношенню до мережі. У такому режимі генератор не віддає до мережі активної потужності, але створює емнісну реактивну потужність, яку можна використати для компенсації реактивної індуктивної потужності, створювану асинхронними двигунами.

Якщо зменшити струм збудження і зробити  $E_0 < U_m$ , то вектор напруги  $\Delta U$  і, відповідно, реактивний струм  $I$  поміняють свою фазу на  $180^\circ$  (рис. 11.6, в) і генератор навантажуватиме мережу реактивною індуктивною потужністю.

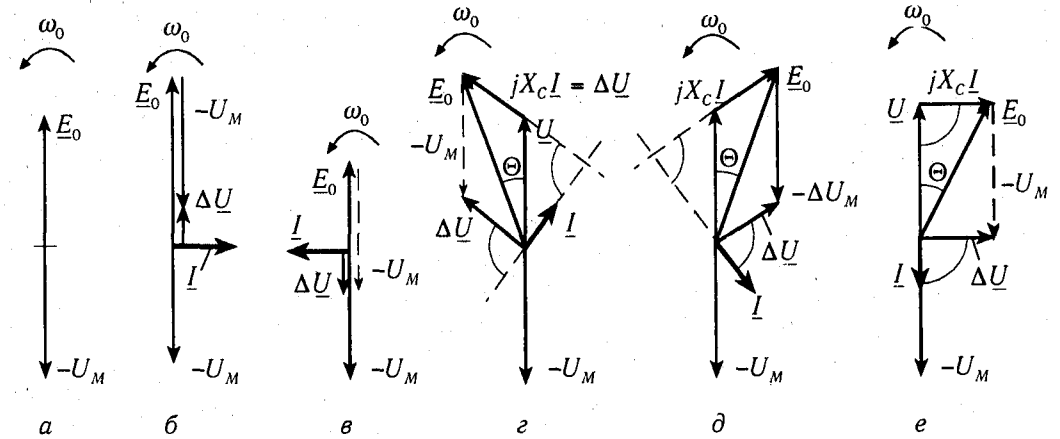


Рис. 11.6

Промисловість випускає спеціальні машини, **синхронні компенсатори**, які встановлюють на підприємствах з великим парком асинхронних двигунів з метою генерування необхідної їм реактивної потужності на місті. Це розвантажує лінію передачі від реактивного струму і підвищує  $\cos \phi$  в електромережі підприємства (див. розділ 1.14). Синхронні компенсатори не потребують для їх обертання стороннього первинного двигуна. Вони працюють як звичайні синхронні двигуни без навантаження на валу і споживають з мережі невелику активну потужність для покриття власних втрат.

Повернемося до режиму, коли  $E_0 > U_m$  і струм  $I$  має емнісний характер по відношенню до мережі (векторна діаграма рис. 11.6, б). Якщо в такому режимі збільшити обертовий момент, прикладений до вала генератора, то ротор отримає прискорення і випередить поле статора на деякий кут  $\Theta$ . Відповідно і вектор  $E_0$  зсунеться по фазі в сторону випередження на кут  $\Theta$  (рис. 11.6, г). Тоді різниця напруг  $\Delta U$  не буде рівна нулю і в колі рис. 11.5 потече струм  $I$ , який має активну складову і реактивну складову з емнісним по відношенню до напруги мережі характером. При наявності струму  $I$  обмотка статора створює обертове магнітне поле, яке обертається з тією ж частотою  $n_0$ , що й ротор, причому при  $\Theta = 0$  різнойменні полюси статора і ротора співпадають. При збільшенні кута  $\Theta$  полюси ротора починають випереджувати відповідні різнойменні полюси поля статора, внаслідок чого виникають магнітні сили



притягування, які чинять опір збільшенню кута  $\Theta$ . Завдяки виникненню такого **електромагнітного синхронізуючого моменту** настає рівновага між обертальним моментом первинного двигуна та гальмівним моментом генератора і ротор, після декількох коливань, продовжує обертатись з тією ж синхронною частотою  $n_0$ , але при наявності кута  $\Theta$ , який при номінальному навантаженні синхронної машини звичайно не перевищує  $20\text{--}30^\circ$ . Зменшенню амплітуди коливань сприяє демпферна обмотка у полюсних наконечниках ротора. Вона подібна до короткозамкненої обмотки ротора асинхронного двигуна, тільки має розриви у повітряних проміжках між полюсами. При виникненні ковзання ротора відносно поля статора демпферна обмотка створює асинхронний момент, який протидіє збільшенню ковзання.

### 11.3. СИНХРОННІ ДВИГУНИ

Припустимо, що ротор синхронної машини розкрутили допоміжним двигуном до потрібної частоти обертання і виконали синхронізацію машини з мережею так, що струм в її статорній обмотці після замикання контакту  $Q$  у колі (рис. 11.5) дорівнює нулю. Такому режиму відповідає векторна діаграма (рис. 11.6, а). Припустимо тепер, що після синхронізації машини з мережею збільшено її струм збудження, так що тепер  $\vec{E}_0 > \vec{U}_m$  (векторна діаграма рис. 11.6, б), а потім приклали до вала ротора замість рушійного гальмівний момент. Тоді ротор почне зменшувати свою кутову швидкість і відставати від обертового поля статора. Одночасно виникає електромагнітний синхронізуючий момент, зумовлений притяганням різнойменних полюсів статора

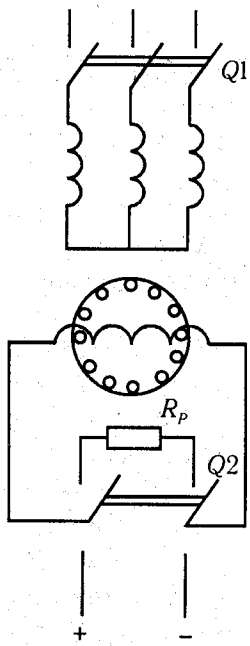


Рис. 11.7

і ротора, який зрівноважує гальмівний момент. Машина працюватиме тепер у **режимі двигуна** з кутом  $\Theta$  між осями полюсів поля статора та полюсів ротора, або між векторами  $\underline{U}$  та  $\underline{E}_0$  на векторній діаграмі (рис. 11.6, д). Реактивна складова струму  $\underline{I}$  має ємнісний характер відносно напруги мережі, отже синхронний двигун виробляє реактивну потужність, необхідну для двигунів асинхронних. Зменшивши струм збудження, а, отже, й ЕРС  $\vec{E}_0$ , можна перевести двигун у режим роботи, якому відповідає векторна діаграма рис. 11.6, е, при якому кут зсуву між струмом  $\underline{I}$  та напругою мережі  $-\underline{U}_m$  дорівнює нулю, тобто  $\cos \varphi = 1$ .

Звичайно для синхронізації з мережею застосовують асинхронний пуск синхронного двигуна за допомогою пускової обмотки, яка у кожного виступаючого полюса утворює частину білячої клітки. Електрична схема для пуску двигуна показана на рис. 11.7.

Перед пуском обмотку збудження двигуна замикають вимикачем  $Q2$  на розрядний опір  $R_p$ , який перевищує опір обмотки збудження  $R_z$  приблизно у десять разів, а потім обмотку статора двигуна вмикають до трифазної мережі вимикачем  $Q1$ . Пускова обмотка на роторі виконує ті самі функції, що й короткозамкнена обмотка асинхронного двигуна.

Відбувається асинхронний пуск синхронного двигуна по механічній характеристиці 1 на рис. 11.8. Коли момент опору  $M_{оп}$  стає рівним електромагнітному асинхронному моменту двигуна (точка а на рис. 11.8), настає усталений режим роботи, при якому швидкість ротора  $\Omega$  дуже близька до синхронної кутової швидкості  $\omega_0$ . Тому після перемикавання вимикача  $Q2$  на рис. 11.7 у нижнє положення і створення обмоткою збудження магнітного потоку, синхронізує електромгнітний момент підхоплює ротор і двигун починає працювати з синхронною швидкістю  $\omega_0$  (точка в на рис. 11.8). Механічна характеристика синхронного двигуна представлена на рис. 11.8 прямою 2.

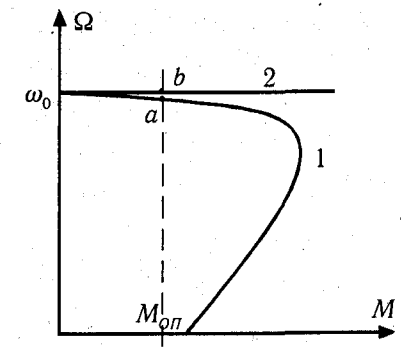


Рис. 11.8

Здійснювати асинхронний пуск синхронного двигуна при розімкненій обмотці збудження неможна, оскільки на початку пуску при  $s = 1$  обертовим магнітним полем у ній створюється ЕРС, яка з огляду на велику кількість витків обмотки збудження може бути настільки великою, що пошкодить її ізоляцію.

Синхронні двигуни мають більш складну конструкцію, ніж асинхронні двигуни з короткозамкненим ротором. Для них потрібно крім мережі змінного струму ще й джерело постійного струму. Пуск синхронних двигунів більш складний, ніж пуск асинхронних двигунів, тобто потрібні більш складні пускові пристрої.

Але синхронні двигуни мають ряд переваг. По-перше вони можуть працювати з  $\cos \varphi = 1$  незалежно від навантаження. По друге їх максимальний момент при заданому значенні струму збудження прямо пропорційний напрузі мережі, в той час як у асинхронних двигунів він пропорційний квадрату напруги, тобто синхронні двигуни менш чутливі до змін напруги мережі. Нарешті синхронні двигуни забезпечують стабільну частоту обертання вала.

### 11.4. РЕЗЮМЕ

1. Синхронною називають двообмоткову електричну машину змінного струму, одна з обмоток котрої під'єднання до електричної мережі, що має частоту  $f$ , а друга живиться постійним струмом.

2. Будова статора синхронної машини не відрізняється від будови статора машини асинхронної. Ротор двополюсних машин виготовляють у вигляді масивного циліндра. По двох третинах його обводу розташовані пази для укладання обмотки збудження. Ротори машин з кількістю пар полюсів  $p > 1$  мають явнополюсну конструкцію. Кількість полюсів ротора відповідає кількості полюсів фази обмотки статора. На роторі розміщена обмотка збудження, яку живлять постійним струмом через два контактних кільця та щітки від джерела постійної напруги. У полюсних наконечниках синхронних машин з виступаючими полюсами розміщують стержні пускової (демперної) обмотки, які по торцях полюсів з'єднують накоротко кільцями, подібно до короткозамкнених роторів асинхронних двигунів.



3. На всіх теплових та гідроелектростанціях електричну енергію отримують за допомогою синхронних генераторів. При обертанні ротора синхронного генератора постійне магнітне поле, створене струмом обмотки збудження, індукує в обмотці статора трифазну симетричну систему ЕРС. При заданій частоті електроенергетичних мереж  $f = 50$  Гц частота обертання ротора двополюсного генератора має дорівнювати  $n_0 = 60f / p = 3000$  об/хв.

4. Звичайно синхронний генератор під'єднано до трифазної мережі змінного струму. В момент під'єднання до мережі напруги генератора та мережі мають бути узгоджені по амплітуді і по фазі. Крім того, необхідно узгодити порядок чергування фаз генератора та мережі. Якщо всі ці умови виконано, то після підключення генератора до мережі струм у його статорній обмотці дорівнюватиме нулю. При збільшенні струму збудження ЕРС генератора стає більшою від напруги мережі і в статорній обмотці потече струм, який відстає від ЕРС генератора і випереджує напругу мережі на  $90^\circ$ , тобто генератор створюватиме ємнісну реактивну потужність, яку можна використати для компенсації реактивної індуктивної потужності, створювану асинхронними двигунами.

5. Синхронні двигуни мають не таке масове розповсюдження у промисловості, як асинхронні двигуни, оскільки їх застосування стає більш вигідним, ніж асинхронних, лише при великих потужностях (100 кВт і більше). Синхронні мікродвигуни використовують у випадках, коли необхідно отримати стабільну частоту обертання вала у пристроях малої потужності.

6. Для синхронізації з мережею застосовують асинхронний пуск синхронного двигуна за допомогою пускової обмотки. Перед пуском обмотку збудження двигуна замикають на розрядний опір, який перевищує опір обмотки збудження приблизно у десять раз, а потім обмотку статора двигуна вмикають до трифазної мережі. Пускова обмотка на роторі виконує ті самі функції, що й короткозамкнена обмотка асинхронного двигуна. Відбувається асинхронний пуск синхронного двигуна. Наприкінці пуску швидкість ротора  $\Omega$  стає близькою до синхронної кутової швидкості  $\omega_0$ . Тоді обмотку збудження відмикають від розрядного реостата і під'єднують до постійної напруги живлення. Внаслідок створення обмоткою збудження магнітного потоку, виникає синхронізуючий електромагнітний момент, який підхоплює ротор і двигун починає працювати з синхронною швидкістю  $\omega_0$ .

7. Переваги синхронних двигунів перед асинхронними полягають у тому, що вони можуть працювати з  $\cos\varphi = 1$  незалежно від навантаження; їх максимальний момент при заданому значенні струму збудження прямо пропорційний напрузі мережі, в той час як у асинхронних двигунів він пропорційний квадрату напруги мережі живлення; синхронні двигуни забезпечують стабільну частоту обертання вала. Але синхронні двигуни мають складнішу, ніж асинхронні, конструкцію, більш складний пуск і потребують окреме джерело постійної напруги для живлення обмотки збудження.

## ЧАСТИНА ДРУГА

### ЕЛЕКТРОНІКА ТА МІКРОПРОЦЕСОРНА ТЕХНІКА

#### Розділ 12

### ЕЛЕМЕНТНА БАЗА ЕЛЕКТРОННОЇ ТА МІКРОПРОЦЕСОРНОЇ ТЕХНІКИ

#### 12.1. ПРОМИСЛОВА ЕЛЕКТРОНІКА ЯК ГАЛУЗЬ НАУКИ І ТЕХНІКИ

*Електроніка* — це галузь науки і техніки, яка займається вивченням та застосуванням;

- фізичних явищ в електровакуумних та напівпровідникових приладах;
- характеристик та параметрів цих приладів;
- властивостей пристроїв та систем, заснованих на використанні цих приладів.

Останні два напрямки можна віднести до технічної електроніки. **Промислова електроніка — це галузь технічної електроніки, яка займається застосуванням електровакуумних і напівпровідникових приладів та створених на їх основі систем у промисловості.**

В самій промисловій електроніці можна, в свою чергу, визначити три напрямки:

- інформаційна електроніка, до якої відносяться обчислювальна та інформаційно-вимірювальна техніка, пристрої автоматики;
- енергетична електроніка (потужні електровакуумні та напівпровідникові перетворювачі електричної енергії);
- електронна технологія (застосування електронних та іонних пучків, високо-частотний нагрів і плавка, ультразвукове різання та зварювання).

Електронні пристрої мають незаперечні переваги перед класичними електромагнітними та електромеханічними пристроями по чутливості та швидкодії. Так, пороги чутливості електронних пристроїв становлять  $10^{-17}$  А,  $10^{-13}$  В,  $10^{-24}$  Вм, а час спрацьовування, наприклад, біполярного транзистора в режимі ключа складає декілька наносекунд. В той же час електромагнітні реле мають струм спрацьовування щонайменше декілька міліампер і час спрацьовування порядку 0,01+0,02 сек. Велика чутливість та швидкодія електронних пристроїв приводять до використання широкого діапазону допоміжних одиниць вимірювання, таких, як наносекунди, мегаоми, мікрофаради. Кратності деяких таких допоміжних одиниць вимірювання до основних, їх назви і скорочені позначення наведені в табл. 12.1.

До 1970—1980 років елементною базою промислової електроніки були електровакуумні та напівпровідникові прилади. Але завдяки бурхливому розвитку мікроелектроніки наприкінці ХХ сторіччя дискретні напівпровідникові прилади все більше витісняються інтегральними мікросхемами (ІМС), які являють собою закінчені пристрої,

здатні виконувати певні функції обробки сигналу. Спектр таких функцій дозволяє використовувати ІМС не тільки в інформаційній електроніці, але й в пристроях автоматики та електроприводу, у побутових електронних пристроях. На платах сучасних електронних пристроїв все менше стає дискретних елементів (діодів, транзисторів, резисторів) і все більше стає ІМС.

Таблиця 12.1

Множники та приставки для утворення кратних і часткових одиниць та їх позначення

Кратність допоміжної одиниці до основної	$10^{12}$	$10^9$	$10^6$	$10^3$	1	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$
Приставка	Тера	Гіга	Мега	Кіло	—	міллі	мікро	нано	пико
Позначення	<i>T</i>	<i>G</i>	<i>M</i>	<i>K</i>	—	<i>мл</i>	<i>мк</i>	<i>н</i>	<i>п</i>

## 12.2. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ РОБОТИ НАПІВПРОВІДНИКОВИХ ПРИЛАДІВ

Основу сучасної промислової електроніки утворюють напівпровідникові прилади, виготовлені на базі германія, кремнія та інших хімічних елементів. Напівпровідникові хімічні елементи відносяться до четвертої групи таблиці Менделєєва і у чистому вигляді мають високий питомий електричний опір, що наближає їх за електропровідністю до діелектриків. Значення питомого електричного опору чистих напівпровідникових матеріалів лежать у діапазоні від  $0,65 \text{ Ом} \cdot \text{м}$  (германій) до  $10^8 \text{ Ом} \cdot \text{м}$  (селен), що перевищує питомий опір міді приблизно в  $35 \cdot 10^6$  і  $55 \cdot 10^{13}$  раз. Введення до чистого напівпровідника невеликої кількості домішок (наприклад, один атом домішки на мільйон атомів напівпровідника) різко збільшує електропровідність такого матеріалу. В залежності від концентрації домішок напівпровідникові матеріали можуть мати питомий опір у межах  $10^{-5}$ — $10^2 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , що в  $600$ — $6000 \cdot 10^6$  раз більше питомого опору міді. Дозуючи концентрації домішок, можна отримати напівпровідникові матеріали з різними значеннями питомого електричного опору, який можна змінювати в широкому діапазоні. Такі напівпровідники за своїми електропровідними властивостями займають проміжне положення між металами та діелектриками.

Якщо до чистих напівпровідників (германію, кремнію) ввести домішки речовини п'ятої групи таблиці Менделєєва (фосфор, миш'як або сурму), то вже в умовах кімнатної температури атоми домішки легко іонізуються, віддаючи п'ятий електрон, тому що вони знаходяться в оточенні чотиривалентних атомів. В матеріалі виникають вільні електрони, а у вузлах кристалічної ґратки утворюються нерухомі додатні заряди — іони домішок. Такі матеріали, в яких основними носіями зарядів є електрони, називають напівпровідниками *n*-типу, а домішки, завдяки яким утворюються вільні електрони — донорними.

Внесення до напівпровідникового матеріалу домішок третьої групи (алюмінію, бору, індію) приводять до утворення так званої діркової електропровідності. Атоми таких домішок легко забирають на свої локальні енергетичні рівні електрони з валентної зони атомів основного матеріалу. Внаслідок цього виникає від'ємний іон домішки, а на місці обрваного валентного зв'язку основного атома — додатній заряд, так звана дірка. Такі домішки називають акцепторними, а напівпровідники, в яких основними носіями зарядів є дірки — напівпровідниками *p*-типу.

Основне значення для роботи напівпровідникових приладів має електронно-дірковий перехід, який являє собою зону на межі двох напівпровідників, один з яких має електронну, а інший — діркову електропровідність. Такий перехід називають *p* — *n*-переходом. Утворюють *p* — *n*-перехід, наприклад, внесенням донорної домішки до певної частини напівпровідника *p*-типу.

Розглянемо схематично місце стикання напівпровідникових шарів *n* і *p*-типу. Вільні електрони напівпровідника *n*-типу заповнюють вільні рівні у валентній зоні напівпровідника *p*-типу, тобто заповнюють у ній дірки. В такий спосіб на межі двох напівпровідників утворюється шар, вільний від рухомих електричних зарядів (рис. 12.1). Такий шар має великий електричний опір і називається запираючим шаром. Його товщина — декілька мікрометрів. Розширенню запираючого шару перешкоджає електричне поле нерухомих іонів домішок з напруженістю  $E_{зан}$  у *p*- і *n*-зонах. Напрямок цього поля такий, що воно перешкоджає пересуванню основних носіїв зарядів через запираючий шар. Якщо до напівпровідникового кристалу прикласти зовнішню напругу так, як це показано на рис. 12.2, а ("+" до структури *n*-типу і "-" до структури *p*-типу), то вона створить у запираючому шарі електричне поле напруженістю  $E_{зовн}$ , яке співпадає з напрямком поля нерухомих іонів  $E_{зан}$ . Це приводить до розширення запираючого шару (рис. 12.2, а), збільшення опору *p* — *n*-переходу. Струм через нього дуже малий, оскільки він створюється не основними носіями зарядів, тобто електронами в *p*-шарі і дірками *n*-шарі. Цей струм називають зворотним, а *p* — *n*-перехід у такому стані — закритим.

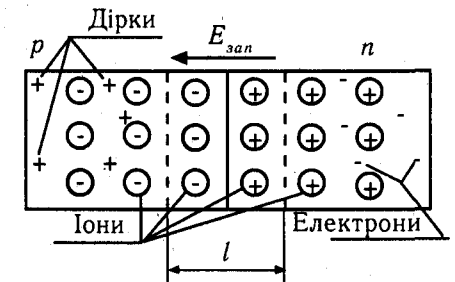


Рис. 12.1

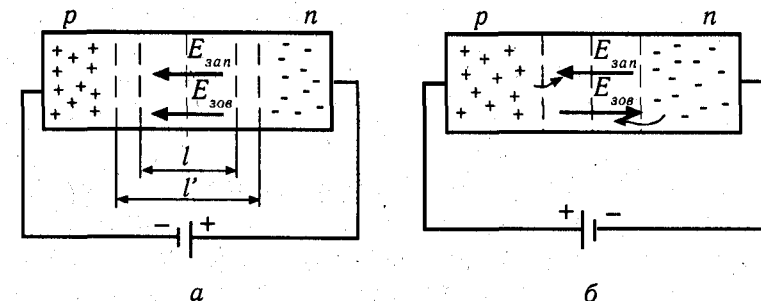


Рис. 12.2

Якщо змінити полярність зовнішньої напруги (рис. 12.2, б), то зовнішнє поле буде спрямоване назустріч запираючому, запираючий шар стає вужчим і, при наявності напруги  $0,3 + 0,5$  В опір  $p-n$  переходу різко зменшується і виникає відносно великий струм. Повна вольт-амперна характеристика (ВАХ)  $p-n$  переходу показана на рис. 12.3. Вона є суттєво нелінійною. На ділянці 1  $E_{зовн} < E_{зат}$  і прями́й струм малий. На ділянці 2  $E_{зовн} > E_{зат}$ ,  $p-n$  перехід відкритий і струм обмежено лише опором самого напівпровідника. На ділянці 3 існує лише зворотний струм за рахунок наявності невеликої кількості не основних носіїв зарядів, тобто електронів в  $p$ -зоні і дірок в  $n$ -зоні. Із збільшенням зворотної напруги  $E_{зовн}$  стає такою великою, що неосновні носії починають рухатися з великою швидкістю, достатньою для лавиноподібного розмноження носіїв зарядів — електронів і дірок. Цей вид пробою  $p-n$  переходу називають лавинним.

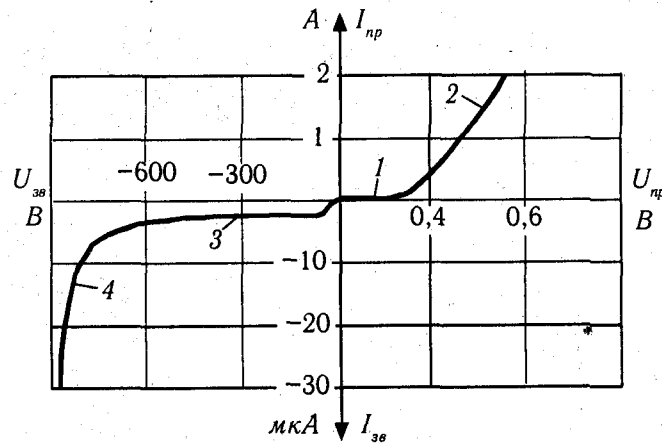


Рис. 12.3

Властивості чистих та легованих напівпровідників, а також  $p-n$  переходу використовують в двохелектродних напівпровідникових приладах — резисторах та діодах. У більш складних приладах — транзисторах і тиристорах — використовують електричні властивості, які утворюються взаємодією декількох  $p-n$  переходів.

### 12.3. КЛАСИФІКАЦІЯ НАПІВПРОВІДНИКОВИХ ПРИЛАДІВ

Прилади, принцип дії яких засновано на використанні властивостей напівпровідників, називають напівпровідниковими. Класифікація напівпровідникових приладів, наведена на рис. 12.4.

Напівпровідникові резистори і діоди є двохелектродними приладами. Транзистори і тиристори мають три електроди (виводи). Тиристори можуть бути і двохелектродними.

Електричні характеристики напівпровідникових резисторів визначають властивості однорідного напівпровідникового матеріалу, з якого вони виготовлені. Напівпровідниковий матеріал може мати один з двох типів електропровідності, які позначають латинськими літерами  $p$  та  $n$  (див. 12.2). У напівпровідникових діодах

використовують напівпровідники з різними типами електропровідності, які утворюють один так званий  $p-n$  перехід. Електричні характеристики діода визначають електричні властивості такого  $p-n$  переходу.

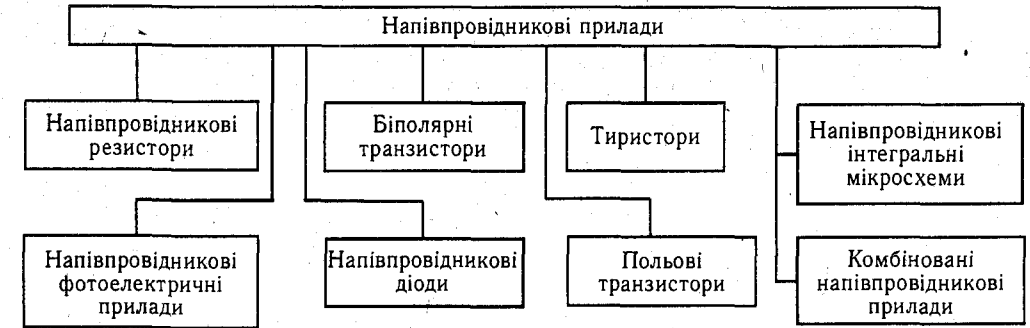


Рис. 12.4

У біполярних транзисторах використовують два  $p-n$  переходи. Взаємодія цих переходів визначає електричні властивості транзисторів. У польових транзисторах застосовують напівпровідники з різними типами провідностей і використовують взаємодію одного з цих однорідних напівпровідників з  $p-n$  переходом.

У тиристорах застосовують напівпровідники з різними типами електропровідності, які утворюють три і більше  $p-n$  переходів.

У напівпровідникових фотоелектричних приладах використовують ефект генерації світла і зміни електричних характеристик напівпровідникових структур під впливом електромагнітного опромінювання оптичного діапазону. Комбіновані напівпровідникові прилади являють собою декілька різних напівпровідникових приладів, об'єднаних у одному корпусі.

Напівпровідникові інтегральні мікросхеми — мікроелектронні вироби, які виконують певну функцію обробки сигналу і в яких всі елементи та міжелементні з'єднання виконані в об'ємі та на поверхні напівпровідника.

В подальшому будуть розглядатися властивості наведених у класифікації рис. 12.4. приладів, а також основні електронні пристрої, створені з їх використанням.

### 12.4. НАПІВПРОВІДНИКОВІ РЕЗИСТОРИ

**Напівпровідниковим резистором називають напівпровідниковий прилад з двома виводами, в якому використовують залежність його електричного опору від напруги, освітленості, температури або інших керуючих параметрів.**

У напівпровідникових резисторах застосовують напівпровідник, рівномірно легований домішками. В залежності від типу домішок та конструкції резистора отримують різні залежності опору резистора від керуючих параметрів. Класифікація та умовні графічні позначення напівпровідникових резисторів показана на рис. 12.5.



Рис. 12.5

Лінійні напівпровідникові резистори мають незмінний опір і лінійну ВАХ.

*Варистор* — це напівпровідниковий резистор, опір якого залежить від прикладеної до нього напруги. Тому його ВАХ нелінійна.

Всі інші напівпровідникові резистори (термо-, тензо-, фоторезистори) широко використовуються для перетворення неелектричних величин в електричні.

*Терморезистор* — це напівпровідниковий резистор, опір якого залежить від його температури. Існують два типи терморезисторів — термістори і позистори. Омичний опір термісторів зменшується із зростанням температури найчастіше за експоненціальним законом —  $R = K \cdot e^{\beta/T}$ . Тут  $K$  — конструктивний коефіцієнт термістора;  $\beta$  — коефіцієнт, який визначається концентрацією домішок у напівпровіднику;  $T$  — абсолютна температура. Термістори використовують для вимірювання температури в широкому діапазоні. Омичний опір позисторів із збільшенням температури від  $0^\circ\text{C}$  дещо зменшується, але потім різко зростає. Тому позистори використовують для вимірювання температури в обмежених діапазонах.

Терморезистори використовують у системах регулювання температури, для теплового захисту, в протипожежній сигналізації.

*Фоторезистор* — напівпровідниковий прилад з внутрішнім фотоелементом, опір якого залежить від освітленості. Схема вмикання та ВАХ фоторезистора для різних значень світлового потоку показані на рис. 12.6.

Переваги фоторезисторів: висока чутливість, можливість використання в інфрачервоній частині спектра випромінювання, невеликі габарити, здатність працювати в колах змінного та постійного струму.

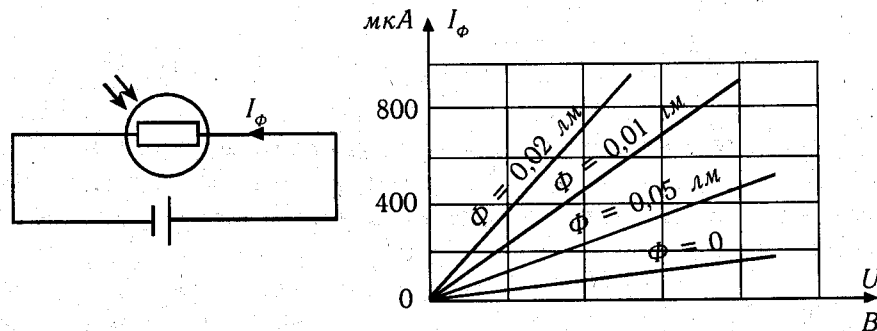


Рис. 12.6

Фоторезистори можуть використовуватись для вимірювання електромагнітного випромінювання в оптичному та інфрачервоному діапазоні, в системах захисту від нещасних випадків, наприклад на пресах, паперорізальних та інших машинах. При відсутності перешкоди між джерелом світла і фоторезистором відповідна електронна схема дозволяє вмикання електропривода пуансона преса або ножа паперорізальної машини. Якщо ж між фоторезистором і джерелом світла попадає, наприклад, рука оператора, опір резистора зростає і вмикання електропривода не відбувається.

*Тензорезистор* — напівпровідниковий прилад, електричний опір якого залежить від механічних деформацій. Основними параметрами тензорезистора є його номінальний

опір  $R_H = 100\text{—}500\ \text{Ом}$  і коефіцієнт тензочутливості  $K = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l}$ . Тут  $\Delta R/R$  — відносна зміна опору тензорезистора, а  $\Delta l/l$  — його відносна деформація ( $l$  — довжина робочого тіла тензорезистора). Значення коефіцієнта  $K$  для різних тензорезисторів лежать в межах від  $-150$  до  $+150$ . Наприклад, якщо  $K = 100$ , то для відносної деформації  $\Delta l/l = 0,04$  відносна зміна опору буде  $\Delta R/R = 0,04$ , тобто опір резистора зростає на сорок відсотків.

Тензорезистори широко використовують для визначення статичних і динамічних зусиль у деталях машин.

## 12.5. НАПІВПРОВІДНИКОВІ ДІОДИ

Напівпровідникові діоди являють собою напівпровідниковий прилад з одним  $p$  —  $n$ -переходом і двома виводами. Класифікація та умовні позначення діодів подані на рис. 12.7.

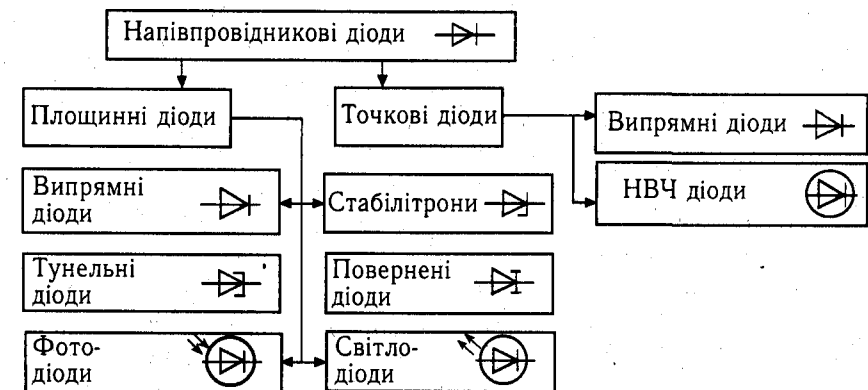


Рис. 12.7

Всі напівпровідникові діоди можна розподілити на два класи: точкові та площинні. Точкові діоди утворюють вплавленням вістря сталевий дріт до напівпровідника  $p$ -типу. При цьому утворюється зона з електропровідністю  $p$ -типу. Площа контакту мала, тому малим є струм таких діодів. З тої ж причини мала є ємність між електродами

таких діодів, що дозволяє використовувати їх для надвисоких частот (НВЧ-діоди). В основному точкові діоди використовують для випрямлення малих струмів.

В площинних діодах  $p-n$ -перехід утворюється двома напівпровідниками різного типу електропровідності. Площа таких переходів у силових діодах може досягати декількох квадратних сантиметрів. Вивід від  $p$ -структури діода називають анодом, а вивід від структури  $n$ -типу називають катодом. Розглянемо властивості окремих груп площинних діодів.

**Випрямні напівпровідникові діоди** призначені для випрямлення змінного струму. Вольт-амперна характеристика (ВАХ) такого діода якісно подібна до показаної на рис. 12.3 характеристики  $p-n$ -переходу. Якщо скористатися однаковим масштабом струмів і напруг для прямого і зворотного напрямків, ВАХ діода буде мати вигляд, показаний на рис. 12.8.

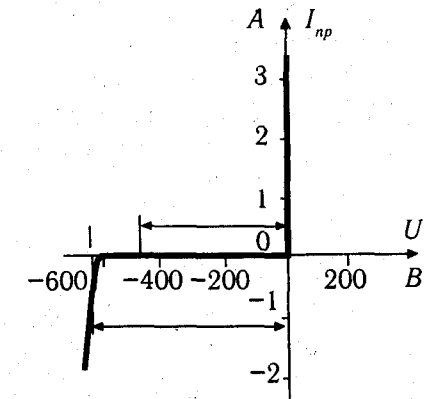


Рис. 12.8

З рисунка видно, що в прямому напрямку опір діода  $R_{np} \approx 0$ , а в зворотному напрямку він безмежно великий. Цю **основу властивість напівпровідникового діода, — пропускати струм у прямому і не пропускати в зворотному, — використовують для випрямлення змінного струму спеціальними пристроями — випрямлячами.**

Основними параметрами випрямних діодів, які дозволяють правильно обрати діод у конкретних пристроях є:

— максимально допустимий середній (за період) прямий струм  $I_{np.c}$  величина якого визначається допустимим нагрівом пристрою;

— зворотна імпульсна напруга  $U_{зв.і}$ , яка періодично повторюється і величина якої звичайно складає 0,7 напруги пробою,  $U_{зв.і} \approx 0,7U_{проб}$ ;

— імпульсна пряма напруга, — пікове значення прямої напруги на діоді для заданого значення імпульсу прямого струму;

— максимальний зворотний струм, що тече через діод при наявності максимальної допустимої зворотної напруги;

— максимальна потужність  $P_{max}$ , яку спроможний розсіювати діод.

Випрямні діоди поділяються на германієві та кремнієві. Більш розповсюджені кремнієві діоди, які мають більшу граничну температуру нагрівання ніж германієві ( $120+150^\circ\text{C}$  проти  $55+85^\circ\text{C}$ ), менші зворотні струми і більші допустимі зворотні напруги. Але кремнієві діоди мають більшу пряму напругу (порядка  $1\text{ В}$  проти  $0,3\text{ В}$  у германієвих). За потужністю випрямні діоди поділяються на діоди малої потужності ( $I_{np.c} \leq 0,3\text{ А}$ ), середньої потужності ( $0,3 \leq I_{np.c} \leq 10\text{ А}$ ) і великої потужності з прямим струмом від  $10$  до  $1000\text{ А}$  і більше.

Для отримання більшої зворотної напруги діоди можна з'єднувати послідовно. Промисловість випускає діодні стовпи з послідовним сполученням від  $5$  до  $50$  діодів із зворотною напругою  $2+40\text{ кВ}$ .

Випускаються і готові випрямні мости на кремнієвих діодах для безпосереднього використання у випрямлячах. Для збільшення прямого струму допустиме й паралельне сполучення діодів.

**Стабілітрони** — це напівпровідникові діоди, які працюють на зворотній частині ВАХ у зоні електричного пробою. Якщо напруга електричного пробою низька, то потужність, яка виділяється на ділянці 4 ВАХ  $p-n$ -переходу (рис. 12.3), також невелика і можлива тривала робота пристрою в такому режимі. Робочою ділянкою ВАХ стабілітрона саме і є ділянка зворотної характеристики, показана на рис. 12.9, а. Під час зміни струму через стабілітрон від  $I_{cm.min}$  до  $I_{cm.max}$  напруга на стабілітроні незначно зростає на  $2\Delta U$ . Середньому значенню струму стабілітрона  $I_{cm}$  відповідає напруга стабілізації  $U_{cm}$ . Можливі відхилення від напруги стабілізації складають звичайно  $\Delta U = (0,05 + 0,2)U_{cm}$ . Мінімальні і максимальні робочі струми напівпровідникових стабілітронів дорівнюють  $I_{cm} = 1 + 10\text{ мА}$ , а  $I_{cm.max} = 50 + 2000\text{ мА}$ . Напруга стабілізації  $U_{cm}$  може знаходитись у межах  $U_{cm} = 1 + 1000\text{ В}$ . Але найчастіше в електронних пристроях систем автоматизації застосовуються стабілітрони з  $U_{cm} = 3,3 + 24\text{ В}$  і з  $I_{cm.max} = 5 + 70\text{ мА}$ . Застосовуються і більш потужні стабілітрони, наприклад, Д815, які мають  $U_{cm} = 4,7 + 15\text{ В}$  і струм  $I_{cm} = 0,5 + 1\text{ А}$ .

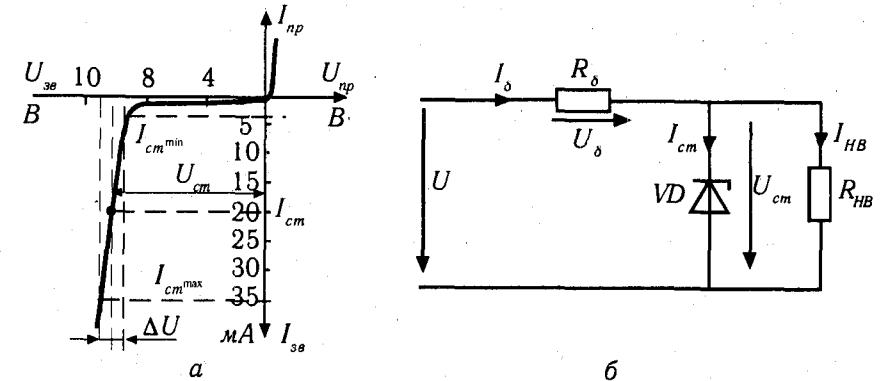


Рис. 12.9

Стабілітрони використовують у параметричних стабілізаторах напруги. Схема такого однокаскадного стабілізатора показана на рис. 12.9, б. Паралельно до резистора навантаження  $R$  під'єднано стабілітрон  $VD$ . Опір баластного резистора  $R_\delta$  вибирається так, щоби середньому значенню напруги  $U$  джерела живлення відповідало знаходження стабілітрона в точці з координатами  $I_{cm}$ ,  $U_{cm}$ . Тоді  $R_\delta = (U - U_{cm}) / (I_{cm} + I_{НВ})$ . Тут  $I_{НВ}$  — струм у навантаженні  $R_{НВ}$ . Згідно з другим законом Кірхгофа для схеми рис. 12.9, б можна записати рівняння:

$$U = U_\delta + U_{cm} = (I_{cm} + I_{НВ})R_\delta + R_{НВ}I_{НВ}.$$

Із збільшенням (зменшенням) напруги джерела  $U$  буде різко збільшуватись (зменшуватись) струм через стабілітрон  $I_{cm}$ , внаслідок чого буде різко збільшуватись (зменшуватись) спадок напруги  $R_\delta I_\delta$  на баластному опорі  $R_\delta$ , а напруга на стабілітроні

і навантаженні  $R_{нв}$  змінюватиметься в незначному діапазоні. Для забезпечення працездатності стабілізатора необхідно, щоби струм навантаження  $I_{нв}$  був меншим від робочого струму стабілітрона  $I_{ст}$ .

**Тунельні діоди** мають лінійну ділянку ВАХ поблизу нульового значення напруги (приблизно від  $-0,05$  до  $+0,05$  В) і ділянку з від'ємною диференційною електропровідністю при подальшому збільшенні напруги. Застосовуються в генераторах високочастотних коливань і інших електронних пристроях.

**Повернені діоди** мають ВАХ, інверсну до звичайної, але з лінійною ділянкою поблизу нуля в оберненому напрямку. В прямому ж напрямку вони закриті до  $U_{пр} \leq 0,3 + 0,5$  В, а потім відкриваються. Тобто вони мають вентиляльні властивості в зоні низьких напруг, де звичайні діоди вентиляльних властивостей не мають.

**Фотодіоди та світлодіоди** є оптоелектронними пристроями, властивості яких розглянуті у 12.10.

## 12.6. БІПОЛЯРНІ ТРАНЗИСТОРИ

### 12.6.1. БУДОВА, ПРИНЦИП РОБОТИ, СХЕМИ ВМИКАННЯ БІПОЛЯРНИХ ТРАНЗИСТОРІВ

**Біполярні транзистори** — це напівпровідникові прилади, які використовують для підсилення електричних сигналів. Перший біполярний транзистор було зроблено у 1948 році в США. За цей винахід американські вчені Д. Бардін, У. Браттейн, У. Шоклі були нагороджені Нобелівською премією, що показує важливість їх роботи в створенні принципово нових напрямків розвитку науки і техніки.

**Біполярний транзистор** — це прилад, що має три області з різними типами електропровідності, два  $p$  —  $n$ -переходи і три виводи — емітер, база, колектор. Біполярним цей прилад називається тому, що струм у ньому створюється носіями зарядів двох типів — електронами і дірками. Можливі два варіанти чергування структур у транзисторах, у відповідності до яких існують транзистори типів  $p$  —  $n$  —  $p$  (рис. 12.10, а) і  $n$  —  $p$  —  $n$  (рис. 12.10, б). Транзистор можна уявити як два послідовно з'єднаних діоди в одному корпусі. Якщо діоди мають спільні катоди, вони створюють транзистор типу  $p$  —  $n$  —  $p$ , а якщо спільні аноди — транзистор типу  $n$  —  $p$  —  $n$ . На рис. 12.11 показані структурні схеми таких транзисторів та їх стандартні зображення в електричних схемах. Емітерний вивід позначається стрілкою, яка скерована до бази в транзисторах  $p$  —  $n$  —  $p$  і від бази — в транзисторах  $n$  —  $p$  —  $n$  типу.

Один з зовнішніх шарів транзистора, який головним чином і створює струм в приладі, називається емітером. Між емітером і колектором знаходиться внутрішній шар, який називають базою. Ширина цього шару невелика, звичайно від  $0,01$  до  $0,1$  мкм. Концентрація основних носіїв зарядів у базі значно менша, ніж в емітері і колекторі.

Розглянемо роботу транзистора типу  $p$  —  $n$  —  $p$ , структуру якого зображено на рис. 12.10, а. Для того, щоб транзистор працював у активному режимі, до його виводів треба під'єднати зовнішні джерела напруги з полярністю, показаною на рисунку. Тоді до  $p$  —  $n$ -переходу емітер-база буде прикладено напругу  $U_{еб}$  в прямому напрямку, а до

$p$  —  $n$ -переходу база-колектор — напруга  $U_{бк}$  в зворотному напрямку. Як вже згадувалось в 12.2, в  $p$  —  $n$ -переходах напівпровідникових приладів нерухожими іонами атомів домішок створюється запираюче електричне поле  $E_{зан}$  (див. рис. 12.1). Якщо коло емітер-база розімкнене, то до  $p$  —  $n$ -переходу база-колектор (рис. 12.10, а) буде прикладено напругу  $U_{бк}$  зворотного напрямку і в колекторному виводі буде протікати струм  $I_k = I_{кз}$ , який є зворотним струмом  $p$  —  $n$ -переходу. Величина його дуже мала і складає  $0,1 + 10$  мкА для кремнієвих і  $10 + 100$  мкА для германієвих  $p$  —  $n$ -переходів. Струм  $I_{кз}$  створюється не основними носіями зарядів, тобто електронами в колекторі і дірками в базі. Якщо тепер на виводі емітер-база подати зовнішню напругу  $U_{еб}$ , яка створить зовнішнє поле з напруженістю  $E_{зовн}$  більшою від напруженості поля  $E_{зан}$   $p$  —  $n$ -переходу, дірки з емітера почнуть інжектуватися в базу, в якій є в наявності порівняно невелика кількість електронів. Незначна частина дірок, що пересунулись до бази з емітера, рекомбінує з цими електронами, а більша частина дірок пересувається полем  $E_{зан}$   $n$  —  $p$ -переходу база-колектор і полем зовнішнього джерела напруги до колектора, утворюючи струм колектора. Відзначимо, що рекомбінацією називають процес зустрічі електронів з дірками, які супроводжуються зникненням вільних зарядів.

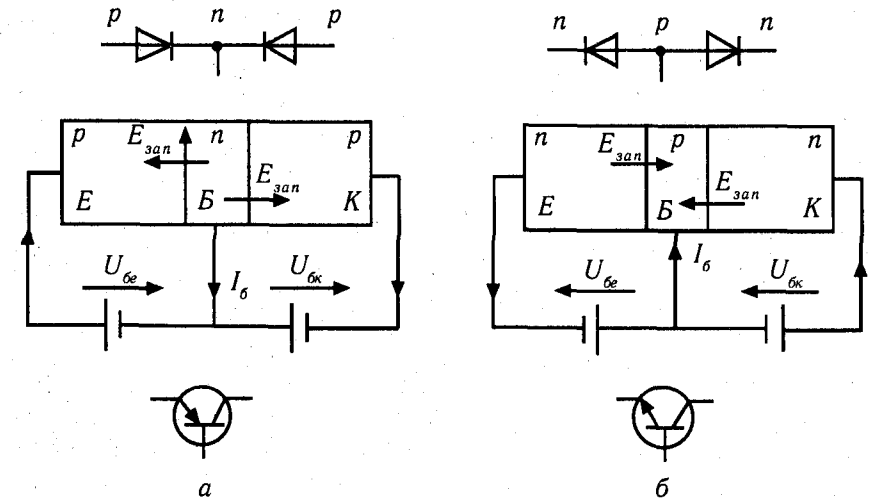


Рис. 12.10

Отже, якщо напруга  $U_{еб}$  відсутня, струм колектора  $I_k \approx I_{кз} \approx 0$ . Поданням напруги  $U_{еб}$  можна створити струм колектора, який тепер буде рівний  $I_k = I_{кз} + \alpha I_e$ . Тут  $\alpha = \Delta I_k / \Delta I_e$  — коефіцієнт передачі струму від емітера до колектора. Для наведеної на рис. 12.10 схеми вмикання транзисторів за першим законом Кірхгофа  $I_e = I_б + I_k$ . Оскільки  $I_б \ll I_k$ , то  $I_e \approx I_k$ . У сучасних транзисторів  $\alpha = 0,9 + 0,99$ .

Наближено,  $\alpha \approx 1$ .

Підставивши в рівняння  $I_k = I_{кз} + \alpha I_e$  значення  $I_e = I_б + I_k$  і виконавши необхідні перетворення отримаємо:

$$I_k = \frac{\alpha}{1 - \alpha} I_б + \frac{1}{1 - \alpha} I_{кз} = \beta I_б + (\beta + 1) I_{кз} \quad (12.1)$$



Тут  $\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} \approx \left( \frac{\Delta I_k}{\Delta I_b} \right)$  при  $U_{ке} = \text{const}$  — коефіцієнт передачі струму бази.

Позначимо струм  $(\beta + 1)I_{кз} = I_{ке0}$ . Якщо прийняти  $I_{ке0} \approx 0$ , оскільки  $I_{кз} \approx 0$ , то залежність струму колектора від струму бази

$$I_k = \beta I_b + I_{ке0} \approx \beta I_b, \quad (12.2)$$

Звичайно  $\beta = 10 + 100$ , але він може бути і більшим.

Вище повідомлялось, що транзистори використовують для підсилення електричних сигналів. Отже, кожний транзистор можна розглядати як підсилювач який має вхідні і вихідні виводи. Оскільки транзистор є триполюсником, то один з трьох його виводів має бути спільним для вхідного і вихідного кола, як це показано на рис. 12.11. Якщо спільним є вивід бази (рис. 12.11, а), то така схема з'єднань називається схемою із спільною базою (СБ), а якщо вивід емітера (рис. 12.11, б) — схемою із спільним емітером (СЕ).

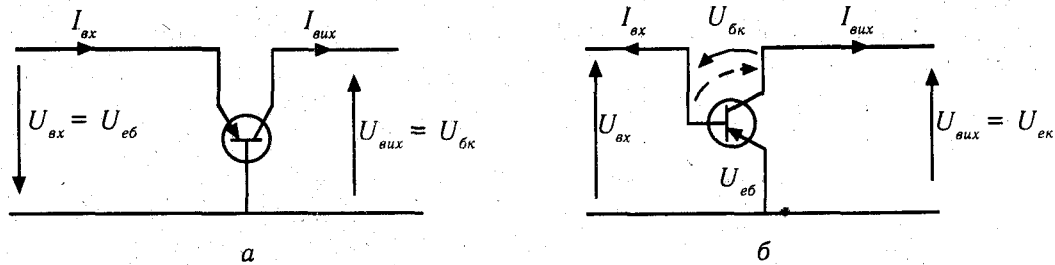


Рис. 12.11

В схемі із СБ вхідний струм  $I_{вх} = I_e$ , а вихідний —  $I_{вих} = I_k$ . Отже, вихідний струм  $I_{вих} = \alpha I_{вх}$  і завжди дещо менший вхідного. Коефіцієнт підсилення струму  $\kappa_1 = I_{вих} / I_{вх} = \alpha \approx 1$ . Вхідна напруга  $U_{вх} = U_{еб}$  прикладена до емітерного переходу в прямому напрямку і не перевищує  $0,5 + 0,6$  В. Вихідна ж напруга  $U_{вих}$  прикладена до колекторного переходу в зворотному напрямку і тому може бути значно більшою. Коефіцієнт підсилення напруги для схеми з СБ  $\kappa_u = U_{вих} / U_{вх}$  звичайно може лежати в межах  $\kappa_u \approx 50 + 5000$  і більше. Коефіцієнт підсилення потужності  $k_p = \kappa_u \cdot \kappa_i \approx \kappa_u$ . Оскільки вхідний струм керування в схемі з СБ завжди трохи більший вихідного, така схема застосовується рідко.

Найбільш поширена схема з'єднань транзистора — схема із спільним емітером (рис. 12.11, б). В цій схемі вихідний струм  $I_{вих} = I_k$  значно більший вхідного  $I_{вх} = I_b$ , оскільки  $I_k \approx \beta I_b$ . Вхідна напруга прикладена до  $p-n$ -переходу емітер-база в прямому напрямку і має, як і в схемі з загальною базою, низький рівень. Вхідна напруга спричинює перехід дірок з емітера до бази. Невелика частина дірок рекомбінує в базі з її електронами, а інші переходять у колектор, створюючи струм колектора  $I_k$ . Вихідна напруга  $U_{вих}$  прикладена до  $n-p$ -переходу база-колектор у зворотному напрямку, отже, може бути значно більшою від вхідної. Тому для транзистора із СЕ  $\kappa = U_{вих} / U_{вх} \gg 1$ . Внаслідок цього і коефіцієнт підсилення потужності в схемі із СЕ  $k_p = \kappa_u \cdot \kappa_i \gg 1$  і значно більший, ніж у схемі з СБ.

Можливий і третій варіант схеми з'єднань виводів транзистора — із спільним колектором. Таку схему застосовують для підсилення сигналів змінного струму. Оскільки вихідна напруга такого підсилювача мало відрізняється від вхідної за числовим значенням і по фазі, його називають емітерним повторювачем. Коефіцієнт підсилення по струму емітерних повторювачів може бути дуже великим.

## 12.6.2. ВОЛЬТ-АМПЕРНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ БІПОЛЯРНИХ ТРАНЗИСТОРІВ

Залежність між струмом і напругою у вхідному та вихідному колах транзистора називають вхідною та вихідною характеристиками транзистора. Для схеми з СЕ вхідною характеристикою буде залежність струму бази від напруги  $U_{еб}$  для сталого значення вихідної напруги  $U_{ек}$ . Якщо  $U_{ек} = 0$  і внутрішній опір джерела напруги в колекторному колі дорівнює нулю, то вхідна характеристика являє собою вольт-амперну характеристику двох  $p-n$ -переходів, ввімкнених паралельно (рис. 12.12, а). Якщо ж  $U_{ек} > 0$ , то характеристика дещо зміщується, тому що до колекторного переходу прикладено зворотну напругу і з'являється струм  $I_{кз}$ .

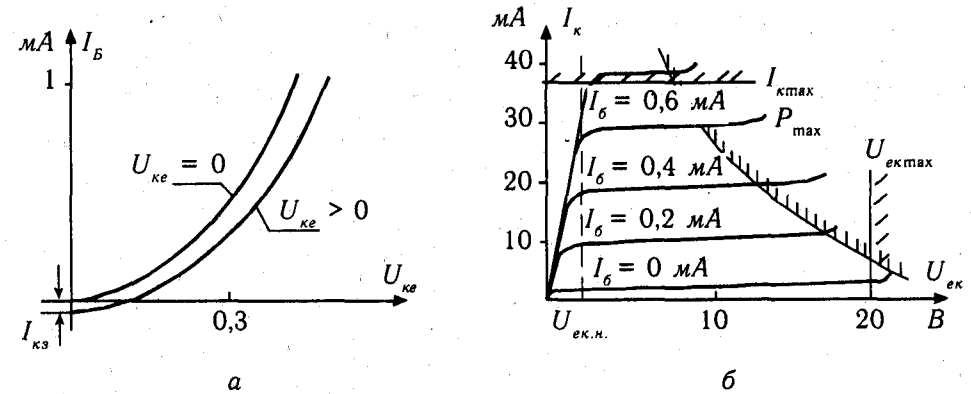


Рис. 12.12

Вихідною характеристикою транзистора з СЕ є залежність  $I_k = I_k(U_{ек})$ , яку знімають при сталому струмі в базі  $I_b = \text{const}$ . Вихідні характеристики мають дві характерні ділянки (рис. 12.12, б) — положисту, коли  $U_{ек} \geq U_{ек.н}$  і круту. На положистій ділянці струм колектора майже не залежить від зміни напруги  $U_{ек}$ . Транзистор на цій ділянці працює у звичайному робочому режимі, коли на емітерному переході діє пряма напруга, а на колекторному — зворотна, позначена штриховою лінією на рис. 12.11, б. Струм колектора визначається залежністю (12.1). Транзистор у цьому режимі можна характеризувати як регульоване джерело струму, величину якого можна задавати певним значенням струму  $I_b$ . Збільшення струму бази дає відповідне збільшення струму колектора.

На положистій ділянці вольт-амперної характеристики транзистора згідно з другим законом Кірхгофа  $U_{бк} = U_{ек} - U_{еб}$ . Оскільки  $U_{ек} > U_{ек.н}$  (рис. 12.12, б), напруга



на колекторному переході має зворотний характер (штрихова лінія на рис. 12.11, б). Якщо зменшити напругу  $U_{ек}$  до  $U_{ек.н} = U_{об}$ , то  $U_{бк} = 0$ . Якщо ж продовжити зменшення напруги  $U_{ек}$ , то напруга  $U_{бк}$  мінняє знак і стає прямою (суцільна лінія на рис. 12.11, б). Тепер назустріч струму дірок з емітера до колектора з'являється струм дірок з  $p$ -колектора до  $n$ -бази під дією напруги  $U_{бк}$  прямого напрямку. Внаслідок такого зменшення напруги  $U_{ек}$  колекторний струм  $I_k$  різко падає. Крута ділянка вихідної характеристики транзистора характеризує втрату транзистором властивостей регульованого підсилювального елемента. Тому ця частина характеристики використовується в імпульсній техніці для організації ключового режиму роботи транзистора, коли він працює як дискретний підсилювач, що має лише два стани: закритий, або відкритий (див. розділ 14.2).

Під час зняття характеристик та експлуатації транзистора слід враховувати обмеження по струму колектора  $I_k$ , напрузі  $U_{ек}$ , та потужності, що розсіюється в транзисторі  $P = U_{ек} I_k$ . Збільшення струму  $I_k$  призводить до збільшення температури транзистора і теплового руйнування  $p-n$ -переходів. Збільшення  $U_{ек}$  може призвести до електричного пробоя колекторного переходу, що також приведе до недопустимого збільшення струму. На рис. 12.12, б показані відповідні обмеження робочих ділянок характеристик транзистора.

Біполярні транзистори випускаються на струм від  $I_{kmax} = 0,01 + 0,1 A$  для малопотужних транзисторів до  $I_{kmax} = 0,5 + 10 A$  для транзисторів великої потужності.

Біполярні транзистори є напівпровідниковими підсилювальними приладами універсального призначення і широко використовуються в різних типах підсилювачів, генераторів, логічних та імпульсних пристроях.

## 12.7. ПОЛЬОВІ ТРАНЗИСТОРИ. БУДОВА, ПРИНЦИП РОБОТИ, ХАРАКТЕРИСТИКИ

В польових транзисторах протікання струму обумовлено дрейфом носіїв заряду одного знаку (тобто або електронів, або дірок) у поздовжньому електричному полі через керований канал  $n$ - або  $p$ -типу. Керування струмом через прилад здійснюється поперечним електричним полем, а не вхідним струмом, як в біполярних транзисторах. Завдяки цьому польові транзистори майже не споживають струму у вхідному колі. У пристроях промислової електроніки використовують польові транзистори двох типів: із затвором у вигляді  $p-n$ -переходу та з ізолюваним затвором.

Структуру польового транзистора площинної конструкції показано на рис. 12.13, а. Прилад складається з пластини кремнію з електропровідністю  $p$ -типу, що являє собою канал транзистора, до торців якої приєднані два металевих контакти, які відповідно називають витоком та стоком. До цих електродів послідовно під'єднані опір навантаження  $R$  та джерело живлення  $E_c$ . Напруга джерела має таку полярність, що основні носії зарядів (дірки в каналі  $p$ -типу) пересуваються від витоку до стоку. На протилежні грані пластини кремнію введені донорні домішки, що перетворюють її поверхневі шари в області напівпровідника  $n$ -типу. З'єднані електрично разом, ці шари створюють єдиний електрод, який називають

затвором. Умовні схемні позначення польових транзисторів із затвором  $n$ -типу та  $p$ -типу і, відповідно, каналом  $p$ -типу та  $n$ -типу показані на рис. 12.13, б і 12.13, в.

