


65 272 + 3

ЗАСТРАХОВАНО



І. О. Ковтун
М. П. Денисенко
В. Г. Кабанов



ОСНОВИ АКТУАРНИХ РОЗРАХУНКІВ

$D(S_n) \geq 1 - \frac{1}{e^2}$

$0(1+i)^n$

$= \sqrt{m \cdot p(1-p)}$

$P(S_n - n\bar{X})$

$\sigma = \sqrt{m}$

$P(S_n - n\bar{X} < \dots)$

$e^{-\lambda}$



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

І. О. Ковтун, М. П. Денисенко, В. Г. Кабанов

ОСНОВИ АКТУАРНИХ РОЗРАХУНКІВ

Навчальний посібник

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник
для студентів вищих навчальних закладів*



Київ – 2008

НБ ПНУС



727374

УДК 368.01(075.8)

ББК 65.271я73

К 56

Рецензенти:

О. Ю. Чубукова — доктор економічних наук, професор;

В. Г. Федоренко — доктор економічних наук, професор.

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів
(лист № 14/18.2-1621 від 08.07.2005 р.)

І. О. Ковтун, М. П. Денисенко, В. Г. Кабанов

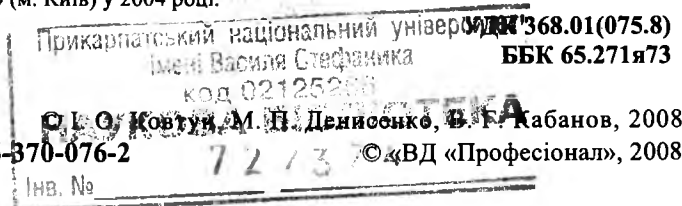
К 56 Основи актуарних розрахунків. — Навчальний посібник. — К.:
«ВД «Професіонал», 2008. — 480 с.

ISBN 978-966-370-076-2

Навчальний посібник висвітлює математичні й статистичні закономірності, що визначають фінансові взаємовідносини страхових компаній і страхувальників, наводяться принципи забезпечення стійкості операцій з ризикових видів і особового страхування, викладена теорія і практика побудови страхових тарифів, формування страхових резервів та ефективність інвестиційних рішень.

Видання призначене для студентів, аспірантів, викладачів, спеціалістів страхових компаній, співробітників банків, спеціалістів недержавних пенсійних фондів.

Вперше даний навчальний посібник був виданий у видавництві «Алеєрта» (м. Київ) у 2004 році.



ISBN 978-966-370-076-2

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	7
Розділ 1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ Й ОРГАНІЗАЦІЇ АКТУАРНИХ РОЗРАХУНКІВ	9
1.1. Історія виникнення актуарних розрахунків.....	9
1.2. Сутність, особливості і завдання актуарний розрахунків.....	13
1.3. Методологічні питання актуарних розрахунків	15
1.4. Тарифна політика в галузі страхування.....	18
1.5. Принципи диференціації страхових тарифів.....	20
Розділ 2. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОГО І СТАТИСТИЧНОГО АПАРАТУ	23
2.1. Історія виникнення і розвитку теорії ймовірності	23
2.2. Основні поняття і теореми	25
2.3. Елементи фінансової математики	42
2.4. Відсотки. Відсоткові ставки	42
2.5. Дисконтування	50
2.6. Фінансові ренти	54
2.7. Середні величини і показники варіації.....	80
2.8. Показники страхової статистики.....	89
2.9. Вигідна властивість середнього відхилення.....	94
Питання для самоконтролю	96
Завдання	97
Розділ 3. ОСНОВИ ТАРИФНИХ РОЗРАХУНКІВ З РИЗИКОВИХ ВИДІВ СТРАХУВАННЯ	102
3.1. Склад і структура страхового тарифу.....	102
3.2. Визначення тарифної нетто-ставки з діючих ризикових видів страхування.....	107
3.3. Методика актуарної оцінки ступеня страхових ризиків	119

3.4. Розрахунок страхових тарифів із страхування від окремих ризиків	130
3.5. Розрахунок нормативів з окремих видів страхування.....	133
3.6. Визначення тарифних ставок для нових видів страхування ...	135
3.7. Актуарні розрахунки в добровільному медичному страхуванні	144
3.8. Удосконалювання тарифних ставок з добровільних ризикових видів страхування.....	157
3.9. Фінансова стійкість страхових операцій і методи її забезпечення.....	173
3.10. Статистичні показники надійності страхових компаній	180
Питання для самоконтролю	186
Задачі	186

Розділ 4. ОСНОВИ ТАРИФНИХ РОЗРАХУНКІВ

3 СТРАХУВАННЯ ЖИТТЯ	194
4.1. Історія страхування життя і виникнення наукових методів обчислення розмірів страхового фонду	194
4.2. Особливості побудови тарифної ставки по страхуванню життя і її структура	197
4.3. Таблиця смертності	200
4.4. Норма прибутковості	206
4.5. Тарифні ставки по змішаному страхуванню життя	212
4.6. Комутаційні числа	217
4.7. Річна нетто-ставка	220
4.8. Нетто-ставки на випадок утрати працездатності	224
4.9. Брутто-ставки	225
4.10. Перерахунки страхових внесків у зв'язку із зміною умов страхування.....	226
4.11. Математичні основи побудови резерву внесків по страхуванню життя.....	236
4.12. Методи оцінки програм використання резервів внесків	248
4.13. Грошова вартість капіталу у конкретні моменти часу	254
4.14. Вибір рішення при розміщенні резерву внесків	263
Питання для самоконтролю	270
Завдання.....	271

Розділ 5. СТРАХУВАННЯ НА ВИПАДОК НЕПРАЦЕЗДАТНОСТІ — ІНВАЛІДНОСТІ	278
5.1. Визначення понять «інвалідність» і «непрацездатність»	278
5.2. Технічна база страхування на випадок інвалідності	279
5.3. Річні премії зі страхування у випадку інвалідності	286
5.4. Математичні резерви при страхуванні на випадок непрацездатності чи інвалідності.....	286
5.5. Особливості страхування на випадок непрацездатності чи інвалідності	287
5.6. Технічні резерви	292
5.7. Страхування від нещасного випадку	297
5.8. Страхування на випадок хвороби	298
5.9. Страхування медичних і фармацевтичних витрат	300
5.10. Розрахунок чистої премії з повного страхування на випадок хвороби.....	303
5.11. Чиста премія гарантій на випадок хвороби додатково до системи соціального захисту та загальний режим для найманих працівників	305
5.12. Договір з добровільною участю.....	306
5.13. Страхування на випадок необхідності в опіці (залежності)	308
Розділ 6. ПЕРЕСТРАХУВАННЯ	318
6.1. Історія перестраховування	318
6.2. Сутність і функції перестраховування	321
6.3. Види перестраховування	325
6.4. Чому перестраховування?	343
6.5. Актuarний підхід до оцінки результатів перестраховування.....	346
6.6. Форми перестраховування	348
6.7. Технічний аналіз випадкової величини показника результатів	355
6.8. Вплив кількості ризиків на стандартне відхилення показника результатів	362
6.9. Формування портфеля	364
6.10. Коефіцієнт безпеки ймовірності розорення	366
6.11. Перестраховування річного ексцедента чи збитків ексцедента збитковості (величини збитків, ділених на суму премій).....	370
6.12. Приклад програми перестраховування для випадку масових ризиків	372

6.13. Приклад програми перестрахування для випадку промислових ризиків.....	372
6.14. Промислові ризики.....	373
Питання для самоконтролю	389
Завдання.....	391
СЛОВНИК СТРАХОВИХ ТЕРМІНІВ.....	393
ДОДАТКИ	404
Додаток 1	404
Додаток 2	408
Додаток 3	411
Додаток 4	433
Додаток 5	467
ЛІТЕРАТУРА.....	477



ПЕРЕДМОВА

Запровадження професії актуарія має стати одним з пріоритетних напрямків внутрішньої політики Уряду України. Оскільки в Україні продовжується період переходу національної економіки на ринкові засади, потреба у створенні небанківських фінансових установ і розвитку міцної галузі страхових і фінансових послуг зумовлює необхідність у спеціалістах, яких називають актуаріями. Окрім цього, Уряд України вже розпочав запровадження широкого спектру програм із соціального страхування — пенсійного, у разі ушкодження здоров'я на виробництві, тимчасової непрацездатності, безробіття, медичного страхування тощо. Всі ці програми потребують допомоги з боку актуаріїв для створення належних довгострокових фінансових моделей і передбачень.

Актуарні розрахунки — це система статистичних і економіко-математичних методів розрахунку тарифних ставок і визначення фінансових взаємовідносин страховика і страхувальника.

Задачами актуарних розрахунків є: вивчення ризиків у рамках страхової сукупності; визначення ймовірності настання страхового випадку, частоти і ступені тяжкості збитку, обґрунтування необхідних резервних фондів страховика і джерел їх формування; дослідження норми вкладення капіталу (процентної ставки) і визначення залежності між процентною ставкою і розміром бруто-ставки.

У запропонованому навчальному посібнику висвітлюються питання актуарних розрахунків із додатком математичних методів. Характеризуються математичні й статистичні закономірності, що



визначають фінансові взаємовідносини страхових компаній і страховальників, розкриваються принципи забезпечення стійкості операцій із ризикових видів і особистого страхування, викладається теорія і практика побудови тарифних ставок та формування резерву внесків.

Крім цього, викладено аналіз факторів, що визначають ефективність інвестиційних рішень. Не менш важливим, ніж ризик, у фінансах є фактор часу. Витрати і доходи, пов'язані з будь-якою інвестицією, так чи інакше розміщені у часі. У силу того, що в економіці одночасно існує безліч можливостей інвестування, вартість витрат і вигод залежить від моменту часу, на який вони припадають. Тому правильна оцінка ефективності інвестицій неможлива без порівняння вартості цих витрат і доходів у часі.

Автори не ставили за мету подати теоретичні основи актуарних розрахунків, головне — показати, як на практиці можна використовувати математичний та статистичний апарати для розрахунків та аналізу страхових тарифів.

Тому цей посібник стане у нагоді спеціалістам — практикам у страховому бізнесі, а також студентам економічних закладів.

Відомо, що широке застосування математичних методів у страховій справі стало однією з причин матеріального успіху цієї галузі в країнах із розвиненою ринковою економікою.

Зміст посібника узятий із різних джерел і скомпонований за основними розділами, що розглядають актуарні розрахунки.

Навчальний посібник підготовлений колективом авторів, які мають великий досвід викладацької, наукової та практичної діяльності у галузі страхування:

- **І. О. Ковтун** — заступник Голови Правління ЗАТ «Велта», член Українського товариства актуаріїв;
- **М. П. Денисенко** — доктор економічних наук, професор, академік;
- **В. Г. Кабанов** — кандидат економічних наук, доцент, академік.

Автори будуть вдячні усім, хто висловить свої зауваження та пропозиції щодо змісту даного навчального посібника. Сподіваємося, що посібник сприятиме розвитку страхової освіти в Україні й наближенню її до європейських стандартів.



Розділ 1 ОСНОВИ ТЕОРІЇ Й ОРГАНІЗАЦІЇ АКТУАРНИХ РОЗРАХУНКІВ

1.1. Історія виникнення актуарних розрахунків

Історія страхування нараховує щонайменше 20 століть. Однак воно могло одержати широкий розвиток лише після встановлення основних положень математичної теорії ймовірностей і нагромадження досить надійних статистичних даних. З появою цих передумов відкрилася можливість розробки *техніки страхових розрахунків по довгострокових і короткострокових операціях страхування життя і майна, чи, як їх коротше називають, актуарних розрахунках.*

Слово «актуарій» походить від латинського *actuarius*, що означало спочатку службовця відділу запису актів громадянського стану. Пізніше воно закріпилося за визначеною професійною групою працівників страхової системи.

Основи теорії актуарних розрахунків були закладені у XVII ст. роботами вчених Д. Граунта, Яна де Вітта, Є. Галлея.

Розвитку актуарної техніки сприяло відкриття 1762 р. у Лондоні страхового товариства «Еквітебл». На противагу раніше діючим страховим товариствам, «Еквітебл» запровадив із страхування на випадок смерті диференційовані за віковими групами тарифи страхових платежів, побудовані на основі таблиць смертності. За прикладом товариства «Еквітебл» пішли інші страхові товариства спочатку в Англії, а потім і в інших країнах.

Згодом вони накопичили великий статистичний матеріал, що дозволило постійно уточнювати тарифні ставки й удосконалювати



техніку страхових розрахунків. У процесі цієї роботи були створені кваліфіковані кадри страхових математиків (актуаріїв), виникла спеціальна наукова література.

1849 р. у Лондоні був заснований існуючий і зараз інститут актуаріїв (його членами були усі фахівці цього профілю), у завдання якого входила розробка техніки страхових розрахунків та підготовка нових кадрів страхових математиків, попит на яких із розвитком страхових операцій безупинно зростає.

У цей час подібні науково-технічні установи існують у більшості країн. Так, інститут актуаріїв у США нараховує близько 12 тис. чол., у Великобританії — 5,5 тис., у Японії — 2 тис. чол. У більшості промислово розвинених країн актуарії виділені у самостійну професійну групу. Чисельність зайнятих у цій сфері працівників відображається в національних цenzових звітах по праці.

Тепер актуарій — одна з найбільш престижних професій у західних країнах, про що свідчать проведені газетами «Нью-Йорк Таймс» і «Крисчиен Сайенс Монітор» опитування молоді США про найбільш привабливі з їхнього погляду професії.

Широкий розвиток страхування отримало, починаючи із середини XIX ст. Із розширенням кола актуарних проблем, що представляють інтерес для всіх страхових компаній, 1889 р. була утворена Міжнародна асоціація актуаріїв (ІАА). 1895 р. під її керівництвом у Брюсселі відбувся I Міжнародний конгрес актуаріїв.

VIII (що не відбувся) конгрес намічалось провести 1915 р. у С.-Петербурзі, що свідчило про міжнародний авторитет російської актуарної школи, до складу якої входили В. Граве, Н. Лунський, В. Малишевський, С. Салевич та інші фахівці.

Міжнародні конгреси актуаріїв (ІСА) — одна з найважливіх подій у галузі страхової науки. Вони проводяться раз у три-чотири роки. До їх функцій входить обмін провідним досвідом у галузі актуарної теорії, уніфікація методів актуарних розрахунків і актуарної символіки (останній варіант такої символіки був прийнятий на XIV конгресі, що відбувся в Мадриді 1954 р.).

Завдання актуарних служб страхових компаній полягає у розробці комплексу спеціальних економіко-математичних методів калькулювання системи тарифних ставок і резервів внесків із усіх видів особового та майнового страхування, визначенні системи нормативів у галузі перестраховання, організації оптимальної інвестиційної політики за рахунок коштів фондів особового і пенсійного страхування і т. ін.

Зараз у промислово розвинених країнах актуарії працюють у компаніях страхування життя; у компаніях, які займаються майновим страхуванням; у пенсійних фондах; у перестраховувальних товариствах; в органах страхового нагляду.

Актуарії, що працюють у компаніях, пов'язаних з особовим і майновим страхуванням, **зайняті:**

- визначенням ймовірностей настання страхових подій (передусім йдеться про розробку різних варіантів таблиць смертності, диференційованих за видами страхування і типами самих таблиць);
- розрахунками системи тарифних ставок як нетто, так і брутто. Останнє вимагає вибору методу визначення величини навантаження у складі тарифної ставки, що найбільш адекватно відбиває прийняту в страховій компанії систему комісійної винагороди страхових агентів, лікарів-експертів і т. ін.;
- визначенням найбільш ефективного для страхової компанії методу (метод Уілмера, метод Спрага, метод Хекнера тощо) розрахунку резерву внесків, що забезпечує фінансову стійкість проведених операцій із страхування;
- аналізом так званого перерозподіленого прибутку страхової компанії, що включає в себе визначення найбільш важливих джерел його утворення;
- вибором найбільш ефективною інвестиційною політикою, що вимагає розробки спеціальних актуарних методів визначення рівня платоспроможності страховика, мінімально припустимого рівня ліквідності його активів і т. ін.



Важливу роль відіграє актуарна служба в перестраховальних компаніях. Як відомо, перестраховування — це така система економічних відносин, при якій страховик, приймаючи на страхування ризики, частину відповідальності за ними передає іншим страховикам з метою створення збалансованого портфеля договорів страхування, забезпечення фінансової стійкості страхових операцій.

Конкретний розмір відповідальності, переданий страховою компанією іншому страховику (перестраховальникові), обумовлюється її фінансовими можливостями.

На актуарії перестраховальної компанії лежить відповідальність за проведення найбільш ефективної перестраховальної політики. Складність цього завдання пояснюється певною суперечливістю самого процесу перестраховування. З одного боку, перестраховування забезпечує фінансову стійкість страхових операцій, а з іншого — супроводжується передачею перестраховальникові частини внесків, які надійшли, що, у принципі, погіршує фінансово-економічні результати діяльності страхової компанії.

Ще однією важливою ділянкою діяльності актуаріїв є служба державного страхового нагляду. В економічній літературі прийнято розрізняти дві основні форми страхового нагляду — «систему публічності» і «систему нормативів».

«Система публічності» припускає публікацію страховими компаніями фінансово-економічних результатів своєї діяльності, а також фінансових планів на перспективу, включаючи їх зміни.

Актуарії, що працюють у рамках такої системи, покликані контролювати розрахунки доходів і збитків у розрізі видів страхування (насамперед у галузі страхування життя, для чого перевіряється обґрунтованість визначення так званого математичного резерву внесків), перевіряти обґрунтованість кошторисів капіталовкладень і т. ін.

Згідно з «системою нормативів» страхові компанії при проведенні страхових операцій керуються певними нормами. У цьому випадку в коло обов'язків актуаріїв входить встановлення зазначених норм і контроль за їх дотриманням.



Органи страхового нагляду видають дозволи на організацію нових страхових компаній. При цьому актуарії аналізують статут і договори на створення компанії, калькуляційні відомості з розрахунку тарифів.

У ряді випадків, а саме внаслідок недостатнього валютного забезпечення передбачуваних страхових операцій, що визначається на основі теорії страхового ризику Готендорфа-Пероццо, актуарна служба органу страхового нагляду може не дати дозвіл на створення страхової компанії.

Актуарії служби страхового нагляду роблять висновок про можливість надання тій чи іншій компанії права займатися іншими видами страхування, територіального розширення проведених страхових операцій, зміни умов страхування, а також зміни розмірів тарифних ставок.

1.2. Сутність, особливості і завдання актуарних розрахунків

Актуарні розрахунки — це процес, у ході якого визначаються витрати, необхідні на страхування даного об'єкта.

За допомогою актуарних розрахунків визначаються собівартість і вартість послуги, що надається страховиком страхувальнику. У більш узагальненій формі актуарні розрахунки можна представити як систему математичних і статистичних закономірностей, що регламентують взаємини між страховиком і страхувальниками.

За допомогою актуарних розрахунків визначається частка участі кожного страхувальника у створенні страхового фонду, тобто визначаються розміри страхових тарифів.

Визначення витрат, необхідних на страхування даного об'єкта, — один із найбільш складних і відповідальних моментів у діяльності страховика.



Форма, у якій обчислені витрати на проведення даного страхування, називається *страховою (актуарною) калькуляцією*.

Роль актуарної калькуляції може бути розглянута у різних аспектах: з одного боку, вона дозволяє визначити собівартість послуги, що надається страховиком, а з іншого — через неї створюються умови для всебічного аналізу й розкриття причин економічних, фінансових та організаційних успіхів чи недоліків у діяльності страховика.

Актуарна калькуляція дозволяє визначити страхові премії до договору. Величина пред'явлених до сплати страхових премій припускає вимір прийнятого страховиком ризику.

До складу актуарної калькуляції входить також визначення суми чи частки суми витрат на проведення страхування з обслуговування договору страхування.

У актуарних розрахунках варто передбачати деякі *особливості*, пов'язані з практикою страхової справи.

Найбільш важливими з них є:

- події, що піддаються оцінці, мають ймовірний характер. Це відбувається на розмірі пред'явлених до сплати страхових премій;
- в окремі роки загальна закономірність явища виявляється через масу відособлених випадкових подій, наявність яких припускає значні коливання в страхових преміях, пред'явлених до сплати;
- визначення собівартості послуги, що надається страховиком, провадиться у відношенні до всієї страхової сукупності;
- необхідне виділення спеціальних резервів, що знаходяться в розпорядженні страховика, визначення оптимальних розмірів цих резервів;
- прогнозування сторнування договорів страхування, експертна оцінка їх величини;
- дослідження норми позичкового відсотка і тенденцій його зміни у конкретному часовому інтервалі;
- наявність повного чи часткового збитку, пов'язаного із страховим випадком, що визначає потребу виміру величини його розподілу в часі і просторі за допомогою спеціальних таблиць;

- дотримання принципу еквівалентності, тобто встановлення адекватної рівноваги між платежами страхувальника, вираженими через страхову суму, і страховим забезпеченням, наданим страховою компанією, завдяки отриманим страховим преміям;
- виділення групи ризику в межах даної страхової сукупності. Основними завданнями актуарних розрахунків є:
- дослідження й групування ризиків у межах страхової сукупності, тобто виконання вимоги наукової класифікації ризиків з метою створення гомогенної підсукупності в межах загальної страхової сукупності;
- визначення математичної ймовірності настання страхового випадку, а також частоти й ступеня тяжкості наслідків заподіяння збитку як в окремих ризикових групах, так і в цілому по страховій сукупності;
- математичне обґрунтування необхідних витрат на проведення страхування страховиком і прогнозування тенденцій їх розвитку;
- математичне обґрунтування необхідних резервних фондів страховика, пропозиції конкретних методів і джерел їх формування.

1.3. Методологічні питання актуарних розрахунків

Питання актуарних розрахунків займають центральне місце у діяльності будь-якої страхової компанії. Значення актуарних розрахунків обумовлюється тим, що страховик, як правило, проводить ряд різних за змістом і характером видів страхування, які вимагають адекватного математичного виміру узятих за договорами зобов'язань.

При організації актуарних розрахунків необхідно передбачати деякі загальні питання, що не залежать від конкретного виду страхування.



До них належать:

- визначення нетто-премії;
- надбавки за ризик;
- витрати на проведення страхування.

Незважаючи на методологічну єдність усіх актуарних розрахунків, практика їх проведення допускає різні варіації й варіанти, пов'язані із специфікою окремих видів, підвидів та галузей страхування.

У цілому є визначена залежність конкретної практики актуарних розрахунків від даного виду страхування, обраної системи забезпечення і способу проведення страхування.

За допомогою актуарних розрахунків визначається розмір страхових премій, пропонованих до сплати.

Одиницею розрахунків служить окремий об'єкт, включений у страхову сукупність.

При визначенні розміру страхових платежів одиниця розрахунків може розглядатися в різних ієрархічних рівностях: у цілому для країни, за окремими регіонами, з урахуванням особливостей даного конкретного району і неоднаковістю прояву ризику в часі і просторі.

Інша особливість актуарних розрахунків по окремих видах страхування пов'язана з тією обставиною, що в майновій групі у зв'язку з великими коливаннями ризиків визначається спеціальна надбавка за ризик. Подібна надбавка зазвичай не обчислюється при актуарних розрахунках по особовому страхуванню (хоча в принципі можлива), тому що обсяг страхової сукупності досить великий, а страхові суми порівняно невеликі.

Вплив соціальних моментів діяльності людини при організації актуарних розрахунків також припустимий.

Конкретні висновки з практики актуарних розрахунків пов'язані з часом, місцем і видом страхування. Актуарні розрахунки визначаються в залежності від мети, що поставив страховик, і загально-економічних умов даної країни.

Це означає, що в залежності від деяких соціальних умов заключний актуарний розрахунок може мати декілька варіантів при

наявності однакових об'єктивних факторів (прояв ризику, ступінь ймовірності, витрати на проведення страхування).

АктUARні розрахунки, які здійснюються страховиком, можна **класифікувати** за декількома ознаками (рис. 1).



Рис. 1

Класифікація актуарних розрахунків

АктUARні розрахунки класифікуються **за видами страхування**.

Вони можуть бути також класифіковані **за часом складання** на **планові й звітні** (наступні).

Трикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника
код 02126266
НАУКОВА БІБЛІОТЕКА
727374
Інв. №



На практиці зазвичай складаються наступні актуарні розрахунки за вже проведеними операціями страховика.

Ці розрахунки орієнтовані на діяльність страховика у майбутньому при проведенні даного виду страхування.

Планові актуарні розрахунки складаються тільки в тому випадку, коли передбачається введення нового виду страхування, по якому відсутні будь-які достовірні спостереження ризиків. Зазвичай використовують результати актуарних розрахунків за однотипними чи близькими за змістом видами страхування, що вже проводяться компанією.

Після закінчення 3–4 років планові актуарні розрахунки коригуються з урахуванням аналізу отриманих статистичних даних. Так планові актуарні розрахунки перетворюються в звітні (наступні).

У залежності від ієрархічної рівності актуарні розрахунки можуть бути загальними (для всієї країни) і зональними (для окремого району).

Структура страхової калькуляції, отриманої за результатами актуарних розрахунків, пов'язана із співвідношенням між окремими елементами витрат, включених у калькуляцію. Це дозволяє зробити порівняння як страхової калькуляції в цілому, так і її окремих елементів.

З часом структура страхової калькуляції зазнає змін. Вона обумовлена змінами в розвитку ризику, новою страховою політикою, станом конкурентної боротьби на ринку і т. ін.

1.4. Тарифна політика в галузі страхування

Під тарифною політикою розуміється цілеспрямована діяльність по встановленню, уточненню й упорядкуванню страхових тарифів в інтересах успішного і беззбиткового розвитку страхування. Вона базується на таких основних принципах:

1. **Еквівалентність** страхових відносин сторін. Це означає, що **нетто-ставки повинні максимально відповідати ймовірності**



збитку. Тим самим забезпечується зворотність коштів страхового фонду за тарифний період тієї сукупності страхувальників, у масштабі якої будувалися страхові тарифи. Тарифні ставки встановлюються, як правило, у масштабі компанії чи областей у середньому за 3 чи 5 років. У цьому ж масштабі за зазначений період і повинна відбуватися зворотність сплачених внесків у вигляді страхового відшкодування. Принцип еквівалентності відповідає перерозподільній сутності страхування, як замкнутій розкладці збитку.

2. **Доступність** страхових тарифів для широкого кола страхувальників. **Надмірно високі тарифні ставки стають гальмом на шляху розвитку страхування.** Страхові внески повинні складати таку частину доходу страхувальника, яка не є для нього обтяжливою, інакше страхування може стати не вигідним. **Доступність тарифних ставок знаходиться у прямиій залежності від числа страхувальників і кількості застрахованих об'єктів.** Чим більше коло застрахованих осіб і об'єктів охоплює страхування, тим менша частка в розкладі збитку припадає на кожного, тим доступнішими стають страхові тарифи. При доступних страхових тарифах істотно зростає ефективність страхування як методу страхового захисту.
3. **Стабільність розмірів страхових тарифів** протягом тривалого часу. Якщо тарифні ставки залишаються незмінними протягом багатьох років, у страхувальників зміцнюється тверда впевненість у солідності страхової компанії. До постійних тарифів звикають і страхувальники, і страхові працівники. Навіть у тих випадках, коли стійко знижуються показники збитковості страхової суми, доцільно розширити обсяги страхової відповідальності при незмінних тарифах. Підвищення тарифних ставок можливо лише при неухильному зростанні збитковості страхової суми з метою забезпечення беззбиткового проведення страхування. Так, наприклад, у зв'язку з високим щорічним



коливанням показників збитковості страхової суми по страхуванню врожаю сільгоспкультур допускається перерахування тарифних ставок кожні 5 років. При транспортному страхуванні вантажів розміри тарифів можуть змінюватися в залежності від ступеня небезпеки конкретних рейсів.

4. **Розширення обсягу страхової відповідальності**, якщо це дозволяють діючі тарифні ставки. Дотримання такого принципу є пріоритетним напрямком у діяльності компанії, оскільки чим ширший обсяг страхової відповідальності, тим більше страхування відповідає потребам страхувальників. Розширення обсягу страхової відповідальності забезпечується зниженням показників збитковості страхової суми.
5. **Забезпечення самооплатності і рентабельності страхових операцій.** Ці фінансові принципи повною мірою належать до діяльності страхової компанії, що робить виплати страхового відшкодування й інші витрати за рахунок страхових платежів, які надійшли. Тому страхові тарифи повинні будуватися таким чином, щоб надходження страхових платежів постійно покривало видатки страховика і навіть забезпечувало деяке перевищення доходів над витратами, тобто прибуток. Він може в плановому порядку закладатися у навантаження до тарифної ставки, оскільки в нетто-ставці, що забезпечує замкнуту розкладку збитку, немає місця для прибутку.

Однак, якщо фактична збитковість страхової суми у сприятливому році виявиться нижче діючої нетто-ставки, то економія, що утворилася, може бути розподілена за двома напрямками: частково в запасний фонд і частково на поповнення прибутку.

1.5. Принципи диференціації страхових тарифів

Показники збитковості страхової суми як основа для побудови нетто-ставок істотно розрізняються за територіями (галузями,



районами, містами), видах і формах страхування, групах однорідних об'єктів страхування в залежності від ступеня ризику їх загибелі чи пошкодження.

Тому з метою приведення у відповідність страхових тарифів з рівнем збитковості страхової суми застосовується відповідна диференціація тарифних ставок.

По страхуванню майна сільгоспідприємств тарифні ставки диференціюються за територіями, групами сільгоспкультур, видами тварин, за групами основних і оборотних фондів.

По добровільному страхуванню різних об'єктів диференціація тарифних ставок побудована за територіями, видами страхування, однорідними об'єктами страхування. Територіальна диференціація враховує при цьому розходження в рівні збитковості страхової суми на селі й у містах, що пов'язано, в основному, з більш високими показниками займання будівель у сільській місцевості. Ці показники також впливають на диференціацію тарифів у залежності від вогнестійкості будівель у господарствах громадян. Для вогнестійких будівель, тобто кам'яних (цегельних, бетонних) із залізним (шиферним чи черепичним) дахом можуть установлюватися знижені тарифні ставки. По страхуванню тварин диференціація тарифів враховує розходження в показниках збитковості за видами тварин (велика рогата худоба, вівці і кози, свині, коні тощо), за віковими групами.

Для зручності проведення страхування застосовується також диференціація тарифів за категоріями страхувальників. Наприклад, по страхуванню майна кооперативних і громадських організацій установлені тарифні ставки за видами кооперації, суспільних і інших організаціях. Однак при страхуванні сільгоспкультур і тварин у цих організаціях діють тарифи, диференційовані за об'єктами страхування.

По страхуванню засобів транспорту, що належать громадянам, диференціація тарифних ставок відбиває розходження ступеня ризику окремих видів транспорту: автомобілів, мотоциклів, мопедів, моторних човнів і т. ін. Тут застосовується також диференціація, що



стимулює страхування засобів транспорту в повній вартості. У багатьох країнах диференціація тарифів по страхуванню засобів транспорту враховує і критерії, що впливають на збитковість страхової суми: марки автомобілів, водійський стаж страхувальника та ін.

Диференціація страхових тарифів є діючим науково обґрунтованим інструментом розкладки збитку, що відбиває оптимальну участь кожного страхувальника у формуванні страхового фонду.



Розділ 2 ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОГО І СТАТИСТИЧНОГО АПАРАТУ

2.1. Історія виникнення і розвитку теорії ймовірності

Виникнення теорії ймовірностей належать до середини XVII ст. і пов'язано з іменами Гюйгенса, Паскаля, Ферма і Бернуллі. У листуванні Паскаля і Ферма, викликаному задачами, поставленими азартними гравцями, що не уклалися в рамки математики того часу, викристалізувалися такі важливі поняття, як *ймовірність і математичне очікування*.

При цьому вчені, займаючись задачами азартних гравців, передбачали і фундаментальну натурфілософську роль науки, що вивчає випадкові явища. Вони були переконані, що на базі масових випадкових подій можуть виникати чіткі закономірності.

І тільки стан природознавства призвів до того, що азартні ігри ще довго продовжували залишатися майже єдиним конкретним матеріалом, на якому створювалися поняття і методи теорії ймовірностей.

Це накладало відбиток і на формально-математичний апарат (елементарна математика і комбінаторика).

Наступний розвиток теорії ймовірностей, а також широке залучення її результатів і методів дослідження в природознавство й суспільствознавство (у тому числі економіку) показали, що класичні поняття і класичні методи не втратили свого інтересу і тепер.

Подальший розвиток теорії ймовірностей пов'язаний із вимогами суспільної практики (теорія помилок спостереження, задачі



теорії пострілів, проблеми статистики й, у першу чергу, статистики народонаселення).

Значну роль у розвитку аналітичних методів теорії ймовірностей зіграли Муавр, Лаплас, Гаусс, Пуассон. До цього напрямку приймає робота творця неевклідової геометрії Лобачевського, присвячена теорії помилок при вимірах на сфері і виконана з метою встановлення геометричної системи, що панує у Всесвіті.

З половини XIX ст. і приблизно до 20-х років XX ст. розвиток теорії ймовірностей значною мірою пов'язаний з іменами російських учених — Чебишева, Маркова, Ляпунова.

Цей успіх російської науки був підготовлений діяльністю Буяковського, який широко культивував у Росії дослідження із застосування теорії ймовірностей до статистики, особливо до страхової справи і демографії. Ним був написаний перший у Росії курс теорії ймовірностей, який значно вплинув на розвиток інтересу до цієї галузі науки.

Основне значення робіт Чебишева, Маркова і Ляпунова в галузі теорії ймовірностей полягає в тому, що ними було введено як об'єкт систематичного дослідження поняття випадкової величини.

Сучасний розвиток теорії ймовірностей характеризується загальним підйомом інтересу до неї, а також розширенням кола її практичних додатків.

Серед представників першого покоління радянських учених потрібно, насамперед, відзначити Бернштейна, Колмогорова і Хінчина.

У 30-х роках Колмогоров і Хінчин створили основи теорії стохастичних (ймовірних, випадкових) процесів, що тепер стала основним напрямком досліджень у теорії ймовірностей.

Ми визначили на самому початку, що теорія ймовірностей вивчає випадкові явища. Тут необхідно зробити декілька зауважень. Якщо в повсякденних уявленнях, у життєвій практиці вважається, що випадкові події — це щось украй рідкісне, що йде врозріз із сталим порядком речей, то в теорії ймовірностей ми відмовимося від цих уявлень.



Випадковим подіям, як це розуміється в теорії ймовірностей, притаманні деякі характерні риси: зокрема, усі вони мають *масовий характер*. Під масовими явищами ми розуміємо такі, котрі мають місце в сукупностях великого числа рівноправних чи майже рівноправних об'єктів і визначаються саме цим масовим характером явищ та лише в незначній мірі залежать від природи складових об'єктів.

Останнім часом теорія ймовірностей усе більш широке застосування знаходить в організації процесу виробництва (статистичний контроль у виробництві). Велике значення при цьому має розробка статистичних методів керування якістю продукції в процесі виробництва.

2.2. Основні поняття і теореми

Предмет теорії ймовірностей

Основний *інструмент актуарних розрахунків* — це *теорія ймовірності*, тому що застраховані ризики — це *випадкова величина*. Використання тільки теорії ймовірностей або, іншими словами, математичної теорії страхування, не в змозі надати необхідні цифрові дані для практичного виконання страхових операцій. Необхідні цифрові дані можуть бути отримані тільки на основі спостережень, отже із власних *статистичних даних* по розглянутих *випадкових подіях*. Це нітрохи не применшує корисності теорії ймовірності, тому що насправді тільки вона одна дозволяє підступитися до проблем вірогідності і точності, що зустрічаються при роботі із статистичними даними, які належать до розглянутих явищ. Теорія ймовірності дозволяє сказати, якою мірою можливо використовувати *відносні частоти*, що спостерігаються як ймовірності, чи зробити висновок про те, підтверджуються чи ні деякі гіпотези незалежності подій. Чим у менших межах коливаються відносні частоти випадкових випадкових подій, тим більш точно теорія ймовірностей описує відповідні



явища. І навпаки, до глибоко помилкових висновків може привести застосування схем теорії ймовірностей, якщо у випадкових вихідних подій немає стійкості частоти.

Випадковою подією у страхуванні є страховий випадок, що може відбутися чи не відбутися. Діяльність страховика багато в чому схожа з грою в орлянку (можливі тільки два результати: страховий випадок з ймовірністю p і його відсутність з ймовірністю $q = (1 - p)$), однак є і відмінності. По-перше, ймовірності можливих результатів не рівні між собою як ймовірності випадання «орла» чи «решки», а дуже відрізняються — звичайно ймовірність страхового випадку значно менша від 1; по-друге, розмір страхової виплати, як правило, не є визначеною заздалегідь величиною (як ставка при грі в орлянку), а визначається волею випадку, тобто є величиною випадковою.

У страхуванні використовують не *класичну ймовірність* настання події як відношення числа сприятливих цій події результатів до загального числа всіх єдино можливих і рівно можливих елементарних результатів випробування, а *страхову статистичну ймовірність*, тобто за ймовірність $P(A)$ події приймають *відносну частоту* $W(A)$ події чи число близьке до неї. Слабкість класичного визначення полягає в тому, що часто неможливо представити результат іспиту у вигляді сукупності елементарних подій і вказати підстави вважати їх рівноможливими.