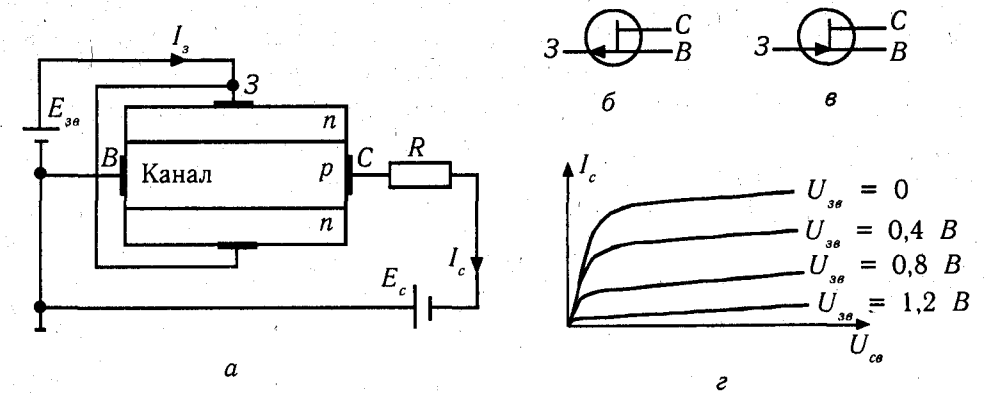


Рис. 12.13

Розглянемо принцип дії польового транзистора з каналом  $p$ -типу. На рис. 12.13, а показана сім'я стокових (вихідних) характеристик цього приладу  $I_c = I_c(U_{cs})$  для  $U_{gs} = \text{const}$ . Якщо керуюча напруга  $U_{gs} = 0$  то, під дією напруги  $U_{cs}$  в каналі тече струм, що залежить від опору каналу. Через коло управління плюсовий потенціал напруги  $U_{cs}$  під'єднано до затвору  $n$ -типу. Отже, напруга  $U_{cs}$  створює зворотне зміщення  $p-n$ -переходу, тобто розширює його. Найбільше розширення  $p-n$ -переходу має місце поблизу стоку, тому що потенціал стоку є нижчим, ніж витоку. В зоні же витоку  $p-n$ -перехід не розширюється, оскільки потенціали затвору і витоку однакові. Чим більша буде напруга  $U_{cs}$ , тим більшою буде ширина подвійного електричного шару  $p-n$ -переходу, в якому відсутні носії зарядів. Розширення цього шару викликає звуження перетину каналу і збільшення його опору, внаслідок чого стокова характеристика має нелінійний характер (рис. 12.13, д). Для певного значення напруги  $U_{cs}$  границі  $p-n$ -переходів поблизу стоку з'єднуються і збільшення струму  $I_c$  практично припиняється.

Якщо прикласти до затвору додатну напругу  $U_{gs}$ ,  $p-n$ -перехід ще сильніше зміщується в зворотну сторону тепер вже по всій довжині каналу. Внаслідок цього канал, що проводить струм, звужується і струм  $I_c$  зменшується. Таким чином, збільшуючи напругу  $U_{gs}$ , можна зменшувати струм  $I_c$ , що і показано на рис. 12.13, д. При цьому струм управління  $I_g$  близький до нуля, оскільки він дорівнює зворотному струму через  $p-n$ -перехід. Стокові характеристики подібні до колекторних характеристик біполярних транзисторів і мають дві ділянки: круту та пологу. Остання використовується для роботи транзисторів у підсилювальних пристроях. Крута ділянка характеристик використовується в перемикаючих пристроях. За відсутності напруги  $U_{gs}$ , транзистор відкритий, а при певному значенні, яка називається напругою відсічки, струм  $I_c$  наближається до нуля, що дає можливість використовувати транзистор у режимі ключа.

Польові транзистори з ізолюваним затвором називають також МДН-транзисторами (метал — діелектрик — напівпровідник). На рис. 12.14, а показано розріз МДН-транзистора. Поверхня кристала напівпровідника  $p$ -типу покрита діелектричною плівкою двооксиду кремнію. Через отвори в діелектричній плівці в тілі напівпровідника, що називають підкладкою, створені дві сильнолеговані області з провідністю  $n$ , тобто протилежною провідності підкладки, і тонка перемичка між ними, що називається каналом. Области  $n$ -типу обладнані зовнішніми виводами: В — витік, С — стік. Над шаром двооксиду кремнію між витіком і стоком наносять металевий шар, вивід від якого використовується як затвор З. Підкладка з'єднується з витіком або в середині приладу, або у зовнішньому колі, для чого підкладка має свій вивід П. Оскільки діелектриком в МДН-транзисторах служить оксид, то їх ще називають МОН-транзисторами згідно з їх структурою метал-оксид-напівпровідник. Віддаль між витіком і стоком в МДН-транзисторах складає всього 5—10 мкм. Для виготовлення МДН-транзистора потрібна лише одна дифузія, тоді як для виготовлення біполярного транзистора потрібні три дифузії. Крім того МДН-транзистор займає меншу площу поверхні кристалу, ніж біполярний транзистор. Тому саме МДН-транзистори широко використовуються для виготовлення так званих інтегральних схем (див. розділ 12.9).

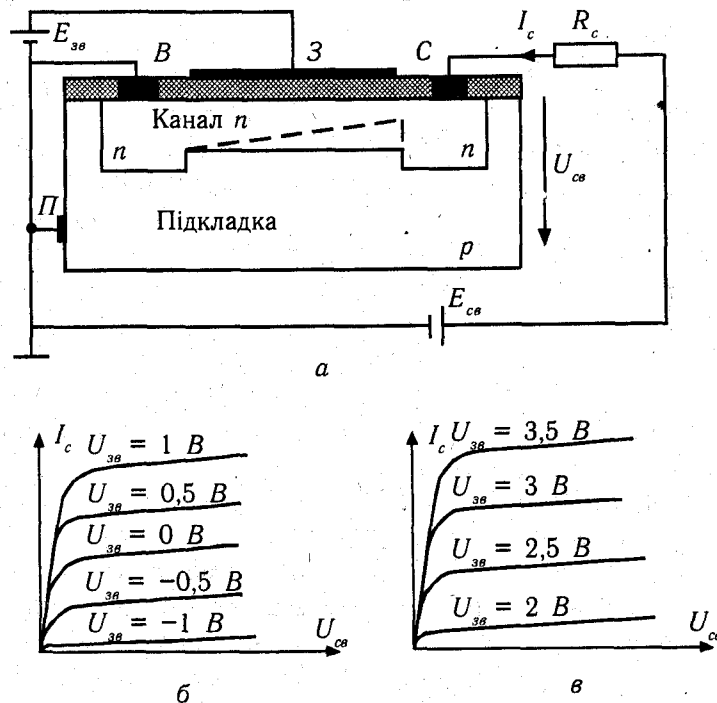


Рис. 12.14

Розглянемо принцип дії МДН-транзистора з каналом  $n$ -типу. Його стокові (вихідні) характеристики для різних  $U_{зв} = \text{const}$  показані на рис. 2. 28, б. При відсутності керуючої напруги  $U_{зв} = 0$  через канал тече певний струм  $I_c$ . Збільшення напруги джерела  $U_{св}$

викликає зміщення  $p-n$ -переходу підкладка-канал в зворотному напрямку. Тобто  $p-n$ -перехід розширюється, а канал звужується. Особливо інтенсивно звуження каналу відбувається поблизу стоку  $n$ -типу С, оскільки до нього прикладено плюс напруги  $U_{св}$ , а до підкладки  $p$ -типу — її мінус. Отже, зростання напруги  $U_{св}$  викликає збільшення опору каналу так само, як і в польовому транзисторі з  $p-n$ -переходом між затвором та каналом і стокова характеристика для  $U_{зв} = 0$  має вигляд подібний показаному на рис. 12.14, б.

Якщо прикласти до затвору керуючу напругу  $U_{зв}$  додатного напрямку, як це показано на рис. 12.14, а, то електричне поле затвора буде притягувати електрони з підкладки в канал. Їх концентрація в підкладці  $p$ -типу незначна, але завдяки великій масі підкладки їх кількості достатньо для збагачення каналу і струм в каналі зростає. Має місце режим збагачення каналу (див. характеристики рис. 12.14, б для  $U_{зв} > 0$ ).

За наявності від'ємної напруги  $U_{зв}$  на затворі електричне поле виштовхує електрони з каналу в підкладку, опір каналу збільшується і струм  $I_c$  зменшується (режим збіднення) як це видно з характеристик рис. 12.14, б для  $U_{зв} < 0$ . Оскільки затвор є ізолюваним від інших елементів кола, струм  $I_{зв}$  надзвичайно малий. Потужність кола керування МДН-транзистора практично дорівнює нулю.

Аналогічно функціонує і інша різновидність МДН-транзисторів — з каналом  $p$ -типу і підложкою  $n$ -типу. Напрямки струмів і напруг будуть протилежними показаним на рис. 12.14, а. Схемні позначення МДН-транзисторів з підкладками  $p$ -типу та  $n$ -типу (відповідно з каналами  $n$ -типу та  $p$ -типу) показані на рис. 12.15, а та 12.15, б.

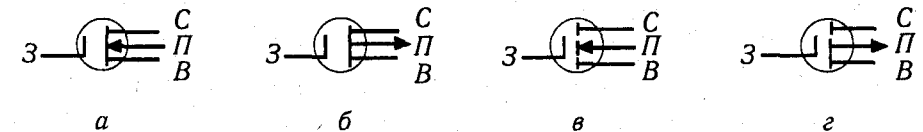


Рис. 12.15

Розглянені МДН-транзистори є приладами з вбудованими каналами. Але, крім таких транзисторів широко використовуються МДН-транзистори з наведеним каналом. В таких приладах спеціальний канал між витіком і стоком не створюється. Тому за наявності напруги  $U_{зв} = 0$  стоковий струм відсутній.  $I_c = 0$  (транзистор нормально закритий). Прилад може працювати тільки в режимі збагачення, коли поле затвора притягує з підкладки носії відповідного знаку, які створюють провідний канал між витіком і стоком. Сім'я стокових характеристик МДН-транзисторів з наведеним каналом  $n$ -типу показана на рис. 12.14, в, а з каналом  $p$ -типу — на рис. 12.15, г.

МДН-транзистори використовуються головним чином, як ключові елементи. МДН-транзистори з вбудованим каналом являють собою нормально ввімкнений ключ, який за відсутністю вхідного сигналу знаходиться у ввімкненому стані (транзистор проводить струм, опір каналу малий). В разі подачі на затвор керуючого сигналу певної полярності транзистор закривається, що відповідає вимиканню ключа.

МДН-транзистори з наведеним каналом простіші у виготовленні. З застосуванням технології виготовлення ІМС вони широко використовуються в ЕОМ та інших

мікроелектронних пристроях. За відсутністю сигналу на затворі вони знаходяться в неспровідному стані і проводять струм тільки після подачі потенціалу на вхід (затвор) транзистора. На базі МДН-транзисторів обох типів у ІМС утворюються ключі, близькі до ідеальних. Коли ключі ввімкнені, їх опір практично дорівнює нулю, а коли вимкнені — він дорівнює біля  $10^{12}$  Ом, тобто безмежно великий. На базі МДН-транзисторів можна отримати і інші елементи. Якщо канал зробити довшим і більш вузьким, ніж звичайний, а на його затвор подати відкриваючий потенціал, то струм буде йти по каналу, але коло каналу буде мати певний опір. Отже, можна використовувати МДН-транзистори як резистори.

Можна використовувати МДН-транзистори і як конденсатори, оскільки затвор з ізолюванням від нього оксидом кремнію каналом можна використовувати і для накопичення зарядів.

Таким чином, МДН-транзистори можна використовувати в ІМС як ключі, резистори і конденсатори, що дає широкі можливості розробникам для розв'язку різних задач.

## 12.8. ТИРИСТОРИ

*Тиристри* — це напівпровідникові керовані прилади з трьома і більше  $p$  —  $n$ -переходами, які здатні під дією сигналу керування переходити від закритого (непровідного) стану до відкритого (провідного). Цей перехід відбувається стрибкоподібно.

Найбільш розповсюдженими є тиристри на чотиришаровій структурі, показаній на рис. 12.16, а. Вольт-амперні характеристики такої структури показано на рис. 12.16, б, а на рис. 12.16, в — схемне зображення такого тиристора з трьома виводами (електродами) до зовнішнього кола. Електроди приладу називаються:  $A$  — анод,  $K$  — катод,  $KE$  — керуючий електрод.

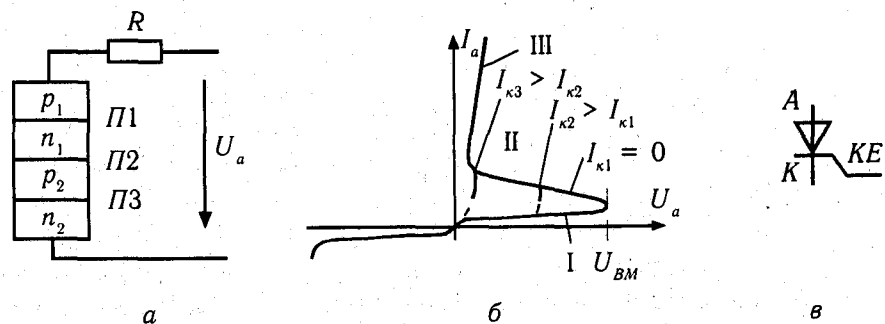


Рис. 12.16

Якщо ввімкнути тиристор у показане на рис. 12.16, а коло, то, за відсутністю сигналу на керуючому електроді, струму в колі не буде. Для показаної полярності прикладеної до тиристора напруги  $p$  —  $n$ -перехід П2 є закритий і тиристор знаходиться на ділянці I своєї вольт-амперної характеристики (рис. 12.16, б). Збільшення напруги до значення напруги вмикання  $U_{вм}$  викликає перехід дірок структури  $p_1$  до  $n_1$ , а електронів з структури  $n_2$  до  $p_2$ . Ці не основні для структур  $p_2$  та  $n_1$  носії під дією великої зовнішньої

напруги з великою швидкістю проходять перехід П2, створюючи лавинне збільшення нових носіїв зарядів. Напруга на тиристорі швидко падає (ділянка II) до значення  $0,5+1$  В, а напруга на опорі  $R$  (рис. 12.16, а) зростає. Тиристор переходить на ділянку III своєї вольт-амперної характеристики.

Отже, для переведення тиристора у провідний стан без використання керуючого електрода, треба подати імпульс анодної напруги  $U_a \geq U_{вм}$ . Для гасіння тиристора треба змінити полярність анодної напруги.

Якщо ж подати на керуючий електрод  $KE$  напругу, додатно по відношенню до катода  $K$ , то це викличе перехід електронів з структур  $n_2$  і  $n_1$  до  $p_2$ . Концентрація не основних носіїв зарядів в  $p_2$  збільшується і вмикання тиристора відбувається за наявності напруги  $U_a \geq U_{вм}$  (рис. 12.16, б). Після зняття сигналу керування тиристор зберігає відкритий стан і для його закриття слід поміняти полярність анодної напруги  $U_a$ .

На рис. 12.17 показані позначення різних видів тиристорів. В діодному тиристорі (рис. 12.17, а) перехід приладу до відкритого стану відбувається, якщо анодна напруга  $U_a$  досягає значення напруги вмикання  $U_{вм}$ . В тріодних одноопераційних тиристорах з керуючим електродом  $p$ -типу (рис. 12.17, б) або  $n$ -типу (рис. 12.17, в) відкривання тиристора відбувається подаванням імпульсу відповідно додатної або від'ємної напруги на керуючий електрод. На рис. 12.17, г показано позначення симистора з керуючим електродом  $n$ -типу, який пропускає струм в обох напрямках за умовою наявності від'ємного імпульсу керування. Двоопераційний тиристор (рис. 12.17, д) з керуючим електродом  $p$ -типу дозволяє керуючим імпульсом додатної напруги відкривати тиристор, а імпульсом від'ємної напруги — закривати його. Всі ж одноопераційні тиристри можна закрити тільки зворотною напругою в анодному колі. В фототиристорах (рис. 12.17, е) відкривання приладу досягається за допомогою світлового імпульсу.

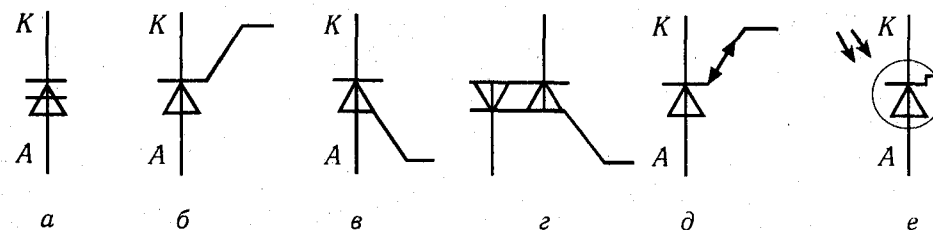


Рис. 12.17

Потужні одноопераційні тиристри можуть пропускати середній прямий струм до  $1000+2000$  А при напругах від 100 до 4000 В. Двоопераційні тиристри мають менші граничні струми та напруги, ніж одноопераційні тиристри і потужність імпульсу закривання такого тиристора набагато більша від потужності імпульсу відкривання.

Тиристри, як потужні регульовані напівпровідникові прилади, знайшли широке використання в енергетичній електроніці (перетворювальній техніці). Практично вся електрична енергія виробляється на електростанціях трифазними генераторами змінного струму промислової частоти ( $f = 50$  Гц). Але значна частина цієї енергії споживається у перетвореному вигляді і перш за все у вигляді постійного струму.

Електропривод постійного струму, в тому числі тяговий, потужні електротермічні та електротехнологічні установки — найбільші споживачі постійного струму. Для їх живлення використовують пристрої, призначені для перетворення струму змінної промислової частоти у постійний струм — випрямлячі. З використанням тиристорів створені керовані випрямлячі, тобто пристрої, які дозволяють перетворити змінну напругу промислової частоти у регульовану постійну напругу. Розроблено також тиристорні перетворювачі (або вентильні перетворювачі), які дозволяють перетворити електричну енергію змінного струму промислової частоти  $f_m$  в електричну енергію змінного струму нестандартної частоти ( $f < f_m$  або  $f > f_m$ ) або навіть регульованої частоти, що є дуже істотним для застосування регульованого асинхронного електроприводу.

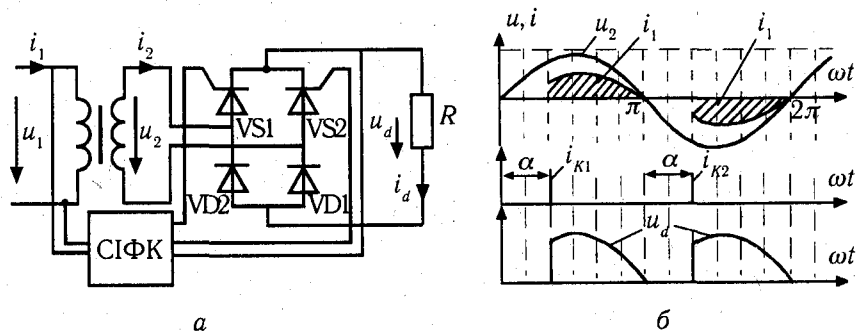


Рис. 12.18

На рис. 12.18, а показано схему однофазового мостового керованого випрямляча з тиристорами VS1, VS2 та діодами VD1, VD2. Такі керовані випрямлячі широко використовуються як джерела регульованої постійної напруги в електроприводах постійного струму. Для спрощення прийнято, що випрямляч працює на активне навантаження.

Для генерації керуючих імпульсів використовується схема імпульсно-фазового керування (СІФК). Імпульси керування поступають на керуючі електроди тиристорів VS1 та VS2 з зсувом по фазі на кут  $\alpha$  по відношенню до моменту появи додатньої півхвилі напруги  $u_2$  між анодом і катодом кожного з тиристорів. Кут  $\alpha$  називають кутом керування.

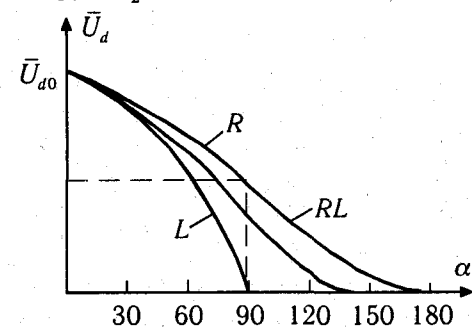


Рис. 12.19

Припустимо, що в момент часу  $\omega t = 0$  напруга вторинної обмотки трансформатора  $u_2 = 0$  і в подальшому має додатний напрям, показаний на рис. 12.18. До відкриття тиристора VS1 напруга  $u_d$  на навантаження дорівнює нулю. В момент відкриття тиристора VS1 керуючим імпульсом  $i_{k1}$  напруга  $u_d$  зростає стрибком до значення  $u_2$  (рис. 12.9, б), оскільки спадки напруги на відкритому тиристорі VS1 і на діоді VD3 в прямому напрямку близькі до нуля. Струм  $i_2(t) = i_d(t)$  протікає

через обмотку трансформатора, тиристор VS1, навантаження R, діод VD1 (рис. 2.21, а). В момент  $\omega t = \pi$  напруга  $u_2$  стає рівною нулю, тиристор VS1 закривається і струм  $i_2$  стає рівним нулю. До відкриття тиристора VS2 керуючим імпульсом  $i_{k2}$  в навантаженні настає безструмова пауза, незважаючи на те, що до анода тиристора VS2 тепер прикладено “+” напруги трансформатора  $u_2$ . В момент  $\omega t = \pi + \alpha$  відкривається тиристор VS2 і напруга  $u_d = -u_2$ , оскільки полярність напруги  $u_2$  змінилась. Струм тепер тече через обмотку трансформатора, тиристор VS2, опір R і діод VD2. Збільшуючи кут  $\alpha$  можна збільшувати безструмову паузу і зменшувати середнє значення випрямленої напруги  $\bar{U}_d$ . Правда, із збільшенням кута  $\alpha$  збільшується пульсація випрямленої напруги (див. розділ 13.1) і це є недоліком керованих випрямлячів у порівнянні, наприклад, з електромашинними генераторами постійного струму. Залежність  $\bar{U}_d = \bar{U}_d(\alpha)$  називається регульовальною характеристикою випрямляча і для активного навантаження має вигляд, показаний на рис. 12.19 кривою R. Для чисто індуктивного навантаження регульовальна характеристика є косинусоїдою (крива L), а для активно-індуктивного навантаження займає проміжне положення (крива RL).

На рис. 12.19  $\bar{U}_{d0}$  — середнє значення вихідної напруги некерованого випрямляча в режимі холостого ходу.

Характер залежностей  $\bar{U}_d = \bar{U}_d(\alpha)$  можна пояснити наступним чином. В режимі холостого ходу середнє значення напруги на виході керованого випрямляча дорівнює:

$$\bar{U}_d = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} U_{dm} \sin \omega t \cdot d(\omega t) = \frac{U_{dm}}{\pi} (-\cos \omega t) \Big|_{\alpha}^{\pi} = U_{d0} \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad (12.3)$$

Тут  $\bar{U}_{d0} = \frac{2}{\pi} U_{dm}$ . Якщо знехтувати спадом напруги у внутрішньому опорі трансформатора, то для активного навантаження рівняння (12.3) описує регульовальну характеристику керованого випрямляча, позначену на рис. 12.10 літерою R. Для такого ж індуктивного навантаження струм  $i_d$  буде відставати по фазі від напруги  $u_d$  на  $90^\circ$ . Отже, якщо задати кут  $\alpha = 90^\circ$ , то струм  $i_d$  через VS1 має появиться із запізненням на  $90^\circ$ , коли напруга  $u_2$  на анодному колі VS1 проходить через нуль і струм не виникає. В такому випадку  $\bar{U}_d = \bar{U}_{d0} \cos \alpha$  (крива L на рис. 12.19).

Тиристири широко використовують також в інверторах, які перетворюють постійний струм у змінний, тобто виконують функцію зворотну до функції випрямлячів. Інвертори потрібні в лініях передачі електричної енергії постійного струму, для під'єднання до мереж промислової частоти нетрадиційних джерел постійного струму (сонячні батареї, генератори, що використовують вітрову енергію, МГД — генератори).

Розглянемо принцип роботи інвертора. Принципова схема однофазового веденого мережею інвертора показана на рис. 12.20. Цей пристрій може працювати випрямлячем, тобто передавати енергію змінного струму до навантаження, представленого індуктивністю L і джерелом постійної напруги E, або інвертором, тобто передавати енергію в зворотному напрямку від джерела постійної напруги E до мережі змінного струму.

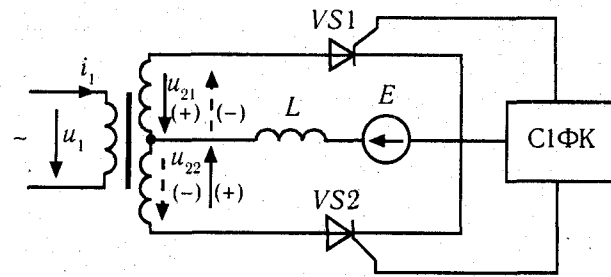


Рис. 12.20

Якщо тиристири VS1 і VS2 по черзі відкривати з кутом керування, що знаходиться в межах  $0 \leq \alpha \leq \pi/2$  відносно додатних напрямків напруг  $u_{21}$  та  $u_{22}$ , то схема працює звичайним випрямлячем. Якщо ж тиристири відкривати по черзі в моменти, коли обмотки трансформатора Т створюють в анодних колах тиристорів напруги  $u_{21}$  та  $u_{22}$ , від'ємного напрямку, то струми в цих обмотках будуть текти під дією ЕРС  $E$  в напрямку, протилежному напрямку дії цих напруг. Це означає, що і струм  $i_1$  первинної обмотки трансформатора буде протікати в напрямку, протилежному дії напруги  $u_1$ . Отже, енергія буде передаватися до мережі. Такий режим забезпечується, якщо  $\pi > \alpha > \pi/2$ . Більш детально про роботу інверторів можна дізнатись з [5, 6, 7].

### 12.9. ІНТЕГРАЛЬНІ МІКРОСХЕМИ

*Інтегральна мікросхема (ІМС)* — це виріб, який виконує певну функцію перетворення і обробки сигналу, має велику щільність упакування електрично з'єднаних елементів, що являють собою єдине ціле, виготовлені в єдиному технологічному процесі і розміщені в єдиному, герметизованому корпусі.

Переваги апаратури на ІМС:

1. Висока надійність і технологічність. Застосування ІМС різко зменшує витрати праці на збірку і монтаж апаратури, зменшує кількість паяних з'єднань, — найменш надійних елементів електронної апаратури.

2. Мала маса і габарити.

3. Скорочення часу на розробку виробу, оскільки застосовуються готові вузли та блоки.

4. ІМС випускаються масово і тому відносно дешеві.

Майже всі сучасні пристрої інформаційної електроніки створюються на базі ІМС, які можна поділити на напівпровідникові і гібридні.

На рис. 12.21 зображено креслення зовнішнього вигляду стандартної ІМС на 16 виводів. Приклад фрагменту напівпровідникової ІМС показано на рис. 12.22. На рис. 12.22, а показана частина електронної схеми, яка складається з резистора, діода та біполярного транзистора, а на рис. 12.22, б — розріз напівпровідникового кристалу, в товщі якого вміщені вказані схемні елементи. Ізоляція елементів один від одного

створюється за допомогою  $p-n$ -переходів подачею на підложку  $p$ -типу найбільшого від'ємного потенціалу. Поверхня напівпровідника покрита ізоляційним шаром його окислу, який за своїми властивостями є діелектриком. В потрібних місцях окисел протравлений і поверхня кристалу покрита золотою або алюмінієвою плівкою, яка забезпечує з'єднання між елементами. З'єднання ці виготовляють шляхом вакуумного напилення через маску відповідної форми. Готовий кристал розміщують у герметизованому металевому або пластмасовому корпусі з виводами у зовнішнє коло. З'єднання мікросхеми із зовнішніми виводами здійснюють золотими або алюмінієвими провідниками діаметром біля 10 мкм.

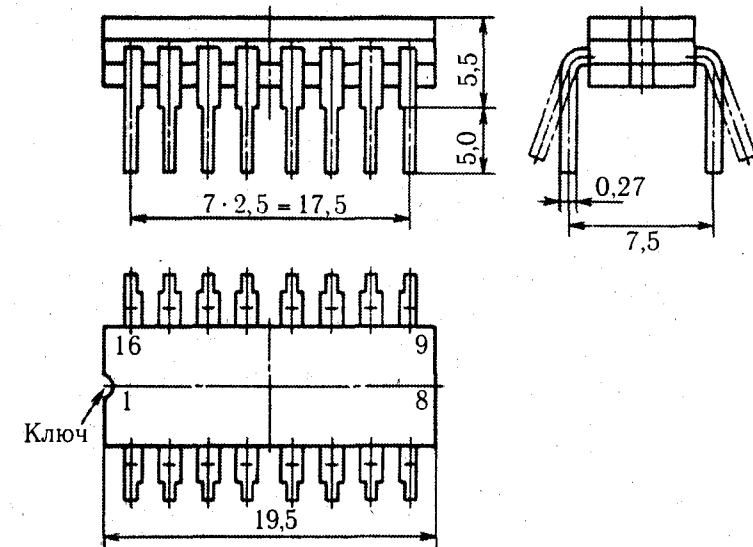


Рис. 12.21

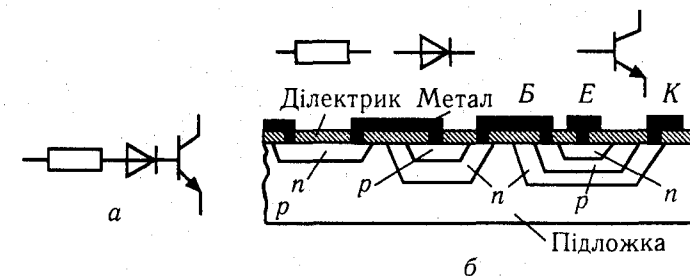


Рис. 12.22

Виготовлення таких ІМС дуже складне. Тому їх випуск може бути налагоджений тільки на великих спеціалізованих підприємствах на базі добре автоматизованої якісної технології. Витрати на розробку нового типу ІМС великі, тому економічно виправдовується лише випуск їх великими серіями по  $10^4$  екземпляри і більше. Маса

і габарити таких ІМС дуже малі. Щільність упакування елементів в ІМС може досягати до  $500 \text{ ел}/\text{см}^3$  і більше. При кількості елементів  $N > 10^3$  ІМС називають великою інтегральною схемою (ВІС). Середній термін безвідмовної роботи пристрою, який містить  $10^8$ — $10^9$  елементів досягає 5—10 тисяч годин.



Рис. 12.23

Гібридні ІМС створюються на базі плівкової технології. За допомогою плівок товщиною біля одного мікрметра створюються резистори (рис. 12.23, а) з опором до  $10^5 \text{ Ом}$ , плівкові конденсатори (рис. 12.23, б) з ємністю до  $10000 \text{ пФ}$  та дросели (рис. 12.23, в) з малою індуктивністю не більше  $10 \text{ мкГн}$ . Безкорпусні напівпровідникові прилади, конденсатори великих номіналів і магнітні елементи виконуються навісними і приклеюються до плати в певних місцях. Плата з плівковими та навісними елементами розташовується в герметизованому корпусі з певною кількістю виводів.

Масогабаритні показники гібридних мікросхем гірші, ніж у напівпровідникових, але технологія їх виготовлення значно простіша, а вартість розробки менша. Їх можна випускати малими серіями для рішення локальних задач.

Функції перетворення та обробки сигналів, що їх виконують ІМС, дуже різноманітні. Прикладами таких функцій можуть бути перетворення аналогової інформації (тобто неперервного сигналу постійної напруги на вході) у цифрову форму (тобто у відповідне число, код якого виставляється на виходах ІМС) і зворотне перетворення цифрового сигналу в аналоговий сигнал; перетворення частоти в постійну напругу; перетворення постійної напруги у змінну з певною частотою; перетворення постійної напруги у змінну трифазну напругу певних частот для керування електромікродвигунами; перетворення інтенсивності світлового сигналу в час експозиції фотоматеріалів і т. п. На базі ІМС виготовляють також операційні підсилювачі (розділ 14.5), логічні та цифрові пристрої (розділ 15).

В останні роки створені ВІС, які не втрачають своєї універсальності. Це програмовані ІМС. Користувач може по-різному використовувати такі ІМС, запрограмувавши її функції. До таких ІМС відносяться постійні запам'ятовуючі пристрої (ПЗП) програмовані інтерфейси, програмовані контролери та мікропроцесорні пристрої на базі відповідних комплексів ІМС (розд. 16, 17).

## 12.10. НАПІВПРОВІДНИКОВІ ОПТОЕЛЕКТРОННІ ПРИСТРОЇ

В оптоелектронних пристроях обробка, запам'ятовування та зберігання інформації здійснюється на основі сумісного використання електричних та оптичних явищ.

Сучасні мікроелектронні вироби на базі ІМС мають малу потужність вихідних сигналів і низьку міцність ізоляції. Напруга живлення більшості ІМС лежить в межах 5—15 В. Тому спряження таких виробів з силовими традиційними елементами (реле, електродвигунами, електронагрівачами та іншими) вимагає не тільки підсилення сигналу, але й гальванічного розв'язку низьковольтних мікроелектронних кіл від кіл з промисловою напругою. Застосування оптичного каналу дозволяє забезпечити надійну електричну ізоляцію між системами низької та високої напруги.

Елементну базу оптоелектроніки представляють:

- **оптовипромінювачі** — перетворювачі електричної енергії у світлову;
- **фотоприймачі** — перетворювачі світлової енергії в електричну;
- **оптоелектронні прилади** — прилади для забезпечення електричної ізоляції при передачі енергії та інформації по світловому каналу;
- **світловоди**.

Розглянемо найбільш поширені у промисловій електроніці напівпровідникові джерела та приймачі світлового випромінювання.

Напівпровідниковим **випромінювачем** світла є випромінювальний світлодіод. **Світлодіоди** — це напівпровідникові діоди, які випромінюють кванти світла внаслідок рекомбінації носіїв зарядів у зоні  $p$  —  $n$ -переходу під час протікання струму в прямому напрямку. Світлодіоди бувають точкові та сегментні і широко використовуються в знакоцифрових та інших індикаторах. Світлодіоди випускають у вигляді окремих елементів або матричних груп для індикації інформації у вигляді літер, цифр та різних символів.

До **фотоприймачів** відносяться фотодіоди, фототранзистори, фототиристри та інші прилади.

**Фотодіод** — напівпровідниковий фотоелектричний прилад з внутрішнім фотоелементом, який має один  $p$  —  $n$ -перехід і два виводи. Фотодіоди можуть працювати в режимі фотогенератора або в режимі фотоперетворювача. На рис. 12.24, а показані ВАХ фотодіода, а на рис. 12.24, б — схема з'єднань, яка забезпечує його роботу в режимі фотоперетворювача.

Коли фотодіод не освітлено, його ВАХ проходить через точки  $C$ — $O$ — $F$  на рис. 12.24, а і має вигляд ВАХ звичайного діода. В освітленому стані ВАХ фотодіода змінюється і проходить через точки  $F$ — $A$ — $B$ — $H$ . Точка  $A$  відповідає режиму холостого ходу фотогенератора ( $I = 0$ ,  $U = m_u \cdot OA$ ), а точка  $B$  — режиму короткого замикання генератора ( $U = 0$ ,  $I_k = m_u \cdot OB$ ). ЕРС фотогенератора досягає звичайно  $0,5+0,6 \text{ В}$ , а струм короткого замикання не перевищує  $0,5 + 1 \text{ мА}$ . Тому потужність, яку можна отримати від фотодіода — доли мілівата.

Для збільшення потужності в колі навантаження  $R$  використовують схему з зовнішнім джерелом ЕРС  $E$  (рис. 12.24, б). Якщо світлодіод неосвітлений, він працює в точці  $C$  перетину зворотної вітки ВАХ і лінії навантаження  $CD$ . В темноті



діод має великий зворотній опір і спад напруги на ньому набагато більший від спаду напруги на резисторі  $R$ ,  $U'_{\text{фд}} \gg U'_R = R \cdot I$ . Після освітлення фотодіода його зворотний опір зменшується і він працює в точці  $G$ , де напруга на ньому  $U''_{\text{фд}} \ll U''_R$ . Напруга  $U''_R$  набагато більша від напруг, можливих на ділянці  $AB$ , а струм — трохи більший від струму короткого замикання фотогенератора.

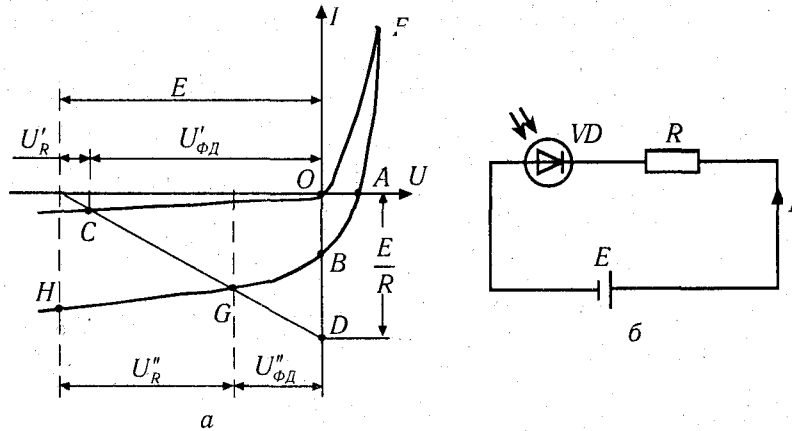


Рис. 12.24

Фотодіоди можуть застосовуватись як і фоторезистори\* для вимірювань або індикації наявності світлового потоку. В режимі фотогенератора вони використовуються як сонячні батареї.

У **фототранзисторі** без виводу бази у зовнішнє коло струм  $I_b = 0$  відповідно (12.1) струм колектора

$$I_k = (\beta + 1) I_{\text{кз}}$$

У фототранзисторі зворотний струм  $I_{\text{кз}}$  є функцією світлового потоку  $\Phi$ . При освітленні бази або області колекторного переходу струм не основних носіїв заряду  $I_{\text{кз}}$  збільшується, відповідно у  $\beta + 1$  раз збільшується струм колектора  $I_k$ . Тому потужність сигналу в фототранзисторі може бути значно більшою, ніж у фотодіоді при однаковому рівні напруги джерела живлення. Позначення фототранзистора на електричних схемах показано на рис. 12.25, а.

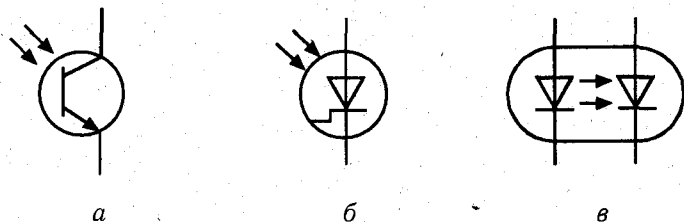


Рис. 12.25

Позначення **фототиристора** показано на рис. 12.25, б. Збільшення світлового потоку стимулює відкривання тиристора при відсутності керуючого електрода.

**Оптопара** (рис. 12.25, в) має у своєму складі випромінювач (світлодіод) та фотоприймач (фотодіод, фототранзистор або фототиристор), між якими ввімкнено оптичний канал для передачі світла від випромінювача до приймача. В оптопарах повністю відсутній електричний та магнітний зв'язок між випромінювачем та приймачем. Електрична міцність матеріалів, з яких виготовляють оптопари, дозволяє передавати сигнали при різності потенціалів між випромінювачем та фотоприймачем у декілька тисяч вольт.

Недоліком діодної оптопари є малий коефіцієнт передачі струму. При використанні фототранзистора можна отримати підсилення струму. Загальним недоліком оптопар є нелінійність залежності вихідного сигналу від вхідного.

Передача інформації від випромінювача до фотоприймача може відбуватися по світловодах: гнучких шлангах у складі відбивальної оболонки та серцевини з органічного або неорганічного скла. Передача інформації по світловодах забезпечує повну захищеність від електромеханічних завад.

## 12.11. РЕЗЮМЕ

1. *Промислова електроніка* — це галузь технічної електроніки, яка займається застосуванням електровакуумних і напівпровідникових приладів та створених на їх основі різноманітних систем у промисловості. Основні напрямки промислової електроніки:

- інформаційна електроніка (обчислювальна та інформаційно-вимірювальна техніка, пристрої автоматики);
- енергетична електроніка (потужні електровакуумні та напівпровідникові перетворювачі електричної енергії);
- електронна технологія (застосування електронних та іонних пучків, високо-частотний нагрів і плавка, ультразвукове різання та зварювання).

2. Напівпровідникові хімічні елементи (германій, кремній) відносяться до четвертої групи таблиці Менделєєва і у чистому вигляді мають високий питомий електричний опір. Якщо до чистих напівпровідників ввести домішки речовини п'ятої групи таблиці Менделєєва (фосфор, миш'як або сурму), то атоми домішки легко іонізуються, віддаючи п'ятий електрон. В матеріалі виникають вільні електрони, а у вузлах кристалічної ґратки утворюються нерухомі додатні заряди — іони домішок. Такі матеріали, в яких основними носіями зарядів є електрони, називають напівпровідниками *n*-типу.

3. При внесенні до напівпровідникового матеріалу домішок третьої групи (алюмінію, бору, індію) атоми таких домішок легко забирають на свої локальні енергетичні рівні електрони з валентної зони атомів основного матеріалу. Внаслідок цього виникає від'ємний іон домішки, а на місці обірваного валентного зв'язку основного атома — додатний заряд, так звана дірка. Напівпровідники, в яких основними носіями зарядів є дірки називають напівпровідниками *p*-типу.



4. *Електронно-дірковий перехід* — це зона на межі двох напівпровідників з  $p$ - та  $n$ -провідностями. Якщо прикласти до  $p$  —  $n$ -переходу постійну напругу прямого напрямку (“+” до напівпровідника  $p$ -типу та “-” до напівпровідника  $n$ -типу), то при напругах  $U > 0,3+0,5$  В опір переходу стає малим і він легко проводить струм. Якщо ж прикласти до  $p$  —  $n$ -переходу напругу зворотного напрямку — то опір переходу стає дуже великим і струм через перехід практично відсутній.

5. Напівпровідникові (н/п) прилади можна поділити на: н/п резистори, н/п фотоелектронні пристрої, н/п діоди, біполярні транзистори, польові транзистори, тиристоры, н/п інтегральні мікросхеми та комбіновані н/п прилади.

6. До н/п резисторів належать: лінійні резистори з незмінним опором, варистори (опір залежить від прикладеної напруги), терморезистори (опір залежить від температури), фоторезистори (опір залежить від освітленості резистора) та тензорезистори (опір залежить від деформації бази резистора).

7. *Н/п діоди* — це н/п прилади з двома виводами та одним  $p$  —  $n$ -переходом. Серед них найбільш широко використовують у технічних пристроях випрямні діоди, стабілітрони, фото- та світлодіоди.

8. Основна властивість випрямних н/п діодів, — пропускати струм в прямому і не пропускати в зворотному напрямках, — використовують для випрямлення змінного струму спеціальними пристроями — випрямлячами. За потужністю випрямні діоди поділяються на діоди малої потужності ( $I_{np} \leq 0,3$  А), середньої потужності ( $0,3 \leq I_{np} < 10$  А) і великої потужності з прямим струмом від 10 до 1000 А і більше.

9. *Стабілітрони* — це діоди з низькою напругою пробою. Вони працюють на зворотній частині вольт-амперної характеристики і використовуються для стабілізації напруги на приймачах невеликої потужності.

10. Фотодіоди змінюють свою вольт-амперну характеристику в залежності від освітленості, і можуть використовуватися для регулювання струму в навантаженні із зміною освітленості (режим фотоперетворювача) або для перетворення світлової енергії в електричну (режим фотогенератора).

11. Світлодіоди випромінюють світлові промені при протіканні по них струму прямого напрямку і широко використовуються у світлових індикаторах різного типу.

12. *Біполярний транзистор* — це прилад, що має три області з різними типами електропровідності, два  $p$  —  $n$ -переходи і три виводи — емітер, база, колектор. Біполярним цей прилад називається тому, що струм у ньому створюється носіями зарядів двох типів — електронами і дірками. Можливі два варіанти чергування структур у транзисторах, у відповідності до яких існують транзистори типів  $p$  —  $n$  —  $p$  і  $n$  —  $p$  —  $n$ . Біполярні транзистори використовують для підсилення електричних сигналів.

13. Коефіцієнт передачі струму  $\alpha$  від емітера до колектора  $\alpha = \Delta I_k / \Delta I_e$  у сучасних транзисторів знаходиться звичайно у межах  $\alpha = 0,9+0,99$ . Коефіцієнт передачі струму від бази до колектора

$$\beta = \frac{1}{1 - \alpha} \approx \left( \frac{\Delta I_k}{\Delta I_b} \right)_{U_{ke} = \text{const}}$$

Звичайно  $\beta = 10 + 100$ , але він може бути і більшим. Наближено  $I_k \approx \beta \cdot I_b$ .

14. Можливі три схеми з'єднань транзистора як підсилювального пристрою з трьома виводами: схема із спільною базою, із спільним емітером та із спільним колектором. Найбільш широко використовується у підсилувачах схема з'єднань із спільним емітером, оскільки вона забезпечує найбільший коефіцієнт підсилення по потужності.

15. Біполярні транзистори випускаються на струми у колі колектора від  $I_{k\text{max}} = 0,01+0,1$  А для малопотужних транзисторів до  $I_{k\text{max}} = 0,5+10$  А для транзисторів великої потужності.

16. У польових транзисторах протікання струму зумовлено дрейфом носіїв заряду одного знаку (тобто або електронів, або дірок) у поздовжньому електричному полі через керований канал  $n$ - або  $p$ -типу. Керування струмом у каналі здійснюється поперечним електричним полем, а не вхідним струмом, як в біполярних транзисторах. Завдяки цьому польові транзистори майже не споживають струму у вхідному колі. У пристроях промислової електроніки використовують польові транзистори двох типів: із затвором у вигляді  $p$  —  $n$ -переходу та з ізольованим затвором.

Польові транзистори з ізольованим затвором називають також МДН-транзисторами (метал—діелектрик—напівпровідник). Оскільки діелектриком в МДН-транзисторах служить оксид, то їх ще називають МОН-транзисторами (метал—оксид—напівпровідник). МДН-транзистори значно простіші у виготовленні і займають меншу площу поверхні кристалу, ніж біполярний транзистор. Тому саме МДН-транзистори широко використовуються для виготовлення інтегральних схем.

17. Біполярні та польові транзистори дають можливість зміною напруги на вході плавно міняти струм у вихідному колі.

18. *Тиристоры* — це напівпровідникові керовані прилади з трьома і більше  $p$  —  $n$ -переходами, які здатні під дією сигналу керування переходити від закритого (непровідного) стану до відкритого (провідного). Цей перехід відбувається стрибкоподібно, тому тиристоры працюють як електронні ключі. Два виводи тиристора (анод і катод) є силовими, а на третій вивід подається сигнал керування малої потужності. Тиристор переходить до провідного стану, якщо на силові його виводи подано пряму напругу (“+” на анод і “-” на катод) і на керуючий електрод подається напруга керування потрібної величини та полярності. Тиристор переходить у непровідний стан, якщо напруга на його силових виводах стає зворотною. Змінюючи зсув по фазі між силовою напругою та напругою керування можна змінювати час перебування тиристора у відкритому стані за один цикл появи на його силових виводах напруги прямого напрямку.

19. Потужні тиристоры можуть пропускати середній прямий струм до 1000+2000 А при напругах від 100 до 4000 В.

20. Двоопераційний тиристор можна перевести до непровідного стану зміною полярності сигналу керування. Але ці тиристоры мають менші граничні струми та напруги, ніж звичайні тиристоры.

21. Тиристоры використовують для створення регульованих випрямлячів, тобто перетворювачів, які забезпечують перетворення змінної напруги у постійну з регулюванням рівня цієї напруги. Тиристоры широко використовують також в інверторах, які

перетворюють постійний струм в змінний, тобто виконують функцію зворотну до функції випрямлячів та в інших перетворювальних пристроях.

22. *Інтегральна мікросхема* — це мікроелектронний виріб, який має велику щільність упакування електрично з'єднаних елементів малої потужності, що являють собою єдине ціле, виготовлені в єдиному технологічному процесі і розміщені в єдиному герметизованому корпусі.

23. Перевагами апаратури на ІМС є їх висока надійність і технологічність, мала маса і габарити. Середній термін безвідмовної роботи мікроелектронного пристрою створеного на базі напівпровідникових інтегральних мікросхем, який містить  $10^8 + 10^9$  елементів досягає 5+10 тисяч годин. ІМС випускаються масово і тому відносно дешеві.

24. Інтегральні мікросхеми виконують різноманітні функції перетворення та обробки сигналів. Прикладами таких функцій можуть бути перетворення аналогової інформації у цифрову форму (тобто у відповідне число, код якого виставляється на виходах ІМС) і зворотне перетворення цифрового сигналу в аналоговий сигнал; перетворення частоти в постійну напругу; перетворення постійної напруги у змінну з певною частотою; перетворення постійної напруги у змінну трифазну напругу певних частот для керування електромікродвигунами; перетворення інтенсивності світлового сигналу в час експозиції фотоматеріалів і т. п. На базі ІМС виготовляють також операційні підсилювачі (розділ 14.4), логічні та цифрові пристрої (розділ 15), запам'ятовуючі пристрої, мікропроцесори (розділ 16).

## ВИПРЯМЛЯЧІ

### 13.1. ПРИЗНАЧЕННЯ ВИПРЯМЛЯЧІВ ТА ПОКАЗНИКИ ЯКОСТІ ЇХ РОБОТИ

Звичайними у міських електричних мережах є рівні напруг 380 та 220 В змінного струму. Але для живлення кіл керування електроприводами, для живлення двигунів постійного струму, для живлення релейної та електронної апаратури необхідні різні рівні постійної напруги. Для отримання таких напруг використовують випрямлячі. Блок-схема випрямляча показана на рис. 13.1, а.

Напруга мережі живлення  $\tilde{U}_1$  подається на трансформатор  $Tr$ , на виході якого отримується змінна напруга  $\tilde{U}_2$  необхідного рівня. За допомогою вентильної групи ВГ змінна напруга  $\tilde{U}_2$  перетворюється на пульсуючу випрямлену напругу  $\bar{U}_{2в}$ . Для зменшення пульсацій випрямлена напруга подається на згладжувальний фільтр ЗФ і після нього — на навантаження  $H$  у вигляді напруги  $\tilde{U}_d$ . Часто між згладжувальним фільтром і навантаженням вмикають ще стабілізатор напруги СН, який забезпечує стабільність вихідної напруги випрямляча в разі зміни навантаження або напруги мережі живлення.

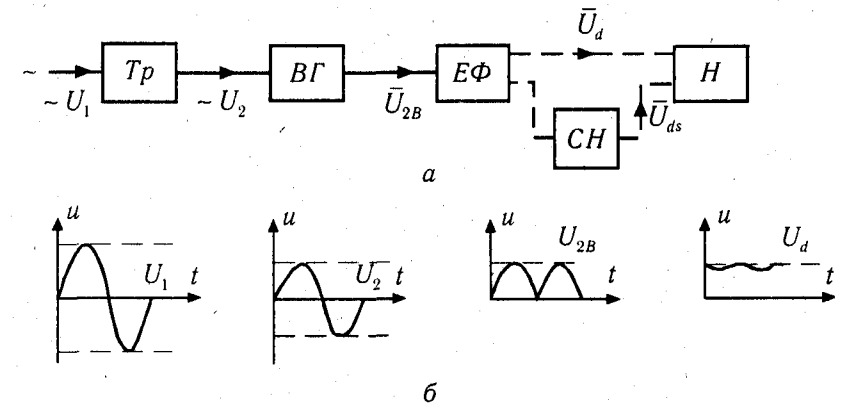


Рис. 13.1

На рис. 13.1, б наведені часові діаграми напруг на окремих ділянках схеми випрямляча з живленням від однофазної мережі.

Основними показниками якості роботи випрямляча можна вважати такі. По-перше це коефіцієнт пульсації випрямленої напруги  $\rho$ , який дорівнює  $\rho = (U_{d\max} - U_{d\min}) / \bar{U}_d$ . Тут  $U_{d\max}$  і  $U_{d\min}$  — максимальне і мінімальне значення вихідної напруги  $u_d$ , а  $\bar{U}_d$  — середнє значення випрямленої напруги. Часто для визначення коефіцієнта пульсації використовують відношення амплітуди першої гармоніки (або іншої гармоніки з найменшою частотою) випрямленої напруги, розкладеної в ряд Фур'є, до середнього її значення:  $\rho_1 = U_{m1} / \bar{U}_d$ . Чим менший коефіцієнт пульсації, тим вища якість випрямленої напруги. Для живлення електронних пристроїв звичайно необхідно забезпечувати коефіцієнт пульсації  $\rho_1 = 0,02 + 0,05$ .

Другим показником якості роботи випрямляча є стабільність його вихідної напруги, яку можна оцінити відносною зміною напруги внаслідок переходу від режиму холостого ходу з напругою  $\bar{U}_{d0}$  до номінального навантаження:  $\Delta U = \bar{U}_{d0} - \bar{U}_d / \bar{U}_d$ .

Третім показником якості роботи випрямляча є коефіцієнт його корисної дії  $\eta = \bar{U}_d \bar{I}_d / (\bar{U}_1 \bar{I}_1)$ , який характеризує втрати енергії у випрямлячі.

Нарешті, четвертим показником, за яким слід оцінювати випрямляч, — це простота (складність) його схеми та вартість її реалізації.

Головним вузлом кожного випрямляча є вентиляна група, складена з кремнієвих і рідше — з германієвих діодів. Інші вузли блок-схеми випрямляча, показаної на рис. 13.1, а, можуть бути відсутні. Тому розглянемо в першу чергу принцип дії основних випрямних схем, що відрізняються способом з'єднання вентилів між собою та з обмотками трансформатора. Будемо вважати, що випрямлячі працюють на активне навантаження.

### 13.2. ОДНОФАЗНІ ВИПРЯМЛЯЧІ З АКТИВНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

На рис. 13.2 показані принципова схема (рис. 13.2, а) та часові діаграми напруг (рис. 13.2, б) однофазного однопівперіодного (ІФП) випрямляча; вентиляна група якого утворюється лише одним діодом  $VD$ . Як видно з часової діаграми, струм  $i$  в колі вторинної обмотки трансформатора і навантаження  $R$  тече лише протягом першої половини періоду напруги  $u_2$ . В зворотному напрямку діод  $VD$  не пропускає струму і можна прийняти, що струм рівний нулю, а вся напруга  $u_2$  прикладена в зворотному напрямку до діода  $VD$ . Назва схеми ІФП означає, що джерело живлення по відношенню до вентиляної групи однофазне і струм у фазній обмотці джерела тече протягом лише одного півперіода. Період випрямленої напруги дорівнює періоду напруги мережі живлення, тому частота пульсації випрямленої напруги  $f_n$  дорівнює частоті мережі живлення  $f_1$ ,  $f_n = f_1$ .

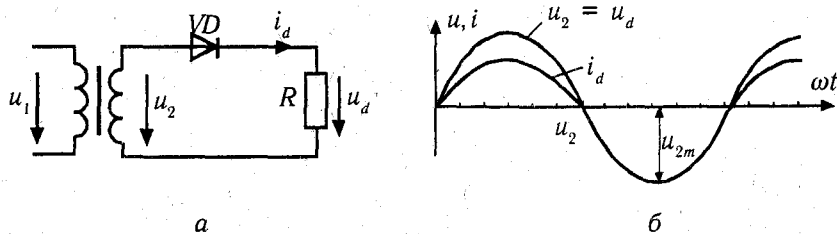


Рис. 13.2

Якщо знехтувати спадом напруги на діоді  $VD$  в прямому напрямку, то максимальна напруга на навантаженні  $U_{d\max} \approx U_{2m}$ , а мінімальна напруга  $U_{d\min} = 0$ .

Як відомо з теорії електричних кіл змінного синусоїдного струму, середнє значення напруги  $\bar{U}_d$  дорівнює  $\bar{U}_d = 2U_{2m} / \pi$ , а дійове  $\bar{U}_d = 2U_{2m} / \sqrt{2}$ . Оскільки напруга  $u_2 \approx u_d$  існує на навантаженні лише півперіоду, її середнє значення  $\bar{U}_d$  буде удвічі меншим, а середньоквадратичне (дійове або ефективне) значення  $\bar{U}_d$  меншим в  $\sqrt{2}$  раз. Отже для схеми ІФП

$$\bar{U}_d = \frac{U_{2m}}{\pi}; \quad \bar{U}_d = \frac{U_{2m}}{2}. \quad (13.1)$$

Якщо вольтметр електромагнітної системи, під'єднаний до вторинної обмотки трансформатора схеми (рис. 13.2, а), показує, наприклад  $20 \text{ В}$ , то цей же вольтметр покаже на резисторі  $R$  напругу  $\bar{U}_d = \bar{U}_d \sqrt{2} / 2 = 14,1 \text{ В}$ . В той же час вольтметр магнітоелектричної системи покаже на резисторі  $R$  середнє значення напруги  $\bar{U}_d = \bar{U}_d \sqrt{2} / \pi = 9 \text{ В}$ . Максимальна зворотна напруга на діоді дорівнюватиме  $U_{звм} = \bar{U}_d \sqrt{2} = 28,2 \text{ В}$ .

Коефіцієнт пульсації  $\rho$  для схеми ІФП дорівнює

$$\rho = \frac{U_{d\max} - U_{d\min}}{\bar{U}_d} = \frac{(U_{2m} - 0) \cdot \pi}{U_{2m}} = \pi \quad (13.2)$$

Розклад у ряд Фур'є напруги  $u_d(t)$  на рис. 13.2, б має вигляд:

$$u_d = U_{2m} \left[ \frac{1}{\pi} + \frac{\sin \omega t}{2} - \frac{2}{\pi} \left( \frac{\cos 2\omega t}{1 \cdot 3} + \frac{\cos 4\omega t}{3 \cdot 5} + \dots \right) \right]$$

Тут  $U_{2m} / \pi$  — постійна складова, тобто середня напруга  $\bar{U}_d$ , а  $U_{2m} \sin \omega t / 2$  — перша гармоніка ряду з амплітудою  $U_{m(1)} = U_{m(2)} / 2$ . Тоді коефіцієнт пульсації за першою гармонікою  $\rho_1$  для схеми ІФП дорівнює:

$$\rho_1 = \frac{U_{m(1)}}{\bar{U}_d} = \frac{U_{2m} \cdot \pi}{2 \cdot U_{2m}} = \frac{\pi}{2} \quad (13.3)$$

Отже, коефіцієнти пульсації напруги для схеми ІФП занадто великі і така схема без згладжувальних фільтрів може бути застосована хіба що для зарядки акумуляторів.

На рис. 13.3 показана двофазна схема живлення вентиляної групи від однофазного трансформатора з виводом середньої точки вторинної обмотки. По відношенню до навантаження  $R$  трансформатор має дві фазні обмотки з напругами  $\bar{U}_{21}$  та  $\bar{U}_{22}$  і струм через ці обмотки проходить по черзі протягом одного півперіоду. Тому таку схему можна скорочено позначити як схему 2ФП. В літературі вона звичайно називається однофазною схемою з виводом середньої точки трансформатора, оскільки сам трансформатор живиться від однофазної мережі.

На рис. 13.3, б показані часові діаграми напруг і струму для схеми 2ФП. Оскільки вентилі  $VD1$  та  $VD2$  відкриваються по черзі, струм у навантаженні протікає протягом обох півперіодів. Внаслідок цього середнє значення вихідної напруги  $\bar{U}_d$  випрямляча подвоюється у порівнянні із схемою ІФП, а ефективне значення  $\bar{U}_d$  збільшується в  $\sqrt{2}$  раз і для схеми 2ФП

$$\bar{U}_d = \frac{2}{\pi} U_{21m}; \quad \bar{U}_d = \frac{U_{21m}}{\sqrt{2}}. \quad (13.4)$$

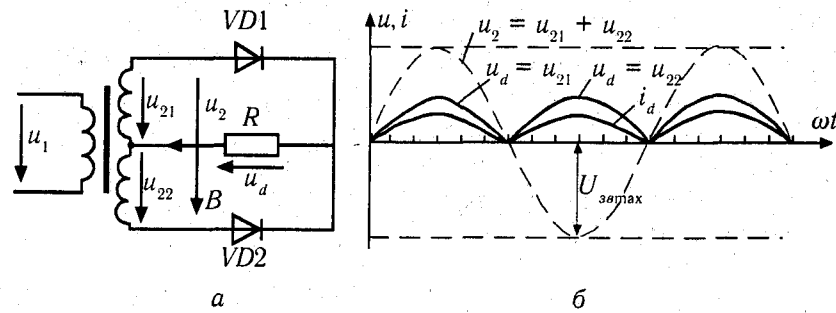


Рис. 13.3

Як видно з часової діаграми (рис. 13.3, б) період зміни випрямленої напруги  $u_d$  вдвічі менший від періоду напруги  $u_2$ . Отже, частота пульсації вихідної напруги  $f_n = 2f_1$ . Якщо прийняти, що як і в попередньому прикладі, середня напруга на навантаженні  $R$  дорівнює  $\bar{U}_d = 9\text{ В}$ , то  $U_{21m} = U_{22m} = \pi \bar{U}_d / 2 = 14,1\text{ В}$ . Амплітуда ж сумарної напруги на виводах вторинної обмотки трансформатора буде  $U_{2m} = 2U_{21m}$  дорівнюватиме  $28,2\text{ В}$ . В момент, коли, наприклад, діод  $VD1$  буде відкрито, до діода  $VD2$  буде прикладено зворотну напругу  $u_2 = u_{21} + u_{22}$ . Тому максимальна зворотна напруга на діоді  $U_{зв\max} = 2U_{21m}$  дорівнюватиме  $28,2\text{ В}$ .

Середнє значення струму в навантаженні  $\bar{I}_d = \bar{U}_d / R$ , а середнє значення прямого струму через діод буде вдвічі меншим від струму навантаження.