Відносною частотою події називають відношення числа іспитів, у яких подія з'явилася, до загального числа фактично проведених іспитів. Нехай m — число подій A , n — загальне число іспитів. Тоді

$$P(A) = W(A) = \frac{m}{n}.$$

Приклад. Якщо в результаті досить великого числа спостережень за численними різними сукупностями людей одного віку і статі з'ясувалося, що частота їх смертності протягом року



близька до числа 0,002, то це число можна прийняти за *статистичну ймовірність* смертності у цьому віці.

У практичній діяльності ми часто зустрічаємось з явищами, результат яких не можна пророчити заздалегідь: як говорять, все залежить від випадку. Наприклад, те, що застрахований об'єкт (будинок, домашнє майно і т. ін.) буде знищений внаслідок стихійного лиха — справа випадку. Чим же тоді страхові компанії повинні керуватися у своїй діяльності? Виявляється, якщо про стан певного застрахованого об'єкта сказати нічого не можна, то про стан великого їх числа можна майже напевно сказати багато чого.

Випадкове явище можна охарактеризувати частістю, тобто відношенням числа його настань до числа іспитів, у кожному з яких воно могло наступити, а могло і не наступити. Прикладами частоти можуть слугувати доля народжених за рік хлопчиків у населеному пункті, питома вага нестандартних деталей у партії і т. ін.

Якщо частість коливається незначно, то говорять про стійкість частоти. Наприклад, народжуваність хлопчиків має цю властивість.

Випадковість події чи явища не означає його безпричинності. Явища в природі органічно пов'язані, залежать і обумовлюють одне одного. Так, місце падіння снаряда при стрільбі з гармати є випадковим, але це не означає, що воно не має причинного обґрунтування. Траєкторія снаряда є наслідком впливу на снаряд дуже великого числа факторів.

Отже, *теорія ймовірностей* — це розділ математики, у якому вивчаються тільки випадкові явища (події) зі стійкою частістю і виявляються закономірності при їхньому масовому повторенні.

Чим у менших межах коливаються частоти вихідних подій, тим більш точно теорія ймовірностей описує відповідні явища. І навпаки, до глибоко помилкових висновків може призвести застосування схем теорії ймовірностей, якщо у вихідних випадкових подій стійкості частоті немає.



Початкові поняття і визначення

У будь-якій науці є поняття, на які вона спирається. Кожне наступне поняття спирається на попереднє. Але десь цей процес повинен закінчуватися. У «джерелі» стоять початкові поняття, які не можна визначити через інші.

У теорії ймовірностей до таких понять належать поняття події і рівноможливості.

Під *подією* розуміється все те, що може відбутися, а може і не відбутися: наприклад, перша народжена у сім'ї дитина виявиться хлопчиком. Подія — не випадок, а можливий результат досвіду чи спостереження.

Рівноможливість означає рівноправність (симетрію) окремих результатів іспиту щодо деякого комплексу умов. Наприклад, випадання будь-якого числа очок при киданні гральної кістки можна вважати рівноможливим, тому що немає підстав віддати перевагу якому-небудь числу очок.

Події позначають заголовними буквами латинського алфавіту: *A, B, C* тощо.

Дві події називаються *несумісними*, якщо настання однієї з них виключає настання іншої. У протилежному випадку події називаються *сумісними*.

Подія називається *достовірною*, якщо вона не може не відбутися в умовах даного експерименту.

Подія називається *неможливою*, якщо вона не може відбутися при виконанні певного комплексу умов.

Наприклад, подія, яка полягає в тому, що з партії стандартних деталей буде узята нестандартна, — є неможливою, а стандартна — достовірною.

Дві події, з яких одна повинна обов'язково відбутися, причому поява однієї виключає появу іншої, називаються *протилежними*. Наприклад, події (виріб задовольняє стандарту) і (виріб не задовольняє стандарту) є протилежними.



Події A, B, \dots, M називаються *єдиноможливими*, якщо одна з них обов'язково відбудеться в умовах даного досліду.

Події утворюють *повну систему*, якщо вони є єдиноможливими і несумісними результатами деякого досліду.

Сумою кінцевого числа подій називається нова подія, яка присутня в настанні хоча б однієї з них.

Добутком кінцевого числа подій називається нова подія, яка полягає в тому, що відбудуться всі ці події.

Визначення ймовірності події

Під ймовірністю події розуміється число, що характеризує ступінь можливості настання цієї події.

Ймовірність події позначається $P(A)$.

Ймовірність події дорівнює відношенню числа випадків m , сприятливих йому з загального числа n єдиноможливих, рівноможливих і несумісних випадків, до числа n , тобто

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Це визначення називається *класичним*.

Комбінаторика (її елементи). Перестановки, розміщення, сполучення. Властивості ймовірності, що впливають з її визначення

Теорема 1. Ймовірність будь-якої події є позитивне число, що не перевищує 1.

Висновок: Число m випадків, сприятливих будь-якій події, не може бути негативним і більшим, ніж їх загальне число n , тобто m більше чи дорівнює 0 і менше або дорівнює n .



Розділивши почленно цю нерівність на n , одержимо $n/n \geq m/n \geq 0$, а оскільки $m/n = P(A)$, то $P(A)$ більше чи дорівнює 0 і менше чи дорівнює 1.

Теорема 2. Ймовірність достовірної події дорівнює 1:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{n}{n} = 1.$$

Теорема 3. Ймовірність неможливої події дорівнює 0:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{0}{n} = 0.$$

Теорема додавання ймовірностей

Теорема 1 (додавання)

Ймовірність суми кінцевого числа несумісних подій дорівнює сумі їх ймовірностей:

Наслідок 1

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Сума ймовірностей подій, що утворюють повну систему, дорівнює 1:

$$P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1.$$

Наслідок 2

Ймовірність події, протилежна події A , дорівнює різниці між 1 та ймовірністю події A :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - p.$$

Теорема множення

Добутком декількох подій називають подію, яка міститься в спільній появі всіх цих подій.

Дві події називаються *незалежними*, якщо ймовірність однієї з них не залежить від появи чи не появи іншої.

Декілька подій називаються *попарно незалежними*, якщо кожні дві з них незалежні.

Декілька подій називають *незалежними в сукупності*, якщо кожна з них і будь-яка комбінація інших подій (утримуюча або всі інші події, або частина з них) є події незалежні:

1) *Ймовірність спільної появи декількох подій, незалежних у сукупності, дорівнює добутку ймовірностей цих подій:*

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n)$$

2) *Ймовірність появи хоча б однієї з подій, $A_1, A_2 \dots A_n$, незалежних у сукупності, дорівнює різниці між одиницею і добутком ймовірностей протилежних подій:*

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \dots P(\bar{A}_n).$$

Умовною ймовірністю $P_A(B)$ називають ймовірність події B , обчислену в припущенні, що подія A уже настала.

1) *Ймовірність спільної появи двох залежних подій дорівнює добутку ймовірності однієї з них на умовну ймовірність іншої, обчисленої в припущенні, що перша подія вже настала.*

Наслідок. Ймовірність спільної появи декількох залежних подій дорівнює добутку ймовірності однієї з них на умовні ймовірності всіх інших, причому ймовірність кожної наступної події обчислюється в припущенні, що всі попередні події уже з'явилися:

$$P(A_1 A_2 A_3 \dots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P_{A_1 A_2}(A_3) \dots P_{A_1 A_2 \dots A_{n-1}}(A_n).$$



Наслідки теорем додавання і множення

Дві події називають *спільними*, якщо поява однієї з них не виключає появи іншої в тому самому іспиті.

1) *Ймовірність появи хоча б однієї з двох спільних подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій без ймовірності їх спільної появи:*

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Приклад. Робітник обслуговує чотири однотипних верстата. Ймовірність того, що протягом години будь-який верстат вимагатиме уваги робітника, дорівнює 0,6. Припускаючи, що неполадки на верстатах незалежні, знайдіть ймовірність того, що протягом години уваги робітника вимагатимуть:

- 1) усі верстати;
- 2) жоден верстат;
- 3) принаймні, один верстат.

Використовуємо теорему множення для незалежних подій:

- 1) $0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,1296$;
- 2) $0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 0,0256$;
- 3) $1 - 0,0256 = 0,9744$.

Формула повної ймовірності

Ймовірність події A, що може настати лише за умови появи однієї з неспільних подій $B_1, B_2 \dots B_n$, що утворюють повну групу, дорівнює сумі добутків ймовірностей кожної з цих подій на відповідну умовну ймовірність події A:

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A)$$

Приклад. Проводяться три види страхування. Ймовірність того, що страхового випадку не буде: по першому виду страхування — 0,9, по другому — 0,95, по третьому — 0,85. Питома вага кількості договорів по кожному з трьох видів у загальній кількості укладених за цими видами договорів становить відповідно 50, 30 і 20 %. Знайдіть ймовірність того, що страховий випадок не відбудеться.

Позначимо шукану подію через F , а відповідні ймовірності за окремими видами страхування A_1, A_2, A_3 .

За умовою відомі $P(A_1) = 0,5$; $P(A_2) = 0,3$; $P(A_3) = 0,2$ і умовні ймовірності події F щодо кожного з них: $P_{a_i}(F) = 0,9, \dots$ (всього три — K, L, M).

Шукана подія відбудеться, якщо настане одна з трьох подій. Інших можливостей немає. Ці події несумісні (одна виключає іншу). Тому за теоремою додавання ймовірностей

$$P(F) = P(K) + P(L) + P(M)$$

Оскільки $P(K) = P(A_1) \cdot P_{a_1}(F) + \dots$ (всього три), то підставивши значення, знаходимо шукану ймовірність:

$$P(F) = 0,5 \cdot 0,9 + 0,3 \cdot 0,95 + 0,2 \cdot 0,85 = 0,905.$$

Випадкова величина — це величина, яка у результаті випадкової події, що відбулася, приймає одне й тільки одне можливе значення, наперед невідоме і залежне від випадкових причин, що заздалегідь не можуть бути враховані.

Випадковими величинами в страхуванні є, зокрема, кількість N страхових випадків, що відбулися, за визначений період по n укладених договорах і розмір X відповідних страхових виплат.

Дискретною (перерваною) називають випадкову величину, що приймає окремі, ізольовані можливі значення з визначеними ймовірностями. Число можливих значень дискретної випадкової величини може бути кінцевим чи нескінченним.



Приклад. Дискретною випадковою величиною у страхуванні є, зокрема, кількість N страхових випадків, що відбулися, за визначений період за n укладеними договорами.

Безперервною називають випадкову величину, що може приймати всі значення з деякого кінцевого чи нескінченного проміжку. Очевидно, число можливих значень безперервної випадкової величини — нескінченне.

Приклад. Безперервними випадковими величинами є тривалість життя, розмір страхових виплат за ризиковими видами страхування.

Розподіл випадкової величини

Сукупність усіх можливих значень випадкової величини із зазначенням ймовірності реалізації кожного значення називається *розподілом випадкової величини*. Завдання розподілу випадкової величини (закон розподілу) дає її повний імовірний опис. Розподіл може бути заданий таблицею чи графіком аналітично (у вигляді формули).

Біноміальний розподіл випадкової величини

Нехай є n страхових договорів одного ризику, у кожному з яких страхова подія A може або з'явитися, або не з'явитися. Ймовірність настання події у всіх договорах постійна і дорівнює p (отже, ймовірність не появи $q = 1 - p$). Розглянемо як випадкову дискретну величину X число появ події A в n договорах. Знайдемо закон розподілу величини X .

Очевидно, подія A може з'явитися або 1 раз, або 2 рази, ... або n раз. Таким чином, можливі значення X такі:



$$x_1 = 0, x_2 = 1, \dots, x_{n+1} = n.$$

Тоді ймовірності цих можливих значень знаходяться за *формулою Бернуллі*:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k},$$

де $k = 0, 1, 2, \dots, n$.

Ця формула є аналітичним вираженням закону розподілу випадкової величини. Розподіл ймовірності, обумовлений формулою Бернуллі, називається біноміальним, тому що праву частину рівності можна розглядати як загальний член розкладання бінома Ньютона.

Поряд з ймовірностями $P_n(k)$ важливе значення має функція розподілу $F(m)$ — ймовірність того, що значення k випадкової величини не буде перевищувати деякого заданого значення m , тобто кількість страхових подій не перевищить значення m :

$$F(m) = \sum_{k \leq m} P(k).$$

Для розглянутого прикладу функція розподілу — це ймовірність того, що кількість страхових випадків k не перевищить m .

Розподіл Пуассона

Нехай є достатньо велике число n страхових договорів одного ризику, ймовірність настання яких набагато менша від 1 (звичайно $P \leq 0,1$). У цьому випадку для обчислення ймовірностей появи страхового випадку k раз користуються не формулою Бернуллі, а асимптотичною формулою Пуассона при допущенні, що добуток $np = \lambda$, що означає обмежене середнє число страхових випадків при різних значеннях n :



$$P_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}.$$

Числові характеристики випадкових дискретних величин

Закон розподілу ймовірностей дає найбільш повну, хоча іноді й важко доступну для огляду інформацію про поведінку випадкової величини в ході іспитів. Однак на практиці часто буває достатньо знати значно менше, а саме:

- 1) положення центру розподілу, навколо якого групується основна маса ймовірностей — *математичне очікування випадкової величини*;
- 2) як і наскільки розкидана біля центру основна маса ймовірностей, тобто за допомогою числового показника характеризувати ступінь розсіювання — *дисперсію випадкової величини*.

Математичним очікуванням випадкової дискретної величини називають суму добутоків усіх її можливих значень на їх ймовірності.

Нехай випадкова величина X приймає тільки значення x_1, x_2, \dots, x_n , ймовірності яких відповідно рівні P_1, P_2, \dots, P_n . Тоді математичне очікування $M(X)$ випадкової величини визначається рівністю:

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n = \sum_{i=1}^n p_i x_i.$$

Математичне очікування приблизно дорівнює (тим точніше, чим більше дослідів) середньому значенню випадкової величини, тобто

$$M(X) \approx \bar{X}.$$



Дисперсія випадкової величини X дорівнює сумі квадратів відхилень усіх можливих значень випадкової величини від центра розподілу, тобто математичного очікування, помножених на відповідні ймовірності:

$$\begin{aligned} D(X) &= \sum_{i=1}^n p_i (x_i - M(X))^2 = \\ &= \sum_{i=1}^n p_i (x_i - \bar{X})^2 = M(X^2) - [M(X)]^2 = M(X^2) - \bar{X}^2. \end{aligned}$$

Щоб одержати характеристику розсіювання, що має таку ж розмірність, як випадкова величина і її математичне очікування, використовують *середньоквадратичне* чи *стандартне відхилення*:

$$\sigma = \sqrt{D(X)}.$$

$D(X)$ і σ характеризують *абсолютну величину* розсіювання випадкової величини. Як *відносну характеристику* розсіювання використовують коефіцієнт варіації, який дорівнює відношенню середньоквадратичного відхилення до математичного очікування:

$$V(X) = \frac{\sigma}{M(X)} = \frac{\sigma}{\bar{X}}.$$

Коефіцієнт варіації показує наскільки велике розсіювання в порівнянні із середнім значенням випадкової величини і дозволяє порівнювати між собою розподіли, середні значення яких дуже різняться.

Приклад. Повертаючись до раніше розглянутого прикладу про кількість X страхових випадків по n укладених договорах



страхування, у яких ймовірність появи страхового випадку постійна і дорівнює p , обчислимо чисельні характеристики зазначеної випадкової величини:

$$M(X) = \bar{X} = np; \quad D(X) = npq; \quad V(X) = \sqrt{\frac{q}{np}}.$$

Увівши поняття математичного очікування чи середнього значення випадкової величини, запишемо *розподіл Пуассона* у вигляді:

$$P_n(k) = \frac{(X)^k}{k!} \cdot e^{-X},$$

де $k = 0, 1, 2, \dots, n$ — значення випадкової величини X .

Характеристики випадкової величини

Формула	Опис
$E(x) = M(x) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i =$ $= \sum_{i=1}^n S_i \cdot q_i$	<p>Математичне очікування — величина, яка показує таке значення X із усієї множини, настання якого найбільше ймовірно. Приблизно дорівнює середньому значенню. У страхуванні це найбільш ймовірна вартість сукупної нетто-премії</p>
$D(x) = M(x^2) - (M(x))^2 =$ $= \sum_{i=1}^n S_i^2 \cdot q_i - \left(\sum_{i=1}^n S_i \cdot q_i \right)^2$	<p>Дисперсія — величина, що показує найбільш ймовірне значення з множини відхилень середньої величини від її математичного очікування. Вона характеризує розсіювання варіаційного розподілу. У страхуванні дисперсія показує розкид у значенні збитків, отже, нетто-премії і страхових сум</p>
$\sigma = \sqrt{D(x)}$	<p>Середнє квадратичне відхилення — величина по суті тотожна дисперсії (виражається в одиницях випадкової величини)</p>



$$V_{ar} = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100\%$$

Коефіцієнт варіації — показує ступінь відхилення від середньої величини у %. Чим він більше, тим більше розсіювання

Нормальний розподіл випадкової величини

Розподіл Пуассона при середньому значенні випадкової величини, що значно перевищує 1, можна з достатнім ступенем точності замінити більш простим нормальним розподілом, що має вигляд

$$P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \bar{X}}} \cdot \exp \left[-\frac{(k - \bar{X})^2}{2\bar{X}} \right],$$

де $k = 0, 1, 2, \dots, n$ — значення випадкової величини X .

Закон великих чисел

Закон великих чисел ґрунтується на принципі вирівнювання ризиків. Нехай страховий портфель складається з n договорів, за якими застраховані n ризиків одного виду, що припускають той самий тип зобов'язань з боку страховика, наприклад, X_k для k -го договору.

X_k — випадкові величини, що відповідно до нашого припущення мають однакове математичне очікування \bar{X} . Повне зобов'язання страховика буде дорівнювати сумі окремих зобов'язань. Математичне очікування повного зобов'язання страховика буде, відповідно, $n\bar{X}$.

Якщо S — максимальне значення, якого може досягати кожна випадкова величина, то можливі значення загальної суми виплат страховика S_n з математичним очікуванням $n\bar{X}$ знаходяться в



інтервалі від 0 до nS . Розподіл ймовірності величини S_n на інтервалі $[0, nS]$ не є рівномірним. Оскільки n велике, то найбільш ймовірні значення S_n знаходяться в інтервалі набагато меншому, ніж $[0, nS]$, і майже достовірно, що S_n буде мало відрізнятись від значення $n\bar{X}$.

Насправді, закон великих чисел для випадкових незалежних величин X_k (якраз наш випадок, оскільки можливість здійснити виплату по одному договору не залежить від виплат за іншим договором) свідчить, що стандартне відхилення їх суми обмежено величиною $\sigma\sqrt{n}$.

Покажемо це. Оскільки S_n — випадкова величина і $n\bar{X}$ — її математичне очікування, то справедлива нерівність Чебишева: ймовірність того, що відхилення випадкової величини S_n від її математичного очікування по абсолютній величині менше позитивного числа ε не менше, ніж $1 - \frac{D(S_n)}{\varepsilon^2}$:

$$P\left(\left|S_n - n\bar{X}\right| < \varepsilon\right) \geq 1 - \frac{D(S_n)}{\varepsilon^2}.$$

Але $D(S_n) = D(X_1) + D(X_2) + \dots + D(X_n) = n\sigma^2$.

$$\text{Тоді } \left(\left|S_n - n\bar{X}\right| < \varepsilon\right) \geq 1 - \frac{n\sigma^2}{\varepsilon^2}.$$

При $\alpha^2 = \frac{\varepsilon^2}{n\sigma^2}$, одержимо $\varepsilon = \alpha\sigma\sqrt{n}$, отже

$$P\left(\left|S_n - n\bar{X}\right| < \alpha\sigma\sqrt{n}\right) \geq 1 - \frac{1}{\alpha^2}.$$



Тобто, ймовірність того, що відхилення реальних виплат страховика S_n від їхнього математичного очікування $n\bar{X}$ буде нижче $\alpha\sigma\sqrt{n}$, оцінюється, принаймні, $1 - \frac{1}{\alpha^2}$.

Якщо хочуть збільшити вірогідність, то значення α беруть, наприклад, рівним 10.

Ймовірність того, що відхилення S_n від $n\bar{X}$ не перевищувало б $10\sigma\sqrt{n}$ буде 99 %. З такою ймовірністю S_n буде знаходитися в інтервалі від $n\bar{X} - 10\sigma\sqrt{n}$ до $n\bar{X} + 10\sigma\sqrt{n}$, величина цього інтервалу дорівнює $20\sigma\sqrt{n}$ і центр знаходиться в точці $n\bar{X}$. Величина цього інтервалу відносно величини можливого розкиду значень S_n , що знаходиться в межах від 0 до nS , то до величини інтервалу nS представляє співвідношення $\frac{20\sigma\sqrt{n}}{nS}$, що тим менше, чим більше n .

Отже, для великих значень n безліч найбільш ймовірних значень S_n є лише невеликою частиною безлічі всіх можливих значень, тим меншим, чим більше n .

Причому видно, що з тією ж ймовірністю відносно відхилення

$$\frac{S_n - n\bar{X}}{n\bar{X}} \text{ залишиться } \frac{\alpha\sigma\sqrt{n}}{n\bar{X}} \text{ чи менше } \frac{\alpha\sigma}{X\sqrt{n}}.$$

Його значення тим менше, чим більше n .

Для страховика *надійність портфеля*, сформованого з *однорідних ризиків*, буде тим більша, чим більшим буде число договорів, і тим краще буде захищений загальний розмір фактичних виплат по страхових випадках S_n від серйозних відхилень щодо свого математичного очікування.



2.3. Елементи фінансової математики

Розділ орієнтований на студентів і співробітників страхових компаній: одні обмежаться осмисленням термінології і постановками основних завдань та розширенням кругозору, для інших матеріал може представити професійний інтерес і, підкреслимо, стане *лише початковим читанням*. Даний розділ присвячений основам фінансової математики, він дуже стислий, тому що орієнтований на страхову тематику і далеко не охоплює все коло питань, з якими зіштовхуються при фінансових обчисленнях.

При підготовці цього тексту використовувалися джерела російської і англійської мов. У деяких випадках термінології українською мовою немає, тому в тексті при введенні термінів іноді наводяться декілька українських термінів і вказується їхнє англійське першоджерело.

Відзначимо також, що термінологія і позначення фінансової математики, прийняті в актуарній літературі, можуть відрізнятися від прийнятих у інших її додатках.

2.4. Відсотки. Відсоткові ставки

Ефективна відсоткова ставка

У страхових операціях премії і страхові виплати пов'язуються з конкретними моментами чи періодами часу. У договорах страхування фіксуються терміни, дати, періодичності виплат. Необхідність обліку тимчасового фактора очевидна — ясно, що отримані страховою компанією у вигляді премій суми якийсь час «працюють» (суми «накопичуються»), і страховий тариф повинен визначатися з урахуванням цієї «роботи». Наша мета — розгляд механізмів нарошення отриманих сум.



Почнемо з найважливішого параметру фінансових обчислень — *ефективної відсоткової ставки*.

Нехай у момент часу t сума S інвестується в якийсь проект, що завершується через час h , приносячи дохід ΔS . Звичайно його вимірюють у відносних одиницях, розглядаючи відношення $i = \Delta S/S$, що називається *ефективною відсотковою ставкою (effective rate of interest)* за розглянутий проміжок часу. «Ефективна» у цьому контексті означає «реальна», «фактична»; як правило, цей епітет опускається, і параметр i називають відсотковою ставкою. Поряд з цим терміном i називають ставкою інвестиційного доходу, нормою прибутковості, у давній російській літературі — *нормою росту*.

Час h називають періодом *нарахування (нагромадження, нарощення)*, у страхових операціях це, як правило, рік, однак, використовують й інші тимчасові проміжки — півріччя, квартал, місяць і навіть день.

Повертаючись до розглянутого приклада, відмітимо, що дохід $\Delta S = iS$, а отримана в результаті операції *нарощена (накопичена) сума (amount)* $S = S_0 + \Delta S = S_0(1 + i)$.

Для наших завдань, як правило, інтерес представляє процес нагромадження суми на об'єднанні тимчасових проміжків при заданих відсоткових ставках на кожному з них. Дві схеми такого процесу розглядаються нижче.

Відсоткова ставка i може залежати від моменту інвестування t , суми S , що інвестується, і тривалості періоду нарахування h , тобто, взагалі кажучи, $i = i(t, S, h)$.

Однак, як достатнє для страхової практики наближення, ми будемо припускати, що i не залежить від t і S .

На закінчення відзначимо таке.

Відсоткова ставка i , як правило, визначається у відсотках, однак, обчислення проводяться з величиною $i / 100$. Наприклад, фраза «річна відсоткова ставка дорівнює 20 %» чи запис « $i = 20\%$ » означають, що в розрахунках використовується величина $i = 0,2$.



Схема простих відсотків

Нехай початковий капітал S_0 інвестується на два послідовних проміжки часу (t_0, t_1) і t_1, t_2 . Відсоткові ставки на цих проміжках є i_1 та i_2 відповідно.

Нагромадження суми за схемою *простих відсотків* (*simple interest*) припускає, що відсотки нараховуються тільки на початковий капітал S_0 . Тому збільшення капіталу (доходу) на першому інтервалі $\Delta S_1 = S_0 i_1$, на другому — $\Delta S_2 = S_0 i_2$. Сумарний дохід $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = S_0(i_1 + i_2)$, а накопичена сума $S = S_0 + \Delta S = S_0(1 + i_1 + i_2)$.

Відмітимо, що відсоткова ставка на об'єднаному проміжку (t_0, t_2) $i = \Delta S / S_0 = i_1 + i_2$.

Узагальнюючи отриманий результат на об'єднання n проміжків, одержуємо накопичену суму:

$$S = S_0(1 + i_1 + i_2 + \dots + i_n) \quad (2.1)$$

та підсумкову відсоткову ставку $i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$.

У важливому окремому випадку фіксованої відсоткової ставки $i_k = i, k = 1, 2, \dots, n$, одержуємо для накопиченої суми вираз

$$S = S_0(1 + ni), \quad (2.2)$$

який називають *формулою простих відсотків*.

Схеми нагромадження (2.1) і (2.2) дозволяють одержати накопичену суму у випадку, коли, взагалі кажучи, різні ставки i_1, i_2, \dots, i_m фіксуються на періоди n_1, n_2, \dots, n_m відповідно:

$$S = S_0(1 + n_1 i_1 + n_2 i_2 + \dots + n_m i_m).$$

Завичай до нагромадження за описаною схемою удаються при короткотермінових (на термін до одного року) інвестиційних проєктах. При довготермінових фінансових операціях, зокрема, при



страхуванні життя та у пенсійних схемах, використовують іншу схему нагромадження, у якій відсотки нараховуються на капітал, що накопичується.

Схема складних відсотків

Розглянемо приклад із двома послідовними тимчасовими проміжками. Позначення попередні.

Нагромадження суми за схемою *складних відсотків (compound interest)* припускає, що на кожному тимчасовому проміжку відсотки нараховуються на суму, накопичену до кінця попереднього проміжку.

У нашому випадку сума, накопичена до кінця першого проміжку, $S_1 = S_0(1 + i_1)$, а сума, накопичена до кінця другого проміжку $S_2 = S_1(1 + i_2) = S_0(1 + i_1)(1 + i_2)$

Відсоткова ставка i на об'єднаному проміжку визначається з умови $1 + i = (1 + i_1)(1 + i_2)$, тобто $i = i_1 + i_2 + i_1 i_2$.

Узагальнюючи отриманий результат на об'єднання n проміжків, одержуємо накопичену суму:

$$S = S_0(1 + i_1)(1 + i_2) \cdot \dots \cdot (1 + i_n) \quad (2.3)$$

та підсумкову відсоткову ставку $i = (1 + i_1)(1 + i_2) \cdot \dots \cdot (1 + i_n) - 1$.

У важливому окремому випадку фіксованої відсоткової ставки $i_k = i, k = 1, 2, \dots, n$, одержуємо такий вираз для накопиченої суми:

$$S = S_0(1 + i)^n, \quad (2.4)$$

який називають *формулою складних відсотків*.

Схеми нагромадження (2.3) і (2.4) дозволяють одержати накопичену суму у випадку, коли послідовні в часі ставки i_1, i_2, \dots, i_m фіксуються на періоди n_1, n_2, \dots, n_m відповідно:



$$S = S_0(1 + i_1)^{n_1} (1 + i_2)^{n_2} \cdot \dots \cdot (1 + i_m)^{n_m}$$

Ефективна відсоткова ставка на частковому тимчасовому проміжку

Зафіксуємо одиничний часовий проміжок (наприклад, один рік) і розіб'ємо його на m рівних частин (у страховій практиці, як правило, $m = 2; 4; 12$, тобто частинами є півріччя, квартал, місяць).

Нехай i — ефективна відсоткова ставка на одиничному проміжку. Позначимо через $i_*^{(m)}$ ефективну відсоткову ставку на m частковому тимчасовому проміжку.

Завдання полягає у визначенні $i_*^{(m)}$ так, щоб «робота» грошей на об'єднанні проміжків довжиною $1/m$ кожний приводила до такої ж накопиченої суми, що й ефективна відсоткова ставка i на одиничному проміжку.

Схема простих відсотків. З огляду на (2.2), маємо $S_0(1 + mi_*^{(m)}) = S_0(1 + i)$ звідки виходить $i_*^{(m)} = i/m$.

Нехай тепер період нагромадження $t = n/m$ — раціональне число. Накопичена за цей проміжок часу сума

$$S = S_0(1 + ni_*^{(m)}) = S_0\left(1 + n\frac{i}{m}\right) = S_0(1 + ti).$$

Враховуючи, що будь-яке матеріальне число може бути з якою завгодно точністю апроксимоване раціональним числом, для довільного періоду нагромадження t маємо формулу нагромадження

$$S(t) = S_0(1 + ti). \quad (2.5)$$

Схема складних відсотків. Враховуючи (1.4), маємо $S_0(1 + i_*^{(m)})^m = S_0(1 + i)$, звідки виходить

$$i_*^{(m)} = (1+i)^{1/m} - 1. \quad (2.6)$$

Аналогічно попередньому, при $t = n/m$ маємо $S = S_0(1+i_*^{(m)})^n = S_0(1+i)^{n/m} = S_0(1+i)^t$, і для довільного t формула нагромадження за схемою складних відсотків має вигляд:

$$S(t) = S_0(1+i)^t. \quad (2.7)$$

Формула (2.7) є однією з основних формул фінансової математики. На закінчення порівняємо різні схеми нагромадження.

Можна бачити, що при фіксованій ефективній відсотковій ставці на одиничному ($t = 1$) проміжку для $0 < t < 1$ маємо $(1+i)^t < (1+it)$, звідси нагромадження за схемою простих відсотків вище, ніж за схемою складних, а для $t > 1$ маємо протилежний результат.

Відповідна графічна ілюстрація приведена на рис. 2. Графіки ілюструють процеси нагромадження за схемами (2.5) і (2.7).

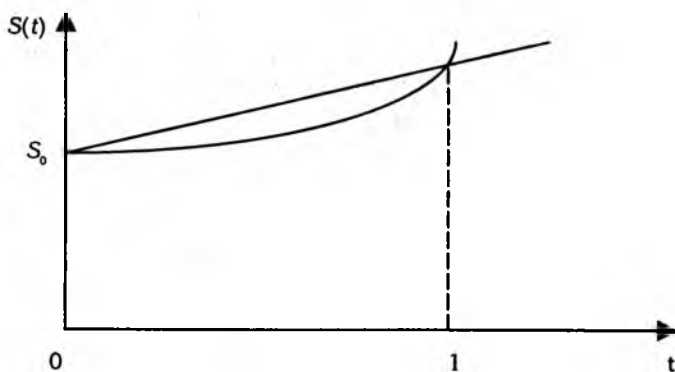


Рис. 2
Процес нагромадження



Скрізь надалі, незалежно від величини t , будемо припускати, що процес нагромадження йде за схемою складних відсотків (формула (2.7), однак помітимо, що іноді використовують змішану схему — для цілого числа років користуються формулою (2.7), для дробової частини періоду нагромадження — формулою (2.5). А саме, якщо $t = n + a$, де n — ціла, а a — дробова частини t , то

$$S(t) = S_0 (1+i)^n (1+\alpha i).$$

Номінальна відсоткова ставка

Як відзначалося, у фінансових операціях фіксується одиничний часовий проміжок, як правило, один рік. Однак нарахування відсотків доводиться робити кілька разів на рік — по півріччях, кварталах тощо. Ця операція легко здійснюється за допомогою ефективної відсоткової ставки на відповідному проміжку, яка може бути або задана безпосередньо, або визначена по ефективній відсотковій ставці на одиничному проміжку (див. (2.6)). Однак у фінансовій практиці прийняте інше. Як правило, задається фіктивна річна відсоткова ставка $i^{(p)}$, у позначенні якої p — *період нарахування відсотків (період оберт, конвертації)*, а ефективна відсоткова ставка за період $1/p$ пов'язана із $i^{(p)}$ співвідношенням

$$i^{(p)} = i^{(p)} / p. \quad (2.8)$$

Ставка $i^{(p)}$ називається *номінальною відсотковою ставкою, яка обертається (конвертується) з частотою p чи, лаконічніше, номінальною відсотковою ставкою*.

Як приклад, що ілюструє відповідну фразеологію, приведемо фразу з контракту: «18 % річних з поквартальним нарахуванням відсотків». Це означає, що, $i^{(4)} = 18\%$, $i^{(4)} = 4,5\%$.



Приведемо співвідношення, що зв'яже номінальну відсоткову ставку з ефективною:

$$i^{(p)} = pi^{(p)} = p \left[(1+i)^{1/p} - 1 \right]. \quad (2.9)$$

На закінчення ще раз підкреслимо, що номінальна ставка є лише зручним способом опису реально застосовуваної ефективної ставки.

Інтенсивність відсотків

Розглянемо дуже важливу локальну характеристику процесу нагромадження суми.

Нагадаємо, що похідна $f'(t)$ функції $f(t)$ характеризує швидкість зміни функції в момент часу t , а відношення $f'(t)/f(t)$ — відносну швидкість зміни функції.

Нехай $S(t)$ — сума, накопичена до моменту t . Тоді відносна швидкість нагромадження суми

$$\delta(t) = S'(t)/S(t). \quad (2.10)$$

Функція $\delta(t)$ називається *інтенсивністю відсотків* (*force of interest*); інші терміни — *сила росту*, *сила відсотка*.

Вважаючи $S(t_0) = S_0$ й інтегруючи диференціальне рівняння (1.10), одержуємо опис процесу нагромадження у вигляді

$$S(t) = S_0 \exp \left[\int_{t_0}^t \delta(u) du \right]. \quad (2.11)$$

У практично дуже важливому випадку (яким ми надалі й обмежимося) постійної інтенсивності відсотків $\delta(t) = \delta$ з (2.11),



позначивши період нагромадження $t - t_0$ через t , одержуємо формулу нагромадження

$$S(t) = S_0 e^{\delta t}. \quad (2.12)$$

Порівнюючи (2.7) і (2.12), одержимо співвідношення, що зв'язує δ й i .

Дійсно, маємо, $S_0 e^{\delta} = S_0 (1+i)^1$ звідки $1+i = e^{\delta}$, а

$$i = e^{\delta} - 1, \quad (2.13)$$

чи

$$\delta = \ln(1+i). \quad (2.14)$$

Використовуючи (2.9) і (2.13), виразимо номінальну відсоткову ставку через параметр δ :

$$i^{(p)} = p(e^{\delta/p} - 1). \quad (2.15)$$

На закінчення відзначимо, що ефективна відсоткова ставка i більше δ , але при малих i вони близькі. Так, при $i = 3\%$ $\delta \approx 0,02956$, і відносна погрішність наближеної рівності $\delta \approx i$ становить 1,5%. Цю обставину корисно враховувати, тому що формули розрахунку страхових тарифів для різних схем страхування життя містять множник i/δ , що при малих i може бути замінений 1.

2.5. Дисконтування

Сучасна вартість

У страховій практиці при визначенні страхової премії у відповідний момент сума $P(t)$, щоб через t років накопичена сума



(при відомій постійній ефективній відсотковій ставці i) становила $S(t)$.

Нагадаємо, що зв'язок між $P(t)$ і $S(t)$ описується співвідношенням $S(t) = P(t) \cdot (1+i)^t$, звідки

$$P(t) = S(t)(1+i)^{-t}. \quad (2.16)$$

Величина $P(t)$ називається сучасною (*поточною, приведеною*) *вартістю (величиною) (present value)* суми $S(t)$, а процес відшукування сучасної вартості суми S називається *дисконтуванням (приведенням до моменту $t = 0$)*. Різницю $S - P$ називають *дисконтом (discount)*.

Приведена вартість одиничної суми ($S(t) = 1$) позначається $v(t)$; таким чином, $v(t) = (1+i)^{-t}$.

Величина

$$v = (1+i)^{-1} \quad (2.17)$$

називається *коефіцієнтом дисконтування (дисконтуючим множником)*; за його допомогою сучасна вартість суми $S(t)$ записується як

$$P(t) = S(t)v^t. \quad (2.18)$$

Відразу ж приведемо корисні співвідношення

$$i = 1/v - 1 = (1 - v)/v.$$

Термін «дисконтування» вживається й у більш широкому значенні — як відшукування вартості суми $S(t)$ у будь-який попередній момент часу.



Наприклад, якщо $S(t_2)$ — сума в момент t_2 , то її вартість у момент t_1 ($t_1 < t_2$) визначається як

$$P(t_1) = S(t_2)v^{t_2-t_1}.$$

У таких випадках кажуть, що сума $S(t_2)$ приведена (дисконтована) до моменту t_1 .