Коефіцієнт пульсації в схемі 2ФП:

$$\rho = \frac{U_{d\max} - U_{d\min}}{\bar{U}_d} = \frac{(U_{21m} - 0) \cdot \pi}{2U_{21m}} = \frac{\pi}{2}. \quad (13.5)$$

Коефіцієнт пульсації за першою гармонікою дорівнює відношенню першої гармоніки вихідної напруги до її середнього значення. Його можна визначити за формулою

$$\rho_1 = \frac{U_{m(1)}}{\bar{U}_d} = \frac{2}{m^2 - 1}. \quad (13.6)$$

де  $m$  — кратність частоти пульсації випрямленої напруги до частоти мережі. Для схеми 2ФП  $m = 2$ , отже  $\rho_1 = 2/3 = 0,666$ .

На рис. 13.4, а зображена схема однофазного мостового випрямляча, а на рис. 13.4, б — часові діаграми напруг і струмів. В цій схемі в залежності від напрямку напруги  $U_2$  проводять струм попарно діоди  $VD_1, VD_3$  або  $VD_2, VD_4$ . Оскільки струм проходить через обмотку трансформатора протягом обох півперіодів, мостова однофазна схема може бути зазначена як 1Ф2П. За формою вихідної напруги вона тотожна схемі 2ФП. Отже, частота пульсації випрямленої напруги  $f_n = 2f_1$ , а значення  $\bar{U}_d$ ,  $\bar{I}_d$ ,  $\rho$  та  $\rho_1$  цієї схеми можна визначити за виразами (13.4), (13.5) та (13.6). Але, на відміну від схеми 2ФП, трансформатор має лише одну вторинну обмотку з напругою  $u_2$ . Тому максимальна зворотна напруга, наприклад, на діоді  $VD_2$ , коли діод  $VD_1$  відкрито, дорівнює  $U_{2m}$ . Середній струм у діоді вдвічі менший від середнього струму навантаження  $\bar{I}_d$ .

Застосування мостової схеми зменшує (приблизно в  $\sqrt{2}$  раз) потужність трансформатора і зменшує в два рази зворотну напругу на діодах у порівнянні із схемою 2ФП.

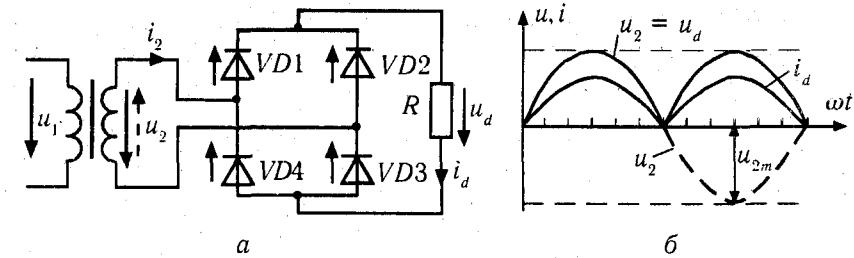


Рис. 13.4

### 13.3. ТРИФАЗНІ ВИПРЯМЛЯЧІ З АКТИВНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Застосування випрямлячів з живленням вентиляльних груп від трифазних трансформаторів дозволяє:

- зменшити пульсацію випрямленої напруги;
- зменшити розрахункову потужність трансформатора;
- створити однакове навантаження для всіх трьох фаз мережі, що має помітне значення в разі великої потужності випрямляча.

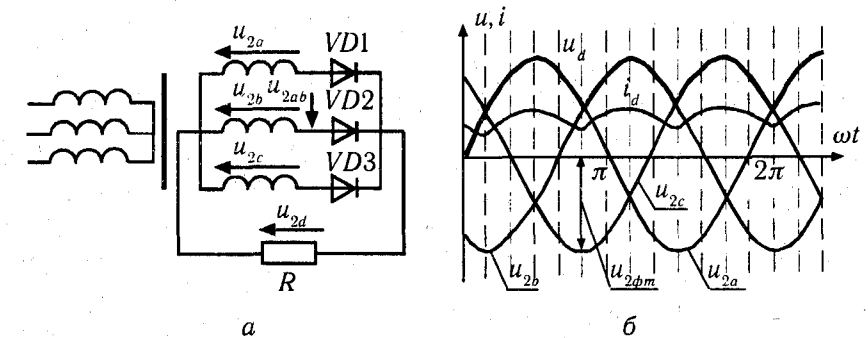


Рис. 13.5

На рис. 13.5, а зображено принципову схему трифазного випрямляча з виведеною нейтраллю, а на рис. 13.5, б — часові діаграми фазних напруг трансформатора  $u_{2a}$ ,  $u_{2b}$ ,  $u_{2c}$ , вихідної напруги випрямляча  $u_d$  і струму в навантаженні  $i_d$ . В кожний момент часу відкритим є тільки один вентиль, а саме той, який має найбільшу плюсову напругу на аноді. Протягом одного періоду напруги живлення кожний вентиль відкритий протягом однієї третини цього періоду, тобто протягом зміни величини  $\omega t$  на  $2\pi/3$  (рис. 13.5, б). В зв'язку з цим пульсації напруги значно зменшуються,

а частота пульсацій  $f_n = 3f_1$ . Оскільки до вентиляльної групи під'єднано трифазні напруги трансформатора ( $u_{2a}, u_{2b}, u_{2c}$ ) і в кожній обмотці струм тече лише протягом частини одного півперіоду фазної напруги, схема може бути скорочено позначена ЗФП (трифазна однопівперіодна).

Припустимо, що вентиль  $VD1$  відкритий, а  $VD2$  та  $VD3$ , закриті. Тоді за другим законом Кірхгофа напруга на вентилі  $VD2$   $u_{vd2} = u_{2a} - u_{2b} = u_{2a}$ . Тобто до закритого вентиля прикладено лінійну напругу трансформатора  $u_{2a}$  максимум якої  $U_{2m} = \tilde{U}_{2a} \cdot \sqrt{2}$  і визначає максимальну зворотну напругу на кожному з вентилів,  $U_{3em} = \tilde{U}_{2a} \cdot \sqrt{2}$ .

Згідно з часовою діаграмою рис. 13.5, б середнє значення випрямленої напруги дорівнює:

$$\begin{aligned} \bar{U}_d &= \frac{3}{T} \int_{-T/6}^{T/6} \tilde{U}_{2\phi} \sqrt{2} \cdot \cos \omega t \cdot dt = \frac{3\sqrt{2} \cdot \tilde{U}_{2\phi}}{T\omega} \sin \omega t \Big|_{-T/6}^{T/6} = \\ &= \frac{3\sqrt{2} \cdot \tilde{U}_{2\phi}}{T \cdot 2\pi \cdot 1/T} \cdot \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \tilde{U}_{2\phi m} \end{aligned} \quad (13.7)$$

Оскільки максимальне значення випрямленої напруги дорівнює  $U_{d \max} = U_{2\phi m}$ , а мінімальна згідно з рис. 13.5, б  $U_{d \min} = U_{2\phi m} \cos 60^\circ = U_{2\phi m} / 2$ , то коефіцієнт пульсації

$$\rho = \frac{U_{d \max} - U_{d \min}}{\bar{U}_d} = \frac{(U_{2\phi m} - U_{2\phi m} / 2)2\pi}{3\sqrt{3}U_{2\phi m}} = \frac{\pi}{3\sqrt{3}} \approx 0,605 \quad (13.8)$$

Кратність частоти пульсації випрямленої напруги для схеми ЗФП  $m = 3$ , а коефіцієнт пульсації за першою гармонікою

$$\rho_1 = \frac{2}{3^2 - 1} = \frac{1}{4} = 0,25 \quad (13.9)$$

Найменші значення коефіцієнта пульсації дає застосування трифазної мостової схеми, показаної на рис. 13.16, а. Вентильна група, що складається з шести діодів, під'єднана до трифазної обмотки трансформатора, з'єднаної зіркою (обмотки трансформатора можуть бути з'єднані також трикутником). Три діоди вентиляльної групи мають з'єднаними в спільну точку катоди, а інші три діоди — аноди. В кожний момент часу відкрито той діод першої групи, який має на аноді найбільший додатний потенціал відносно нейтральної точки  $N$  і той діод другої групи, який має найбільший за абсолютною величиною від'ємний потенціал на катоді відносно тієї ж точки.

На рис. 13.6, б зображені часові діаграми фазних напруг трансформатора  $u_a, u_b, u_c$  та випрямленої напруги  $u_d$ . На ділянці 1—4 найбільший додатний потенціал має анод діода  $VD1$ , до якого прикладена додатна напруга  $u_a$ , а найбільший від'ємний потенціал — катод діода  $VD4$ , до якого прикладена відносно точки  $N$  від'ємна напруга  $u_b$ . Оскільки діоди  $VD1$  та  $VD2$  відкриті, можна прийняти,

що спад напруги на кожному з них рівний нулю. Тоді на ділянці 1—4 часової діаграми  $u_d = u_{ab} = u_a - u_b$ , тобто лінійній напрузі  $u_{ab}$  трансформатора. На ділянці 1—6 діод  $VD1$  продовжує мати найбільший потенціал на аноді від напруги  $u_a$ , а найбільший від'ємний потенціал (за абсолютним значенням) отримує тепер діод  $VD6$  від напруги  $u_c$ . Отже на ділянці 1—6 відкриті діоди  $VD1$  та  $VD6$ . Аналогічно, на ділянці 3—6 відкриті діоди  $VD3$  та  $VD6$ , на ділянці 3—2 — діоди  $VD3$  та  $VD2$  і т. д..

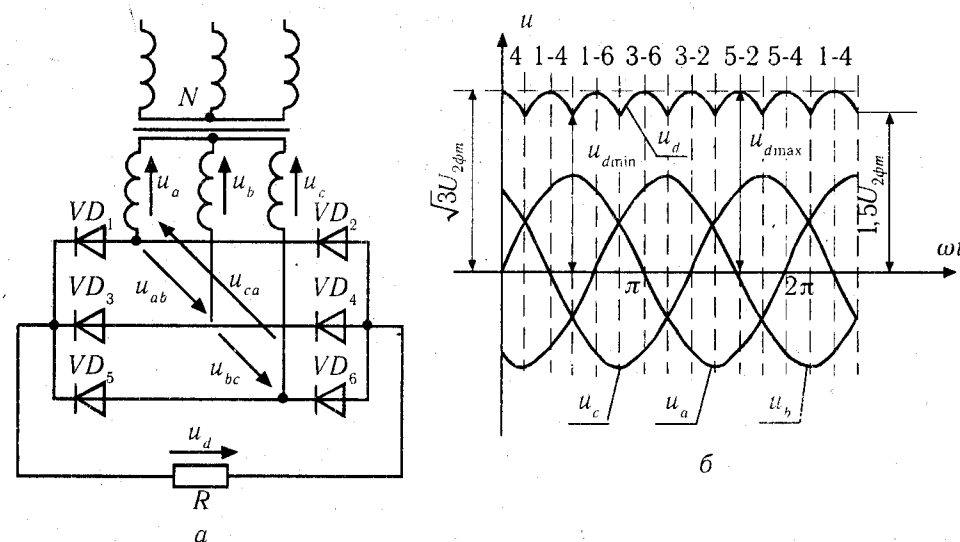


Рис. 13.6

Розглянемо ділянку 1—4 часової діаграми напруги  $u_d$ . Найбільше значення  $U_{d \max}$  напруга  $u_d$  має, коли фазні напруги  $u_a$  та  $u_b$  мають абсолютне значення

$$u_a = u_b = U_{2\phi m} \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} U_{2\phi m}. \quad \text{Тоді}$$

$$u_d = u_a - u_b = \frac{\sqrt{3}}{2} U_{2\phi m} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} U_{2\phi m}\right) = \sqrt{3} U_{2\phi m} = U_{2\lambda m}, \quad \text{де } U_{2\phi m} \text{ та } U_{2\lambda m} \text{ — амплітуди фазної та лінійної напруг вторинної обмотки трансформатора. Найменше значення напруги } u_d \text{ має місце, коли одна з фазних напруг, наприклад } u_a = U_{2\phi m} \sin 30^\circ, \text{ а напруга } u_b = -U_{2\phi m}. \text{ Тоді } u_d = u_a - u_b = U_{2\phi m} / 2 + U_{2\phi m} = 3U_{2\phi m} / 2. \text{ Таким чином, } U_{d \max} = \sqrt{3} U_{2\phi m}, U_{d \min} = 3U_{2\phi m} / 2.$$

Середнє значення випрямленої напруги на ділянці 1—4, тривалість якої дорівнює одній шостій періоду напруги живлення, дорівнює

$$u_d = \frac{6}{T} \int_{-T/12}^{T/12} U_{2\lambda m} \cos \omega t dt = \frac{6\sqrt{3} U_{2\phi m}}{T\omega} \sin \omega t \Big|_{-T/12}^{T/12}$$

Враховавши, що  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ , а  $\sin(T/12) = 1/2$ , отримаємо

$$u_d = \frac{6\sqrt{3}U_{2\phi m}}{2\pi} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} U_{2\phi m} = \frac{3}{\pi} U_{2\lambda m} = 0,955U_{2\lambda m}. \quad (13.10)$$

Звідси коефіцієнт пульсацій для трифазної мостової схеми дорівнює:

$$p = \frac{U_{d\max} - U_{d\min}}{\bar{U}_d} = \frac{(\sqrt{3}U_{2\phi m} - 3U_{2\phi m}/2) \cdot \pi}{3\sqrt{3}U_{2\phi m}} = 0,14. \quad (13.11)$$

З часової діаграми (рис 13.6, б) витікає, що кратність частоти змінної складової до частоти мережі  $m = 6$ . Отже, коефіцієнт пульсації за першою гармонікою

$$p_1 = \frac{2}{6^2 - 1} = 0,057 \quad (13.12)$$

Припустимо, що вентилі  $VD1$  та  $VD4$  відкриті (рис. 13.6, а). Тоді зворотна напруга на закритому вентилі  $VD3$  дорівнюватиме лінійній напрузі трансформатора  $u_{ab}$ . Отже, в схемі 3Ф2П  $U_{зв\max} = U_{\lambda m}$ .

Оскільки струм навантаження по черзі проходить через три групи діодів, середній прямий струм діода буде втричі менший від середнього струму навантаження,  $\bar{I}_d = \bar{I}_a / 3$ .

В табл. 13.1 показані зведені дані по всіх схемах випрямлення, що були розглянуті вище.

Таблиця 13.1

## Показники різних схем випрямлення

Позначення схеми випрямляча	Середнє значення випрямленої напруги $\bar{U}_d$	Максимальна зворотна напруга на діоді $U_{зв\max}$	Коефіцієнт пульсації, $p$	Коефіцієнт пульсації за першою гармонікою, $p_1$	Середній струм через діод $\bar{I}_d$
1Ф1П	$\frac{U_{2m}}{\pi} = 0,318U_{2m}$	$U_{2m}$	3,14	1,57	$\bar{I}_d$
2Ф1П	$\frac{2U_{2m}}{\pi} = 0,636U_{2m}$	$2U_{2m}$	1,57	0,666	$\frac{\bar{I}_d}{2}$
1Ф2П	$\frac{2U_{2m}}{\pi} = 0,636U_{2m}$	$U_{2m}$	1,57	0,666	$\frac{\bar{I}_d}{2}$
3Ф1П	$\frac{3U_{2m}}{\pi} = 0,477U_{2\lambda m}$	$U_{2\lambda m}$	0,605	0,25	$\frac{\bar{I}_d}{3}$
2П3Ф	$\frac{3U_{2m}}{\pi} = 0,955U_{2\lambda m}$	$U_{2\lambda m}$	0,14	0,057	$\frac{\bar{I}_d}{3}$

## 13.4. ВИПРЯМЛЯЧІ ІЗ ЗГЛАДЖУВАЛЬНИМИ ФІЛЬТРАМИ

Як вже вказувалося в 13.1 до виходу вентильної групи часто під'єднують згладжувальний фільтр, який повинен послабити змінну складову випрямленої напруги і передати до навантаження корисну постійну складову  $U_d$  з якнайменшими втратами. Така дія фільтра приводить до зменшення коефіцієнтів пульсації випрямляча і підвищує якість його роботи. Для більшості електронних пристроїв коефіцієнт пульсації постійної напруги живлення має лежати в межах  $p_1 = 0,02 + 0,05$ . Як видно з даних таблиці 13.1 жодна з схем випрямлення не відповідає таким вимогам до якості напруги.

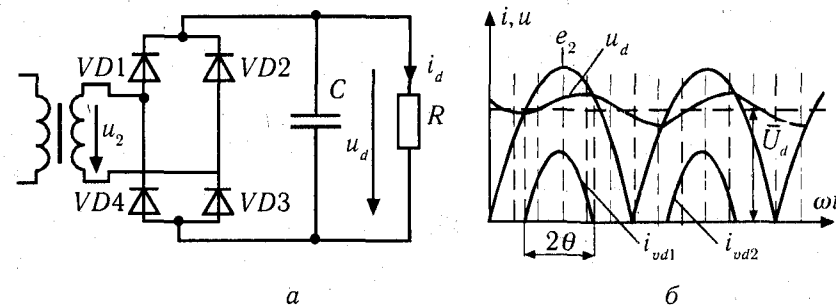


Рис. 13.7

Найпростішим фільтром є згладжувальний конденсатор, якого під'єднують паралельно до опору навантаження  $R$  (рис. 13.7, а). Без конденсатора  $C$  вихідна напруга випрямляча, якщо знехтувати спадом напруги у діодах, дорівнювала б напрузі вторинної обмотки трансформатора  $u_2$  і мала б часову діаграму, показану на рис. 13.4, б. Завдяки вмиканню конденсатора напруга на навантаженні  $u_d$  пульсує значно слабше, ніж напруга  $u_2$ . В процесі роботи конденсатор періодично заряджується, коли ЕРС  $e_2$  є більшою від напруги на конденсаторі  $u_d$  і розряджується на навантаження  $R$ , коли  $e_2 < u_d$ . Струм через вентилі протікає тепер імпульсами і тільки під час заряду конденсатора на кутовому інтервалі  $2\theta$  (рис. 13.7, б). Кут  $\theta$  — це кут відсічки анодного струму. Звичайно, що імпульси струму через діоди можуть значно перевищувати в такій схемі середній прямий струм діода  $\bar{I}_d$ . Найбільший імпульс струму через діоди проходить відразу після вмикання трансформатора до мережі, коли конденсатор ще не заряджено. Тому чисто ємнісний фільтр застосовують, коли потужність навантаження  $P < 300 \text{ Вт}$ .

При наявності ємнісного фільтра напруга  $\bar{U}_d$  звичайно є більшою, ніж середнє значення напруги на навантаженні без конденсатора. Якщо опір  $R$  великий і стала часу  $\tau = RC \ll T$ , де  $T$  — період напруги мережі, то конденсатор не встигає розряджатися і напруга  $\bar{U}_d$  може наблизитися до амплітуди напруги  $u_2$ . Для випрямляча 1Ф2П (рис. 13.7) максимальне значення напруги  $u_d$  поблизу холостого ходу (коли  $\bar{I}_d \approx 0$ )  $u_d \approx U_{2m}$ . Навпаки, якщо опір  $R$  малий, і  $\tau = RC \ll T$ , то конденсатор розряджується так швидко, що його наявність не буде помітною і тоді напруга  $\bar{U}_d = 2U_{2m} / \pi = 0,637U_{2m}$ . Отже, в залежності від значення опору навантаження вихідна напруга такого випрямляча може мінятися майже в півтора рази, причому із зменшенням  $u_d$  будуть зростати пульсації

випрямленої напруги. Для забезпечення коефіцієнта пульсації  $p_1 = 0,02 + 0,05$ , достатньо забезпечити, щоби стала часу контуру  $RC$  була в 4 + 8 разів більшою від періоду мережі живлення, тобто  $\tau = RC \approx 0,08 + 0,16$  сек. для частоти мережі  $f_1 = 50$  Гц. Звідси  $C = (0,08 + 0,16)10^6 / R$ , мкф. Отже для  $R = 100$  Ом, наприклад, ємність  $C \approx 800 + 1600$  мкф.

Для приймачів з потужністю  $P > 300$  Вт вживають згладжувальні індуктивні фільтри, які являють собою дросель  $L_\phi$ , ввімкнений послідовно з навантаженням  $R$ . Внаслідок електромагнітної інерційності кола  $L_\phi - R$  струм  $i_d$  змінюється із запізненням по відношенню до напруги, не встигаючи зменшитись до нуля і пульсації струму значно зменшуються. Але, щоби фільтр працював ефективно, треба, щоби  $L_\phi$  була якомога більшою (щоби  $\omega_3 L_\phi \gg R$ , де  $\omega_3$  — кутова частота найбільшої змінної складової випрямленої напруги), а активний опір фільтра  $R_\phi$  — якомога меншим, оскільки стала часу  $\tau = L_\phi / (R + R_\phi)$ . Все це приводить до необхідності вмикання дроселів з великою масою і габаритами, що виправдано лише у випрямлячах великої потужності.

Значно ефективніше можна зменшувати пульсації за допомогою комбінованих  $L-C$  фільтрів. В них послідовно з опором навантаження вмикаються дросель, а паралельно навантаженню — конденсатор. Можна ввімкнути ще один конденсатор перед дроселем, на вихідну напругу вентиляльної групи. Це дає змогу зменшити габарити і масу дроселя.

### 13.5. ЗОВНІШНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИПРЯМЛЯЧІВ МАЛОЇ ПОТУЖНОСТІ

Зовнішньою характеристикою випрямляча називають залежність середнього значення випрямленої напруги  $\bar{U}_d$  від середнього значення струму навантаження  $\bar{I}_d$ ,  $\bar{U}_d = \bar{U}_d(\bar{I}_d)$  (рис. 13.8). Якщо позначити дійове значення ЕРС обмотки трансформатора як  $\bar{E}_2$ , то середнє її значення складо б  $\bar{E}_2 \approx 0,9\bar{E}_2$ .

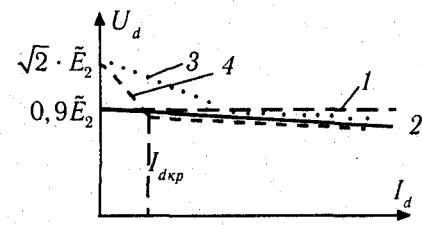


Рис. 13.8

Ідеальне джерело живлення немає внутрішнього опору і зовнішня характеристика ідеального випрямляча являє собою горизонтальну пряму 1 з  $\bar{U}_d = 0,9\bar{E}_2 = \text{const}$ .

В малопотужних випрямлячах без фільтра і з індуктивним фільтром зовнішні характеристики майже лінійні і описуються рівнянням:

$$\bar{U}_d = \bar{E}_2 - n \cdot \Delta \bar{U}_d - R_{BH} \cdot \bar{I}_d. \quad (13.13)$$

Тут  $n$  — кількість діодів, що одночасно проводять струм;  $\Delta \bar{U}_d$  — середнє значення опадку напруги на одному діоді;  $R_{BH}$  — внутрішній активний опір випрямляча, який дорівнює сумі приведенного до вторинної обмотки трансформатора активного опору його обмоток і опору втрат дроселя фільтра, якщо він є. Така зовнішня характеристика має вигляд прямої 2.

В разі наявності  $C$ -фільтра, зовнішня характеристика має характер, описаний вище в 13.4 і представлена на рис. 13.8 кривою 3. Робочою ділянкою характеристики 3 є та, де  $\sqrt{2}\bar{E}_2 \geq \bar{U}_d > 0,9\bar{E}_2$ . Для роботи на цій ділянці характерно те, що діоди

проводять струм на кутовому інтервалі  $2\theta < \pi$ . В разі зменшення опору навантаження  $R$  розряд конденсатора прискорюється, швидко зменшується  $\bar{U}_d$ , пульсації напруги зростають. Коли  $2\theta \approx \pi$ , характеристика 3 описується рівнянням (13.13) і вплив конденсатора вже не спостерігається.

При наявності  $L-C$ -фільтра і малих струмів навантаження кут  $2\theta < \pi$  і характеристика (крива 4) має кутопадаючий характер. Цю ділянку звичайно не використовують. Для  $I_d > I_{dкр}$  (рис. 13.8) зовнішня характеристика 4 випрямляча з  $L-C$ -фільтром має невеликий нахил, але згладжувальна дія фільтра продовжується і коефіцієнт пульсації значно не погіршується.

### 13.6. РЕЗЮМЕ

1. Випрямлячі використовують для перетворення змінної напруги електричної мережі у постійну напругу потрібного рівня.

2. Звичайно випрямляч складається з трансформатора, вентиляної (діодної) групи, згладжувального фільтра та, в разі необхідності, стабілізатора напруги. Головним елементом випрямляча є вентиляна група. Інші елементи можуть бути відсутні.

3. Показники якості роботи випрямляча оцінюються коефіцієнтом пульсації випрямленої напруги, стабільністю вихідної напруги, коефіцієнтом корисної дії. При виборі схеми випрямляча слід враховувати її складність (простоту) та вартість її реалізації. Для живлення електронних пристроїв звичайно необхідно забезпечувати коефіцієнт пульсації за першою гармонікою  $p_1 = 0,02 + 0,05$ .

4. Найбільш поширеною схемою випрямляча є однофазна мостова схема на чотирьох діодах у якій середнє та дійове значення випрямленої напруги описуються рівняннями

$$\bar{U}_d = \frac{2}{\pi} U_{2m}, \quad \bar{U}_d = \frac{U_{2m}}{\sqrt{2}}$$

де  $U_{2m}$  — амплітуда напруги живлення вентиляної групи. Коефіцієнт пульсації  $p$  та коефіцієнт пульсації за першою гармонікою  $p_1$  вихідної напруги у мостовій схемі без згладжувального фільтра відповідно дорівнюють  $p = \pi/2$  та  $p_1 = 2/(m^2 - 1) = 0,666$ , де  $m$  — кратність частоти пульсації випрямленої напруги до частоти мережі.

5. Застосування випрямлячів з живленням вентиляних груп від трифазних трансформаторів дозволяє:

- зменшити пульсацію випрямленої напруги;
- зменшити розрахункову потужність трансформатора;
- створити однакове навантаження для всіх трьох фаз мережі, що має істотне значення в разі великої потужності випрямляча.

6. Найменші значення коефіцієнта пульсації дає застосування трифазної мостової схеми, вентиляна група якої складається з шести діодів. Коефіцієнт пульсації  $p$  та коефіцієнт пульсації за першою гармонікою  $p_1$  вихідної напруги у трифазній мостовій схемі без згладжувального фільтра відповідно дорівнюють  $p = 0,14$  та  $p_1 = 2/(m^2 - 1) = 2/(6^2 - 1) = 0,057$ .



7. Жодна з схем випрямлення без згладжувальних фільтрів не забезпечує коефіцієнт пульсації за першою гармонікою  $p_1 = 0,02 + 0,05$ , необхідний для живлення сучасних електронних пристроїв. Тому для зменшення пульсацій вихідної напруги випрямлячів використовують згладжувальні фільтри.

8. Найпростішим фільтром є конденсатор, який вмикають паралельно до навантаження. Тоді напруга на навантаженні  $u_a$  пульсує значно слабше, ніж напруга  $u_2$  трансформатора живлення. В процесі роботи конденсатор періодично заряджується, коли ЕРС  $e_2$  трансформатора стає більшою від напруги на конденсаторі  $u_a$  і розряджується на навантаження  $R$ , коли  $e_2 < u_a$ . Струм через вентилі протікає тепер імпульсами і тільки під час заряду конденсатора. Звичайно, що імпульси струму через діоди можуть значно перевищувати середній прямиий струм діода. Найбільший же імпульс струму через діоди проходить відразу після вмикання трансформатора до мережі, коли конденсатор ще не заряджено. Тому чисто ємнісний фільтр застосовують, коли потужність навантаження  $P < 300 \text{ Вт}$ .

9. Для приймачів з потужністю  $P > 300 \text{ Вт}$  вживають згладжувальні індуктивні фільтри, які являють собою дросель  $L_\phi$ , ввімкнений послідовно з навантаженням  $R$ . Внаслідок електромагнітної інерційності кола  $L_\phi - R$  струм  $i_a$  змінюється із запізненням по відношенню до напруги, не встигаючи зменшитись до нуля і пульсації струму значно зменшуються. Ефективно можна зменшувати пульсації за допомогою комбінованих L—C фільтрів. В них паралельно до опору навантаження вмикається конденсатор. Можна ввімкнути ще один конденсатор перед дроселем, на вихідну напругу вентильної групи. Це дає змогу зменшити габарити і масу дроселя.

10. Зовнішні характеристики випрямлячів являють собою залежності середнього значення випрямленої напруги від середнього значення струму навантаження. Нахил зовнішньої характеристики визначає стабільність вихідної напруги випрямляча при коливаннях навантаження. У випадку однофазного мостового випрямляча з простим конденсаторним фільтром в залежності від опору навантаження вихідна напруга може мінятися майже в півтора рази, причому із збільшенням струму навантаження зростають і пульсації випрямленої напруги. Тому використання простого конденсаторного фільтра не прийнятне з точки зору стабільності напруги, якщо навантаження випрямляча у процесі роботи змінюється.

## ПІДСИЛЮВАЧІ

### 14.1. ОСНОВНІ ПОКАЗНИКИ ПІДСИЛЮВАЧІВ

Підсилювачами називають пристрої, які дозволяють за допомогою вхідного сигналу малої потужності керувати передачею значно більшої потужності від джерела живлення до навантаження. Найбільшого розповсюдження набули підсилювачі на базі напівпровідникових біполярних та польових транзисторів. В останні роки підсилювачі переважно використовуються у вигляді неподільних компонентів — підсилювальних інтегральних мікросхем (розділ 12.9). Найпростіша комірка, що дозволяє здійснити підсилення, називається підсилювальним каскадом.

Електричні сигнали, що подаються на вхід підсилювачів, звичайно пропорційні певним фізичним величинам (тиску, частоті обертання, температурі) і можуть мінятися в часі дуже повільно, або досить швидко. Тому підсилювачі повинні бути здатними підсилювати як змінні вхідні сигнали, так і постійні, які змінюються в часі дуже повільно. Такі універсальні підсилювачі за традицією називають підсилювачами постійного струму (ППС), хоча вони фактично підсилюють як постійну, так і змінну складову вхідного сигналу.

Підсилювачі характеризують вхідними та вихідними величинами. До вхідних даних підсилювача належать вхідна напруга  $\tilde{U}_{вх}$ , струм  $\tilde{I}_{вх}$  та потужність  $P_{вх}$  при яких підсилювач віддає до навантаження задані напругу, струм або потужність і вхідний опір  $Z_{вх}$ . До вихідних даних підсилювача належать вихідна потужність сигналу  $P_{вих}$ , що поступає до навантаження з опором  $Z_n$ , вихідні напруга  $\tilde{U}_{вих}$  або струм  $\tilde{I}_{вих}$ , вихідний опір підсилювача  $Z_{вих}$ .

Властивості підсилювача при фіксованому значенні навантаження та наявності на його вході синусоїдної напруги  $u_{вх} = U_m \sin \omega t$  з фіксованою частотою ( $\omega = 2\pi f = \text{const}$ ) описує амплітудна характеристика, яка являє собою залежність амплітуди (або дійового значення) вихідної напруги від амплітуди (дійового значення) вхідного сигналу.

Типовий вигляд амплітудної характеристики показано на рис. 14.1 (штриховою лінією показана амплітудна характеристика ідеального підсилювача). Відхилення реальної характеристики від ідеальної зумовлено двома факторами: наявністю шумів (ділянка зліва від точки А) та нелінійними спотвореннями форми кривої вихідної напруги (ділянка справа від точки В).

Підсилювальні властивості підсилювача характеризують **коефіцієнт підсилення по напрузі**

$$K_U = \frac{U_{\text{вих}}}{U_{\text{вх}}}, \quad (14.1)$$

**коефіцієнт підсилення по струму**

$$K_I = \frac{I_{\text{вих}}}{I_{\text{вх}}}, \quad (14.2)$$

**та коефіцієнт підсилення по потужності**

$$K_P = \frac{P_{\text{вих}}}{P_{\text{вх}}}. \quad (14.3)$$

Коефіцієнти  $K_U$  та  $K_I$  — комплексні величини, оскільки вихідні та вхідні напруги та струми зсунені між собою по фазі внаслідок наявності реактивних опорів у колах підсилювача та навантаження. Якщо підсилювач багатокаскадний, тобто складений з декількох підсилювальних комірок, у яких вихід кожної комірки підключено до входу наступної комірки, то загальний коефіцієнт підсилення ( $K_U$ ,  $K_I$ ,  $K_P$ ) дорівнює добутку коефіцієнтів підсилення окремих каскадів  $K = K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_n$ .

Значення  $K_P$  на практиці може сягати для багатокаскадних підсилювачів декількох тисяч, тому на практиці для оцінки значень модулів коефіцієнтів підсилення використовують логарифмічну шкалу, одиницею якої є децибел (дБ) — десята частина десятичного логарифму відношення  $P_{\text{вих}}$  до  $P_{\text{вх}}$ :

$$K_{P(\text{дБ})} = 10 \lg \frac{P_{\text{вих}}}{P_{\text{вх}}} = 10 \lg K_P. \quad (14.4)$$

Оскільки потужність  $P$  пропорційна квадрату напруги або струму, то

$$K_{U(\text{дБ})} = 20 \lg K_U; \quad K_{I(\text{дБ})} = 20 \lg K_I.$$

Якщо коефіцієнти підсилення каскадів виражені у децибелах, то загальний коефіцієнт підсилення підсилювача дорівнює сумі коефіцієнтів підсилення окремих каскадів:

$$K_{(\text{дБ})} = K_{1(\text{дБ})} + K_{2(\text{дБ})} + \dots + K_{n(\text{дБ})}.$$

Вхідний періодичний сигнал довільної форми можна представити як суму гармонічних складових сигналу (розділ 3), які мають різну частоту і підсилюються

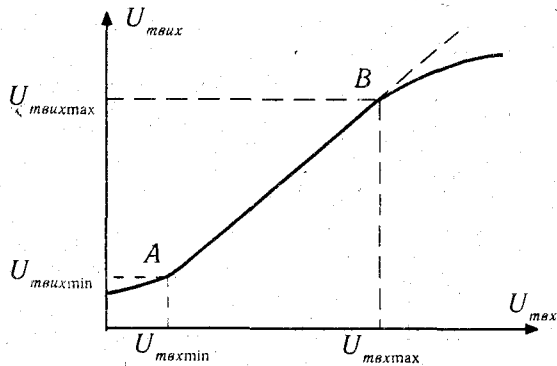


Рис. 14.1

з різними коефіцієнтами підсилення. Тому вихідний сигнал не буде точно відповідати вхідному. Такі спотворення сигналу називають **частотними**. Крім того, гармонічні складові сигналу отримують при підсиленні різні кутові зсуви між вхідними та вихідними значеннями, що зумовлює появу **фазових** спотворень.

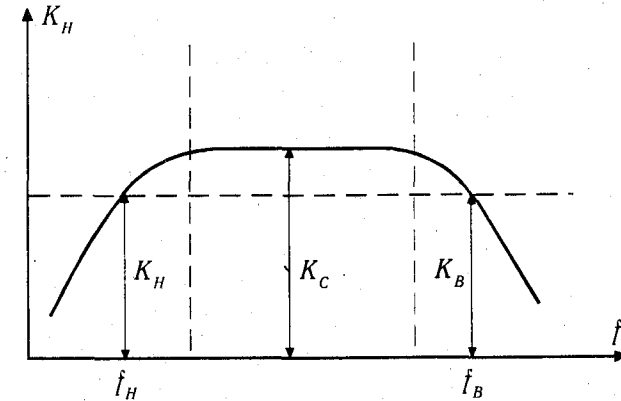


Рис. 14.2

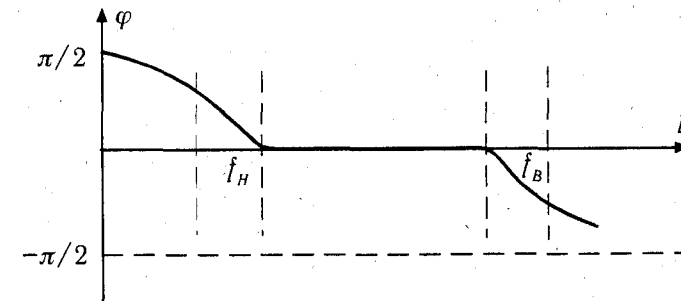


Рис. 14.3

Для оцінки частотних спотворень використовують **амплітудно-частотну характеристику (АЧХ)**, яка являє собою залежність модуля коефіцієнта підсилення  $K$  від частоти  $f$  (або від кутової частоти  $\omega$ ). Типова АЧХ показана на рис. 14.2. У зоні низьких  $f_H$  та високих  $f_B$  частот коефіцієнт підсилення  $K$  зменшується. Діапазон частот  $\Delta f = f_B - f_H$  при зміні від нижньої до верхньої границі, в якому значення коефіцієнта підсилення  $K_C$  є сталим і близьким до максимального значення, називають **умовною смугою пропускання** підсилювача. Граничні значення частот  $f_B$  та  $f_H$  визначають з умови, що відповідні їм модулі коефіцієнта підсилення  $K_H = K_B = K_C / \sqrt{2}$ . В ідеальному випадку смуга пропускання відповідає діапазону частот, в якому  $K = K_C$  є незмінним. При відсутності частотних спотворень АЧХ має вигляд прямої, паралельної до осі абсцис.

Частотні спотворення на певній частоті  $f$  оцінюють **коефіцієнтом частотних спотворень**, який дорівнює  $M = K_C / K$ . Чим більший від одиниці є коефіцієнт  $M$ ,

тим більші створювані підсилювачем спотворення. Іноді коефіцієнт  $M$  виражають у логарифмічних одиницях:

$$M_{(дБ)} = 20 \lg M. \quad (14.5)$$

На границях смуги пропускання звичайно  $M_{(дБ)} = 20 \lg \frac{K_C}{K_B} = 20 \lg \frac{K_C}{K_H} = 3 дБ$ .

Фазові спотворення підсилюваного сигналу оцінюються **фазочастотною характеристикою (ФЧХ)** підсилювача, — залежністю кута фазового зсуву  $\varphi$  між вихідною та вхідною напругою підсилювача від частоти  $f$  (або від кутової частоти  $\omega$ ).

Зображена на рис. 14.3 суцільною лінією ФЧХ показує, що в області низьких частот вихідна напруга випереджує по фазі вхідну, а в області високих частот навпаки, відстає від неї. Штриховою лінією на рис. 14.3 показана ФЧХ підсилювача без фазових спотворень — це пряма лінія, яка проходить через початок координат.

Здатність підсилювача в певних межах значень вхідної напруги (від  $U_{вх\ min}$  до  $U_{вх\ max}$ ) для кожного миттєвого значення вхідної напруги створювати пропорційне значення вихідної напруги характеризує **динамічний діапазон** підсилювача. Динамічний діапазон дорівнює співвідношенню

$$D = \frac{U_{вх\ max}}{U_{вх\ min}}. \quad (14.6)$$

Звичайно динамічний діапазон визначають у децибелах:  $D_{(дБ)} = 20 \lg D$ . Динамічний діапазон визначають по **амплітудній характеристиці** підсилювача (рис. 14.1). В ідеальному випадку ця характеристика має бути прямолінійною (відрізок  $AB$  на рис. 14.3). Звичайно для забезпечення передачі звукових коливань достатньо мати динамічний діапазон з  $D = 60 дБ$ .

З різних причин при подачі на вхід підсилювача чисто синусоїдного сигналу можна отримати на виході несинусоїдний сигнал, який містить в собі вищі гармонічні складові, котрі спотворюють форму вихідного сигналу по відношенню до форми сигналу вхідного. Спотворення форми підсилюваного сигналу може бути викликано нелінійністю вольт-амперних характеристик окремих елементів схеми підсилювача. неправильним вибором положення початкової робочої точки транзистора, надмірно великою амплітудою вхідного сигналу. Оцінюють такі нелінійні спотворення по **коефіцієнту гармонік (у відсотках)**:

$$K = \frac{\sqrt{I_{2m}^2 + I_{3m}^2 + \dots + I_{nm}^2}}{I_{1m}} \cdot 100 = \frac{\sqrt{U_{2m}^2 + U_{3m}^2 + \dots + U_{nm}^2}}{U_{1m}} \cdot 100, \quad (14.7)$$

де  $I_{1m}, I_{2m}, I_{3m}, I_{nm}, U_{1m}, U_{2m}, U_{3m}, U_{nm}$  — відповідно амплітудні (або дійові) значення першої, другої, третьої, ...,  $n$ -й гармонік вихідного струму та напруги. Допустиме значення коефіцієнту гармонік залежить від призначення підсилювача. Для підсилення мовлення та музики із середньою якістю коефіцієнт гармонік має бути біля 2%.

## 14.2. ПЕРЕДАВАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ПІДСИЛЮВАЛЬНОГО КАСКАДУ

Розглянемо принцип дії найпростішого підсилювального каскаду на базі транзистора  $n - p - n$ -типу, з'єднаного за схемою із загальним емітером (див. рис. 14.4). ЕРС джерела напруги  $E_K$  набагато більша від напруги  $U_{ке,н}$ , яка відповідає точці перегину вихідної характеристики транзистора на рис. 12.12, б, і сполучена з колекторним виводом транзистора через резистор  $R_K$ . Вхідний сигнал подається на базу транзистора (вхідна напруга  $u_{бе}$ , вхідний струм  $i_b$ ), вихідним сигналом є напруга  $u_{ке}$ . Побудуємо залежність  $u_{ке} = u_{ке}(u_{бе})$ , яку називають **передавальною характеристикою каскаду**. Внаслідок збільшення напруги  $u_{бе}$  зростає струм  $i_b$  (див. рис. 12.12, а.) і зростає струм колектора (дивись рівняння 12.1):  $i_k = \beta i_b + (\beta + 1)I_{кз}$ .

Внаслідок зростання струму  $i_k$  збільшується спад напруги на резисторі  $R_K$  і зменшується вихідна напруга  $u_{ке} = E_K - i_k R_K$  (рис. 14.4). Після досягнення напруги  $u_{ке} = U_{ке,н}$ , подальше збільшення  $u_{бе}$  не викликає зміни напруги  $u_{ке}$  і струму  $i_k$  оскільки транзистор вже повністю відкрився. Тому струм колектора  $i_k = I_{кз} = (E_K - U_{ке,н}) / R_K$ .

Таким чином, змінюючи напругу  $u_{бе}$  в колі малопотужного джерела живлення, можна міняти вихідну напругу  $u_{ке}$  в межах  $U_{ке,н} < u_{ке} < E_K$  і струм  $I_{кз} < i_k < (E_K - U_{ке,н}) / R_K$  в колі більш потужного джерела  $E_K$  (рис. 14.4). За наявності від'ємних значень  $u_{бе}$  та на ділянці I передавальної характеристики через транзистор тече незначний зворотний струм  $I_{кз}$ , а на ділянці III передавальної характеристики (рис. 14.5)  $u_{ке} = U_{ке,н}$  і транзистор втрачає властивості керованого підсилювального елемента.

Під час роботи підсилювача на ділянці II передавальної характеристики збільшенню  $u_{бе}$  відповідає зменшення  $u_{ке}$ . Отже, приріст вихідного сигналу має знак, протилежний приросту вхідного сигналу. Такий підсилювач називають інвертуючим.

На рис. 14.5 показані часові діаграми довільного двополярного вхідного сигналу  $u_{бе}(t)$  і вихідної напруги  $u_{ке}(t)$  для різних режимів (класів) підсилення. Під час роботи в класі підсилення B  $u_{бе} = u_{вх}$ . Нелінійність передавальної характеристики приводить до того, що на вихід передається сигнал тільки однієї полярності ( $u_{бе} > 0$ ) і тільки тоді коли  $u_{бе}$  виходить за межі ділянки I передавальної характеристики. Якщо використати підсилювач класу B для підсилення двополярного сигналу, то форма вхідної напруги під час передачі буде спотворюватися, а частина інформації безповоротно втрачатися.

Під час роботи в класі підсилення A на вхід підсилювача одночасно з вхідним сигналом  $u_{вх}(t)$  подається також постійна напруга зміщення, так що  $u_{бе} = u_{вх} + U_{зм}$  (рис. 14.5). Завдяки зміщенню вхідний сигнал практично без спотворень відтворюється на виході, якщо значення  $u_{бе}$  завжди відповідають ділянці II передавальної характеристики. Режим, коли до підсилювача під'єднані джерела  $E_K$  та  $U_{зм}$ , а  $u_{вх} = 0$ , називається **режимом спокою**. В цьому режимі корисний ефект підсилення відсутній, але втрати в резисторі  $R_K$  і в транзисторі можуть бути досить значні.

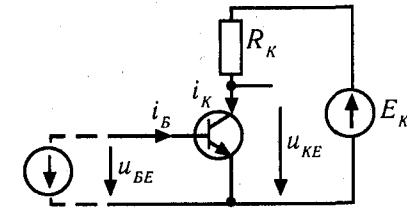


Рис. 14.4

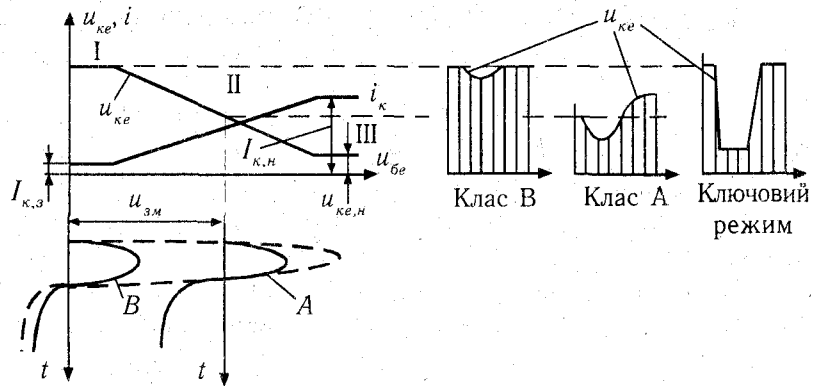


Рис. 14.5

Під час роботи в ключовому режимі (режим великого вхідного сигналу) зміна вхідної напруги (штрихова крива на рис. 14.5) охоплює ділянку I—III передавальної характеристики каскаду. Форма сигналу, що передається, спотворюється оскільки його амплітуда обмежується ділянкою III. Але такий режим роботи каскаду знаходить широке застосування в імпульсній техніці для передачі імпульсів прямокутної форми, коли амплітуда імпульса не є істотною. Транзистор в режимі ключа — це по суті релейний елемент, здатний комутувати лише одне коло. Його перевага перед звичайним електромагнітним реле — більша в декілька тисяч раз: швидкодія, надійність, малі об'єм і маса, довговічність. До переваг електромагнітних реле слід віднести наявність декількох вихідних кіл (контактів) і повний гальванічний розв'язок між колами вхідного і вихідного сигналу. Останнє дає можливість вмикати котушку реле в низьковольтне коло, а контакти — в промислову мережу з напругою 220—380 В.

### 14.3. ПІДСИЛЮВАЛЬНИЙ КАСКАД ІЗ СПІЛЬНИМ ЕМІТЕРОМ

Розглянемо роботу підсилювального каскаду з спільним емітером (СЕ) у найбільш розповсюдженому класі і підсилення — класі А. Схема каскаду показана на рис. 14.6. В схемі є вже знайомі компоненти: підсилювальний елемент — транзистор типу  $n-p-n$ , джерело живлення  $E_K$ , резистор  $R_K$ , джерело змінної вхідної напруги  $u_{вх}$ . В схемі появилася резистор колекторного навантаження  $R_{HB}$ , на якому отримується вихідна напруга  $u_{вих}$ . На вхід каскаду подається постійна напруга зміщення  $U_{зм}$ , яка забезпечує роботу каскаду на ділянці II передавальної характеристики (рис. 14.5). Послідовно з резистором  $R_{HB}$  ввімкнено джерело постійної напруги  $U_{КОМП}$ , яка компенсує в режимі спокою, тобто при  $u_{вх} = 0$ , напругу  $u_{ке}$  і забезпечує в режимі спокою  $u_{вих} = 0$ . Вважаємо, що опір резистора  $R_e$  в колі емітера дорівнює нулю.

Тоді часові діаграми напруг і струмів в каскаді з спільним емітером будуть мати вигляд, показаний на рис. 14.7. Для  $u_{вх} = 0$  в режимі спокою через транзистор протікають постійні струми  $I_{б,c}$ ,  $I_{к,c}$ ,  $I_{е,c}$ , а до бази і колектора транзистора прикладені

постійні напруги  $U_{бe,c}$  і  $U_{кe,c}$  нерівні нулю. Для того, щоби в режимі спокою  $U_{вих} = 0$ , в коло навантаження введено джерело постійної напруги  $U_{КОМП} = U_{кe,c}$ . В разі появи на вході каскаду сигналу  $u_{вх}(t)$  довільної форми, струми і напруги в транзисторі отримують приріст і мають показаний на рис. 14.7 вигляд. Як видно з рисунка, вихідна напруга інвертована по відношенню до вхідної і передає її форму без спотворень.

Резистор  $R_e$  вмикається в схему каскаду з метою зменшення теплового дрейфу точки спокою. Справа в тому, що з підвищенням температури струм  $I_{к,c}$ , що описується рівнянням (12.1), зростає навіть тоді, коли струм бази  $I_{б,c}$  лишається незмінним. Це має місце, по-перше, внаслідок зростання струму  $I_{кз}$ , який подвоюється через кожні 8+10 °С завдяки збільшенню концентрації не основних носіїв зарядів у шарах транзистора. По-друге коефіцієнт передачі струму  $\beta$  із зростанням температури також збільшується. Отже, в режимі спокою струм  $I_{к,c}$  розігріває транзистор, внаслідок чого струм зростає. Рівняння напруг для кола бази-емітер рис. 14.6 у режимі спокою за другим законом Кірхгофа має вигляд:  $-U_{зм} + U_{бe,c} + U_e = 0$ . Отже,  $U_{бe,c} = U_{зм} - R_e I_{к,c}$ . При наявності резистора  $R_e$  спад напруги на ньому із збільшенням струму  $I_{к,c}$  зростає, що веде до зменшення напруги  $U_{бe}$  і зменшення вхідного струму  $I_{б,c}$ .

Показана на рис. 14.6 схема каскаду з СЕ вимагає використання трьох окремих джерел живлення, що значно її ускладнює. На практиці застосовують різні схеми підсилювачів постійного струму, одну з яких показано на рис. 14.8, а. Ця схема має лише один елемент живлення. Напруги  $U_{зм}$  та  $U_{КОМП}$  формуються резистивними подільниками напруги  $R_1, R_2$ , та  $R_3, R_4$ , під'єднаними до джерела  $E_K$ . Недоліком схеми рис. 14.8, а є відсутність спільної точки джерела  $e_{вх}$  і навантаження  $R_{HB}$ , що утруднює створення на базі такої схеми багатокаскадного підсилювача з великим коефіцієнтом підсилення.

Якщо ж вхідний сигнал не має постійної складової, підсилювальний каскад з спільною точкою вхідного і вихідного кола може бути створений за допомогою розділювальних конденсаторів, як це показано на рис. 14.8, б. Резисторний подільник напруги  $R_1, R_2$  формує на вході транзистора постійну

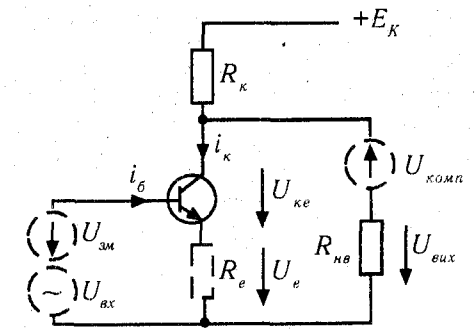


Рис. 14.6

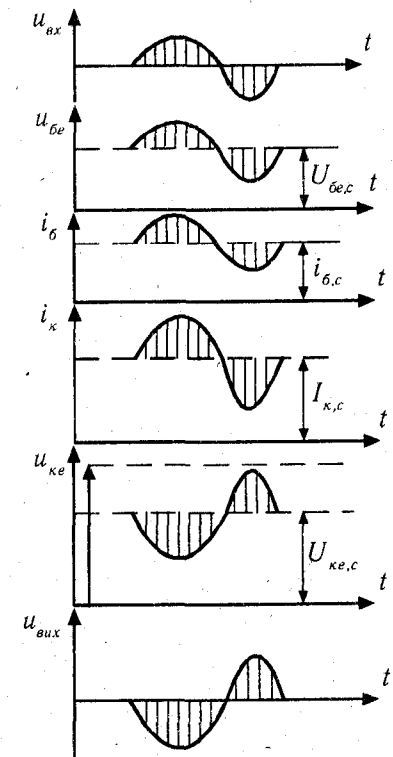


Рис. 14.7

напругу  $U_{зм}$ , яка відокремлена від джерела  $u_{вх}$  розділювальним конденсатором  $C_1$ . Змінна складова напруги  $u_{ке}$  через конденсатори  $C_2$  та  $C_e$  попадає на опір навантаження  $R_{нв}$ . Компенсуюча напруга  $U_{комп}$  не потрібна, оскільки конденсатор  $C_2$  не пропускає постійного струму і в режимі спокою струм у навантаженні дорівнює нулю. Така схема легко може бути використана для створення багатокаскадних підсилювачів. Для цього слід вихідну напругу першого каскаду прийняти як вхідну для другого, а вихідну напругу другого — як вхідну третього. Але наявність конденсаторів приводить до того, що комплексний опір підсилювача стає залежним від частоти вхідного сигналу. Внаслідок цього передавальна характеристика такого підсилювача буде залежна від частоти, що може викликати помітні спотворення форми вихідного сигналу.

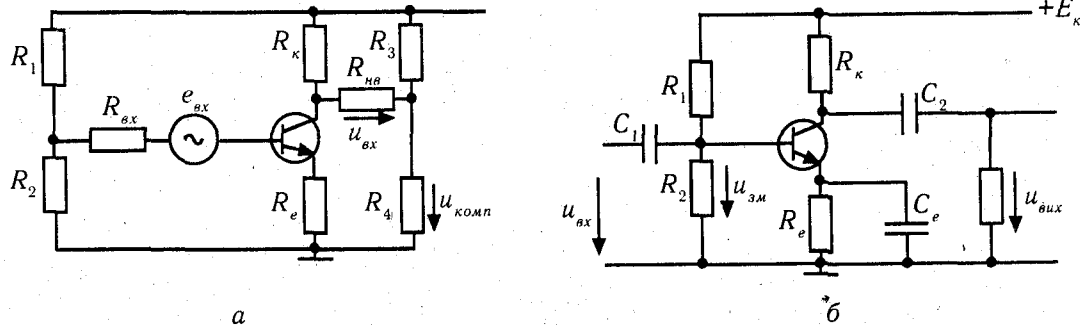


Рис. 14.8

Розглянений підсилювальний каскад з СЕ має чимало недоліків. По-перше, введення стабілізуючого режиму спокою резистора  $R_e$  значно знижує коефіцієнт підсилення і не забезпечує повну ліквідацію дрейфу нуля (тобто точки режиму спокою на передавальній характеристиці). Крім того є труднощі в зв'язуванні каскадів у багатокаскадні системи. Тому широко використовують і інші схеми підсилювачів постійного струму — так звані диференційні каскади.

#### 14.4. ДИФЕРЕНЦІЙНІ ПІДСИЛЮВАЧІ

У мікроелектроніці диференційні підсилювачі є одним з універсальних елементів інтегральних мікросхем. Їх використовують з метою значного зменшення дрейфу точки спокою (дрейфу нуля) у підсилювачах постійного струму шляхом використання мостової балансної схеми. Принцип роботи балансної схеми можна пояснити на прикладі чотириплечевого моста, показаного на рис. 14.9. Якщо виконується умова  $R_1 R_3 = R_2 R_4$ , то міст збалансований і струм у навантажувальному резисторі  $R_{нв}$  дорівнює нулю. Цей баланс збережеться, якщо будуть мінятися напруга джерела живлення  $E$ , або опори резисторів, що утворюють плечі моста, але при умові, що мінятися ці опори будуть однаково. Наприклад, якщо опори  $R_1$  та  $R_4$  зміняться однаково, струм у резисторі  $R_{нв}$  залишиться рівним нулю.

Докажемо, що при  $R_1 R_3 = R_2 R_4$  струм у діагоналі моста з резистором  $R_{нв}$  буде рівним нулю. При відсутності струму в резисторі  $R_{нв}$  кола на рис. 14.9 через резистори  $R_1$  та  $R_2$  протікатиме однаковий струм  $I_1$ , а через резистори  $R_4$  та  $R_3$  — струм  $I_4$ . Рівняння за другим законом Кірхгофа для контурів, утворених резисторами  $R_1, R_{нв}, R_4$  та резисторами  $R_2, R_3, R_{нв}$  мають вигляд:  $R_1 I_1 - R_4 I_4 = 0$ ;  $R_2 I_1 - R_3 I_4 = 0$ . Звідси  $R_1 I_1 = R_4 I_4$ , а  $R_2 I_1 = R_3 I_4$ . Поділивши перше рівняння на друге, отримаємо:  $R_1 / R_2 = R_4 / R_3$ , що й відповідає умові рівноваги моста.

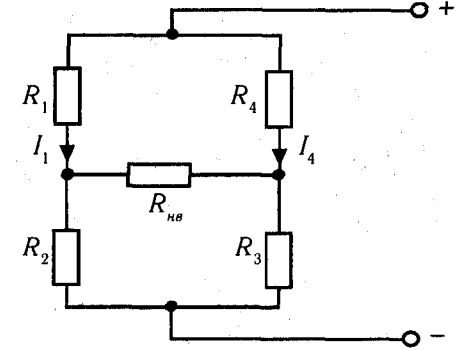


Рис. 14.9

Найпростіша схема диференційного каскаду наведена на рис. 14.10. Транзистори VT1, VT2 та резистори  $R_{k1}$  та  $R_{k2}$  утворюють міст, до однієї діагоналі якого вмикають джерела живлення  $E_{k1}$  та  $E_{k2}$ , а до іншої діагоналі — опір навантаження  $R_{нв}$ . Високі показники каскаду можна досягнути тільки при високій симетрії (балансуванні) моста. У симетричному каскаді  $R_{k1} = R_{k2} = R_k$ , а параметри транзисторів мають бути ідентичними. Останнього можна досягнути тільки при виготовленні транзисторів на одному кристалі за однією технологією, тому диференційні каскади використовують тільки у складі інтегральних мікросхем.

Розглянемо режим спокою у каскаді на рис. 14.10, коли вхідні напруги  $u_{вх1} = u_{вх2} = 0$ . Згідно з схемою (рис. 14.10) напруги зміщення на обох транзисторах (тобто напруги між базою та емітером) однакові і дорівнюють  $U_{BE1,c} = U_{BE2,c} = -U_E$ . Згідно з другим законом Кірхгофа

$$U_{BE1,c} = E_{k2} - (I_{E1,c} + I_{E2,c})R_E > 0, \quad (14.8)$$

отже, й  $U_{BE2,c} > 0$ . На базах транзисторів наявні однакові додатні напруги зміщення, тому через транзистори течуть у режимі спокою рівні струми  $I_{B1,c} = I_{B2,c}$ ,  $I_{K1,c} = I_{K2,c}$ ,  $I_{E1,c} = I_{E2,c}$ . Колекторні струми створюють падіння напруги на резисторах  $R_{k1}$  та  $R_{k2}$ , тому напруги  $U_{KE1,c} = U_{KE2,c} = E_{k1} - R_{k1} I_{K1,c} - U_{E,c} = E_{k1} - R_{k2} I_{K2,c} - U_{E,c}$ . Отже напруга на виході каскаду  $u_{вих} = U_{KE2,c} - U_{KE1,c} = 0$ .

У такому каскаді здійснюється стабілізація режиму спокою. Якщо внаслідок нагріву транзисторів зростуть струми  $I_{K1,c}$  та  $I_{K2,c}$ , то зросте і падіння напруги  $(I_{E1} + I_{E2})R_E$ . Згідно (14.8) це приведе до зменшення напруг  $U_{BE1,c} = U_{BE2,c}$ , емітерні переходи транзисторів пропускать менший струм, внаслідок чого струми  $I_{K1,c}$  та  $I_{K2,c}$  будуть стабілізовані.

Якщо внаслідок нестабільності джерела живлення ЕРС  $E_{k1}$  збільшилась, то відповідно збільшуються і напруги  $U_{KE1,c} = U_{KE1,c}$ . При цьому  $u_{вих} = U_{KE2} - U_{KE1} = 0$ , тобто дрейф нуля відсутній.

**Будь-які симетричні зміни у схемі диференційного каскаду не викликають дрейфу нуля.** У реальних каскадах симетрія елементів неповна, але у порівнянні з підсилювальними каскадами із схемою, показаними на рис. 14.6 та 14.8 дрейф зменшується на декілька порядків, що дозволяє подавати на вхід

диференційного підсилювача дуже малі напруги, котрі все ж будуть значно більшими від сигналу дрейфу.

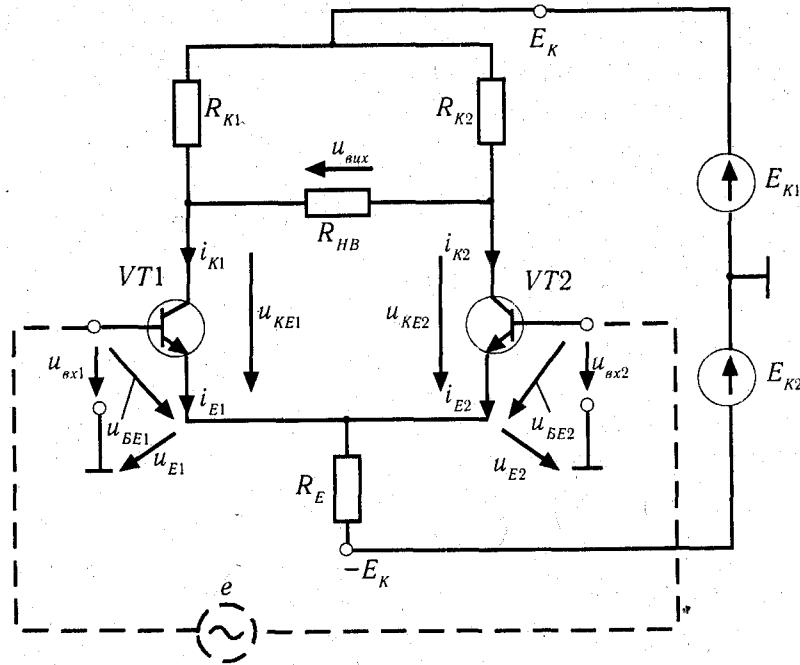


Рис. 14.10

Диференційний каскад дозволяє підключати джерела вхідного сигналу різними способами.

1. Джерело сигналу під'єднано між базами транзисторів, як це показано штриховою лінією на рис. 14.10. Тоді до входу VT1 прикладено  $u_{BX} = e/2$ . Нехай  $e > 0$ . Тоді під впливом додатної напруги на базі з'являються додатні прирости струмів  $\Delta I_{B1}$  та  $\Delta I_{K1} = (\beta + 1)\Delta I_{B1}$ . Це призводить до збільшення струму  $i_{K1}$ , що протікає через  $R_{K1}$ , і зменшення напруги  $u_{KE1}$ , тобто приріст напруги  $\Delta U_{KE1} < 0$ . Одночасно до входу VT2 прикладено напругу  $u_{BX2} = -e/2$ , що призводить до зменшення струму бази на  $-\Delta I_{B2}$  і зменшення струму колектора VT2 на  $-\Delta I_{K2} = (\beta + 1)\Delta I_{B2}$ . Напруга  $u_{KE2}$  збільшується,  $\Delta U_{KE2} > 0$ . Напруга на навантаженні  $u_{BHX} = \Delta U_{KE2} - \Delta U_{KE1} = 2\Delta U_{KE2}$ . При  $u_{BX1} = -u_{BX2}$  приросту струмів  $\Delta I_{E1} = -\Delta I_{E2}$ , внаслідок чого  $i_{E1} + i_{E2} = \text{const}$ , тобто сигнал зворотного зв'язку  $\Delta U_E = (\Delta I_{E1} - \Delta I_{E2})R_E = 0$  і падіння напруги на  $R_E$  у рівнянні (14.8) не змінюється і не впливає на коефіцієнт підсилення каскаду. Таким чином, у диференційному каскаді усунуто протиріччя між необхідністю стабілізації режиму спокою і зменшенням коефіцієнта підсилення.

2. Джерело вхідного сигналу під'єднано тільки до входу VT1,  $u_{BX1} = e$ , вхід другого транзистора закорочено на спільний провід (на "землю"), тобто  $u_{BX2} = 0$ . Під дією вхідного сигналу змінюється струм бази, його приріст  $\Delta I_{B1} > 0$  при  $e > 0$ , зростає струм  $i_{K1}$ , збільшується падіння напруги на  $R_{K1}$ , а приріст напруги на колекторі від'ємний,

$\Delta U_{KE1} < 0$ . Із збільшенням  $i_{B1}$  зростає  $i_{E1}$ . Як вже було вказано вище, наявність від'ємного зворотного зв'язку по сумі струмів ( $i_{E1} + i_{E2}$ ) на резисторі  $R_E$  стабілізує струм, що протікає по цьому резисторі. Дійсно, згідно з другим законом Кірхгофа для кола на рис. 14.10  $u_{E2} = -E_{K2} + R_E(i_{E1} + i_{E2})$ . При зростанні струму  $i_{E1}$  напруга  $u_{E2}$  зменшується, що веде до зменшення колекторного та емітерного струмів транзистора VT2, внаслідок чого сума струмів ( $i_{E1} + i_{E2}$ )  $\approx \text{const}$ , як це спостерігалось й у режимі спокою. На навантаженні  $u_{BHX} = (\Delta U_{KE2} - \Delta U_{KE1}) > 0$ . Таким чином, подача вхідного сигналу на один з входів підсилювача викликає зміну струмів та напруг в обох транзисторах завдяки стабілізації струму  $i_{E1} + i_{E2}$ . При поступленні сигналу тільки на вхід VT2 та  $u_{BX1} = 0$ , напруга на виході  $u_{BHX} = (\Delta U_{KE2} - \Delta U_{KE1}) < 0$ . Отже при подачі сигналу на вхід VT1 полярність вихідного сигналу співпадає з полярністю вхідного (вхід VT1 називають **прямим входом**), при подачі сигналу на вхід VT2 полярності вихідного та вхідного сигналів протилежні (вхід VT2 називають **інвертуючим входом**). Схема диференційного каскаду є симетричною, тому знак вихідної напруги залежить від того, який її напрям прийнято за додатний.

3. До обох входів диференційного каскаду можна підключити незалежні джерела сигналів  $u_{BX1}$  та  $u_{BX2}$ . Тоді в режимі лінійного підсилення (клас А) вихідна напруга може бути знайдена методом суперпозиції від дії кожного з сигналів.

## 14.5. ОПЕРАЦІЙНІ ПІДСИЛЮВАЧІ

Розвиток мікросхемотехніки мав великий вплив на напрямки розробки і застосування напівпровідникових підсилювачів. Поява дешевих ІМС, які великими серіями випускаються промисловістю, зробила доцільним використання складних і досконалих схем підсилювачів з універсальними властивостями. Притому користувач може і не знати внутрішню будову таких універсальних пристроїв, а обмежитись лише знанням його можливостей. Найбільш розповсюдженою підсилювальною ІМС є операційний підсилювач (ОП). Ідеальний ОП має надзвичайно високий коефіцієнт підсилення по напрузі  $K_u = u_{вих} / u_{вх} \rightarrow \infty$ , великий вхідний опір  $R_{вх} \rightarrow \infty$  і малий вихідний опір  $R_{вих} \rightarrow 0$ . ОП підсилює широкий спектр частот аж до постійної складової. Дрейф нуля ОП дуже малий. Оскільки в ОП використовують диференційні підсилювачі, вони мають два входи — прямий і інвертувальний. Внаслідок подачі вхідної напруги  $u_{вх1}$  на прямий вхід  $u_{вих} = K_u u_{вх1}$ , а внаслідок подачі  $u_{вх2}$  на інвертувальний вхід  $u_{вих} = -K_u u_{вх2}$ . При наявності вхідних напруг на обох входах  $u_{вих} = K_u (u_{вх1} - u_{вх2})$ .

На рис. 14.11, а показано позначення ОП на схемах, а на рис. 14.11, б — його передавальна характеристика. ОП має два джерела живлення, два входи і один вихід. Всі напруги, зазначені на рис. 14.11, а, існують відносно одного спільного проводу, не показаного на схемі. Передавальна характеристика в реальних ОП дещо зміщена вправо від точки  $u_{вих} = 0$ . Граничне значення напруги на виході ОП  $|u_{вих\max}| = (0,9 + 0,95)E_{Ж}$ . Лінійна ділянка АВС передавальної характеристики ОП обмежена дуже малим значенням вхідних напруг. При виході вхідної напруги за ці межі, вихідна напруга лишається незмінною, тобто спостерігаються нелінійні

спотворення сигналу. Крім того, коефіцієнт підсилення напруги таких ОП сильно залежить від режиму роботи і, перш за все, від температури. Тому безпосередньо як підсилювальний пристрій такий ОП використовується лише з додаванням зворотніх зв'язків між виходом ОП і його входом.

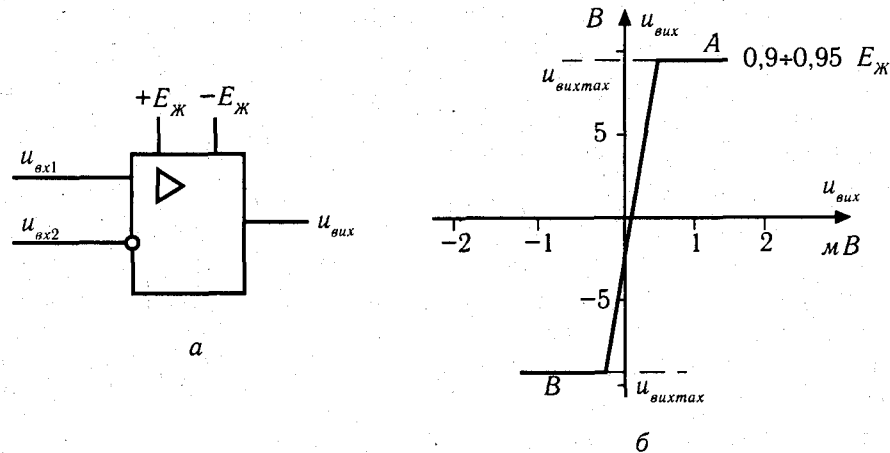


Рис. 14.11

На рис. 14.12, а наведена принципова схема неінвертувального підсилювача на базі ОП. Виводи, до яких прикладені напруги  $\pm E_{\text{ж}}$ , в зображеннях підсилювачів звичайно не показують. Вхідний сигнал подається на прямий вхід ІМС. З виходу ОП на інвертувальний вхід подається напруга зворотного зв'язку  $u_{33}$ . **Зворотним зв'язком називається передача інформації (або енергії) з виходу будь-якого пристрою або системи на його вхід.** Оскільки напруга  $u_{33}$  подана на інвертувальний вхід, вихідна напруга визначається тепер різницею  $u_{\text{вх}} - u_{33}$ . Такий зворотний зв'язок називається від'ємним (ВЗЗ).

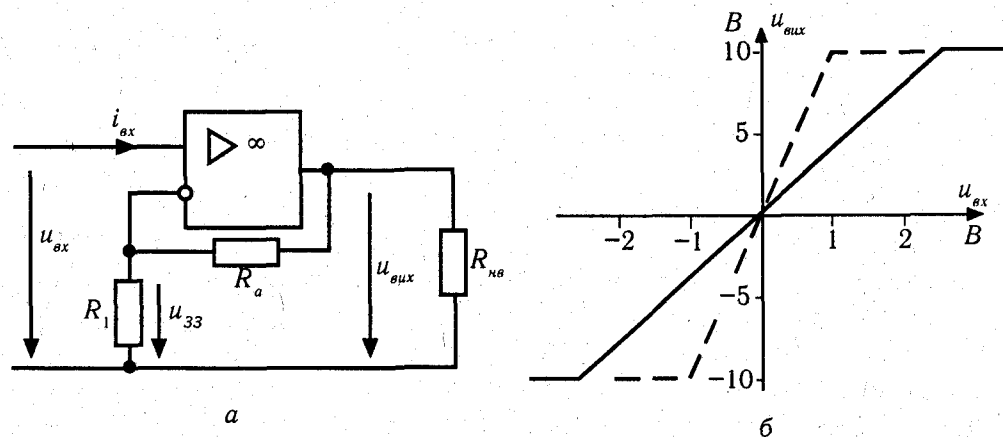


Рис. 14.12

Прийmemo, що опір навантаження  $R_{\text{нв}} \gg R_{\text{внх}}$ ,  $R_{\text{вх}} \gg R_1, R_2 \gg R_{\text{і,внх}}$ . Такі умови в реальних ОП легко виконуються. Тоді напруга зворотного зв'язку

$$u_{33} = u_{\text{внх}} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \gamma \cdot u_{\text{внх}} \quad (14.9)$$

Тоді, при наявності ЗЗ вихідна напруга ОП визначається різницею напруг на його входах:

$$u_{\text{внх}} = K_{u,33}(u_{\text{вх}} - u_{33}) = K_{u,33}(u_{\text{вх}} - \gamma u_{\text{внх}}).$$

Тут  $K_{u,33}$  — коефіцієнт підсилення ОП із ЗЗ. Припустимо, що ОП без ЗЗ (рис. 14.11, а) мав на прямому вході напругу  $u_{\text{вх1}}$ , а на інверсному  $-u_{\text{вх2}} = 0$ .

Такому стану вхідних сигналів відповідала вихідна напруга  $u_{\text{внх}} = K_u \cdot u_{\text{вх1}}$ . Для досягнення тієї ж самої напруги  $u_{\text{вх}}$  при наявності ВЗЗ необхідно подати на прямий вхід напругу  $u_{\text{вх,33}} = u_{\text{вх1}} + u_{33} = u_{\text{вх1}} + \gamma u_{\text{внх}}$ . Отже  $u_{\text{внх}} = K_u \cdot u_{\text{вх1}} = K_{u,33}(u_{\text{вх1}} + \gamma u_{\text{внх}})$ . Звідси

$$K_{u,33} = \frac{u_{\text{вх}}}{u_{\text{вх,33}}} = \frac{K_u}{1 + K_u \gamma} < K_u. \quad (14.10)$$

Таким чином ВЗЗ зменшує коефіцієнт підсилення. Оскільки в ОП  $K_u \rightarrow \infty$  з (14.10) отримуємо

$$K_{u,33} = \frac{1}{\gamma} = (R_1 + R_2) / R_1 \quad (14.11)$$

З (14.11) витікає, що  $K_{u,33}$  визначається лише співвідношенням опорів  $(R_1 + R_2) / R_1$  і не залежить від  $K_u$  конкретної ІМС. Це дозволяє стабілізувати коефіцієнт підсилення і розширити зону лінійного підсилення (рис. 14.12, б). Нахил передавальної характеристики на лінійній ділянці АОВ визначається коефіцієнтом підсилення  $K_{u,33}$ : лінія 1 відповідає  $K_{u,33} = 10$ , а лінія 2 —  $K_{u,33} = 4$ . В такий спосіб за рахунок зниження коефіцієнта підсилення можна розширити лінійну зону передавальної характеристики підсилювача і зменшити його нелінійні спотворення.

При роботі на лінійній ділянці передавальної характеристики ОП  $u_{\text{вих}} \leq U_{\text{вихmax}}$ , а коефіцієнт підсилення  $K_u \rightarrow \infty$ . Тому  $u_{\text{вх}} - u_{33} = u_{\text{вих}} / K_u = 0$ , тобто **у режимі лінійного підсилення напруга між входами ОП дуже мала.** Ця властивість притаманна будь-яким схемам вмикання ОП.

В підсилювальних пристроях широко використовується також схема інвертувального ОП з ВЗЗ, показаного на рис. 14.13, а. Вхідний сигнал і сигнал ВЗЗ подаються на інвертувальний вхід ОП, при цьому відбувається додавання струмів  $i_{\text{вх}}$  та  $i_{33}$ . Знайдемо підсилювальні параметри ОП, прийнявши, що  $R_{\text{нв}} \gg R_{\text{внх}}$ ,  $R_{\text{вх}} \gg R_1, R_{\text{внх}} \ll R_2$ . В реальних ОП такі умови легко виконуються. Оскільки у ОП  $R_{\text{вх}} \rightarrow 0$ , то  $i_{\text{вх}} = -i_{33} = i$ .

Під час роботи ОП на лінійній ділянці передавальної характеристики напруга між його входами  $u_{1,2} = u_{\text{вх1}} - u_{\text{вх2}} \approx 0$  (див. рис. 14.13, а). Тоді

$$u_{\text{вх}} = R_1 i_{\text{вх}} = R_1 i \quad (14.12)$$

$$u_{\text{внх}} = R_2 i_{33} = -R_2 i \quad (14.13)$$

Звідси легко отримати коефіцієнт підсилення схеми рис. 14.13, а:

$$K_{u,33} = u_{\text{внх}} / u_{\text{вх}} = -R_2 / R_1 \quad (14.14)$$



Знак, мінус вказує, що полярності вхідної і вихідної напруги є протилежними. Коефіцієнт підсилення  $|K_{u,33}| \ll K_u$ , лінійна ділянка передавальної характеристики розширюється за рахунок введення ВЗЗ і сигнали більшої амплітуди передаються без спотворень.

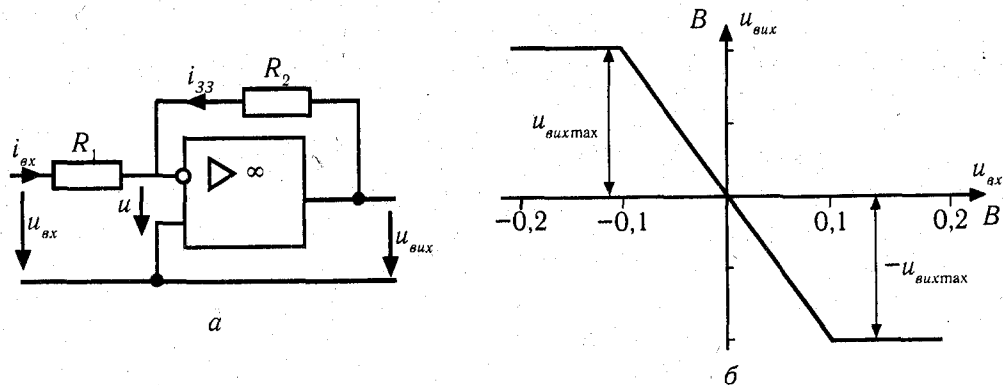


Рис. 14.13

Таким чином, введенням ВЗЗ за рахунок погіршення одного з параметрів (зниження коефіцієнта підсилення  $K_{u,33}$  можна поліпшити інші параметри — підвищити стабільність коефіцієнту підсилення, розширити лінійну ділянку передавальної характеристики і зменшити спотворення передачі сигналів з великою амплітудою.

На ОП створюються також схеми, призначені для виконання операцій додавання, віднімання, диференціювання та інтегрування вхідних сигналів. Такі схеми також знаходять широке застосування в пристроях автоматичного керування. Вони складають основу аналогових ЕОМ.

## 14.6. РЕЗЮМЕ

1. Підсилувачи — це пристрої, які дозволяють за допомогою вхідного сигналу малої потужності керувати передачею значно більшої потужності від джерела живлення до навантаження. Найпростіша комірка, що дозволяє здійснити підсилення, називається підсилувальним каскадом.

2. Властивості підсилувача характеризують **коефіцієнти підсилення по напрузі, струму та потужності**:

$$\underline{K}_U = \frac{U_{\text{вих}}}{U_{\text{вх}}}, \quad \underline{K}_I = \frac{I_{\text{вих}}}{I_{\text{вх}}}, \quad \underline{K}_P = \frac{P_{\text{вих}}}{P_{\text{вх}}}.$$

Коефіцієнти  $\underline{K}_U$  та  $\underline{K}_I$  — комплексні величини, оскільки вихідні та вхідні напруги та струми зсунені між собою по фазі внаслідок наявності реактивних опорів у колах підсилувача та навантаження. Якщо підсилувач багатокаскадний, то загальний коефіцієнт підсилення ( $\underline{K}_U, \underline{K}_I, \underline{K}_P$ ) дорівнює добутку коефіцієнтів підсилення окремих каскадів  $\underline{K} = \underline{K}_1, \underline{K}_2, \dots, \underline{K}_n$ .

3. Вхідний періодичний сигнал довільної форми можна представити як суму гармонічних складових сигнала, які мають різну частоту і підсилюються з різними коефіцієнтами підсилення. Тому вихідний сигнал не буде лінійно відповідати вхідному. Такі спотворення сигналу називають **частотними**. Крім того, гармонічні складові сигналу отримують при підсиленні різні кутові зсуви між вхідними та вихідними значеннями, що зумовлює появу **фазових** спотворень.

4. Для оцінки частотних спотворень використовують **амплітудно-частотну характеристику**, яка являє собою залежність модуля коефіцієнту підсилення  $K$  від частоти  $f$ . У зоні низьких  $f_n$  та високих  $f_a$  частот коефіцієнт підсилення  $K$  зменшується. Діапазон частот  $\Delta f = f_a - f_n$ , в якому значення коефіцієнту підсилення  $K_c$  є сталими і близькими до максимального значення, називають умовною смугою пропускання підсилувача.

Фазові спотворення підсилуваного сигналу оцінюються **фазочастотною характеристикою** підсилувача, — залежністю кута фазового зсуву  $\varphi$  між вихідною та вхідною напругою підсилувача від частоти  $f$ .

5. Залежність  $u_{ке} = u_{ке}(u_{бе})$  називають **передавальною характеристикою каскаду**, створеного на транзисторі із спільним емітером. Цю характеристику можна апроксимувати трьома ділянками (рис. 14.5), з яких лише середня ділянка II забезпечує підсилення вхідного сигналу без спотворень. Якщо вхідна напруга підсилувача  $u_{вх}$  безпосередньо подається на вхід база—емітер,  $u_{вх} = u_{бе}$ , підсилувач працює у класі підсилення В. На вихід передається сигнал тільки однієї полярності ( $u_{бе} > 0$ ). Якщо використати підсилувач класу В для підсилення двополярного сигналу, то форма вхідної напруги під час передачі буде спотворюватися, а частина інформації безповоротно втрачатися.

Під час роботи у класі підсилення А на вхід підсилувача одночасно з вхідним сигналом  $u_{вх}(t)$  подається напруга зміщення, так що  $u_{бе} = u_{вх} + U_{зм}$ . Завдяки зміщенню вихідний сигнал практично без спотворень відтворюється на виході, якщо значення  $u_{бе}$  завжди відповідають середній ділянці передавальної характеристики.

Під час роботи в ключовому режимі (режим великого вихідного сигналу) зміна вхідної напруги охоплює всі ділянки передавальної характеристики каскаду. Такий режим роботи каскаду знаходить широке застосування в імпульсній техніці для передачі імпульсів прямокутної форми, коли амплітуда імпульса не є істотною. Транзистор в режимі ключа — це по суті релейний елемент, здатний комутувати лише одне коло.

6. Для переводу підсилувача у клас підсилення А необхідно ввімкнути на вході послідовно з вхідною напругою джерело напруги зміщення, а щоби уникнути протікання струму в навантаженні при відсутності вхідного сигналу у колі навантаження слід ввімкнути послідовно з навантаженням компенсуючу напругу, яка зменшувала б струм у навантаженні в режимі спокою, тобто при  $u_{вх} = 0$ , до нуля. Для уникнення ускладнення схеми великою кількістю додаткових джерел живлення на практиці використовують різні схеми підсилувачів, дві з яких показано на рис. 14.8.

7. При знаходженні транзистора у режимі спокою внаслідок нагрівання транзистора струмом відбувається довільне збільшення струму в колі колектор—емітер, так

званий дрейф нуля. Для запобігання цьому явищу застосовують диференційні каскади з мостовою схемою вмикання транзисторів. Диференційні підсилювачі забезпечують практичну відсутність дрейфу нуля, але за умовою повної ідентичності елементів, що утворюють плечі моста. Цю ідентичність можна забезпечити лише при застосуванні інтегральних технологій, тому диференційні підсилювачі є одним з універсальних елементів інтегральних схем.

8. Найбільш розповсюдженою підсилювальною інтегральною мікросхемою є операційний підсилювач (ОП). Ідеальний ОП має надзвичайно високий коефіцієнт підсилення по напрузі  $K_u = u_{вих} / u_{вх} \rightarrow \infty$ , великий вхідний опір  $R_{вх} \rightarrow \infty$  і малий вихідний опір  $R_{вих} \rightarrow 0$ . ОП підсилює широкий спектр частот аж до постійної складової. Дрейф нуля ОП дуже малий. Оскільки в ОП використовують диференційні підсилювачі, вони мають два входи — прямий і інвертуючий. Внаслідок подачі вхідної напруги  $u_{вх1}$  на прямий вхід  $u_{вих} = K_u \cdot u_{вх1}$ , а внаслідок подачі  $u_{вх2}$  на інвертуючий вхід  $u_{вих} = -K_u \cdot u_{вх2}$ . За наявності вхідних напруг на обох входах  $u_{вих} = K_u (u_{вх1} - u_{вх2})$ . Для підвищення стабільності коефіцієнту підсилення та розширення лінійної ділянки передавальної характеристики операційні підсилювачі використовують лише при наявності від'ємного зворотного зв'язку, для чого частину вихідної напруги подають на інвертуючий вхід підсилювача.

## ЛОГІЧНІ ТА ЦИФРОВІ ПРИСТРОЇ

### 15.1. ЛОГІЧНІ АЛГОРИТМИ РОБОТИ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ. ОСНОВНІ ЛОГІЧНІ ОПЕРАЦІЇ

Логічними повідомленнями називають такі, істинність або невірність яких може бути визначена однозначно. Наприклад: "Двигун ввімкнено в мережу". Кожне логічне повідомлення може бути представлено математичним еквівалентом, **логічною функцією**. Логічне повідомлення може бути істинним (наприклад, повідомлення "двигун ввімкнено", якщо його насправді ввімкнено до мережі) і тоді логічна функція  $Y = 1$ . Якщо повідомлення невірне (двигун насправді не ввімкнено), то  $Y = 0$ . Отже, логічні функції можуть приймати лише два значання: 0 та 1.

*Автоматизація* — це реалізація керування об'єктом без участі людини. *Керування* — це процес, в якому вихідна величина (величини) визначається сукупністю вхідних величин згідно з заданою закономірністю. Для опису процесів керування технічними об'єктами широко використовують логічні повідомлення та зв'язки між ними. Наприклад, логічне повідомлення  $Y$  про під'єднання двигуна до мережі може бути сформульовано як комбінація декількох логічних повідомлень: двигун ввімкнено до мережі якщо ввімкнено автоматичний вимикач (автомат) QF у його статорному колі і натиснута кнопка пуску SB1 **або** вона зашунтована замикаючим блок-контактом магнітного пускача K і замкнені розмикаючі контакти реле теплового захисту KK1 і KK2. В наведеному прикладі зв'язки між логічними повідомленнями встановлюються словами "і", "або", які можна розглядати як логічні операції. Стан кожного логічного повідомлення (QF, SB1, K, KK1, KK2) може приймати два значання: "1", якщо контакт відповідного пристрою ввімкнено і "0", якщо контакт розімкнено. Тоді повідомлення про під'єднання двигуна до мережі може бути описано рівнянням  $Y = QF \text{ I } (SB1 \text{ АБО } K) \text{ I } KK1 \text{ I } KK2$ , яке представляє алгоритм роботи комутуючих пристроїв двигуна.

Розглянемо три основні логічні операції.

1. **Операція НІ** (логічне заперечення, або інверсія). Логічне заперечення функції

$Y$  позначається як  $Y = \bar{X}$  (вимовляється "Y дорівнює не X") і визначається таблицею істинності:

X	Y
0	1
1	0

Тут  $X$  — вхідний, а  $Y$  вихідний сигнали електричної схеми, яка реалізує операцію НІ і називається логічним елементом. На рис. 15.1, *а* наведено позначення логічного елемента НІ, на рис. 15.1, *б* — часові діаграми сигналів і на рис. 15.1, *в* — приклад реалізації елемента НІ за допомогою транзисторного ключа. Потенціал  $E$  приймається за одиничне значення логічної функції  $Y$ , а потенціал  $0$  — за нульове значення логічної функції. Якщо сигнал на вході  $X$  приймає значення  $U_{ВХ} \approx 0,5$  В, достатнє для повного відкриття транзистора (логічна "1"), транзистор відкривається і вихідний сигнал  $U_{ВНХ} \approx 0$ , тобто  $Y = 0$ . Якщо ж  $X = 0$ , то вхідна напруга ключа дорівнює нулю, транзистор закрито і  $U_{ВНХ} \approx E$ , тобто  $Y = \bar{X} = 1$ .

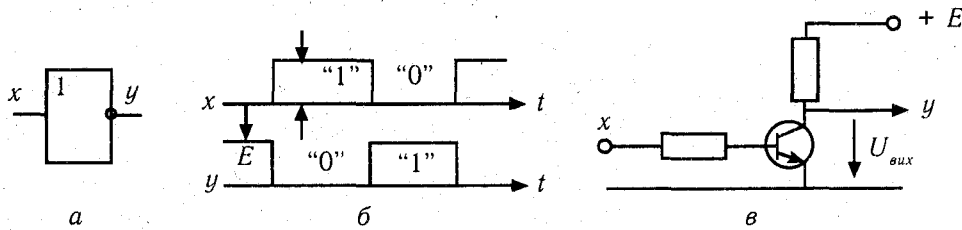


Рис. 15.1

2. **Операція АБО** (логічне додавання, або диз'юнкція) позначається символами "+" або "v". Надалі будемо використовувати символ "+". При наявності двох незалежних аргументів  $X_1$  та  $X_2$  записується як  $Y = X_1 + X_2$  (читається "Y є  $X_1$  або  $X_2$ ") і визначається таблицею істинності:

$X_1$	$X_2$	$Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Кількість аргументів  $X$  може бути два, три і більше. Функція  $Y = 1$ , якщо хоча б одна з незалежних змінних дорівнює одиниці. Приклад операції АБО в технічних пристроях: "Двигун можна ввімкнути до мережі перемикачем на блоці керування або дистанційно з пульта оператора". На рис. 15.2, *а* наведено позначення логічного елемента АБО, часові діаграми сигналів на входах і виході елемента (рис. 15.2, *б*), реалізація елемента на замикаючих контактах (рис. 15.2, *в*) і на діодах (рис. 15.2, *г*). Потенціал  $E$  приймаємо за логічну одиницю, потенціал  $0$  — за логічний 0 (рис. 15.2, *б*). В колі 15.2, *в* потенціал  $E$  поступає на навантаження  $R_{НВ}$ , якщо замкнено ключ  $X_1$  ( $X_1 = 1$ ), або замкнено ключ  $X_2$  ( $X_2 = 1$ ), або замкнено обидва ключі ( $X_1 = X_2 = 1$ ). Найпростіша реалізація елемента АБО — діодна схема рис. 15.2, *г*. Напруга на виході дорівнюватиме  $E$  ( $Y = 1$ ), якщо хоча б на один з входів  $X_1, X_2$  буде подано додатний потенціал  $E$ , який відкриє діод і вхідна напруга буде прикладена до навантаження ( $U_{ВНХ} \approx E$ ).

3. **Операція І** (логічне множення, або кон'юнкція). Для її позначення використовують символи "&", "∧", "x". Надалі використовуємо позначення "x". Записується як  $Y = X_1 \cdot X_2$  (читається "Y дорівнює  $X_1$  і  $X_2$ ") і визначається таблицею істинності:

$X_1$	$X_2$	$Y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

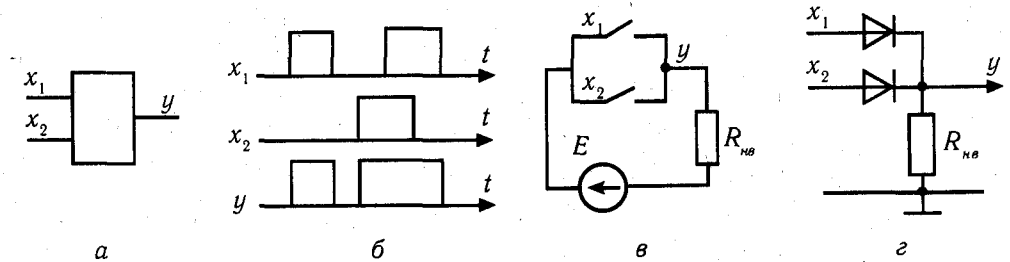


Рис. 15.2

Приклад логічного повідомлення, в якому наявні операції І та АБО: "Мотор ввімкнено до мережі, якщо ввімкнено автоматичний вимикач І замкнено контакт SB1 кнопки "пуск" АБО замкнено блок-контакт К магнітного пускача К, що шунтує контакт SB1". На рис. 15.3 наведено позначення елемента І (рис. 15.3, *а*), часові діаграми сигналів на входах і виході елемента І (рис. 15.3, *б*), реалізація елемента на ключах (рис. 15.3, *в*) та на діодній схемі (рис. 15.3, *г*). Потенціал  $E$  прийнято за 1, потенціал  $0$  — за логічний 0. В колі (рис. 15.3, *в*) потенціал  $E$  передається на навантаження тільки тоді, коли замкнено ключ  $X_1$  ( $X_1 = 1$ ) і ключ  $X_2$  ( $X_2 = 1$ ). Найпростіша реалізація елемента І показана на рис. 15.3, *г*. Напруга на виході  $U_{ВНХ} = E$  ( $Y = 1$ ) тільки тоді, коли всі діоди будуть заперті, тобто на всіх входах буде потенціал  $E$  (логічна 1). Інакше один з діодів відкривається і на навантаженні буде потенціал відкритого діода  $U_{ВНХ} \approx 0$  (логічний нуль).

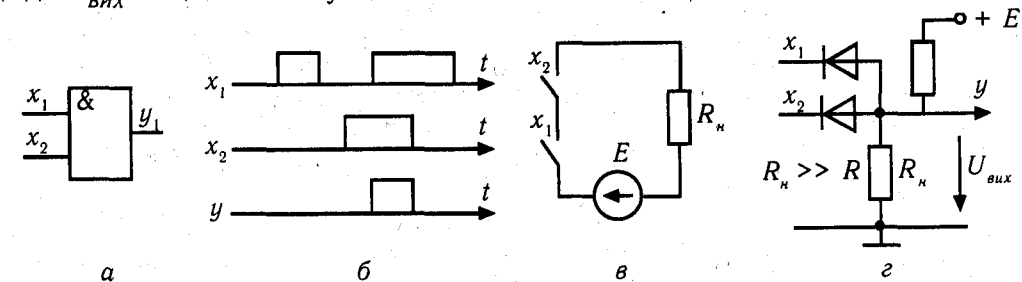


Рис. 15.3

Логічні елементи, які реалізують логічні операції НІ, АБО, І можуть бути створені на дискретних напівпровідникових приладах (транзисторах, діодах, резисторах), на ІМС, на гідравлічних або пневматичних елементах. Техніко-економічні переваги ІМС обумовили застосування для логічних операцій майже виключно ІМС.

Крім логічних операцій НІ, АБО, І за допомогою ІМС реалізуються також логічні операції "АБО—НІ", "І—НІ", "ВИКЛЮЧАЮЧЕ АБО" або "ОПЕРАЦІЯ НЕРІВНОЗНАЧНОСТІ", "ОПЕРАЦІЯ РІВНОЗНАЧНОСТІ". Рівняння логічної операції АБО—НІ має вигляд:  $Y = \overline{X_1 + X_2} = \overline{X_1} \times \overline{X_2}$ , а логічної операції І—НІ —  $Y = \overline{X_1 \times X_2} = \overline{X_1} + \overline{X_2}$ . В записах рівнянь використано теорему Морґана, яка стверджує, що інверсія суми  $\overline{X_1 + X_2}$  дорівнює добутку інверсій  $\overline{X_1} \times \overline{X_2}$  і навпаки. Таблиці істинності операцій:

АБО — НІ	X1	X2	Y	І — НІ	X1	X2	Y
	0	0	1		0	0	1
	0	1	0		0	1	0
	1	0	0		1	0	0
	1	1	0		1	1	0

Рівняння операції нерівнозначності:  $Y = X_1 \text{ XOR } X_2 = X_1 \oplus X_2 = \overline{X_1} \times X_2 + X_1 \times \overline{X_2}$ .

Рівняння операції рівнозначності:  $Y = \overline{X_1 \text{ XOR } X_2} = \overline{X_1 \oplus X_2} = \overline{X_1} \times X_2 + X_1 \times \overline{X_2} =$

$$X_1 \times \overline{X_1} + X_1 \times X_2 + \overline{X_2} \times \overline{X_1} + \overline{X_2} \times X_2 = 0 + X_1 \times X_2 + \overline{X_2} \times \overline{X_1} + 0 = X_1 \times X_2 + \overline{X_2} \times \overline{X_1}.$$

Тут  $\oplus$  та "XOR" — позначення операції "виключаюче або" ("нерівнозначності").

Таблиця істинності операцій:

операція нерівнозначності	X1	X2	Y	операція рівнозначності	X1	X2	Y
	0	0	1		0	0	1
	0	1	0		0	1	0
	1	0	0		1	0	0
	1	1	0		1	1	0

На рис. 15.4 зображені контактні групи та позначення логічних елементів, які здійснюють операції АБО—НІ (рис. 15.4, а), І—НІ (рис. 15.4, б), операцію нерівнозначності (рис. 15.4, в) та операцію рівнозначності (рис. 15.4, г).

Рівняння логічних операцій розв'язуються згідно з правилами алгебри логіки, яка є аналогом звичайної алгебри. Особливістю алгебри логіки є те, що аргументи і функції можуть приймати лише два значення: 0 та 1. Алгебра логіки дозволяє математично описати логічні повідомлення і зв'язки між ними для будь-якого автоматичного пристрою і виконати його оптимізацію.

Порядок дій в алгебрі логіки: спочатку виконується операція НІ, потім І і наприкінці АБО. Для зміни порядку виконання дій використовуються дужки. Операції віднімання та ділення в алгебрі логіки відсутні. Мають місце перемішувальний та сполучний закони:

$$X_1 + X_2 + X_3 = X_1 + X_3 + X_2 = X_3 + X_1 + X_2; \quad X_1 \times X_2 \times X_3 = X_1 \times X_3 \times X_2 = X_3 \times X_2 \times X_1;$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = X_1 + (X_2 + X_3) = (X_1 + X_2) + X_3; \quad X_1 \times X_2 \times X_3 = X_1 \times (X_2 \times X_3) = (X_1 \times X_2) \times X_3.$$

Для виконання операцій над логічними виразами використовується ряд тотожностей:

- $X_1 + X_1 = X_1;$
- $X_1 + \overline{X_1} = 1;$
- $X_1 + 1 = 1;$
- $X_1 \times 1 = X_1;$
- $X_1 \times X_1 = X_1;$
- $X_1 \times \overline{X_1} = 0;$
- $X_1 \times 0 = 0;$
- $X_1 \times 1 = X_1;$
- $\overline{\overline{X_1}} = X_1;$
- $X_1 + X_1 \times X_2 + X_1 \times X_3 = X_1;$
- $X_1 + \overline{X_1} \times X_2 = X_1 + X_2;$
- $\overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3} = \overline{X_1 \times X_2 \times X_3};$
- $\overline{X_1} \times \overline{X_2} \times \overline{X_3} = \overline{X_1 + X_2 + X_3}.$

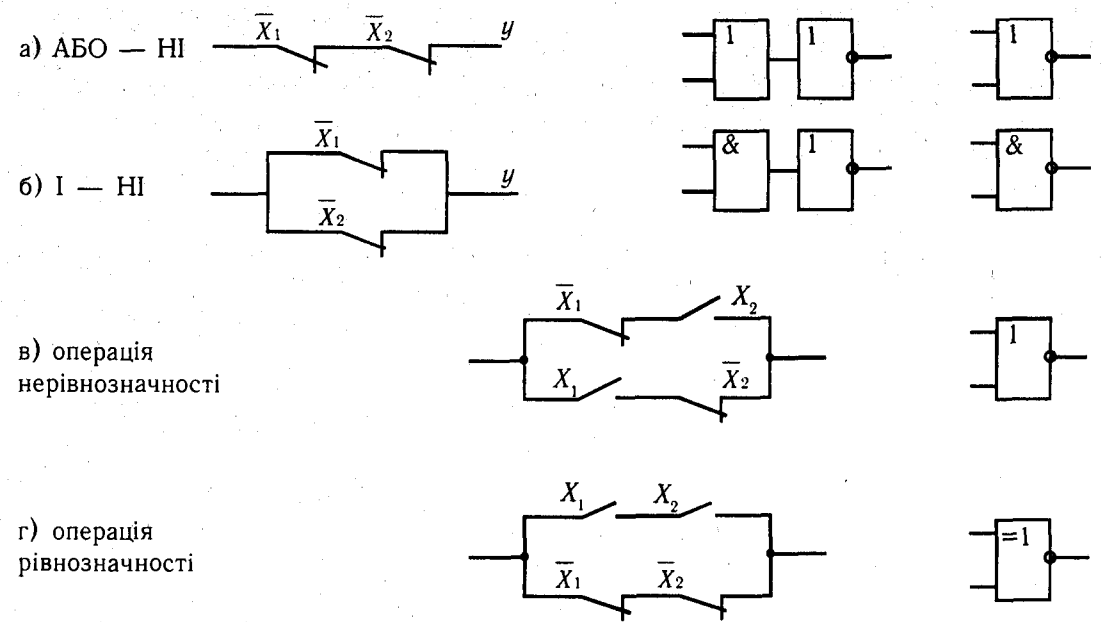


Рис. 15.4

Тотожності алгебри логіки корисно запам'ятати. Використовуючи тотожності, можна спростити логічні рівняння, звести до мінімуму кількість логічних елементів, необхідних для реалізації логічних функцій.

## 15.2. ТРИГЕРИ ТА ЇХ РЕАЛІЗАЦІЯ НА БАЗІ ІМС

**Тригером називають пристрій з двома стійкими станами, які він може міняти стрибком при поступленні сигналу керування.** При відсутності зовнішніх дій тригер може знаходитись в одному з стійких станів тривалий час. Тригери виготовляють як на окремих (дискретних) елементах (транзисторах, діодах, резисторах, конденсаторах), так і методами інтегральної технології. Їх широко використовують у різних пристроях в яких вони виконують функції перемикаючих, лічильних та запам'ятовуючих елементів. В цифровій техніці широко використовують тригери в інтегральному виконанні на базі логічних елементів. Розглянемо декілька найбільш поширених типів таких тригерів.

Найпростіший тригер (Т) — асинхронний RS-тригер. Він має два входи  $S$  (set — встановити) і  $R$  (reset — знову встановити, тобто скинути) і два виходи —  $Q$  та  $\overline{Q}$ . Будемо позначати літерами  $Q_n$ ,  $\overline{Q}_n$  вихідні логічні сигнали тригера до поступлення вхідних сигналів, а літерами  $Q_{n+1}$  та  $\overline{Q}_{n+1}$  — вихідні сигнали тригера після дії вхідних сигналів. Тригер називають асинхронним тому, що перехід в новий стан відбувається відразу після надходження вхідного сигналу.

На рис. 15.5, а наведено позначення RS-тригера, а на рис. 15.5, б — реалізація RS-тригера на логічних елементах І-НІ. Відмітимо, що в схемі тригера мають місце

зворотні зв'язки з виходів тригера на входи логічних елементів, що дозволяє враховувати його попередній стан. На рис. 15.5, в наведені часові діаграми вхідних і вихідних сигналів тригера. Таблиця істинності RS-тригера для ряду вхідних сигналів має вигляд:

S	R	$\bar{S}$	$\bar{R}$	$Q_n$	$\bar{Q}_n$	$Q_{n+1}$	$\bar{Q}_{n+1}$
0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0		

заборонена комбінація

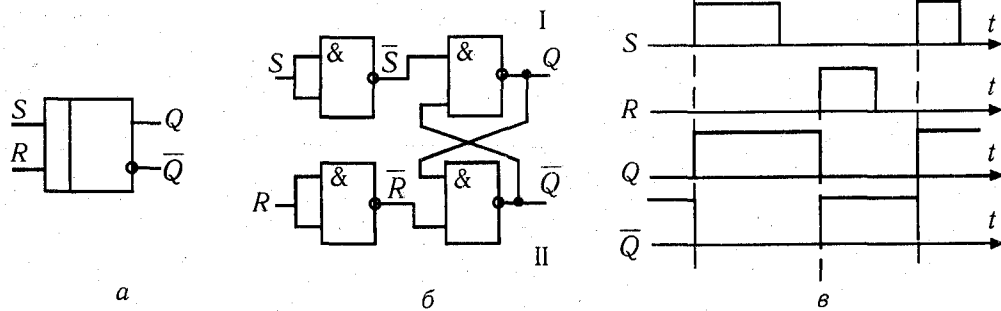


Рис. 15.5

В першому рядку таблиці показано, що відсутність вхідних сигналів  $S = R = 0$  приводить до появи на виходах  $\bar{S}$  і  $\bar{R}$  логічних одиниць.

Попередній стан сигналу  $Q_n = 1$  дає на виходах елемента II логічні одиниці, якщо на вході  $S$  був сигнал 0. Отже на виході отримується інверсний сигнал  $\bar{Q}_{n+1} = 0$ . Попередній стан сигналу  $\bar{Q}_n = 0$  дає на одному з входів елемента I сигнал 0, в зв'язку з чим на виході цього елемента I—II отримується  $\bar{Q}_{n+1} = 1$ . Отже, відсутність сигналів на входах  $S$  і  $R$  не викликає зміни вихідних сигналів. Поява сигналу  $R = 1$ ,  $S = 0$  приводить до зміни станів вихідних сигналів ( $Q_{n+1} = 0$ ,  $\bar{Q}_{n+1} = 1$ ). Подача сигналів  $S = 1$ ,  $R = 0$  приводить до нової зміни станів вихідних сигналів ( $Q_{n+1} = 1$ ,  $\bar{Q}_{n+1} = 0$ ). Одночасна подача сигналів  $S = R = 1$  викликає  $\bar{S} = \bar{R} = 1$  і це має привести до появи  $Q = \bar{Q} = 1$ . Такий сигнал не використовується. В скороченому вигляді таблицю істинності RS-тригерів можна зобразити так:

S	R	$Q_{n+1}$
0	0	$Q_n$
0	1	0
1	0	1
1	1	заборонена комбінація

Якщо в пристрої є декілька RS-тригерів, то часто виникає необхідність синхронізації переключень тригерів в часі, оскільки неодноразовне їх переключення може привести до виникнення непередбачених станів. В таких випадках використовуються

**синхронні тригери**, які мають додатковий тактовий вхід і сприймають інформацію на входах лише за наявності тактового імпульсу. На рис. 15.6 показані позначення синхронного тригера (рис. 15.6, а) та його схема (рис. 15.6, б). З схеми видно, що за відсутності тактового сигналу на вході  $C$  ( $C = 0$ ) на виходах  $\bar{S}$  і  $\bar{R}$  встановлюються логічні одиниці,  $\bar{S} = \bar{R} = 1$ . Як було показано вище, елементи I і II, маючи такі вхідні сигнали, не змінюють сигналів на виходах  $Q$ ,  $\bar{Q}$ .

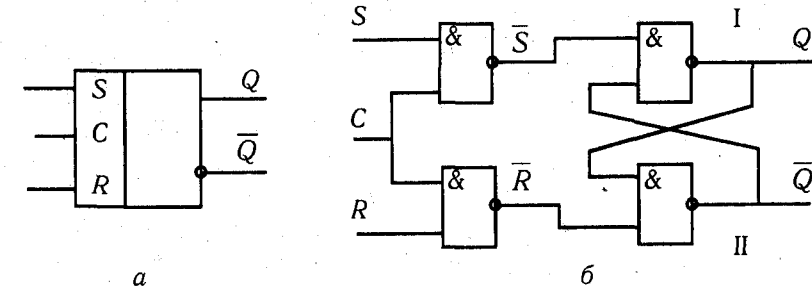


Рис. 15.6

Найбільш універсальним серед синхронних тригерів є JK-тригер. Схемна реалізація його досить складна, але для використання тригера достатньо знати призначення його виводів та алгоритм роботи. На рис. 15.7, а показано схемне позначення JK-тригера, а на рис. 15.7, б — часова діаграма, що пояснює його роботу.

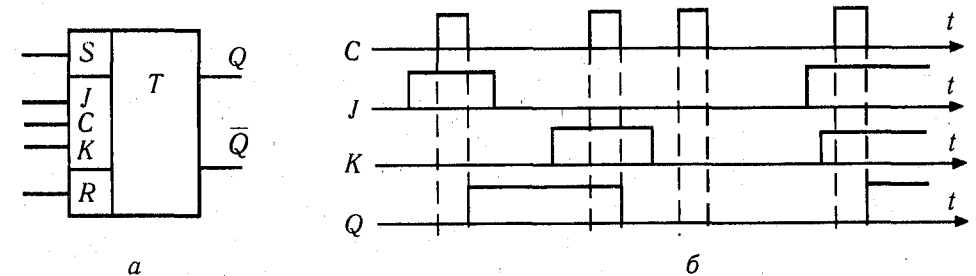


Рис. 15.7

За умовою наявності нульових сигналів на входах  $J$ ,  $C$ ,  $K$  тригер зберігає свій стан. Сигнал  $J = 1$  вмикає тригер: після закінчення тактового імпульсу  $C = 1$  тригер стає в положення "ввімкнено" і  $Q_{n+1} = 1$ . Сигнал на вході  $K$  вмикає тригер по зрізу тактового імпульсу  $C$ . За наявності сигналів  $J = K = 0$  надходження тактових імпульсів не викликає змін у стані тригера. Якщо ж вхідні сигнали  $J = K = 1$ , надходження тактового імпульсу перекидає тригер до протилежного стану:  $Q_{n+1} = \bar{Q}_n$ . Нагадаємо, що для RS-тригерів така вхідна комбінація сигналів заборонена.

Промисловість випускає готові JK-тригери у вигляді ІМС, які мають додаткові установчі входи  $R$  і  $S$ . Ці входи асинхронні. Після подачі  $R = 0$ ,  $S = 1$  тригер миттєво встановлює на виході  $Q_{n+1} = 1$ , а після подачі сигналів  $R = 1$ ,  $S = 0$  встановлює  $Q_{n+1} = 0$ . Таблиця істинності JK-тригера має вигляд:

$J$	$K$	$Q_{n+1}$
0	0	$Q_n$
1	0	1
0	1	0
1	1	$\bar{Q}_n$

На базі JK-тригера можна побудувати ряд інших тригерів.

**1. Синхронний RS-ТРИГЕР.** Якщо прийняти, що  $J = S$ ,  $K = R$ , а комбінацію  $J = K = 1$  вважати забороненою, то таблиця істинності JK-тригера еквівалентна таблиці істинності RS-тригера з тією різницею, що зміна вихідних сигналів для JK-тригера відбувається лише в момент зрізування тактового імпульсу на вході  $C$ . Отже тригер стає синхронним.

**2. Лічильний Т-тригер ("tumble"—перекидатися).** В цьому тригері входи  $J$  і  $K$  під'єднуються до потенціалу, що відповідає логічній одиниці:  $J = K = 1$ , а вхід синхронізуючого тактового імпульсу позначають як  $T$ . В момент зрізу чергового тактового імпульсу тригер перекидається в протилежний стан  $Q_{n+1} = \bar{Q}_n$ . Позначення Т-тригера показано на рис. 15.8, а, а на рис. 15.8, б наведені часові діаграми його роботи.

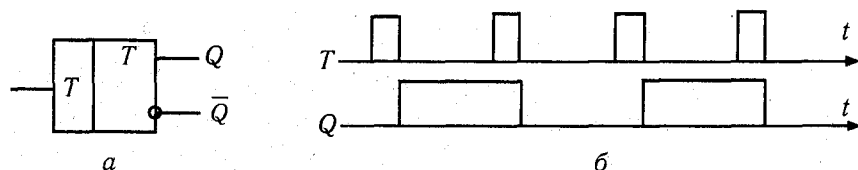


Рис. 15.8

З діаграм видно, що частота повторення сигналу на виході  $Q$  вдвічі менша частоти повторення тактових імпульсів  $T$ , тобто він ділить вхідну частоту на два. Тому Т-тригери використовують в лічильниках, подільниках частоти, різного роду перемикачах.

**3. D-тригер.** В D-тригері  $J = \bar{K} = D$ . Він має тільки тактовий вхід  $C$  та вхід  $D$ . D-тригер може бути виконаний на базі JK-тригера вмиканням на входах  $J$ ,  $K$  елемента НІ, який забезпечує виконання умови  $J = \bar{K} = D$ . В такому тригері використовуються лише другий та третій рядки таблиці істинності JK-тригера. З таблиці видно, що в D-тригері  $Q_{n+1} = D$ , тобто тригер запам'ятовує сигнал на вході  $D$  в момент тактового імпульсу і тримає його до наступного тактового імпульсу ("delay"-затримка). Тому цей тригер може використовуватися як елемент пам'яті.

Промисловість випускає спеціальні ІМС D-тригерів по два-чотири тригери в кожній. Мікросхеми D-тригерів мають ту особливість, що перемикання D-тригера відбувається на фронті тактового імпульсу. Позначення D-тригера та його часові діаграми наведені на рис. 15.9.

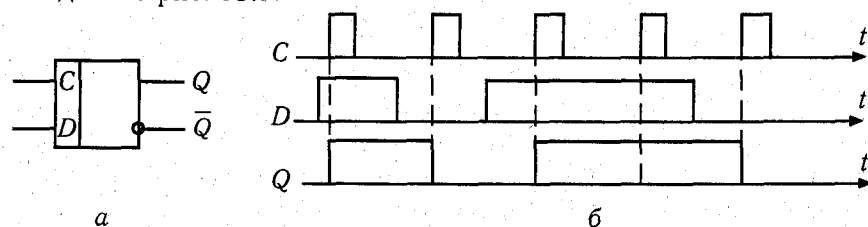


Рис. 15.9

### 15.3. ЛІЧИЛЬНИКИ ІМПУЛЬСІВ

Лічильники імпульсів призначені для лічби кількості імпульсів, що поступають на їх вхід. Результат лічби фіксується ("записується") в них в двійковому коді (про двійкову систему числення див. у розділі 16.1). Максимальне десяткове число  $N$ , яке може бути записане до лічильника імпульсів дорівнює  $N = 2^n - 1$ , де  $n$  — кількість розрядів лічильника. На рис. 15.10 показана схема трирозрядного лічильника імпульсів на додавання. Він реалізує лічбу імпульсів від 0 до  $N = 2^3 - 1 = 7$ . Для збільшення числа  $N$  необхідно збільшити розрядність виходів лічильника імпульсів, тобто кількість послідовно з'єднаних тригерів Т.

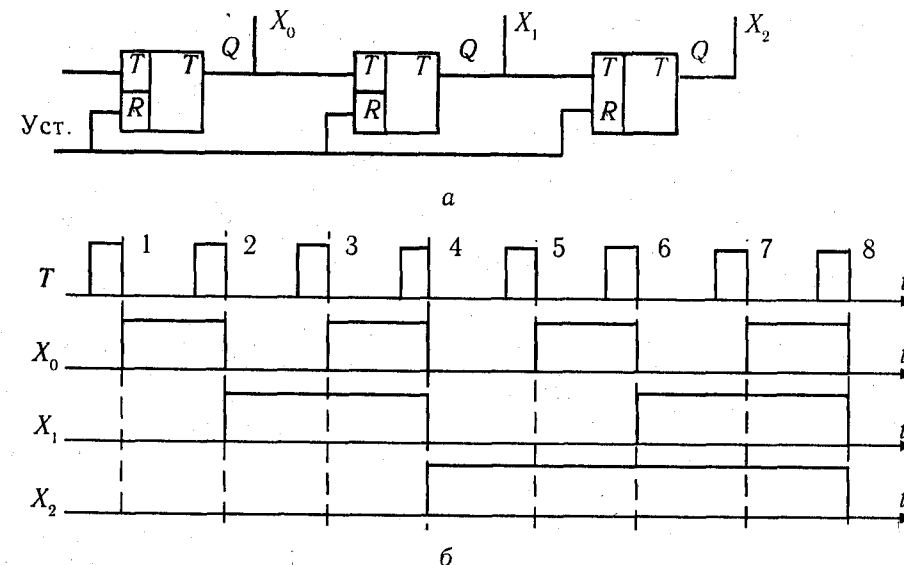


Рис. 15.10

Молодший розряд лічильника створюється на вході  $X_0$ , який є одночасно входом для Т-тригера, що створює на виході  $X_1$  наступний розряд. Діаграма імпульсів, що створюється на виходах лічильника імпульсів, показана на рис. 15.10, б. Таблиця станів виходів лічильника згідно з цією діаграмою має вигляд:

номер імпульсу	$X_2$	$X_1$	$X_0$
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1
8	0	0	0

З таблиці видно, що стан розрядів  $X_0, X_1, X_2$  лічильника імпульсів являє собою запис кількості імпульсів у двійковому коді. Після запису числа  $N = 2^3 - 1 = 7$  лічильник обнулюється. Лічильники широко використовують в обчислювальних та керуючих пристроях.

### 15.4. РЕГІСТРИ

**Регістри** — це функціональні вузли, призначені для збереження інформації. Інформація поступає і зберігається у вигляді  $n$ -розрядних двійкових чисел. Регістри бувають паралельні і послідовні.

**Паралельний регістр.** Схема трирозрядного паралельного регістра на синхронних D-тригерах зображена на рис. 15.11. Як відомо, D-тригер передає інформацію з входу  $X$  на вихід  $Q$  по фронту тактового імпульсу синхронізації на вході  $C$  і зберігає інформацію на виході до поступлення наступного імпульсу синхронізації.

В схемі на рис. 15.11 поступлення тактового імпульсу  $C$  дає встановлення на виходах тригера  $Q_{1(n+1)} = X_1; Q_{2(n+1)} = X_2; Q_{3(n+1)} = X_3$ . Інформація зберігається у вигляді паралельного коду і може бути зчитана одночасно з усіх виходів тригера  $Q_1, Q_2, Q_3$ .

**Послідовний регістр.** Схема трирозрядного послідовного регістра та його часові діаграми під час запису числа  $101 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$  в двійковому коді показані на рис. 15.12. Подача кожного тактового імпульсу  $C$  здійснює зсув інформації з входу  $X$  до виходу  $Q_1$ , з виходу  $Q_1$  — на вихід  $Q_2$ , і з виходу  $Q_2$  — на вихід  $Q_3$ . Тому послідовний регістр називають ще зсуваючим. Після подачі трьох сигналів 1, 0, 1 на вхід  $X$  синхронно з тактовими імпульсами

на виходах  $Q_3$  (старший розряд),  $Q_2, Q_1$  (молодший розряд) буде сформований код 101. Його можна зчитати паралельно з виходів  $Q_1, Q_2, Q_3$  або послідовно з виходу  $Q_3$ , якщо подати на вхід  $C$  три тактових імпульси.

Застосування послідовних регістрів збільшує час обробки інформації, але зменшує кількість паралельних проводів.

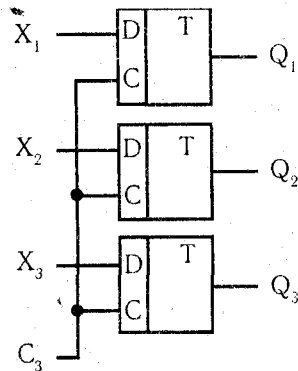


Рис. 15.11

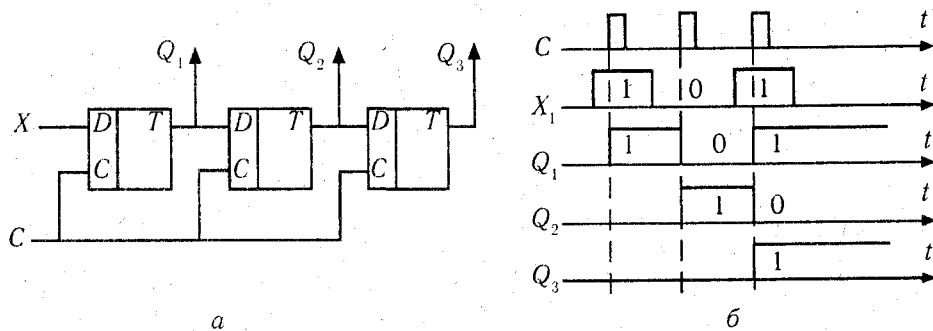


Рис. 15.12

### 5.5. КОМБІНАЦІЙНІ ЛОГІЧНІ ПРИСТРОЇ

**Комбінаційні логічні пристрої** — це такі пристрої, чиї вихідні функції однозначно визначаються вхідними функціями в той самий момент часу. Будь-який комбінаційний логічний пристрій використовує, звичайно, основні логічні операції І, НІ, АБО. Але під час проектування логічних пристроїв доцільно використовувати обмежену номенклатуру логічних елементів. Це збільшує тираж відповідних ІМС, здешевлює виріб. Тому корисно знати і враховувати, що будь-який логічний пристрій можна реалізувати виключно на елементах І—НІ або АБО—НІ.

Покажемо за допомогою тотожностей алгебри логіки, що всі основні операції (І, НІ, АБО) можна виконати комбінаціями операцій І—НІ.

Операція НІ записується  $Y = \bar{X}$ . Операція І—НІ записується рівнянням  $Y = X_1 \times X_2$ . Але  $Y = X_1 \times X_2 = \overline{\bar{X}_1 + \bar{X}_2}$ . Якщо прийняти  $X_1 = X_2$  (тобто з'єднати входи елементів І—НІ), то  $Y = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 = \bar{X}_1$  (тотожність 1 в 15.1). Отже, елемент І—НІ на рис. 15.13, а із з'єднаними входами виконує операцію НІ.