Термін «приведення» зручно поширити і на процес нагромадження, у цьому випадку сума «приводиться» до більш пізнього моменту часу.

Підкреслимо, що будь-які операції над грошовими сумами можливі тільки в тому випадку, якщо суми приведені до того самого моменту часу.

Відзначимо, що при $\delta(t) = \delta$ $v = e^{-\delta}$ (див. (2.13)), а сучасна вартість суми $S(t)$

$$P(t) = S(t)e^{-\delta t}. \quad (2.19)$$

Ставка дисконтування

Нехай фіксований одиничний проміжок часу (наприклад, один рік) і сума інвестуються на цей час при річній, ефективній відсотковій ставці, рівній i . Сума, накопичена до кінця терміну, $S = 1 + i$ (рис. 3). У цьому випадку i відіграє роль доходу на капітал, що інвестується (дорівнює 1). Нас цікавить його сучасна вартість.

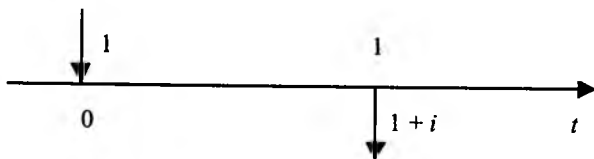


Рис. 3

Сума, накопичена до кінця терміну

Якщо сучасна вартість відсотків на капітал дорівнює 1, то відповідна їй вартість ефективної відсоткової ставки називається *ефективною ставкою дисконтування* (*effective rate of discount*) або просто *ставкою дисконтування*.

Позначаючи ставку дисконтування через d , маємо такі корисні співвідношення:

$$d = iv = i/(1+i) = ie^{-\delta} = 1 - v = 1 - e^{-\delta}. \quad (2.20)$$

Відзначимо також, що

$$v = 1 - d, \quad i = d/(1 - d). \quad (2.21)$$

Таким чином, визначені чотири основних параметри, що використовуються у фінансовій математиці: i , δ , v , d . У різних ситуаціях кожний з них може бути прийнятий як основний, а значення інших, якщо це необхідно, легко по ньому обчислюються.

Розіб'ємо одиничний проміжок на p рівних частин. Позначимо через $d_{\cdot}^{(p)}$ ефективну ставку дисконтування за час $1/p$ і позначимо її через d .

Використовуючи ефективну ставку дисконтування і співвідношення (2.6), (2.17), (2.21), послідовно маємо

$$\begin{aligned} d_{\cdot}^{(p)} &= i_{\cdot}^{(p)} v^{1/p} = \\ &= \left[(1+i)^{1/p} - 1 \right] v^{1/p} = (v^{-1/p} - 1) v^{1/p} = 1 - v^{1/p} = 1 - (1-d)^{1/p}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Як і у випадку ефективної відсоткової ставки за час $1/p$, на практиці використовують не реальну ефективну ставку дисконтування $d_{\cdot}^{(p)}$, а *номінальну (умовну) ставку дисконтування* (*nominal rate of discount*)



$$d^{(p)} = pd_*^{(p)} = p \left[1 - (1-d)^{1/p} \right]. \quad (2.23)$$

2.6. Фінансові ренти

Потоки платежів

Страхові операції дуже часто пов'язані не з разовими платежами, а з деякою їх послідовністю в часі. Прикладами можуть служити сплата премій, виплата пенсій, надходження доходів від інвестицій і т. ін. Такі послідовності платежів називаються *потоками платежів* (*cash flows*, буквально — «потоки готівки»). Окремий платіж називається членом потоку.

Нас буде цікавити тільки один вид потоків.

Потік платежів, усі члени якого позитивні, а часовий інтервал між членами однаковий, називається *фінансовою рентою* (*рентою*), чи *ануїтетом* (*annuity*), незалежно від призначення походження платежів. Сплата премій у розстрочку і виплата пенсій — приклади рент.

Приведемо деяку необхідну термінологію.

Розмір окремого платежу називається *членом ренти*; часовий проміжок між двома послідовними платежами — *періодом ренти*; часовий проміжок від початку першого періоду до кінця останнього — *терміном ренти*.

Ренти поділяються за кількістю виплат протягом року на річні (виплата проводиться один раз на рік) і *p* — *термінові* (*p* — кількість виплат у році). Обидва види рент є *дискретними*, на відміну від *безупинних*, до моделі яких прибігають, коли *p* дуже велике, і в теоретичних побудовах.

За величиною членів ренти поділяються на *постійні* (з однаковими платежами) і *перемінні* (розміри платежів змінюються за яким-небудь законом).

У цьому випадку ми обмежимося розглядом *вірних рент* (*annuity certain*), коли сплата платежів здійснюється безумовно (сплата премій); число членів такої ренти заздалегідь відомо. Навпаки, виплата *умовної ренти* (*contingent annuity*) ставиться в залежність від настання деякої випадкової події; число її членів заздалегідь не відомо. Важливим прикладом таких рент є довічна пенсія.

Рівняння еквівалентності

Розглянемо наступний потік платежів: у моменти t_1, t_2, \dots, t_n проводяться виплати b_1, b_2, \dots, b_n відповідно. Назвемо таку серію виплат пенсією. Необхідно визначити сучасну вартість A такої пенсії.

Нехай v — множник, що дисконтує. Відповідно до (2.18) маємо

$$A = b_1 v^{t_1} + b_2 v^{t_2} + \dots + b_n v^{t_n}. \quad (2.24)$$

Сучасна вартість пенсії A може розглядатися як сума, яку людина повинна внести до пенсійного фонду у момент укладення договору (цей момент звичай приймається за початок відліку) для того, щоб у майбутньому (при фіксованій відсотковій ставці) забезпечити собі цю пенсію. Дані відношення проілюстровані на рис. 4.

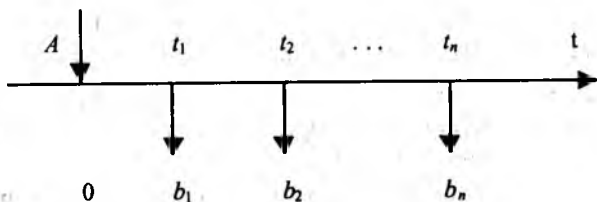


Рис. 4
Відношення при сплаті пенсії

У розглянутому випадку плата A за пенсію проводиться у вигляді разового внеску в момент укладення договору. Однак, як правило, ця плата здійснюється у вигляді серії внесків c_1, c_2, \dots, c_k у моменти $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k$ (у пенсійній практиці $\tau_k < t_1$).

Необхідно установити справедливе співвідношення між двома потоками платежів — пенсією і серією внесків. Принципом, на підставі якого встановлюється таке співвідношення, є *фінансова еквівалентність*, відповідно до якої еквівалентними вважаються такі платежі, у яких рівні приведені до того самого моменту часу (*focal date*) вартості.

Порівнюючи сучасні вартості пенсії і серії внесків, одержуємо співвідношення

$$c_1 v^{\tau_1} + c_2 v^{\tau_2} + \dots + c_k v^{\tau_k} = b_1 v^{t_1} + b_2 v^{t_2} + \dots + b_n v^{t_n}, \quad (2.25)$$

яке називається рівнянням еквівалентності.

Підкреслимо, що приведення може здійснюватися до будь-якого моменту часу, однак, найчастіше такими моментами є початок чи кінець терміну ренти.

Якщо моменти

$$\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, t_1, t_2, \dots, t_n$$

об'єднати в одну послідовність, тобто розглядати один потік платежів (величини c_i необхідно при цьому замінити на мінус c_i), то алгебраїчна сума приведених вартостей членів потоку дорівнює нулю. Ця обставина пояснює зміст виразу «принцип нуля», яким часто називають співвідношення (2.25).

У реальній пенсійній практиці потік виплат має характер ренти, тобто $t_k - t_{k-1} = \text{const}$, а члени потоку b_k або постійні, або змінюються відповідно до деякого закону.

Постійні ренти

Нагадаємо, що ми розглядаємо тільки вірні (детерміновані) ренти, тобто такі, при яких кількість платежів відома, а їх сплата здійснюється безумовно. Ми розглянемо різні варіанти таких рент і їхньої вартості в початковий і кінцевий моменти терміну ренти. Скрізь надалі i , v , d , $i^{(p)}$, $d^{(p)}$ — визначені раніше фінансові константи на одиничному тимчасовому проміжку.

Термінові ренти

Розглянемо n послідовних одиничних (наприклад, один рік) проміжків часу $(0, 1)$, $(1, 2)$, ..., $(n - 1, n)$. Серія з n виплат, розміри яких рівні 1, здійснюваних наприкінці кожного проміжку, називається *рентою постнумерандо* (*immediate annuity*).

Аналогічно, серія з n виплат, розміри яких рівні 1, що здійснюються на початку кожного проміжку, називається *рентою пренумерандо* (*annuity-due*).

Сучасні вартості рент постнумерандо і пренумерандо позначаються символами a_n і \ddot{a}_n відповідно.

Очевидно,

$$a_n = v + v^2 + \dots + v^n = \frac{v - v^{n+1}}{1 - v} = \frac{1 - v^n}{i}; \quad (2.26)$$

$$\ddot{a}_n = 1 + v + \dots + v^{n-1} = \frac{a_n}{v} = \frac{1 - v^n}{d}. \quad (2.27)$$

Відзначимо, що $a_n = v\ddot{a}_n$.

Приклад 1. Визначимо розмір внеску в пенсійний фонд, якщо через рік щорічно протягом 10 років повинна виплачуватися



пенсія 800 грн. Ефективна річна відсоткова ставка $i = 15\%$.
Рішення. Очевидно, розглядається рента постнумерандо, і потрібно визначити її сучасну вартість A . Використовуючи введені позначення, маємо $A = 800 a_{\overline{10}|i}$. Знайдемо $v = 1/(1+i) = 0,8696$, і відповідно до (3.3) $A = 4015$ грн.

На практиці часто виникає зворотна задача, яку проілюструємо таким прикладом.

Приклад 2. Банком видана позичка 1000 грн. на 5 років під $i = 20\%$ річних. Погашення позички здійснюється наприкінці кожного року однаковими виплатами. Визначимо розмір виплат.

Рішення. Аналогічно попередньому прикладу маємо $1000 = x a_{\overline{5}|i}$,

де x — розмір виплати.

Визначивши $v = 0,8333$, знайдемо послідовно $a_{\overline{5}|i} = 2,99$ і $x = 334$ грн. 38 коп.

Формули (2.26) і (2.27) використовуються й у дещо більш загальному випадку перемінної частково-постійної відсоткової ставки. При цьому виникає необхідність указати, про яку ставку йде мова, використовується символіка, що включає величину відсоткової ставки. Наприклад, символ $a_{\overline{n}|i}$ означає сучасну вартість ренти постнумерандо з ефективною відсотковою ставкою, рівною i .

Приклад 3. Клієнт купує 10-річну ренту з виплатою 600 грн. наприкінці кожного року. При цьому передбачається, що річна відсоткова ставка протягом найближчих 5 років дорівнює 10% , в інші роки — 6% . Визначимо вартість ренти.

Рішення. Нехай $i_1 = 10\%$, $i_2 = 6\%$ і $v_1 = 1/(1+i_1)$. Таку ренту можна розглядати як об'єднання двох рент постнумерандо: перша — зі ставкою i_1 , з початком терміну ренти в момент $t = 0$,



друга — зі ставкою i_2 і з початком терміну в момент $t = 5$. Отже, сучасна вартість ренти може бути знайдена як

$$A = 600a_{\overline{5}|i_1} + 600a_{\overline{5}|i_2} \cdot V_1^5.$$

Зробивши необхідні обчислення, знаходимо $A = 3843$ грн. 80 коп.

Відстрочені ренти

Розглянемо проміжки часу $(0, 1), (1, 2), \dots, (m-1, m), (m, m+1), \dots, (m+n-1, m+n)$. Серія з n одиничних виплат, зроблених у моменти $t = m+1, t = m+2, \dots, t = m+n$, називається відстроченою рентою постнумерандо (*deferred immediate annuity*). Її сучасна вартість позначається символом $m|a_{\overline{n}}$.

Аналогічна серія, виплати якої здійснюються в моменти $t = m, t = m+1, \dots, t = m+n-1$, називається відстроченою рентою пренумерандо (*deferred annuity due*). Позначення її сучасної вартості $m|\ddot{a}_{\overline{n}}$.

Очевидно, що

$$m|a_{\overline{n}} = a_{\overline{n}} v^m; \quad m|\ddot{a}_{\overline{n}} = \ddot{a}_{\overline{n}} v^m. \quad (2.28)$$

Крім того,

$$m|a_{\overline{n}} = a_{\overline{n+m}} - a_{\overline{m}}; \quad (2.29)$$

$$m|\ddot{a}_{\overline{n}} = \ddot{a}_{\overline{n+m}} - \ddot{a}_{\overline{m}}. \quad (2.30)$$

У прикладі 3 друга рента могла розглядатися як відстрочена ($m = 5$) рента постнумерандо.

Відмітимо, що існують актуарні таблиці (табл. 1, табл. 2), у яких приводяться значення ступенів $(1+i)^n$, v^n і значень $a_{\overline{n}}$ для широкого



діапазону значень i і n . Використовуючи ці таблиці і формули (2.28) чи (2.29), легко визначити вартість відстроченої ренти.

Приведення ренти до кінця терміну

Розглянемо тимчасові проміжки з розділу «Негайні ренти». Часто виникає необхідність у визначенні вартості ренти в момент $t = n$ (тобто накопичених сум). Позначимо через S_n вартість ренти постнумерандо в момент $t = n$ (момент останнього платежу) і через \ddot{S}_n вартість ренти пренумерандо в момент $t = n$ (тобто через одиницю часу після останнього платежу).

Використовуючи (2.4), одержимо:

$$S_n = (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + 1 = \frac{(1+i)^n - 1}{i}; \quad (2.31)$$

$$\ddot{S}_n = (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + 1 = \frac{(1+i)^n - 1}{i}. \quad (2.32)$$

Очевидно, що ці ж вирази можуть бути отримані приведенням до моменту $t = n$ сучасних вартостей відповідних рент:

$$S_n = a_n (1+i)^n; \quad \ddot{S}_n = \ddot{a}_n (1+i)^n.$$

Відмітимо, що значення S_n для різних i і n також приводяться в актуарних таблицях.

Приведення відстроченої ренти до кінця терміну здійснюється, так само: сучасна вартість перемножується на $(1+i)^{m+n}$. Спеціальні позначення для накопичених сум не потрібні.

Таблиця 1

Таблиця складних відсотків та значень анuitетів при 15,0 %

n	$(1+i)^n$	v^n	$a_{\overline{n}}$	Функція	Значення
1	1,15000	0,86957	0,8696	i	0,150000
2	1,32250	0,75614	1,6257	$i^{(2)}$	0,144761
3	1,52088	0,65752	2,2832	$i^{(4)}$	0,142232
4	1,74901	0,57175	2,8550	$i^{(12)}$	0,140579
5	2,01136	0,49718	3,3522	δ	0,139762
6	2,31306	0,43233	3,7845		
7	2,66002	0,37594	4,1604		
8	3,05902	0,32690	4,4873	d	0,130435
9	3,51788	0,28426	4,7716	$d^{(2)}$	0,134990
10	4,04556	0,24718	5,0188	$d^{(4)}$	0,137348
11	4,65239	0,21494	5,2337	$d^{(12)}$	0,138951
12	5,35025	0,18691	5,4206		
13	6,15279	0,16253	5,5831	$i/i^{(2)}$	1,036190
14	7,07571	0,14133	5,7245	$i/i^{(4)}$	1,054613
15	8,13706	0,12289	5,8474	$i/i^{(12)}$	1,067016
16	9,35762	0,10686	5,9542	i/δ	1,073254
17	10,76126	0,09293	6,0472		
18	12,37545	0,08081	6,1280	$i/d^{(2)}$	1,111190
19	14,23177	0,07027	6,1982	$i/d^{(4)}$	1,092113
20	16,36654	0,06110	6,2593	$i/d^{(12)}$	1,079516

Введені величини зв'язані різноманітними співвідношеннями. Наведемо деякі з них:



$$i a_n + v^n = 1 \quad (a); \quad i S_n + 1 = (1+i)^n \quad (b);$$

$$d \ddot{a}_n + v^n = 1 \quad (c); \quad d \ddot{S}_n + 1 = (1+i)^n \quad (d).$$

Алгебраїчна перевірка цих співвідношень тривіальна; з'ясуємо фінансове трактування деяких з них.

Співвідношення (а) може бути інтерпретоване в такий спосіб (рис. 5). Одинична грошова сума, інвестована в момент $t = 0$, породжує наступний потік платежів:

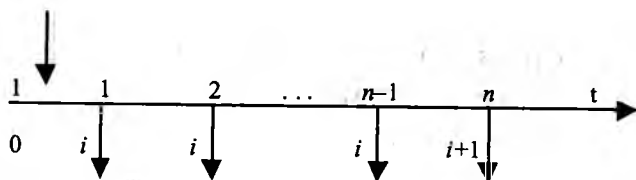


Рис. 5

Фінансове трактування співвідношення (а)

Сучасна вартість потоку складається з двох доданків: перший породжено платежами i дорівнює ia_n ; другий — вартість одиничного платежу в момент $t = n$, дорівнює v^n . Таким чином, $A = ia_n + v^n$. З іншого боку, відомо, що інвестувалася 1, тобто $A = 1$.

Цікаво відзначити, що граничним переходом у (а) при $n \rightarrow \infty$ одержуємо вартість так званої «довічної ренти»: $a_\infty = 1/i$, тобто сума $1/i$, інвестована в момент $t = 0$, породжує нескінченний потік одиничних платежів.

Співвідношення (с) може бути отримане, якщо перший доданок розглянутого вище потоку трактувати як сучасну вартість ренти пренумерандо з розміром платежів, рівним d .

P-термінові ренти

У розглянутих раніше рентах виплата платежів проводилась один раз — на початку чи наприкінці прийнятого за 1 проміжку часу. У страховій практиці поширені сюжети, у яких при фіксованій на одиничному проміжку ефективній відсотковій ставці платежі здійснюються p раз в одиницю часу. Прикладами можуть служити сплата страхових внесків та виплат, помісячна виплата пенсії і т. ін. Такі ренти називаються *p-терміновими*.

Введемо необхідну термінологію і позначення. Розглянемо n послідовних проміжків часу $(0, 1), (1, 2), \dots, (n-1, n)$; як звичайно, i — ефективна відсоткова ставка на кожному з них. Розіб'ємо кожен проміжок на p рівних частин (часткові проміжки) довжини $1/p$. Найпоширеніший на практиці випадок, коли одиницею часу є рік, а значенням $p = 12; 4; 2$ відповідають місяць, квартал, півріччя, відповідно.

Серія з np виплат величиною $1/p$, зроблених наприкінці кожного часткового проміжку, називається *p-терміновою рентою постнумерандо*. Її сучасна вартість позначається символом $a^{(p)}_n$; вартість, приведена до кінця терміну (тобто до моменту $t = n$), — $S^{(p)}_n$.

Відзначимо, що величина кожного члена ренти дорівнює $1/p$, отже, як одиниця виміру грошових сум виступає сума усіх виплат за одиницю часу.

Наприклад, якщо протягом 5 років наприкінці кожного місяця виплачується 100 грн., і рік прийнятий за одиницю часу, то одиницею виміру грошових сум є 1200 грн. При цьому сучасна вартість зазначеної ренти є $1200a^{(12)}_5$, а вартість, накопичена до кінця 5-річного терміну, — $1200S^{(12)}_5$.

Аналогічно серія з np виплат величиною $1/p$, зроблених на початку кожного часткового проміжку, називається *p-терміновою рентою пренумерандо*. Її сучасна вартість — $\ddot{a}^{(p)}_n$, накопичена — $\ddot{S}^{(p)}_n$.



Сучасна і накопичена вартості p -термінових рент легко виражаються через основні фінансові константи на одиничному тимчасовому проміжку і через вартості відповідних звичайних рент.

Відзначимо спочатку очевидні співвідношення:

$$\begin{aligned} a_{\overline{n}|}^{(p)} &= S_{\overline{n}|}^{(p)} \cdot v^n; & S_{\overline{n}|}^{(p)} &= a_{\overline{n}|}^{(p)} \cdot (1+i)^n; \\ \ddot{a}_{\overline{n}|}^{(p)} &= \ddot{S}_{\overline{n}|}^{(p)} \cdot v^n; & \ddot{S}_{\overline{n}|}^{(p)} &= \ddot{a}_{\overline{n}|}^{(p)} \cdot (1+i)^n. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Помітимо також, що сучасні вартості p -термінових рент постнумерандо і пренумерандо зв'язані співвідношенням

$$a_{\overline{n}|}^{(p)} = \ddot{a}_{\overline{n}|}^{(p)} \cdot \frac{1}{p} + \frac{1}{p} \cdot v^n. \quad (2.34)$$

Таким чином, досить виразити $\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(p)}$ через основні константи, щоб одержати інші необхідні формули. Це легко зробити, якщо розглядати p -термінову ренту як звичайну з одиницею часу $1/p$, ефективною відсотковою ставкою $i_{\cdot}^{(p)}$, членом ренти $1/p$ і терміном ренти np , то маємо

$$a_{\overline{n@i}|}^{(p)} = \frac{1}{p} \cdot \ddot{a}_{np @ i_{\cdot}^{(p)}} \quad (2.35)$$

З огляду на (2.27), (2.22) і (2.21)

$$\ddot{a}_{\overline{n@i}|} = \frac{1}{p} \cdot \frac{1 + (v_{\cdot}^{(p)})^{np}}{d_{\cdot}^{(p)}} = \frac{1}{p} \cdot \frac{1 - (1-d)^n}{d_{\cdot}^{(p)}} = \frac{1 - v^n}{d^{(p)}}, \quad (2.36)$$

де номінальна ставка дисконтування $d^{(p)}$ виражається через ефективну ставку дисконтування за допомогою співвідношення (2.22):

$$d^{(p)} = p \left(1 - (1-d)^{1/p} \right) = p \left(1 - v^{1/p} \right).$$

Остаточню одержуємо

$$\ddot{a}_n^{(p)} = \frac{1 - v^n}{p \left(1 - v^{1/p} \right)}. \quad (2.37)$$

Поряд з (2.37) використовується вираз $\ddot{a}_n^{(p)-}$ через \ddot{a}_n . З (2.36) легко одержуємо

$$\ddot{a}_n^{(p)-} = \frac{d}{d^{(p)}} \cdot \ddot{a}_n^{(p)}. \quad (2.38)$$

Тепер для $a_n^{(p)-}$ одержимо, використовуючи (2.34), (2.36) і (2.21),

$$\begin{aligned} a_n^{(p)-} &= \frac{1 - v^n}{d^{(p)}} - \frac{1 - v^n}{p} = \frac{(1 - v^n)(p - d^{(p)})}{pd^{(p)}} = \\ &= (1 - v^n) \cdot \frac{p(1 - d_*^{(p)})}{p \cdot pd_*^{(p)}} = (1 - v^n) \cdot \frac{v_*^{(p)}}{pd_*^{(p)}} = \frac{1 - v^n}{i^{(p)}}, \end{aligned}$$

тобто

$$a_n^{(p)-} = \frac{1 - v^n}{i^{(p)}}. \quad (2.39)$$

З (2.39) негайно випливає вираз $a_n^{(p)-}$ через a_n :



$$a_n^{(p)} = \frac{i}{i^{(p)}} \cdot a_n. \quad (2.40)$$

Накопичені вартості *p*-термінових рент тепер можуть бути визначені за допомогою співвідношень (2.33).

Формули обчислення сучасних вартостей *p*-термінових рент отримані в припущенні, що *n* — натуральне число. Однак процедура одержання цих формул, що базується на співвідношенні (2.35), легко узагальнюється на випадок $t = n + k/p$, $0 \leq k \leq n - 1$. Обираючи як одиничний тимчасовий проміжок довжини $1/p$, за аналогією з (2.35) маємо

$$a_{i@i}^{(p)} = \frac{1}{p} \ddot{a}_{np+k@i, i^{(p)}}.$$

Повторюючи попередні викладення, одержуємо аналогічно (2.41) і (2.42)

$$\ddot{a}_{i@i}^{(p)} = \frac{1 - v^t}{d^{(p)}}; \quad (2.41)$$

$$a_{i@i} = \frac{1 - v^t}{i^{(p)}}. \quad (2.42)$$

При застосуванні формул (2.41), (2.42) не слід забувати, що одиницею виміру грошових сум є сума усіх виплат за одиницю часу. Помітимо також, що обчислення, пов'язані з *p*-терміновими рентами, стають прозоріші, якщо за одиницю виміру прийняти проміжок часу довжини $1/p$. Визначивши ефективну відсоткову ставку $i^{(p)}$ на цьому проміжку, ми зможемо безпосередньо скористатися співвідношеннями (2.26)-(2.32).



Приклад 4. За договором щомісячна пенсія становить 100 грн. і виплачується першого числа кожного місяця до 31.12.2009 р. Після одержання чергової пенсії 01.09.2004 р. пенсіонер побажав одержувати пенсію двічі на місяць — 1 і 15 числа. Визначимо розмір цієї пенсії, якщо річна відсоткова ставка $i = 10\%$.
Рішення. Розмір нової пенсії визначимо, порівнюючи вартості старої і нової рент у прийнятий за початок відліку момент, після якого змінилися «правила гри» (01.09.04).

1-й спосіб. Skorистаємося формулою (2.42). Для старої пенсії $t_1 = 2 + 3/12$, і сучасна вартість цієї ренти дорівнює $100 \cdot 12a_{\overline{t_1}|i}^{(12)}$.

Аналогічно, для нової пенсії $t_2 = 2 + 7/24$. Позначимо через x її розмір. Тепер вартість нової пенсії можна представити як $x \cdot 24a_{\overline{t_2}|i}^{(24)}$.

Рівняння для визначення розміру нової пенсії має вигляд:

$$100 \cdot 12a_{\overline{t_1}|i}^{(12)} = x \cdot 24a_{\overline{t_2}|i}^{(24)}$$

Відповідно до (2.42)

$$a_{\overline{t_1}|i}^{(12)} = \frac{1 - v^4}{i^{(12)}} = \frac{1 - 1,1^{-\frac{27}{12}}}{12(1,1^{1/12} - 1)} = \frac{0,193}{0,0957} = 2,0169;$$

$$a_{\overline{t_2}|i}^{(24)} = \frac{1 - v^2}{i^{(24)}} = \frac{1 - 1,1^{-\frac{55}{24}}}{24(1,1^{1/24} - 1)} = \frac{0,1962}{0,0955} = 2,0545;$$

$x = 49$ грн. 08 коп.

2-й спосіб. Обираючи для старої пенсії одиницю виміру часу 1 місяць, визначимо її вартість як $100a_{\overline{27}|i}^{(12)}$. Аналогічно, для

нової пенсії приймемо за одиницю виміру часу два тижні, тоді її вартість дорівнює $x \cdot a_{\overline{55}|i}^{(24)}$. Для визначення x маємо



$$100a_{\overline{27}|i_*^{(12)}} = xa_{\overline{55}|i_*^{(24)}}$$

Знайдемо ефективні відсоткові ставки:

$$i_*^{(12)} = 1,1^{1/12} - 1 = 0,00797; \quad i_*^{(24)} = 0,003979.$$

Застосовуючи (2.26), одержуємо:

$$a_{\overline{27}|i_*^{(12)}} = \frac{1 - 1,00797^{-27}}{0,00797} = 24,2062;$$

$$a_{\overline{55}|i_*^{(24)}} = \frac{1 - 1,003979^{-55}}{0,003979} = 49,31,$$

звідки $x = 49$ грн. 09 коп.

За аналогією зі звичайною відстроченою рентою вводяться і *p*-термінові відстрочені ренти. Позначення сучасних (у момент $t = 0$) вартостей таких рент — $m|a_{\overline{n}|}^{(p)-}$, $m|\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(p)-}$. Аналогічно (2.28) маємо

$$m|a_{\overline{n}|}^{(p)-} = v^m a_{\overline{n}|}^{(p)-}, \quad m|\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(p)-} = v^m \ddot{a}_{\overline{n}|}^{(p)-} \quad (2.43)$$

Перемінні (зростаючі) ренти

Нагадаємо, що перемінною називається рента, розміри платежів якої змінюються за деяким законом. Перемінні ренти зустрічаються відносно рідко, у всякому разі істотно рідше, ніж постійні. Ми обмежимося розглядом лише зростаючих рент.

Негайні зростаючі ренти

Розглянемо, як і раніше, послідовність одиничних проміжків часу $(0, 1), (1, 2), \dots, (n-1, n)$. Потік платежів, розміри яких становлять k одиниць у моменти $t = k, k = 1, 2, \dots, n$, називається зростаючою рентою *постнумерандо*.

Сучасна вартість зростаючої ренти постнумерандо позначається символом $(Ia)_n^-$ і визначається так:

$$\begin{aligned} (Ia)_n^- &= v + 2v^2 + \dots + nv^n = v(1 + 2v + \dots + nv^{n-1}) = \\ &= v(v + v^2 + \dots + v^n) = v \left(\frac{v - v^{n+1}}{1 - v} \right) = v \frac{1 - (n+1)v^n + nv^{n+1}}{(1 - v)^2}. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Сучасна вартість зростаючої ренти постнумерандо легко виражається через вартість звичайної ренти. З огляду на те, що $i = (1 - v)/v$, перепишемо (2.44):

$$(Ia)_n^- = \frac{1 - v^n}{i(1 - v)} - v \frac{nv^n(1 - v)}{(1 - v)^2} = \frac{a_n^-}{d} - \frac{nv^n}{i},$$

або

$$(Ia)_n^- = \frac{a_n^-}{d} - \frac{nv^n}{i}. \quad (2.45)$$

Потік платежів, розміри яких становлять k одиниць у моменти $t = k - 1$, $k = 1, 2, \dots, n$, називається зростаючою *рентою пренумерандо*.

Сучасна вартість зростаючої ренти пренумерандо позначається символом $(I\ddot{a})_n^-$ і визначається як

$$(I\ddot{a})_n^- = 1 + 2v + \dots + nv^{n-1} = \frac{1 - (n+1)v^n + nv^{n+1}}{(1 - v)^2}. \quad (2.46)$$



З (2.46) одержуємо

$$(I\ddot{a})_n = \frac{1-v^n}{(1-v)^2} - \frac{nv^n}{1-v} = \frac{\ddot{a}_n - nv^n}{d}. \quad (2.47)$$

На практиці величини платежів зростаючої ренти можуть утворювати довільну арифметичну прогресію. Цей випадок цілком описується уже розглянутими. Дійсно, нехай, наприклад, величини платежів ренти пренумерандо $b_k = a + \beta k$, $k = 0, 1, \dots, n-1$... Представимо їх у вигляді $b_k = (a - \beta) + \beta(k+1)$, $k = 0, 1, \dots, n-1$...

Такий потік платежів можна розглядати як об'єднання двох рент — постійної з величиною виплати $a - \beta$ і зростаючої з одиницею виміру виплати, рівної β . Сучасна вартість об'єднаної ренти

$$A = (a - \beta)\ddot{a}_n + \beta(I\ddot{a})_n.$$

Приклад, що ілюструє описаний прийом, буде розглянутий у наступному пункті.

Відстрочені зростаючі ренти

Розглянемо проміжки часу $(0, 1)$, $(1, 2)$, ..., $(m-1, m)$, $(m, m+1)$, ..., $(m+n-1, m+n)$. Потік платежів з моментами виплат $t_k = m+k$ і відповідними величинами виплат $b_k = k$, $k = 1, 2, \dots, n$ називається *відстроченою зростаючою рентою постнумерандо*.

Сучасна вартість такої ренти позначається символом $m|(Ia)_n$ і пов'язана із сучасною вартістю негайної зростаючої ренти постнумерандо очевидним співвідношенням

$$m|(Ia)_n = v^m (Ia)_n. \quad (2.48)$$



Аналогічно, потік платежів, що здійснюються у моменти $t_k = t + k - 1$ з відповідними розмірами виплат $b_k = k$, $k = 1, 2, \dots, n$, називається *відстроченою зростаючою рентою пренумерандо*.

Сучасна вартість такої ренти позначається символом $m|(I\ddot{a})_n$; і пов'язана із сучасною вартістю негайної зростаючої ренти пренумерандо співвідношенням

$$m|(I\ddot{a})_n = v^m (I\ddot{a})_n \quad (2.49)$$

Приклад 5. Договір припускає виплату ренти раз у півроку протягом 6 років. Перша виплата проводиться через 2 роки після укладення договору і становить 300 грн., кожна наступна виплата на 30 грн. більше попередньої. Річна відсоткова ставка $i = 10\%$. Знайдемо сучасну вартість ренти.

Рішення. Приведемо один із можливих варіантів рішення, що використовує прийом, описаний у попередньому пункті.

Приймемо піврічний проміжок за одиницю часу. Розміри виплат $b_k = 300 + 30k = 270 + 30(k + 1)$, де $k = 0, 1, \dots, 11$.

Розглянута рента є об'єднанням двох рент пренумерандо, звичайної і зростаючої, відстрочених на $m = 4$. Її сучасна вартість

$$A = \left(270\ddot{a}_{\overline{12}|i^{(2)}} + 30(I\ddot{a})_{\overline{12}|i^{(2)}} \right) \left(v^{(2)} \right)^4.$$

Послідовно визначаємо

$$i^{(2)} = 1,1^{1/2} - 1 = 0,0488; \quad v^{(2)} = 0,9535; \quad d^{(2)} = 0,0465;$$

$$\ddot{a}_{\overline{12}|i^{(2)}} = \frac{1 - 0,9535^{12}}{0,0465} = 9,3604.$$

Використовуючи (2.46), знайдемо

$$(I\ddot{a})_{\overline{12}|i^{(2)}} = \frac{1 - 13 \cdot 0,9535^{12} + 12 \cdot 0,9535^{13}}{0,0465^2} = 55,56.$$

$$A = 4194,11 \cdot 0,9535^4 = 3466 \text{ грн. } 75 \text{ коп.}$$



Аналогічно зростаючим негайним і відстроченим рентам можуть бути введені *спадаючі ренти*. Позначення сучасних вартостей таких рент

$$(Da)_{\overline{n}|}; (D\ddot{a})_{\overline{n}|}; m|(Da)_{\overline{n}|}; m|(D\ddot{a})_{\overline{n}|}.$$

Приведення зростаючої ренти до кінця терміну

Як і у випадку постійних рент, часто виникає необхідність у визначенні вартості перемінної ренти наприкінці останнього платіжно-го періоду. Наприклад, може цікавити загальна сума, накопичена на банківському рахунку після серії зростаючих внесків.

Будемо розглядати послідовність тимчасових проміжків

$$(0, 1), (1, 2), \dots, (n-1, n).$$

Вартості зростаючих рент постнумерандо і пренумерандо в момент $t = n$ позначаються символами $(Is)_{\overline{n}|}$ і $(I\ddot{s})_{\overline{n}|}$ відповідно і можуть бути виражені через накопичені суми звичайних рент. Дійсно, використовуючи (2.45) і (2.47), одержуємо

$$(Is)_{\overline{n}|} = (1+i)^n (Ia)_{\overline{n}|} = (1+i)^n \left(\frac{a_{\overline{n}|}}{d} - \frac{nv^n}{i} \right) = \frac{s_{\overline{n}|}}{d} - \frac{n}{i}; \quad (2.50)$$

$$(I\ddot{s})_{\overline{n}|} = (1+i)^n (I\ddot{a})_{\overline{n}|} = (1+i)^n \cdot \frac{\ddot{a}_{\overline{n}|} - nv^n}{d} = \frac{\ddot{s}_{\overline{n}|} - n}{d}. \quad (2.51)$$

Приведення відстроченої зростаючої ренти до кінця терміну здійснюється так само: сучасна вартість множиться на $(1+i)^{m+n}$. Спеціальні позначення не вводяться.



P-термінові зростаючі ренти

Конструкція таких рент повинна бути ясною з попередніх побудов. Як і раніше, розглядаються n одиничних проміжків часу, і кожний з них поділяється на p рівних частин. Потік платежів $b_k = k/p$, що здійснюються у моменти $t_k = k/p$, $k = 1, 2, \dots, np$, називається *p-терміною зростаючою рентою постнумерандо*. Аналогічно, потік платежів $b_k = k/p$, що здійснюються у моменти $t_k = (k-1)/p$, $k = 1, 2, \dots, np$, називається *p-терміною зростаючою рентою пренумерандо*. Для позначення сучасних вартостей і накопичених сум можуть бути введені символи, аналогічні попереднім, і виведені формули, подібні тим, які отримані раніше. Однак ми не будемо цього робити, а, обмежившись розглядом конкретного прикладу, покажемо, як прийоми, розвинені в попередніх пунктах, дозволяють аналізувати і *p-термінові зростаючі ренти*.

Приклад 6. Учасник пенсійного фонду раз у квартал протягом 5 років вносить у фонд внесок, розмір якого збільшується на 5 грн. кожного кварталу. Перший внесок дорівнює 100 грн. Через 5 років після дії договору клієнт починає одержувати постійну щомісячну пенсію, що виплачується йому протягом 4 років. Визначимо розмір цієї пенсії, якщо річна відсоткова ставка $i = 10\%$.