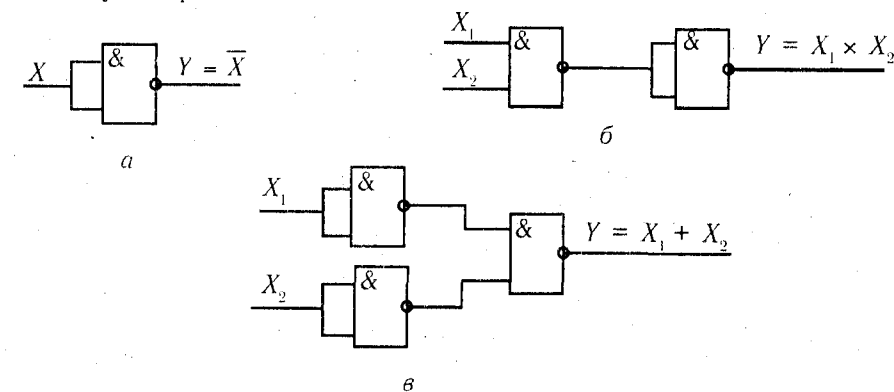


Рис. 15.13

Операція І записується рівнянням  $Y = X_1 \times X_2$  (для елемента з двома входами) і може бути виконана двома елементами І—НІ, з'єднаними за схемою (рис. 15.13, б). В цій схемі  $Y_1 = X_1 \times X_2, Y = \bar{Y}_1 = \overline{X_1 \times X_2} = X_1 + X_2$  згідно з тотожністю 9 в (15.1).

Операція АБО записується рівнянням  $Y = X_1 + X_2$  і може бути виконана елементами І—НІ схеми (рис. 15.13, в). В цій схемі  $Y = X_1 \times X_2 = X_1 + X_2$  (згідно з тотожностями 12 і 9 у 15.1).

Розглянемо найбільш розповсюджені комбінаційні ІМС.

**Дешифратори.** Дешифратор — це комбінаційно-логічна схема, яка для кожної комбінації кодів на вході формує логічний сигнал "1" (або "0") лише на одному виході. На рис. 15.14, а, б показані позначення дешифратора з чотирма входами  $X_0, X_1, X_2, X_3$  та його таблиця істинності.

Дешифратор формує логічну одиницю на тому виході, номер якого відповідає десятковому значенню двійкового числа на вході. Наприклад, якщо  $X_3 = 0, X_2 = 1, X_1 = 0, X_0 = 1$ , то двійкове число 0101 має значення 5 в десятковому коді і на п'ятому виході дешифратора отримується  $Y_5 = 1$ .

Дешифратори широко використовуються для перетворення двійкового кода в десятковий, а також для селекції певної мікросхеми, наприклад, мікропроцесором.



Якщо вхід елемента DC під'єднати до лічильника імпульсів, то отримується розподілювач імпульсів, який буде подавати селекційні сигнали на виходи; відповідні кількості поданих імпульсів.

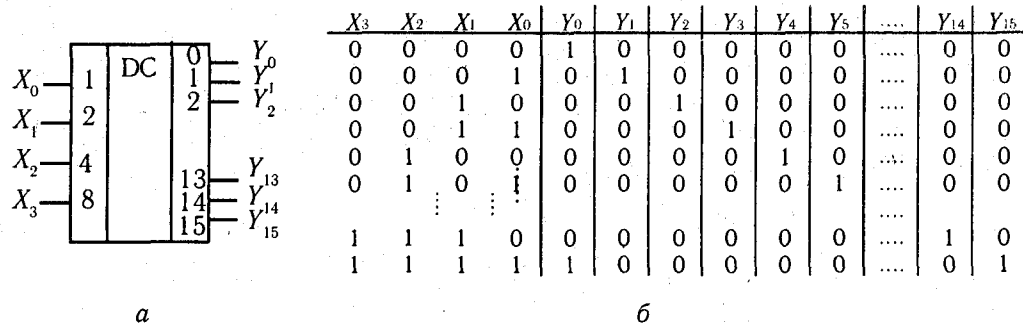


Рис. 15.14

Крім дешифраторів, які перетворюють код в логічну одиницю, застосовуються і дешифратори, що перетворюють код до кода. Такі дешифратори широко використовуються для управління індикаторами, що відображають знакову інформацію.

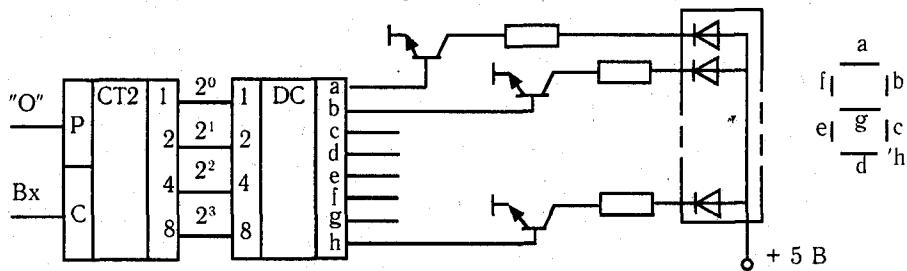


Рис. 15.15

На рис. 15.15 наведена схема лічби та відображення кількості імпульсів за допомогою семисегментного індикатора. У табл. 15.1 показані стани виводів двійково-десятькового дешифратора, керуючого семисегментним індикатором. Якщо на вхід лічильника СТ2 було подано дев'ять імпульсів, то на його виходах формується двійковий код 1001, що відповідає у десятковому коді числу 9. Відповідно цьому вхідному коду на виході дешифратора DC утворюється код 1111 0110 і на всі сегменти індикатора, крім сегментів "e" та "h", подається напруга, що призводить згідно з схемою (рис. 15.15) до свічення сегментів a, b, c, d, f, g та утворення індикатором зображення цифри "9".

Таблиця 15.1

Цифра у десятковому коді	Код на виході СТ2				Код на виході DC							
	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	a	b	c	d	e	f	g	h
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
9	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0

**Мультиплектори.** Мультиплексор — це комбінаційний пристрій, в якому вихід з'єднується з одним із декількох входів у відповідності до адресного коду, поданого на його адресні входи. На рис. 15.16, а показано умовне позначення мультиплексора на чотири входи, а на рис. 15.16, б — його спрощена схема. При наявності на адресних входах  $A_0, A_1$  мультиплексора сигналів  $A_0 = A_1 = 0$ , мультиплексор з'єднує вихід  $Y$  з входом  $X_0$ , що й показано на рис. 15.16, б. Якщо ж  $A_0 = 1, A_1 = 0$ , то  $Y = X_1$ ; якщо  $A_0 = 0, A_1 = 1$ , то  $Y = X_2$  і при  $A_0 = 1, A_1 = 1$  —  $Y = X_3$ .

Роботу мультиплексора описує логічне рівняння:

$$Y = X_0 \times \bar{A}_0 \times \bar{A}_1 + X_1 \times \bar{A}_0 \times A_1 + X_2 \times A_0 \times \bar{A}_1 + X_3 \times A_0 \times A_1$$

Мультиплектори знаходять широке застосування в мікроелектронних та мікропроцесорних пристроях.

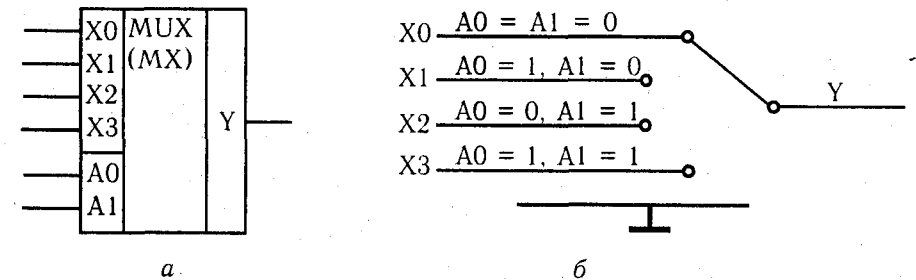


Рис. 15.6

**Постійний запам'ятовуючий пристрій (ПЗП)** — це велика інтегральна мікросхема, яка має  $p_1$  входів і  $p_2$  виводів. Спрощена структурна схема ПЗП показана на рис. 15.17, а. ПЗП має  $p_1 = 2, p_2 = 3$ . На вході його встановлено дешифратор DC. Для кожної комбінації вхідних сигналів  $A_0, A_1$ , що подаються на адресні входи ПЗП, з'являється сигнал "1" на одному з виходів дешифратора. Між виходами дешифратора  $Y_0, Y_1, Y_2, Y_3$  та вихідними шинами даних ПЗП  $D_0, D_1, D_2$  ввімкнені ланцюжки з двох діодів. Схема одного такого ланцюжка наведена на рис. 15.17, б. Оскільки діоди ввімкнені послідовно і зустрічно, ланцюжки не проводять струм і зв'язок між виводами  $Y_0, Y_1, Y_2, Y_3$  та  $D_0, D_1, D_2$  після виготовлення ПЗП відсутній.

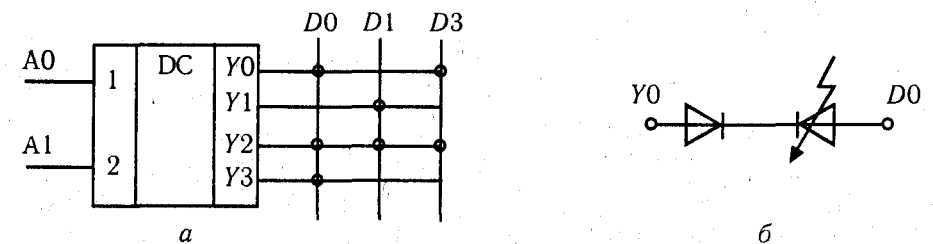


Рис. 15.17

Споживач ПЗП створює потрібні зв'язки між виводами поданням пробивної напруги між певними виводами. При цьому потрібні діоди пробиваються і утворюють на своїх виводах коротке замикання. Завдяки цьому створюються постійні гальванічні зв'язки, показані на рис. 15.17, а кружечками. Якщо подати сигнал "1" на вивід  $Y_0$ , то отримається 1 на виводах  $D_0, D_2$ . Отже, адресним кодам  $A_0, A_1$  в схемі рис. 15.17, а, відповідатимуть певні коди на шині даних ПЗП:

$A_0$	$A_1$	$D_0$	$D_1$	$D_2$
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	1	0	0

Такі двійкові коди на шині даних можна використати для запису чисел (даних), або команд в обчислювальних або керуючих пристроях, зокрема в мікропринесорах.

### 15.6. ЦИФРО-АНАЛОГОВІ ТА АНАЛОГО-ЦИФРОВІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ

В цифрових пристроях, які керують технічними системами виникає необхідність перетворення аналогової величини (швидкості обертання, температури, тиску) в цифровий код, який подається на вхід цифрового пристрою. Це необхідно для порівняння фактичного (вимірюваного) значення фізичної величини з її заданим значенням, тобто для здійснення так званого зворотного зв'язку в системах керування. Часто виникає необхідність і зворотного перетворення цифрового коду в аналоговий сигнал (напругу, струм), щоб створити необхідний сигнал управління технічним пристроєм. Для виконання таких стандартних задач використовуються аналого-цифрові та цифро-аналогові перетворювачі, виконані у вигляді ІМС.

**Цифро-аналоговий перетворювач (ЦАП)** перетворює цифровий двійковий код  $Q_n, Q_{n-1}, \dots, Q_2, Q_1, Q_0$  в аналогову величину — вихідну напругу  $U_{ВИХ}$ . Роботу чотирихрозрядного ЦАП можна описати наступним рівнянням:

$$U_{вих} = e \times (Q_0 \times 1 + Q_1 \times 2 + Q_2 \times 4 + Q_3 \times 8) \quad (15.1)$$

Тут  $e$  — напруга, яка відповідає "вазі" наймолодшого розряду двійкового числа;  $Q_0 \dots Q_3$  — значення першого розряду двійкового числа (0 або 1). Наприклад 1100 (12 в десятковому код) відповідає  $U_{вих} = e (0 \times 1 + 0 \times 2 + 1 \times 4 + 1 \times 8) = 12e$

Спрощена схема реалізації ЦАП показана на рис. 15.18. Якщо  $Q_i = 1$ , то  $i$ -тий ключ в схемі замкнутий, а якщо  $Q_i = 0$  то ключ розімкнутий. Опір  $R \gg R_{нв}$ .

Обведений штриховою лінією двополюсник з опором  $R_{ек}$  та опір навантаження  $R_{нв}$  створюють подільник напруги. Тоді вихідна напруга

$$U_{ВИХ} = E \times \frac{R_{нв}}{R_{ек} + R_{нв}} \approx E \times \frac{R_{нв}}{R_{ек}} \quad (15.2)$$

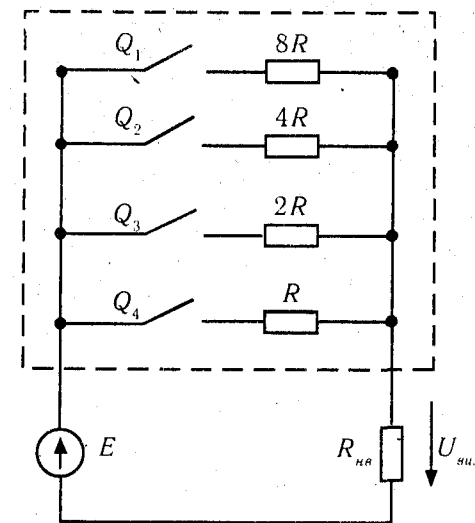


Рис. 15.18

Провідність двополюсника

$$\frac{1}{R_{ек}} = \frac{Q_0}{8R} + \frac{Q_1}{4R} + \frac{Q_2}{2R} + \frac{Q_3}{R} \quad (15.3)$$

Якщо  $Q_i = 0$ , то відповідний член у цьому рівнянні дорівнює 0. З рівнянь (15.2), (15.3) отримуємо:

$$U_{ВИХ} = E \times \frac{R_{нв}}{8R} (Q_0 \times 1 + Q_1 \times 2 + Q_2 \times 3 + Q_3 \times 8)$$

Цей вираз ідентичний (15.2) і в ньому  $E \times R_{нв} / 8R = e$ .

**Аналого-цифровий перетворювач** складається з мультивібратора МВ, який генерує тактові імпульси  $C$  (рис.15.19, а), реверсивного лічильника СТ, який підраховує тактові імпульси, ЦАП і компаратора К. Лічильник працює на додавання, якщо на його вхід "+" подається сигнал "1", і на віднімання при наявності на цьому вході сигналу "0". На один з входів компаратора подано вхідний аналоговий сигнал. В момент початку роботи сигнали на виході лічильника  $Q_0 = Q_1 = Q_2 = Q_3 = 0$ , внаслідок чого на виході ЦАП сигнал  $U_{ВИХ} = 0$ .

Часові діаграми  $U_{ВХ} = U_{ВХ}(t)$  та  $U_{ВИХ} = U_{ВИХ}(t)$  показані на рис.5.19, б. З них слідує, що в момент першого тактового імпульсу  $C$  напруга  $U_{ВХ} > U_{ВИХ}$ . За наявності  $U_{ВХ} - U_{ВИХ} > 0$  компаратор подає сигнал "1" на вхід "+" лічильника і він починає збільшувати цифровий код на виводах  $Q_0 \dots Q_3$  з кожним тактом. Коли ж сигнал ЦАП  $U_{ВИХ}$  стане більшим  $U_{ВХ}$ , компаратор видасть на своєму виході сигнал "0" низького рівня і лічильник переходить до режиму роботи на віднімання. Черговий імпульс  $C$  зменшує коди лічильника на одиницю, що зменшує сигнал на виході ЦАП і якщо його  $U_{ВИХ} < U_{ВХ}$  — компаратор знову видає сигнал "1" на своєму

виході і так далі. При цьому вихідна напруга ЦАП  $U_{\text{вих}}$  коливається навколо значення  $U_{\text{вх}}$  (рис. 15.19, б).

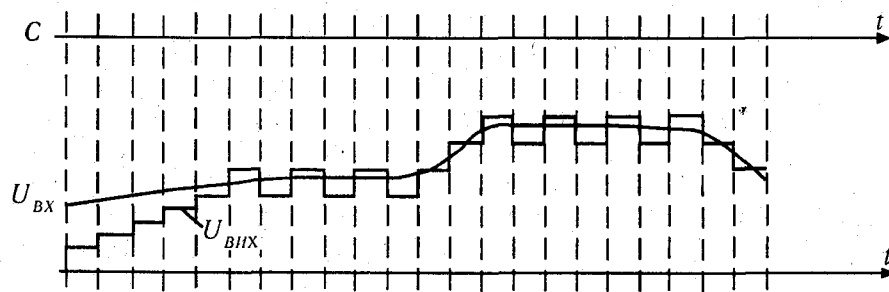
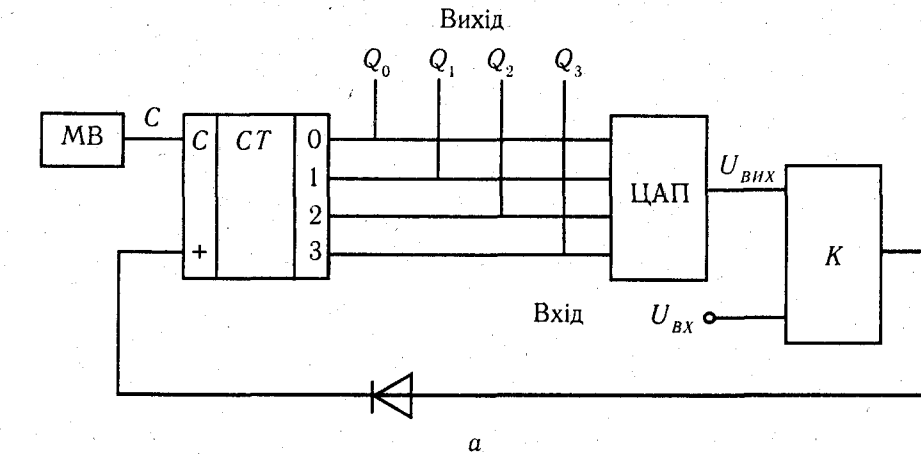


Рис. 15.19

### 15.7. РЕЗЮМЕ

1. Логічними повідомленнями називають такі, істинність або невірність яких може бути визначена однозначно. Логічні повідомлення можуть приймати стан "ІСТИНА" (1) або "НЕПРАВДА" (0). Такі ж стани можуть приймати пристрої релейно-контактної автоматики ("ввімкнено — вимкнено), тому послідовність їх дій (алгоритм) можуть описувати рівняння, складені з логічних повідомлень.

2. Основними операціями обробки логічних повідомлень є: операція НІ (логічне заперечення або інверсія), операція АБО (логічне додавання або діз'юнкція) та операція І (логічне множення або кон'юнкція). Крім цих основних логічних операцій використовують ще похідні від них операції АБО—НІ, І—НІ, ВИКЛЮЧАЮЧЕ АБО (ОПЕРАЦІЯ НЕРІВНОЗНАЧНОСТІ) і ОПЕРАЦІЯ РІВНОЗНАЧНОСТІ.

3. Логічні елементи, які реалізують логічні операції НІ, АБО, І та інші можуть бути створені на дискретних напівпровідникових приладах (транзисторах, діодах, резисторах); на ІМС, на гідравлічних або пневматичних елементах. Техніко-

економічні переваги ІМС обумовили застосування для логічних операцій майже виключно ІМС.

4. Широко розповсюдженими логічними елементами, що мають два стійких стани, які вони можуть міняти стрибком при поступленні сигналів керування, є тригери. Найбільш прості асинхронні R-S тригери мають два входи — R та S і два виходи — прямий Q та інверсний  $\bar{Q}$ . Таблиця істинності R-S тригера:

S	R	$Q_{n+1}$
0	0	$Q_n$
0	1	0
1	0	1
1	1	заборонена комбінація.

5. Універсальні J-K-тригери крім входів R і S мають входи J, K та синхронізуючий вхід C. Для входів J, K таблиця істинності має вигляд:

J	K	$Q_{n+1}$
0	0	$Q_n$
1	0	1
0	1	0
1	1	$\bar{Q}_n$

6. На базі J-K-тригерів можна створити синхронний R-S-тригер, лічильний T-тригер, D-тригер. Синхронний R-S-тригер на базі J-K-тригера реагує на зміну вхідних сигналів лише в момент зрізування тактового імпульсу на вході C. У T-тригера входи J та K з'єднують між собою і подають на них напругу логічної одиниці, так що  $J = K = 1$ . Тоді при кожному тактовому імпульсі на вході синхронізації  $C = T = 1$  виходи тригера перекидатимуться у протилежний стан. Такі тригери використовують у лічильниках частоти. В D-тригерах  $J = \bar{K} = D$ . У такому тригері завжди сигнал на виході  $Q_{n+1}$  стає рівним  $Q_n = D$  по фронту тактового імпульсу на вході C, тобто тригер запам'ятовує сигнал на вході D в момент тактового імпульсу і тримає його до наступного тактового імпульсу. Тому цей тригер може використовуватися як елемент пам'яті.

7. Шляхом послідовного з'єднання декількох T-тригерів в такий спосіб, що вихід кожного тригера сполучається із входом наступного T-тригера можна отримати лічильник імпульсів, який буде перетворювати кількість імпульсів, що надійшла до входу першого T-тригера у двікове число, розряди якого отримуються на виходах всіх тригерів у вигляді паралельного коду.

8. Паралельний регістр — це пристрій з n входами та n виходами. При поступленні синхронізуючого імпульсу на відповідний вхід C, стан всіх вхідних розрядів передається у вихідні розряди і зберігається там до поступлення наступного імпульсу. Отже паралельний регістр можна використовувати як елемент оперативної пам'яті.

9. Послідовний регістр можна отримати з n послідовно сполучених D-тригерів. Якщо подати на синхронізуючий вхід C першого тригера n імпульсів, то на виході можна зчитати інформацію, накопичену регістром, у послідовному двійковому коді.

10. *Дешифратор* — це комбінаційно-логічний пристрій, який для кожної комбінації кодів на входах створює логічну одиницю чи нуль лише на одному своєму виході. Використовується для вибору певної мікросхеми у мікропроцесорних пристроях та для перетворення двійкового коду в десятковий. Існують також дешифратори, які перетворюють певний вхідний код до певного вихідного коду. Такі дешифратори використовують для управління індикаторами, що відображують знакову інформацію.

11. *Мультиплексор* — це комбінаційний пристрій, в якому вихід з'єднується з одним із декількох входів у відповідності до коду, поданого на його адресні входи.

12. *Постійний запам'ятовуючий пристрій (ПЗП)* — це велика інтегральна мікросхема, яка має  $m$  адресних входів і  $n$  виходів. Кількість входів визначає кількість адресованих комірок пам'яті, яка дорівнює  $2^n$ . На виходах отримуються двійкові числа, кожне з яких відповідає певній адресі комірки пам'яті.

13. В цифрових пристроях, які керують технічними системами виникає необхідність перетворення аналогової величини (кутової швидкості обертання, температури, тиску) в цифровий код, який подається на вхід цифрового пристрою. Для створення аналогових сигналів керування необхідне зворотне перетворення двійкових кодів цифрових пристроїв у аналоговий сигнал. Ці задачі розв'язуються за допомогою спеціальних пристроїв — аналогово-цифрових та цифро-аналогових перетворювачів. Конструктивно вони виконуються у вигляді інтегральних мікросхем.

## МІКРОПРОЦЕСОРИ

### 16.1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА МІКРОПРОЦЕСОРА

Сучасна технологія дозволяє виготовити вельми складні електронні пристрої у вигляді однієї або декількох ІМС. Але, щоби виробництво такого пристрою було економічно виправдано, необхідно виготовляти його масовими серіями. Разом з тим складні спеціалізовані пристрої потрібні у невеликій кількості екземплярів. Це протиріччя між можливостями технології та вузькою спеціалізованістю складних електронних пристроїв можна усунути за допомогою програмованих цифрових та логічних пристроїв, які отримали назву мікропроцесорних. Програмовані пристрої можуть виконувати різні функції в залежності від програми, що виконується, і це дозволяє розширити області їх застосування та збільшити тираж випуску.

*Мікропроцесор (МП)* — це пристрій для обробки даних за певною програмою, реалізований з використанням інтегральної технології на одній або декількох великих інтегральних мікросхемах (ВІС).

Дані, які обробляє МП, мають вигляд двійкових чисел, які можуть мати 4, 8, 16 або 32 розряди. Одиниця інформації, один біт, це однорозрядне двійкове число. Кванти інформації по 4, 8, 16, 32 біта називають словом даних. Широко розповсюджений процесор КР580ІК80 (серія К580), виконаний на одному кристалі ВІС, має 5000 транзисторів і слово даних довжиною 8 біт, що складає один байт. Спрощено МП можна представити структурною схемою на рис. 16.1. Головними частинами МП є арифметико-логічний пристрій (АЛП), пристрій керування (ПК) та регістри загального призначення (РЗП). Функції АЛП визначають архітектуру мікропроцесора в цілому. Типовими операціями, що їх виконують АЛП більшості мікропроцесорів є: ДОДАВАННЯ, ВІДНІМАННЯ, логічні І, АБО, ВИКЛЮЧАЮЧЕ АБО (операція нерівнозначності), ПОРІВНЯННЯ, ЗСУВ ВЛІВО, ЗСУВ ВПРАВО, ПРИРОЩЕННЯ ДОДАТНЕ, ПРИРОЩЕННЯ ВІД'ЄМНЕ. Деякі АЛП здатні виконувати більшу кількість операцій, в інших набір операцій обмежений.

ПК задає режим роботи всіх елементів МП і послідовність виконання всіх операцій.

РЗП виконують роль надоперативного запам'ятовуючого пристрою і призначені для зберігання  $M$   $N$ -розрядних двійкових чисел (для процесорів серії К580  $M = 6$ ,  $N = 8$ ). Одним з найважливіших регістрів МП є так званий акумулятор, який використовується у більшості арифметичних та логічних команд та у багатьох інших

командах. Крім РЗП процесор має ще декілька допоміжних регістрів, що обслуговують роботу АЛП та ПК, роль яких з'ясовано нижче у розділі 16.2.

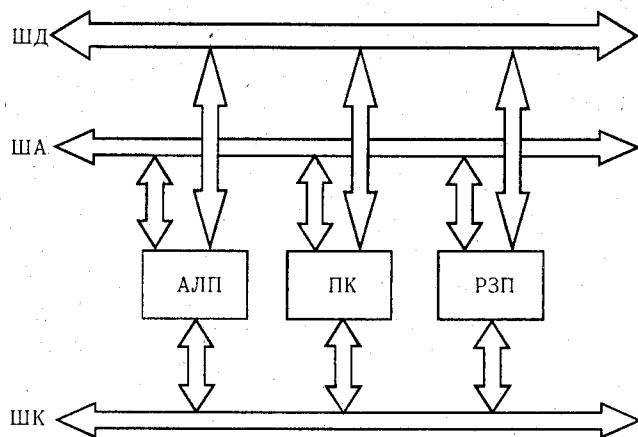


Рис. 16.1

ПК декодує і дозволяє виконувати набір команд, сформований програмою, що розміщуються в зовнішньому постійному запам'ятовуючому пристрої (ПЗП). Команди по черзі викликаються з зовнішнього пристрою пам'яті і перетворюються на сигнали, які діють на всі блоки МП. Всі блоки МП зв'язані між собою і ПЗП шиною адрес (ША), шиною даних (ШД) і шиною керування (ШК). Шина являє собою паралельні провідники, до яких підключені блоки МП та зовнішні пристрої, наприклад ПЗП. ША використовується для передачі адрес комірок пам'яті до зовнішніх пристроїв. ШД використовується для передачі даних та кодів команд, які, як і числові дані, являють собою N-розрядні двійкові числа. ШК використовується для передачі сигналів керування. ПК визначає розподіл в часі зв'язків між блоками по одних і тих самих шинах.

Типовий МП звичайно виконують у вигляді великої ІМС з приблизно 40 електричними виводами. У восьмирозрядного МП 16 виводів використовують для підключення до адресної шини (A0 — A15), 8 виводів — для підключення до шини даних (D0 — D7). 5—7 виводів припадає на підключення джерел живлення та сигнали синхронізації. Решту виводів (біля 10) використовують для передачі сигналів керування по шині керування.

Сам по собі МП не може виконати якихось корисних функцій. Але на підставі МП можна виконати мікро-ЕОМ — пристрій, який складається з МП, запам'ятовуючих пристроїв (ЗП), органів керування і зв'язку з зовнішніми пристроями (так звані інтерфейси). Сукупність мікро-ЕОМ із зовнішніми пристроями утворює мікропроцесорну систему (МПС) керування технічним об'єктом. Якщо ж мікро-ЕОМ призначена для керування якимось технічним об'єктом, то вона повинна мати засоби спряження мікропроцесорної частини з цим об'єктом, тобто пристрої вводу та виводу, спрощена структурна схема якої показана на рис. 16.2. МПС складається з мікропроцесора МП, портів вводу-виводу інтерфейсних ІМС, пристроїв вводу ПВв та виводу ПВив, генератора тактових імпульсів ГТІ та запам'ятовуючих пристроїв ЗП. Пристроями вводу можуть бути контакти давачів, що контролюють стан об'єкта, виводи давачів, які перетворюють контрольовані фізичні

параметри технічного об'єкта (температуру, тиск, деформацію, швидкість обертання) у пропорційні електричні сигнали, контакти клавіш клавіатури, АЦП і т. п. Пристроями виводу можуть бути: дисплей (пристрій для візуального відображення інформації), друкуючий пристрій, ЦАП (для отримання аналогового сигналу керування об'єктом), транзисторні ключі і т. п. Пристрої вводу-виводу, сполучені електрично з силовою мережею, можуть бути підключені до низьковольтних ІМС мікропроцесорної системи лише через оптоелектричні пристрої, які забезпечують їх взаємну електричну ізоляцію. До складу пристроїв вводу-виводу входять також електронні підсилювачі, які використовують для підсилення сигналів від давачів та сигналів керування МПС.

Порти вводу-виводу інтерфейсних ІМС призначені для короточасного зберігання інформації в процесі вводу та виводу і переключення каналів перетворення інформації. Звичайно порти інтерфейсних мікросхем під'єднують до пристроїв вводу-виводу через буферні підсилювачі, призначені для узгодження рівня потужності сигналів.

Запам'ятовуючі пристрої підрозділяють на постійні запам'ятовуючі пристрої (пам'ять програм) і оперативні запам'ятовуючі пристрої (пам'ять даних). Останні виконуються на паралельних регістрах (див. 15.4). Оперативні запам'ятовуючі пристрої допускають зчитування та запис до них інформації, постійні запам'ятовуючі пристрої допускають тільки зчитування з них інформації, попередньо записаної до них за допомогою спеціальних програматорів. Оперативні запам'ятовуючі пристрої не зберігають занесену до них інформацію при відключенні напруги живлення МПС. В разі необхідності збереження такої інформації використовують резервне живлення мікросхем оперативної пам'яті від акумулятора.

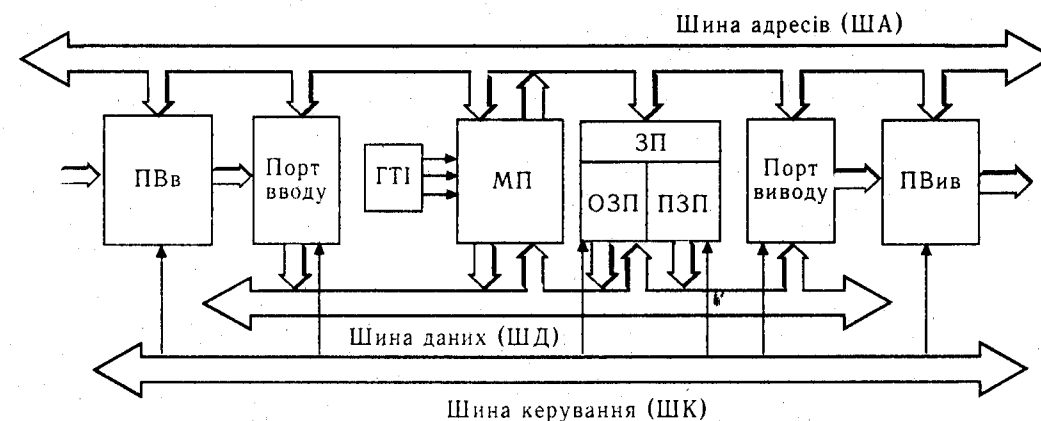


Рис. 16.2

Особливістю МПС є те, що обмін інформацією між великою кількістю пристроїв здійснюється за допомогою спільних для всіх пристроїв шин — ША, ШД, ШК. За допомогою сигналів, що їх подає МП по шині керування, потрібні елементи МПС в певний момент працюють в режимі передачі даних до шин, інші — в режимі прийому даних з шин, а решта елементів переводяться в стан від'єднання від шин, тобто не реагують на числові коди, що появляються на ШД та ША.

Пристрій керування, що входить до складу МП, забезпечує певну послідовність сигналів керування за допомогою генератора тактових імпульсів (ГТІ). Частота сигналів ГТІ обмежена швидкістю логічних елементів і лежить звичайно в межах 0,5—40 МГц. Для процесора серії К580 частота тактових імпульсів  $f = 2$  МГц. Отже період тактових імпульсів  $T = 0,5$  мкс. Одна команда процесора К580, в залежності від її складності, виконується за 4—18 тактів. Отже, найкоротша команда виконується за 2 мкс, а найдовша — за 9 мкс. Якщо прийняти, що в середньому одна команда виконується за 8 тактів, тобто за 4 мкс, то за 0,1 сек. процесор виконає 25 000 команд. Припустимо, що МПС здійснює керування технічним об'єктом і програма, яку виконує МПС, складається з 1500 команд. Тоді за 0,1 сек. програма буде циклічно виконана більше як 16 раз. Це дозволяє МП обслуговувати всі зовнішні пристрої так, що у людини-оператора створюється враження неперервної взаємодії всіх елементів МПС, ніби вони працюють за принципом "кожний з кожним".

Для обробки інформації у МПС використовують двійкову систему числення, в якій використовують лише два символи. Це добре узгоджується з технічними характеристиками пристроїв, які мають лише два стійких стани: "ввімкнено" та "вимкнено". Звичайно для позначення цих станів використовують відповідно символи 1 та 0.

У двійковій системі числення, так само як і у десятковій, кожній позиції (розряду) призначено певна вага. Але якщо у десятковій системі ця вага дорівнює числу 10 у деякому ступені, то у двійковій системі замість числа 10 використовується число 2. Вага перших 12 позицій (розрядів) цифр двійкового числа має значення:

2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
$2^{11}$	$2^{10}$	$2^9$	$2^8$	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$

Як і у десятковій системі для відокремлення дробної частини від цілої використовують крапку (двійкову крапку). Вага кожної позиції справа від крапки дорівнює основі системи 2 у від'ємній степені, значення якої визначається номером позиції. Наприклад, двійкове число  $11.101_2 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = 3.625_{10}$ .

Кожна команда МП містить у собі код операції, що виконується у відповідності з даною командою, та операнди — тобто число, над яким виконується команда або адреса комірки пам'яті, в яких записано число. Вся інформація в МП представлена у вигляді двійкових чисел. Тому кожна команда виглядає як багаторозрядне двійкове число. Наприклад, команда "завантажити до акумулятора МП зміст комірки пам'яті з номером 2056<sub>10</sub>" записується у вигляді кода з форматом три байти:

0011 1010 0000 1000 0000 1000

Перший зліва байт (вісім розрядів) — це код операції, а інші два байти — це код адреси комірки пам'яті, тобто число 2056 у двійковому коді. Дійсно, число  $0000 1000 0000 1000 = 2^{11} + 2^3 = 2048 + 8 = 2056_{10}$ .

Запис кодів команд у двійковій системі числення дуже громіздкий. Тому для спрощення запису програм використовують шістнадцяткову систему числення. Вона складається з 16-ти символів, кожному з яких відповідає чотирирозрядне число у двійковому коді. Таблиця 16.1 показує запис числа у шістнадцятковому, двійковому

та десятковому кодах. В разі застосування шістнадцяткової форми запису код тієї самої команди виглядає значно коротше:

3A 0808.

Таблиця 16.1

**Шістнадцяткові числа та їх двійкові і десяткові еквіваленти**

Шістнадцяткове число	Двійкове число	Десяткове число
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
A	1010	10
B	1011	11
C	1100	12
D	1101	13
E	1110	14
F	1111	15
10	1 0000	16
.....	.....	.....
14	1 0100	20
15	1 0101	21
16	1 0110	22
.....	.....	.....
1E	1 1101	30
1F	1 1111	31
20	10 0000	32

Тут 3A — код операції, 0808 — адреса комірки пам'яті у шістнадцятковому коді. Число  $0808_{16} = 8 \times 16^2 + 8 \times 16^0 = 2056_{10}$ .

Ще зручніше записувати команди для МП мовою Асемблера, яка дозволяє відобразити в команді її змістовний сенс. Вище розглянута команда мовою Асемблера запишеться так:

LDA 0808H.

Тут "LDA" — скорочення від англійського "Load to accumulator" ("завантажити до акумулятора"), 0808H — адреса комірки пам'яті. Літера "H" після числа 0808 показує, що число записано у шістнадцятковому коді (Hexadecimal code).

Програміст, який складає програму мовою Асемблера, повинен розписати всі переміщення даних та операції над ними по кроках. На кожному кроці програми виконується одна команда. І на кожному кроці виконання програми програміст повинен

знати, де є вільні і зайняті місця на полі пам'яті програм, на полі пам'яті даних, як використовуються регістри загального призначення. Крім того, програміст має передбачити в програмі встановлення в потрібний момент зв'язків між певними зовнішніми пристроями і певними портами вводу-виводу інтерфейсних ІМС. Тобто програміст має враховувати в програмі реальну принципову схему апаратної частини МПС. Все це значно ускладнює роботу програміста. В цілому, розробка програмного забезпечення МПС та його відладка часто буває дорожчими, ніж створення її апаратної частини. Після відладки програми її переклад з мови Асемблера на мову двійкових машинних кодів здійснюється спеціальною програмою і в такому вигляді записується до ПЗП.

Полегшити програмування МПС використанням будь-якої мови високого рівня (БЕЙСІК, ФОРТРАН і інші) недоцільно. Використовуючи мови високого рівня, програміст втрачає можливості контролю за використанням ресурсів пам'яті. А це призводить до того, що програма, яка здійснює переклад програми з мови високого рівня в машинні двійкові коди, не дає оптимального результату ні в часі виконання такої програми, ні в обсязі пам'яті. Це неприйнятно для МПС, керуючих технічними пристроями, оскільки, по-перше, вони повинні мати якомога компактнішу апаратну частину, а по-друге, — працювати у реальному масштабі часу, тобто із швидкістю не меншою тої, з якою відбуваються процеси, якими керує МП

Потужність МП визначається його здатністю обробляти дані. Вона оцінюється трьома параметрами: довжиною слова даних, довжиною слова пам'яті, швидкістю виконання команд. Довжина слова даних мікропроцесорів у системах керування технічними об'єктами найчастіше має вісім або шістнадцять розрядів. Довжина слова пам'яті визначає кількість комірок пам'яті, до яких має звернутися МП. Наприклад, якщо слово пам'яті має чотири розряди, то на ША можна отримати лише  $s^4 = 16$  комбінацій двійкових кодів, які відповідають десятковим числам 0, 1, 2, ..., 15, тобто звернутися лише до 16 комірок пам'яті. Для МПС на базі процесора серії К580, який має шістнадцятирозрядну ША, обсяг адресного поля дорівнює  $2^{16} = 2^{10} \times 2^6 = 2^{10} \times 64 = 64$  Кбайт (тут  $2^{10} = 1$  Кбайт = 1024 біта, тобто розряди). Але, оскільки МПС, керуюча технічним об'єктом, повинна працювати в реальному масштабі часу, навіть такий обсяг пам'яті програм може виявитися надлишковим. Тому для МПС розроблені мікроЕОМ з меншим обсягом пам'яті програм. До таких належить однокристалні мікроЕОМ серії К1816, які реалізують на одній ВІС функції вводу, виводу, зберігання та обробки даних і обсяг ПЗП до 4 Кбайт. Такі ЕОМ дозволяють досягти максимального спрощення та здешевлення систем керування.

Тактова частота однокристалних мікроЕОМ серії К1816 лежить в межах 6—12 МГц. Тому шини МПС мають бути якомога коротшими, оскільки мають великий індуктивний опір. Крім того, зовнішні магнітні поля можуть індукувати в шинах МПС імпульси, які можуть викликати збої в роботі системи. Тому для ліній паралельного вводу-виводу максимальна довжина шин не повинна перевищувати одного-двох метрів. Крім того, для підвищення заводостійкості МПС шини доводиться екранізувати. Якщо ж відстань від зовнішніх пристроїв до МП складає десятки метрів і більше, переходять від паралельної передачі сигналів по шинах до послідовної передачі імпульсів по одному каналу з використанням послідовних інтерфейсів і спеціальних пристроїв. Це зменшує швидкість передачі інформації, але забезпечує необхідну заводостійкість.

## 16.2. СИСТЕМА КОМАНД МІКРОПРОЦЕСОРА

Для створення мікро-ЕОМ на базі 8-розрядного процесора серії К580 (зарубіжний аналог 18080, "Intel") необхідно доповнити МП комплектом великих інтегральних мікросхем (ВІС), які виконують функції інтерфейсу вводу-виводу, постійної та оперативної пам'яті, таймера та інші. Всі ці ВІС разом з МП створюють мікропроцесорний комплект (МПК) серії К580. Кількість команд такого МПК дорівнює 78.

Інший популярний МПК серії 1810 (зарубіжний аналог 18086, "Intel") має 16-розрядну шину даних і кількість команд 52.

Однокристалні мікро-ЕОМ містять в одному кристалі (тобто в одній ВІС) набір різних функціональних блоків. Так мікро-ЕОМ К1816ВЕ48 (зарубіжний аналог 18048, "Intel") містить в одному корпусі 8-розрядний процесор, вбудовану постійну пам'ять обсягом 1024 байти, яку можна декілька раз репрограмувати, оперативну пам'ять обсягом 64 байти, інтерфейс вводу-виводу (27 ліній) та восьмирозрядний таймер. Кількість команд процесора — 95.

Отже, кожний МПК має свою систему команд, яка визначається його структурою. Але всі МПК мають сегменти функціонально однакових команд, таких як команди пересилання даних, команди арифметичної та логічної обробки даних, команди безумовних та умовних переходів до певного місця програми, команди виклику підпрограм та повернення з них. Тобто будова і принцип організації команд всіх процесорів має спільні риси і вивчивши одну систему команд, легко перейти до вивчення іншої. Для розгляду типової системи команд МП обираємо широко використовуваний процесор серії К580, дещо спрощену структурну схему якого зображено на рис. 16.3.

На структурній схемі позначено: А — 8-розрядний акумулятор процесора; ALU — арифметико-логічний пристрій (arithmetic and logical unit); RS — регістр ознак (registr of signes), фіксує ознаки, що їх виробляє ALU в процесі виконання команд; DAA — десятковий коректор, що виконує перетворення інформації з двійкової до двійково-десятькової форми; IR — регістр команд (instruktion registr), призначений для зберігання першого байту біжучої команди, яка містить код виконуваної операції; DCU — дешифратор команд (decoder unit); CU — пристрій керування та синхронізації (controll unit); шість 8-розрядних регістрів загального призначення (B, C, D, E, H; L) та допоміжні регістри W та Z, які призначені для зберігання другого та третього байту біжучої команди, що поступає до МП. Всі РЗП програмно доступні. Допоміжні ж регістри W та Z не можуть бути використані програмістом. На рисунку показані також 16-розрядні регістри указки стеку SP (stack pointer); регістр програмного лічильника команд PC (program counter) та адресний регістр RGA. Двонаправлений мультиплексор MUX використовують для обміну операндами та результатами операцій між ALU та блоком регістрів по внутрішній шині даних.

З шинами даних та адрес мікро-ЕОМ МП зв'язаний через буферні підсилювачі, зазначені на рис. 16.3 як буфер даних та буфер адрес. Виводи джерел живлення позначені на рисунку як  $U_{BC}$  — напруга живлення +12 В;  $U_{CC}$  — напруга живлення



+5 В;  $U_{BS}$  — напруга живлення -5 В; GND — напруга живлення 0 В. Таким чином велика ІМС мікропроцесора серії К580 має 40 виводів з яких 16 займає адресна шина (A0 — A15), 8 — шина даних (D0 — D7), 4 — джерела живлення і 12 — шина сигналів керування та синхронізації.

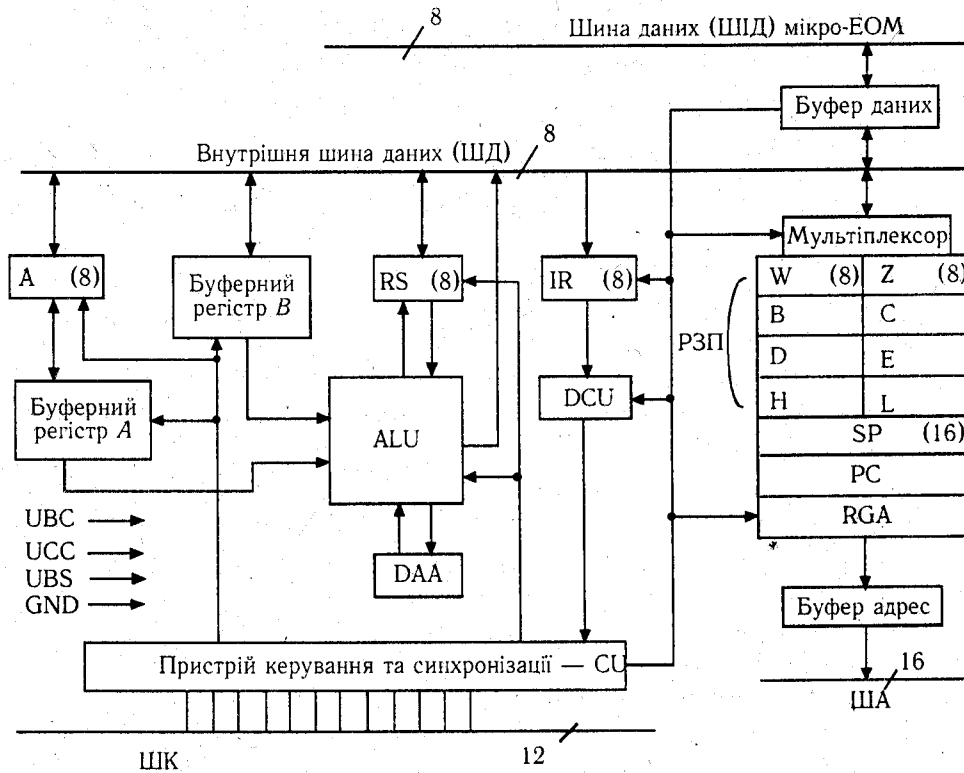


Рис. 16.3

У командах мікропроцесорів використовують такі способи завдання адрес операнда: пряма та непряма регістрова адресація, пряма адресація та безпосередня адресація (рис. 16.4).

При прямій регістровій адресації (рис. 16.4, а) або обидва операнди знаходяться у регістрах загального призначення (РЗП), або один — в РЗП, а другий — в акумуляторі. Команда займає один байт в якому міститься код операції та адреси регістрів.

При непрямій регістровій адресації в одному з адресних полів команди указана адреса умовного регістру М. У такому випадку відповідний операнд знаходиться у комірці пам'яті, адреса якого записана у регістрову пару HL. Причому у регістрі H знаходиться старший, а у регістрі L — молодший байт адреси. Наприклад, команда MOV B, M означає, що до регістру B буде передано зміст комірки пам'яті, номер якої записаний у регістровій парі HL,  $B \leftarrow Mem[HL]$ .

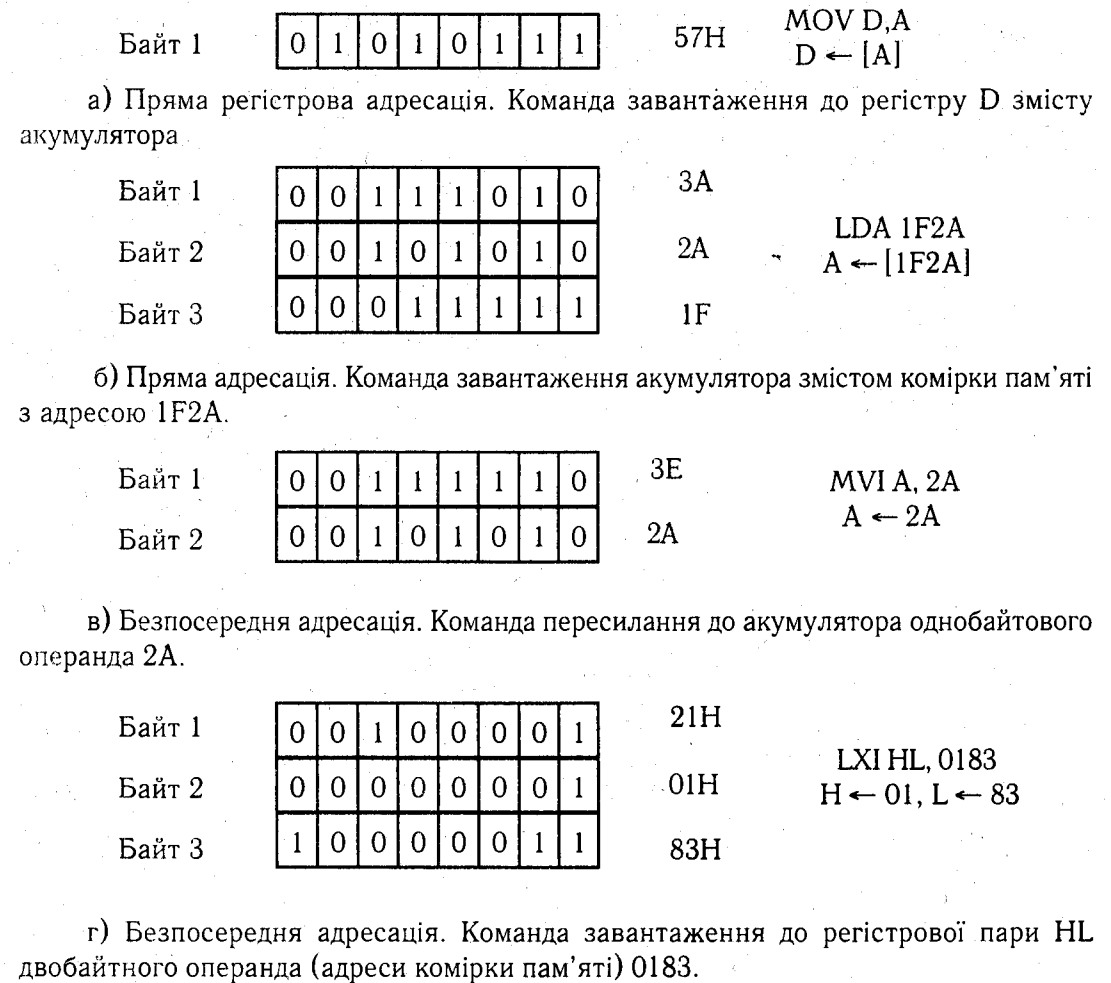


Рис. 16.4

Таким чином, в залежності від призначення та способу адресації команди МП можуть бути одно-, дво- і трибайтні. Перед початком виконання першої або чергової команди МП розміщує у регістрі лічильника команд PC адресу комірки пам'яті, де зберігається перший байт команди. Процесор виставляє цю адресу на ША, дає по шині керування пристрою пам'яті команду читання "READ", після чого по шині ШД отримує з пам'яті перший байт команди, який містить в собі код операції, і розміщує його у регістрі команд IR. Після дешифрації кода операції у DCU пристрій керування формує весь наступний процес отримання та виконання команди. Якщо отримана команда прямої адресації, то ведеться читання з пам'яті двох наступних байтів, які розміщуються в адресному полі регістру RGA. Якщо ж адресація непряма — до RGA попадає зміст пари регістрів, наприклад HL. При виконанні деяких команд до регістра RGA попадає зміст покажчика стеку SP.

Час виконання команди називають командним циклом. Він підподілюється на машинні цикли (МЦ). Їх кількість у командному циклі від одного до п'яти. Кожний машинний цикл складається з машинних тактів Т, кількість яких у циклі від 3 до 5. Тривалість машинного такту для МП К580 з частотою тактових імпульсів  $f = 2 \text{ МГц}$  дорівнює  $T = 0,5 \text{ мкс}$ . Кількість машинних тактів у команді — від 4 до 18. Отже командний цикл у цього нешвидкодійного процесора триває від 2 до 9 мкс.

Процес виконання команди складається з двох етапів — **вибірки** та **виконання**. Етап вибірки складається з одного, двох або трьох стандартних циклів звернення до пам'яті в залежності від кількості байтів у команді. В кожному циклі зміст лічильника команд через RGA передається до ША. Одночасно на відповідний вхід ІМС пам'яті МП подає сигнал "Читання" (READ), внаслідок чого зміст комірки пам'яті, адреса якого задана лічильником команд РС, передається через ШД до регістра W мікропроцесора. Потім зміст РС інкрементується, тобто збільшується на одиницю,  $[PC] = [PC] + 1$  і відбувається цикл читання наступного байта. Стандартний цикл читання першого байту дорівнює чотирьом тактам Т, а наступні — трьом.

Розглянемо для прикладу дії процесора при виконанні команди

STA 8200H,

яка означає: "записати зміст акумулятора до комірки пам'яті з адресою 8200H". Літера "H" наприкінці адреси указує, що вона задана у шістнадцятковому коді. Структура командного циклу показана на рис. 16.5.

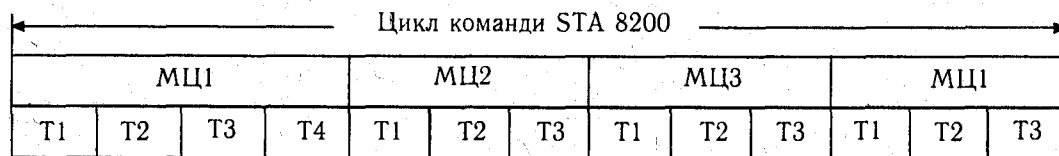


Рис. 16.5

Спочатку виконується перший машинний цикл МЦ1.

Такт Т1. Початковий зміст лічильника команд  $PC_0$  поступає до адресного регістру RGA і через буфер адреси виводиться на ША (рис. 16.3),  $[PC_0] \rightarrow RGA \rightarrow$  буфер адреси  $\rightarrow$  ША.

Такт Т2. МП інкрементує лічильник команд,  $[PC_1] \rightarrow [PC_0] + 1$ , перевіряє відсутність сигналу запиту на переривання виконання програми і готовність обраного пристрою пам'яті до роботи по сигналах на ШК, подає по ШК сигнал "Читання" (READ), внаслідок чого пристрій пам'яті видає на ШД код операції STA addr, який згідно з табл. 16.5 дорівнює 32H.

Такт Т3. Отриманий код операції 32H поступає до регістра команд IR, дешифрується у DCU, (рис. 16.3).

Такт Т4. Пристрій керування CU виробляє команди для читання другого та третього байтів виконуваної команди.

Машинний цикл МЦ2.

Такт Т1. Зміст лічильника команд  $[PC_1]$ , інкрементований у циклі МЦ1, поступає до регістра адрес RGA і через буфер адресів видається на ША.

Такт Т2. Інкрементація лічильника команд,  $[PC_2] = [PC_1] + 1$ , читання змісту комірки пам'яті з адресою, що відповідає попередньому стану лічильника команд.

Такт Т3. Передача отриманого на ШД другого байта команди до регістра W.

Машинний цикл МЦ3.

Такт Т1. Зміст лічильника команд  $[PC_2]$  поступає до регістру RGA і через буфер адресів подається на ША.

Такт Т2. Інкрементування лічильника команд  $[PC_3] = [PC_2] + 1$ , читання змісту комірки пам'яті з адресою  $[RGA] = [PC_2]$ .

Такт Т3. Передача отриманого на ШД третього байта команди до регістра Z.

Машинний цикл МЦ4.

Такт Т1. Інкрементація лічильника команд  $[PC_4] = [PC_3] + 1$ , що забезпечує появу у РС адреси першого байту наступної команди, формування у RGA адреси 8200.

Такт Т2. Видача на ШД змісту комірки пам'яті з адресою 8200.

Такт Т3. Занесення даних з ШД до акумулятора.

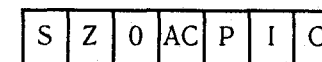
При виконанні першого такту Т1 наступної команди зміст лічильника команд  $[PC_4]$  поступає до адресного регістра RGA і процес продовжується зчитуванням чергової команди.

Команди арифметичних та логічних операцій (див. табл. 16.6 та 16.8) виконуються з участю двох операндів, один з яких здебільшого розміщується в акумуляторі, а другий — у буферному регістрі В. Обидва операнди поступають до ALU (рис. 16.3) який і виконує необхідні дії, а результат операцій через ШД передається знову до акумулятора. Таким чином попередній зміст акумулятора не зберігається.

**Регістр ознак RS** на структурній схемі рис. 16.3 призначений для зберігання перевірок, які МП здійснює у процесі виконання деяких команд. Регістр ознак надає програмісту можливість організувати переходи, тобто міняти порядок виконання команд програми, при наявності певних умов (див. команди у табл. 16.10). Деякі розряди регістра ознак заповнюються в залежності від наявності виникнення при виконанні операцій по обробці даних переносу із молодшого байта результату до старшого (acknowledgement carry), або переносу із старшого байта (carry) при його переповненні. Відповідні розряди регістра ознак (рис. 16.6) позначені літерами AC та C.

Наприклад, при виконанні операції додавання

$$\begin{array}{r} + 1110\ 1110 \\ + 0111\ 0000 \\ \hline \underline{1\ 0101\ 1110} \end{array}$$



C = 1, якщо при додаванні двох операндів виник перенос із старшого розряду або якщо від меншого числа віднімають більше.

P = 1, якщо число одиниць у результаті парне.

AC = 1, якщо виник перенос з молодшої половини байта до старшої.

Z = 1, якщо результат дорівнює нулю,  $[A] = 0$ .

S = 1, якщо у старшому розряді результату є одиниця.

Рис. 16.6

виник перенос із старшого розряду, отже у розряді С регістру ознак (рис. 16.6) розміщується число 1. При виконанні операції додавання

$$\begin{array}{r} 1101\ 1110 \\ + 1101\ 1010 \\ \hline 1\ 1011\ 1000 \end{array}$$

виникає перенос із старшого розряду і до того ж у старшому розряді результату є 1. У такому випадку у розрядах регістра ознак, позначених на рис. 16.6 літерами С та S виникають одиниці. Умови розміщення у інших розрядах регістра ознак нулів чи одиниць зрозумілі з рис. 16.6.

**Десятковий коректор (DAA)** дозволяє програмісту вести обчислення з представленням результатів у десятковій системі числення. Для цього приймається, що кожний розряд десяткового числа зображується двійковою тетрадою. Такий спосіб кодування чисел називають двійково-десятковим. Наприклад, десяткове число  $17_{10}$  зображують двійковим числом 0001 0111, в якому старший байт зображує цифру  $1_{10}$ , а молодший байт — цифру  $7_{10}$ . Десяткове число  $45_{10}$  зображують відповідно двійковим числом 0100 0101. У десятковій системі числення сума  $17_{10} + 45_{10} = 62_{10}$ . Але процесор оперує двійковими числами і отримає при додаванні цих чисел результат

$$\begin{array}{r} 0001\ 0111 \\ + 0100\ 0101 \\ \hline 0101\ 1100. \end{array}$$

Старший байт результату у двійково-десятковому коді зображує цифру 5, а молодший — число  $12_{10}$ , яке не може бути зображене однією десятковою цифрою. Для отримання правильного десяткового результату слід додати до молодшого байта отриманої суми число  $6_{10} = 0110$ . Тоді

$$\begin{array}{r} 0101\ 1100 \\ + 0000\ 0110 \\ \hline 0110\ 0010 = 62_{10}. \end{array}$$

що дає правильний результат у десятковій системі числення. Пристрій десяткової корекції саме й здійснює такі дії. Спочатку він здійснює логічне множення змісту акумулятора на число 0F. Якщо  $[A] \times 0F > 09$ , або якщо у регістрі ознак  $AC = 1$ , то виконується корекція,  $[A] \leftarrow [A] + 06$ . Якщо ж при логічному множенні  $[A] \times 0F > 90H$ , або якщо у регістрі ознак  $C = 1$ , то виконується операція корекції  $[A] \leftarrow [A] + 60H$ .

При виконанні основної програми іноді виникає необхідність виконати окрему підпрограму, яка виконує функції обробки якихось даних в ході виконання основної програми, або має бути виконана у зв'язку із виникненням запиту від зовнішнього пристрою (наприклад клавіатури) на переривання основної програми і обробку цього запиту спеціальною підпрограмою. Перед виконанням програми переривання процесор повинен завершити біжучу команду і запам'ятати адресу наступної команди основної програми, з якої треба буде продовжити роботу основної (керуючої) програми після повернення з підпрограми. Іноді необхідно зсередини першої підпрограми звернутися до другої підпрограми і знову-таки запам'ятати адресу повернення до першої підпрограми у місці переривання її виконання. Для зберігання цієї інформації використовується спеціальна стекова пам'ять, яка працює за принципом "останній зайшов — перший

вийшов". В однокристальних мікро-ЕОМ серії K1816 передбачено два масиви такої стекової пам'яті по 24 одnobайтних комірки кожний. У МП серії K580 та інших багатокристальних МПК програміст використовує частину зовнішньої оперативної пам'яті для організації стека. Адресу першої комірки цієї пам'яті програміст засилає саме до **регістру покажчика стека SP**. Вся наступна інформація, що заноситься до стека, розміщується в оперативній пам'яті в сторону зменшення номерів адрес комірок.