Рішення. Для того, щоб визначити розмір пенсії, необхідно знайти вартість потоку платежів клієнта (накопичену суму) у момент $t = 5$. Простіше всього це зробити, увівши нову одиницю виміру часу — один квартал. Послідовність величин платежів клієнта може бути задана у вигляді $b_k = 100 + 5k$, $k = 0, 1, \dots, 19$... Використаємо описаний раніше прийом і представимо b_k у виді $b_k = 95 + 5(k+1)$, $k = 0, 1, \dots, 19$... Тепер потік платежів клієнта можна розглядати як об'єднання двох рент пренумерандо — постійної і зростаючої. Накопичена сума



потоків може бути представлена у виді

$$s = 95\ddot{s}_{20|i^{(4)}} + 5(\dot{I}\ddot{s})_{20|i^{(4)}}.$$

Послідовно знаходимо

$$i^{(4)} = 0,0241; \quad v^{(4)} = 0,9765; \quad d^{(4)} = 0,0235.$$

Користуючись (2.32) і (2.51), визначаємо $s_{20|i^{(4)}} = 25,9285$

$$\text{і } (\dot{I}\ddot{s})_{20|i^{(4)}} = 251,7845.$$

Отже, $s = 3722,1292$.

Накопичена сума S тепер може розглядатись як сучасна вартість ренти пренумерандо (чотирирічної щомісячної пенсії клієнта), і величина члена ренти (розмір пенсії) x може бути знайдена з рівняння

$$s = x \cdot 12 \cdot \ddot{a}_{4|i}^{12}.$$

Використовуючи (2.37), знаходимо $\ddot{a}_{4|i}^{12} = 3,3391$. Отже, $x = 92$ грн. 89 коп.

Безупинні ренти

Усі розглянуті вище ренти припускали, що члени потоку платежів надходять дискретно. Однак у ряді випадків виявляється корисна ідеалізація, у якій потік платежів сприймається як безупинний процес.

Безупинні постійні ренти

Розглянемо p -термінову постійну ренту і з'ясуємо поводження основних фінансових констант, а також приведених вартостей при



$p \rightarrow \infty$. Інтенсивність відсотків δ як і раніше будемо вважати постійною.

$$\lim_{p \rightarrow \infty} i^{(p)} = \lim_{p \rightarrow \infty} p(e^{\delta/p} - 1) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot \frac{\delta}{p} = \delta. \quad (2.52)$$

Аналогічно

$$\lim_{p \rightarrow \infty} d^{(p)} = \lim_{p \rightarrow \infty} p(1 - e^{-\delta/p}) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot \frac{\delta}{p} = \delta. \quad (2.53)$$

Таким чином, при досить великому p можна використовувати наближені рівності $i^{(p)} \approx \delta$, $d^{(p)} \approx \delta$. Наприклад, при $i = 10\%$ і $p = 12$ $i^{(12)} = 0,0957$, а $\delta = 0,0953$; відносна погрішність наближеної рівності $i^{(p)} \approx \delta$, складає $0,4\%$. У разі потреби можна скористатися більш точними наближеннями, що виходять за допомогою відомого розкладання експоненти в статечний ряд:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots, \quad x \in R.$$

Так, обмежившись квадратичним членом, одержуємо

$$i^{(p)} \approx \delta + \frac{\delta^2}{2p}; \quad d^{(p)} \approx \delta - \frac{\delta^2}{2p}.$$

Знайдемо сучасні вартості і накопичені суми безупинних рент. Ясно, що при $p \rightarrow \infty$, тобто при прагненні до нуля періоду ренти, різниця між сучасними вартостями рент пост- і пренумерандо буде зникати. Тому обмежимося розглядом ренти пренумерандо:



$$\lim_{p \rightarrow \infty} \ddot{a}_n^{(p)} = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1 - v^n}{d^{(p)}} = \frac{1 - v^n}{\delta}.$$

Позначимо сучасну вартість безупинної ренти через \bar{a}_n . Таким чином, маємо

$$\bar{a}_n = \frac{1 - v^n}{\delta} = \frac{1 - e^{-\delta n}}{\delta}. \quad (2.54)$$

Аналогічно знайдемо накопичену суму \bar{S}_n безупинної ренти, використовуючи ренту пренумерандо:

$$\begin{aligned} \bar{S}_n &= \lim_{p \rightarrow \infty} \ddot{S}_n^{(p)} = \lim_{p \rightarrow \infty} \ddot{a}_n^{(p)} (1 + i)^n = \\ &= \frac{(1 - v^n)(1 + i)^n}{\delta} = \frac{v^{-n} - 1}{\delta} = \frac{e^{\delta n} - 1}{\delta}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Одержимо формули (2.54) і (2.55), використовуючи більш загальний підхід, до якого ми звернемося й у наступному пункті.

Розіб'ємо відрізок $(0, n)$ на кінцеве число довільних частин (Δt_k) довжини Δt_k і виділимо довільну точку ξ_k на кожній з них. Тому що рента постійна, без обмеження спільності будемо вважати, що в кожний момент надходить платіж, рівний 1, тобто сума платежів на проміжку (Δt_k) дорівнює Δt_k . Сучасна вартість платежу в момент ξ_k дорівнює $v^{\xi_k} = e^{-\delta \xi_k}$. Отже, сучасна вартість потоку платежів на проміжку (Δt_k) може бути приблизно визначена як $v^{\xi_k} \Delta t_k$, а сучасна вартість ренти

$$\bar{a}_n \approx \sum_k v^{\xi_k} \Delta t_k = \sum_k e^{-\delta \xi_k} \Delta t_k.$$



Граничним переходом при $\max \Delta t_k \rightarrow 0$ одержуємо точну рівність

$$\bar{a}_n = \int_0^n e^{-\delta t} dt = -\frac{1}{\delta} \cdot e^{-\delta t} \Big|_0^n = \frac{1 - e^{-\delta n}}{\delta}.$$

Аналогічно

$$\bar{s}_n = \int_0^n e^{\delta(n-t)} dt = \frac{e^{\delta n} - 1}{\delta}.$$

Безупинні перемінні ренти

У даній моделі ми будемо вважати, що потік платежів безупинний, а розміри платежів змінюються в часі, причому процес надходження платежів характеризується відомою швидкістю надходження платежів $p(t)$ (якщо $S(t)$ — розмір платежу, що надходить у момент t , то $p(t) = S'(t)$). Skorистаємося розбивкою відрізка $(0, n)$, описаною раніше. Тепер сумарний платіж на проміжку (Δt_k) у його сучасній вартості відповідно приблизно рівний $p(\xi_k)\Delta t_k$ і $p(\xi_k)v^{\xi_k}\Delta t_k$.

Сучасна вартість ренти

$$\bar{a}_n \approx \sum_k p(\xi_k)v^{\xi_k}\Delta t_k,$$

і, переходячи до межі при $\max \Delta t_k \rightarrow 0$, одержуємо



$$\bar{a}_{\overline{n}|} = \int_0^n p(t) v^t dt = \int_0^n p(t) e^{-\delta t} dt. \quad (2.56)$$

Аналогічно

$$\bar{S}_{\overline{n}|} = \int_0^n p(t) v^{n-t} dt = \int_0^n p(t) e^{-\delta(n-t)} dt. \quad (2.57)$$

На практиці модель безупинного перемінного потоку платежів використовується, наприклад, при визначенні інвестиційної політики. Ми розглянемо одну приватну задачу — розрахунок компенсації при відмовленні клієнта від уже оплачених послуг.

Приклад. Нехай вартість послуги, що надається клієнту протягом часу T , оплачена в момент укладання договору і становить 3 одиниці. Через час t клієнт відмовився від наданої послуги. Потрібно визначити компенсацію, що повинна бути йому виплачена.

Рішення. Тому що послуга може знадобитися в будь-який момент часу, будемо вважати, що плата за неї надходить безупинно з постійною (якщо немає підстав вважати інакше) швидкістю p . Таким чином, даний потік платежів є безупинною рентою, сучасна вартість якої дорівнює $p\bar{a}_{\overline{t}|}$. Порівнюючи її з 3, знайдемо швидкість p надходження платежів:

$$c = p \frac{1 - v^T}{\delta}; \quad p = \frac{c\delta}{1 - v^T}.$$

Розмір компенсації S , очевидно, дорівнює вартості ренти на проміжку (t, T) , приведеної до моменту t , тобто

$$S = p\bar{a}_{\overline{T-t}|} = \frac{c\delta}{1 - v^T} \cdot \frac{1 - v^{T-t}}{\delta} = c \frac{1 - v^{T-t}}{1 - v^T}.$$

У табл. 1, 2 наведені дані розрахунків для двох значень складних відсотків та ануйтетів (15 і 25 %).

Таблиця 2

Таблиця складних відсотків та значень анuitетів при 25,0 %

n	$(1+i)^n$	v^n	$a_{\overline{n} i}$	Функція	Значення
1	1,25000	0,80000	0,8000	i	0,250000
2	1,56250	0,64000	1,4400	$i^{(2)}$	0,236068
3	1,95312	0,51200	1,9520	$i^{(4)}$	0,229485
4	2,44141	0,40960	2,3616	$i^{(12)}$	0,225231
5	3,05176	0,32768	2,6893	δ	0,223144
6	3,81470	0,26214	2,9514		
7	4,76837	0,20972	3,1611		
8	5,96046	0,16777	3,3289	d	0,200000
9	7,45058	0,13422	3,4631	$d^{(2)}$	0,211146
10	9,31323	0,10737	3,5705	$d^{(4)}$	0,217034
11	11,64153	0,08590	3,6564	$d^{(12)}$	0,221082
12	14,55192	0,06872	3,7251		
13	18,18989	0,05498	3,7801	$i/i^{(2)}$	1,059017
14	22,73737	0,04398	3,8241	$i/i^{(4)}$	1,089396
15	28,42171	0,03518	3,8593	$i/i^{(12)}$	1,109971
16	35,52714	0,02815	3,8874	i/δ	1,120355
17	44,40892	0,02252	3,9099		
18	55,51115	0,01801	3,9279	$i/d^{(2)}$	1,184017
19	69,38894	0,01441	3,9424	$i/d^{(4)}$	1,151896
20	86,73617	0,01153	3,9539	$i/d^{(12)}$	1,130804



2.7. Середні величини і показники варіації

Сутність і особливості середніх величин

Для вивчення суспільних явищ необхідні узагальнюючі статистичні показники, до числа яких належать середні величини, що характеризують якісні особливості явищ у кількісному вираженні. Середня величина узагальнює дані про чисельні значення досліджуваної ознаки в одиницю сукупності і визначає характерний, типовий рівень ознаки для одиниці цієї сукупності в конкретних умовах часу і місця.

Середні характеризують однією величиною значення досліджуваної ознаки для всіх одиниць якісно однорідної сукупності.

Середня величина, виражаючи характерний рівень ознаки, має таку ж розмірність, як і розмірність ознаки в абсолютних величинах, тобто вона завжди іменована величина. Вибір ознак сукупності, спосіб розрахунку і вміле застосування середніх величин спирається на знання сутності явища, на облік конкретних умов і форм розвитку явища. Середня, як абстрактна характеристика сукупності, відбиває типовий рівень (розмір) ознаки, типові риси і властивості всіх одиниць досліджуваної сукупності, тому середня відволікається (абстрагується) від індивідуальних особливостей окремих одиниць.

Отже, у середній величині узагальнюються індивідуальні значення ознаки і відбивається вплив, головним чином, загальних умов, найбільш характерних для даної сукупності.

Абстрагуючись від різноманітних індивідуальних значень величини ознаки в кожній одиниці сукупності, середня величина відбиває як би загальну рівнодіючу всіх, об'єктивно впливаючи на дану сукупність причин. На рівень середньої величини впливають найбільш істотні причини (фактори), і тому величина середньої залежить від визначального показника, тобто сумарного узагальнюючого показника по досліджуваній ознаці для всіх одиниць сукупності.

Щоб середня величина правильно відбивала типові розміри ознаки сукупності, необхідно мати в своєму розпорядженні дані про значення цієї ознаки в масу одиниць сукупності. У такому випадку взаємогасяться відхилення від типового значення ознаки одиниць сукупності. Здатність середньої відбивати характерні, типові розміри досліджуваної ознаки маси одиниць об'єктивно існуючої сукупності і розкривати їхні загальні закономірності за умови взаємопогашення випадкових коливань величини ознаки окремих одиниць сукупності називається законом середніх чисел.

Середня величина для маси одиниць будь-якого складу з різними, власне кажучи, властивостями не має реального змісту.

Типовість середньої величини забезпечується правильним відмежуванням якісно однорідної сукупності, що розвивається в загальних для всіх одиниць умовах часу і місця. Тому обчисленню середніх величин повинно передувати статистичне угруповання, що розділяє досліджувану сукупність одиниць на якісно однорідні групи. Саме статистичне угруповання є науковою основою методу середніх величин. Статистичне угруповання відкриває можливість роздільно вивчати типи і форми розвитку досліджуваного суспільного явища, зокрема, процес розвитку страхового ринку країни. Для кожної групи, виділеної із сукупності, обчислюється середня, названа груповою середньою.

Групові середні застосовуються й у процесі аналізу змісту статистичної звітності, зокрема, для визначення характеру і напрямку зв'язку між ознакою-фактором, покладеним в основу угруповання.

Загальними середніми, визначеними для всієї сукупності, можна користуватися в процесі аналізу суспільних явищ з метою вивчення їх закономірностей, але лише за умови порівняння загальних середніх із груповими середніми, обчисленими по кожній групі окремо. Для характеристики типів, процесів розвитку суспільного явища також варто сполучити групові середні з загальними середніми. У такому випадку загальна середня втрачає свій «огоульний»



характер і створює можливість провести більш детальний і науково обґрунтований аналіз досліджуваної сукупності.

Середня величина характеризує досліджувану сукупність одиниць тільки за однією ознакою. Завдання кожної середньої величини — відбити одну сторону явища, процесу. Але якісні особливості сукупності, її відмінні риси знаходять вираження лише в системі істотних ознак. Завдання статистичної характеристики явища неминуче призводить до необхідності відмови від ізольованої середньої, обчисленої за однією з ознак сукупності одиниць без обліку її взаємозв'язку з іншими ознаками. Ізольована середня дає тільки однобічну характеристику явища. У цьому зв'язку виникає необхідність побудови системи середніх величин за найбільш істотними ознаками сукупності.

Вибір формули середньої величини

Призначення середньої величини — відбити рівень ознаки, характерний для якісно однорідної сукупності за умови виключення індивідуальних (випадкових) коливань величини ознаки в окремих одиницях сукупності. Характерний рівень ознаки — це така абсолютна її величина, що була б у кожній одиниці сукупності, якби загальний підсумок (сума всіх абсолютних значень ознаки) розподілявся рівномірно між одиницями сукупності. Тому кожна одиниця сукупності не відрізняється за середньою величиною одна від одної внаслідок впливу індивідуальних факторів; у середній відбивається вплив тільки однакових, загальних умов. Таке положення знаходить висвітлення в середньому арифметичному й інших видах середньої.

Формула середньої обирається на основі визначального показника. Обирати формулу середньої величини на основі визначального показника рекомендується послідовно, за етапами статистичного дослідження:

- 1) визначити характерні риси досліджуваного суспільного явища;
- 2) сформулювати мету розрахунку середньої величини і визначальний показник;



- 3) знайти математичний вираз визначального показника, визначальну функцію;
- 4) скласти рівняння середньої, замінюючи середньою величиною індивідуальні значення ознаки кожної одиниці сукупності у визначальній функції; така підстановка не змінить величини визначального показника;
- 5) по рівнянню середньої знайти конкретну формулу шуканої середньої величини. Вхідні в рівняння середні величини повинні бути зв'язані за змістом так, щоб вийшла розмірність визначального показника.

Формули середніх величин можуть бути отримані і на основі статечної середньої, для якої визначальною функцією є рівняння

$$w = x_i^k.$$

Статечна середня — корінь ступеня k із середньої усіх варіантів, узятих у k -му ступені, має вигляд

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x_i^k}{n}}.$$

У залежності від ступеня k виходять різні види простих середніх, формули розрахунку яких показані у табл. 3.

Чим вищий показник ступеня k у статечної середньої, тим більше величина самої середньої.

У результаті розрахунку різних видів статечних середніх за тими самими даними статистичного спостереження одержують (у математичній статистиці) таке співвідношення середніх величин:

$$\bar{x}_{\text{гарм.}} < \bar{x}_{\text{гсом.}} < \bar{x}_{\text{арифм.}} < \bar{x}_{\text{квадр.}}$$

Це співвідношення статечних середніх називається мажорантністю середніх.



Таблиця 3

Формули для розрахунку простих середніх

Значення k	Визначальна функція	Формула	Назва середньої
-1	$w = \frac{1}{x}$	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	Гармонійна
0	$w = \log x$	$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod(x)}$	Геометрична
1	$w = x$	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$	Арифметична
2	$w = x^2$	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	Квадратична

Середня арифметична проста

$$x_{np.} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Таблиця 4

Визначення середньої арифметичної простої

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i	190	205	210	180	185	200	214	196	201	207	188	184



$$\begin{aligned}x_{np.} &= \\&= \frac{190 + 205 + 210 + 180 + 185 + 200 + 214 + 196 + 201 + 207 + 188 + 184}{12} = \\&= 196,67.\end{aligned}$$

Середня арифметична зважена

$$x_{зв.} = \frac{\sum xi \cdot fi}{\sum fi}.$$

Величини fi називаються вагами для значень xi .

Таблиця 5

Визначення середньої арифметичної зваженої

Інтервал	Сума страхових премій, що надійшли					
	від 10 до 15	від 15 до 20	від 20 до 25	від 25 до 30	від 30 до 35	від 35 до 40
Середина інтервалу (xi)	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5
В відділень (fi)	6	9	5	7	5	3

$$\begin{aligned}x_{зв.} &= \frac{12,5 \cdot 6 + 17,5 \cdot 9 + 22,5 \cdot 5 + 27,5 \cdot 7 + 32,5 \cdot 5 + 37,5 \cdot 3}{6 + 9 + 5 + 7 + 5 + 3} = \\&= \frac{812,5}{35} = 23,214.\end{aligned}$$



Середня геометрична

$$\bar{x}_{\text{геом.}} = \sqrt[n]{r_1 \cdot r_2 \cdot \dots \cdot r_n},$$

де n — число коефіцієнтів росту.

Таблиця 6

Визначення середньої геометричної

	Роки				
	1	2	3	4	5
В укладених договорів (x_i)	109023	112450	115485	119170	120196
Темп росту (к/ф) $r_i = \frac{x_i + 1}{x_i}$	-	1,031	1,027	1,032	1,009

У нашому прикладі $n = 4$, а середня геометрична

$$\bar{x}_{\text{геом.}} = \sqrt[4]{1,031 \cdot 1,027 \cdot 1,032 \cdot 1,009} = \sqrt[4]{1,10255} = 1,0247 \text{ чи } 102,47 \text{ \%}.$$

Перевірка

$109023 + 1,0247 = 120200$ договорів. Відхилення дорівнює 4 договорам (за рахунок округлень).

По визначенню

$$r_1 = \frac{x_2}{x_1}; \quad r_2 = \frac{x_3}{x_2}; \quad r_{n-1} = \frac{x_n}{x_{n-1}}.$$

Підставляючи у формулу

$$\bar{x}_{\text{геом.}} = \sqrt[n-1]{\frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{x_3}{x_2} \cdot \dots \cdot \frac{x_n}{x_{n-1}}} = \sqrt[n-1]{\frac{x_n}{x_1}},$$

де n — не число коефіцієнтів, а число дат.

Підставимо у формулу відповідні значення з таблиці:

$$\bar{x}_{\text{геом.}} = \sqrt[4]{\frac{120296}{109023}} = \sqrt[4]{1,10248} = 1,0247 \text{ чи } 102,47\%.$$

Показники варіації

Найважливіші показники варіації

1. Розмах варіації.
2. Середнє квадратичне відхилення.
3. Коефіцієнт варіації.

1. Розмах варіації.

$$R = X_{\max} - X_{\min}.$$

За табл. 5: $R = 37,5 - 12,5 = 25,0$.

За табл. 6: $R = 120196 - 109023 = 11173$ договору.

2. Середнє квадратичне відхилення

$$\sigma = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \text{ — для простої середньої арифметичної;}$$

$$\sigma = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} \text{ — для середньої арифметичної зваженої.}$$



За даними табл. 6:

x_i	$x_{пр.}$	$x_i - x_{пр.}$	$(x_i - \bar{x}_{пр.})^2$
109023	115265	-6242	38962564
112450	115265	-2815	7924225
115485	115265	+ 220	48400
119170	115265	+3905	15249025
120196	115265	+4931	24314761
Разом:		0	86498975

За першою формулою

$$\bar{X} = \bar{X}_{пр.}$$

$$\sigma = \frac{2157,15}{35} = 61,63 = 7,9 \text{ тис. грн.}$$

За даними табл. 5

x_i	f_i	$\bar{x}_{зв.}$	$x_i - \bar{x}_{зв.}$	$(x_i - \bar{x}_{зв.})^2$	$(x_i - \bar{x}_{зв.})^2 \cdot f_i$
12,5	6	23,2	-10,7	114,49	686,94
17,5	9	23,2	-5,7	32,49	292,41
22,5	5	23,2	-0,7	0,49	2,45
27,5	7	23,2	+4,3	18,49	129,43
32,5	5	23,2	+9,3	86,49	432,45
37,5	3	23,2	+14,3	204,49	613,47
Разом:	35	x	x	x	2157,15

За другою формулою $\bar{X} = \bar{X}_{ра.}$



$$\sigma = \frac{2157,15}{35} = 61,63 = 7,9 \text{ тис. грн.}$$

3. Коефіцієнт варіації

Коефіцієнт варіації визначається як відношен
рачного відхилення до середньої арифметичної

о квад-
ся V .

аблиці:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100.$$

б.

За даними табл. 5 $V = 7,9 \cdot 100 / 25 = 31,6 \%$.

За даними табл. 6 $V = 4159 \cdot 100 / 115265 = 36,1 \%$.

2.8. Показники страхової статист

У практиці актуарних розрахунків широка
страхова статистика. Вона являє собою системат
узагальнення найбільш масових і типових страхо
нові вироблених статистичною наукою методів
них підсумкових натуральних і вартісних показн
зують страхову справу. Усі показники, що під
ному вивченню, поділяються на дві групи. Перш
формування страхового фонду, друга — його ви

ується
чення й
ї на ос-
гальне-
актери-
гистич-
процес

Статистика за допомогою масового спостере
ру.
за фактами й обставинами настання тих чи інши
ків у минулому, одержує дані для встановлення
орної) ймовірності існування ризику.

велося
випад-
ї (апри-

Аналіз отриманого масиву інформації пок
метичної;
настання страхового випадку і служить цілям
бачення майбутнього розміру збитку. Чим біль
личної зважен
спостереження, тим достовірніше основа для с
розвитку подій представляє встановлена ймо

ірність
перед-
б'єктів
утнього
му що



тільки у великій страховій сукупності закон великих чисел може найбільш точно виявити свою дію.

У найбільш узагальненому вигляді, що має практичні цілі для страховика, страхову статистику можна звести до аналізу таких показників:

- число об'єктів страхування — n ;
- число страхових подій — e ;
- число об'єктів, що постраждали внаслідок страхових подій — m ;
- сума зібраних страхових платежів — $\sum p$;
- сума виплаченого страхового відшкодування — $\sum Q$;
- страхова сума для будь-якого об'єкта страхування — $\sum S_n$;
- страхова сума, що припадає на пошкоджений об'єкт сукупності, що спостерігається — $\sum S_m$.

Розрахунковими показниками страхової статистики є такі.

ЧАСТОТА СТРАХОВИХ ПОДІЙ — дорівнює співвідношенню між числом страхових подій і числом застрахованих об'єктів, тобто частота страхових подій показує, скільки страхових випадків припадає на один об'єкт страхування. Зазначене співвідношення може бути представлено і кількісно як величина менша 1. Це означає, що одна страхова подія може викликати кілька страхових випадків. Звідси впливає термінологічне розходження між поняттями страховий випадок і страхова подія. Страховою подією може бути град, епізоотія тощо, що охопили своїм шкідливим впливом численні об'єкти страхування (випадки).

СПУСТОШЛИВІСТЬ СТРАХОВОЇ ПОДІЇ (коефіцієнт комуляції ризику) — це відношення числа об'єктів страхування, що постраждали, до числа страхових подій, тобто m/n ; коефіцієнт комуляції ризику показує, скількох застрахованих настає та чи інша подія, інакше кажучи, скільки страхових випадків відбудеться (настане).



Мінімальний коефіцієнт комуляції ризику дорівнює 1. Якщо спустошливість більше 1, то більше комуляція ризику, тим більше цифрове розходження між числом страхових подій і числом страхових випадків. З цієї причини на практиці страхові компанії при укладенні договорів майнового страхування прагнуть уникнути угод, де є великий коефіцієнт комуляції.

КОЕФІЦІЄНТ (ступінь) ЗБИТКОВОСТІ (ущербності) — виражає співвідношення між сумою виплаченого страхового відшкодування і страховою сумою всіх об'єктів страхування, що постраждали, тобто $\sum Q / \sum S_m$. Цей показник менше чи дорівнює 1. Зворотнє положення можна вважати неможливим, тому що це означало б зниження всіх застрахованих об'єктів більш ніж один раз.

СЕРЕДНЯ СТРАХОВА СУМА НА ОДИН ОБ'ЄКТ (договір) СТРАХУВАННЯ — відношення загальної страхової суми всіх об'єктів страхування до числа всіх об'єктів страхування, тобто $\sum S_n / n$.

Об'єкти майнового страхування мають різні страхові суми. Тому в актуарних розрахунках застосовуються різні методи підрахунку середніх величин.

СЕРЕДНЯ СТРАХОВА СУМА НА ОДИН ОБ'ЄКТ, ЩО ПОСТРАЖДАВ — дорівнює страховій сумі всіх об'єктів, що постраждали, поділеної на число цих об'єктів, тобто $\sum S_m / m$. Кожний з об'єктів страхової сукупності, що постраждав, має свою індивідуальну страхову суму, яка відхиляється від середньої величини. Розрахунок цих середніх величин має велике практичне значення.

Відношення середніх страхових сум називається в практиці страхування вагою ризику, що виражається як $(\sum S_m / m) / (\sum S_n / n)$. За допомогою цього відношення проводиться оцінка і переоцінка частоти прояву страхової події.

ЗБИТКОВІСТЬ СТРАХОВОЇ СУМИ (ймовірність збитку) — дорівнює сумі виплаченого страхового відшкодування, поділеної на страхову суму всіх об'єктів страхування, тобто $\sum Q / \sum S_n$.



Показником величини ризику є число менше за 1.

Зворотне співвідношення неприпустиме, тому що це означало б недострахування. Збитковість страхової суми можна також розглядати як міру величини ризикової премії.

НОРМА ЗБИТКОВОСТІ — співвідношення суми виплаченого страхового відшкодування, вираженої у відсотках, до суми зібраних страхових платежів, тобто $\frac{\sum Q}{\sum P} \cdot 100$. Для практичних цілей обчис-

люють нетто-норму і бруто-норму збитковості. Отриманий показник може бути менше або дорівнює 1. Величина норми збитковості свідчить про фінансову стабільність такого виду страхування.

ЧАСТОТА ЗБИТКУ — обчислюється як добуток частоти страхових випадків і спустошливості, тобто $\left(\frac{e}{n}\right) \cdot \left(\frac{m}{e}\right) = \left(\frac{m}{n}\right)$. Цей показ-

ник виражає частоту настання страхового випадку і позначається символом q . Частота збитку завжди менша 1. При показнику частоти, що дорівнює 1, у наявності вірогідність настання даної події для всіх об'єктів. Частота збитку зазвичай виражається у відсотках чи проміле до числа об'єктів страхування.

Страхова статистика вимагає, щоб були встановлені фактори, які вплинули на частоту збитку. Вплив окремих факторів є передумовою утворення ризикових груп.

ВАГА ЗБИТКУ — при проведенні деяких видів страхування можливе настання страхового випадку, який заподіяв збиток, рівний дійсній вартості застрахованого майна. Такий збиток прийнято називати повним збитком.

Однак у більшості видів майнового страхування збиток може бути меншим від дійсної вартості майна, що не знищено, а тільки пошкоджено в результаті страхового випадку. Такий збиток прийнято називати частковим збитком.

Поняття ваги збитку можна виразити математично як добуток коефіцієнта ущербності $\sum Q / \sum S_m$ і відношення середніх страхових

сум $(\sum S_m/m)/(\sum S_n/n)$, чи $q = (\sum Q/\sum S_n)/(m/n)$, де q — вага збитку, чисельник — ймовірність збитку (збитковість страхової суми), знаменник — частота збитку.

Вага збитку, пов'язана з настанням страхового випадку, у будь-якому вигляді страхування обумовлена якостями, властивими для об'єкта страхування. Оскільки частота збитку показує об'єкти страхової сукупності, які пошкоджені в результаті прояву ризику, то вага збитку показує середній арифметичний збиток по ушкоджених об'єктах страхування стосовно середньої страхової суми всіх об'єктів, тобто $q = (\sum Q/m)/(\sum S_n/n)$.

Вага збитку, яку також прийнято називати ступінь, обсяг, розмір збитку, ймовірність поширення збитку, показує в будь-якому випадку, яка частина страхової суми знищена.

Вага збитку знижується із збільшенням страхової суми.

Це необхідно враховувати по кожній ризиковій групі, оскільки при страхуванні по системі першого ризику і наявності франшизи недостатньо знати тільки вагу збитку для всієї сукупності, а потрібно знати, крім того, і розподіл збитку за величинами, тобто скільки збитків у кількісному вираженні, наприклад, менше 10 % страхової суми і т. ін.

За допомогою страхової статистики вивчаються частота збитку і збитковість страхової суми за всіма видами майнового страхування, по кожній ризиковій групі. Статистичними методами враховуються причини збитку і їх розподіл у часі і просторі.

Статистичне спостереження в страховій справі ведеться за такими основними ознаками: час і місце настання збитку, причина, страхове забезпечення, витрати на ліквідацію збитку, страхова сума і страхова вартість, ризикова група об'єкта страхування, розповсюдженість збитку на інші об'єкти, результати проведення запобіжних заходів. На підставі цих даних можуть бути обчислені відносні цифри кожної ознаки, складені спеціальні таблиці.



У більшості випадків розмір ваги збитку залежить від величини об'єкта страхування. Якщо провести дослідження збитковості при страхуванні засобів транспорту, можна установити, що величина повного і часткового збитку до відомого ступеня залежить від тоннажу судна. Платежі по страхуванню морських суден каско беруться не тільки виходячи з їхньої вартості, але і з їхнього тоннажу (дедвейту). Величина застрахованого майна також впливає на розмір ваги збитку.

Деякі ознаки впливають як на частоту, так і на вагу збитку. У цьому випадку страховий платіж знаходиться у подвійній залежності.

При калькулюванні тарифної ставки аналізуються численні фактори. Будь-яка ознака, що впливає на здійснення ризику, може бути відкинута. Крім того, деякі ознаки можуть бути утворені тільки в малих групах, наприклад, ознака «стать» має тільки дві групи. Зрештою безліч теоретично припустимих комбінацій у групі ознак не зустрічається на практиці.

При наявності спостереження за частотою збитку можна визначити, яка частина страхової премії визначена невірно.

Якщо є погрішність у розрахунку величини збитку, корективи варто зробити тільки у відповідних групах. Наявність систематичних відхилень від збитковості страхової суми протягом тривалого часу свідчить, що тариф не узгоджується з дійсним розвитком збитку.

Проводиться аналіз ефективності запобіжних заходів. При випадкових відхиленнях варто перевірити, наскільки вони знаходяться у межах, встановлених за допомогою теорії ймовірності.

2.9. Вигідна властивість середнього відхилення

З попереднього викладу можна бачити, яку велику роль відіграє середнє відхилення в теоретичних дослідженнях у різних галузях майнового страхування.

Дуже рідко ми знаємо ризик з деякою вірогідністю. Якщо, незважаючи на ці несприятливі обставини, страхування все-таки досягає такої надійності, що воно по праву може носити своє ім'я, то це цілком залежить від чудових властивостей середнього відхилення. Відзначимо одну з таких властивостей, яка сприяє високому ступеню впевненості, що незважаючи на досить неточне визначення середньої величини збитків, все-таки середнє відхилення цієї середньої величини може бути визначене порівняно точно (згадаємо при цьому, що середня величина одночасно має два значення: нетто-премія одного року чи одного періоду часу і середня величина покриття збитків різних років).

Ми доведемо цю властивість, якщо припустимо, що ймовірність збитку q є величина незначна, близько 2 проміле. Візьмемо число договорів N , кожний із страховою сумою S , так що $N \cdot q \cdot S$ є загальна сума чистої нетто-премії, а також і середньої величини покриття збитків різних років. Середнє відхилення цього числа

$$S = \sqrt{N \cdot q(1 - q)}.$$

Останнім множником $1 - q$ тут можна зневажити. Якщо, наприклад, q дорівнює 2 проміле, то $1 - q = 998/1000$, тобто воно так близько до 1, що множення на нього не дає ніяких помітних змін. Середнє відхилення, таким чином, має вигляд

$$S = \sqrt{N \cdot q}.$$

Тут $N \cdot q$ — число збитків, що настають серед N договорів, якщо ймовірність збитку є q . Припустимо, тепер, що q не має точного визначення. Нехай, наприклад, $N \cdot q$ у дійсності дорівнює 400, але правдиве значення представляється настільки мало визначеним, що ми у своєму виборі коливаємося в межах від 324 до 484, тобто маємо проміжок у 160 або не менше 60 % точного числа 400. У такому

випадку \sqrt{q} коливається, тільки між $\sqrt{324} = 18$ і $\sqrt{484} = 22$, тобто в проміжку рівному 4, чи не більше 20 % правдивого числа $\sqrt{400} = 20$.

Навіть при неточному визначенні самої ймовірності, ступінь ненадійності, чи, що те ж саме, середнє відхилення може бути визначене відносно точно. І тому тільки за допомогою цієї величини визначаються ризикові надбавки, страхові резерви, запасні капітали. Якщо хто-небудь може постраждати від неточного визначення премії, так це не страхувальник, а власник запасного капіталу.

Що стосується ризикових надбавок, то ми з цього дослідження дізнаємось: якщо премія визначена неправильно, ми повинні взяти такі надбавки, які у кілька разів перевищують середнє відхилення, на противагу випадку, коли премія визначена відносно точно. В останньому випадку ми можемо задовольнитися надбавкою, що дорівнює однократному середньому відхиленню. Тоді ця надбавка має завдання компенсувати чисті випадки. Але якщо відомо, що і сама ймовірність не надійна, тоді середнє відхилення необхідно взяти 2, 3 чи 4 рази. Повернемося до нашого вищенаведеного прикладу і припустимо, що при визначенні розміру премії ми взяли б 324 (замість 400), тоді у свідомості своєї непевності, ми взяли б страхову надбавку у розмірі 4-кратного середнього відхилення, чим значно наблизилися б до точної премії ($324 + 4 \cdot 18 = 400$).

Звідси ми робимо висновок, що не так небезпечно працювати з неточно визначеними преміями, якщо тільки ми обробляємо такі спостереження на підставі хороших умов страхування.

Питання для самоконтролю

1. Назвіть найбільш важливі особливості актуарних розрахунків.
2. Назвіть основні завдання актуарних розрахунків.
3. Назвіть основні методологічні питання, що розглядають актуарні розрахунки.

4. Назвіть види актуарних розрахунків, які залежать від часу їх складання.
5. Чим відрізняються планові актуарні розрахунки від звітних?
6. Назвіть основні принципи тарифної політики.
7. Для чого необхідна диференціація страхових тарифів?
8. Що розуміється під подією?
9. Яка подія називається достовірною?
10. Яка подія називається неможливою?
11. Чому дорівнює ймовірність події?
12. Чим відрізняються прості відсотки від складних?
13. Що таке номінальна відсоткова ставка?
14. Які показники використовуються при виборі середньої величини?
15. Назвіть найважливіші показники варіації.
16. Назвіть основні показники страхової статистики.

Завдання

Завдання 1

Яку суму необхідно інвестувати, щоб одержати через 2 роки 1350 грн. при ставці 8 % ($i^{(4)} = 0,08$), яка конвертується щокварталу.

Знайдіть PV .

Відповідь: 1152 грн.

Рішення:

$$PV = 1350 \cdot V^2; \quad v = \frac{1}{1+i};$$

$$i = \left[1 + \frac{i^{(4)}}{4} \right]^4 - 1 = 1152 \quad \text{чи} \quad PV = 1350 \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{i^{(4)}}{4} \right)^8} = 1152,35.$$



Завдання 2

Яким повинен бути внесок у пенсійний фонд, якщо пенсія буде виплачуватися протягом 10 років по 1000 грн. щорічно. Перша виплата через рік. Ефективна ставка 25 % річних.

Знайдіть PV .

Відповідь: 3570 грн.

Рішення:

$$a_{10|\overline{0,25}} = \frac{1 - v^{10}}{0,25}; \quad PV = 1000 \cdot a_{10|\overline{0,25}} = 1000 \cdot 3,57 = 3570.$$

Завдання 3

Надається позичка 1000 грн. на 5 років під 25 % річних, погашення наприкінці року. Знайдіть суму щорічної виплати (v).

Відповідь: 371,89 грн.

Рішення:

$$PV = v \cdot a_{\overline{5}|0,25} = 371,89; \quad v = \frac{PV}{a_{\overline{5}|0,25}} = \frac{1000}{2,689} = 371,89.$$

Завдання 4

Внесок у пенсійний фонд 5000 грн. Перша виплата через 3 роки. Потім пенсія виплачується протягом 10 років. Ефективна ставка 15 %. Визначте річну пенсію.