Розглянемо для прикладу фрагмент головної (керуючої) програми із зверненням до підпрограми. Чотири правих стовпчики наведеного нижче фрагмента записані за правилами мови Асемблера процесора K580, а два лівих показують 16-кові коди адрес комірок пам'яті та команд. Кожний асемблерний рядок має три поля — поле мітки, поле мнемонічного коду команди, поле операнду і коментар. Мітки позначають місця програми, до яких можна зробити перехід з будь-якої команди програми, вказавши операндом ім'я мітки, яке вказує 16-кову адресу комірки пам'яті, в якій розміщується перший байт відповідної команди. Ім'я мітки описується у відповідному полі асемблерного рядка шляхом розміщення після нього знаку ":". У наведеному фрагменті мнемонічні коди операндів відповідають наведеним у табл. 16.2—16.12, а операнди показані як безпосередні числові дані.

Адреси	16-кові коди команд		Мнемонічні коди команд	Операнди	Коментар
0800	.....	...	.....	.....	: початок керуючої програми
.....	.....	...	.....	.....	.....
080B	31 C0 0B	M1:	LXI SP	0BC0	:адреса початку стека — 0BC0
080E	CD 40 09		CALL	0940	перехід до п/п обробки даних на адресу 0940 H
0811	3E 91		MVI	A,91	A ← 10C1 01001

Початок керуючої програми знаходиться у комірці 0800. У комірці 080B міститься початок команди LXI SP 0BC0, яка засилає адресу 0BC0 до регістру SP указчика стека. Команда LXI SP 0BC0 трибайтна, тому початок наступної команди має адресу  $080B + 3 = 080E$ . Відмітимо, що при запису адресної частини команди у машинних кодах, після коду команди спочатку записується молодший байт адреси C0, а вже потім — старший байт 0B.

Наступна команда CALL 0940 здійснює перехід до підпрограми, що починається у комірці пам'яті з адресою 0940. Ця команда трибайтна, тому наступна команда, до якої слід повернутися після виконання програми, має початкову адресу  $080E + 3 = 0811$ . Команда CALL 0940 формує у регістрі лічильника команд PC код наступної команди, тобто  $[PC] = 0811$  і засилає ці дані до комірок пам'яті, адреса першої з яких зберігається у стеку:  $MEM(SP) \leftarrow [ \text{мол. байт PC} ] = 11$ ,  $MEM(SP-1) \leftarrow [ \text{ст. байт PC} ] = 08$ . У регістрі ж SP формується число  $[SP] = [SP - 2] = 0BC0 - 2 = 0BBE$ . На стадії виконання команда CALL 0940 здійснює перехід до підпрограми, яка починається у комірці пам'яті 0940.

Наприкінці підпрограми ставиться команда повернення з підпрограми RET (від англійського RETURN). Ця команда повертає до лічильника команд адресу 0811,  $PC \leftarrow [MEM(SP) MEM(SP+1)]$  і збільшує зміст указчика стека на 2,  $SP \leftarrow [SP] + 2 = 0B0E + 2 = 0B10$ . До старших восьми розрядів лічильника команд вона заносить зміст комірки пам'яті  $[MEM(SP-1)]$ , а до молодших восьми розрядів — зміст комірки пам'яті  $[MEM(SP)]$ . При виконанні команди RET управління знову передається керуючій програмі за адресою 0811. Тут і надалі записи типу  $MEM(SP) \leftarrow [A]$  означають "зміст акумулятора занести до комірки пам'яті; адреса якої записана у регістрі SP". Назва будь-якого регістра у квадратних дужках означає, що мається на увазі зміст регістру. Запис  $MEM(RG)$  означає, що розглядається зміст комірки пам'яті, адреса якої записана у регістрі чи регістровій парі, назва якої знаходиться всередині круглих дужок.

Система команд мікропроцесора K580 представлена нижче з короткими поясненнями у табл.16.2—16.12.

## СИСТЕМА КОМАНД МІКРОПРОЦЕСОРА K580 (у шіснадцятковому кодуванні).

### 1. ГРУПА КОМАНД ПЕРЕСИЛАННЯ (ознаки у регістрі RS не формуються)

Таблиця 16.2.

**Команда MOV — пересилання з регістру до регістра, з регістра до пам'яті (MEM), з пам'яті (MEM) до регістру (S — регістр-джерело)**

Команда	Регістр — джерело операнда								Примітка
	A	B	C	D	E	H	L	M	
MOV A,S	7F	78	79	7A	7B	7C	7D	7E	Міжрегістрова передача $A \leftarrow [S]$ для $S=A,B,C,D,E,H$ або $L$ . Передача з пам'яті $A \leftarrow MEM(HL)$ для $S = M$ .
MOV B,S	47	48	41	42	43	44	45	46	
MOV C,S	4F	48	49	4A	4B	4C	4D	4E	
MOV D,S	57	50	51	52	53	54	55	56	
MOV E,S	5F	58	59	5A	5B	5C	5D	5E	
MOV H,S	67	60	61	62	63	64	65	66	
MOV L,S	6F	68	69	6A	6B	6C	6D	6E	
MOV M,S	77	70	71	72	73	74	75	—	Передача до пам'яті $MEM(HL) \leftarrow S$

Таблиця 16.3.

**Команда MVI — пересилання безпосереднього однобайтного операнда data до регістра r або до пам'яті**

Команда	Регістр — джерело операнда								Примітка
	A	B	C	D	E	H	L	M	
MVI r,data	3E	06	0E	16	1E	26	2E	36	$r \leftarrow \text{"data 16"}$ для $r = M$ $MEM(HL) \leftarrow \text{data}$ для $r = M$

Таблиця 16.4.

**Команда LXI — завантажити безпосередній 16-розрядний операнд до регістрової пари rp (data 16 — двобайтний операнд)**

Команда	Адресована регістрова пара rp				Примітка
	A	BC	DE	HL	
LXI rp,data 16	01	11	21	31	$rp \leftarrow \text{"data 16"}$

Таблиця 16.5.

**Команди завантаження регістрових пар rp 16-розрядною адресою addr, яка знаходиться у 2-му та 3-му байтах команди**

Команда	Адресована регістрова пара rp				Примітка
	A	BC	DE	HL	
LDAX rp	—	0A	1A	—	$A \leftarrow MEM(rp)$ ;
LHLD addr	—	—	—	2A	$L \leftarrow MEM(addr)$ ; $H \leftarrow MEM(addr + 1)$ ;
LDA addr	3A	—	—	—	$A \leftarrow MEM(addr)$ ;
STAX rp	—	02	12	—	$MEM(rp) \leftarrow [A]$ ;
SHLD addr	—	—	—	22	$MEM(addr) \leftarrow [L]$ ; $MEM(addr + 1) \leftarrow [H]$ ;
STA addr	32	—	—	—	$MEM(addr) \leftarrow [A]$ ;
XCHG	—	—	—	EB	$[H] \leftrightarrow D$ ; $L \leftrightarrow E$ ;
LHLD addr	—	—	—	2A	$L \leftarrow MEM(addr)$ ; $H \leftarrow MEM(addr + 1)$ .

### 2. ГРУПА АРИФМЕТИЧНИХ ТА ЛОГІЧНИХ КОМАНД

Таблиця 16.6.

**Команди операцій над змістом акумулятора та регістру. Виробляють всі ознаки у регістрі RS (команди INR та DCR не виробляють ознаку C, позначену у табл. як  $C_{RS}$ ). Для  $R = M$  всі команди виконують дії з коміркою пам'яті, адреса якої міститься у регістровій парі HL**

Команда	Регістр — джерело операнда								Примітка
	A	B	C	D	E	H	L	M	
ADD R	87	80	81	82	83	84	85	86	$A \leftarrow [A] + [R]$
ADC R	8F	88	89	8A	8B	8C	8D	8E	$A \leftarrow [A] + [R] + C_{RS}$
SUB R	97	90	91	92	93	94	95	96	$A \leftarrow [A] - [R]$
SBB R	9F	98	99	9A	9B	9C	9D	9E	$A \leftarrow [A] - [R] - C_{RS}$
ANA R	A7	A0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	$A \leftarrow [A] \text{ AND } [R]$ ; логічне І
XRA R	AF	A8	A9	AA	AB	AC	AD	AE	$A \leftarrow [A] \text{ XOR } [R]$ , виключаюче АБО
ORA R	B7	B0	B1	B2	B3	B4	B5	B6	$A \leftarrow [A] \text{ OR } [R]$ ; логічне АБО
INR R	3C	04	0C	14	1C	24	2C	34	$R \leftarrow [R] + 1$
DCR R	6D	05	0D	15	1D	25	2D	35	$R \leftarrow [R] - 1$
CMP R	BF	B8	B9	BA	BB	BC	BD	BE	$[A] - [R]$ , опер. порівняння

При виконанні операції порівняння CMP зміст регістра R віднімається від змісту акумулятора без внесення змін у регістр та акумулятор. Ознаки, що формуються у регістрі ознак RS, відповідають умовам:

якщо  $[A] > [R]$ , то  $Z = 0, C_{RS} = 0$ ;  
якщо  $[A] = [R]$ , то  $Z = 1, C_{RS} = 0$ ;  
якщо  $[A] < [R]$ , то  $Z = 0, C_{RS} = 1$ .

Таблиця 16.7

**Команди операцій з регістровими парами з довжиною операндів два байти (з них тільки команда подвійного додавання DAD формує тільки одну ознаку  $C_{RS}$ )**

Команда	Адресована регістрова пара гр				Примітка
	BC	DE	HL	SP	
DAD гр	09	19	29	39	$HL \leftarrow [HL] + гр$
INX гр	03	13	23	33	$гр \leftarrow [гр] + 1$
DCX гр	0B	1B	2B	3B	$гр \leftarrow [гр] - 1$

Таблиця 16.8

**Команди операцій з безпосереднім однобайтним операндом data (формують всі ознаки у регістрі RS).\***

Команда	Код	Примітка
ADI, data	C6	$A \leftarrow [A] + data$
ACI, data	CE	$A \leftarrow [A] + data + C_{RS}$
SUI, data	D6	$A \leftarrow [A] - data$
SBI, data	DE	$A \leftarrow [A] - data - C_{RS}$
ANI, data	E6	$A \leftarrow [A] \text{ AND } data$ — логічне I
XRI, data	EE	$A \leftarrow [A] \text{ XOR } data$ — виключаюче АБО
ORI, data	F6	$A \leftarrow [A] \text{ OR } data$ — логічне АБО
CPI, data	FE	$A \leftarrow [A] - data$ — операція порівняння

Таблиця 16.9

**Команди особливих операцій та зсуву акумулятора**

Команда	Код	Примітка
DAA	27	Десяткова корекція вмісту акумулятора, формує всі ознаки.
CMA	2F	Інвертування акумулятора. Ознаки не створює
STC	37	Встановлення значення ознаки $C_{RS}$
CMC	3F	Інвертування ознаки $C_{RS}$
RLC	07	Циклічний зсув A вліво
RRC	0F	Циклічний зсув A вправо
RAL	17	Зсув A вліво
RAR	17	Зсув A вправо

Виконання команд зсуву пояснюють схеми рис. 16.7.

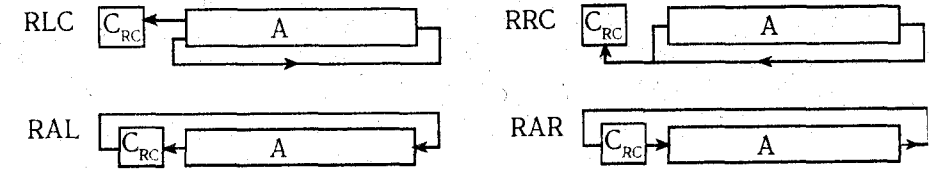


Рис. 16.7

### 3. ГРУПА КОМАНД ПЕРЕДАЧІ УПРАВЛІННЯ.

Таблиця 16.10

**Команди переходу (JMP), виклику підпрограм (CALL), повернення з підпрограми (RET), обробки переривань по 8-ми напрямках (RST), безумовного переходу по непрякій адресі PCHL**

Умови	Команда	JMP	CALL	RET	RST	PCHL
Безумовна		C3	CD	C9		
NZ по ненулю ( $Z_{RS} = 0$ )		C2	C4	C0	0 C7	—
Z по нулю ( $Z_{RS} = 1$ )		CA	CC	C8	1 CF	—
NC по непереносу ( $C_{RS}=0$ )		D2	D4	D0	2 D7	—
C по переносу ( $C_{RS}=1$ )		DA	DC	D8	3 DF	—
PO по непарності ( $P_{RS} = 0$ )		E2	E4	E0	4 E7	—
PE по парності ( $P_{RS} = 1$ )		EA	EC	E8	5 EF	—
P по знаку плюс ( $S_{RS} = 0$ )		F2	F4	F0	6 F7	—
N по знаку мінус ( $S_{RS} = 1$ )		FA	FC	F8	7 FF	—
безумовний перехід по непрякій адресі		—	—	—	—	E9

Мнемокоди команди переходу на адресу addr виглядають так: безумовний перехід — JMP addr, умовний перехід за ознакою  $Z_{RS} \neq 0$  — JNZ addr; умовний перехід за умовою наявності нуля в акумуляторі ( $Z_{RS} = 1$ ) — JZ addr; умовний перехід за умовою відсутності ознаки переносу з старшого байта результату ( $C_{RS} = 0$ ) — JNC addr; умовний перехід за наявності ознаки переносу з старшого байта результату ( $C_{RS} = 1$ ) — JC addr і т. д. Мнемокоди команд переходу до підпрограми, початок якої має адресу addr мають відповідно вигляд CALL addr, CNZ addr, CZ addr, CC addr і т. д.

### 4. ГРУПА КОМАНД УПРАВЛІННЯ СТЕКОМ, ВВОДОМ-ВИВОДОМ, СТАН МП.

Таблиця 16.11

**Команди управління стеком (ознаки формує тільки команда POP PSW)**

Команда	Адресована регістрова пара гр				Примітка
	BC	DE	HL	PSW	
PUSH гр	C5	D5	E5	F5	$MEM(SP-1) \leftarrow [rH]; MEM(SP-2) \leftarrow [rL]; SP \leftarrow [SP-2]$
POP гр	C1	D1	E1	F1	$rL \leftarrow MEM(SP); rH \leftarrow MEM(SP+1); SP \leftarrow SP + 2$
XTHL		E3			$L \leftrightarrow MEM(SP); H \leftrightarrow MEM(SP + 1)$
SPHL		F9			$SP \leftarrow [HL]$

Примітка: регістрова пара PSW утворена з акумулятора A та регістра ознак RS.

Таблиця 16.12

Команди вводу (IN), виводу (OUT), переривання DI, EI та зупинення (HLT)

Команда	Код	Примітка
OUT, port	D3	Вивід з порту 00 + FF (0 — 255 <sub>10</sub> )
IN, port	DB	Ввід до порту 00 + FF (0 — 255 <sub>10</sub> )
DI	F3	Заборона переривань
EI	FB	Дозвіл переривань
NOP	00	Без операції
HLT	76	Останов

### 16.3. ПРИКЛАД СТВОРЕННЯ ФРАГМЕНТА МІКРОПРОЦЕСОРНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ДЛЯ ПІДТРИМАННЯ ЗАДАНОГО ЗНАЧЕННЯ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПАРАМЕТРА ОБ'ЄКТА

Як вже згадувалось у 16.1 мікропроцесорні системи керування (МСК) здатні через пристрої вводу-виводу контролювати дискретні сигнали про стани зовнішніх технічних пристроїв та видавати команди на їх зміну (ввімкнено-вимкнено), за допомогою АЦП вимірювати значення аналогових сигналів, пропорційних тим чи іншим фізичним величинам (швидкості, тиску, температури і таке інше), за допомогою ЦАП видавати аналогові сигнали керування, пропорційні заданим у цифровій формі значенням тих самих фізичних величин, тобто здійснювати комплексний контроль і керування роботою того чи іншого технічного пристрою. Для уявлення етапів розробки програмної та апаратної складових подібної МСК розглянемо створення фрагменту системи, призначеної для підтримання заданого значення технологічного параметру інерційного об'єкта. Таким технологічним параметром може бути, наприклад, температура води у промивній камері або температура повітря у камері сушіння. Безпосереднім силовим об'єктом керування є електронагрівач, який вмикається до мережі змінного струму в разі виходу температури униз від заданої зони регулювання і вимикається з мережі, якщо температура вийде з зони регулювання вгору.

Для здійснення таких функцій МСК повинна:

1. Сприймати, наприклад, 10-розрядний код від АЦП у тракці вимірювання температури;
2. Виводити дискретний сигнал керування силовим пристроєм (електронагрівачем) через блок гальванічного розв'язку;
3. Виводити дискретний сигнал "гасіння /пуск АЦП";
4. Сприймати від АЦП дискретний сигнал "готовність АЦП".

Будуємо мікропроцесорну систему на базі МПК серії K580. Можлива принципова схема фрагмента МСК, що виконує всі чотири перелічені вище функції, показана на рис. 16.7. На рисунку позначені: X1 — рознім з виводами шин мікропроцесора K580 (ША, ШД, ШК) та з виводами усіх напруг живлення цього процесора;

D1, D2 — буферні мікросхеми, що створюють на своїх виводах зовнішню шину даних і зв'язують внутрішню ШД процесора з портом вводу — виводу даних мікросхеми інтерфейсу; D3 — паралельний програмований інтерфейс KP580BB55; D4 — дешифратор на вісім напрямків (мікросхема K555ИД7), який використовується для вибору тієї чи іншої мікросхеми; ADC — 10-розрядний АЦП K1113ПВ1; VT1 —  $n - p - n$ -транзистор для підсилення дискретного вихідного сигналу керування силовим пристроєм (нагрівачем), X2 — рознім з виводами живлення АЦП та виводами, що сполучають МПС із зовнішніми пристроями (давачем температури та силовим електронагрівачем).

**Дешифратор D4** формує активний рівень сигналу (логічний "0") лише на одному з своїх виходів 0, 1, ..., 7 відповідно до коду на входах 0, 1, 2 (рис. 16.7). Для отримання активного рівня сигналу на виході 0 дешифратора слід подати нулі на його входи 0, 1, 2 та логічну одиницю на вхід S3. Входи 0, 1, 2 дешифратора з'єднані з розрядами A2, A3, A4, а вхід S3 — з розрядом A7 шини адрес (ША) мікропроцесора (рис. 16.7). Отже, якщо в молодшому байті адресного коду A0, ..., A7 мікропроцесор формує числа 80, 81, 82, 83, то на входах 0, 1, 2 дешифратора будуть нулі, а на виході S3 — логічна одиниця, тобто на виході 0 дешифратора буде існувати активний рівень сигналу. В разі виникнення в молодшому байті ША кодів 84, 85, 86, 87 з'явиться "1" на виході 0 D4, а на її входах 1, 2 залишаться нулі, що приведе до утворення активного рівня ("0") вже на виході 1 D4 і т. д. Вихід 0 дешифратора D4 сполучено з виводом CS (вибір кристалу) інтерфейсу D3. Отже, при наявності на ША кодів 80, 81, 82, 83 буде створюватись сигнал "дозвіл вибору" інтерфейсу D3.

**Паралельний програмований інтерфейс (ППІ) D3** має три порти вводу-виводу PA, PB, PC, виводи, які сприймають сигнали з шини керування (CS — "вибір ІМС", RD "читання", WR "запис") і два виводи, що з'єднують мікросхему з розрядами AO, A1 адресної шини МП. В залежності від комбінації сигналів на виводах CS, RD, WR, AO, A1 мікросхема може бути запрограмована на три різних режими роботи. При роботі у нульовому режимі роботи можна, наприклад, запрограмувати порт PA на ввід, порт PB — на вивід, чотири молодших розряди порту C — на ввід і чотири старших розряди порту C — на вивід, як це позначено на рис. 16.8. В потрібний момент виконання програми на виводах CS, RD, WR, AO, A1 формується певний код керування, який приводить до передачі двійкового кода з виводів PA0 — PA7 інтерфейсу на його виводи D0 — D7 і далі на ШД процесора, тобто відбувається читання інформації з порта PA. Інша комбінація сигналів керування забезпечує читання чотирьох молодших розрядів порта C, або запис, тобто вивід кодів, що поступили з ШД процесора на виводи D0 — D7 інтерфейса і далі на виводи PB0 — PB7 або PC4 — PC7. В такий спосіб в потрібний момент можна встановлювати на виводах PC4 — PC7 сигнали високого ("1") або низького ("0") рівня, тобто формувати дискретні сигнали "ввімкнути" — "вимкнути" для керування зовнішніми пристроями або встановити 8—12 розрядний двійковий код на виводах PB0 — PB7 та PC4 — PC7 для наступного його перетворення в аналоговий сигнал керування за допомогою ЦАП. Можна також передати 8—12-розрядний двійковий код з зовнішніх пристроїв (АЦП) до регістрів загального призначення процесора через виводи D0 — D7 інтерфейса з послідовною передачею спочатку зміста порта PA, а потім чотирьох розрядів порту PC.

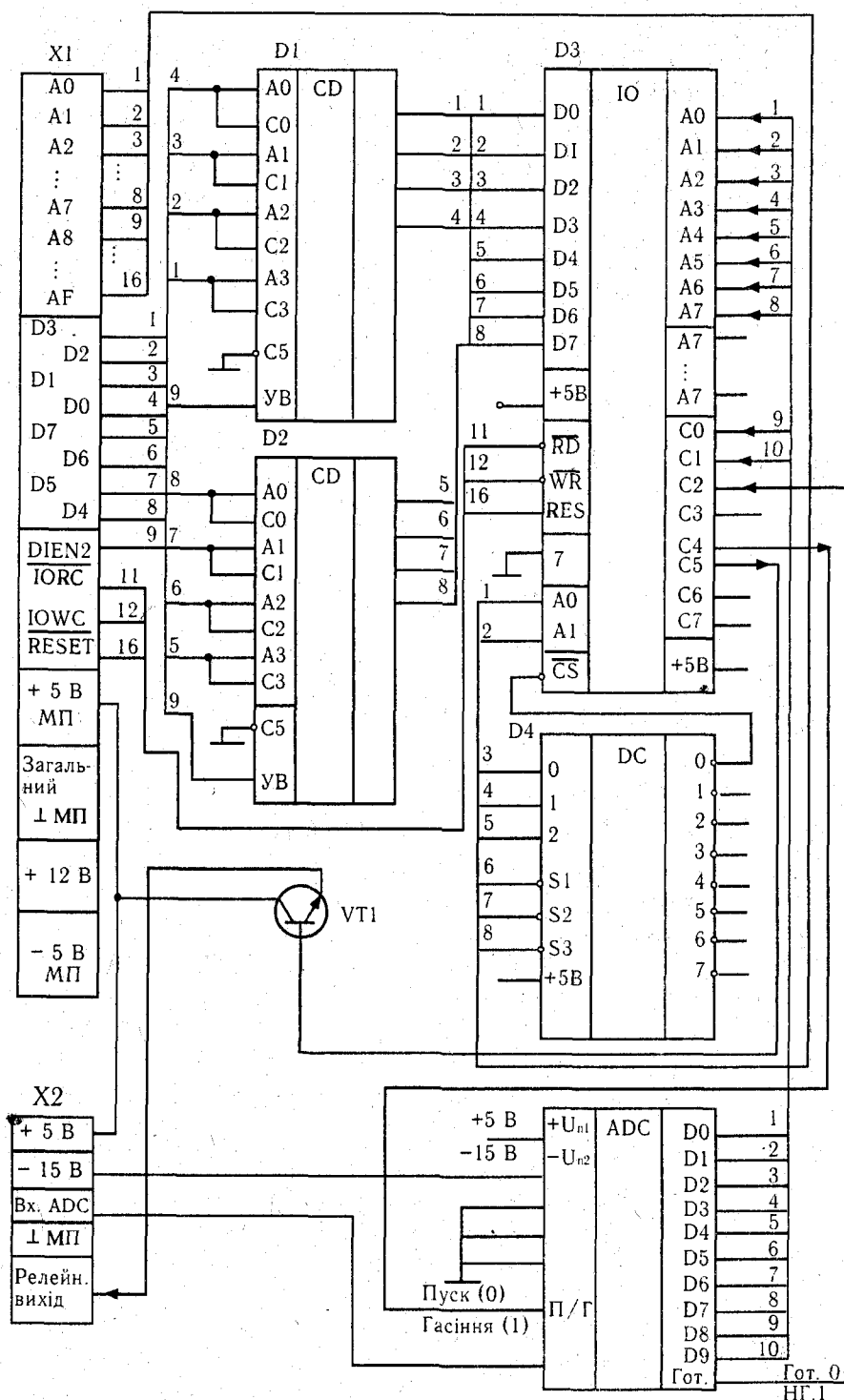


Рис. 16.7

Розглянемо налаштування ППІ для роботи у режимі 0, в якому мікросхема може розглядатися як пристрій, що має чотири порти – два 8-розрядних (A0 – A7, B0 – B7) і два 4-розрядних (C0 – C3, C4 – C7), які можна незалежно запрограмувати на ввід або вивід. Під час виконання процесором команд IN та OUT на його виводах  $\overline{IORC}$  та  $\overline{IOWC}$  відповідно утворюються активні рівні сигналів – нулі – які поступають на виводи  $\overline{RD}$  та  $\overline{WR}$  ППІ. Комбінація сигналів на ША в сполученні з сигналами виводів ППІ  $\overline{RD}$  та  $\overline{WR}$  задають вид операції, виконуваної ППІ. Ці операції подані в табл. 16.13.

Таблиця 16.13

## Операції, що задаються керуючими сигналами ППІ

Операції, що задаються керуючими сигналами ППІ					Напрямок передачі
A1	A0	$\overline{RD}$	$\overline{WR}$	$\overline{CS}$	
0	0	0	1	0	Порт А → ШД
0	1	0	1	0	Порт В → ШД
1	0	0	1	0	Порт С → ШД
0	0	1	0	0	Порт А ← ШД
0	1	1	0	0	Порт В ← ШД
1	0	1	0	0	Порт С ← ШД
1	1	1	0	0	Порт В ← ШД
1	1	1	0	0	ШД → регістр слова керування ППІ
x	x	x	x	1	Відключення ППІ від D0...D7

На початку роботи програми слід задати ППІ режим роботи записом до його регістра слова керування (РСК) відповідного коду. В нашому випадку це досягається командами

```
MVI A91
OUT 83.
```

Тут 91H – код слова керування, який завантажується до акумулятора командою MVI A91 і виставляється процесором на ШД під час виконання команди OUT 83. В наведеному випадку число 91 у H-коді відповідає двійкове число 10010001. При наявності в молодших розрядах ША коду 83 створюється сигнал “дозвіл вибору” ППІ (оскільки на вході S3 дешифратора D9 є “1”, а на входах 0, 1, 2 – “0”). Наявність команди OUT приводить до виникнення сигналу “1” на вході  $\overline{RD}$ , та сигналу “0” на вході  $\overline{WR}$ , ППІ. Оскільки вводи ППІ  $\overline{RD}$  та  $\overline{WR}$  інверсні (рис. 16.7) сигнал “1” є пасивним рівнем, а сигнал “0” на вході  $\overline{WR}$  має активний характер. Одночасно на адресних входах A0, A1 ППІ командою OUT 83 встановлено логічні одиниці. Згідно табл. 16.13 така комбінація сигналів на входах A1, A0,  $\overline{RD}$ ,  $\overline{WR}$ ,  $\overline{CS}$  ППІ відповідає режиму вводу слова керування з мікропроцесора через ШД до регістра керування ППІ.





використовується. В ході подальшого виконання програми з вивода С4 порта С подається сигнал "гасіння АЦП" (логічна одиниця) і через деякий час — команда "пуск АЦП" (логічний нуль). Після отримання команди "пуск" АЦП перетворює аналоговий сигнал від датчика температури на десятирозрядний двійковий код на виходах D0, D1, ..., D9. Коли перетворення закінчено, АЦП дає сигнал "готов АЦП", який поступає на вхід С2 інтерфейсу. Тільки отримавши цей сигнал, процесор переводить восьмирозрядний код з порта А через виводи D0, ..., D7 ППІ і ШД до одного з РЗП процесора (наприклад, регістра D), а дворозрядний код з С0, С1, — через D0, D1 і ШД до другого РЗП (наприклад, регістра E). В подальшому МПС перевіряє, чи є вимірне значення параметра меншим від заданого максимального значення і, якщо  $\Theta_B < \Theta_{3\max}$  — виставляє сигнал рівня логічної одиниці на виводі С5 порта С інтерфейсу. Цей сигнал відкриває транзистор VT1 (рис. 16.9) і через світлодіоди оптопар починає протікати струм, внаслідок чого відкриваються оптотиристри в колах управління тиристорів VS1 та VS2 і, при наявності відповідного напрямку силової напруги  $\bar{U}$ , у колах управління тиристорами протікають струми. Тиристри VS1 та VS2 по черзі відкриваються, коли на кожний з них поступає напруга мережі прямого напрямку і через нагрівач ЕК тече струм. Такий стан зберігається протягом всього циклу виконання програми користувача і під час виконання наступних циклів. Тільки тоді, коли вимірне значення температури  $\Theta_B$  стане більшим від  $\Theta_{3\max}$ , на виводі С5 порта С встановлюється логічний нуль, транзистор VT1 закривається і оптопари не пропускають струм в колах управління тиристорами VS1 і VS2. Тиристри не відкриваються, нагрівач вимкнено. Після зниження температури до значення, меншого від заданого мінімального значення,  $\Theta_B < \Theta_{3\min}$ , МПС знову встановлює логічну одиницю на виводі С5 і через нагрівач знову тече струм.

Розробка програмного забезпечення для розв'язку поставленої задачі складніша за розробку апаратної частини. Блок-схема керуючої програми показана на рис. 16.10. Як видно з блок-схеми керуюча програма використовує цілий ряд підпрограм, які підготовляють реалізацію всіх функцій МПС по керуванню об'єктом. Розглянемо коротко призначення підпрограм (п/п).

П/п обробки даних оператора "ОДО" на підставі заданих оператором перед запуском програми в десятковому коді значень заданої температури  $\Theta_3$  та ширини зони її регулювання  $\Delta\Theta_3$  розраховує граничні значення параметра  $\Theta_{3\max} = \Theta_3 + \Delta\Theta_3/2$  та  $\Theta_{3\min} = \Theta_3 - \Delta\Theta_3/2$  у двійковому коді і розміщує їх в певних комірках пам'яті ОЗП.

П/п керування нагрівачем "НАГР" порівнює вимірне значення параметра  $\Theta_B$ , отримане з АЦП, з граничними значеннями температури  $\Theta_{3\max}$  та  $\Theta_{3\min}$ , визначеними підпрограмою ОДО, формує код команди "вмикання-вимикання" нагрівача і розміщує його у певній комірці пам'яті ОЗП.

П/п "ДЕЦІМ" здійснює перетворення десятирозрядного двійкового числа, отриманого з АЦП, у двійково-десяткові коди цифр, які треба вивести на цифрові індикатори. Оскільки обраний АЦП має 10 розрядів, то найбільше число на виході АЦП дорівнює  $11\ 111\ 111_2 = 1023_{10}$ . Якщо вимірювана температура лежить у межах  $0-100\ ^\circ\text{C}$ , зручно зображувати її значення на дисплеї з використанням чотирирозрядного числа. Наприклад, якщо з АЦП отримано код  $0011\ 0001\ 0101 = 2^9 + 2^8 + 2^4 + 2^2 + 2^0 = 0789_{10}$ , який відповідає

вимірній температурі  $78,9\ ^\circ\text{C}$ , то п/п "ДЕЦІМ" повинна сформувати у чотирьох комірках пам'яті двійково-десяткові коди: 0000 0111 1000 1001, які відповідають десятковим цифрам 0, 7, 8, 9 відповідно.

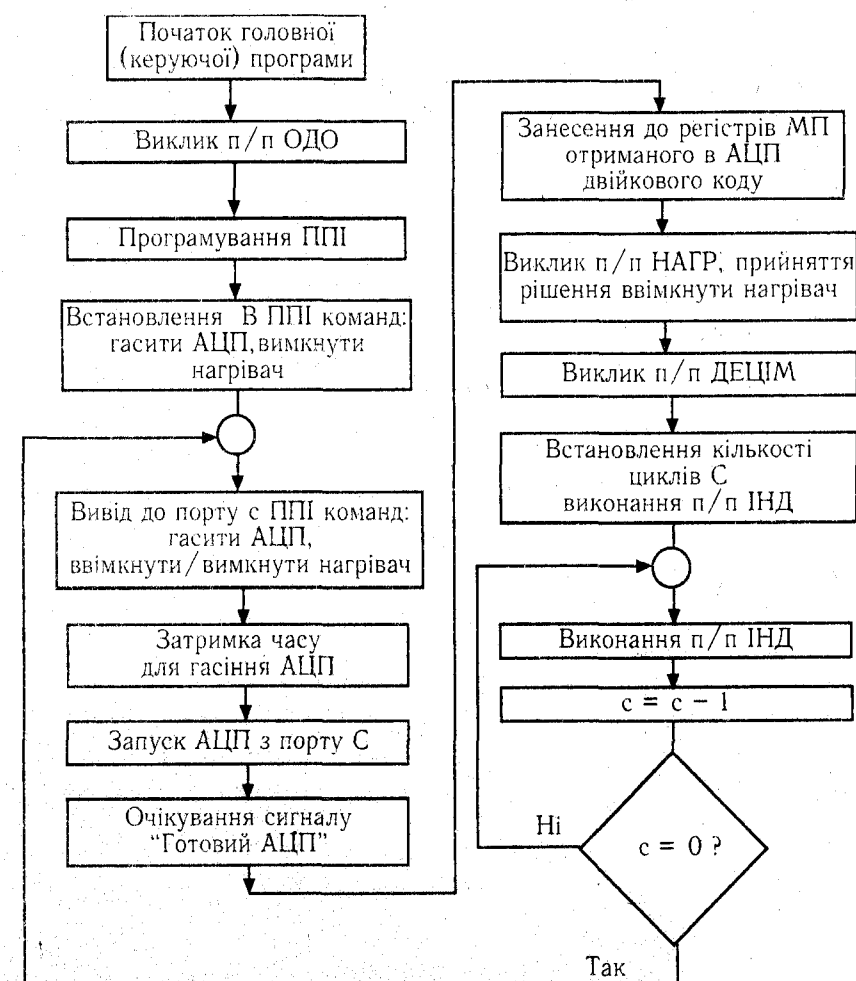


Рис. 16.10

П/п "ІНД" забезпечує перекодування двійково-десяткових цифр, що відповідають вимірній температурі і підготовлені п/п "ДЕЦІМ", (наприклад, 0, 7, 8, 9) у коди сегментів відповідних цифр індикаторів (див. розділ 15.5, табл. 15.1) з комою у третьому зліва індикаторі і виконання певної кількості циклів запалювання чотирьох індикаторів з цифрами (для обраного прикладу це цифри "0", "7", "8," та "9")

Як видно з блок-схеми рис. 16.10 програма після запуску виконується циклічно.

На початку створення програмного забезпечення МСК слід визначити на полі пам'яті розташування окремих блоків програми та адреси комірок пам'яті, в яких будуть розташовані вихідні та проміжні дані. Розглянемо створення керуючої програми



При розробці програм звичайно слід розбити алгоритм виконання програми на частини (фрагменти), деталізувати дії, що виконуються у кожному фрагменті до рівня, що відповідає можливостям системи команд МП і записати ці команди на мові Асемлера або у машинних кодах. У процесі укладання та відлагодження окремих підпрограм уточнюється їх обсяг і можливе місце розташування на полі пам'яті. Готова керуюча програма, що працює за зображенням на рис. 16.10 алгоритмом, показана у табл. 16.15. У другому стовпчику таблиці команди розробленої програми представлені у машинних кодах, а у 4-му стовпчику — мовою Асемлера, але адреси розгалужень програми у цих командах записані у більшості випадків також у машинних кодах. Лише у двох командах — JNZ CP2 та JMP CP1, розташованих у комірках пам'яті 0848 — 084E, адреси переходів вказані за допомогою міток CP1 та CP2. Це пов'язано з тим, що у табл. 16.15 наведено лише фрагмент цілої програми і мітки, що розташовані в інших місцях програми, не можуть бути зазначені у відповідному полі.

Звичайно програми записують мовою Асемлера і супроводжують їх коментарем, що полегшує користувачам і розробнику програми її читання і розуміння. Програма, записана у машинних кодах і без коментарів може стати через декілька днів незрозумілою і самому розробнику.

Для переводу програми, складеної мовою Асемлера, у машинні коди існують спеціальні програми — транслятори. Вони перевіряють правильність записів всіх команд мовою Асемлера і самі визначають адреси розташування окремих команд і даних у полі пам'яті. Програміст повинен лише задати початкову адресу програми і вказати спеціальними директивами резервні зони для розташування допоміжних даних. Запис програм мовою Асемлера можна виконувати на IBM-сумісних комп'ютерах у будь-якому текстовому редакторі, а потім за допомогою програми-транслятора переводити у машинні коди. Засоби автоматизації програмування, які реалізуються на ЕОМ, система команд яких відрізняється від системи команд конкретного МП, що використовується при створенні МСК, називають кросс-системами, а транслючі програми — кросс-трансляторами. Кросс-системи значно полегшують проектування програмного забезпечення МСК.

Таблиця 16.15

## Текст керуючої програми

Адреса	Н-код	Мітка	Код операції	Коментар
1	2	3	4	5
080B	31 00 0B		LXISP 0BC0	; Адреса 0BC0 — покажчик стека.
080E	CD 40 09		COLL 0940	; Виклик п/п "ОДО"
0811	3E 91		MVI A,91	; Завантаження до акумулятора керуючого слова ; 1001 0001 для програмування ППІ
0813	D3 83		OUT 83	
0815	3E 10		MVI A,10	"Програмування ППІ"

Продовження табл. 16.15

1	2	3	4	5
0817	32 38 09		STA 0938	; Формування коду керування АЦП та нагрівачем ; у комірці 0938
081A	3A 38 09	CP1:	LDA 0938	; A ← [0938]
081D	D3 82		OUT 82	; Вивід до порту С ППІ команди "Гасити АЦП, ; вимкнути/ввімкнути нагрівач"
081F	E5		PUSH H	; Організація часової затримки для виконання
0820	E1		POP H	; команди гасіння АЦП
0821	3A 38 39		LDA 0938	; A ← [0938]
0824	E6 EF		ANI EF	; Занулення четвертого розряду акумулятора
0826	D3 82		OUT 82	; Пуск АЦП подачею сигналу XXX0 XXXX
0828	DB 82		IN 82	; Читання даних з порту С ППІ
082A	E6 04		ANI 04	; Накладання маски 0000 0X000, якщо X=1
082C	C2 28 08		JNZ 0828	; (тобто якщо [A] ≠ 0). — АЦП не готовий
082F	DB 80		IN 80	Читання порту А ППІ
0831	5F		MOV E,A	; Молодший байт коду АЦП — до регістра E
0832	DE 82		IN 82	Читання порту С
0834	E6 03		ANI 03	; Занулення ст. розрядів ак-ра маскою 0000 00XX
0836	57		MOV D,A	; Запис двох ст. розрядів коду АЦП до регістра D
083A	CD 50 08		CALL 0850	; Виклик п/п "Децим"
083D	3E 20		MVI A,20	Організація лічильника циклу індикації
083F	32 F6 08	CP2:	STA 08F6	; [08F6] ← [A]
0842	CD F8 08		CALL 08F8	; Виклик п/п "Інд"
0848	3A F6 08		LDA 08F6	; A ← [08F6]
0848	3D		DCR A	; Організація циклу індикації
0849	C2 3F 08		JNZ CP2	
084C	C3 1A 08		JMP CP1	; Повернення на початок програми
084F	00		NOP	

## 16.4. БАГАТОФУНКЦІОНАЛЬНІСТЬ МІКРОПРОЦЕСОРНИХ СИСТЕМ

У розгляненому в розділі 16.3 прикладі здійснено просте релейне двопозиційне регулювання технологічного параметра об'єкта (температури) з метою підтримання його заданого значення. Часова діаграма зміни параметра для такого регулювання показана на рис. 16.11. Внаслідок інерційності технічного об'єкта фактична зона регулювання  $\Delta\Theta$  є ширшою, ніж задана програмі оператором  $\Delta\Theta_3$ . Якщо об'єкт має велику інерційність і інтервал між двома сусідніми змінами стану регулюючої дії ("ввімкнути-вимкнути") складає декілька десятків секунд, то можна запровадити імпульсне регулювання з широтно-імпульсним модулюванням інтенсивності

регулюючої дії, тобто середньої потужності нагрівача, в залежності від наближення виміряного значення параметра  $\Theta_B$  до заданого  $\Theta_3$ . Такі зміни в функції системи керування можна внести без будь-яких змін в апаратній частині шляхом деякої переробки програми, яку виконує процесор.

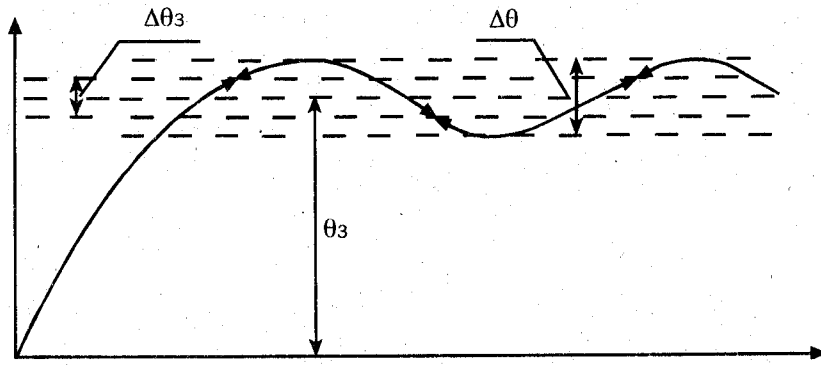


Рис. 16.11

Для запровадження регулювання середньої потужності нагрівача треба обрати тривалість періоду зміни вихідного сигналу МПС (період квантування в часі)  $T = t_{\text{ц}} \cdot N_{\text{ц}}$  та тривалість початкової паузи  $t_{\text{п}} = t_{\text{ц}} \cdot N_{\text{п}}$ . Тут  $t_{\text{ц}}$  — час виконання процесором одного циклу програми,  $N_{\text{ц}}$  — кількість таких циклів в періоді  $T$ , а  $N_{\text{п}}$  — кількість циклів виконання програми в найменшій паузі у роботі нагрівача. Тривалість  $t_{\text{ц}}$  легко підібрати зміною кількості циклів виконання п/п "ІНД". Значення  $N_{\text{ц}}$  та  $N_{\text{п}}$  доцільно вводити з клавіатури разом із значенням  $\Theta_3$  та  $\Delta\Theta_3$ . При наближенні виміряного значення температури до заданого можна автоматично збільшувати тривалість пауз у кожному періоді квантування, як це показано на рис. 16.12. Тоді, навіть при тріступінчастій зміні потужності нагрівача шляхом подвоєння, а потім потроєння часу паузи у роботі нагрівача, оператор має можливість підбиранням співвідношення між  $t_{\text{п}}$  і  $T$ , досягти мінімальної ширини фактичної зони регулювання  $\Delta\Theta$ .

Зміни в програмі при переході на імпульсне регулювання мають торкнутися тільки п/п "ОДО" та п/п "НАГР". В підпрограмі "ОДО" треба обчислити і розмістити в певних комітках пам'яті значення параметра, які відповідають моментам зміни величини паузи у роботі силового регулюючого пристрою (нагрівача):  $\Theta_B = 0,8\Theta_3$ ;  $\Theta_B = 0,9\Theta_3$ ;  $\Theta_B = 0,95\Theta_3$  та  $\Theta = \Theta_{\text{зmax}} = \Theta_3 + \Delta\Theta_3 / 2$ . А п/п "НАГР" повинна виконати відповідні логічні операції і, в залежності від виміряного значення параметра  $\Delta\Theta_B$ , скласти код команди "ввімкнути-вимкнути" нагрівач з врахуванням необхідної паузи в його роботі. П/п "ДЕЦІМ" та п/п "ІНД" використовуються без змін. Невеликі зміни потрібні і в програмі керування.

Без будь-яких апаратних змін в мікропроцесорній частині МПС можна перейти й до регулювання кутової швидкості такого відносно малоінерційного об'єкту, як двигун постійного струму. Регульованим параметром тепер стає кутова швидкість двигуна  $\Omega$ . У програмі, блок схема якої показана на рис. 16.10, при умові зменшення до мінімуму кількості циклів індикації, за один цикл цілої програми виконується біля 260 команд.

Якщо прийняти, що в середньому команда виконується за 8 машинних тактів і врахувати, що тривалість одного такту для процесора К580 дорівнює 0,5 мкс, то тривалість виконання одного циклу програми  $t_{\text{ц}} = 260 \cdot 8 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \approx 0,001$  сек. За одну секунду програма виконуватиметься приблизно 1000 раз і буде здатна подавати імпульси на вмикання двигуна з частотою 500 Гц. Вмикання двигуна відбуватиметься, якщо його кутова швидкість вийде за нижню межу заданої зони регулювання, а вимикання — при виході швидкості за верхню межу. Отже, зміною заданого значення регульованого параметру — кутової швидкості двигуна  $\Omega_3$  — регулювання його швидкості в обмеженому діапазоні з використанням тієї ж самої МПС цілком можливе.

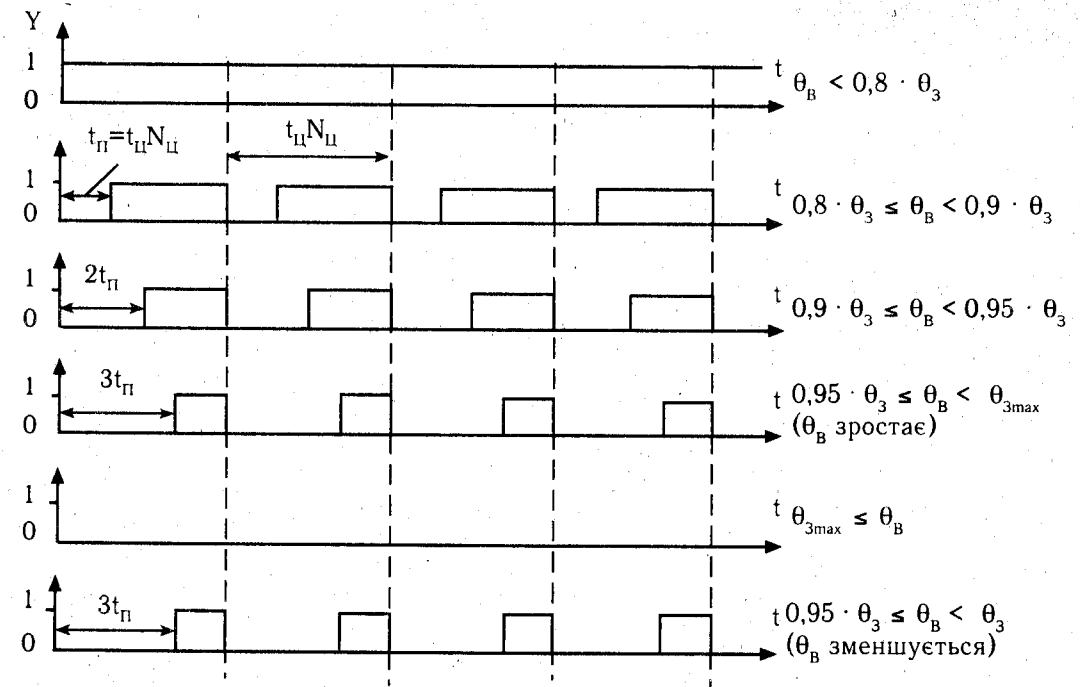


Рис. 16.5

В апаратній частині вразі переходу до імпульсного управління двигуном необхідно замість електронагрівача у схемі рис. 16.9 ввімкнути вхід некерованого мостового випрямляча, а до його виходу під'єднати якорь двигуна з незалежним збудженням. В якості давача швидкості двигуна можна використати низьковольтний тахогенератор постійного струму.

Наведені приклади показують одну з основних переваг МПС — багатофункціональність. Шляхом внесення змін до програми, що здійснюється заміною лише однієї або двох ІМС, які створюють ПЗП, або просто їх репрограмуванням, можна в широкому діапазоні змінювати функції системи керування на базі однієї МПС.

#### 16.4. РЕЗЮМЕ

1. *Мікропроцесор (МП)* — це пристрій для обробки даних за певною програмою, реалізований з використанням інтегральних технологій мікроелектроніки на одній або декількох великих інтегральних мікросхемах (ВІС).

2. Дані, які обробляє МП, мають вигляд двійкових чисел. Одиниця інформації, один біт, це однорозрядне двійкове число. Кванти інформації по 4, 8, 16, 32 біта називають словом даних.

3. Основними складовими МП є пристрій керування (ПК), арифметико-логічний пристрій (АЛП) та реєстри загального призначення (РЗП). Пристрій керування дозволяє виконувати набір команд програми, розміщеної у зовнішньому пристрої пам'яті. Арифметико-логічний пристрій виконує арифметичні та логічні операції обробки даних. Реєстри загального призначення використовуються для зберігання потрібної оперативної інформації, що дозволяє скоротити кількість звернень до зовнішнього пристрою пам'яті і прискорити виконання програми. Більшість операцій МП відбувається з використанням акумулятора — реєстра, в якому отримується результат операції обробки даних.

4. Сукупність мікропроцесора з пристроями пам'яті, органами керування і зв'язку (інтерфейсами) МП із зовнішніми пристроями, зовнішніми пристроями вводу-виводу і пристроями спряження низьковольтних кіл інтегральних мікросхем з колами пристроїв, що працюють у промисловій електромережі створює мікропроцесорну систему (МПС) керування технічним об'єктом.

5. МПС здатні сприймати від зовнішніх пристроїв дискретні (типу “ввімкнено — вимкнено”) та аналогові сигнали, пропорційні певному значенню контрольованого параметра. Так само МПС здатні видавати до зовнішніх пристроїв дискретні та аналогові сигнали. Перетворення вхідних аналогових сигналів у цифрову двійкову форму здійснюють аналого-цифрові перетворювачі (АЦП). Перетворення цифрових даних, якими оперує МП, у аналогові виводу сигнали здійснюють цифро-аналогові перетворювачі (ЦАП).

6. Пристрої пам'яті поділяють на постійні запам'ятовуючі пристрої (ПЗП) та оперативні запам'ятовуючі пристрої (ОЗП). При вимкненні живлення ПЗП зберігають записані до них програми. При вимкненні живлення вся інформація в ОЗП зникає, якщо не передбачити акумуляторну підтримку живлення.

7. Всі пристрої МПС зв'язані між собою шиною адрес ША, шиною даних ШД та шиною керування ШК. Кількість розрядів ША визначає обсяг пам'яті, до якої здатний звернутися МП. Кількість розрядів ШД визначає довжину слова даних. По ШД передаються всі цифрові дані, що їх обробляє процесор. По ШК передаються сигнали, завдяки яким потрібні елементи МПС працюють в певний момент у режимі передачі даних, інші — у режимі прийому даних, а решта елементів переводиться у стан від'єднання від ША та ШД.

8. Кожна команда МП містить у собі код операції, що виконується у відповідності з даною командою, та операнд — тобто число або адресу комірки пам'яті, в якій записано число. Для спрощення запису команд МП використовують мову Асемблера,

яка зображує код операції у вигляді абрєвіатури початкових літер англійських слів, які відображують зміст команди, а для запису операнда використовує вісімкову або шістнадцяткову систему числення. Наприклад, команда “завантажити до акумулятора МП зміст комірки пам'яті з номером 0808H” для процесора К580 має вигляд:

LDA 0808H.

Тут “LDA” — скорочення від англійського “Load to accumulator” (“завантажити до акумулятора”), 0808H — адреса комірки пам'яті. у шістнадцятковому коді (Hexadecimal code).

9. Потужність МП оцінюється трьома параметрами: довжиною слова даних, довжиною слова пам'яті та швидкістю виконання команд. Остання значною мірою визначається частотою генератора тактових імпульсів, яка обмежена швидкодією логічних елементів і лежить звичайно у МПС керування технічними пристроями у межах 0,5—40 МГц. Чим більша тактова частота, тим більша ймовірність індуквання в шинах МПС зовнішніми полями імпульсів, які можуть викликати збої у роботі системи. Тому шини МПС мають бути якомога коротшими та екранованими.

10. Кожний процесор має свою систему команд, але будова і принцип організації команд мають спільні риси. У командах мікропроцесорів використовують такі способи завдання адреса операнда: пряма та непряма реєстрова адресація, пряма адресація та безпосередня адресація.

11. В залежності від призначення та способу адресації команди можуть бути одно-, дво- та трибайтними. Відповідно змінюється і час виконання команди (командний цикл). Процес виконання кожної команди складається з двох етапів: вибірки та виконання.

12. Кожний процесор має реєстр ознак, у певних розрядах якого встановлюються одиниці або нулі в залежності від деяких результатів попередніх дій (наявності переносу з молодшого байта до старшого, переносу із старшого байта, наявності в акумуляторі нулів, наявності одиниць у старшому розряді акумулятора, наявності парного чи непарного числа одиниць в акумуляторі). Це дозволяє програмісту організувати розгалуження при виконанні програми.

13. Десятковий коректор у складі МП дозволяє вести обчислення з представленням результатів у десятковій системі числення.

14. При необхідності припинення виконання основної програми і переходу до підпрограми в зв'язку із поступленням від зовнішнього пристрою запиту на переривання, МП має закінчити виконання біжучої команди та запам'ятати стан усіх своїх реєстрів та адресу повернення до основної програми після виконання підпрограми. Все запам'ятовується в оперативній пам'яті, яка організовується за принципом “останній зайшов — перший вийшов” і називається стековою пам'яттю. Адресу першої комірки такої пам'яті програміст записує у спеціальному реєстрі МП — реєстрі показчика стека.

15. Для зв'язку МПС із зовнішніми пристроями вводу — виводу використовують паралельні або послідовні інтерфейси, виконані у вигляді великих інтегральних мікросхем. Широко розповсюджений паралельний програмований інтерфейс (ППІ) КР580 ВВ55 має три восьмирозрядних порти вводу — виводу. За командами програми



ППІ може зв'язувати вомьмирозрядну шину даних МП з певним портом виводу, тобто вивести і утримувати незмінним певний набір одиниць та нулів на виходах порту, або зчитувати інформацію з порту вводу і передавати її по ШД до процесора. Налаштування всіх портів на ввід або вивід відбувається шляхом програмування ППІ командами процесора на початку виконання програми.

16. Якщо зовнішні пристрої ввімкнені до промислової мережі, то зв'язок їх з низьковольтними мікросхемами процесора можливий тільки при використанні оптоелектронних пристроїв, входи і виходи яких відокремлені оптичним каналом з відповідним рівнем міцності ізоляції.

17. Для створення МПС керування технічними пристроями зручно використовувати готові мікроконтролери, які випускає промисловість. Мікроконтролер облаштований пристроями вводу—виводу у вигляді цифрової та функціональної клавіатури, цифровим дисплеєм та програмним забезпеченням, що дозволяє виконувати ввід та відлагодження програм користувача з використанням оперативної пам'яті мікроконтролера. Звичайно мікроконтролери мають вбудовані порти вводу — виводу, тобто мікросхеми паралельного та послідовного інтерфейсу.

18. При розробці програми МПС керування слід скласти алгоритм виконання програми, тобто послідовність дій по опитуванню вхідних даних, їх обробці та формуванню команд у відповідних портах вводу—виводу. Потім слід розбити алгоритм програми на окремі фрагменти і деталізувати дії у кожному фрагменті до рівня, що відповідає можливостям системи команд конкретного МП.

19. Перед записом програми мовою Асемблера (або відразу у машинних кодах) слід розбити наявне поле пам'яті на поле запису вихідних та проміжних числових даних та поле запису безпосередньо програми.

20. Для перевodu програми, складеної мовою Асемблера, у машинні коди слід використати спеціальну програму — транслятор, яка перевіряє правильність записів всіх команд мовою Асемблера і сама визначає адреси розташування окремих команд і даних у полі пам'яті. Програміст повинен лише задати початкову адресу програми і вказати спеціальними директивами резервні зони для розташування допоміжних даних. Запис програм мовою Асемблера можна виконувати на ІВМ-сумісних комп'ютерах у будь-якому текстовому редакторі, а потім за допомогою програми-транслятора переводити у машинні коди.

21. Однією з головних переваг МПС є можливість практично без апаратних змін змінювати її функції керування технічним об'єктом шляхом внесення змін до керуючої програми.

## ПРОГРАМОВАНІ ЛОГІЧНІ КОНТРОЛЕРИ

### 17.1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

До виникнення мікропроцесорної техніки контролерами називали багатопозиційні перемикачі для комутації електричних кіл. Такі механічні контролери широко використовували в релейно-контактних схемах керування промисловими об'єктами. Принципові схеми таких систем керування нагадували драбину, стояки якої утворювали два проводи, що підводили електричне живлення, а ступені — послідовно ввімкнені контакти реле, блок-контакти пускачів електродвигунів, контакти натискних кнопок, шляхових вимикачів і котушки електромагнітних апаратів (реле, пускачів, електромагнітів та інших пристроїв). Деякі контакти такої ступені могли бути зашунтовані контактами, ввімкненими до них паралельно. Коли низка таких контактів утворювала електричне коло, — котушка збуджувалась і, якщо це була обмотка реле чи пускача, створювала перемикання контактів в інших ступенях схеми керування або у силових колах електроустаткування.

Програмовані логічні контролери (ПЛК) на базі мікропроцесорної техніки спочатку використовувалися для заміни таких систем з релейною логікою. Їх перевагою були менші габарити і гнучкість, оскільки релейна автоматика вимагала жорсткого монтажу і будь-яка зміна в логіці функціонування релейної автоматики приводила до необхідності зміни всього монтажу, що було економічно невигідно. Але завдяки можливостям мікропроцесорної техніки ПЛК знайшли застосування в індустрії не тільки для перемикачів електричних кіл, але й для розв'язку інших прикладних задач, пов'язаних з обчисленнями, обробкою та порівнянням аналогових сигналів. Зовнішній вигляд деяких програмованих логічних контролерів типу TSX Nano у гамі контролерів Modicon TSX показано на рис. 17.1 (запозичене з Schneider Electric — International Catalogue, September 1999).

На рис. 17.2 показано блок-схему ПЛК з модулями дискретних (тобто таких, що можуть мати лише два стани: ввімкнено або вимкнено) вводів/виводів, інтегрованих до блоку центрального процесора. Характерно, що виробники ПЛК виготовляють модулі вводу/виводу, які можуть бути інтегровані до єдиного з центральним процесорним пристроєм корпусу, або виготовлені у вигляді окремих модулів, які монтуєть до стійки (стелажу) разом з іншими блоками контролера, причому стойка облаштована електричними рознімами і при вставленні до стійки модулів ПЛК відбувається одночасно й їх електричне з'єднання.