Відповідь: 1317,55 грн.

Рішення:

$$PV = v \cdot a_{\overline{10}|0,15} \cdot v^2;$$
$$v = \frac{PV}{a_{\overline{10}|0,15} \cdot v^2} = \frac{5000}{5,0188 \cdot 0,75614} = \frac{5000}{3,79492} = 1317,55.$$



Завдання 5

Страхова асоціація обіцяє 1000 грн. у виді поворотного внеску через 2 роки повернути 1330 грн. Необхідно написати рівняння вартості і знайти відсоткову ставку.

Відповідь: $i \approx 15,3 \%$.

Рішення:

$$S = S_0(1+i)^n; \quad 1330 = 1000(1+i)^2.$$

Завдання 6

При $i = 0,08$ знайдіть $i^{(12)}$; $d^{(4)}$; δ .

Відповідь: $i^{(12)} = 7,7 \%$; $d^{(4)} = 0,076$; $\delta = 0,077$.

Рішення:

$$i^{(12)} = 12 \left[(1+i)^{1/12} - 1 \right] = 7,7 \%; \quad d^{(4)} = 0,076;$$

$$\delta = \ln(1 + 0,08) = 0,077.$$

Завдання 7

Інвестор вкладає 100 грн. на 5 років.

Знайдіть акумульовану суму:

- при річній ставці 10 %;
- конвертації піврічній 10 %;
- конвертації щомісячній 10 %.

Відповідь: а) 161 грн.; б) 163 грн.; в) 165 грн.

Рішення:

$$S = 100(1 + 0,1)^5 = 161.$$

$$S = 100 \left(1 + \frac{0,1}{2} \right)^{10} = 163;$$



$$S = 100 \left(1 + \frac{0,1}{12} \right)^{60} = 165.$$

Завдання 8

Фактична відсоткова ставка по банківському рахунку становить 4,5 % на рік. Знайдіть накопичену суму 5000 грн. за сім років.

Відповідь: 6804 грн. 30 коп.

Рішення:

$$S = S_0 (1 + i)^n = 5000 (1,045)^7 = 5000 \cdot 1,36086 = 6804,30.$$

Завдання 9

Фактична відсоткова ставка становить в цей час 7 % на рік, але через два роки вона знизиться до 6 % на рік. Знайдіть нагромадження внеску 4000 грн. за п'ять років.

Відповідь: 5454 грн. 38 коп.

Рішення:

$$S = S_0 (1 + i)^n = 4000 (1,07)^2 \cdot (1,06)^3 = 5454,38.$$

Завдання 10

Обчисліть (з точністю до 0,001 грн.), у яку суму перетвориться 1 грн. до кінця першого, другого і третього років при нормі прибутковості 3 %?

Відповідь: 1,03 грн.; 1,061 грн.; 1,093 грн.

Завдання 11

Який внесок зробив вкладник, якщо після закінчення 5 років він при 3 % прибутковості перетворився в 638 грн. 13 коп.?

Відповідь: 550 грн. 46 коп.



Завдання 12

Яку суму необхідно внести в ощадний банк, щоб при нормі прибутковості в 3 % вона перетворилася під кінець року в 100 грн.?

Відповідь: 97 грн. 09 коп.

Завдання 13

Обчисліть суму внеску, яка при 3 % прибутковості до кінця другого року перетвориться в 100 грн.

Відповідь: 94 грн. 26 коп.

Завдання 14

Обчисліть множник, що дисконтує, при нормі прибутковості 3 % для платежу в 1000 грн. наприкінці п'ятого року.

Відповідь: 0,8626.

Завдання 15

Відомо, що при визначеній відсотковій ставці:

$$\ddot{a}_x = 8,4; \quad \ddot{a}_{x:n} = 6,8; \quad {}_nE_x = 0,4.$$

Визначіть величину $a_{x:n}$.

Відповідь: 6,2.

Рішення: $\ddot{a}_{x:n} = a_{x:n} + 1 - {}_nE_x$; $6,8 = a_{x:n} + 1 - {}_nE_x$;

$$a_{x:n} = 6,8 - 1 + 0,4 = 6,8 - 0,6 = 6,2.$$



Розділ 3

ОСНОВИ ТАРИФНИХ РОЗРАХУНКІВ З РИЗИКОВИХ ВИДІВ СТРАХУВАННЯ

3.1. Склад і структура страхового тарифу

Тарифна ставка — ціна страхового ризику й інших витрат, адекватне грошове вираження зобов'язань страховика за укладеним договором страхування. Розрахунки тарифних ставок здійснюються за допомогою актуарних розрахунків. Сукупність тарифних ставок носить назву тарифу. Системний виклад тарифів носить назву тарифного посібника.

Тарифна ставка, по якій укладається договір страхування, називається брутто-ставкою. У свою чергу *брутто-ставка* складається з двох частин: *нетто-ставки* і *навантаження*.

Власне, нетто-ставка виражає ціну страхового ризику: пожежі, повені, вибуху і т. ін. Навантаження покриває видатки страховика по організації і проведенню страхування, а також містить елементи прибутку. В основі побудови нетто-ставки за будь-яким видом страхування лежить ймовірність настання страхового випадку. Структура тарифної ставки і страхової премії наведена на рис. 6 і у табл. 7.

Нетто-ставка цілком призначається для створення фонду виплат страховальникам. У зв'язку з цим вона повинна бути побудована таким чином, щоб забезпечити еквівалентність відносин між страховиком і страховальником. *Іншими словами, страхова компанія повинна зібрати стільки страхових премій, скільки має бути потім виплачено страховальникам.*

Однак при проведенні страхування сума виплачуваного страхового відшкодування об'єктам, що постраждали, як правило, відхиляється від страхової суми по них. *Причому, якщо за окремим договором випла-*

та може бути тільки менше чи дорівнювати страховій сумі, то середня по групі об'єктів виплата на один договір може і перевищувати середню страхову суму. При побудові нетто-ставки враховується саме останній показник. При цих умовах розрахована нетто-ставка коригується на коефіцієнт, обумовлений співвідношенням середньої виплати до середньої страхової суми на один договір. У результаті одержуємо таку формулу для розрахунку нетто-ставки із 100 грн. страхової суми:

$$T_n = P(A) \cdot K \cdot 100,$$

де T_n — тарифна нетто-ставка;

A — страховий випадок;

$P(A)$ — ймовірність страхового випадку;

K — коефіцієнт співвідношення середньої виплати до середньої страхової суми на один договір.



Рис. 6

Структура тарифної ставки для ризикових видів страхування



Таблиця 7
Структура страхової премії

Елементи премії	Призначення
Нетто-премія + страхова надбавка $E_i(X) + H(I)$	Покриття збитку при настанні страхового випадку і формування страхових резервів
+ Надбавка на покриття витрат $Z(X)$	Оплата витрат страховика
+ Надбавка на прибуток V	Формування прибутку
Разом: брутто-премія (страховий тариф) $\Pi(X)$	Усе перераховане вище

Наведена формула дозволяє розмежувати поняття «ймовірність страхового випадку» і «ймовірність збитку».

Ймовірністю збитку називається добуток ймовірності страхового випадку $P(A)$ на поправочний коефіцієнт K . Це більш загальний страховий термін. Формула може бути застосована як при удосконалюванні тарифних ставок за діючими видами страхування, так і при розрахунку ставок за видами, які запроваджуються.

Представимо цю формулу в розгорнутому вигляді. За визначенням маємо

$$P(A) = \frac{M}{N} = \frac{K_B}{K_D}; \quad K = \frac{C_B}{C_C},$$

- де K_B — кількість виплат за той чи інший період (завичай за рік);
 K_D — кількість укладених договорів у даному році;
 C_B — середня виплата на один договір;
 C_C — середня страхова сума на один договір.

У результаті ця формула набуває вигляду

$$T = \frac{K_B \cdot C_B}{K_D \cdot C_C} \cdot 100, \text{ або } T = \frac{B}{C} \cdot 100,$$

де B — загальна сума виплат страхового відшкодування;

C — загальна страхова сума застрахованих об'єктів.

Остання формула є не що інше, як показник збитковості із 100 грн. страхової суми. Це означає, що при удосконалюванні тарифних ставок за діючими видами страхування основою уточнення нетто-ставок є збитковість із 100 грн. страхової суми. Відношення кількості виплат K_B до кількості укладених договорів K_D визначає частоту страхових випадків. Відношення середньої виплати на один договір C_B до середньої страхової суми на один договір C_C є аналогом коефіцієнта K у першій формулі цього розділу. Збитковість страхової суми може бути розрахована як за видами страхування в цілому, так і за окремими страховими ризиками. За цими даними визначається розмір нетто-ставки. Після її розрахунку встановлюється розмір сукупної тарифної ставки чи брутто-ставки. Для обчислення останньої до нетто-ставки додають навантаження. Витрати на проведення страхування звичай розраховуються на 100 грн. страхової суми, інші надбавки встановлюються у відсотку до брутто-ставки. Припустимо, що нетто-ставка по страхуванню домашнього майна визначена у сумі 0,20 грн. із 100 грн. страхової суми, а статті навантаження складають: витрати на проведення страхування (включаючи оплату праці страхових агентів) — 0,06 грн.; витрати на проведення запобіжних заходів — 4 % брутто-ставки; прибуток — 15 % брутто-ставки. Розмір сукупної брутто-ставки розраховується за формулою

$$T_b = T_n + F_{abc},$$

де T_b — брутто-ставка;

T_n — нетто-ставка;

F_{abc} — навантаження.



У цій формулі величини T_b , T_n , F_{abc} вказуються в абсолютному розмірі, тобто в гривнях із 100 грн. страхової суми.

Оскільки ряд статей навантаження встановлюється у відсотках до бруто-ставки, остання на практиці визначається за формулою

$$T_b = T_n + F'_{abc} = T_n + F'_{abc} + F_{k/z} \cdot T_b,$$

де F'_{abc} — статті навантаження, що передбачаються в тарифі в гривнях із 100 грн. страхової суми;

$F_{k/z}$ — частка статей навантаження, що закладаються в тариф у відсотках до бруто-ставки.

Звідси після нескладних перетворень маємо

$$T_b = \frac{(T_n + F'_{abc})}{(1 - F_{k/z})}.$$

Якщо всі елементи навантаження визначені у відсотках до бруто-ставки, то величина $F'_{abc} = 0$. У цьому випадку ця формула спрощується і набуває вигляду

$$T_b = \frac{T_n}{(1 - F_{k/z})}.$$

Тепер визначимо бруто-ставку у нашому прикладі:

$$T_n = 0,20 \text{ грн.}; \quad F'_{abc} = 0,06 \text{ грн.}; \quad F_{k/z} = 0,19.$$

За формулою одержуємо

$$T_b = \frac{(0,20 + 0,06)}{(1 - 0,19)} = \frac{0,26}{0,81} = 0,32 \text{ грн.}$$



3.2. Визначення тарифної нетто-ставки з діючих ризикових видів страхування

При стійкості тимчасового ряду показників збитковості із 100 грн. страхової суми

Нетто-ставка призначена для забезпечення виплат страхувальникам страхового відшкодування і страхових сум. По ризикових видах страхування вона складається з двох частин: основної частини і ризикової надбавки.

При стійкості тимчасового ряду показників збитковості за останні 5 років основна частина нетто-ставки розраховується як середньоп'ятирічна збитковість і забезпечує виплати у звичайному для останніх п'яти років розмірі. Ряд показників збитковості вважається стійким, якщо в ньому відсутня виражена тенденція до збільшення (зниження) збитковості.

Ризикова надбавка є гарантією забезпечення виплат страхувальникам у кожному конкретному році. Необхідність включення ризикової надбавки в тарифну нетто-ставку пояснюється тим, що в несприятливі роки основної частини нетто-ставки буде недостатньо для виконання страховими компаніями своїх зобов'язань, а ризикова надбавка створює певний запас міцності для страховика. В сприятливі роки невикористана на виплати ризикова надбавка направляється у запасний фонд.

Визначення ризикової надбавки провадиться на основі ряду показників збитковості із 100 грн. страхової суми за останні 5 років.

Статистичним аналогом ризикової надбавки є середнє квадратичне відхилення σ , що розраховується в такому порядку:

1. Знаходиться середня арифметична збитковість за останні 5 років за формулою

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n},$$



де \bar{y} — середня арифметична збитковість;
 y — показник збитковості у конкретному i -тому році;
 n — число років у тимчасовому ряді показників збитковості (5 років);
 \sum — знак суми;
 $i = 1, 2, \dots, n$ — роки.

Припустимо, що за 5 років по даному виду страхування рівень збитковості становив по роках у гривнях із 100 грн. страхової суми y_i : — 0,24; 0,30; 0,22; 0,27; 0,31.

Тоді середня арифметична збитковість y становить 0,27 грн.:

$$y = \frac{(0,24 + 0,30 + 0,22 + 0,27 + 0,31)}{5} = 0,27 \text{ грн.}$$

2. Знаходяться відхилення окремих значень збитковості від середньої арифметичної $(y_i - \bar{y})$.

У нашому прикладі ці відхилення становитимуть, у грн.:

$$0,24 - 0,27 = -0,03;$$

$$0,30 - 0,27 = +0,03;$$

$$0,22 - 0,27 = -0,05;$$

$$0,27 - 0,27 = 0;$$

$$0,31 - 0,27 = +0,04.$$

3. Кожне знайдене відхилення підноситься до квадрату $(y_i - \bar{y})^2$:

$$(-0,03)^2 = 0,0009;$$

$$(+0,03)^2 = 0,0009;$$

$$(-0,05)^2 = 0,0025;$$

$$0^2 = 0;$$

$$(+0,04)^2 = 0,0016.$$

4. Квадрати відхилень підсумовуються і діляться на число відхилень мінус 1:

$$\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{(n-1)} = \frac{(0,0009 + 0,0009 + 0,0025 + 0 + 0,0016)}{(5-1)} = 0,0015.$$

Для оцінки середнього квадратичного відхилення генеральної сукупності використовують «виправлене» середнє квадратичне відхилення, що дорівнює квадратному кореню з виправленої дисперсії. Очевидно, при досить великих значеннях n обсягу вибірки, вибіркова і виправлена дисперсія розрізняються мало. На практиці користуються виправленою дисперсією, якщо приблизно $n < 30$.

5. Із середнього квадрата відхилень добувається квадратний корінь:

$$\sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{(n-1)}} = \sqrt{0,0015} \approx 0,04 \text{ грн.}$$

Отриманий результат і є середнє квадратичне відхилення, прийняте за величину ризикової надбавки. Розрахунок ризикової надбавки і сукупної нетто-ставки покажемо на прикладі страхування засобів транспорту (табл. 8).

1. Визначається середня п'ятирічна збитковість y , для чого показники збитковості за кожний рік (гр. 2) додаються й отримана сума ділиться на кількість років:

$$y = \frac{5,95}{5} = 1,19 \text{ грн.}$$

Отриманий результат записується в гр. 3.

Таблиця 8

Розрахунок ризикової надбавки та сукупної нетто-ставки

Роки	Збитковість із 100 грн. страхової суми (y_i), грн.	Середня збитковість (\bar{y}), грн.	Відхилення ($y_i - \bar{y}$)	Квадрати відхилень ($(y_i - \bar{y})^2$)
1	2	3	4	5
1	1,15	1,19	-0,04	0,0016
2	0,92	1,19	-0,27	0,0729
3	1,21	1,19	+0,02	0,0004
4	1,35	1,19	+0,16	0,0256
5	1,32	1,19	+0,13	0,0169
Сума	5,95	x	0	0,1174

- У гр. 4 знаходяться відхилення $(y_i - \bar{y})$.
- Відхилення, зазначені в гр. 4, підносяться до квадрату і підсумовуються (гр. 5):

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = 0,1174.$$

- Визначається середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,1174}{5-1}} = \sqrt{0,02935} = 0,17 \text{ грн.}$$



5. Нетто-ставка визначається як сума середньооп'ятирічної збитковості (1,19 грн.) та середньоквадратичного відхилення (0,17 грн.) і становить у нашому прикладі 1,36 грн.

Розрахунок страхового тарифу наведений у табл. 9.

Таблиця 9

Розрахунок страхового тарифу
з добровільного страхування будівель

	1 рік	2 рік	3 рік	4 рік	5 рік
Страхова сума, грн.	310881400	307843600	1312058900	135407700	137885700
Виплати, грн.	707000	596800	817100	285000	414500
Збитковість, грн.	0,23	0,19	0,06	0,21	0,30
Середня збитковість, грн.	x	x	0,19	x	x
Відхилення від середньої збитковості, грн.	0,04	0	-0,13	0,02	0,11
Квадрати відхилень, грн.	0,0016	0	0,0169	0,0004	0,0121
Сума квадратів відхилень, грн.	x	x	0,031	x	x
Ризикова надбавка	x	x	0,06	x	x
Нетто-ставка	x	x	0,25	x	x
Навантаження, %	x	x	30,0	x	x
Брутто-ставка	x	x	0,35	x	x



Закінчення табл. 9

	1 рік	2 рік	3 рік	4 рік	5 рік
Норматив витрат на проведення страхування, грн.	x	x	16,0	x	x
Сума витрат на проведення страхування, грн.	x	x	0,06	x	x
Норматив на запобіжні заходи, грн.	x	x	4,0	x	x
Сума відрахувань на запобіжні заходи, грн.	x	x	0,01	x	x
Прибуток, грн.	x	x	10,0	x	x
Сума прибутку, грн.	x	x	0,04	x	x

Наявність вираженої тенденції до збільшення (зниження) збитковості із 100 грн. страхової суми

При наявності вираженої тенденції до збільшення (зниження) збитковості визначення основної частини нетто-ставки як середньо-п'ятирічної збитковості призведе до встановлення свідомо збиткового чи зайво рентабельного тарифу. У цьому випадку розрахунок основної частини нетто-ставки оснований на побудові прогнозу збитковості на майбутні три роки.

Прогнозування здійснюється з використанням методу парної кореляції і екстраполяції лінійного тренда.



Парна кореляція — математичний метод встановлення взаємозв'язку між двома показниками.

Тренд — математична функція, яка щонайкраще відбиває взаємозв'язок між показниками і дає уявлення про тенденцію зміни цього взаємозв'язку.

Лінійний тренд — тренд називається лінійним, якщо математичною функцією, що відбиває взаємозв'язок між показниками, є пряма лінія.

Екстраполяція — поширення на майбутнє результатів, отриманих на основі фактичних даних.

Екстраполяція лінійного тренду — математичний метод прогнозування оцінки значень досліджуваного показника, заснований на продовженні лінії знайденого тренду в область майбутніх значень даного показника.

Спочатку оцінюються (знаходяться значення) параметри a_0 і a_1 шуканого рівняння лінійного тренду:

$$y = a_0 + a_1 \cdot t$$

де y — збитковість із 100 грн. страхової суми (функція);
 t — час у роках (аргумент).

Значення параметрів знаходяться рішенням такої системи рівнянь:

$$\begin{cases} \sum y_i = n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum t_i \\ \sum (t_i \cdot y_i) = a_0 \cdot \sum t_i + a_1 \cdot \sum t_i^2 \end{cases}$$

де n — число років у тимчасовому ряді показників збитковості;
 y_i — значення збитковості в i -тому році;
 t_i — номер року, якому відповідає значення збитковості, рівне y_i ;
 a_0 і a_1 — параметри шуканого рівняння лінійного тренду;

$i = 1, 2, \dots, n$ — номери років тимчасового ряду показників збитковості.

Припустимо, що за 5 років по даному виду страхування рівень збитковості становив по роках у гривнях із 100 грн. страхової суми (y_i): 0,29, 0,30, 0,37, 0,50, 0,54.

Складається таблиця для розрахунку показників, необхідних для визначення значень параметрів a_0 і a_1 (табл. 10).

Таблиця 10

Таблиця для розрахунку показників

Роки	Номер року (t_i)	Фактична збитковість по роках (y_i)	$(t_i \cdot y_i)$	t_i^2
1-й	1	0,28	0,28	1
2-й	2	0,30	0,60	4
3-й	3	0,37	1,11	9
4-й	4	0,50	2,00	16
5-й	5	0,54	2,70	25
Сума	15	1,99	6,69	55

Знайдені показники заносяться у наведену вище систему рівнянь:

$$\begin{cases} 1,99 = 5 \cdot a_0 + a_1 \cdot 15 \\ 6,69 = a_0 \cdot 15 + a_1 \cdot 55 \end{cases}$$

Отримана система двох рівнянь із двома невідомими розраховується методом підстановки.

Поділимо друге рівняння системи на 5 і покажемо a_0 через a_1 , тоді одержимо:

$$a_0 = \frac{(1,338 - 11 \cdot a_1)}{3} = 0,446 - 3,667 \cdot a_1.$$



Підставивши отриманий вираз для a_0 в перше рівняння, знайдемо значення (оцінку) параметра a_1 :

$$\begin{cases} 1,99 = 5 \cdot (0,446 - 3,667 \cdot a_1) + 15 \cdot a_1; \\ 1,99 = 2,23 - 18,335 \cdot a_1 + 15 \cdot a_1; \end{cases}$$
$$a_1 = \frac{0,24}{3,335} = 0,072.$$

І, нарешті, з виразу a_0 через a_1 знаходиться a_0 :

$$\begin{aligned} a_0 &= 0,446 - 3,667 \cdot a_1 = 0,446 - 3,667 \cdot 0,072 = \\ &= 0,446 - 0,264 = 0,182. \end{aligned}$$

Таким чином, рівняння лінійного тренду має вигляд:

$$\hat{y} = 0,182 + 0,072 \cdot t.$$

Підставляючи в отримане рівняння лінійного тренду послідовно значення $t = 1, 2, \dots, 5$, визначають теоретичні (вирівняні) значення збитковості із 100 грн. страхової суми для кожного наступного року:

- \hat{y} 1-го року $= 0,182 + 0,072 \cdot 1 = 0,254$ грн.;
- \hat{y} 2-го року $= 0,182 + 0,072 \cdot 2 = 0,326$ грн.;
- \hat{y} 3-го року $= 0,182 + 0,072 \cdot 3 = 0,398$ грн.;
- \hat{y} 4-го року $= 0,182 + 0,072 \cdot 4 = 0,470$ грн.;
- \hat{y} 5-го року $= 0,182 + 0,072 \cdot 5 = 0,542$ грн.;

Знак « $\hat{}$ » вказує на те, що отримані значення збитковості є теоретичними (вирівняними).



Знайдений лінійний тренд екстраполюється ще на три роки, для чого в рівняння тренду підставляються значення $t = 6, 7, 8$:

- \hat{y} 3-го року $= 0,182 + 0,072 \cdot 6 = 0,614$ грн.;
- \hat{y} 4-го року $= 0,182 + 0,072 \cdot 7 = 0,686$ грн.;
- \hat{y} 5-го року $= 0,182 + 0,072 \cdot 8 = 0,758$ грн.

Отримана оцінка збитковості для 5-го року може бути прийнята за основну частину нетто-ставки.

Розрахунок ризикової надбавки (σ) за наявності вираженої тенденції до збільшення (зниження) збитковості провадиться в такому порядку:

1. Знаходяться відхилення фактичних значень збитковості в окремі роки від отриманих при розрахунку основної частини нетто-ставки теоретичних (вирівняних) її значень для цих років.

У нашому прикладі ці відхилення становитимуть, грн.:

$$0,28 - 0,254 = +0,026;$$

$$0,30 - 0,326 = -0,026;$$

$$0,37 - 0,398 = -0,028;$$

$$0,50 - 0,470 = +0,030;$$

$$0,54 - 0,542 = -0,002.$$

2. Кожне знайдене відхилення підноситься до квадрата: $\left(\hat{y}_i - y_i\right)^2$.

$$(+0,026)^2 = 0,000676;$$

$$(-0,026)^2 = 0,000676;$$

$$(-0,028)^2 = 0,000784;$$

$$(+0,030)^2 = 0,000900;$$

$$(-0,002)^2 = 0,000004.$$



3. Квадрати відхилень підсумовуються і діляться на число відхилень мінус 1:

$$\begin{aligned} & \frac{\sum (y_i - y_i)}{(n-1)} = \\ & = \frac{(0,000676 + 0,000676 + 0,000784 + 0,000900 + 0,000004)}{(5-1)} = \\ & = 0,00076. \end{aligned}$$

4. Із середнього квадрата відхилень добувається квадратний корінь:

$$\sqrt{\frac{\sum (y_i - y_i)}{(n-1)}} = \sqrt{0,00076} = 0,0275681 \approx 0,03 \text{ грн.}$$

Таким чином, ризикова надбавка у розглянутому прикладі становить 0,03 грн. із 100 грн. страхової суми.

Визначення тарифних бруто-ставок на основі затвердженої нормативної структури

Обчислені у викладеному вище порядку основна частина нетто-ставки і ризикова надбавка підсумовуються за кожним ризиковим видом страхування. Отриманий результат є часткою тарифної бруто-ставки, призначеної для формування фонду виплат по даному виду страхування.

На основі передбаченого у нормативній структурі тарифної ставки питомої ваги нетто-ставки визначається розмір бруто-ставки, а потім окремих статей навантаження в гривнях із 100 грн. страхової суми за формулою



$$T_B = \frac{T_n}{(100 - f)} \cdot 100,$$

де T_B — тарифна брутто-ставка, грн.;

T_n — тарифна нетто-ставка, грн.;

f — питома вага навантаження у брутто-ставці відповідно до затвердженої нормативної структури, %.

У прикладі розрахунку нетто-ставки при стійкості ряду показників збитковості нетто-ставка становить 0,31 грн. (0,27 + 0,04).

У прикладі розрахунку нетто-ставки при наявності тенденції до збільшення збитковості нетто-ставка становить 0,79 грн. (0,76 + 0,03) із 100 грн. страхової суми.

Нехай затверджена така нормативна структура тарифної ставки, %:

1. Нетто-ставка на формування фонду виплат (включаючи відрахування на формування запасного фонду) — 70.
2. Навантаження, всього — 30, у тому числі:
 - витрати на проведення страхування — 16;
 - витрати на фінансування запобіжних заходів — 4;
 - прибуток — 10.
3. Тарифна брутто-ставка (70 + 30) – 100.
Тоді брутто-ставка у першому прикладі

$$T_B = \frac{0,31}{(100 - 30)} \cdot 100 = 0,44 \text{ грн.}$$

Визначасмо навантаження і його статті:

- навантаження, всього, грн. (0,44 · 30 / 100) – 0,13;
- витрати на проведення страхування, грн. (0,44 · 16 / 100) – 0,07;
- витрати на фінансування запобіжних заходів, грн. (0,44 × 4 / 100) – 0,02;
- прибуток, грн. (0,44 · 10 / 100) – 0,04.



Брутто-ставка у другому прикладі

$$T_B = \frac{0,79}{(100 - 30)} \cdot 100 = 1,13 \text{ грн.}$$

Визначаємо навантаження і його статті:

- навантаження, всього, грн. $(1,13 \cdot 30 / 100) - 0,34$;
- витрати на проведення страхування, грн. $(1,13 \cdot 16 / 100) - 0,18$;
- витрати на фінансування запобіжних заходів, грн. $(1,13 \cdot 4 / 100) - 0,05$;
- прибуток, грн. $(1,13 \cdot 10 / 100) - 0,11$.

3.3. Методика актуарної оцінки ступеня страхових ризиків

В основі економіки страхування лежить принцип розподілу збитку, понесеного деякими, між всіма учасниками страхування. По суті, страховики — це фахівці в області оцінки, прогнозування і управління ризиками. Поняття «ризик» означає небезпека несприятливого результату на очікуване явище. Це гіпотетична можливість настання збитку. Усякий конкретний ризик, наприклад ризик вибору завищеного (заниженого) значення ставки дисконтування при використанні дохідного методу в оцінці ринкової вартості конкретного будинку, являє собою тільки можливість настання визначеної несприятливої події (наприклад, одержання помилкового значення поточної ринкової вартості конкретного оцінюваного будинку). Ризик — об'єктивне явище в будь-якій сфері людської діяльності і виявляється як безліч окремих відособлених ризиків. Так, у випадку завищення (заниження) прогнозованої ставки дисконтування помилковими в дохідному методі виявляються й оцінки ринкової вартості не тільки будь-яких будинків, але й акцій, інших цінних паперів і т. д.



Математичні розрахунки параметрів у ризиковому страхуванні базуються на ймовірних розрахунках і пов'язані з необхідністю обліку флуктуацій сумарного розміру виплат. Послідовний виклад теорії ризику вимагає досить високої математичної підготовки фахівців.

Під страховим ризиком, як правило, розуміється ймовірність настання збитку життю, здоров'ю, майну страхувальника (застрахованого), у результаті страхового випадку. Спираючись на дані статистики попередніх гомогенних (аналогічних) страхових випадків, страховик (актуарій) може з достатнім ступенем ймовірності визначити величину того або іншого ризику. З цією метою на практиці широко використовується математичний апарат теорії ймовірностей і математичної статистики, на підставі яких будуються страхові тарифи, а вся сукупність розроблених до теперішнього часу математичних методів побудови страхових тарифів називається актуарними розрахунками.

За допомогою актуарних розрахунків визначається собівартість і вартість послуги, що надається страховиком страхувальникові. Визначення витрат, необхідних на страхування конкретного об'єкту, — один з найбільш складних і відповідальних моментів у діяльності страховика. З одного боку, актуарні розрахунки дозволяють визначити собівартість послуги, яка надається страховиком, а з іншого боку — за допомогою них ведеться всебічний аналіз впливу економічних, фінансових, організаційних і інших можливих факторів на діяльність страховика.

Математичний апарат страхової справи може бути представлений за допомогою моделі водяного резервуара. Характерна властивість моделі полягає в тому, що приплив у резервуар вважається регулярним, тоді як витрата (стік) з нього — у край нерегулярним, залежним від непередбачених подій. Цей резервуар має стійкий приплив і так названі стохастичні витрати. Останнє обумовлено двома причинами:

- по-перше, заздалегідь невідомо, коли відбудеться страховий випадок;
- по-друге, невідомий розмір страхового відшкодування.

Хоча така проста модель може дати лише наближену і неповну картину дійсності, проте, вона здатна описати багато істотних сторін конкретної практичної задачі.

Приплив у резервуар представлений премією (внеском, платежем) страхувальника. Премія — це ціна страхування (або перестраховування). Витрата з резервуара представлена страховим відшкодуванням збитків, понесених страхувальником, за рахунок коштів страхової компанії.

Основні задачі страхових актуарних розрахунків можуть бути умовно поділені в такий спосіб:

- дослідження й згрупування ризиків у рамках страхової сукупності, тобто виконання вимоги наукової класифікації ризиків з метою створення гомогенної підсукупності в рамках загальної страхової сукупності;
- вирахування математичної ймовірності настання страхового випадку, визначення частоти і ступеня важкості наслідків заподіяння збитку як в окремих ризикових групах, так і в цілому по страховій сукупності;
- математичне обґрунтування необхідних витрат на ведення справи страховиком і прогнозування тенденцій їх розвитку;
- математичне обґрунтування необхідних резервних фондів страховика, пропозиція конкретних методів і джерел формування цих фондів.

Питання побудови страхових тарифів займають центральне місце в діяльності будь-якого страховика. Значення їх визначається тим, що страховик, як правило, проводить ряд різних за змістом і характером видів страхування, що вимагають адекватного математичного виміру узятих за договорами зобов'язань.

При організації актуарних розрахунків необхідно передбачати деякі *загальні питання*, що не залежать від конкретного виду страхування. До них належать: *визначення нетто-премії, надбавки за ризик і витрат на ведення справи.*

Тарифна ставка (премія) — це ціна страхового ризику й інших витрат, адекватне грошове вираження зобов'язань страховика за



укладеним договором страхування. Сукупність тарифних ставок носить назву тарифу.

Тарифна ставка, за якою укладається договір страхування, називається брутто-ставкою. У свою чергу, брутто-ставка складається з двох частин: нетто-ставки і навантаження. Власне нетто-ставка виражає ціну страхового ризику пожежі, повені, вибуху і т. д. Навантаження покриває видатки страховика по організації і проведенню страхової справи, включає відрахування в запасні фонди, містить елементи прибутку. *В основі побудови нетто-ставки по будь-якому виду страхування лежить ймовірність настання страхового випадку.*

Під ймовірністю якої-небудь події A — що позначається $P(A)$ — називається відношення числа випадків M , коли ця подія відбувається, до загального числа всіх рівно можливих випадків N , коли воно в принципі могло відбутися. Ймовірність кожної (у тому числі і страхової) події знаходиться в межах від 0 до 1. Якщо вона досягає своїх крайніх границь, то страхування на випадок настання даної події проводиться не може. Страхові відносини складаються тільки тоді, коли заздалегідь невідомо, відбудеться в даному році та чи інша подія, тобто чи буде мати місце страховий випадок. У страхуванні під ймовірністю страхової події $P(A)$ за визначений період часу, наприклад рік, розуміють відношення кількості страхових випадків до числа застрахованих об'єктів: M/N .

Частота страхових подій визначається як відношення між числом страхових подій і числом застрахованих об'єктів — L/N , тобто частота страхових подій показує, скільки страхових випадків приходить на один об'єкт страхування. Страхова подія (град, ураган, і т. п.) може викликати кілька страхових випадків, тобто охопити своїм шкідливим впливом численні об'єкти страхування (випадки).

Спустошливість страхової події (коефіцієнт кумуляції ризику) являє собою відношення числа постраждалих об'єктів страхування до числа страхових подій — M/L . Мінімальний коефіцієнт кумуляції ризику дорівнює 1. Якщо спустошливість більше 1, то більше кумуляція ризику і тим більше цифрове значення між числом страхових подій і



числом страхових випадків. З цієї причини на практиці страхові компанії при висновку договорів майнового страхування прагнуть уникнути угод, де є великий коефіцієнт кумуляції.

Нетто-ставка цілком призначається для створення фонду виплат страхувальникам. У зв'язку з цим вона повинна бути побудована таким чином, щоб забезпечити еквівалентність взаємин між страховиком і страхувальником. Іншими словами, страхова компанія повинна зібрати стільки страхових премій, скільки має бути потім зробити виплат страхувальникам.

Однак при проведенні страхування сума виплачуваного страхового відшкодування постраждалим страхувальникам, як правило, відхиляється від страхової суми по них. Причому якщо за окремим договором виплата може бути трохи менше або дорівнює страховій сумі, то середня по групі об'єктів виплата на один договір може і перевищувати середню страхову суму. При побудові нетто-ставки враховується саме останній показник. У цих умовах розрахована нетто-ставка коректується на коефіцієнт, обумовлений відношенням середньої виплати до середньої страхової суми на один договір.

Коефіцієнт збитковості (ступінь знищення) b виражає співвідношення між сумою виплаченого страхового відшкодування Q і страховою сумою всіх постраждалих об'єктів страхування S ($b=Q/S$). Даний показник менше або дорівнює 1.

У результаті отримуємо наступну формулу для розрахунку нетто-ставки з 100 грн. страхової суми:

$$T_n = P(A) \cdot K \cdot 100, \quad (1)$$

де T_n — тарифна нетто-ставка;

A — страховий випадок;

$P(A)$ — ймовірність страхового випадку;

K — коефіцієнт відношення середньої виплати до середньої страхової суми на один договір, обумовлений як $\langle b \rangle = \langle Q \rangle / \langle S \rangle$, де дужки $\langle \rangle$ означають, що беруться середні величини.



Формула (1) дозволяє розмежувати поняття «ймовірність страхового випадку» і «ймовірність збитку». Ймовірністю збитку називається добуток ймовірності страхового випадку $P(A)$ на поправочний коефіцієнт K . Це більш загальний страховий термін.

При аналізі статистичної звітної інформації широко використовується поняття збитковості страхової суми, рівної відношенню сумарного відшкодування страхових випадків, які відбулися у звітному періоді, до сукупної суми застрахованих об'єктів:

$$y = \sum Q / \sum S = M \langle Q \rangle / N \langle S \rangle = P(A) \langle b \rangle, \quad (2)$$

де $\langle Q \rangle = \sum Q / M$; $\langle S \rangle = \sum S / N$; $\langle b \rangle = \langle Q \rangle / \langle S \rangle$ — відповідно середні величини страхового відшкодування, страхової суми і коефіцієнта збитковості.

Знаючи кількість страхових випадків і загальне число застрахованих об'єктів, за допомогою формули (2) із статистичних даних можна визначити середню вагу збитку, що надалі буде використана при розрахунку тарифних ставок.

Методика розрахунку тарифних ставок за ризиковими видами страхування може застосовуватися тоді, коли існує статистика або інша інформація, яка дозволяє розрахувати ймовірність настання події, страхові суми, виплати (відшкодування). Розрахунок проводиться за формулою:

$$T_n = T_o + T_r, \quad (3)$$

де T_o — основна ставка;

T_r — надбавка за ризик.

Надбавка за ризик розраховується, виходячи з наступних розумінь. У ризикових видах страхування ймовірність того, що фактичний рівень виплат перевищить очікуване середнє значення, дуже велика — складає приблизно 0,5 — і цією обставиною не можна зневажати.



Відхилення фактичного рівня виплат від очікуваного значення у більшу сторону можна визначити як ризик. Чим ширше діапазон можливих відхилень, тим вище ризик.

Невизначеність кінцевого результату ставить досить складну задачу для актуарія. З одного боку, розмір страхової премії повинен бути достатнім для забезпечення страхових виплат навіть у самій несприятливій ситуації, у протилежному випадку страховика чекає банкрутство. З іншого боку, можливо, хоча і вкрай мало ймовірно, що в самому несприятливому випадку сумарна страхова виплата може дорівнювати сукупній страховій сумі всіх застрахованих об'єктів. Якщо збирати премію в такому розмірі, то страхування втрачає зміст: внесок дорівнює страховій вартості об'єкта, а страховий випадок може і не відбутися. Звідси ясно, що реальний розмір страхової премії, що збирається, не повинний помітно перевищувати середній рівень виплат, не може із стовідсотковою гарантією забезпечити перевищення внесків над виплатами в будь-якій ситуації. Мова може йти про 95 % — й гарантії, 90 % — й гарантії і т. д., тобто про ризик з ймовірністю 5, 10 % і т. д.

Кількісна оцінка ризику можлива тільки тоді, коли відома аналітична або графічна функція розподілу ймовірностей для величини сумарної страхової виплати, тобто ймовірність реалізації кожного можливого її значення. При наявності такої інформації можуть бути виділені інтервали можливих значень суми грошових виплат, згрупованих за ступенем їх ймовірності, а виходить, вибираючи фіксоване значення величини верхньої границі очікуваних збитків (виплат) — Z_{max} , можна визначити ймовірність того, що фактичне значення суми виплат виявиться менше цього значення. Навпаки, якщо ми задаємо рівень надійності оцінки верхньої границі g , то з виду функції розподілу може бути встановлене гарантоване значення верхньої границі.

Різниця між рівнем верхньої границі Z_{max} і середнім значенням суми страхових виплат $\langle Z \rangle$ дає діапазон можливих — з деякою ймовірністю g — несприятливих відхилень рівня страхових виплат.



Зазвичай ця величина складає одне-три стандартні відхилення σ величини Z від її середнього значення $\langle Z \rangle$:

$$Z_{max}(g) - \langle Z \rangle = \alpha(g) \sigma, \quad (4)$$

де коефіцієнт $\alpha(g)$ у залежності від рівня гарантії безпеки g приймає значення від 1 до 3.

Величина сумарної страхової премії повинна бути достатньою для забезпечення страхових виплат, тому її прирівнюють до максимальної величини очікуваної суми страхових виплат $Z_{max}(g)$.

Страхова нетто-премія, отримана з одного страхувальника, дорівнює сумарній нетто-премії, поділеній на число договорів страхування:

$$T_n = Z_{max} / N = \langle Z \rangle [1 + \alpha(g) \sigma (Z_{max}(g) / \langle Z \rangle)] = T_o (1 + \alpha VZ) \quad (5),$$

де $VZ = \sigma (Z_{max} / \langle Z \rangle)$ — коефіцієнт варіації розміру сумарного страхового відшкодування.

З урахуванням формули (3) отримаємо наступну формулу для ризикової надбавки:

$$Tr = T_o \cdot \alpha VZ \quad (6)$$

Величина ризикової надбавки буде визначатися в залежності від конкретного виду коефіцієнта варіації. У більшості випадків конкретний вид розподілу втрат (розмірів окремих вимог про виплату страхових сум) не грає істотної ролі, оскільки сума позовів, пропонувананих страховикові (величина сумарного позову), зазвичай залежить тільки від середньої величини і дисперсії збитку. Справа в тім, що якщо кількість страхових випадків значно перевищує одиницю ($\langle N \rangle > 1$), то в силу центральної граничної теореми розподіл сумарного позову є нормальним розподілом. Позначивши його дисперсію як DZ , а математичне очікування (середнє значення сумарного позову) як:



$$\langle Z \rangle = \langle N \rangle \langle Q \rangle, \quad (7)$$

де $\langle N \rangle$, $\langle Q \rangle$ — середнє значення числа страхових випадків і величини страхової виплати, отримаємо наступне вираження для ризикової надбавки Tr :

$$Tr = [(T_0 \cdot \alpha) / (\langle N \rangle \langle Q \rangle)] \sqrt{(\langle N \rangle \cdot D_Q + \langle Q \rangle^2 \cdot D_N)} \quad (8),$$

де D_Q і D_N — дисперсії величини страхової виплати і кількості страхових випадків.

У найпростішому випадку, коли усі виплати однакові (а отже їх дисперсія дорівнює нулю), маємо:

$$Tr = (T_0 \cdot \alpha) \cdot 1 / \sqrt{\langle N \rangle}. \quad (9)$$

Формула (9) також дає непогане наближення, якщо коефіцієнт варіації рівня страхових виплат значно менше одиниці.

При включенні в страховий поліс декількох незалежних ризиків очікувана величина страхових виплат відповідно до теореми про додавання ймовірностей являє собою суму очікуваних страхових виплат по кожному ризику окремо, а ризикова надбавка обчислюється як середньоквадратична величина всіх ризикових надбавок.

При визначенні тарифної ставки до нетто-премії робляться відповідні надбавки, пов'язані із збільшенням ризику. Головна стаття цих надбавок — витрати на ведення справи. Останні витрати можна класифікувати як організаційні, аквізційні, ліквідаційні, управлінські і пов'язані з інкасацією платежів.

Розмір сукупної брутто-ставки розраховується за формулою:

$$Tb = Tn + Fabs \quad (10)$$

де Tb — брутто-ставка;
 Tn — нетто-ставка;
 $Fabs$ — навантаження.



У формулі (2) величини T_b , T_n , $Fabs$ вказуються в абсолютному розмірі.

При оцінці рентабельності окремих видів страхування основне значення має сума управлінських витрат. В актуарних розрахунках необхідно уточнити розмір витрат за окремими видами страхування в рамках окремих гомогенних груп з урахуванням їх характеру.

Як базисну інформацію в практиці актуарних розрахунків по оцінці ризиків використовується страхова статистика. Вона являє собою систематизоване вивчення й узагальнення найбільш масових і типових страхових операцій на основі вироблених статистичною наукою методів обробки узагальнених підсумкових натуральних і вартісних показників, що характеризують страхову справу. Усі показники, що підлягають статистичному вивченню, поділяються на дві групи: перша — відбиває процес формування страхового фонду, друга — його використання.

Статистичне спостереження в страховій справі ведеться за наступними основними ознаками: час і місце настання збитку, причина, страхове забезпечення, витрати на ліквідацію збитку, страхова сума і страхова вартість, ризикова група об'єкта страхування, поширюваність збитку на інші об'єкти, результати проведення запобіжних заходів. На підставі цих даних можуть бути обчислені відносні цифри кожної ознаки, складені спеціальні таблиці або електронні бази даних.

Аналіз отриманого масиву інформації показує закономірність настання страхового випадку і служить цілям наукового передбачення майбутнього розміру збитку. Чим більше число об'єктів спостереження, тим більш достовірну основу для оцінки майбутнього розвитку подій представляє встановлена ймовірність, тому що тільки у великій сукупності закон великих чисел може найбільш точно виявити свою дію.

Для розрахунку тарифів зазвичай використовують статистичні дані за рік: **збитковість, ймовірність страхового випадку, вага збитку і т. п.** вибір тимчасової бази в 1 рік обумовлений необхідністю згладити сильні сезонні коливання показників, властивий більшості



видів страхування. Однак навіть річні показники найчастіше міняються рік від року, правда вже не настільки сильно, як усередині року. Тому в розрахунках використовують значення показників, усереднені за ряд років протягом визначеного періоду, який називається тарифним. Тривалість тарифного періоду вибирається досить великою, щоб виявити основні закономірності зміни річних показників. Якщо показники мають досить регулярні коливання навколо середнього значення, то тривалість тарифного періоду варто вибрати рівну періодові цих коливань. Якщо показники мають стійку тенденцію до росту (зниження), то тарифний період повинний бути таким, щоб ця тенденція сформувалася і її можна було виділити на тлі коливань (зазвичай 7–12 років).

При аналізі страхова статистика повинна бути оброблена з урахуванням інфляції страхових відшкодувань. Звичайно, щоб одержати більш правдоподібну картину потенційних майбутніх збитків, минулі збитки необхідно істотно збільшити. Однак, чим істотніше це збільшення для старих страхових випадків, тим більше недостовірними стають виправлені статистичні дані. Серйозні сумніви з приводу використання старих страхових відшкодувань виникають не тільки через інфляцію, але і тому, що загальна ризикова ситуація, як, наприклад, у страхуванні відповідальності власників автотранспорту, радикально міняється.

Як наслідок, страхувальники при аналізі переважно беруть тільки недавні страхові випадки, що веде до нових труднощів, оскільки новітні статистичні дані не тільки менш змістовні через менше число врахованих при цьому страхових відшкодувань, але і, що ще гірше і серйозніше, часто проходить багато років, перш ніж страхові випадки улагоджуються і стає відома кінцева вартість страхових відшкодувань. Це так зване явище запізненого відшкодування змушує також коректувати вихідні статистичні дані.

Таким чином, перед актуарієм постає дилема. Якщо він врахує дані занадто багатьох минулих років, надійність статистики постраждає через включення в неї і наступного збільшення старих не



репрезентативних збитків. Якщо ж він візьме дані занадто свіжі, надійність знову постраждає через зменшення кількості страхових випадків і сумнівної корекції страхових відшкодувань за незавершеними страховими випадками.

Тому для визначення остаточного ступеня ризику по кожному виду страхування або об'єкту страхування і встановлення кінцевого страхового тарифу використовуються опитувальні аркуші (заяви). У цих аркушах по кожному виду страхування з'ясовуються додаткові фактори, що впливають на ступінь збільшення або зниження даних ризиків при страхуванні кожного конкретного об'єкта.

3.4. Розрахунок страхових тарифів із стахування від окремих ризиків

Найважливішим напрямком удосконалювання роботи страхових компаній є розширення сфери наданих ними послуг населенню.

Одним із шляхів такого розширення може бути надання страховальникам права укладання договорів страхування від окремих ризиків чи певної їх комбінації.

Наприклад, по страхуванню засобів транспорту: від пожежі, стихійних лих, викрадення, крадіжки окремих частин і деталей та комбінацій цих ризиків; по страхуванню тварин: від стихійних лих, нещасних випадків, викрадення, хвороб та комбінацій цих ризиків тощо за іншими видами страхування.

Основна проблема при запровадженні страхування від окремих ризиків — побудова тарифних ставок, які дозволяють забезпечити рентабельність страхових операцій.

Основою побудови тарифних нетто-ставок служить показник збитковості із 100 грн. страхової суми, математичне вираження якого включає 4 показники: кількість укладених договорів (K_d), середню страхову суму на один договір (C_c), кількість виплат (K_e) і середню виплату на один договір (C_e).

Розглянемо методику побудови тарифних ставок по страхуванню від окремих ризиків на прикладі страхування автомобілів.

Правилами страхування транспортних засобів передбачено чотири основних варіанти проведення страхування в залежності від набору ризиків, на випадок настання яких страхування проводиться.

Схематично вони виглядають так (табл. 11).

Таблиця 11

Основні варіанти ризиків при проведенні страхування автомобілів

Варіант	Обсяг відповідальності
1	Стихійні лиха; аварія; викрадення; крадіжка окремих частин і деталей; пожежа, вибух
2	Стихійні лиха; аварія; викрадення
3	Аварія
4	Пожежа, вибух

Кожний із варіантів страхування може проводитися без франшизи чи з франшизою. Крім того, є два об'єкти страхування: транспортний засіб і додаткове устаткування з багажем. Таким чином, по страхуванню транспорту передбачено 32 можливих варіанта страхування.

Розрахунок тарифних ставок за зазначеними варіантами складається з таких основних етапів:

1. Розрахунок нетто-ставок за кожним варіантом страхування (без франшизи):
 - а) автомобіля;
 - б) додаткового устаткування і багажу.



2. Розрахунок нетто-ставок за кожним варіантом страхування з встановленням франшизи по страхуванню автомобіля, додаткового устаткування і багажу.
3. Розрахунок бруutto-ставок за всіма можливими варіантами страхування.

1. Нетто-ставки рекомендується розраховувати з використанням даних про суму виплат у розрізі страхових ризиків згрупованих відповідно до наборів ризиків, що входять у кожний з чотирьох основних варіантів страхування. По кожній групі визначаються загальні суми виплат і знаходяться їх відношення до страхової суми за всіма укладеними договорами. Множенням отриманих результатів на 100 визначаються показники збитковості із 100 грн. страхової суми по страхуванню за умовами кожного з чотирьох основних варіантів. Після цього знаходяться середні арифметичні показники збитковості за три роки із 100 грн. страхової суми, що приймаються за величину нетто-ставок по відповідних основних варіантах страхування. Оскільки по даному виду страхування є два об'єкти страхування (транспортний засіб; додаткове устаткування і багаж), то розрахунок нетто-ставок у викладеному вище порядку провадиться по кожному об'єкту страхування окремо.

2. Встановлення франшизи означає, що збитки до визначеної межі (розміру франшизи) відшкодуванню не підлягають. Отже, при проведенні страхування із франшизою для визначення нетто-ставки від загальної суми виплат необхідно відняти ту її частину, яка проходила на суми до встановленого розміру франшизи.

Після визначення сум виплат розрахунок нетто-ставок проводиться в звичайному порядку (п. 1).

3. Після того, як визначені нетто-ставки з усіх варіантів страхування (за групами ризиків, за об'єктами страхування, з тією чи іншою франшизою або без такої) бруutto-ставки розраховуються виходячи з передбачуваної структури навантаження (частки відрахувань на проведення запобіжних заходів, витрат на проведення страхування, прибутку) у порядку, викладеному в розд. 3.7.



Викладений розрахунок тарифних ставок по страхуванню транспортних засобів від окремих ризиків може бути використаний при розробці тарифів по страхуванню від окремих ризиків (набору ризиків) за іншими видами страхування, не пов'язаних з накопиченням резервів внесків, з урахуванням специфіки їх проведення.

3.5. Розрахунок нормативів з окремих видів страхування

З метою виключення впливу на розмір прибутку факторів, що не залежать від роботи страхових компаній, а також спрощення порядку розрахунку сум резерву платежів і виплат по договорах страхування життя (включаючи страхування дітей і до одруження) та ризикових видах страхування застосовується *нормативний метод* їх формування. Цей метод використовується при складанні фінансових планів, а також для визначення по закінченні звітнього періоду (кварталу, півріччя, 9 місяців і року) суми коштів, залучених із запасного і резервного фондів або направлених до них.

Для формування зазначених витрат встановлюються такі нормативи:

- 1) по страхуванню життя:
 - норматив резерву платежів (відкладених виплат);
 - норматив поточних виплат;
 - норматив фонду виплат;
- 2) за ризиковими видами страхування — норматив фонду виплат.

Норматив резерву платежів по страхуванню життя розраховується як відсоткове відношення суми відрахувань у резерв до обсягу надходжень страхових платежів.

Норматив поточних виплат по страхуванню життя визначається як відсоткове відношення виплат страхових і викупних сум до загальної суми страхових платежів.



Норматив фонду виплат по страхуванню життя визначається шляхом додавання двох зазначених вище нормативів і використовується для здійснення перерахунків (по закінченні звітнього періоду) сум коштів, залучених з резерву платежів або направлених до нього.

Перші два нормативи призначені для складання фінансових планів.

Норматив фонду виплат за ризиковими видами страхування, з яких рівень виплат не встановлений у структурі тарифної ставки, визначається як відсоткове відношення сум виплат до платежів.

У цьому випадку у фінансовому плані сума відрахувань у запасний фонд окремих рядком не відображається.

Норматив фонду виплат за ризиковими видами страхування доцільно визначати, виходячи із середнього трирічного рівня виплат з урахуванням розширення відповідальності і ризикової надбавки.

Для розрахунку нормативу поточних виплат по страхуванню життя необхідно спочатку розрахувати відсоток витрат на проведення страхування з цього виду страхування і норматив відрахувань у резерв платежів.

При розробці нормативу необхідно врахувати у відповідному розмірі суму прибутку, що формувалася за рахунок економії по виплатах за травми, а також за рахунок достроково припинених договорів страхування життя.

Для встановлення розміру нормативу поточних виплат по страхуванню життя необхідно, прийнявши розмір тарифної ставки за 100 %, відняти від зазначеної величини прийнятий норматив витрат на проведення страхування і норматив відрахувань у резерв платежів.

Наприклад, витрати на проведення страхування (включаючи прогнозований прибуток) прийняті у розмірі 20 %, норматив відрахувань у резерв платежів — 6 %. При цих умовах норматив поточних виплат по страхуванню життя становитиме 74 % ($100 - 20 - 6$).

Норматив фонду виплат по страхуванню життя визначається, як зазначено вище, шляхом додавання двох величин: нормативу резерву платежів і нормативу поточних виплат.



Абсолютні значення показників, які задіяні при формуванні фінансового плану із застосуванням нормативів, визначаються шляхом множення запланованих до надходження платежів за відповідними видами страхування на встановлений норматив і діленням отриманої величини на 100.

По закінченні звітного періоду суми коштів, залучених з резерву платежів чи запасного фонду по ризикових видах страхування (чи направлених до них), визначаються також з використанням відповідних нормативів. Для цього розраховується нормативна сума виплат (шляхом множення платежів, що фактично надійшли на норматив фонду виплат) і порівнюється з фактичними виплатами.

Якщо фактична сума виплат виявиться більше нормативної, то на суму різниці залучаються кошти відповідно з резерву платежів чи запасного фонду по ризикових видах страхування.

Коли фактична сума виплат виявиться менше нормативної, сума різниці направляється на збільшення резерву платежів чи запасного фонду.

Середні нормативи по страховій компанії, отримані в результаті їхньої диференціації по підвідомчих філіях, можуть відхилитися від зазначених розмірів, але не більше ніж на 5 %, для того, щоб забезпечувалася фінансова стійкість проведення страхових операцій.

Розрахунки зазначених коштів доцільно робити за певними формами (табл. 12, 13).

3.6. Визначення тарифних ставок для нових видів страхування

За діючими видами страхування основою побудови нетто-ставки є збитковість із 100 грн. страхової суми за ряд років. За новими видами страхування цей показник відсутній.

Нетто-ставка за новими видами страхування, як і за діючими, складається з основної частини і ризикової надбавки.



Таблиця 12

Розрахунок резерву платежів за довгостроковими видами страхування і страхового пенсійного фонду

Показник	Код рядка	Довгострокові види страхування	
		страхування життя	пенсійне страхування
Фактично надійшло: • премій, тис. грн.	1	258000,0	1000,0
Передбачено на виплату по нормативу: • норматив, % до премій • сума, тис. грн.	2	85,0	92,0
	3	219300,0	920,0
Фактичні виплати страхових і викупних сум, тис. грн.	4	219900,0	20,0
Належить перерахуванню в резерв платежів, пенсійний фонд (+), поверненню із резерву платежів, пенсійного фонду (-) (ряд. 3—ряд. 4)	5	-600,0	900,0

Основна частина нетто-ставки може бути розрахована виходячи з ймовірної частоти страхового випадку і ймовірного відношення середньої майбутньої виплати до середньої очікуваної страхової суми, а ризикова надбавка — з використанням коефіцієнта вибірковості.

Поява нового виду страхування завжди пов'язана із наявністю страхового інтересу у певної категорії потенційних страхувальників. Це означає, що, з одного боку, є об'єкти страхування, а з іншого боку — страхові ризики, яким ці об'єкти піддаються з тієї чи іншою частістю.



Таблиця 13

Розрахунок коштів, залучених із запасного фонду
за ризиковими видами страхування, або направлених до нього

Показник	Код рядка	Види страхування:			
		ризикові	юридичних осіб	сільгосп-підприємств	Всього
Фактично надійшло: • премій, тис. грн.	1	32600,0	2000,0	1000,0	x
Передбачено на виплату по нормативу: • норматив, % • сума, тис. грн.	2	55,0	80,0	86,0	x
	3	17930,0	1600,0	860,0	20390,0
Фактичні виплати, тис. грн.	4	13040,0	1700,0	880,0	15620,0
Належить перерахуванню у резервний фонд (+), поверненню із резервного фонду (-) (ряд. 3–ряд. 4)	5	+4890,0	-100,0	-20,0	+4770,0

Пропонована частість страхового випадку за новим видом страхування — це відношення числа потенційних об'єктів страхування, що піддаються тому чи іншому набору ризиків (окремому ризику), які складають обсяг відповідальності з цього виду страхування, до загального числа потенційних об'єктів страхування:

$$Ч_{пр.} = \frac{K_c}{K_o},$$



де $Ч_{пр.}$ — передбачувана частість страхового випадку за новим видом страхування;

K_c — кількість потенційних страхових випадків (виплат страхового відшкодування чи страхових сум) за певний період;

K_o — загальне число потенційних об'єктів страхування.

При побудові основної частини тарифної нетто-ставки за новим видом страхування враховується також ймовірне відношення середньої майбутньої виплати до середньої очікуваної страхової суми чи поправочний коефіцієнт:

$$K_{пр.} = \frac{C_a}{C_c},$$

де C_a — передбачувана середня виплата на один договір (об'єкт) страхування;

C_c — передбачувана середня страхова сума на один договір (об'єкт) страхування.

Величина ризикової надбавки за новим видом страхування може бути розрахована із застосуванням коефіцієнта вибірковості, що дозволяє врахувати вплив рівня розвитку на рівень збитковості страхової суми. Цей вплив полягає в тому, що із збільшенням рівня розвитку рівень збитковості порівняно знижується, оскільки в страхування входять нові категорії страхувальників, які менше підпадають під страховий ризик.

Коефіцієнт вибірковості розраховується по формулі

$$K_{виб.} = \frac{1 - K_o \cdot (1 - K_p)}{K_p},$$

де K_p — коефіцієнт передбачуваного рівня розвитку страхування;

K_o — коефіцієнт відставання відносного зниження (збільшення) суми виплат у порівнянні зі зниженням (збільшенням) рівня розвитку страхування.



Коефіцієнт передбачуваного рівня розвитку страхування — це передбачуваний рівень розвитку страхування у відсотках, поділений на 100, тобто $K_p = \frac{Y_p}{100}$, де Y_p — передбачуваний рівень розвитку страхування у відсотках. Коефіцієнт розвитку не може бути меншим за 0 і більшим за 1. Іншими словами, виконується нерівність: $0 < K_p < 1$. Чим ближче K_p до 0, тим більше вибірковість страхування; чим ближче K_p до 1, тим вибірковість менше.

Для коефіцієнта відставання також виконується зазначена нерівність, тобто $0 < K_o < 1$. Коефіцієнт відставання показує, на скільки відсотків приблизно зменшаться виплати страхувальникам при зниженні рівня розвитку, скажімо, на 10 %.

Наприклад, якщо $K_o = 0,7$, то це означає, що зниження рівня розвитку страхування на 10 % приводить до зменшення суми проведених виплат лише на 7 % і, таким чином, має місце відставання відносного зниження суми виплат у порівнянні із зниженням рівня розвитку. Чим ближче K_o до 0, тим більше вибірковість страхування і, навпаки, чим ближче K_o до 1, тим вибірковість страхування менше.

Тарифна нетто-ставка (T_n) за новим видом страхування визначається множенням трьох розглянутих вище показників: ймовірної частоти страхового випадку ($Ч_{np.}$), передбачуваного відношення середньої майбутньої виплати до середньої очікуваної страхової суми ($K_{np.}$) і коефіцієнта вибірковості ($K_{виб.}$). Крім того, оскільки тарифна ставка розраховується, як правило, із 100 грн. страхової суми, зазначений добуток збільшується на 100. Таким чином,

$$T_n = Ч_{np.} \cdot K_{np.} \cdot K_{виб.} \cdot 100.$$

Розглянемо приклад розрахунку тарифної нетто-ставки за им видом страхування.

Припустимо, розробляється індивідуальне добровільне страхування спортсменів від нещасних випадків. За даними статистики в



країні близько 500 тис. спортсменів. У середньому щорічно травмується 32,5 тис. чол. Передбачуване відношення середньої майбутньої виплати до середньої очікуваної страхової суми — 0,3 (30 %). Передбачається також, що страхуванням буде охоплено 40 % спортсменів, причому коефіцієнт відставання приймається рівним 0,8.

За цих умов тарифна нетто-ставка розраховується як

$$Ч_{пр.} = \frac{K_c}{K_o} = \frac{32,5}{500,0} = 0,065;$$

$$K_{пр.} = \frac{C_a}{C_c} = 0,3;$$

$$K_{виб.} = \frac{1 - K_o \cdot (1 - K_p)}{K_p} = \frac{1 - 0,8 \cdot (1 - 0,4)}{0,4} = 1,3;$$

$$T_n = Ч_{пр.} \cdot K_{пр.} \cdot K_{виб.} \cdot 100 = 0,065 \cdot 0,3 \cdot 1,3 \cdot 100 = 2,53 \text{ грн.}$$

Отже нетто-ставку в цьому випадку доцільно встановити у розмірі 2,53 грн. із 100 грн. страхової суми. При цьому основна частина нетто-ставки ($T_{н.осн.}$) становить 1,95 грн. і визначається по формулі:

$$T_{н.осн.} = Ч_{пр.} \cdot K_{пр.} \cdot 100 = 0,065 \cdot 0,3 \cdot 100 = 1,95 \text{ грн.},$$

а ризикова надбавка ($T_{н.ризик.}$) становить 0,58 грн. і розраховується по формулою:

$$T_{н.ризик.} = T_n - T_{н.осн.} = T_{н.осн.} \cdot (K_{виб.} - 1) = 1,95 \cdot (1,3 - 1) = 0,58 \text{ грн.}$$

Розрахунок тарифної брутто-ставки за новими видами страхування проводиться аналогічно порядку, викладеному у попередньому розділі.

На закінчення можна привести таку методику, яка дозволяє визначити страховий тариф для будь-яких видів страхування (крім накопичувальних):



$$q = M/N, \quad S_s = \sum_{k=1}^m S_s k/M,$$

де q — ймовірність настання страхового випадку по даному полісу;
 S_s — середнє відшкодування по одному полісу при настанні страхової події;
 M — кількість страхових випадків;
 N — кількість полісів.

Нетто-ставка складається з двох частин: основної частини — T_o і ризикової надбавки — T_p :

$$T_n = T_o + T_p.$$

Основна частина нетто ставки відповідає середнім виплатам страховика, які залежать від ймовірності настання страхового випадку q і середньої спустошеності страхового випадку. Тоді основна частина страхового тарифу визначається по формулі

$$T_o = q \cdot w \cdot 100.$$

Ризикова надбавка вводиться для того, щоб врахувати ймовірність перевищення кількості страхових випадків відносно їх середнього значення.

Крім ймовірності настання страхового випадку q і середньої величини страхового відшкодування S_s , ризикова надбавка залежить ще від трьох параметрів: n — кількість договорів, віднесених до періоду часу, на який проводиться страхування; стандартного відхилення відшкодувань R_b і гарантій γ — ймовірність, з якою передбачається забезпечити перевищення виплат над зібраними платежами.

Можливі два варіанти розрахунку ризикової надбавки:

1. Ризикова надбавка може бути розрахована для кожного ризику. В цьому випадку



$$T_p = T_o \alpha(\gamma) \sqrt{1/nq \left[1 - q = (R_b/S_s)^2 \right]},$$

де $\alpha(\gamma)$ — коефіцієнт, який залежить від гарантій безпеки γ (ймовірності нерозорення страхової компанії). Його значення можна отримати з таблиці:

γ	0,84	0,9	0,95	0,98	0,9986
α	1,0	1,3	1,645	2,0	3,0

R_β — середньоквадратичне відхилення відшкодування при настанні страхового випадку. При наявності необхідної статистики виплат страхових відшкодувань дисперсія α_β та R_β визначається таким чином:

$$D_\beta = \frac{1}{M-1} \sum_{k=1}^m (S_{BK} - S_B)^2, \quad R_\beta = \sqrt{D_\beta},$$

де S_{BK} — страхове відшкодування при R -тому страховому випадку. Якщо у страховій компанії немає даних про величину R_β , допускається розрахунок ризикової надбавки за формулою:

$$T_p = 1,2 \cdot T_o \alpha(\gamma) \sqrt{\frac{1-q}{nq}}.$$

2. У тому випадку, коли страхова організація проводить страхування за деякими видами ризику ($j = 1; m$), ризикова надбавка може бути розрахована по всьому страховому портфелю, що дозволяє дещо зменшити її розмір:

$$T_p = T_o \alpha(\gamma) \mu,$$

де μ — коефіцієнт варіації страхового відшкодування, який відповідає відношенню середньоквадратичного до очікуваних виплат страхового відшкодування. Якщо j -ий ризик характеризується ймовірністю його настання q_j , середнім відхиленням S_{bj} і середньоквадратичним відхиленням відшкодування R_{bj} , то

$$\mu = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^m [S_{bj}^2 n_j q_j (1 - q_j) + R^2 B_j n g_j]}}{\sum_{j=1}^m S^2 B_j n q_j}.$$

При незмінній величині R_{bj} середньоквадратичного відхилення при настанні j -го ризику відповідний доданок у чисельнику цієї формули допускається замінити величиною

$$1,44 S_{bj}^2 n_j q_j (1 - q_j).$$

Якщо не відома жодна з величин R_{bj} , то μ розраховується за формулою:

$$\mu = 1,2 \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^m S_{bj}^2 n_j q_j (1 - q_j)}}{\sum_{j=1}^m S_{bj}^2 n_j q_j}.$$

Брутто-ставка T_e розраховується за формулою:

$$T_e = \frac{100 \cdot T_n}{100 - f},$$

де f — частка навантаження в загальній тарифній ставці (у % — max).



Величина навантаження включає в себе такі показники:

- витрати на проведення страхування;
- витрати на запобіжні заходи (якщо такі передбачені умовами);
- прибуток.

3.7. Актуарні розрахунки в добровільному медичному страхуванні

Актуарні розрахунки є основою визначення фінансових взаємин між страховиком і страхувальником і встановлення страхових тарифів.

Актуарні розрахунки — це система математичних і статистичних методів, за допомогою яких визначаються розміри страхових тарифів і частка участі кожного страхувальника в створенні страхового фонду, величина (розмір) страхового фонду і його достатність для виплат сум страхового відшкодування і забезпечення, фінансова стійкість і рентабельність страхових операцій, ефективний страховий захист інтересів страхувальників.

Особливість визначення тарифних ставок у добровільному медичному страхуванні (ДМС) полягає в тому, що цей вид страхування, з одного боку, належить до видів страхування життя, що припускає виплату страхової суми, з іншого боку — для ДМС характерний ймовірний характер виплат, що припускає виплати на принципі відшкодування збитку. У зв'язку із цим актуарні розрахунки в ДМС базуються на основних принципах розрахунку тарифних ставок за іншими видами страхування, чим страхування життя з урахуванням особливостей страхування життя.

По-перше, розрахунок тарифних ставок виробляється щодо основних видів медичної допомоги: амбулаторно-поліклінічної, стаціонарної й комплексної (включаючи амбулаторно-поліклінічну й стаціонарну допомогу разом). Додатково можуть бути виділені інші види медичної допомоги: швидка медична допомога, денні стаціонари,



діагностичні дослідження, стоматологічна допомога, лікарське забезпечення й т. д. залежно від напрямків ДМС у страховій компанії.

По-друге, у рамках ліцензійних напрямків ДМС страхова компанія розробляє окремі програми ДМС, наприклад, такі: стоматологічної допомоги, діагностичних досліджень та інші, для яких розрахунок тарифних ставок проводиться окремо.

По-третє, при розрахунку тарифних ставок і розробці програм ДМС повинні бути виключені ті види медичної допомоги (по об'ємах, вартості), які закладені в Територіальній програмі державних гарантій забезпечення населення області (міста) безкоштовною медичною допомогою.

По-четверте, для розрахунку тарифних ставок по ДМС використовуються дані окремої галузі статистики — медичної статистики (статистики охорони здоров'я), у яких враховуються як основні демографічні показники (тривалість життя, смертність), так і показники захворюваності, госпіталізації.

По-п'яте, розрахунок тарифних ставок ДМС може проводитись на випадок виплати страхової суми або добових виплат (розрахунок по стаціонарній медичній допомозі) при настанні захворювання.

По-шосте, залежно від тривалості договорів ДМС існують розходження в характері страхових виплат і бази статистичних даних, необхідної для розрахунку страхових тарифів. Так, при укладанні договорів ДМС строком на один рік тарифи розраховуються дискретно й диференційовано залежно від приналежності застрахованого до певної групи ризику для кожного віку. Поточні страхові виплати при цьому здійснюються за рахунок страхових внесків, що надходять у даний фінансовий рік. При висновку ж багаторічних, довгострокових контрактів ДМС для розрахунку страхових тарифів береться до уваги не тільки ріст вікової захворюваності, але й зміна демографічного фактора в часі, зміна статистики захворюваності застрахованих протягом строку страхування, можлива кумуляція застрахованих ризиків. Страхові внески при цьому використовуються як для фінансування поточних виплат, так і створення резервів, призначених для



майбутніх виплат з урахуванням зміни ступеня ризику в різних вікових категоріях застрахованих.

По-сьоме, при розрахунку страхових тарифів накопичувального ДМС, що припускає одержання певного інвестиційного доходу застрахованими за рахунок розміщення страхових резервів страховиком, можуть бути використані відомі підходи за аналогією зі страхуванням життя.

У зв'язку з тим, що в цей час (і, ймовірно, у найближчому майбутньому) будуть відсутні реальні умови здійснення накопичувального ДМС, а також одноразові укладання договорів ДМС на тривалий строк у зв'язку з низьким андерайтингом страхових компаній, в якості методичної основи автори пропонують використовувати наступний принциповий порядок розрахунку тарифних ставок у ДМС.

1. Розрахунок тарифних ставок по ДМС проводиться за *диференційованими видами медичної допомоги*, які, як правило, діляться на:

- амбулаторно-поліклінічну;
- стаціонарну;
- комплексну (включаючи амбулаторно-поліклінічну й стаціонарну).

Розмір сукупної *брутто-ставки* розраховується по формулі:

$$B_{cm} = \frac{H_{cm}}{100 - n}, \quad (1)$$

де B_{cm} — брутто-ставка, од.;

H_{cm} — нетто-ставка, од.;

n — навантаження, %.

Нетто-ставка розраховується за наступною формулою:

$$H_{cm} = H_0 + H_p, \quad (2)$$

де H_0 — основна частина нетто-ставки. Вона визначається як:

$$H_0 = 100 \cdot V / C \cdot p, \quad (3)$$

B — середнє відшкодування, од.;

C — середня страхова сума, од.;

p — ймовірність настання страхового випадку. Вона розраховується за формулою:

$$p = [1 - (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) \cdot \dots \cdot (1 - p_k)], \quad (4)$$

p_1, p_2, \dots, p_k — ймовірності звернення за медичною допомогою для кожного класу хвороб (профілю відділення), передбачених умовами страхування;

H_p — ризикова надбавка. Вона може бути розрахована:

- при наявності даних по числу укладених договорів страхування по формулі

$$H_p = H_0 \cdot \alpha(\gamma) \cdot \sqrt{\frac{1 - p + (\sigma)^2}{n \cdot p}}, \quad (5)$$

$\alpha(\gamma)$ — гарантія безпеки;

σ^2 — середньоквадратичне відхилення середнього відшкодування;

n — число договорів страхування;

- при відсутності даних по числу укладених договорів страхування за формулою:

$$H_p = H_0 \cdot \alpha(\gamma) \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n - 1}}, \quad (6)$$

n — число років спостереження;

- при розробці нової Програми ДМС за формулою

$$H_p = 1,2 \cdot H_0 \cdot \alpha(\gamma) \cdot \sqrt{\frac{1 - p}{n \cdot p}}, \quad (7)$$

n — прогнозоване число договорів ДМС.



2. З врахуванням того, що ДМС підлягають особи з істотно різними індивідуальними особливостями від середніх характеристик (вік, стан здоров'я, умови праці, спосіб життя та ін.), ймовірність настання випадку захворювання в цих осіб різна. У зв'язку з цим розроблюються загальні принципи диференційованих тарифних ставок за даними ознаками. Базова тарифна ставка (нетто-ставка) коректується за наступними *групами здоров'я* залежно від результатів попереднього медичного огляду:
 - *група здоров'я 1* — практично здорові особи без обтяженої спадковості, що мають в анамнезі дитячі хвороби, простудні захворювання, апендицит, грижу; без шкідливих звичок або при їх помірній виразності, що не працюють на виробництві з особливо шкідливими умовами праці;
 - *група здоров'я 2* — практично здорові особи з підвищеним ризиком захворювання, обтяжені спадковістю діабету, серцево-судинними, печінковою і жовчнокам'яною хворобами, психічними захворюваннями. В анамнезі — черепно-мозкові травми, ускладнені дитячі хвороби, зловживання алкоголем, паління, що працювали або працюють на виробництві з особливо шкідливими умовами праці;
 - *група здоров'я 3* — особи працездатного віку, що мають хронічні захворювання з тенденцією до загострення частіше двох разів у рік, які зловживають алкоголем, систематично вживають транквілізатори, снодійні, страждають вираженими неврозами, психопатіями, гіпертонічною хворобою I і II ступеня.
3. Тарифні ставки також диференціюються за віком, статтю, міському й сільському населенню, при індивідуальному або колективному страхуванні.
4. *Страховим випадком* у ДМС є *звернення за медичною допомогою* за будь-якого випадку: установлення діагнозу з подальшим лікуванням або без нього, прояв одного або декількох захворювань і відповідне лікування, непрацездатність і т. д.



Розрахуємо тарифні ставки за трьома напрямками ДМС: амбулаторно-поліклінічної, стаціонарної, комплексної медичної допомоги.