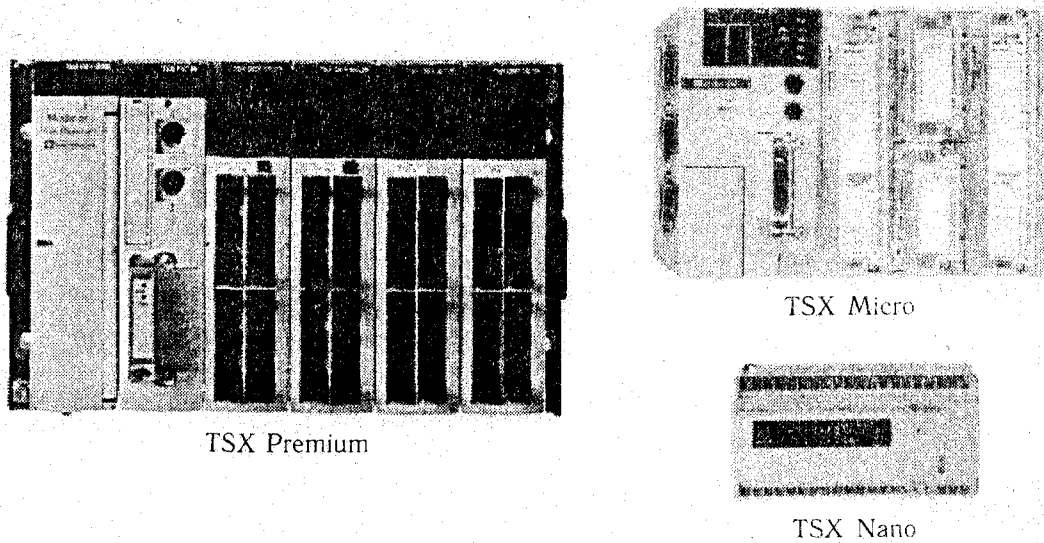


Рис. 17.1

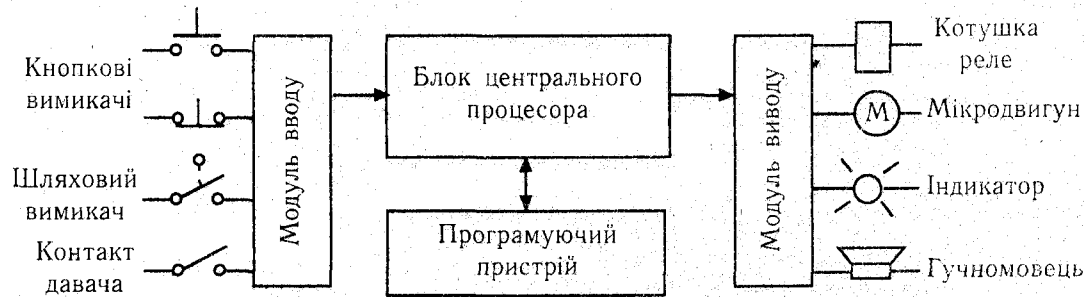


Рис. 17.2

Центральний процесор зчитує з модуля вводу інформацію про стани контактів зовнішніх пристроїв, виконує програму користувача, записану до його внутрішнього пристрою пам'яті і посилає відповідні команди керування зовнішніми пристроями через модуль виводу. Для роботи центрального процесора та сполучених з ним мікросхем потрібна низьковольтна постійна напруга. Якщо інтегральні мікросхеми блоку центрального процесора виготовлені з використанням транзисторно-транзисторної логіки (ТТЛ) — ця напруга дорівнює 5 В. Якщо ж мікросхеми виготовлені з використанням так званої комплементарної метал—окисел—напівпровідник (КМОП) логіки — напруга живлення може бути у діапазоні 3—18 В. Цю напругу забезпечує блок живлення, розміщений у модулі центрального процесора або в окремо виготовленому модулі, в залежності від виробника ПЛК. Центральний процесор має різні для сполучення його кабелями з іншими модулями ПЛК, а також операційні ключі. Типовими є позиції операційного перемикача, який дозволяє обрати для ПЛК один з режимів: OFF — ПЛК вимкнено; RUN — дозвіл виконувати програму

користувача без внесення до неї змін; PROGRAM — дозвіл створювати, міняти та видаляти програми користувача, всі виводи відключені.

Модулі вводу/виводу, які часто позначають скорочено як I/O-модулі (від початкових літер слів input — ввід та output — вивід), формують інтерфейс, яким поле зовнішніх пристроїв зв'язане з контролером. Пристрої поля зовнішніх дискретних вводів — це контакти натискних кнопок, шляхових вимикачів, давачів та перемикачів інших типів, які є жорстко змонтовані до терміналів входних модулів. Реальні пристрої виводу — це двигуни малої потужності, пускачі двигунів, котушки електромагнітних реле, соленоїдних клапанів та світлові індикатори, жорстко змонтовані з терміналами модулів виводу. Назви "поле зовнішніх пристроїв" та "реальні пристрої" вжиті для того, щоб відрізнити ці фізично існуючі пристрої від їх логічних зображень у внутрішній програмі користувача, яка дублює їх функції.

Модулі вводу з'єднують сигнали від керованої машини чи технологічного процесу, які можуть мати рівень, наприклад, 120 В змінного струму і перетворюють їх у сигнали постійного струму з рівнем напруги, наприклад, 5 В, який може бути використаний контролером. Модулі інтерфейсу виводу перетворюють сигнали контролера з рівнем 5 В постійної напруги у зовнішні сигнали, наприклад 120 В змінного струму, які використовують для керування машиною або процесом. Всі вводи і виводи можна поділити на цифрові або дискретні та аналогові. Цифрові вводи та виводи функціонують завдяки дискретним змінам станів сигналів або їх рівня. Аналогові вводи — виводи змінюють електричну напругу неперервно в деякому заданому діапазоні

На рис. 17.3 показано конструктивний вигляд передньої панелі та габаритні розміри найпростіших ПЛК Modicon TSX Nano з модулями вводу/виводу, виконаними в єдиному корпусі з центральним процесором. Кількість дискретних вводів/виводів у показаних на рис. 17.3 ПЛК може дорівнювати 10 (6 вводів та 4 виводів), 16 (9 вводів та 6 виводів) або 24 (14 вводів і 10 виводів). На рис. 17.3 позначено: 1 — панель, на якій розташовано порт для підключення програмуючого терміналу або комп'ютера та селекторний перемикач для кодування статусу контролера (базовий чи розширення); 2 — виводи для підключення головного блока живлення; 3 — виводи для підключення джерела живлення зовнішніх давачів; 4 — ввід підключень давачів; 5 — дисплей із світлодіодами, які показують стан вводів з номерами від 0 до 5 та виводів від 0 до 3 (для моделі контролера на 10 вводів/виводів), а також статус контролера: RUN, ERR, COM, I/O; 6 — підключення виводів керування; 7 — підключення розширення (розширення вводу/виводу за допомогою розширювального ПЛК або модема). Виводи дискретних сигналів вводу/виводу (I/O) в залежності від різновиду ПЛК Modicon TSX Nano мають параметри: +24 В (ввід) або -115 В (ввід); =24 В, 0,5 А (транзисторний вивід); релейний вивід на струм до 2—3 А.

Можливі статуси контролера: RUN — ПЛК виконує програму користувача; ERROR — внутрішня несправність; COM — іде обмін даними по лінії сполучення з іншими ПЛК; I/O — несправність вводу/виводу.

Найбільш часто використовують модулі інтерфейсу вводу/виводу дискретного типу але можливі модифікації ПЛК, які мають принаймні один інтегрований до корпуса процесора аналоговий вхід. Для показаних на рис. 17.3 контролерів Modicon TSX

Напо можлива також обробка аналогових сигналів за допомогою окремих аналогових модулів вводу та виводу. Аналогові модулі вводу/виводу використовуються для більш складних прикладних задач, коли виконання простих команд типу ввімкнути/вимкнути не дає бажаного результату і потрібно керувати зовнішнім пристроєм за допомогою плавно змінюваного сигналу керування. До таких задач відносяться, наприклад, регулювання частоти обертання двигунів постійного струму за допомогою тиристорного випрямляча, на вхід якого потрібно подавати регульовану постійну напругу, регулювання рівня рідини в резервуарі шляхом плавної зміни подачі рідини. Регулювання рівня за допомогою ПЛК Modicon TSX Nano та аналогових модулів вводу/виводу показано на рис. 17.4 (запозичено з Schneider Electric — International Catalogue, September 1999). Аналогові модулі вводу/виводу для TSX Nano мають рівень напруги від 0 до +10 В, або від -10 до +10 В і струм від 4 до 20 мА. У ПЛК деяких інших виробників аналогові входи/виходи мають напруги у діапазоні від 0 до 5 В.

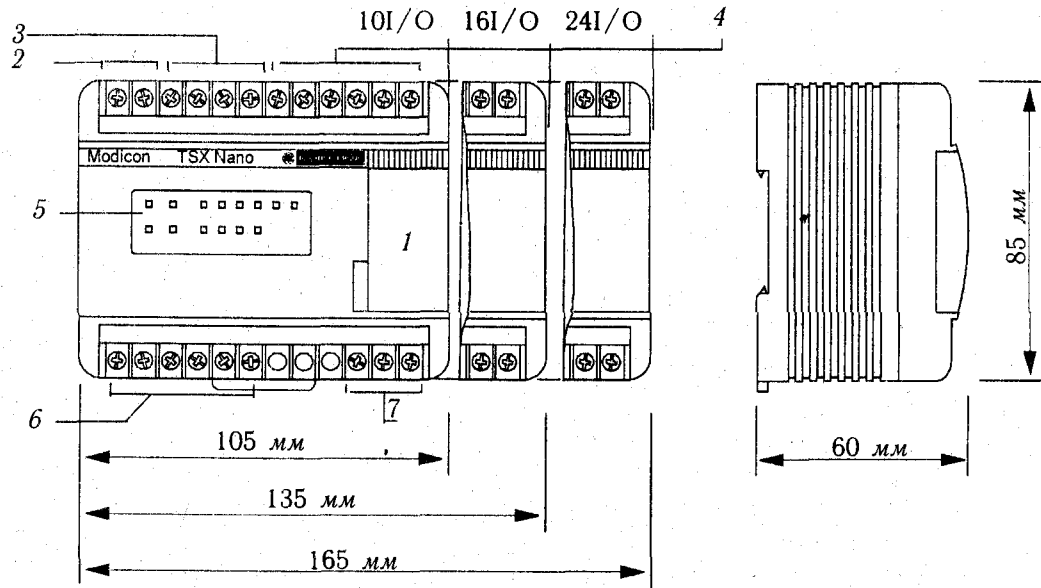


Рис. 17.3

На рис. 17.5 показано блок-схему ПЛК, в якому модулі вводів/виводів виконані у вигляді окремих блоків, які з'єднуються з контролером та блоками живлення за допомогою рознімів стойки (стелажу), в якому монтується контролер.

На рис. 17.6 показані чотириточкові модулі вводу/виводу з підключенням їх до напруг поля зовнішніх пристроїв. На рисунку ці напруги мають рівень ~120 В, хоча вони, в залежності від типу ПЛК можуть мати й інші рівні (наприклад, для ПЛК Modicon TSX Nano — ~115 В, або =24 В).

Вхідні модулі виконують у системі керування ПЛК чотири функції: зчитування сигналів від датчиків на машині; перетворення рівня напруги вхідного сигналу до

прийнятному для конкретного ПЛК; ізолювання ПЛК від коливань напруги чи струму вхідного сигналу; індикація станів кожного входу та виходу. Так, якщо контакт кнопки SB на рис. 17.6, а замкнений, то світиться індикатор, який відповідає входу 1. Якщо вивід 2 модуля виводу на рис. 17.6, б активізований і через котушку реле К тече струм, то світиться відповідний індикатор модуля виводу.

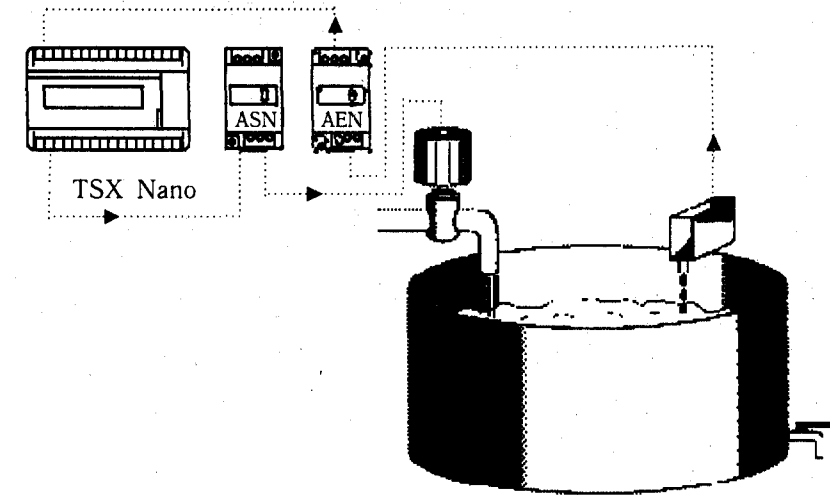


Рис. 17.4

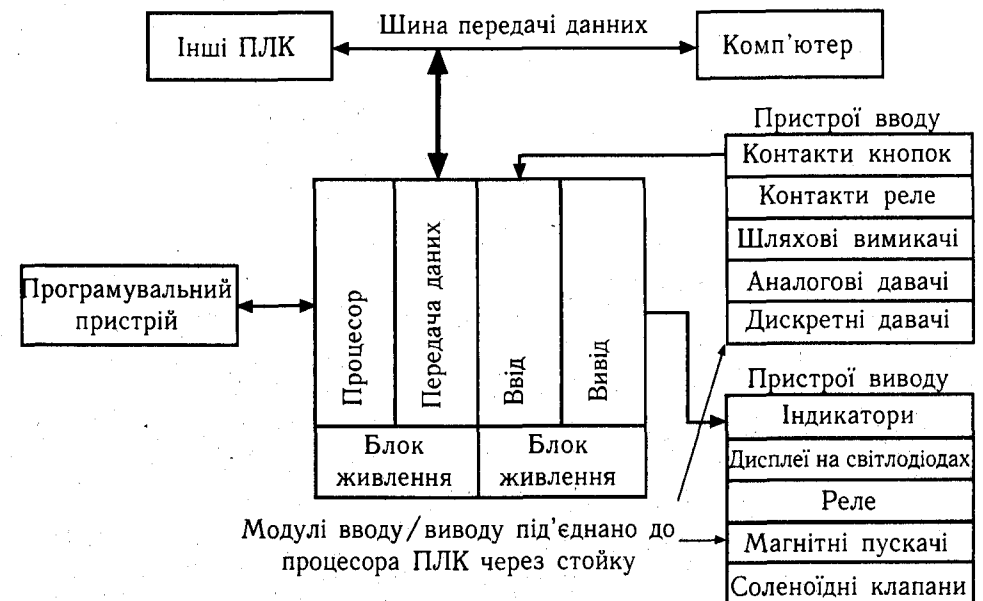


Рис. 17.5

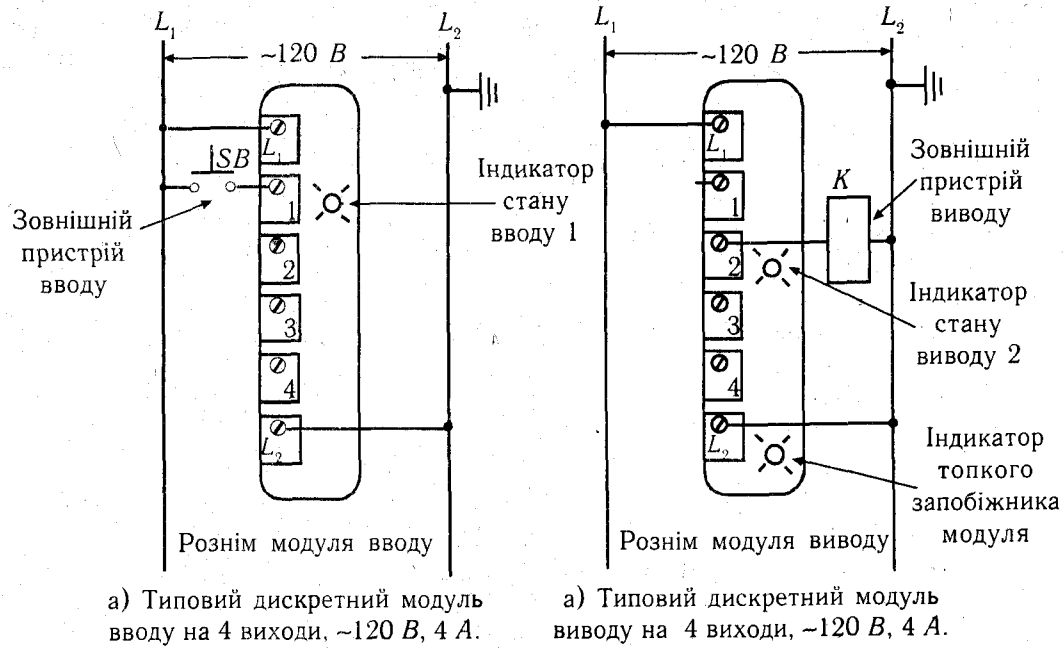


Рис. 17.6

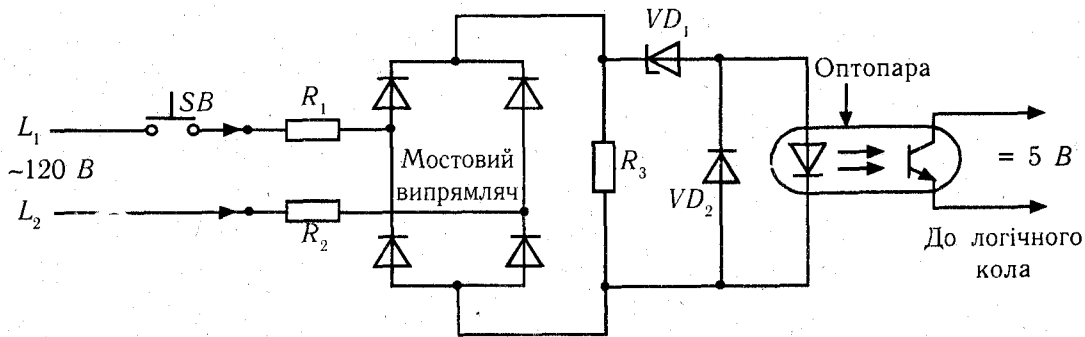


Рис. 17.7

Рис. 17.7 показує електричну схему з'єднань одного типового дискретного вводу модуля інтерфейсу змінного струму, яка має силову та логічну частини. Силова частина відокремлена від логічної оптичним ізолятором у вигляді діодно-транзисторної оптопари. Коли контакт натискної кнопки SB закритий, змінна напруга  $\sim 120\text{ В}$  прикладена через резистори  $R_1$  та  $R_2$  до мостового випрямляча. В такий спосіб на резисторі  $R_3$  отримується постійна пульсуюча напруга, частина якої падає на стабілітроні  $VD_1$ . Робоча напруга стабілітрона встановлює мінімальний рівень напруги, яка може бути виявлена. В такий спосіб встановлюється захист від сприйняття контролером створених потужними індустриальними магнітними полями імпульсів напруги

у провідниках, що з'єднують вхід модуля вводу з керованим об'єктом. Оптопара захищає процесор від помилкових спрацьовувань і від пікових напруг при перехідних процесах. Коли через світлодіод оптопари протікає струм, він випромінює світло і фототранзистор оптопари переходить до відкритого стану і натискання кнопки у силовому колі повідомляється логічному колу контролера при напрузі низького рівня.

Модуль інтерфейсу виводу ПЛК діє як вимикач у колі керованого об'єкта з використанням джерел живлення цього об'єкта. Вихідний сигнал подається від процесора до логічної схеми, яка отримує і зберігає цей сигнал на виході контролера у потрібному стані — активному чи пасивному. Як комутаційні пристрої для вихідних сигналів використовуються: реле для виходів на змінному та постійному струмі, тиристори чи симистори для виходів на змінному струмі, транзистори для виходів на постійному струмі.

Функція модуля виводу подібна до функції модуля вводу, але в зворотному напрямку. Електрична схема з'єднань інтерфейсу модуля виводу показана на рис. 17.8. Коли процесор встановлює високий рівень напруги на вході світлодіода оптопари, через світлодіод іде струм, внаслідок чого світлодіод випромінює світло і переводить фототранзистор оптопари у провідний стан. Це приводить до відкриття симистора VS і протікання струму в колі котушки KM магнітного пускача електродвигуна. Оскільки симистор проводить струм в обох напрямках напруга живлення котушки змінна.

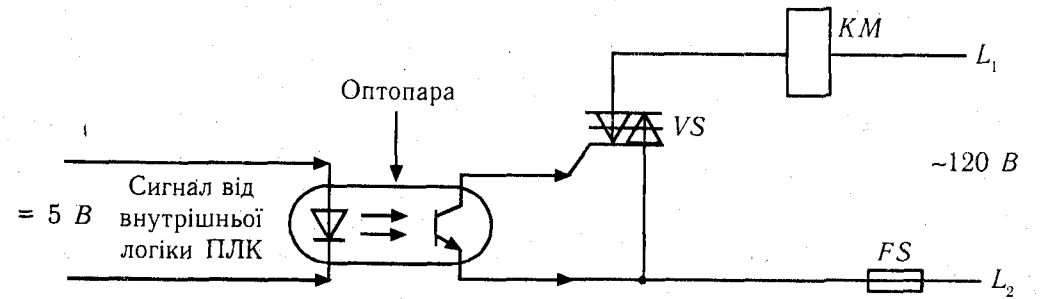


Рис. 17.8

Модулі інтерфейсу виводу звичайно виготовляють на струми від 0,5 до 2 або 3 А. Навантаження повинно бути таким, щоби робочі границі струму модуля інтерфейсу не були перевищені. Для керування потужними установками до модуля виводу контролера під'єднують проміжне реле, яке може в свою чергу керувати більш потужним пускачем чи контактором.

Аналогові вхідні модулі інтерфейсу мають схемну частину, необхідну для приймання аналогових сигналів з пристроїв зовнішнього поля. За допомогою аналогово-цифрових перетворювачів (див. розділ 15.6) вони представляють значення аналогового сигналу у вигляді 8+12-тирозрядного двійкового числа, а іноді як десяткове число у двійково-десятковому коді (див. розділ 16, табл. 16.1). Аналогові вхідні сигнали звичайно отримують при перетворенні вимірюваних фізичних величин (температури, тиску, частоти обертання та інших) за допомогою спеціальних перетворювачів (давачів). Такими давачами можуть

бути термометр опору, напівпровідниковий терморезистор, тахогенератор постійного струму та інші. В деяких випадках виробники ПЛК використовують давачі, які перетворюють вимірювану фізичну величину в пропорційну їм частоту електричної напруги і використовують аналогові модулі, які працюють у режимі частотоміру.

Кожному конкретному фізичному комутувальному виводу (терміналу) на модулях вводу та виводу призначено своя індивідуальна адреса (рис. 17.9). Ця адреса використовується процесором щоби ідентифікувати стан пристрою, контролювати його або управляти ним. Тип модуля вводу/виводу і фактичного розташування терміналу визначає адреса програмування. Формат адресації ввідів і виводів залежить від конкретного використовуваного ПЛК і знаходиться звичайно у керівництві для користувача. Ці адреси можуть задаватися у десятковому, вісімковому або шістнадцятковому кодах у залежності від системи числення, яка використовується ПЛК.

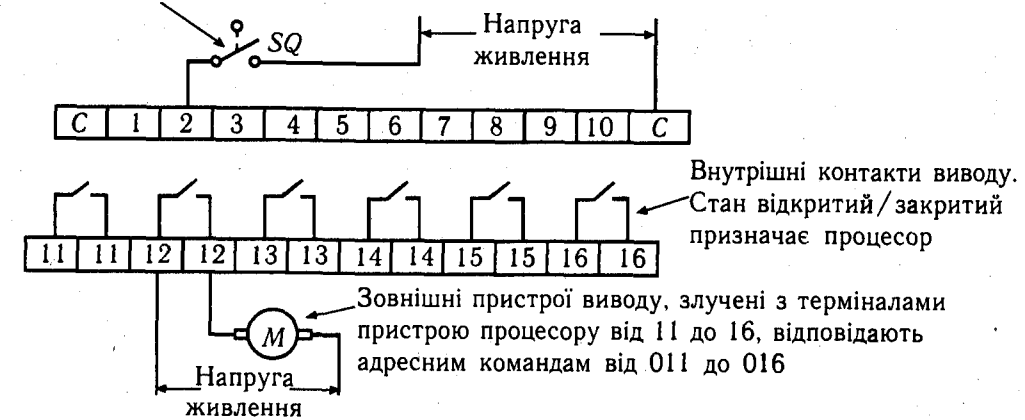
Мікро-формат адресації ПЛК, показаний на рис. 17.9, а використовує обмежене число точок керування. Кожний ввід і пристрій вводу повинен мати свою специфічну адресу. У великих ПЛК з монтажем окремих блоків у стійках, адресу пристрою визначає розташування модуля всередині стійки і номер терміналу модуля, як це показано на рис. 17.9, б.

На рис. 17.9, а показано, що підключений до інтегрованого у корпус ПЛК модулю вводу контакт шляхового вимикача SQ має адресу 002. Внутрішні контакти виводу (позначені на схемі як  $\text{—}$ ), створені інтерфейсом модуля виводу і є логічними зображеннями реальних контактів. Ці контакти закриті, якщо процесор, наприклад, відкриває на виході модуля фототранзистор (рис. 17.8). Для того, щоби через якір двигуна постійного струму  $M$  пішов струм (рис. 17.9) процесору необхідно замкнути внутрішній контакт (відкрити фототранзистор) за адресою 012.

У разі виготовлення модулів вводу/виводу у вигляді окремих блоків, які сполучаються з іншими блоками ПЛК через розніми, вмонтовані у стійки, до яких вставляють блоки контролера, адреса конкретного вводу чи виводу складається з адресного слова та адреси біта (рис. 17.9, б). Адресне слово задає характер операції (ввід — I, вивід — O) і повідомляє номер стійки (два розряди) і номер групи стійки (один розряд). Адреса біта визначає номер терміналу, тобто номер виводу сигналу на конкретному модулі виводу. В такий спосіб, якщо закрити контакт натискної кнопки SB1, процесор сприймає це як появу логічної одиниці на вході з адресою 1 : 012/00 (схема рис. 17.9, б) і, в залежності від виконаної програми, дасть можливість протікати струму в одному з зовнішніх пристроїв виходу. Наприклад, за адресою 0 : 023/00 таким пристроєм буде котушка реле K1.

Для того, щоби розібратися у принципі функціонування ПЛК розглянемо просту прикладну програму керування батареєю люмінесцентних ламп низького тиску фотоекспонувальної установки. Прийемо, що лампи можуть бути автоматично ввімкнені до мережі живлення лише при наявності у робочій зоні певного вакууму та температури. Крім того, прийемо, що оператор може вручну ввімкнути лампу натисканням кнопки не беручи до уваги наявні температуру та тиск. Принципова схема ступінчастого рележно-контактного керування лампами за допомогою контактів давача тиску SP, давача температури SK, кнопки SB та магнітного пускача KM показана на рис. 17.10. Якщо закриті контакти давачів SP та SK або кнопки SB, то котушка пускача KM збуджується і пускач вмикає батарею ламп до мережі живлення.

Зовнішні пристрої вводу, підключені до терміналів модуля процесора, відповідають адресним командам від 001 до 010



а) Мікро-формат адресації ПЛК

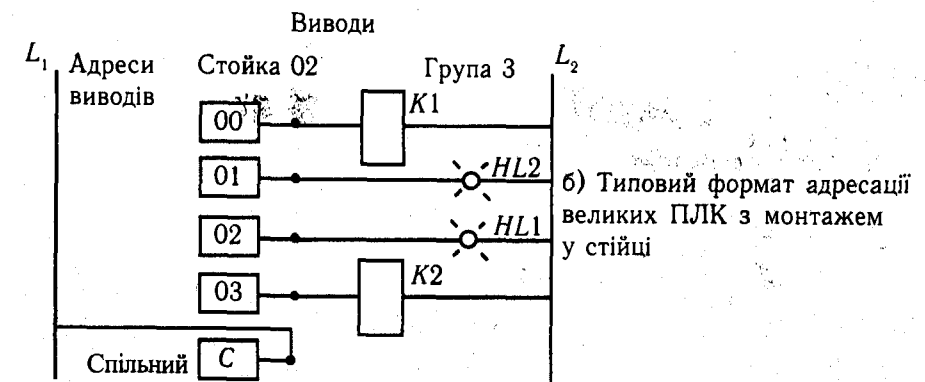
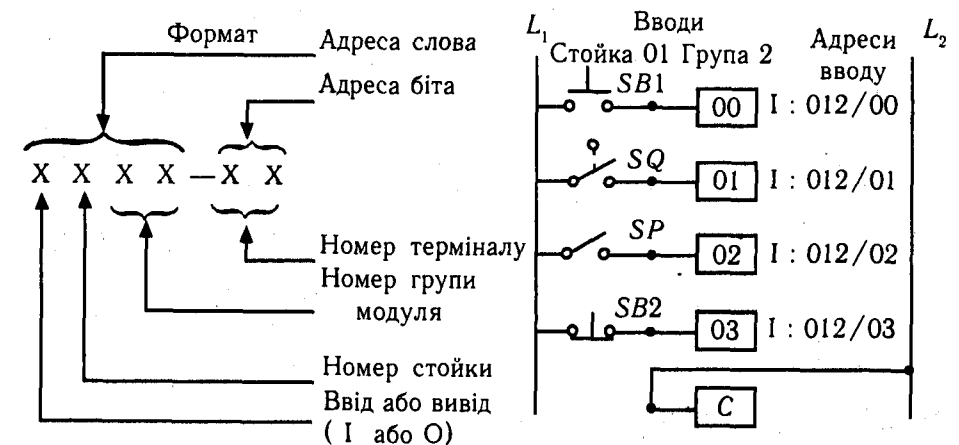


Рис. 17.9

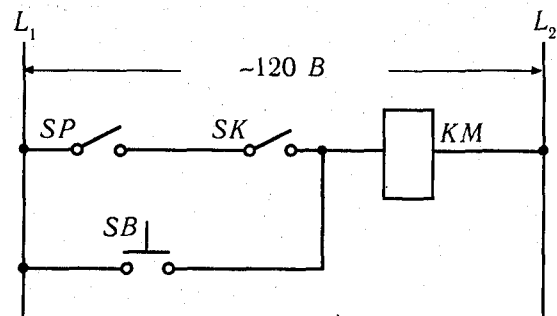


Рис. 17.10

При розв'язуванні цієї задачі з використанням ПЛК використовуються ті ж самі зовнішні пристрої (контакти давача тиску, давача температури, натискної кнопки). Ці пристрої жорстко змонтовані до виводів модуля вводу відповідно формату адресації виробника ПЛК, який згідно з заданою йому програмою здійснює логічне керування тим самим процесом шляхом заміни кожного реального контакту внутрішнім логічним контактом. Типова ступінчаста логічна

схема керування показана на рис. 17.11. Розташування логічних контактів є подібним розташуванню жорстко змонтованої релейної схеми. Індивідуальні символи контактів представляють собою команди програми ПЛК, а числа біля них представляють адресу команди. Коли процесор програмує, ці команди вводять одну за одною до пам'яті контролера з клавіатури терміналу програмувального пристрою (пульта оператора). Введена програма зберігається у пам'яті контролера.

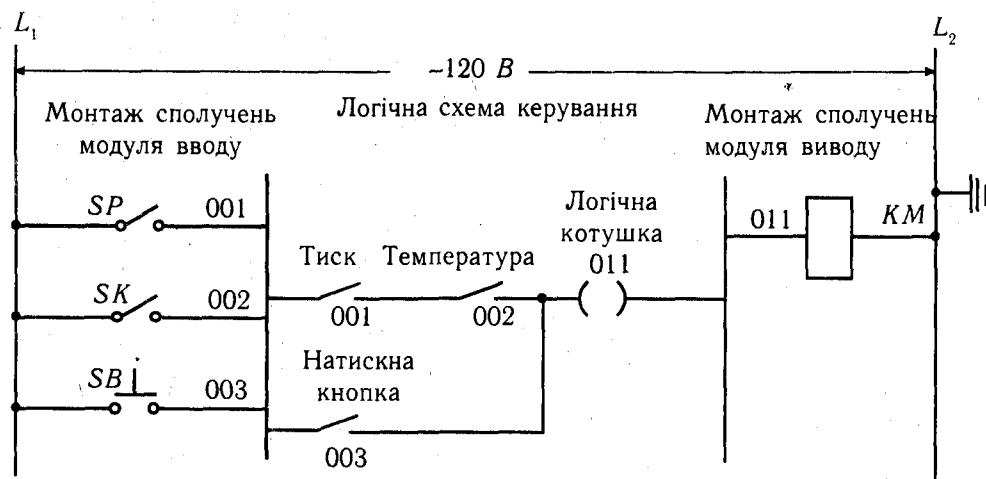
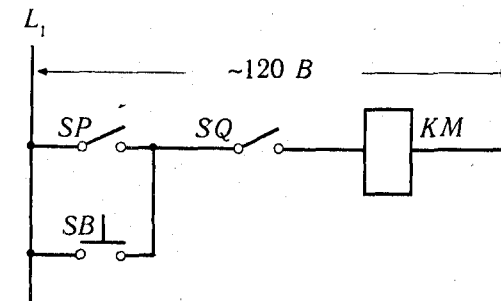


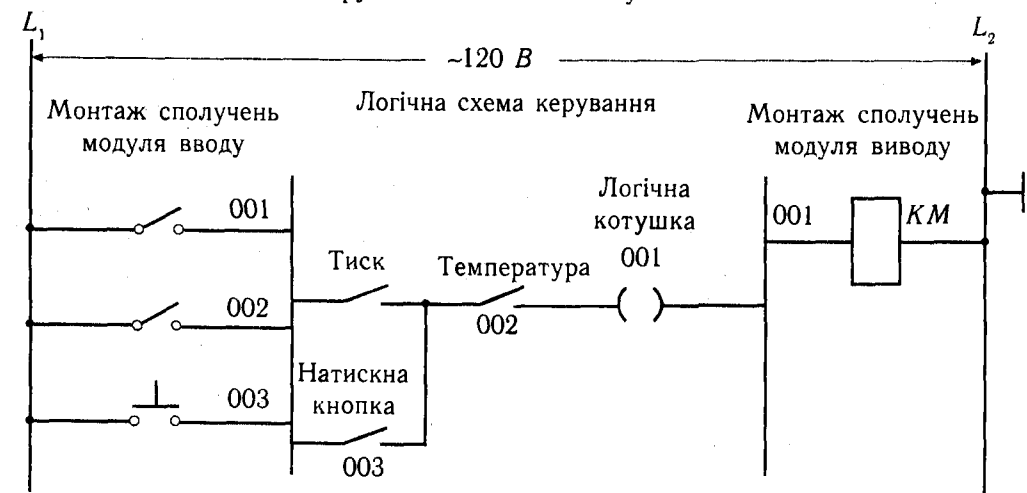
Рис. 17.11

Для запуску програми ПЛК переводять до режиму ВИКОНАННЯ (RUN), який можна ще назвати режимом операційного циклу. Протягом виконання кожного операційного циклу контролер досліджує стан пристроїв вводу даних, виконує програму користувача і змінює стани виводів відповідно до отриманих станів ввів. Кожну ступінь логічної діаграми можна розглядати як набір нормально відкритих (НВ) контактів. Якщо всі логічні контакти закриті, показана на рис. 17.11 логічна котушка 011 збуджується і встановлює та виводі 011 логічну одиницю. У показаній ступінчастій схемі керування котушка 011 збуджена, коли закриті контакти 001 та 002 або коли закритий контакт

003. Виконання принаймні однієї з цих умов забезпечує неперервний шлях зліва направо в межах даної ступені логічної схеми керування, що призводить до вмикання (збудження) логічної котушки і вмикання магнітного пускача КМ.



а) Жорстко змонтована релейно-контактна схема керування вимагає зміни у монтажі



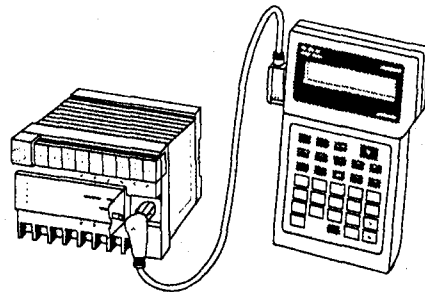
б) Використання ПЛК вимагає лише зміни в програмі; всі з'єднання модулів вводу та виводу лишаються незмінними

Рис. 17.12

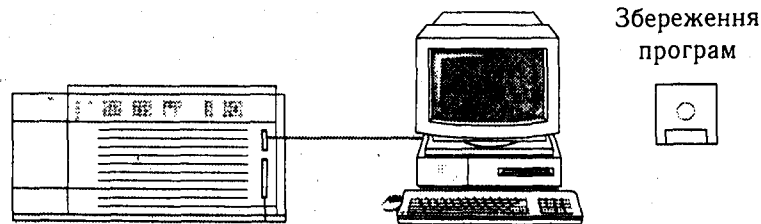
Операція RUN може бути описана такою послідовністю дій. Спочатку описується стан ввів з реєстрацією стану кожного вводу у пам'яті контролера. Закритий контакт реєструється як сигнал рівня логічної одиниці і відкритий контакт — сигналом з рівнем логічного нуля. Потім аналізується стан контактів однієї ступені логічного керування. Якщо ці контакти забезпечують шлях для струму зліва направо у діаграмі ступеня, логічній котушці присвоюється значення логічної одиниці і відповідний контакт (або контакти) модуля інтерфейсу виводу закриється (закриються). Якщо ж на програмних логічних ступенях відсутня жодна струмопровідна доріжка, логічній котушці, розташованій у пам'яті ПЛК, присвоюється значення логічного нуля і контакти інтерфейсу модуля виводу будуть відкриті. Завершення одного циклу такої послідовності операцій

називають **переглядом**. *Перегляд* — це час, потрібний для виконання одного повного циклу програми. Він визначає швидкодію ПЛК. Перегляд може тривати приблизно від 1 до 20 мс. Якщо контролер повинен реагувати на вхідний сигнал, який змінює свій статус двічі протягом часу перегляду, то можливо, що контролер не зможе виявити ці зміни. Час перегляду повинен бути відомим програмісту, щоби мати гарантію, що перегляд протікає швидше від будь-якої операції пристроїв зовнішнього поля.

Вище згадувалось, що однією з важливих переваг мікропроцесорних пристроїв, а отже й ПЛК, є легкість, з якою функції цих пристроїв можуть бути змінені в разі виникнення функціональних або апаратних змін у процесі керування технічним об'єктом. Наприклад приймемо, що при керуванні батареєю люмінесцентних ламп у вищезгаданому прикладі оператору слід дозволити вмикати лампи вручну при будь-якому тиску, але тільки при наявності температури у робочій зоні не більше заданої. Тоді в разі використання релейної схеми керування будуть необхідні зміни в проводах системи (рис. 17.12, а). Якщо ж використати ПЛК, то сполучення всіх зовнішніх пристроїв з модулями ввідів та виводів залишаться незмінними (рис. 17.12, б), зміни відбудуться лише у логічній частині схеми, тобто тільки у програмі.



а) Переносний програмувальний пристрій



б) ПЛК з програмуванням від комп'ютера

Рис. 17.13

Програми заносяться до пам'яті програмованого контролера за допомогою програмувальних пристроїв, які дозволяють вносити, редагувати та відлагоджувати програми користувача. Модулі програмування можуть мати вигляд переносного пристрою з клавіатурою та дисплеєм на рідких кристалах, показаного на рис. 17.13, а. Дисплей переносного пристрою здатний виводити алфавітно-цифрові символи з обмеженою їх кількістю (наприклад чотири

лінії по 16 символів у кожній) і дозволяє програмувати контролер мовою "Список команд" даного контролера. Клавіатура переносного пристрою програмування має три зони: цифрову зону, зону функціональних клавіш та зону клавіш внесення команд. Якщо модуль програмування не використовується, він може бути відключеним. Відсутність програмувального модуля не впливає на виконання програми користувача контролером. Деякі переносні програмувальні пристрої дозволяють зберігати програму користувача на карті пам'яті типу EEPROM із значним обсягом пам'яті порядку 30 тисяч слів. Більшість команд мікроконтролерів займає одне слово, отже такий пристрій може зберігати великі програми, довжина яких частіше всього більше від реальної потреби. Звичайно ж програма користувача зберігається в оперативній пам'яті контролера з акумуляторною підтримкою.

Персональний комп'ютер з відповідним програмним забезпеченням також може бути використаний як програмувальний пристрій. Можливе суттєве віддалення комп'ютера від місця фізичного розташування контролера. Відлагоджена програма може бути збережена при наявності комп'ютера на його жорсткому диску або на інших магнітних носіях (рис. 17.13, б). Можливе підключення через модеми декількох контролерів до спільної магістралі обміну даними.

## 17.2. ОСНОВИ ПРОГРАМУВАННЯ ПРОГРАМОВАНИХ ЛОГІЧНИХ КОНТРОЛЕРІВ

Як і при програмуванні мовою асемблера будь-якого мікропроцесора (див. розділ 16.3), для програмування логічного мікроконтролера слід зпланувати організацію його пам'яті. Рисунок 17.14 показує типову організацію пам'яті ПЛК, відому як карту пам'яті. Індивідуальні розділи карти пам'яті, їх порядок і довжина можуть бути фіксованими або змінними в залежності від виробника і конкретної моделі ПЛК.

Адреси

0	Програма користувача
400	Зображення станів ввідів
600	Зображення станів виводів
800	Числова та надоперативна пам'ять
900	Стан таймерів
1050	Стан лічильників
1300	Інші функції
....	

Рис. 17.14

В цілому карту пам'яті можна розподілити на три поля: поле таблиці даних, в якому фіксуються розміщення та стан ввідів/виводів, реле, таймерів, лічильників;

поле програми користувача і поле допоміжної пам'яті, в якому зберігаються програми, необхідні для функціонування контролера (подібно до програми "Монітор", згаданої у розділі 16.3).

Розділ пам'яті "програма користувача" — це місце внесення та зберігання програмованої логічної схеми керування, подібно до схеми релейно-контактного керування (рис. 17.10—17.12). Програма користувача містить логіку, яка виконує операції керування зовнішніми пристроями. Ця логіка складається з команд у форматі логічної драбини, подібно до логіки драбини релейно-контактних схем.

**Таблиця даних** зберігає необхідну для виконання програми користувача інформацію про стан пристроїв вводу/виводу, стан лічильників, таймерів, а також значення вихідних чи проміжних даних. Дані стану — це інформація типу "ввімкнути/вимкнути" (ON/OFF), представлена у вигляді логічних одиниць (1) або логічних нулів (0), які виставляються у відповідних конкретних бітах слова виводу. При виставленні на певному виході логічної одиниці процесор встановлює на вході відповідного модуля виводу напругу високого рівня наближену до значення своєї робочої напруги (наприклад напругу біля 5 В на схемі рис. 17.8), а при встановленні логічного нуля — напругу низького рівня, яка звичайно не перевищує 0,3—0,8 В, чим забезпечує активний або пасивний стан вихідного силового пристрою (наприклад симистору на рис. 17.8).

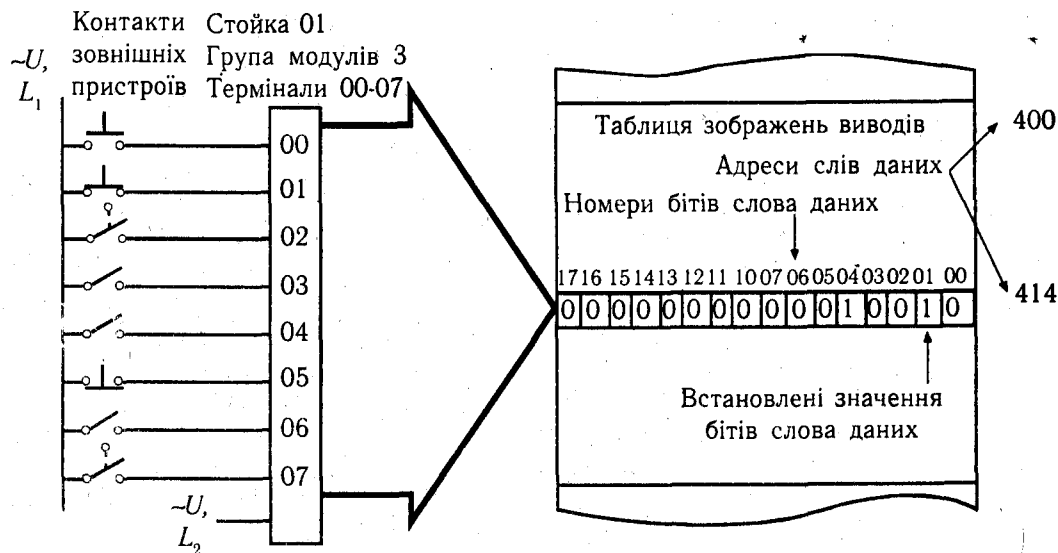


Рис. 17.15

Таблиця даних може бути умовно розподілена відповідно до типу збереженої інформації на три зони: зону зображень даних ввідів, зону зображень даних виводів і зону зберігання даних лічильника та таймера. Таблиця зображень даних ввідів зберігає інформацію про стан дискретних ввідів модуля інтерфейсу вводу. Рис. 17.15 показує типове підключення до вхідної таблиці зображень вхідного модуля

контролера. Коли зовнішній контакт закритий, процесор виявляє напругу на вхідному терміналі і записує цю інформацію у вигляді двійкової одиниці у відповідному розряді слова пам'яті з певною адресою. Це означає, що опитаний термінал має стан "ввімкнено" (ON). Якщо ж зовнішній контакт відкритий, — процесор записує двійковий нуль до відповідного розряду комірки пам'яті з певною адресою, фіксуючи, що опитаний термінал має стан "вимкнено" (OFF).

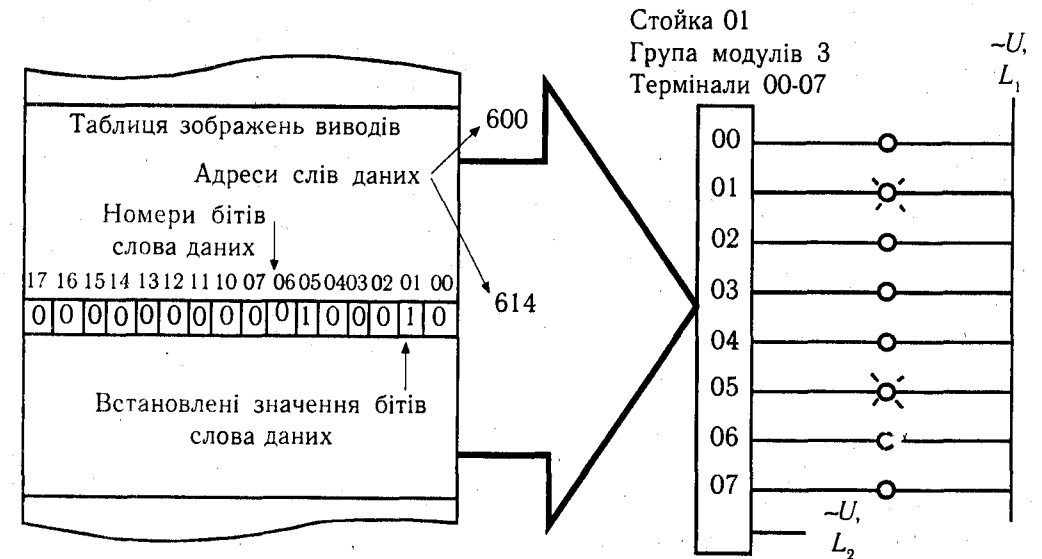


Рис. 17.16

Таблиця зображень виводів — це масив бітів, які керують станом дискретних пристроїв виводу, сполучених із схемами вихідного інтерфейсу ПЛК. Рис. 17.16 показує типове підключення світлових індикаторів до таблиці зображення виводів через модуль виводу. Стан індикаторів визначається наявністю логічних одиниць або нулів на контактах розніму модуля виводу. На рис. 17.16 стан 1 (ON) виведено на контакти розніму модуля виводу, які відповідають розрядам 01 та 05 у двобайтному слові даних і злучені з цими виводами індикатори світяться. В усіх інших розрядах слова даних виставлено стан 0 (OFF), отже всі інші індикатори не світяться.

Програма користувача виконується циклічно по трьох типових етапах: читання стану ввідів — аналіз стану ввідів згідно із заданою програмою — корекція стану виводів — і далі знову читання стану ввідів. Процес читання (сканування) ввідів ілюструє рис. 17.17. Процесор сканує (опитує) стан кожного ступіня драбини логічних контактів у горизонтальному напрямку і, при наявності шляху для струму в ланцюгу контактів, збуджує логічну котушку, яка знаходиться наприкінці ступіня, після чого сканується наступний розташований нижче ступінь драбини.

*Мова програмування ПЛК* — це метод повідомлення користувачем інформації контролера. Логіка релейно-контактної драбини була першою і найбільш популярною



мовою, застосованою у ПЛК. І нині більшість ПЛК використовує, або виключно, або частково цю логіку.

Логіка релейно-контактної драбини — це графічна мова програмування, яка дозволяє імітувати вигляд змонтованої системи реле. Це полегшує експлуатацію ПЛК технічним персоналом, який звик до роботи з релейно-контактними схемами і дає суттєві переваги при роботі в інтерактивному режимі, якщо схема, подібна зображеній на рис. 17.17, відображується на дисплеї і струмопровідні ділянки кола висвітлюються більш яскраво. Схема керування стає наочною, що полегшує роботу оператора.

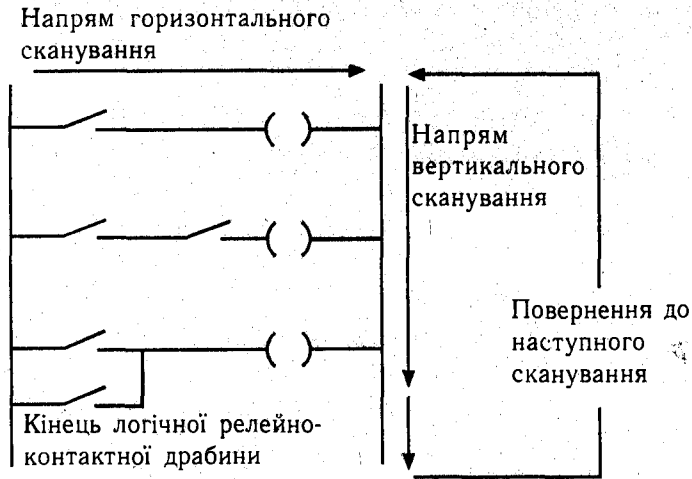


Рис. 17.17

Для транслявання логіки релейно-контактних схем до логіки контактної символіки використовують три базисних символи, показаних у табл. 17.1, які представляють базисний набір команд для виконання функцій, подібних функціям реле.

Таблиця 17.1

Базисні символні команди ПЛК

EXAMINE ON (перевірити на умову "ввімкнено")	┆┆	XIC
EXAMINE OFF (перевірити на умову "вимкнено")	┆/┆	XIO
OUTPUT ENERGIZE (збудити вивід)	( )	OPE

Команди EXAMINE ON та EXAMINE OFF звичайно представляють будь-який ввід логічного керування. Вводом може бути підключений перемикач або натискна кнопка, контакт з підключеного виводу або контакт із внутрішнього виводу. Адреса обох команд — бітового рівня. Біт стану дорівнює 1 (ON) або 0 (OFF).

Для команди EXAMINE ON стан перевірюваного біта досліджується на 1 (ON) умову, тобто на рівність цього біта одиниці, а для команди EXAMINE OFF — на 0 (OFF) умову, тобто на рівність цього біта нулю. Якщо для команди EXAMINE ON стан перевірюваного біта дорівнює 1 (ON), то команда має логічне значення TRUE (ІСТИНА). Навпаки, команда EXAMINE OFF має логічне значення TRUE, якщо біт стану є 0 (OFF). Відповідно, якщо для команди EXAMINE ON стан перевірюваного біта дорівнює 0 (OFF), то команда має логічне значення FALSE (НЕПРАВДА), а команда EXAMINE OFF має логічне значення FALSE, якщо біт стану є 1 (ON), як це показано на рис. 17.18, а, б та в.

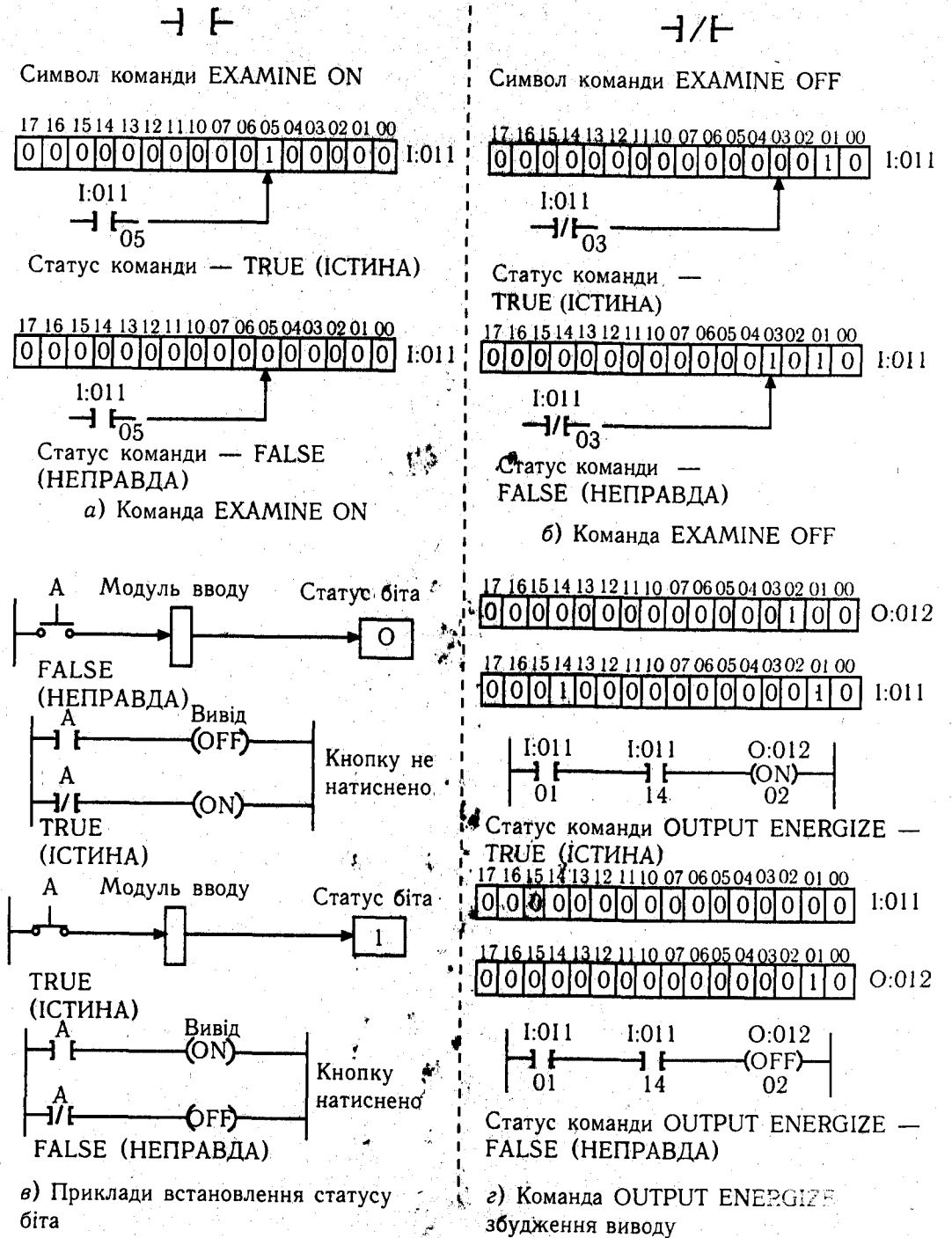


Рис. 17.18

Основна функція програми, представленої логічною драбиною, — керувати виводами на підставі інформації про стани вхідних умов, тобто інформації про кожний ступінь драбини. Ступінь складають встановлені вхідні умови у вигляді контактних символічних команд і команда виводу наприкінці ступіня, представлена символом котушки. Остання визначає стан деякого адресованого виводу, керованого комбінацією логічних контактних команд, що перебувають у складі ступіня. Вивід може бути підключеним до зовнішніх або внутрішніх реле. Внутрішні реле фізично не існують, а використовуються при створенні програми. Якщо хоча один шлях вхідних умов зліва направо при застосуванні команди EXAMINE ON відповідає умові TRUE (ІСТИНА) — ступінь приймає значення TRUE і статус біта в адресованому виводі збудження встановлюється, як це показано на рис. 17.18, а, на 1 (ON — ввімкнений). Наявність неперервного логічного шляху називають **логічною неперервністю** ступіня. Якщо логічна неперервність ступіня відсутня, умова ступіня приймає значення FALSE (НЕПРАВДА) і статус адресованого біта збуджуваного виводу встановлюється на 0 (OFF — вимкнений) як це показано на рис. 17.18, а. Звернемо увагу на те, що при застосуванні команди EXAMINE OFF в адресованому виводі збудження статус біта встановлюється на 1 при розімкнених фізичних контактах (рис. 17.18, в, варіант з ненависненою кнопкою).

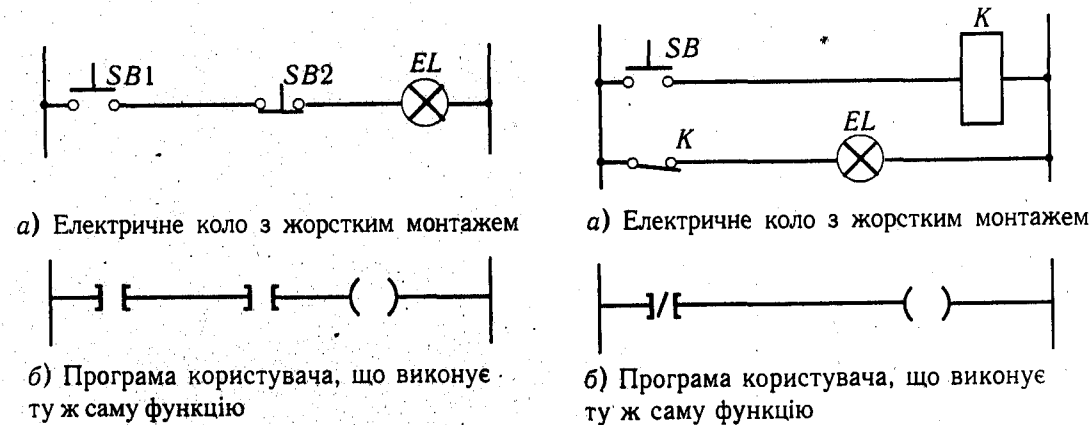


Рис. 17.19

Рис. 17.20

Приклад простої програми, з використанням команди EXAMINE ON показаний на рис. 17.19, на якому зображено реальне електричне коло з жорстким монтажем елементів і програма користувача, яка дає ті ж самі результати. У програмі і нормально відкрита кнопка SB1, і нормально закрити кнопка SB2 представлені символами EXAMINE ON, оскільки у логічному колі для збудження виводу обидва логічні контакти повинні закритися, що й забезпечує команда EXAMINE ON.

Приклад простої програми з використанням команди EXAMINE OFF показаний на рис. 17.20. У жорстко змонтованому реальному колі при ненависненій кнопці SB котушка реле K не збуджена, тому нормально закритий контакт цього реле вмикає освітлювальну лампу EL. Коли ж кнопку SB натиснено, котушка реле збуджена

і контакт K у колі лампи відкривається і переводить лампу в положення OFF, тобто вмикає її. Використання команди EXAMINE OFF дає у логічній схемі той самий результат керування: коли контакт кнопки SB ненависнений, команда EXAMINE OFF має значення TRUE (ІСТИНА), що забезпечує збудження логічної котушки виводу.

На рис. 17.21 показані зовнішні пристрої вводу/виводу і програма, яка може бути використана для пуску двигуна. В реальній схемі при натисканні кнопки "Пуск" іде струм через котушку магнітного пускача KM, пускач вмикає двигун своїми силовими контактами, а допоміжним блок-контактом шунтує контакт кнопки "Пуск". Тому після відпускання кнопки "Пуск" коло котушки пускача лишається замкненим. Контакти кнопок "Пуск" і "Стоп" запрограмовані командами EXAMINE ON, тому при натисканні кнопки "Пуск" утворюється логічна неперервність у ступені драбини і котушка виводу KM збуджується, що приводить до подання напруги на вивід котушки пускача KM і замикання логічного контакту KM, який блокує ділянку логічної кнопки "Пуск SB" і зберігає логічну неперервність після її розриву. Показаний на схемі нормально закритий контакт KK належить тепловому реле захисту двигуна від перевантажень.

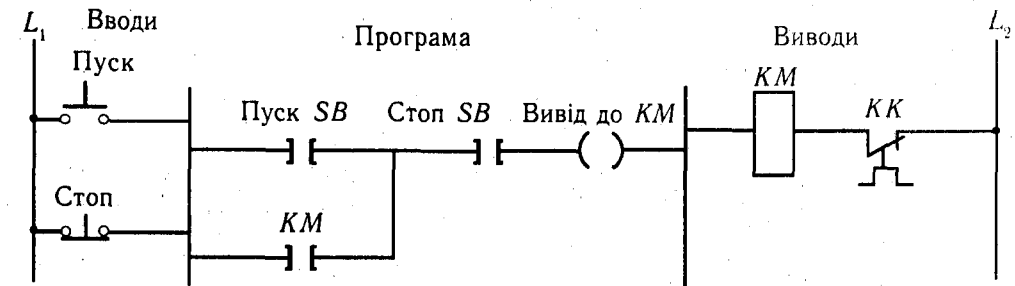


Рис. 17.21

Звичайно програму заносять до ПЛК з клавіатури терміналу оператора або переносного програмувального пристрою. Діаграму всіх ступнів драбини, логічних контактів та котушок збудження виводів вводять натисканням клавіш клавіатури у певній послідовності. Результат відображується на дисплеї терміналу програміста або на світлодіодному (або рідинно-кристалічному) дисплеї переносного програмувального пристрою. Там же можливе відображення коментарів для пояснення призначення окремих контактів та котушок. Апаратні засоби та методи програмування для ПЛК різних виробників специфічні. Тому для програмування конкретного ПЛК слід скористатися технічною документацією відповідного виробника.