Амбулаторно-поліклінічна допомога

Страховим випадком вважається звернення застрахованого за медичною допомогою в поліклініку. Уточнимо, що одне звернення припускає одне або кілька відвідувань поліклініки.

Відповідно до формули (4) за даними таблиці 1 знаходимо ймовірність настання страхового випадку, тобто звернення за амбулаторно-поліклінічною допомогою:

$$p = [1 - (1 - 0,0391) \cdot (1 - 0,0177) \cdot (1 - 0,0077) \cdot (1 - 0,0199) \times \\ \times (1 - 0,0403) \cdot (1 - 0,3195) \cdot (1 - 0,0434) \cdot (1 - 0,0823) \cdot (1 - 0,0498) \cdot \\ \times (1 - 0,0478) \cdot (1 - 0,0706)] = 1 - 0,44 = 0,56.$$

Для одержання більше достовірного показника ймовірності настання страхового випадку можна взяти даний показник за ряд років і прорахувати його значення з відхиленням.

Далі розраховуємо *збитковість страхової суми* — *В/С*. Оскільки страхова сума покликана обмежити межу у витратах на лікування, орієнтуємося на максимальне число відвідувань одного застрахованого за медичною допомогою.

За даними медичної статистики середнє число відвідувань, що приходить на одне звернення становить 8, максимальне число відвідувань — 14. Середня вартість одного відвідування приблизно дорівнює 30 грн. Звідси збитковість страхової суми становить 0,57 $(8 \cdot 30 / 14 \cdot 30)$.

Якщо відсутні необхідні дані для розрахунку збитковості страхової суми, то можна прийняти, що рекомендується в Методиках розрахунку тарифних ставок за ризиковими видами страхування даний показник у розмірі не нижче 0,3.



Таблиця 14
Амбулаторно-поліклінічні звернення

№ з/п	Класи хвороб	Число звернень на 1000 населення в амбулаторно-поліклінічні заклади
1	Число зареєстрованих захворювань із уперше встановленим діагнозом (випадків), усього, у тому числі:	859,1
2	Інфекційні й паразитарні хвороби	39,1
3	Хвороби ендокринної системи, розладу харчування, порушення обміну речовин і імунітету	17,7
4	Хвороби крові й кровотворних органів	7,7
5	Хвороби нервової системи й органів почуттів	19,9
6	Хвороби системи кровообігу	40,3
7	Хвороби органів дихання	319,5
8	Хвороби органів травлення	43,4
9	Хвороби сечостатевої системи	82,3
10	Хвороби шкіри й підшкірної клітковини	49,8
11	Хвороби кістково-м'язової системи й сполучної тканини	47,8
12	Травми й отруєння	70,6

Відповідно до формули (3) основна частина нетто-ставки дорівнює:

$$H_0 = 100 \cdot 0,57 \cdot 0,56 = 31,9 \text{ од.}$$



Ризикова надбавка розраховується за формулою (6) у зв'язку з тим, що відсутні дані про число укладених договорів страхування й прогнозована їх кількість не завжди є достовірною.

Показник гарантії безпеки приймається в розмірі 95 %, що відповідає $a(y) = 1,645$.

Середньоквадратичне відхилення дорівнює:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (q - qi)^2}{n - 1}} = 0,215.$$

Таблиця 15

Розрахунок середньоквадратичного відхилення

Роки	Середнє число відвідувань q	$q - qi$	$(q - qi)^2$
1-й	6,8	0,6	0,36
2-й	7,2	0,2	0,04
3-й	7,3	0,1	0,01
4-й	7,7	-0,3	0,09
5-й	8	-0,6	0,36
Всього	7,4		0,86

Далі робимо розрахунок повної нетто-ставки й тарифної ставки за амбулаторно-поліклінічною допомогою:

$$H_p = 31,9 \cdot 1,645 \cdot 0,215 = 11,3;$$

$$H_{cm} = 31,9 + 11,3 = 43,2;$$

$$B_{cm} = 43,2 / 1 - 0,2 = 54.$$



Стаціонарна допомога

Страховим випадком є госпіталізація застрахованого. Ймовірність настання страхового випадку розраховуємо за даними табл. 16.

$$p = [1 - 0,84] = 0,16.$$

Визначимо показник збитковості страхової суми. Середня вартість 1 ліжка-дня госпіталізації дорівнює 200 грн. За даними табл. 3 середнє число днів госпіталізації становить 15,3 ліжка-дні, максимальна тривалість лікування — 20,5 ліжка-днів. Звідси збитковість страхової суми дорівнює 0,75.

$$(15,3 \cdot 200 / 20,5 \cdot 200).$$

Основна частина нетто-ставки дорівнює: $H_0 = 0,16 \cdot 0,75 \cdot 100 = 12$.

Таблиця 16
Рівень госпіталізації

№ з/п	Найменування профілю відділення (ліжок)	Число госпіталізацій всього	Число госпіталізацій на 1 жителя	Ймовірність негоспіталізації (1 - p)	Середня тривалість однієї госпіталізації
1	2	3	4	5	6
1	Кардіологічні	18300	0,00686741	0,99313259	17,8
2	Ревматологічні	3085	0,001157703	0,998842297	20,3
3	Гастроентерологічні	6484	0,00243324	0,99756676	17,4
4	Пульмонологічні	5835	0,002189691	0,997810309	17,1
5	Ендокринологічні (т)	3924	0,001472553	0,998527447	18,1
6	Нефрологічні (т)	2099	0,000787688	0,999212312	13,2



Закінчення табл. 16

1	2	3	4	5	6
7	Гематологічні	1600	0,000600429	0,999399571	18,6
8	Алергологічні				15,8
9	Терапевтичні (загальні)	112292	0,04213963	0,95786037	15,5
10	Травматологічні	15507	0,005819286	0,994180714	15
11	Ортопедичні	1463	0,000549018	0,999450982	20,5
12	Урологічні	12269	0,004604167	0,995395833	13,1
13	Нейрохірургічні	4686	0,001758507	0,998241493	14,5
14	Опікові	986	0,000370015	0,999629985	20,3
15	Щелепно-лицьової хірургії	2198	0,00082484	0,99917516	10,6
16	Торакальної хірургії	3739	0,001403128	0,998596872	20,4
17	Проктологічні	1351	0,000506987	0,999493013	14,6
18	Кардіохірургічні	770	0,000288957	0,999711043	17,8
19	Судинної хірургії	856	0,00032123	0,99967877	18
20	Ендокринологічні (х)				11,1
21	Нефрологічні (х)				11
22	Хірургічні (загальні)	81582	0,03061514	0,96938486	12,7
23	Гнійна хірургія	4743	0,001779898	0,998220102	
24	Гінекологічні	61692	0,023151053	0,976848947	8,4
25	Отоларингологічні	13617	0,005110029	0,994889971	10,1
26	Офтальмологічні	15415	0,005784761	0,994215239	11,5
27	Неврологічні	34682	0,013015056	0,986984944	17,5
28	Дерматовенерологічні	4858	0,001823053	0,998176947	17,8
29	Інфекційні	42333	0,015886234	0,984113766	10,7



Далі розраховуємо середньоквадратичне відхилення (табл. 17).

Таблиця 17

Розрахунок середньоквадратичного відхилення

Рік	Середнє число відвідувань q	$q - q_i$	$(q - q_i)^2$
1995	14	0,7	0,49
1996	14,4	0,3	0,09
1997	14,8	-0,1	0,01
1998	15	-0,3	0,09
1999	15,3	-0,6	0,36
Усього	14,7		1,04

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\bar{q} - q_i)^2}{n-1}} = 0,5$$

$$H_p = 12 \cdot 1,645 \cdot 0,5 = 9,9.$$

$$H_{cm} = M + 9,9 = 21,9.$$

$$B_{cm} = 21,9 / 1 - 0,2 = 54,3 / 0,8 = 27,4.$$

Комплексна допомога

Розрахунок тарифної ставки за програмою «Комплексна медична допомога» проведений, виходячи із припущення про незалежність страхових подій, що ведуть до обігу за медичною допомогою за програмами «Амбулаторно-поліклінічна допомога» і «Стационарна допомога». Максимальна виплата за договором страхування, що



гарантує надання медичної допомоги в умовах стаціонару або амбулаторно-поліклінічної установи, установлена в розмірі:

$$C_k = C_a + C_c = 30 + 200 = 230.$$

Розмір платежу, що відповідає *основній частині нетто-ставки*, розрахований як сума відповідних частин платежу за програмами «Амбулаторно-поліклінічна допомога» і «Стаціонарна допомога»:

$$H_{ok} = (54/100 \cdot 30) + (27,4/100 \cdot 200) = 71 \text{ грн.}$$

Розмір платежу, що відповідає ризиковій надбавці, розрахований за формулою:

$$H_{pko} = \sqrt{\left(\frac{H_{рам}}{100} \cdot C_a\right)^2 + \left(\frac{H_{рст}}{100} \cdot C_{ст}\right)^2}. \quad (8)$$

$$H_{pкомп} = 1 \text{ грн.}$$

$$\text{Нетто-платіж } H_{ст} = 71 + 1 = 72 \text{ грн.}$$

$$\text{Страховий внесок: } 72 / (1 - 0,2) = 90 \text{ грн.}$$

Звідси базовий тариф за програмою «Комплексна медична допомога» складе:

$$B_{ст} = (90 / 230) \cdot 100 = 39 \text{ грн.}$$

Розрахунок тарифних ставок за групами здоров'я

Амбулаторно-поліклінічна, стаціонарна допомога

Отримані тарифні ставки характерні для середньої (другої) групи здоров'я. Розподіл розмірів тарифних ставок за групами здоров'я за амбулаторно-поліклінічною допомогою: 0,5:1:1,2 (відповідно для 1, 2 і 3 групи здоров'я); за стаціонарною допомогою — 0,6:1:1,5.



Для одержання самостійних значень тарифних ставок необхідно провести розрахунок за аналогами наявних даних з урахуванням груп здоров'я, отриманими у ході додаткового дослідження, у зв'язку з тим, що в офіційній статистиці значення за такими показниками відсутні.

Таблиця 18

Тарифні ставки:

амбулаторно-поліклінічна й стаціонарна допомога
(з 100 грн. страхової суми)

Програма страхування	Тариф по групах здоров'я		
	1	2	3
Амбулаторно-поліклінічна допомога	27,0	54,0	64,8
Стаціонарна допомога	16,44	27,4	41,1

Комплексна допомога

За наявності даних про розподіл страхових виплат за групами здоров'я розрахунок тарифних ставок за програмою «Комплексна медична допомога» за групами здоров'я проводиться відповідно до вищевикладеного порядку.

Розрахунок тарифних ставок за віковими групами і статтю. Тарифні ставки визначаються за віковими групами і статтю з урахуванням диференційованих коефіцієнтів. Коефіцієнти перерахунку тарифних ставок наведені в таблиці 19. Як приклад наведені витрати на лікування 45-літнього чоловіка. Для одержання достовірних відомостей необхідно проводити основний розрахунок тарифних ставок за віковими групами окремо по чоловіках і жінках.



Таблиця 19

Коефіцієнти перерахунку тарифних ставок

Вік у роках	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	50–54	55–59	60
Чоловіки	0,48	0,57	0,44	0,44	0,55	0,77	1,00	1,11	1,44	1,66
Жінки	0,66	0,77	0,88	0,88	1,00	1,11	1,22	1,44	1,55	1,88

Наведений розрахунок тарифних ставок по добровільному медичному страхуванню являє собою принциповий порядок ведення актуарних розрахунків у цьому виді страхування. При розрахунку тарифних ставок для практичного застосування повинна бути використана більш широка база медичної статистики, а також диференційовані умови одержання медичної допомоги в рамках ДМС.

3.8. Удосконалення тарифних ставок з добровільних ризикових видів страхування

Система страхових тарифів з добровільних ризикових видів страхування є одним з важливих елементів господарського механізму страхових компаній. У зв'язку з цим її удосконалювання повинно проводитися в комплексі з іншими заходами, спрямованими на збільшення доходу (прибутку) страхових компаній.

Принципи побудови страхових тарифів єдині для усіх добровільних ризикових видів страхування, тому приведена методика розрахунку й аналізу брутто-ставок може бути застосована для будь-якого конкретного виду страхування з урахуванням його специфіки.



Аналіз збитковості страхової суми

Роботу з удосконалення страхових тарифів варто починати з аналізу факторів, що вплинули на сформований рівень збитковості із 100 грн. страхової суми. Такий аналіз дозволяє визначити, у результаті яких факторів (відносно залежних чи відносно незалежних від діяльності страхових компаній) відбулося збільшення (зниження) збитковості страхової суми, і з урахуванням цього більш обґрунтовано приймати рішення про зміну страхових тарифів.

Поставлена задача вирішується застосуванням методу факторного аналізу. Збитковість із 100 грн. страхової суми (Y) визначається відношенням проведених протягом року виплат страхового відшкодування (B) до загальної страхової суми на початок наступного року (C) і множенням отриманого результату на 100.

Оскільки сума виплат страхового відшкодування залежить як від кількості проведених виплат (K_e), так і від середньої виплати на один договір (C_e), загальну суму виплат можна розглядати як добуток цих величин, відповідно і загальну страхову суму можна розглядати як добуток кількості укладених договорів (K_d) і середньої страхової суми на один договір (C_c).

Таким чином, формула збитковості

$$Y = \frac{B}{C} \cdot 100 \quad \text{або} \quad Y = \frac{K_B \cdot C_B}{K_D \cdot C_C} \cdot 100,$$

де K_B, C_B, K_D, C_C — показники збитковості.

Методом факторного аналізу визначається вплив окремих факторів на величину показника збитковості (Y) у звітному періоді у порівнянні з базисним. При аналізі збитковості за звітний період береться останній рік і відповідні показники позначаються: $K_{Bo}, C_{Bo}, K_{Do}, C_{Co}$. За базу рекомендується приймати зазначені показники в



середньому за останні 3–5 років, позначивши їх відповідно $K_{Вб}$, $C_{Вб}$, $K_{Дб}$, $C_{Сб}$.

Відхилення збитковості останнього року у порівнянні із середньоп'ятирічною

$$\Delta Y = Y_o - Y_б = \left| \frac{K_{во} \cdot C_{во}}{K_{до} \cdot C_{со}} - \frac{K_{вб} \cdot C_{вб}}{K_{дб} \cdot C_{сб}} \right| \cdot 100,$$

де Y_o — показник збитковості за останній рік;

$Y_б$ — збитковість у середньому за п'ять років;

ΔY — відхилення збитковості.

Це відхилення склалося в результаті впливу всіх чотирьох факторів. Для визначення впливу кожного з них, необхідно зробити послідовні заміни звітних значень показників на базисні за такою схемою:

- $\left| \frac{K_{во} \cdot C_{во}}{K_{до} \cdot C_{со}} - \frac{K_{вб} \cdot C_{во}}{K_{до} \cdot C_{со}} \right| \cdot 100 = \Delta Y_{кв}$ — вплив кількості зроблених

виплат страхового відшкодування;

- $\left| \frac{K_{вб} \cdot C_{во}}{K_{до} \cdot C_{со}} - \frac{K_{вб} \cdot C_{вб}}{K_{до} \cdot C_{со}} \right| \cdot 100 = \Delta Y_{св}$ — вплив середньої виплати на

один договір;

- $\left| \frac{K_{вб} \cdot C_{вб}}{K_{до} \cdot C_{со}} - \frac{K_{вб} \cdot C_{вб}}{K_{дб} \cdot C_{сб}} \right| \cdot 100 = \Delta Y_{кд}$ — вплив кількості укладених

договорів;

- $\left| \frac{K_{вб} \cdot C_{вб}}{K_{дб} \cdot C_{сб}} - \frac{K_{вб} \cdot C_{вб}}{K_{дб} \cdot C_{сб}} \right| \cdot 100 = \Delta Y_{сс}$ — вплив середньої страхової

суми на один договір.

Якщо підсумовувати усі чотири рівняння (відповідно їх правої і лівої частин), то отримаємо вихідне рівняння:



$$\left| \frac{K_{во} \cdot C_{во}}{K_{до} \cdot C_{со}} - \frac{K_{вб} \cdot C_{вб}}{K_{дб} \cdot C_{сб}} \right| \cdot 100 = \Delta V_{кв} + \Delta V_{св} + \Delta V_{кд} + \Delta V_{сд} = \Delta V.$$

Приклад факторного аналізу збитковості страхової суми наведений у табл. 20, з якої видно, що в цьому випадку збільшення збитковості на 0,19 грн. могло бути ще більшим, якби не позитивний вплив збільшення кількості укладених договорів (-0,08 грн.) і середньої страхової суми (-0,02 грн.). У той же час вплив зростання кількості проведених виплат страхового відшкодування склав (+0,24 грн.), що, головним чином, і обумовило загальне зростання збитковості страхової суми.

Таблиця 20
 Аналіз збитковості страхової суми

№ п/п	Показник збитковості	Символ	Значення	У середньому за 5 років	
				символ	значення
1	Кількість виплат страхового відшкодування, од.	$K_{во}$	1521	$K_{вб}$	1063
2	Середня виплата на один договір, грн.	$C_{во}$	120,50	$C_{вб}$	111,30
3	Кількість укладених договорів, од.	$K_{до}$	36785	$K_{дб}$	31767
4	Середня страхова сума на один договір, грн.	$C_{со}$	613,50	$C_{сб}$	597,40

$$Y_o = \left| \frac{K_{во} \cdot C_{во}}{K_{до} \cdot C_{со}} \right| \cdot 100 = \left| \frac{1521 \cdot 120,50}{36785 \cdot 613,50} \right| \cdot 100 = 0,81 \text{ грн.};$$



$$Y_B = \left| \frac{K_{B6} \cdot C_{B6}}{K_{Д6} \cdot C_{C6}} \right| \cdot 100 = \left| \frac{1063 \cdot 111,30}{31767 \cdot 597,40} \right| \cdot 100 = 0,62 \text{ грн.};$$

$$\Delta Y = Y_O - Y_B = 0,81 - 0,62 = +0,19 \text{ грн.};$$

$$\begin{aligned} \Delta Y_{B\pi} &= \left| \frac{K_{B\pi} \cdot C_{B\pi}}{K_{Д\pi} \cdot C_{C\pi}} - \frac{K_{B6} \cdot C_{B6}}{K_{Д6} \cdot C_{C6}} \right| \cdot 100 = \\ &= \left| \frac{1521 \cdot 120,50}{36785 \cdot 613,50} - \frac{1063 \cdot 120,50}{36785 \cdot 613,50} \right| \cdot 100 = +0,244 \text{ грн.}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta Y_{C\pi} &= \left| \frac{K_{B6} \cdot C_{B\pi}}{K_{Д\pi} \cdot C_{C\pi}} - \frac{K_{B6} \cdot C_{B6}}{K_{Д6} \cdot C_{C6}} \right| \cdot 100 = \\ &= \left| \frac{1063 \cdot 120,50}{36785 \cdot 613,50} - \frac{1063 \cdot 111,30}{36785 \cdot 613,50} \right| \cdot 100 = +0,044 \text{ грн.}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta Y_{K\pi} &= \left| \frac{K_{B6} \cdot C_{B6}}{K_{Д\pi} \cdot C_{C\pi}} - \frac{K_{B6} \cdot C_{B6}}{K_{Д6} \cdot C_{C6}} \right| \cdot 100 = \\ &= \left| \frac{1063 \cdot 111,30}{36785 \cdot 613,50} - \frac{1063 \cdot 111,30}{31767 \cdot 613,50} \right| \cdot 100 = -0,083 \text{ грн.}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta Y_{C\pi} &= \left| \frac{K_{B6} \cdot C_{B6}}{K_{Д6} \cdot C_{C\pi}} - \frac{K_{B6} \cdot C_{B6}}{K_{Д6} \cdot C_{C6}} \right| \cdot 100 = \\ &= \left| \frac{1063 \cdot 111,30}{31767 \cdot 613,50} - \frac{1063 \cdot 111,30}{31767 \cdot 597,40} \right| \cdot 100 = -0,016 \text{ грн.}; \end{aligned}$$

$$\Delta Y = +0,244 + 0,044 - 0,083 - 0,016 = +0,189 \approx +0,19 \text{ грн.}$$

Визначення середніх бруто-ставок

Бруто-ставка розраховується як середня п'ятирічна збитковість з конкретного виду страхування (табл. 21). Середня п'ятирічна



збитковість визначається у розрізі кожного виду страхування за даними річних статистичних звітів.

Витрати на проведення страхування, інші витрати і витрати на проведення запобіжних заходів включаються у бруто-ставку як середньою'ятирічні рівні відповідних витрат із 100 грн. страхової суми.

Необхідним елементом навантаження в умовах здійснення страховими компаніями операцій є прибуток.

Таблиця 21

Розрахунок середніх бруто-ставок

Страхові компанії	Структура бруто-ставки											
	Нетто-ставка		Навантаження							Прибуток		Разом бруто-ставка, грн.
			Витрати									
	грн.	% до бруто-ставки	на проведення страхування, грн.	інші, грн.	на запобіжні заходи, грн.	всього, грн.	% до бруто-ставки	грн.	% до бруто-ставки			
1	1,06	67,2	0,2211	0,0005	0,0600	0,28	17,8	0,24	15,0	1,58		
2	1,11	68,4	0,2126	0,0001	0,0622	0,27	16,6	0,24	15,0	1,62		
3	0,94	66,7	0,2009	0,0003	0,0610	0,26	18,3	0,21	15,0	1,41		
4	0,79	53,7	0,3516	0,0008	0,1033	0,46	31,3	0,22	15,0	1,47		
5	0,83	65,9	0,2067	0,0005	0,0358	0,24	19,1	0,19	15,0	1,26		
6	1,60	65,6	0,3559	0,0018	0,1085	0,47	19,4	0,37	15,0	2,44		



Аналіз середніх брутто-ставок і виявлення критеріїв зміни діючих страхових тарифів

Після розрахунку середніх брутто-ставок для добровільних видів страхування (до ухвалення рішення про зміну страхових тарифів) необхідно провести їх ретельний аналіз із обліком основних економічних показників з цих видів страхування (табл. 22).

Таблиця 22
Аналіз середніх брутто-ставок

Страхові компанії	Брутто-ставка, грн.	Середній платіж, грн.	Відхилення, грн.	Рівень розвитку, %	Тенденція зміни збитковості за 5 років	Основний фактор, який визначає динаміку збитковості
1	1,58	1,51	+0,07	37,5	Показники стійкі	За один рік збільшення виплат
2	1,62	1,53	+0,09	60,3	Постійне зростання	Збільшення середніх виплат на 1 договір
3	1,41	1,51	-0,10	13,8	Показники стійкі	За 1 рік збільшення укладених договорів
4	1,47	1,47	0	40,1	Показники стійкі	За 1 рік збільшення укладених договорів
5	1,26	1,45	-0,19	52,9	Постійне зниження	Збільшення середньої страхової суми на 1 договір
6	2,44	1,62	+0,82	7,7	Постійне зростання	Збільшення кількості виплат

Першим етапом аналізу є визначення відхилень середніх брутто-ставок від середніх платежів із 100 грн. страхової суми.



За видами страхування, де відхилення:

- із знаком «плюс» — є підстава для збільшення тарифних ставок;
- із знаком «мінус» — для зниження тарифних ставок;
- дорівнює нулю — варто залишити тарифні ставки без зміни.

Далі необхідно визначити, як вплинули окремі складові частини бруто-ставки на величину того чи іншого відхилення.

Виявляється наявність чи відсутність якої-небудь тенденції в зміні показників збитковості страхової суми. Після цього визначаються основні фактори, що вплинули на динаміку збитковості.

Важливою умовою є підвищення (зниження) збитковості страхової суми, а також постійно високий (низький) її рівень у порівнянні із середнім платежем протягом всього аналізованого періоду.

На практиці можуть мати місце випадки, коли на середньо-річний рівень збитковості значно вплинуло різке збільшення (зниження) збитковості в окремі роки (як за наявності, так і за відсутності загальної тенденції). З метою більш обґрунтованого визначення розміру нетто-ставки доцільно розрахунок середнього рівня збитковості робити без урахування показників за ці роки, тобто визначати середню збитковість за чотири (три) роки.

На зміну показника збитковості впливають як фактори відносно залежні, так і відносно незалежні від діяльності страхових компаній. До першого варто віднести *кількість договорів*, що укладаються, і *середню страхову суму на один договір*, до других — *кількість проведених виплат страхового відшкодування і середню виплату на один договір*.

У зв'язку з цим, за наявності тенденції до зростання збитковості, що складається в основному за рахунок зменшення кількості укладених договорів і (або) зниження середньої страхової суми на один договір, доцільно за інших рівних умов не збільшувати страхові тарифи, а рекомендувати поліпшувати відповідні показники роботи.

Аналізується рівень витрат на проведення страхування, на проведення запобіжних заходів та інших витрат. Особливу увагу необхідно приділити виявленню тенденції в зміні витрат на проведення



страхування. Абсолютна величина цих витрат залежить від ефективності роботи страхових компаній. Тому за наявності тенденції до їх зростання необхідно проаналізувати, за рахунок яких конкретних статей ця тенденція складається, і вжити заходів до зниження відповідних витрат. Питання про збільшення діючих страхових тарифів рекомендується розглядати тільки в тому випадку, коли *знижити рівень витрат на проведення страхування неможливо*.

Як уже відзначалося, у навантаження страхового тарифу включається визначений розмір прибутку. У зв'язку з цим, важливим завданням є визначення оптимального рівня рентабельності за окремими видами страхування чи групами таких видів.

Оскільки встановлюваний рівень рентабельності не пов'язаний безпосередньо з економічними показниками діяльності страхових компаній з того чи іншого виду страхування, розмір прибутку варто вважати регулюючою статтею навантаження.

При здійсненні страховими компаніями своєї діяльності в умовах ринкової економіки, бажано забезпечувати рентабельне проведення кожного добровільного ризикового виду страхування окремо. Разом із тим, залежно від конкретних умов роботи можливе здійснення принципу *рентабельності за групами видів страхування (наприклад, у цілому по страхуванню тварин, по страхуванню засобів транспорту) за наявності збиткових видів страхування, що входять у ці групи. Такий підхід у ряді випадків виправданий, оскільки дозволяє з'єднати економічні інтереси страхових компаній із соціальною спрямованістю страхування як системи, покликаної забезпечити максимально можливий рівень страхового захисту майнових інтересів громадян*.

Вважається, що оптимальною, як за окремими видами страхування, так і за групами видів, є рентабельність на рівні 10–20 %. Якщо розрахована брутто-ставка перевищить сформований середній платіж тільки за рахунок включення в неї високого рівня рентабельності, то рекомендується зробити зниження розрахункового рівня рентабельності для того, щоб по можливості залишити діючі страхові тарифи без зміни.



Важливим етапом аналізу бруто-ставок є їх зіставлення з досягнутим рівнем розвитку даного виду страхування з урахуванням сформованої середньої страхової суми на один договір. У результаті такого зіставлення з'являється додатковий критерій для ухвалення рішення про зміну діючих страхових тарифів, зміст якого полягає в тому, що в тих страхових компаніях, де той або інший вид страхування не одержав достатнього розвитку, підвищувати страхові тарифи, як правило, не слід. *Підвищення тарифів за цих умов може призвести до ще більшого зниження рівня розвитку і розміру середньої страхової суми, а значить підвищення ймовірності виплат і подальшому зростанню збитковості страхової суми.* У такій ситуації необхідно рекомендувати страховим компаніям розвивати страхування і за рахунок цього домагатися рентабельного проведення операцій за даним видом страхування.

Як приклад до викладеного проаналізуємо обчислені в табл. 15 бруто-ставки окремо по кожній із шести страхових компаній. Умовно припустимо, що витрати на проведення страхування протягом п'яти років залишалися незмінними (табл. 23). Ці ж показники представлені графічно на рис. 7–12.

Таблиця 23

Аналіз збитковості страхової суми за 5 років

Страхові компанії	Збитковість із 100 грн. страхової суми						
	1-й рік	2-й рік	3-й рік	4-й рік	5-й рік	в середньому за 5 років	в середньому за 4 роки
1	0,70	0,72	0,69	2,15	0,71	0,99	0,71
2	0,94	0,96	1,01	1,05	1,12	1,02	x
3	1,09	0,77	1,12	1,09	1,11	1,04	1,11
4	0,80	0,78	0,79	0,81	0,77	0,79	x
5	1,15	1,05	1,01	0,98	0,92	1,02	x
6	0,71	0,74	0,78	0,83	0,85	0,78	x

Обчислена для першої страхової компанії брутто-ставка перевищує середній платіж на 0,07 грн. (див. табл. 16), що при досить високому рівні розвитку страхування (37,5 %) дозволяє підняти страховий тариф, однак аналіз показників збитковості (табл. 17) свідчить про те, що вони стійкі, але у зв'язку із стихійним лихом різко зросла кількість виплат страхового відшкодування, що істотно підвищило середньоп'ятирічний рівень збитковості (рис. 7). Якщо цей показник збитковості виключити з розрахунку нетто-ставки, обчисливши збитковість у середньому за чотири роки, то розмір брутто-ставки буде значно нижчим, що виключить необхідність зміни діючих тарифів.

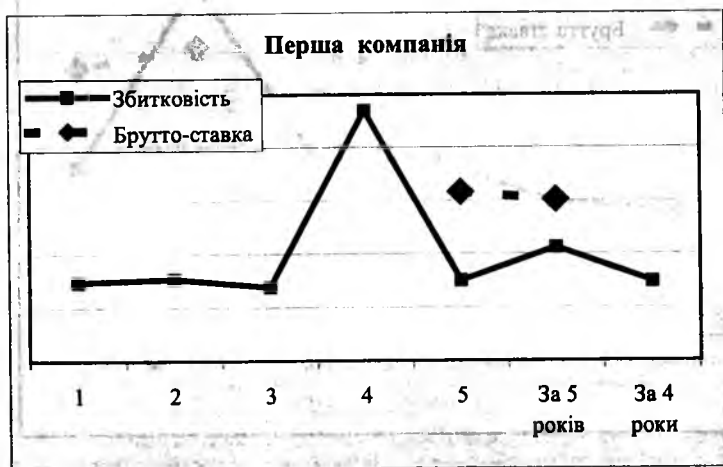


Рис. 7.

Аналіз збитковості для 1-ї компанії

По другій страховій компанії (рис. 8) брутто-ставка також перевищує середній платіж (+0,09 грн.). Показник збитковості має



тенденцію до зростання, основною причиною якого є постійне збільшення середньої виплати на один договір, тобто показника, який не залежить від діяльності страхової компанії. За таких умов і досить високому рівні розвитку даного виду страхування (60,3 %) є необхідність розглянути питання про збільшення діючих страхових тарифів, або про відповідне зниження включеного у бруто-ставку рівня рентабельності.

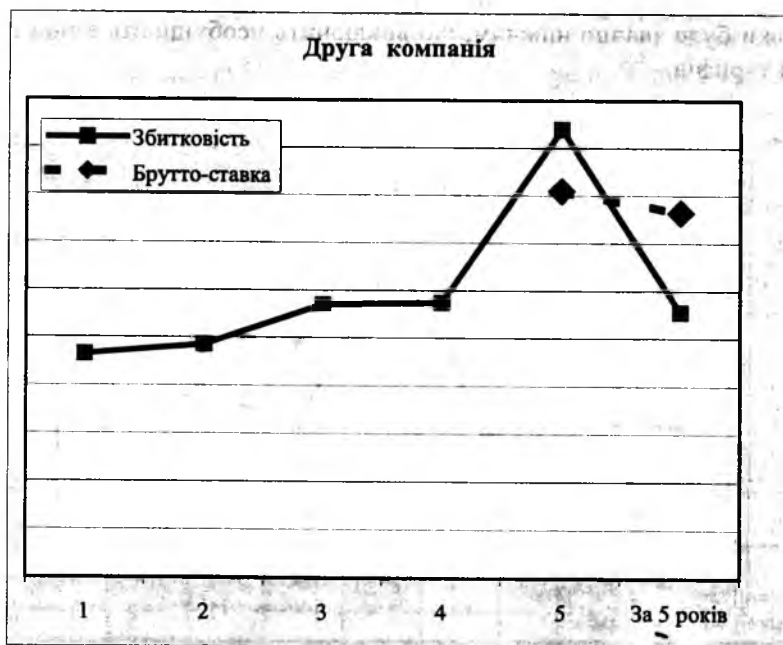


Рис. 8

Аналіз збитковості для 2-ї компанії

У третій страховій компанії (рис. 9) відхилення середньої бруто-ставки від середнього платежу має знак «мінус» (-0,10 грн.), тобто



є можливість для зниження діючих тарифів. У той же час, із аналізу збитковості видно, що через різке збільшення кількості укладених договорів у 2-му році показник збитковості був значно нижчим, ніж в інші роки. Тому в цьому випадку для визначення нетто-ставки варто застосувати показник збитковості в середньому за чотири роки, виключивши відповідний показник за 2-й рік. У результаті розмір брутто-ставки зросте і знижувати страховий тариф буде недоцільно.

Розрахована для четвертої страхової компанії (рис. 10) брутто-ставка відповідає середньому платежу за останній рік, тому необхідності у зміні тарифів немає. Це підтверджується стійкістю ряду динаміки показників збитковості страхової суми, відсутністю в ньому різких коливань при досить високому рівні розвитку страхування (40,1 %).

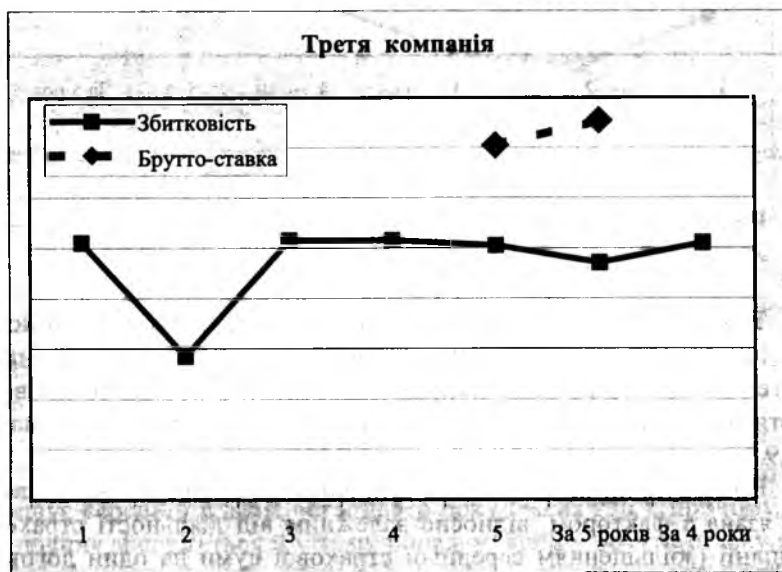


Рис. 9

Аналіз збитковості для 3-ї компанії

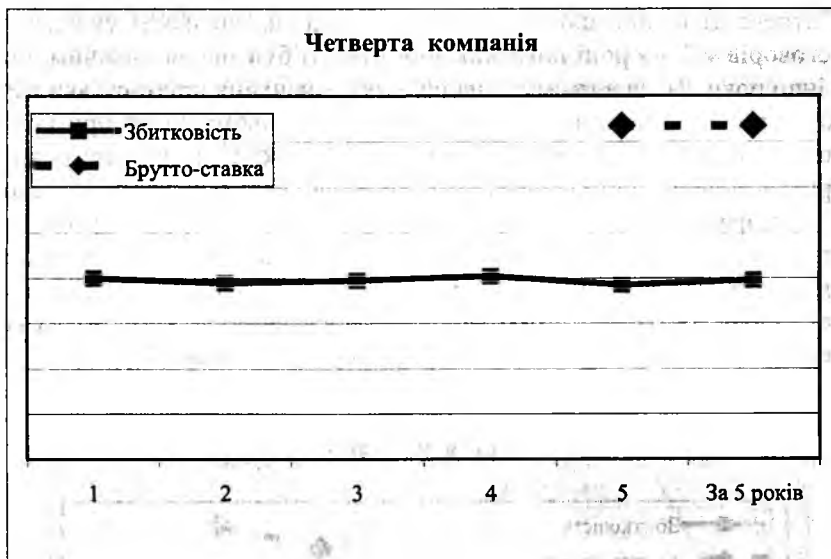


Рис. 10
Аналіз збитковості для 4-ї компанії

У п'ятій страховій компанії є всі підстави для зниження страхових тарифів, оскільки негативне відхилення брутто-ставки від середнього платежу (–0,19 грн.) стало наслідком стійкого зниження збитковості протягом п'яти років на фоні високого рівня розвитку страхування (52,9 %).

Враховуючи, що зазначена тенденція до зниження збитковості пов'язана з фактором, відносно залежним від діяльності страхової компанії (збільшенням середньої страхової суми на один договір), доцільно встановити більш високий у порівнянні з іншими страховими компаніями рівень рентабельності і провести зниження тарифів на величину меншу, ніж 0,19 грн.

У тому випадку, коли є можливість зниження страхових тарифів у більшості страхових компаній доцільніше при збереженні розмірів діючих тарифів розглянути питання про розширення обсягу страхової відповідальності.