Пристрій програмування дозволяє обрати декілька режимів роботи процесора. Число таких режимів і методи їх виклику специфічні для кожного виробника. Але незалежно від моделі ПЛК можна виділити деякі спільні режими роботи:

**ОЧИЩЕННЯ ПАМ'ЯТІ** — використовується для знищення програм в оперативній пам'яті;

**ПРОГРАМУВАННЯ** — використовується для внесення нової програми або модифікації існуючої у внутрішній оперативній пам'яті;

**ТЕСТ** — використовується для виконання програми користувача без подачі напруження на виводи ПЛК;

**ВИКОНАННЯ** — виконання програми користувача з опитуванням всіх входів і поданням напруження керування на всі пристрої виводу.

На алфавітно-цифрових діодних дисплеях ПЛК звичайно передбачена можливість отримання повідомлень про несправності в роботі устаткування з указуванням місця (наприклад «МОТОР № 1») і часу їх виникнення.

Деякі виробники передбачають можливість підключення до ПЛК програмованого графічного інтерфейсу, на якому всі контактні пристрої панелі оператора, а також їх світлові індикатори замінені піктограмами на люмінесцентному сенсорному екрані. Оператору достатньо торкнутися у відповідному місці панелі дисплея, щоби активізувати певну кнопку. Торкаючись піктограм таймера або лічильника, а потім — графічних символів цифрової клавіатури на дисплеї, оператор може змінювати попередні завдання (уставки) таймера та лічильника. На таких екранах також передбачено зображення повідомлень про несправності з індикацією місця та часу їх виникнення. Отже, за допомогою таких люмінесцентних сенсорних екранів оператор може керувати роботою установки з наочним представленням всіх її ланок на екрані і без використання традиційної клавіатури.

### 17.3. ТАЙМЕРИ ТА ЛІЧИЛЬНИКИ У ПРОГРАМОВАНИХ ЛОГІЧНИХ КОНТРОЛЕРАХ

Таймери використовують у мікропроцесорних системах найчастіше для отримання програмованої затримки часу. В релейній автоматизації для цього використовують реле часу — електромагнітні, пневматичні, годинникові, електронні та інші. У мікропроцесорних пристроях, розглянутих у розділі 16, таймери виконують у вигляді окремої ВІС (наприклад КР580ВИ53 у серії К580) або вбудовують всередину ВІС однокристальних мікро-ЕОМ. Звичайно такі таймери мають 1—3 лічильники, в які програміст заносить наперед задані числа. При поступленні зовнішніх імпульсів на вхід лічильника його зміст декрементується (тобто зменшується на одиницю) і коли він стає рівним нулю — таймер видає сигнал на певному виході. Змінюючи наперед задане число та частоту імпульсів на вході лічильника можна в широкому діапазоні змінювати інтервал часу, в якому відбувається зменшення до нуля змісту лічильника.

Перевагою таймерів і лічильників у ПЛК є те, що їх кількість може бути легко змінена програмним шляхом без внесення змін до монтажу. Адреси лічильника та таймера звичайно визначає виробник ПЛК, який розміщує їх у специфічній області таблиці організації даних. Кількість таймерів та лічильників, які можна програмувати, також залежить від моделі ПЛК, але їх доступна кількість звичайно перевищує реальну потребу.

**Таймери та лічильники у ПЛК виглядають як команди виводу.** Найвні три типи таймерів у ПЛК: таймер з затримкою вмикання (позначається TON від англійського on-delay timer), таймер з затримкою вимикання (позначається TOF від off-delay timer) і таймер з затримкою і збереженням попереднього значення лічильника (позначається як RTO від retentive on-timer). Найвні два типи лічильників:

лічильники, що працюють на збільшення початкового значення змісту (позначаються як STU — count-up) та на зменшення початкового значення змісту (позначаються як STD — count-down).

Таймери можна за бажанням програміста використати для активізації або дезактивізації зовнішнього пристрою після закінчення наперед заданого інтервалу часу.

Для представлення команди таймера у логічній драбині використовують два методи. У першому методі команду таймера зображують у вигляді котушки реле, як це показано на рис. 17.22, а. Таймеру призначають адресу, яка інтерпретується як таймер. **Складовими команди таймера є також базовий час таймера ТБ, який визначає інтервал дискретизації зміни біжучого значення часу, наперед заданий час затримки таймера НЗТ та акумульоване, тобто накопичене (біжуче) значення періоду затримки таймера АК.** Коли ступень таймера набуває логічної неперервності таймер починає рахувати часові інтервали та час, поки акумульоване значення не стане рівним наперед заданому. Коли накопичений час стає рівним наперед заданому, — встановлений контакт виводу змінює свій статус. Програмно він може бути оформлений як нормально закритий або нормально відкритий, тобто або закриватися або відкриватися після закінчення заданої таймеру витримки часу.

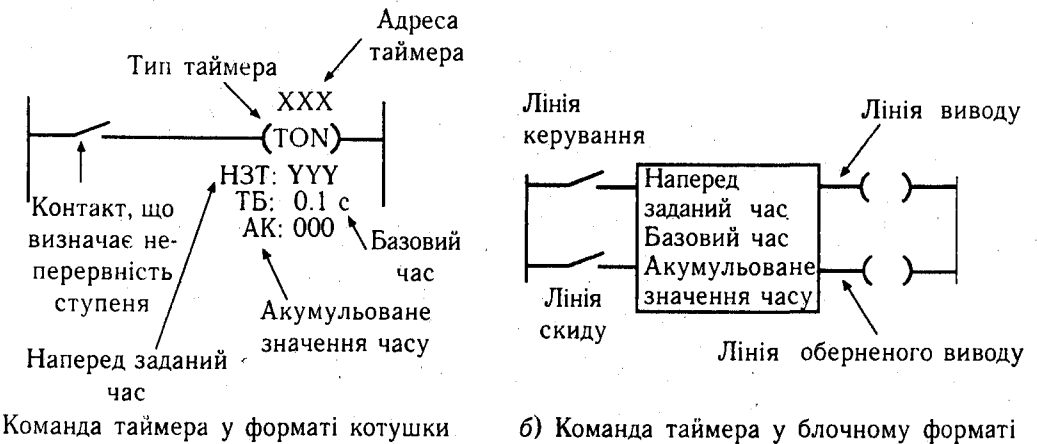
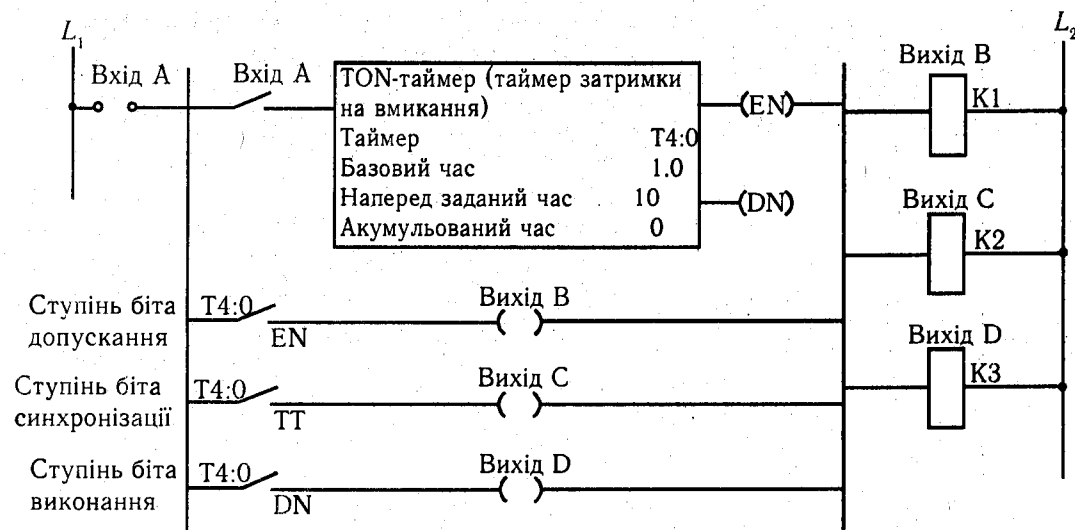
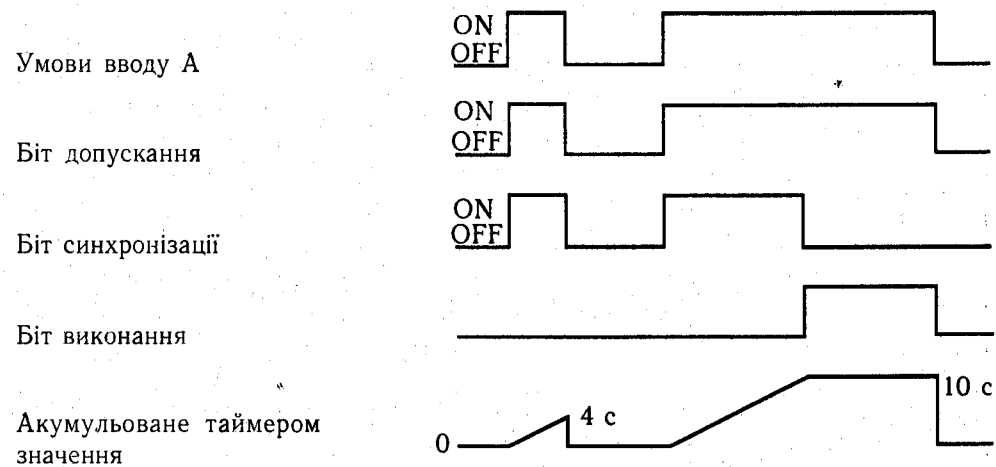


Рис. 17.22

У другому методі команду таймера представляють у вигляді блоку з двома лініями вводу та з двома лініями виводу (рис. 17.22, б). По лінії керування здійснюється запуск таймера, а по лінії скиду забезпечується скидання накопиченого таймером значення часу на нуль. Всі таймери у блочному форматі забезпечують принаймні один сигнал виводу з таймера, який повідомляє про закінчення таймером циклу відліку часу. Якщо таймер має два виводи, то другий вивід надає сигнал інверсний першому. Під час витримки часу спрацьовування таймера перший вивід знаходиться у стані ВИМКНЕНО, а другий — у стані ВВИМКНЕНО. Після вирівнювання значень наперед заданого та акумульованого часу, перший вивід переходить у стан ВВИМКНЕНО, а другий — у стан ВИМКНЕНО.



а) Ступінчаста драбинна діаграма



б) Часова діаграма таймера

Рис. 17.23

Таймер затримки вмикання є найбільш розповсюдженим. Драбинна діаграма з типовим TON-таймером показана на рис. 17.23. Коли ступінь з таймером стає логічно неперервною, починається період відліку таймером часу. Встановлений вихід таймера стає активним через деякий час після того, як було активізовано таймер, тобто таймер здійснює затримку на вмикання. **Команда таймера складається з трьох слів у таблиці даних: слова керування, слова наперед заданого часу та слова акумулязованого (накопиченого) значення.**

**Слово керування** використовує три біти: біт допускання (EN), біт синхронізації таймера (TT) і біт виконання (DN).

Біт допускання (EN) має статус ІСТИНА (тобто стан 1 або ж ON) коли команда таймера має статус ІСТИНА, тобто коли створена логічна неперервність ступені таймера. На рис. 17.23, а це відбувається, коли закрито вхідний фізичний контакт А і відповідний йому логічний контакт А. Коли логічна неперервність ступені відсутня, тобто вхідний контакт розкритий і має стан 0 (OFF), то й біт допускання має стан 0 (OFF), як це показано на часових діаграмах рис. 17.23, б.

Біт синхронізації таймера (TT від timer timing) має статус ІСТИНА (1), коли змінюється акумуляована таймером величина. Остання починає змінюватися, коли біт допускання EN стає рівним 1 і припиняє змінюватись, коли біт EN стає рівним нулю або коли акумуляоване значення стає рівним наперед заданому. У цей момент біт виконання DN стає рівним 1, а біт TT скидається на нуль (рис. 17.23, б).

Біт виконання завжди приймає значення 1 (ON), коли накопичене (акумуляоване) таймером значення стає рівним наперед заданому.

**Слово наперед заданого часу** — це уставка таймера, тобто інтервал часу затримки таймером встановлення зміни вихідного сигналу після замикання вхідного контакту А.

**Акумуляоване слово** — це біжуче значення часу, яке таймер пропорційно збільшує після свого запуску.

Команда таймера вимагає для своєї роботи попереднього завдання базового часу, який звичайно задають у межах від 0,01 до 1 сек., та наперед заданого часу. Показаний на рис. 17.23 TON-таймер активізується замиканням контакту входу А і починає відлік часу, поки накопичене значення не стане рівним наперед заданому. Якщо контакт входу А розімкнеться скоріше, ніж накопичене та наперед задане значення стануть рівними, накопичений час автоматично скидається до нуля (рис. 17.23, б). Тому цей таймер називають незберігаючим на відміну від таймера RTO, який не скидає накопичене значення на нуль і при новому замиканні вхідного контакту продовжує збільшувати те накопичене значення, яке існувало в момент зупинки роботи таймера. TON-таймер має три виходи В, С, та D, які відповідають котушкам бітів допускання, синхронізації та виконання В, С, та D. Часова діаграма зміни статусу цих виходів показана на рис. 17.23, б.

Робочим виходом є вихід D, який до запуску таймера має статус 0 (OFF) і після замикання контакту входу А через заданий часовий інтервал (на рис. 17.23 — через 10 сек.) змінює свій статус на 1 (ON). Навпаки, таймер із затримкою на вимикання (TOF-таймер) при закритому вхідному контакті А має на виході стан 1 (ON) і після розмикання контакту через заданий інтервал часу змінює свій стан на 0 (OFF).

**Лічильники у ПЛК** використовують для підрахунку подій і керування іншими подіями на підставі накопиченої лічби. Програмовані лічильники можуть працювати на додавання, на віднімання або комбіновано на додавання та віднімання з використанням команди скидання.

Лічильники ПЛК мають формати програмування, подібні до форматів таймера, показаних на рис. 17.22. Один з можливих варіантів програмування лічильника

у форматі котушки показано на рис. 17.24, а. Лічильнику призначена певна адреса, яка ідентифікується програмою як лічильник. Частинами команди лічильника є наперед задане значення лічильника та біжуче накопичене лічбою значення. Тип лічильника, що працює на додавання позначають скороченням СТУ (від англійського up-counter). Він збільшує на одиницю накопичене значення при кожному переході ступеня лічильника від стану НЕПРАВДА до стану ІСТИНА (тобто при кожному замиканні контакту S на рис. 17.24, а). Коли накопичене значення лічби стає рівним наперед заданому — вивід лічильника стає збудженим і вивідні контакти лічильника закриваються.

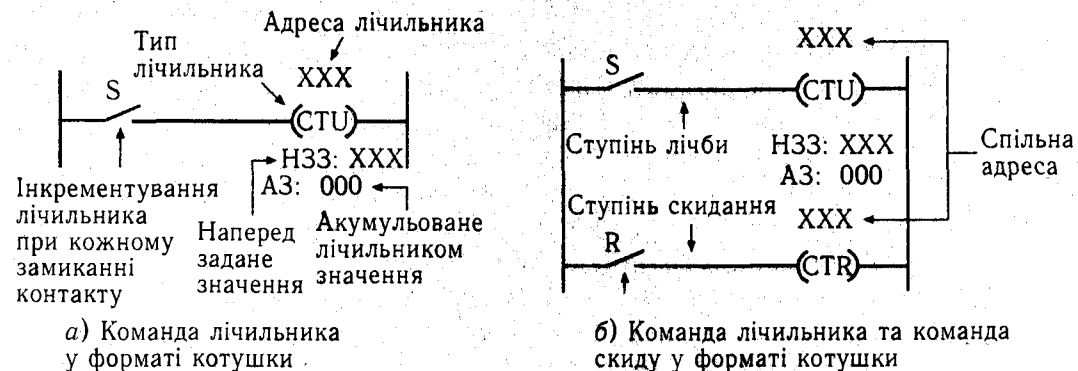


Рис. 17.24

Команда скидання дозволяє скинути акумульоване лічильником значення і використовується як команда, спряжена з командою лічильника. Лічильники, що працюють на додавання завжди скидаються до нуля. Лічильники зворотної дії можуть скидатися до нуля або до деякого наперед заданого значення. Деякі виробники передбачають команду скидання як частину загальної команди лічильника, а деякі відокремлюють команду скидання як окрему команду лічильника. На рис. 17.24, б показана універсальна команда лічильника у форматі котушки з окремою командою для скидання лічильника. При програмуванні котушка лічильника СТУ та котушка скидання лічильника СТР мають однакову адресу. Команда скидання є активізованою кожного разу, коли ступінь СТР має стан ІСТИНА, тобто коли контакт R на рис. 17.24, б закритий.

На рис. 17.25. показано приклад простої прикладної програми для лічильника, що працює на додавання, яка здійснює вмикання лампи EL1 та вимкання лампи EL2 після накопичення лічби 9 в результаті замикань контакту кнопки SB1, а після скиду лічильника натисканням кнопки SB2 — вмикання лампи EL2 та вимкання лампи EL1. Адреси введів та виводів зазначені на рисунку відповідно всередині прямокутників та ромбів. Наперед задане значення (НЗЗ) лічильника дорівнює 009. Після кожного натискання кнопки SB1 виникає імпульс переходу першої ступені від положення НЕПРАВДА (OFF) до положення ІСТИНА (ON), що збільшує акумульоване значення лічильника на 1. Коли акумульоване значення стає рівним 009, вивід лічильника 901 стає збудженим, що призводить до переходу до стану ІСТИНА ступеня 2 і збудження внутрішньої котушки 009, яка вмикає зовнішній вивід 009, тобто запалює

лампу EL1 та розриває неперервність ступеня 3, що переводить внутрішню котушку 010 до стану НЕПРАВДА (OFF) і вимикає лампу EL2.

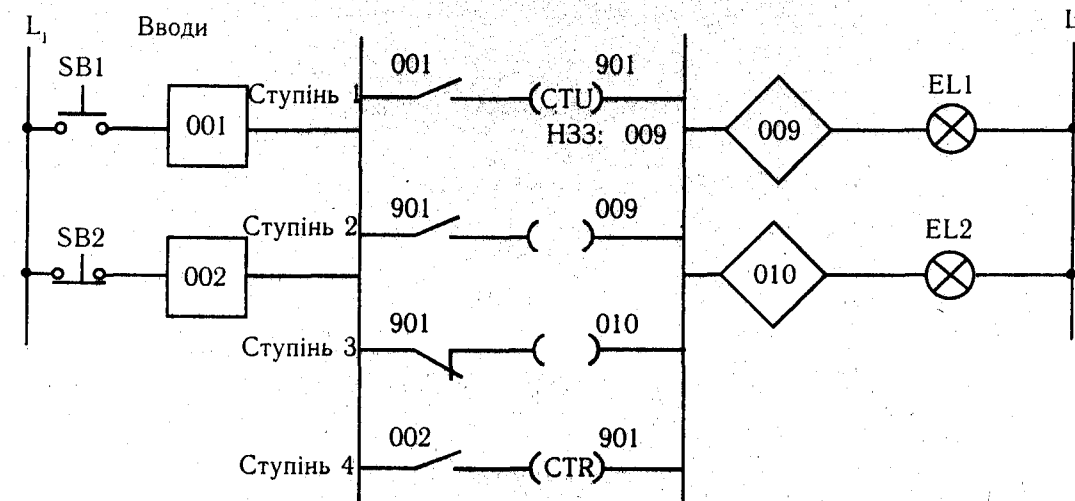


Рис. 17.25

Скид лічильника здійснюється натисканням кнопки SB2, яка переводить ступінь 4 до стану ІСТИНА (ON). В результаті збуджується котушка скиду СТР, накопичене лічильником значення скидається на нуль і лічильник повертається до початкового стану.

#### 17.4. КОМАНДИ ОБРОБКИ ДАНИХ ПРОГРАМОВАНИХ ЛОГІЧНИХ КОНТРОЛЕРІВ

Команди обробки даних надають ПЛК деяких властивостей обчислювальних систем, які посідають розглянені у розд. 16 мікропроцесори. Ці додаткові властивості надали ПЛК можливостей значно ширших від можливостей звичайних релейно-контактних схем.

Маніпулювання даними у ПЛК дозволяє виконувати передачу даних, оперування даними з використанням математичних функцій, перетворення даних, порівняння даних і виконання логічних операцій з даними. Всі команди обробки даних можна розділити на команди, які маніпулюють з даними на рівні слова даних і на команди, які обробляють файли даних. Слово даних — це зміст однієї комірки пам'яті з двійковим кодом. Файл даних містить у собі масив комірок пам'яті з даними.

**Команди передачі даних** здійснюють передачу інформації з одного слова або регістру до другого і можуть призначати будь-яку адресу в пам'яті, окрім зарезервованих для користувача виробником ПЛК. Раніше збережені дані можуть бути знайдені і розміщені у будь-якому новому місці. Цим місцем може бути регістр наперед заданого значення таймера, або лічильника, або регістр виводу, призначений для керування дисплеєм з семисегментними індикаторами.

Формат запису команд має відповідати певному протоколу, заданому виробником ПЛК. На рис. 17.26, а показана команда переміщення числа 005, розміщеного у комірці (слові даних) 020 до слова з адресою 130, складена у форматі Аллен-Бредли ПЛК-2 протоколу. Протоколи всіх команд у даному розділі надані згідно з [9].

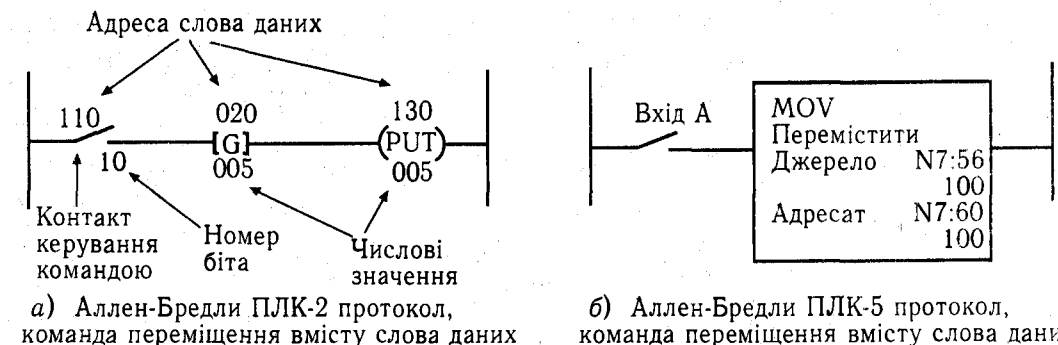


Рис. 17.26

Згідно з цим протоколом команда переміщення даних розміщується в одному ступені і використовує команди PUT (виводити, розміщати дані у файлі) і GET (прочитати дані, читати запис з файлу). Стан контакту керування команди визначається станом біта номер 10 у слові з адресою 110. Коли цей біт дорівнює 1, контакт має стан ІСТИНА, ступінь з записом команди отримує стан ІСТИНА і команди GET/PUT повідомляють процесору, що він має перевести числове значення 005, збережене у слові 020 до слова 130.

На рис. 17.26, б показана аналогічна команда переміщення даних з використанням Аллен-Бредли ПЛК-5 протоколу. Форматована блоком переміщення (MOV) ця команда використовується для переміщення даних від висхідного слова — джерела до слова отримувача (адресата). В наведеному прикладі числове значення, збережене у слові-джерелі з адресою N7:56 копіюється до слова-адресата з адресою N7:60. Це переміщення відбувається при кожному перегляді програми, коли ступінь команди має стан ІСТИНА, тобто коли вхідний логічний контакт має значення 1 (ІСТИНА), інакше вміст адресата не змінюється. Команда може шляхом додавання до ступеня інших логічних контактів програмуватися як команда з іншими умовами її виконання.

**Команди порівняння даних** порівнюють дані, що зберігаються у двох і більше словах (або регістрах таймера або лічильника) і приймають рішення, засновані на командах програми. Числові значення у двох словах пам'яті можуть порівнюватися для кожної з умов, показаних у табл.17.2.

Всі команди, наведені у табл.17.2, виконують ті самі дії, що команда процесора K580 CMP R (табл. 16.6) у сполученні з командами умовного переходу і використанням станів певних бітів у регістрі ознак. У ПЛК завдання програміста спрощується, оскільки він має порівняти два числових значення без аналізу попередніх дій. Приклади запису команд EQU та GEQ наведені на рис. 17.27 та 17.28 відповідно. Команди LES та GRT з табл.17.2 формуються аналогічно команді EQU заміною символу  $\{=\}$  (рис. 17.27) на  $\{<\}$  або  $\{>\}$  відповідно. Команда LEQ записується аналогічно команді GEK.

Таблиця 17.2

Команди порівняння

Ім'я команди	Мнемоніка	Символ
LESS THEN — МЕНШИЙ ЧИМ	LESS	<
EQUAL TO — РІВНИЙ	EQU	=
GREATER THEN — БІЛЬШИЙ ЧИМ	GRT	>
LESS THEN OR EQUAL TO — МЕНШИЙ ЧИМ АБО РІВНИЙ	LEQ	≤
GREATER THEN OR EQUAL TO — БІЛЬШИЙ ЧИМ АБО РІВНИЙ	GEQ	≥

**Команда тестування обмеження** (рис. 17.28) порівнює тестове значення із значеннями у нижньому та верхньому обмеженнях. Ця команда функціонує в такі способи.

1. Якщо верхнє обмеження має більше значення, ніж нижнє обмеження, то команда приймає значення ІСТИНА, якщо тестоване значення знаходиться між значеннями обох обмежень або дорівнює одному з них.

2. Якщо нижнє обмеження має більше значення, ніж верхнє обмеження, то команда приймає значення ІСТИНА, якщо тестоване значення рівне або менше від верхнього обмеження або рівне або більше від нижнього обмеження.

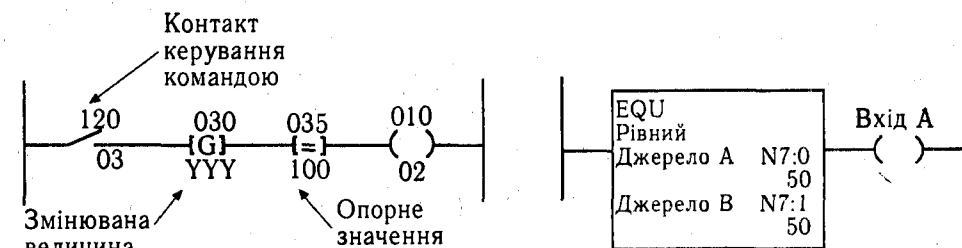


Рис. 17.27

На рис. 17.29, а тестована величина є 45, верхнє обмеження дорівнює 50 і нижнє — 30. Отже, має місце перший варіант функціонування команди,  $30 < 45 < 50$ . Команда має значення ІСТИНА, вихід В1 збуджено. На рис. 17.29, б тестована величина дорівнює 100, верхнє обмеження — 50 і нижнє обмеження — 80. Має місце другий варіант функціонування команди і, оскільки  $100 > 80$ , команда має значення ІСТИНА, вихід В2 збуджено.



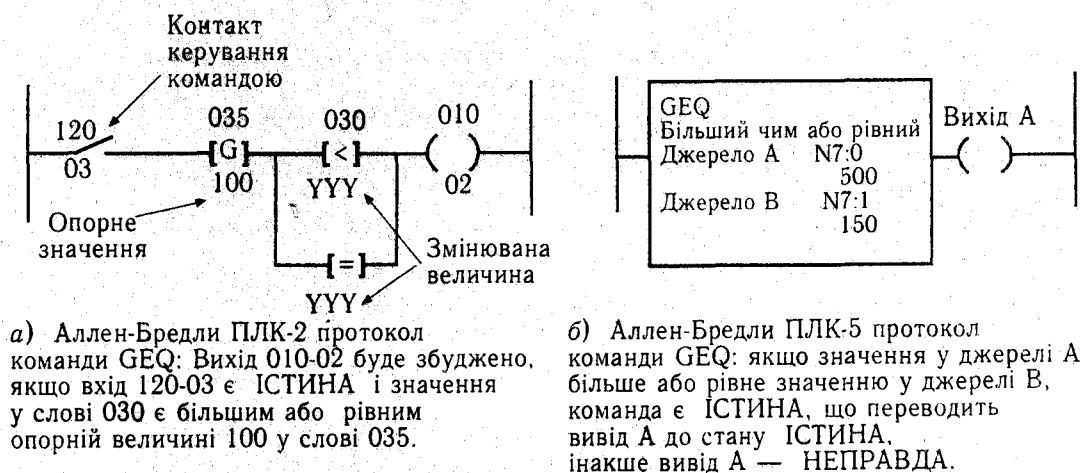


Рис. 17.28

У складних промислових установках для керування технологічними процесами необхідно виконувати математичні операції від базисної арифметики до більш складної математики. Математичні команди дозволяють ПЛК виконувати над числовими даними, які зберігаються у комітках пам'яті арифметичні та логічні дії. До арифметичних команд ПЛК відносяться команди: ADD (addition — додавання), SUB (subtract — віднімання), MUL (multiply — множення), DIV (divide — ділення). До логічних команд відносяться команди END (логічне І), OR (логічне АБО), XOR (Exclusive OR — виключаюче АБО), NOT (команда інверсії).

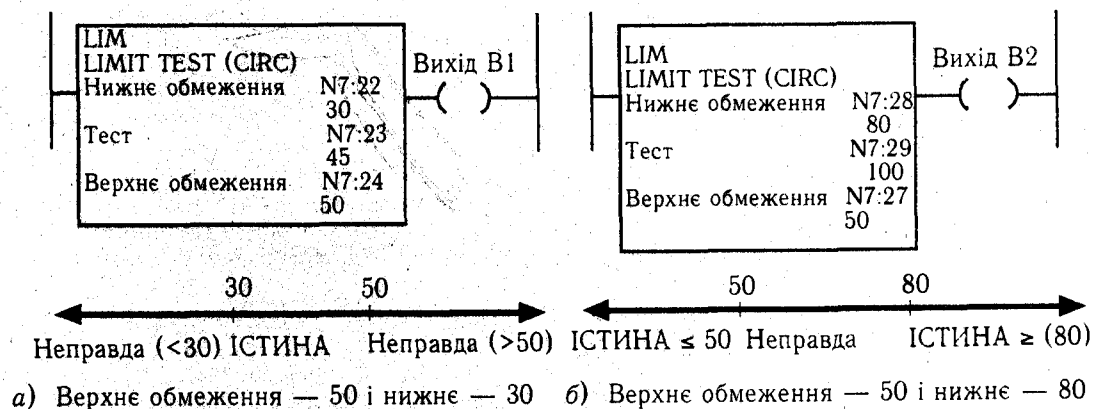


Рис. 17.29

Розглянемо приклад створення за допомогою ПЛК системи для підтримання заданого значення температури шляхом релейного вмикання—вимикання нагрівача. Розв'язок тієї ж самої прикладної задачі з використанням мікропроцесорної системи на базі процесора K580 було розглянуто у розділі 16.3.

Вхідний аналоговий сигнал від термоелектричного датчика перетворюється у вхідному інтерфейсі на шістнадцятирозрядний двійковий код, який представляє у двійково-десятковому коді чотирирозрядне десяткове число. Припустимо, що задане значення температури у пічці дорівнює  $\Theta_3 = 200$  °C, а ширина зони регулювання  $\Delta\Theta_3 = 4$  °C. Отже, електронагрівачі повинні бути вимкнені при температурі 202 °C і ввімкнені при температурі 198 °C. Програма підтримання заданого значення температури у цих межах та схема ввідів-виводів ПЛК показані на рис. 17.30. При замиканні оператором контакту S1 вхідний модуль забезпечує появу сигналу логічної одиниці (ON) у розряді 02 вхідного модуля з адресою 110 (стойка 11, група 0). Це призводить до закривання всіх логічних контактів 110:02 у ступенях 1 та 2 драбинної логічної діаграми. Перший ступінь діаграми одержує логічну неперервність, що призводить до виконання команди передачі даних зі слова з адресою 112, в якому знаходиться біжуче значення вимірюваної температури, до слова з адресою 013, тобто до зовнішнього пристрою з логікою, яка дозволяє відобразити біжуче значення температури на світлодіодному дисплеї. Ступінь 2 виконує команду GET/LESS THEN OR EQUAL TO (GET/LEQ). З адреси 112 командою GET читається біжуче значення температури і порівнюється командою LEQ із заданим значенням нижньої межі зони регулювання 198 °C. Якщо виміряне значення температури менше або рівне 198 °C, — ступінь 2 має стан ІСТИНА і збуджує свою котушку 010/02. Відповідно контакт 010/02 у 4-у ступіні драбини закривається і, якщо контакт 010/05 котушки 3-го ступеня закритий, — ступінь 4 отримує логічну неперервність і збуджує котушку 011/12. Вихід 011-12 приймає значення "ON" і вмикає електронагрівач.

4-й ступінь логічної драбини має команду GET/GREATER THEN OR EQUAL TO (GET/GEQ), яка перевіряє, чи виміряне значення температурри є більшим заданого значення 202 °C і якщо ця умова виконується, збуджує котушку 010-05 та розриває свій нормально закритий контакт 010-05 у четвертому ступені, вимикаючи нагрівач. Відмітимо, що поки температура є меншою від 198 °C, контакти 010-02 та 010-05 у четвертому ступені закриті, що забезпечує її логічну неперервність і вмикання електронагрівача. Одночасно котушка 011-12 четвертого ступеня блокує контакт 010-02 другого ступеня і коли виміряна температура стає більшою від 198 °C, але перебуває у зоні регулювання, четвертий ступінь продовжує перебувати у стані ІСТИНА. Коли ж температура стає більшою від верхньої заданої межі 202 °C, ступінь 3 отримує стан ІСТИНА, розмикає свій котакт 010-05 у четвертому ступені і останній отримує стан НЕПРАВДА. Внаслідок цього вивід 011-12 видає сигнал на вимкнення електронагрівача.

Для роботи з конвеєрами, де виникає необхідність керувати операціями в потоці окремих деталей, ПЛК використовують команду **зсуву регістру**. Команда зсуву регістру взагалі може використовуватися для управління машинами та процесами, в яких деталі неперервно пересовуються.

Біти регістру зсуву відповідають деталям, розташованим на конвеєрі з певним кроком. Деталі переміщуються конвеєром з певною швидкістю і одночасно в функції часу або по сигналах датчика переміщення конвеєра при проходженні деталями одного кроку всі біти зсуваються у відповідному слові даних на один розряд. Програмно можна забезпечувати напрям цього зсуву вліво або вправо. Припустимо, що два виконавчих



механізми встановлені на конвеєрі на відстані п'яти кроків на позиціях 1 та 6. При надходженні деталі у першу позицію давач контролю наявності деталі дає сигнал контролеру, який встановлює у відповідному біті слова даних регістру, наприклад біті з номером 1, стан ON (1). Тоді виконавчий механізм першої позиції вмикається і виконує свою операцію. Коли через п'ять кроків деталь прийде до позиції номер 6, відбудеться п'ять зсувів у регістрі зсуву і у позиції 6 виконавчий механізм також спрацює. Якщо ж у позиції 1 буде пропущено декілька деталей, то й у позиції 6 стільки ж раз виконавчий механізм не буди працювати, оскільки відповідний біт у регістрі зсуву матиме стан OFF (0).

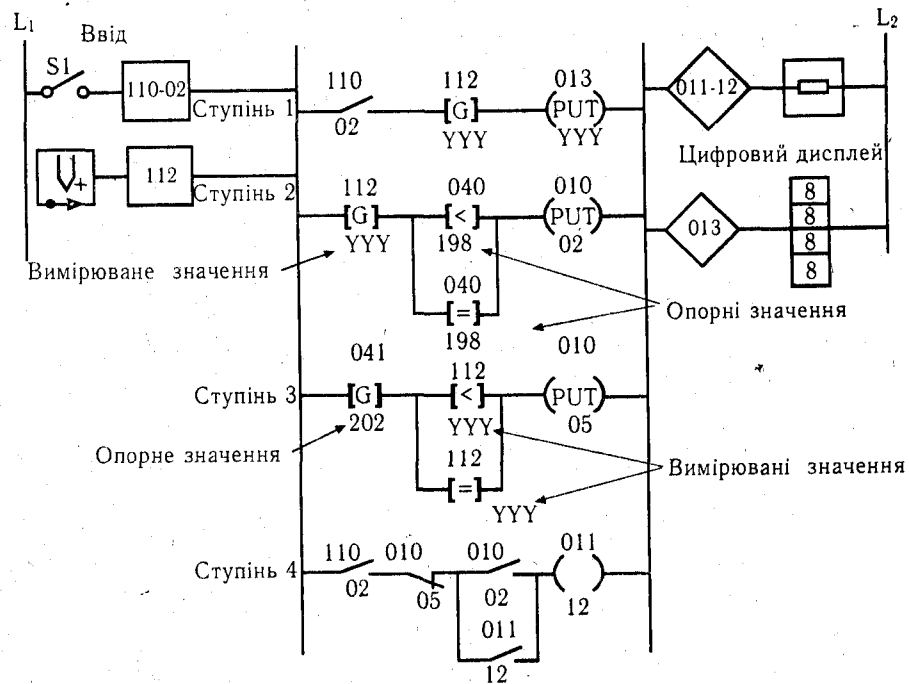


Рис. 17.30

Для управління машинами та процесами, які послідовно виконують заздалегідь відомі операції, у ПЛК передбачено **команду виводу послідовності**. Вона функціонує як механічний барабанний перемикач, який при кожному повороті своєї вісі на певний кут перемикає певні електричні кола.

З викладеного у даному розділі видно, що ПЛК здатні виконувати ті самі функції, що й розглянені у розділі 16 мікропроцесорні системи, які програмують з використанням мови асемблера. Мова асемблера також специфічна для кожного процесора. У ній використовується скорочений запис англійських слів (мнемонічне позначення) для називання дій кожної команди. У ПЛК використовують графічну мову програмування з дотриманням логіки релейно-контактних схем, що робить програму більш наочною. Крім того, ПЛК розроблені виробниками для безпосереднього застосування

в індустріальному середовищі і тому мають розвинений готовий інтерфейс вводу/виводу, що звільняє користувача від необхідності розробляти і виготовляти пристрої спряження зовнішніх силових елементів з мікропроцесорною частиною контролера. І це є дуже суттєвою перевагою ПЛК.

## 17.5. РЕЗЮМЕ

1. Програмовані контролери спрощують монтаж проводів при виконанні стандартних схем релейного керування.
2. Центральний модуль ПЛК — це мікропроцесорна система, здатна виконувати функції реле керування, таймерів, лічильників та механічних барабанних контролерів, які при кожному повороті своєї вісі на певний кут перемикають певні електричні кола.
3. Вводи / виводи ПЛК складаються з входних та вихідних модулів, які зв'язують за допомогою інтерфейсу зовнішні пристрої з контролером.
4. Входні модулі зчитують зовнішні сигнали, перетворюють вхідний сигнал до потрібного рівня напруги, ізолюють ПЛК від коливань вхідної напруги та струму і посилюють сигнал для індикації отриманого сигналу світлодіодом.
5. Модуль інтерфейсу виводу діє як перемикач між джерелом живлення користувача та зовнішнім керованим пристроєм.
6. Пристрій програмування дозволяє користувачу вводити, редагувати та контролювати програми.
7. Протягом кожного перегляду програми контролер досліджує стани пристроїв вводу даних, виконує програму користувача і змінює стан виводів відповідно до стану пристроїв вводу.
8. ПЛК працюють з двійковими числами, представленими у тій чи іншій формі (у вигляді вісімкових, десяткових чи шіснадцяткових чисел).
9. Для трансляції релейної логіки управління у контакти символічної логіки ПЛК використовують три базисних символи, які відповідають командам EXAMINE ON (перевірити на умову "ввімкнено"), EXAMINE OFF (перевірити на умову "вимкнено") та OUTPUT ENERGIZE (збудити вивід).
10. Ступіні логічної драбини складаються з набору входних умов, представлених командами контактів, і команди виводу наприкінці ступіня, представленої символом котушки.
11. Команди виводу можуть бути зовнішніми і внутрішніми. Зовнішні використовуються для отримання сигналів керування зовнішніми пристроями, а внутрішні — для керування всередині логічної драбини.
12. Незалежно від конкретної моделі ПЛК існують загальні режими їх роботи: CLEAR MEMORY (очищення пам'яті), PROGRAM (програмування), TEST (перевірка) та RUN (виконання).
13. ПЛК-таймери забезпечують виконання тих самих функцій, що й механічні та електронні реле часу.
14. З командою таймера сполучені його адреса, тип таймера, базовий час, наперед задане та накопичене значення часу.

15. Команди лічильника ведуть підрахунок подій і керують іншими подіями на підставі накопиченого лічення.

16. Команди передачі даних здійснюють передачу змісту одного слова даних або регістру до іншого.

17. Команди порівняння даних порівнюють дані, збережені у двох і більших словах або регістрах і приймають рішення, засновані на командах програми.

18. Математичні команди дозволяють ПЛК виконувати арифметичні операції над значеннями, збережених у словах пам'яті.

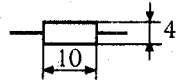
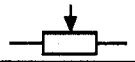


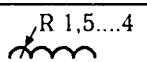
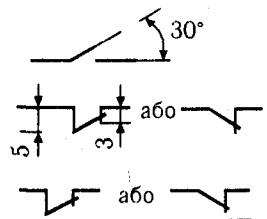


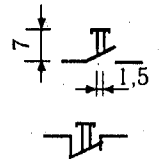


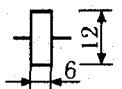
19. Логічні команди ПЛК — це команди AND, OR, EXCLUSIVE OR (XOR), та NOT (І, АБО, ВИКЛЮЧАЮЧЕ АБА, та НІ відповідно).

20. Команда регістра зсуву використовується для керування обробкою потоку деталей на конвеєрах.

21. Функції команди виводу послідовності подібні до функцій механічного барабанного перемикача, який використовується для послідовного керування пристроями.

## ДОДАТОК

## Умовні графічні позначення в електричних схемах

Назва елементу	Позначення
1	2
Резистор постійний	
Резистор змінний	
Резистор з незмінною вольт-амперною характеристикою	
Конденсатор з постійною ємністю	
Котушка індуктивності, дросель без магнітопроводу	
Контакт реле, контактора, вимикача: замикаючий розмикаючий перемикаючий	
Контакт теплового реле	
Контакт шляхового вимикача	
Контакт натискної кнопки: замикаючий розмикаючий	
Ідеальне джерело напруги	
Ідеальне джерело струму	
Котушка реле, контактора, магнітного пускача, електромагніта	

1	2
Вимикач триполюсний	
Елемент гальванічний або акумуляторний	
Лампа розжарювання освітлювальна чи сигнальна	
Магнітний підсилювач з двома послідовно з'єднаними робочими обмотками та двома зустрічно з'єднаними секціями обмотки керування	
Контакт розімненого з'єднання	
Контакт сполучення провідників	
Котушка індуктивності з магнітопроводом	
Трансформатор однофазний з магнітопроводом	
Трансформатор трифазний з феромагнітним магнітопроводом і сполученням обмоток із схемою зірка—зірка з нейтральною точкою	
Трифазний трансформатор із з'єднанням обмоток зірка/трикутник (Y/Δ)	
Обмотки машин постійного струму: обмотка додаткових полюсів, обмотка компенсаційна обмотка послідовного збудження обмотка паралельного або незалежного збудження	

1	2
Ротор з обмоткою, колектором і щітками (щітки зображують при необхідності)	
Двигун постійного струму з незалежним збудженням	
Двигун постійного струму з послідовним збудженням	
Машини постійного струму з мішаним збудженням	
Машини постійного струму із збудженням від постійних магнітів	
Трифазний асинхронний двигун із короткозамкненим ротором	
Машина асинхронна двофазна з короткозамкненим ротором	
Діод	
Діодний міст	

1	2
Стабілітрон	
Тиристор	
Транзистор біполярний	
Транзистор польовий	
Фоторезистор	
Фотодіод	
Оптотрон	
Підсилювач операційний	
R—S трилер	
Селектор — мультиплексор двохранний, з чотирьох напрямків обирає один	
Нагрівний елемент опору	
Плавкий запобіжник	

## СПИСОК ЧАСТКОВО ВИКОРИСТАНОЇ ТА РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Касаткин А. С., Немцов М. В. Электротехника. — М.: Энергоатомиздат, 1983. — 440 с.
2. Клауснитцер Г. Введение в электротехнику: Пер. с нем. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 480 с.
3. Морозов А. Г. Электротехника, электроника и импульсная техника. — М.: Высшая школа, 1987. — 448 с.
4. Сборник задач по электротехнике и основам электроники / Под редакцией В. Г. Герасимова — М.: Высшая школа, 1987. — 260 с.
5. Основы промышленной электроники / Под редакцией В. Г. Герасимова. — М.: Высшая школа, 1986. — 336 с.
6. Горбачев Г. Н., Чаплыгин Е. Е. Промышленная электроника: Учебник для вузов / Под редакцией В. А. Лабунцова. — М.: Энергоатомиздат, 1988. — 320 с.
7. Руденко В. С., Ромашко В. Я., Трифонюк В. В. Промислова електроніка. — Київ: Либідь, 1993. — 432 с.
8. Хвоц С. Т., Варлинский Н. Н., Попов Е. А. Микропроцессоры и микроЭВМ в системах автоматического управления. Справочник. — Л.: Машиностроение, 1987. — 640 с.
7. Frank D. Petruzella. Industrial electronics. Copyright by Glencoe/McGraw Hill, 1996. — 404 s.
8. Будіщев М. С. Електротехніка та промислова електроніка. Конспект лекцій. — Львів: УАД, 1994. — 88 с.
9. Будіщев М. С., Завгородня Т. І. Електротехніка та промислова електроніка. Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт. — Львів: УАД, 1993. — 36 с.

## КОРОТКІ ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

*Будіщев Михайло Сергійович* (1935) — кандидат технічних наук, доцент. Автор більше 60 наукових та навчально-методичних публікацій, серед яких конспект лекцій “Електротехніка та промислова електроніка” (1994) та 4 авторських свідоцтв на винаходи. Займався дослідженнями автоматизації процесів буріння та автономних електроенергетичних систем, в даний час займається розробкою і впровадженням мікропроцесорних систем керування поліграфічним устаткуванням.

В 1958 р. закінчив електротехнічний факультет Львівського політехнічного інститута (ЛПІ). Спеціальність — інженер-електрик. З 1958 р. по 1967 р. працював в науково-дослідному секторі ЛПІ. З 1967 р. по 1981 р. асистент кафедри електричних машин і апаратів ЛПІ. В 1980 р. захистив кандидатську дисертацію на тему “Цифрове моделювання автономної системи синхронний генератор — асинхронний двигун з врахуванням насичення магнітопроводів машин”. Робота була виконана під керівництвом професора Р. В. Фільца. З 1981 р. працює в Українському поліграфічному інституті ім. Івана Федорова — старшим викладачем, а пізніше доцентом кафедри автоматизації та комплексної механізації поліграфічного виробництва. В даний час доцент кафедри автоматизації та комп’ютерних технологій Української академії друкарства.

## ЗМІСТ

Передмова .....	5
Вступ .....	7
<b>Частина перша. ЕЛЕКТРОТЕХНІКА</b> .....	11
<b>Розділ 1. Електричні кола постійного та однофазного змінного струму</b> .....	11
1.1. Джерела та приймачі електричної енергії в електричних колах .....	11
1.2. Струм, напруга, потужність в електричному колі. Параметри синусоїдних напруг та струмів .....	11
1.3. Параметри елементів електричних кіл .....	15
1.4. Принципові та заступні схеми .....	19
1.5. Енергетичні співвідношення в електричних колах постійного струму .....	21
1.6. Закони Ома та Кірхгофа в електричних колах постійного струму .....	23
1.7. Аналіз електричних кіл постійного струму методом еквівалентних перетворень ....	24
1.8. Аналіз електричних кіл постійного струму з декількома джерелами живлення .....	28
1.9. Представлення синусоїдних електрорушійних сил, напруг та струмів тригонометричними функціями, часовими діаграмами, векторами, комплексними числами .....	36
1.10. Закон Ома для діючих та комплексних діючих значень струму і напруги в електричних колах змінного струму з елементами R, L, C .....	41
1.11. Електричні кола з послідовним з’єднанням резистивного, індуктивного та ємнісного елементів .....	47
1.12. Електричне коло з паралельним з’єднанням віток .....	50
1.13. Аналіз електричних кіл змінного струму комплексним методом .....	54
1.14. Коефіцієнт потужності у колах змінного струму .....	56
1.15. Нелінійні електричні кола постійного струму .....	57
1.16. Методи аналізу нелінійних кіл постійного струму .....	59
1.17. Резюме .....	62
<b>Розділ 2. Трифазні кола</b> .....	65
2.1. Причини розповсюдження трифазних електричних систем .....	65
2.2. Трифазний генератор .....	68
2.3. Способи з’єднання фаз у трифазних колах .....	70
2.4. Симетричні трифазні кола із з’єднанням приймача зіркою або трикутником ....	73
2.5. Несиметричні трифазні кола із з’єднанням приймача зіркою або трикутником .....	75

2.6. Потужність трифазного кола .....	79
2.7. Визначення потужностей трифазного кола за допомогою ватметрів, амперметрів та вольтметрів .....	80
2.8. Робота трифазного приймача при перемиканні схеми з'єднань його фаз із зірки на трикутник .....	83
2.9. Захисні заземлення та занулення у трифазних колах .....	84
2.10. Резюме .....	88
<b>Розділ 3. Періодичні несинусоїдні струми в електричних колах</b> .....	91
3.1. Причини виникнення несинусоїдних струмів та їх представлення гармонічним рядом .....	91
3.2. Діюче значення періодичного несинусоїдного струму .....	93
3.3. Потужність періодичного несинусоїдного струму .....	94
3.4. Резюме .....	95
<b>Розділ 4. Перехідні процеси у лінійних електричних колах</b> .....	97
4.1. Причини виникнення перехідних процесів. Закони комутації .....	97
4.2. Класичний метод аналізу перехідних процесів у електричних колах .....	98
4.3. Перехідний процес у колі постійного струму з ємнісним елементом .....	99
4.4. Перехідний процес у колі постійного струму з індуктивним елементом .....	102
4.5. Перехідний процес при вмиканні котушки на змінну напругу .....	105
4.6. Вмикання на постійну напругу кола з послідовно з'єднаними резистивним, індуктивним та ємнісним елементами .....	107
4.7. Значення перехідних процесів для експлуатації електроустановок .....	108
4.8. Резюме .....	109
<b>Розділ 5. Магнітне поле у магнітних колах з постійною магніторушійною силою</b> .....	111
5.1. Магнітне поле та електромагнітні пристрої .....	111
5.2. Магнітне поле у феромагнітному матеріалі .....	114
5.3. Магнітне коло з повітряним проміжком .....	116
5.4. Енергія та сили у магнітному колі .....	120
5.5. Резюме .....	124
<b>Розділ 6. Котушка з магнітопроводом у колі змінного струму</b> .....	127
6.1. Заступна схема та вольт-амперні характеристики котушки у колі змінного струму .....	127
6.2. Втрати у магнітопроводі із змінною магніторушійною силою .....	133
6.3. Взаємодукація котушок .....	134
6.4. Магнітні підсилювачі .....	136
6.5. Резюме .....	141
<b>Розділ 7. Електровимірювальні прилади та електричні вимірювання</b> .....	145
7.1. Основні поняття з теорії вимірювань .....	145
7.2. Класифікація електровимірювальних приладів .....	147
7.3. Приклади магнітоелектричної системи .....	152
7.4. Прилади електромагнітної системи .....	154
7.5. Прилади електродинамічної системи .....	155

7.6. Прилади деяких інших систем з електромеханічним вимірювальним механізмом ..	158
7.7. Вимірювання струму та напруги .....	159
7.8. Вимірювання опорів .....	161
7.9. Цифрові вимірювальні прилади .....	164
7.10. Електронно-променевиий осцилограф .....	166
7.11. Резюме .....	169
<b>Розділ 8. Трансформатори</b> .....	173
8.1. Призначення, будова, принцип дії однофазних трансформаторів .....	173
8.2. Ідеалізований трансформатор .....	176
8.3. Заступна схема реального трансформатора .....	178
8.4. Холостий хід та коротке замикання трансформатора .....	180
8.5. Зміна напруги трансформатора при навантаженні .....	183
8.6. Потужність втрат та коефіцієнт корисної дії трансформатора .....	185
8.8. Трифазні трансформатори .....	186
8.9. Вимірювальні трансформатори .....	192
8.10. Зварювальні трансформатори .....	194
8.11. Резюме .....	196
<b>Розділ 9. Електричні машини постійного струму</b> .....	199
9.1. Призначення, будова, принцип роботи машини постійного струму .....	199
9.2. Електрорушійна сила якірної обмотки та електромагнітний момент машини постійного струму .....	205
9.3. Поняття про реакцію якоря та комутацію машин постійного струму .....	207
9.4. Схеми вмикання обмоток машин постійного струму .....	209
9.5. Характеристики машини постійного струму в режимі генератора .....	210
9.6. Пуск двигунів постійного струму .....	214
9.7. Механічні характеристики та способи регулювання швидкості двигунів постійного струму .....	215
9.8. Енергетична діаграма двигуна постійного струму .....	222
9.9. Робочі характеристики двигунів постійного струму .....	224
9.10. Колекторні двигуни змінного струму .....	225
9.12. Мікродвигуни постійного струму .....	227
9.13. Резюме .....	228
<b>Розділ 10. Асинхронні машини</b> .....	233
10.1. Призначення, області застосування, будова трифазних асинхронних двигунів ..	233
10.2. Утворення обертового магнітного поля трифазною обмоткою статора .....	236
10.3. Заступна схема фази трифазного асинхронного двигуна .....	238
10.4. Обертовий електромагнітний момент асинхронного двигуна та його залежність від ковзання .....	241
10.5. Пуск та реверсування асинхронних двигунів .....	244
10.6. Енергетична діаграма асинхронного двигуна .....	246
10.7. Робочі характеристики асинхронного двигуна .....	247
10.8. Механічна характеристика асинхронного двигуна .....	248
10.9. Регулювання швидкості асинхронних двигунів .....	250
10.10. Переваги та недоліки асинхронних двигунів .....	255

10.11. Двофазні та однофазні асинхронні двигуни .....	255
10.12. Резюме .....	259
<b>Розділ 11. Синхронні машини .....</b>	<b>263</b>
11.1. Призначення, області застосування, будова синхронних машин .....	263
11.2. Синхронні генератори .....	264
11.3. Синхронні двигуни .....	268
11.4. Резюме .....	269
<b>Частина друга. ЕЛЕКТРОНІКА ТА МІКРОПРОЦЕСОРНА ТЕХНІКА</b>	
<b>Розділ 12. Елементна база електронної та мікропроцесорної техніки .....</b>	<b>271</b>
12.1. Промислова електроніка як галузь науки і техніки .....	271
12.2. Фізичні основи роботи напівпровідникових приладів .....	272
12.3. Класифікація напівпровідникових приладів .....	274
12.4. Напівпровідникові резистори .....	275
12.5. Напівпровідникові діоди .....	277
12.6. Біполярні транзистори .....	280
12.6.1. Будова, принцип роботи, схеми вмикання біполярних транзисторів .....	280
12.6.2. Вольт-амперні характеристики біполярних транзисторів .....	283
12.7. Польові транзистори. Будова, принцип роботи, характеристики .....	284
12.8. Тиристори .....	288
12.9. Інтегральні мікросхеми .....	292
12.10. Напівпровідникові оптоелектронні пристрої .....	295
12.11. Резюме .....	297
<b>Розділ 13. Випрямлячі .....</b>	<b>301</b>
13.1. Призначення випрямлячів та показники якості їх роботи .....	301
13.2. Однофазні випрямлячі з активним навантаженням .....	302
13.3. Трифазні випрямлячі з активним навантаженням .....	305
13.4. Випрямлячі із згладжувальними фільтрами .....	309
13.5. Зовнішні характеристики випрямлячів малої потужності .....	310
13.6. Резюме .....	311
<b>Розділ 14. Підсилювачі .....</b>	<b>313</b>
14.1. Основні показники підсилювачів .....	313
14.2. Передавальна характеристика підсилювального каскаду .....	317
14.4. Диференційні підсилювачі .....	320
14.5. Операційні підсилювачі .....	323
14.6. Резюме .....	326
<b>Розділ 15. Логічні та цифрові пристрої .....</b>	<b>329</b>
15.1. Логічні алгоритми роботи систем керування. Основні логічні операції .....	329
15.2. Тригери та їх реалізація на базі ІМС .....	333
15.3. Лічильники імпульсів .....	337
15.4. Регістри .....	338

15.6. Цифро-аналогові та аналого-цифрові перетворювачі .....	342
15.7. Резюме .....	344
<b>Розділ 16. Мікропроцесори .....</b>	<b>347</b>
16.1. Загальна характеристика мікропроцесора .....	347
16.2. Система команд мікропроцесора .....	353
16.3. Приклад створення фрагмента мікропроцесорної системи керування для підтримання заданого значення технологічного параметра об'єкта .....	364
16.4. Багатофункціональність мікропроцесорних систем .....	375
16.4. Резюме .....	378
<b>Розділ 17. Програмовані логічні контролери .....</b>	<b>381</b>
17.1. Загальні відомості .....	381
17.2. Основи програмування програмованих логічних контролерів .....	393
17.3. Таймери та лічильники у програмованих логічних контролерах .....	400
17.4. Команди обробки даних програмованих логічних контролерів .....	405
17.5. Резюме .....	411
<b>Додаток .....</b>	<b>413</b>
<b>Список частково використаної та рекомендованої літератури .....</b>	<b>417</b>
<b>Короткі відомості про автора .....</b>	<b>418</b>



Відтворення усєї книги або будь-якої її частини  
заборонено без письмової згоди видавництва.  
Будь-які спроби порушення авторських прав  
будуть переслідуватися у судовому порядку

**Михайло Сергійович Будіщев**

**ЕЛЕКТРОТЕХНІКА, ЕЛЕКТРОНІКА  
ТА МІКРОПРОЦЕСОРНА ТЕХНІКА**

Підручник

Редактор *Мельников О. В.*

Технічний редактор *Василишин Д. В.*

Коректор *Василишин Д. В.*

Комп'ютерне складання *Будіщев М. С.*

Верстання *Ясніцький В. А.*

Свідоцтво про внесення до державного реєстру  
ДК № 292 від 21. 12. 2000 р.

Підписано до друку 21. 05. 2001 р. Формат 70x100<sup>1</sup>/<sub>16</sub>  
Папір офсетний. Гарнітура "Антиква". Друк офсетний.  
Умовн. друк. арк. 34,18. Облік.-видавн. арк. 32,68.  
Тираж 1000. Замовлення № 7.

Повне товариство — видавнича фірма "Афіша"  
79005 м. Львів, вул. Костя Левицького, 4  
Тел./факс: (0322) 97-14-27

НБ ПНУС

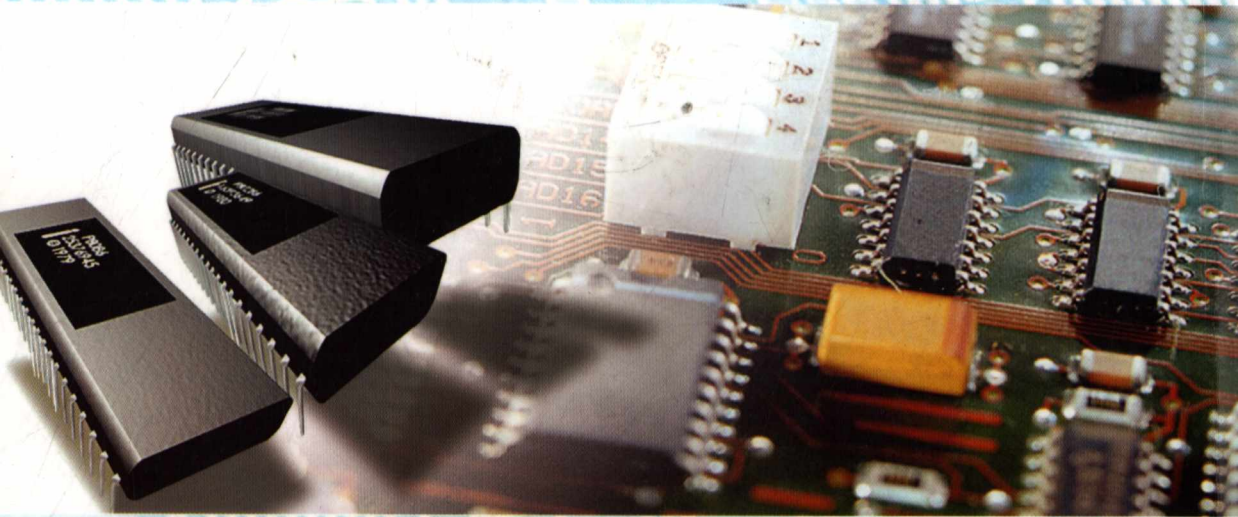


657185

Віддруковано ПТВФ "Афіша"  
79005 м. Львів, вул. Костя Левицького, 4



Михайло Сергійович Будіщев  
кандидат технічних наук,  
доцент кафедри автоматизації  
та комп'ютерних технологій  
Української академії друкарства



ISBN 966-7760-33-2



9 789667 760335 >

НБ ПНУС



657185