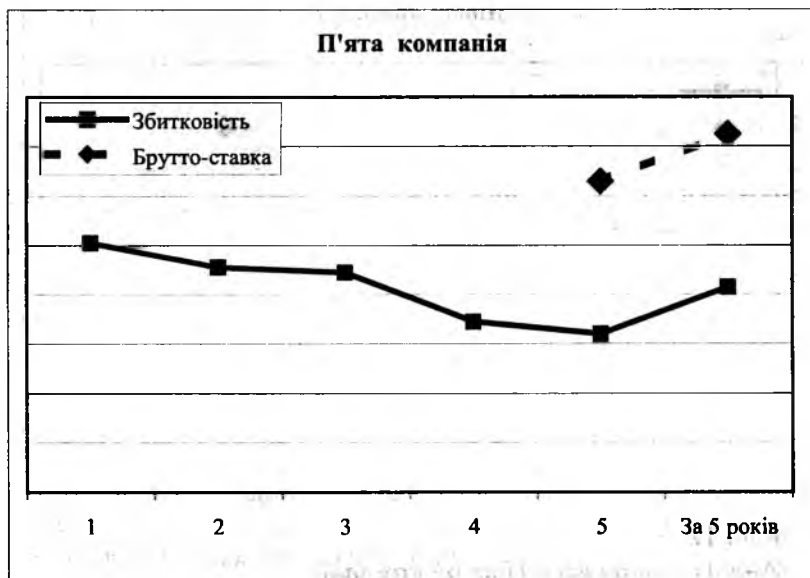


Рис. 11

Аналіз збитковості для 5-ї компанії

У шостій страховій компанії (рис. 12) брутто-ставка значно перевищує середній платіж останнього року (+0,82 грн.), причому перевищення збережеться й у тому випадку, коли у брутто-ставку взагалі не включати прибуток. У зв'язку з цим і при наявності стійкої тенденції до зростання збитковості можна розглянути питання про підвищення страхових тарифів, але при цьому необхідно враховувати



незначний рівень розвитку страхування (7,7 %). У цьому випадку підвищення тарифів може призвести до зниження рівня розвитку, зменшення суми платежів і зростання збитковості.

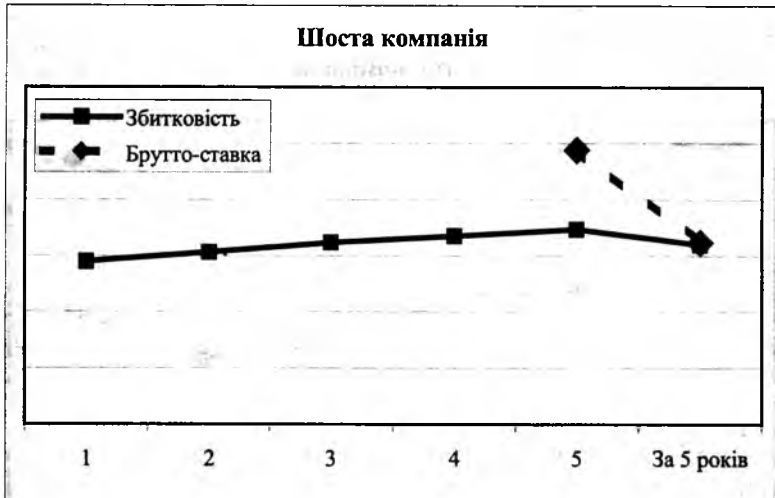


Рис. 12

Аналіз збитковості для 6-ї компанії

Для аналізу страхових тарифів зазвичай використовують статистичні дані за ряд років, порівнюючи їх із останнім (звітним) роком (збитковість, ймовірність настання страхового випадку, тяжкість збитку тощо). При цьому страхова статистика повинна бути оброблена з урахуванням інфляції страхових відшкодувань. Вибір тимчасової бази за ряд років обумовлений необхідністю порівняти вплив окремих факторів на величину показника збитковості в звітному періоді у порівнянні з усередненими за ряд років. Тому при аналізі використовують значення показників, усереднені за ряд років протягом визначеного періоду, який називається тарифним. Тривалість



тарифного періоду обирається найбільшою, щоб виявити основні закономірності зміни річних показників. Якщо показники мають досить регулярні коливання навколо середнього значення, то тривалість тарифного періоду варто обирати рівною періоду цих коливань. Якщо показники мають стійку тенденцію до зростання (зниження), то тарифний період повинен бути таким, щоб ця тенденція сформувалася і її можна було виділити на фоні коливань 3–5 років.

Таким чином, перед актуарієм стоїть дилема: якщо він врахує дані занадто багатьох минулих років, то надійність статистики постраждає через включення в неї старих нерепрезентативних збитків; якщо ж він візьме дані занадто свіжі, то надійність знову постраждає через зменшення кількості страхових випадків і сумнівної корекції страхових відшкодувань за незавершеними страховими випадками.

3.9. Фінансова стійкість страхових операцій і методи її забезпечення

Для повної характеристики страхування необхідно розглянути фінансову стійкість страхових операцій, тобто наскільки створюваний страховий фонд достатній для виплат страхового відшкодування, які фінансові можливості страховика виконати свої зобов'язання як по майновому, так і особовому страхуванню.

Ставки платежів майнового страхування встановлені виходячи із середнього рівня виплат страхового відшкодування за кілька років. Якщо фактичні виплати перевищують середній рівень, то виникає небезпека дефіциту коштів. Тому необхідно заздалегідь виявити можливі відхилення виплат від середнього рівня і фактори, що обумовлюють їх.

Розрахунок можливих коливань виплат відшкодування на одиницю страхової суми ведеться за формулою:

$$\sigma = \sqrt{m \cdot p(1-p)},$$



де σ — середнє квадратичне відхилення;
 m — число застрахованих об'єктів;
 p — ймовірність настання збитку;
 $1 - p$ — ймовірність, що збитку не буде;
 p і $1 - p$ — дві альтернативні (взаємовиключаючі) ознаки.

Формула виражає залежність можливих відхилень результатів від кількості застрахованих об'єктів і середньої ймовірності збитку. Під середньою ймовірністю збитку розуміється середній рівень виплат страхового відшкодування за кілька років, тобто тарифна нетто-ставка по страхуванню того чи іншого виду майна.

Розглянемо цю залежність на прикладах.

1. Застраховано 200 об'єктів, страхова сума кожного — 1400 грн., а всіх об'єктів — 280 000 грн. Тарифна брутто-ставка дорівнює 1 грн., у тому числі нетто-ставка 90 %, або 0,9 грн. із 100 грн. страхової суми.

Отже, із загальної суми страхових платежів на виплату страхового відшкодування призначається 2520 грн. ($280000 \cdot 0,9 : 100$). Це і є найбільш ймовірна сума виплат.

Ступінь ймовірності збитку — 0,009 ($2520 : 280000$), що дорівнює нетто-ставці, тільки вона виражена не у відсотках. Розраховуємо середнє квадратичне відхилення виплат на одиницю страхової суми:

$$\sigma = \sqrt{200 \cdot 0,009 \cdot (1 - 0,009)} = \sqrt{200 \cdot 0,009 \cdot 0,991} = \sqrt{1,78} = 1,33.$$

Відхилення загального розміру відшкодування, виходячи із середньої страхової суми об'єктів, становить 1862 грн. ($1400 \cdot 1,33$). Це означає, що при заданій у прикладі кількості об'єктів і їх страховій сумі фактичні виплати страхового відшкодування будуть відхилитися від середнього розміру, обчисленого по нетто-ставці, у більшу чи меншу сторону на 1862 грн., або 0,74 ($1862 : 2520$). Цей показник у статистиці називається коефіцієнтом варіації і позначається V . Ймовірність виплатити на 1862 грн. більше, ніж надійшло в страховий



фонд, мабуть, складає половину, тобто 0,37. Такий великий коефіцієнт варіації говорить про нестійкість страхових операцій.

2. Збільшимо кількість застрахованих об'єктів до 1000, тобто в 5 разів, залишивши без зміни середню страхову суму (1400 грн.) і нетто-ставку (0,9 грн.). Загальна страхова сума — 1 400 000 грн. На виплату страхового відшкодування призначається 12600 грн. ($1\,400\,000 \cdot 0,9 : 100$). Середнє відхилення виплат за цих умов:

$$\sigma = 1400\sqrt{1000 \cdot 0,009 \cdot 0,991} = 1400\sqrt{8,92} = 1400 \cdot 2,98 = 4186.$$

Ймовірність виплатити на цю суму більше чи менше коштів у порівнянні із середнім рівнем:

$$V = \frac{4186}{12600} = 0,33, \text{ або } 33\%.$$

Ймовірність перевищення виплат у цих межах становить 16,5 % (33 : 2).

Порівнюючи результати першого і другого прикладів, бачимо, що із збільшенням кількості застрахованих об'єктів фінансова стійкість страхових операцій зростає.

3. Кількість застрахованих об'єктів і їх страхова сума — як у першому прикладі. Нетто-ставка збільшується втриє, тобто до 2,7 грн. із 100 грн. страхової суми. Отже, у страховий фонд повинно надійти 7560 грн. ($280\,000 \cdot 2,7 : 100$).

$$\sigma = 1400\sqrt{200 \cdot 0,027 \cdot 0,973} = 1400\sqrt{5,25} = 1400 \cdot 2,29 = 3206;$$

$$V = \frac{3206}{7560} = 0,42 \text{ або } 42\%.$$

Ймовірність перевищення виплат над середнім рівнем дорівнює в цьому випадку 21 % (42 : 2).



Отже, із збільшенням нетто-ставки фінансова стійкість операцій підвищується.

4. Кількість об'єктів і їх страхова сума — як у другому прикладі. Нетто-ставка — 2,7 грн. із 100 грн. страхової суми. На виплату страхового відшкодування при цих умовах буде нараховано 37 800 грн. ($1\,400\,000 \cdot 2,7 : 100$).

$$\sigma = 1400\sqrt{1000 \cdot 0,027 \cdot 0,973} = 1400\sqrt{26,27} = 1400 \cdot 5,13 = 7182;$$
$$V = \frac{7182}{37800} = 0,19, \text{ або } 19\%.$$

Ймовірність виплатити більше (на 7182 грн.) дорівнює 9,5 % ($19 : 2$), тобто такі збитки можливі один раз за 10 років. Ці страхові операції є цілком стійкими.

5. Кількість об'єктів (1000) і нетто-ставка (2,7) — як у четвертому прикладі. Середня страхова сума на один об'єкт — 2500 грн. У страховий фонд надійде 67 500 грн. ($2500000 \cdot 2,7 : 100$).

$$\sigma = 2500\sqrt{1000 \cdot 0,027 \cdot 0,973} = 2500 \cdot 5,13 = 12825;$$
$$V = \frac{12825}{67500} = 0,19, \text{ або } 19\%.$$

Результат той же, що й у четвертому прикладі.

Таким чином, розмір відхилень не залежить від середньої страхової суми на один об'єкт. Із збільшенням страхової суми підвищується розмір виплат, але ступінь коливання їх не міняється, тому що відповідно зростає і страховий фонд. Це впливає із самої формули розрахунку коефіцієнта варіації. Якщо страхову суму на один об'єкт позначити b , то загальна сума виплат буде b, m, p , а коефіцієнт варіації

$$V = \frac{b\sqrt{m \cdot p(1-p)}}{b \cdot m \cdot p}.$$

Скоротимо дріб на b і одержимо $V = \frac{\sqrt{m \cdot p(1-p)}}{m \cdot p}$.

З наведених вище прикладів легко переконатися, що результат при виключенні показника середньої страхової суми буде той же. Візьмемо лише перший і четвертий приклади:

$$V = \frac{\sqrt{200 \cdot 0,009 \cdot 0,991}}{200 \cdot 0,009} = \frac{1,33}{1,8} = 0,74 \text{ або } 74\%.$$

$$V = \frac{\sqrt{1000 \cdot 0,027 \cdot 0,991}}{1000 \cdot 0,027} = \frac{5,17}{27} = 0,19 \text{ або } 19\%.$$

Практично бувають застраховані об'єкти з різною страховою сумою. Для них знаходиться середнє міжгрупове відхилення на основі прийнятого в статистиці методу. Розглянемо розрахунок міжгрупового відхилення на прикладі, наведеному в табл. 24.

Таблиця 24

Розрахунок коефіцієнта фінансової стійкості, тис. грн.

Групи об'єктів	Кількість об'єктів, n	Страхова сума, b	Загальна страхова сума, $n \cdot b$	Річна нетто-премія, $b \cdot n \cdot q$ P	Середнє квадратичне відхилення	K	Міжгрупове відхилення, O	Максимальна страхова сума, S
1	1400	10,0	14000,0	28,0	16,7	0,60	0,27	14,6
2	2000	8,0	16000,0	32,0	16,0	0,50		
3	4000	5,0	20000,0	40,0	14,1	0,35		
	7400		50000,0	100,0				

Визначимо показник максимальної страхової суми, що може бути прийнята на страхування при даному показнику K :



$$S = 2O^2P = 2 \cdot 0,27^2 \cdot 100000 = 14580 \text{ грн.}$$

Міжгрупове відхилення розраховується за формулами:

$$\bar{K} = \frac{(K_1 + K_2 + K_3)}{3};$$

$$\text{Відх.} = |(K_1 - \bar{K}) + (K_2 - \bar{K}) + (K_3 - \bar{K})|,$$

- де \bar{K} — середній коефіцієнт фінансової стійкості;
 K_1 — коефіцієнт фінансової стійкості по першій групі;
 K_2 — коефіцієнт фінансової стійкості по другій групі;
 K_3 — коефіцієнт фінансової стійкості по третій групі.

Підставивши значення, одержимо

$$\bar{K} = \frac{(0,60 + 0,50 + 0,35)}{3} = 0,48;$$

$$\text{Відх.} = |(0,60 - 0,48) + (0,50 - 0,48) + (0,35 - 0,48)| = 0,27.$$

У тих випадках, коли застраховані дорогі об'єкти, фінансова стійкість страхових операцій знижується, тому що в разі загибелі навіть одного з них необхідно виплачувати велику суму.

Такий метод розрахунку середнього квадратичного відхилення альтернативної ознаки є похідним від методу, викладеного у розділі розрахунків страхових тарифів за ризиковими видами страхування, і дозволяє простежити вплив на показник фінансової стійкості страхових операцій середньої нетто-ставки й величини страхового портфеля. Останнє дуже важливо саме з позицій господарського розрахунку, тому що показує, що госпрозрахунок страхової компанії може бути забезпечений лише при визначеній кількості застрахованих об'єктів.

Хоча зовні викладений метод не вловлює коливання рівня виплат страхового відшкодування за роками, воно відбивається на кінцевих

результатах розрахунку. Доведено, що зростання кількості застрахованих об'єктів знижує щорічні коливання фінансових результатів страхових операцій. Однак ця залежність повною мірою виявляється при страхуванні приблизно однакових по величині ризиків.

З включенням у відповідальність страховика нових ризиків математична залежність може істотно змінитися. Дійсно, візьмімо страхування від пожеж, що бувають щорічно, і збиток від них за роками відхиляється незначно. І зовсім інше виникає, коли вводиться страхування від повеней і землетрусів. Сильна повінь, а тим більше землетрус, відбуваються набагато рідше, але зате при їх настанні виплати зростуть у порівнянні із середніми у кілька разів.

Фінансова стійкість страхових операцій залежить, таким чином, від кількості й однорідності застрахованих об'єктів, характеру ризиків, включених у відповідальність страховика, і розміру нетто-ставки. Тому точний вимір фінансової стійкості вимагає більш складних розрахунків.

Якою б високою не була фінансова стійкість страхових операцій, завжди існує ймовірність того, що страхове відшкодування в даному році перевищить середній рівень, закладений у тарифах. Тому у світовій практиці страхові компанії передбачають певні заходи на випадок таких збитків.

Головними з них є створення резервних фондів і перестраховання.

Дотепер мова йшла про вимір фінансової стійкості в основному операцій ризикового страхування.

Формулу середнього квадратичного відхилення можна використовувати для визначення можливих результатів такого виду особового страхування, як страхування від нещасних випадків.

При довгостроковому страхуванні життя показники дожиття всієї сукупності застрахованих до визначеного віку та ймовірності настання смерті є досить точними величинами. Тому виплати по страхуванню життя не схильні до будь-яких несподіваних коливань. Їх розмір практично передбачається заздалегідь. Для забезпечення майбутніх виплат створюється резерв внесків по страхуванню життя.



Фінансова стійкість операцій страхування життя залежить від співвідношення приросту внесків і збільшення виплат. Це співвідношення виражається у відсотках або в абсолютній сумі.

Стійкими вважаються операції, у яких зростання внесків перевищує зростання виплат. Наприклад, за рік надходження внесків збільшилося на 15 %, а виплата страхових сум на 10 %, або надходження зросло на 120 тис. грн., а виплати тільки на 90 тис. грн. Бажаним є позитивне співвідношення як темпів, так і абсолютних розмірів приросту внесків і виплат страхових сум, але вирішальним усе-таки є перевищення приросту розміру платежів над приростом виплат у грошовому (абсолютному) вираженні.

3.10. Статистичні показники надійності страхових компаній

Страхові компанії в умовах становлення і розвитку ринкових відносин займають особливе місце. Приймаючи на себе цілий ряд ризиків, вони збільшують ймовірність досягнення успіхів у бізнесі юридичних і фізичних осіб, стабілізуючи тим самим економічні відносини в Україні. Крім того, створюючи відповідні резерви та інвестуючи їх у найбільш стійкі галузі економіки і фінансів, вони зміцнюють фінансову систему країни в цілому.

Страхувальникам надзвичайно важливо знати заздалегідь, наскільки надійні їхні партнери, готові взяти на себе частину ризиків. Найбільш доцільною для страхувальників представляється статистична оцінка, яка дозволяє одержати усереднені дані по цілому ряду компаній, що дає не тільки загальну картину справ у страхуванні, але і вказує на місце кожної конкретної страхової організації стосовно середньостатистичного.

На основі бухгалтерських балансів і фінансових звітів страхових компаній проведемо порівняльний аналіз їх фінансової стійкості і надійності. Він може бути також матеріалом для ухвалення рішення

про співробітництво з тією чи іншою конкретною страховою компанією.

Скористаємося балансами і фінансовими звітами страхових компаній, що публікуються у засобах масової інформації.

Попереднє дослідження балансів і звітностей показує, що пряма обробка показників не дозволяє домогтися прийняттого результату через значний розкид цілого ряду характеристик. Тому запровадимо традиційні для розуміння страхувальників показники: *коефіцієнти ліквідності, платоспроможності і рентабельності*, а також узагальнюючий показник — *коефіцієнт надійності страхової компанії* (табл. 25).

1. Коефіцієнт ліквідності (K_L)

Цей показник характеризує можливість швидкого перетворення активів страхової компанії в грошову форму, а значить — швидкість можливого виконання нею своїх зобов'язань. Він визначається

$$K_L = \frac{A}{O}, \quad (1)$$

де A — поточні активи;

O — зобов'язання страхової компанії.

Поточні активи компанії відбиті у II розділі активу балансу.

Зобов'язання страхової компанії включають суми за статтями «Страхові резерви» розділу II й «Інші пасиви» розділів III і IV пасиву балансу без статей «Доходи майбутніх періодів». З них віднімається також сума статті «Частка перестраховальників у страхових резервах» розділу II пасиву балансу.

2. Коефіцієнт платоспроможності (K_n)

Цей показник характеризує достатність власних коштів страхової компанії для виконання своїх зобов'язань. Його визначаємо як відношення:

$$K_n = \frac{\Phi}{H}, \quad (2)$$



де Φ — фактичний запас платоспроможності;
 H — нормативний запас платоспроможності.

Фактичний запас платоспроможності страхової компанії в розумінні страхувальників, власно кажучи, є власним капіталом підприємства. Тому коефіцієнт платоспроможності еквівалентний відношенню чистих активів (розділ I пасиву балансу мінус нематеріальні активи розділу I активу балансу) до нормативного запасу платоспроможності.

Нормативний запас платоспроможності страховика, що займається видами страхування, відмінними від страхування життя, повинен дорівнювати більшій з двох величин:

- *перша* — розраховується шляхом множення суми страхових премій (рядок 010 «Звіту про доходи і витрати страховика», додаток 1 до наказу Мінфіну України від 28.03.2002 р. № 210) за попередні 12 місяців на 0,18 або на 0,16. При цьому сума страхових премій зменшується на 50,0 % страхових премій, що належать перестраховальникам (рядок 020 цього ж звіту) або за формулою

$$P_1 = [(0,18 \cdot SP_1) + (0,16 \cdot SP_2)] \cdot \frac{V_s}{V},$$

- де SP_1 — сума страхових премій до € 10 млн;
 SP_2 — сума страхових премій більше € 10 млн;
 V_s — сума страхових виплат за винятком виплат, сплачених перестраховиками;
 V — сума страхових виплат;
0,16 — «пільговий» коефіцієнт у разі, якщо страхові премії становлять понад € 10 млн.

- *друга* — розраховується шляхом множення суми страхових виплат (рядок 240 «Звіту про доходи і витрати страховика») за попередні 12 місяців на 0,26 або на 0,23. При цьому сума страхових виплат зменшується на 50,0 % виплат, що компенсуються



перестраховальниками відповідно до укладених договорів пере-страхування (рядок 150), або за формулою

$$P_2 = [(0,26 \cdot V_1) + (0,23 \cdot V_2)] \cdot \frac{V_s}{V},$$

де V_1 — середньорічна сума виплат до € 7 млн;

V_2 — середньорічна сума виплат понад € 7 млн.

Нормативний запас платоспроможності страховика, що займається страхуванням життя, розраховується шляхом множення загальної величини резерву довгострокових зобов'язань (математичного резерву) на 0,05.

3. Коефіцієнт рентабельності (K_p)

Цей показник характеризує прибутковість роботи страхової компанії, тобто ступінь перевищення доходів над витратами. Він визначається відношенням

$$K_p = \frac{P_p}{D}, \quad (3)$$

де P_p — річний прибуток страхової компанії (показник статті «Прибуток (збиток) звітного періоду» звіту про фінансові результати);

D — річна сума доходів страхової компанії (показник статті «Дохід (виручка) від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг) звітного періоду» звіту про фінансові результати).

У страхових компаній коефіцієнт рентабельності не є визначальним. Це впливає із самої суті страхової діяльності, однак страхувальників навряд чи можна переконати звертатися за страхуванням ризиків до збиткової компанії. Тому ми будемо приймати зазначений коефіцієнт як рівноправний поряд з коефіцієнтами ліквідності і платоспроможності.



4. Коефіцієнт надійності страхової компанії (K_n)

Коефіцієнт надійності страхової компанії характеризує сукупний рівень ліквідності, платоспроможності і рентабельності компанії і визначається за формулою:

$$K_n = \sqrt[3]{K_l \cdot K_p \cdot K_r} \quad (4)$$

Таблиця 25

Статистичні показники страхових компаній

	Страхові компанії					Разом по страховому ринку
	1	2	3	4	5	
1. Коефіцієнт ліквідності:						
• поточні активи	30907,4	1798,4	788,2	22123,6	979,7	56597,3
• зобов'язання страхової компанії	19859,6	1256,6	504,0	11029,7	42,8	32692,7
• коефіцієнт	1,6	1,43	1,56	2,01	22,9	1,73
2. Коефіцієнт платоспроможності:						
• фактичний запас	27989,2	1196,5	606,9	11925,5	1260,1	42978,2
• нормативний запас	25368,5	852,6	584,1	8927,7	784,6	36517,5
• коефіцієнт	1,10	1,40	1,04	1,34	1,61	1,18
3. Коефіцієнт рентабельності:						
• річний прибуток	17057,4	-421,5	-142,2	7852,4	18,2	24364,3
• річна сума доходу	55163,3	3874,0	1491,8	10026,1	144,6	70699,8
• коефіцієнт	0,3	-0,11	-0,095	0,78	0,13	0,34
4. Коефіцієнт надійності	0,81	-0,60	-0,54	1,28	1,69	0,89

Представлена методика оцінки надійності страхових компаній має практичне значення. На підставі опублікованого балансу і звіту певної страхової компанії про фінансові результати за допомогою формул (1)–(4) можна обчислити коефіцієнти ліквідності, платоспроможності,

рентабельності і надійності, а потім зіставити їх з іншими компаніями. Це порівняння повинно допомогти страхувальнику прийняти рішення про можливий вибір партнера на страховому ринку.

Пропонований простий підхід до визначення надійності страхових компаній вимагає оцінки можливих «крайніх випадків». Один з них — збиткова робота. У цій ситуації коефіцієнт надійності береться за такий, що дорівнює нулю незалежно від величини збитків. Інший крайній випадок — незначна кількість власних зобов'язань по страхуванню. У цій ситуації коефіцієнт надійності може бути як завгодно великим, оскільки власні зобов'язання компанії наближаються до нуля. Така робота страхової компанії можлива, але вона не дозволяє використовувати весь потенціал компанії, тому може розглядатися як крайній випадок.

Представлена методика наближена і може бути використана для попередніх оцінок.

Обчисливши для конкретної страхової компанії кожний з зазначених коефіцієнтів, за даними табл. 25, можна визначити ступінь її надійності (рис. 13). Як видно з графіка, п'ята і четверта компанії є одними з найбільш надійних партнерів.

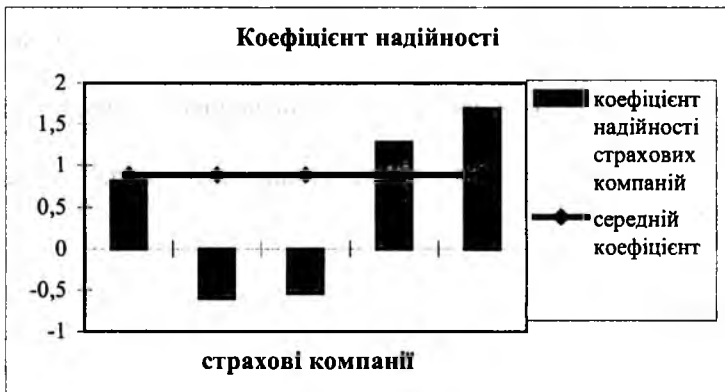


Рис. 13

Визначення надійності страхових компаній



Для більшої впевненості можна проаналізувати ці показники по кожній страховій компанії у динаміці за ряд років.

Питання для самоконтролю

1. Дайте визначення страхового тарифу.
2. Для чого призначена нетто-ставка?
3. Структура страхового тарифу, її елементи.
4. Для чого призначена ризикова надбавка?
5. Який порядок визначення брутто-ставки на основі нормативної структури?
6. Для чого необхідно розраховувати страхові тарифи від окремих ризиків?
7. Для чого необхідні нормативи за окремими видами страхування і їх основні види?
8. У чому полягає вигідна властивість середнього відхилення?
9. Які основні показники використовуються для удосконалювання страхових тарифів?
10. Які особливості розрахунку страхових тарифів за новими видами страхування?
11. Які основні методи забезпечення фінансової стійкості страхових операцій?
12. Які показники використовуються для визначення надійності страхової компанії?

Задачі

Задача 1

Існують такі дані по страховій компанії за чотири квартали звітного року, тис. грн.:

Квартал	Страхова сума	Сума виплат
I	32000	150
II	32890	135
III	34400	148
IV	35000	142

У звітному році умови страхування були стабільні, величина навантаження у тарифній ставці — 25 %. З ймовірністю 0,95 розрахуйте нетто-ставку і брутто-ставку.

Відповідь: нетто-ставка — 0,48, брутто-ставка — 0,64.

Рішення:

Знаходимо збитковість кожного кварталу із 100 грн. страхової суми:

- I кв. $150 / 32000 = 0,47$;
- II кв. $135 / 32890 = 0,41$;
- III кв. $148 / 34400 = 0,43$;
- IV кв. $142 / 35000 = 0,41$.

Знаходимо середню збитковість:

$$(0,47 + 0,41 + 0,43 + 0,41) / 4 = 0,43.$$

Знаходимо відхилення кожного кварталу від середньої збитковості:

$$0,47 - 0,43 = +0,04;$$

$$0,41 - 0,43 = -0,02;$$

$$0,43 - 0,43 = 0;$$

$$0,41 - 0,43 = -0,02.$$

Відхилення підносимо до квадрата:

$$(+0,04) \cdot (+0,04) = 0,0016; (-0,02) \cdot (-0,02) = 0,0004;$$

$$0 \cdot 0 = 0; (-0,02) \cdot (-0,02) = 0,0004;$$

Знаходимо ризикову надбавку з ймовірністю 0,95 %:

$$1,645 \sqrt{(0,0016 + 0,0004 + 0 + 0,0004)} / 3 = 1,645 \sqrt{0,0008} =$$

$$= 1,645 \cdot 0,028 = 0,046.$$



Знаходимо нетто-ставку:

$$0,43 + 0,046 \approx 0,48.$$

Знаходимо брутто-ставку:

$$0,48 \cdot 100 / (100 - 25) = 48 / 75 = 0,64.$$

Задача 2

Загальна страхова сума по страхуванню будівель у господарствах громадян становила 56000000 грн., страхове відшкодування по цих об'єктах виплачено у розмірі 235 200 грн. Який розмір збитковості страхової суми?

Відповідь: 0,42.

Задача 3

Сільськогосподарські культури застраховані по добровільному страхуванню від градобою, зливи, бурі і пожежі на корені, заморозків і повені на 32 560 000 грн. Визначте збитковість страхової суми, якщо страхове відшкодування становило за рік 218 152 грн.

Відповідь: 0,67.

Задача 4

Цукровий буряк застрахований на суму 18 900 000 грн., страхове відшкодування виплачено у розмірі 585 900 грн. Обчисліть збитковість страхової суми.

Відповідь: 3,1.

Задача 5

Застраховано 180 000 дворів (господарств), у яких виникло 594 пожежі. Визначіть частість виникнення пожеж.

Відповідь: 0,0033.



Задача 6

Визначіть відношення ризиків (відношення середньої страхової суми об'єкта, що горів, до середньої страхової суми застрахованого об'єкта) на підставі таких даних: число застрахованих дворів — 220 000, страхова сума — 990 000 000 грн., число дворів, що горіли — 1100, страхова сума дворів, що згоріли та ушкоджених пожежею — 4 510 000 грн.

Відповідь: 0,91.

Задача 7

Розробіть страхові тарифи з добровільного страхування туристів від нещасних випадків. За даними статистики кожний рік за туристичними путівками відпочиває близько 40 тис. чоловік. У середньому за рік травмується 1000 чол. Відношення середньої передбачуваної виплати до середньої очікуваної страхової суми становить 0,3. Передбачається, що страхуванням буде охоплено 30,0 % туристів, причому коефіцієнт відставання береться за 0,9.

Розрахуйте нетто-ставку.

Відповідь: 0,9.

Задача 8

Існують такі дані по страховій компанії за три роки, тис. грн.:

Роки	Страхова сума	Сума виплат
1	65320	450
2	42890	185
3	54400	248



Розрахуйте нетто-ставку.

Відповідь: 0,67.

Задача 9

Існують такі дані по страховій компанії за три роки, тис. грн.:

Роки	Страхова сума	Сума виплат
1	66440	350
2	48890	285
3	58400	148

У звітному році умови страхування були стабільні, величина навантаження у тарифній ставці — 30 %. Розрахуйте нетто-ставку і бруто-ставку.

Відповідь: нетто-ставка — 0,63; бруто-ставка — 0,90.

Задача 10

Розробіть страхові тарифи з добровільного страхування автомобілів від ДТП. За даними статистики кількість автомобілів становить близько 1500 тис. У середньому за рік трапляється 30 000 ДТП. Відношення середньої передбачуваної виплати до середньої очікуваної страхової суми становить 0,7. Передбачається, що страхуванням буде охоплено 30,0 % автомобілів, причому коефіцієнт відставання приймається рівним 0,6.

Розрахуйте нетто-ставку.

Відповідь: 2,66.

Задача 11

Вихідні дані для розрахунку — значення збитковості по страхуванню від пожеж майна підприємств за останні 5 років:



Роки	1	2	3	4	5
Збитковість, %	0,605	0,706	0,725	0,715	0,694

Визначіть середню збитковість і її середньоквадратичне відхилення.

Відповідь: середня збитковість — 0,689, середньоквадратичне відхилення — 0,079.

Задача 12

Визначіть тарифну нетто-ставку при страхуванні від пожеж, якщо ймовірність страхового випадку $q = 0,013$, кількість застрахованих об'єктів $N = 500$, середнє значення ступеня знищення об'єкта $\bar{b} = 0,5$ середньоквадратичне відхилення від середнього значення $\sigma b = 0,2$. Рівень гарантії безпеки у прийнятій рівним 0,9.

Відповідь: $T_n = 1,0$.

Рішення:

Основна частина нетто-ставки:

$$T_{n_0} = 0,5 \cdot 0,013 \cdot 100 = 0,65.$$

Очікуване середнє число страхових випадків за рік

$$\bar{n} = qN = 0,013 \cdot 500 = 6,5.$$

Для відносної характеристики розсіювання використовується коефіцієнт варіації, який дорівнює відношенню середньоквадратичного відхилення до математичного очікування: $Vn = \sigma / \bar{n}$. Коефіцієнт варіації ступеня збитку

$$Vb = \sigma b / \bar{b} = 0,4.$$

Тоді ризикова надбавка

$$T_n = \alpha T_{n_0} \sqrt{(1 + Vb^2) / \bar{n}} = 1,28 \cdot 0,0065 \sqrt{1,16 / 6,5} = 0,0035.$$

Нетто-ставка

$$T_n = T_{n_0} + T_n = 0,65 + 0,35 = 1,0.$$



Задача 13

Визначіть основну частину тарифної нетто-ставки і нетто-внеску при страхуванні на випадок смерті в результаті нещасного випадку. Ймовірність страхового випадку протягом року $q = 0,002$, страхова сума $S = 10$ тис. грн.

Відповідь: $T_{n_0} = 0,2$; $P_{n_0} = 200$ грн.

Рішення:

$$T_{n_0} = q \cdot 100 = 0,002 \cdot 100 = 0,2; P_{n_0} = q \cdot S = 0,002 \cdot 10000 = 200.$$

Задача 14

Визначіть основну частину тарифної нетто-ставки при страхуванні від пожеж, якщо ймовірність страхового випадку $q = 0,013$, середнє значення ступеня знищення об'єкта $\bar{b} = 0,5$.

Відповідь: $T_{n_0} = 0,65$.

Рішення: Відповідно до формули

$$T_{n_0} = P_{n_0} / S = q \cdot \bar{b} = 0,5 \cdot 0,013 \cdot 100 = 0,65.$$

Задача 15

Визначіть тарифну нетто-ставку і нетто-внесок при страхуванні на випадок смерті в результаті нещасного випадку. Ймовірність страхового випадку протягом року $q = 0,002$, страхова сума $S = 10$ тис. грн., кількість застрахованих $N = 3000$, рівень гарантії безпеки — $0,95$.

Відповідь: $T_n = 0,33$; $P_n = 330$ грн.

Рішення:

Основні частини тарифної нетто-ставки і нетто-внеску визначені в задачі 13.



Визначимо очікуване середнє число страхових випадків за рік:
 $\bar{n} = qN = 0,002 \cdot 3000 = 6.$

Визначимо ризикові надбавки:

$$T_p = \alpha T_{n_0} / \sqrt{\bar{n}} = 1,64 \cdot 0,002 / \sqrt{6} = 0,0013;$$

$$P_p = ST_p = 130 \text{ грн.}$$

Значення нетто-ставки і нетто-внеску відповідно:

$$T_n = T_{n_0} + T_p = 0,002 + 0,0013 = 0,0033 (0,33 \%);$$

$$P_n = P_{n_0} + P_p = 200 + 130 = 330 \text{ грн.}$$



Розділ 4

ОСНОВИ ТАРИФНИХ РОЗРАХУНКІВ З СТРАХУВАННЯ ЖИТТЯ

4.1. Історія страхування життя і виникнення наукових методів обчислення розмірів страхового фонду

Історія страхування життя налічує приблизно 2000 років. Грошові фонди для благодійних цілей у древній Індії, комунальні установи древніх іудеїв, колегії Римської імперії — це його зародкові форми. Організації, подібні до римських колегій, існували в епоху середніх віків у цехах і гільдіях. Надаючи матеріальну підтримку своїм членам у скрутних випадках, вони піклувалися також про забезпечення близьких померлого.

У докапіталістичних формаціях страхування знаходилося в зародку. Господарство тієї епохи мало натуральний характер. Кожен рабовласник чи феодал у натуральній, а іноді й у грошовій формі зберігав у себе спеціальний «страховий фонд».

Страхування засноване на участі окремих господарств та осіб у створенні єдиного страхового фонду. За самою своєю природою воно несумісно із замкнутістю натурального господарства. Поява страхування в докапіталістичних формаціях припускає порушення цієї замкнутості. А порушувалася вона насамперед у сфері торгівлі й ремесла, простого товарного виробництва. Але оскільки товарне виробництво і торгівля в економіці тієї епохи відігравали другорядну роль, страхування не одержало широкого поширення.



У рабовласницькому суспільстві та при феодалізмі визначилися лише найбільш загальні риси страхової справи. Не існувало ще ні страхових премій, що регулярно вносилися б членами цехів і гільдій у загальну касу, не було й заздалегідь створених страхових фондів. Страхування не відокремилася ще від ремесла і торгівлі, не виділилося в особливі спеціалізовані страхові організації. Те саме об'єднання ремісників і торговців виступало одночасно у ролі страховальника й у ролі страховика.

Слідом за розвитком товарного виробництва розвивається і страхування. Поступово уточнюється перелік страхових випадків, при настанні яких виплачується допомога, форми і розміри виплат. Збір коштів для виплати допомоги після настання страхового випадку змінюється попередньою акумуляцією страхового фонду, розкладка збитку — системою регулярних внесків. Призначення регулярних внесків і утвореного ними фонду поступово здобуває стійкий характер.

При капіталізмі страхування поступово перетворюється в особливу галузь економіки, здобуває загальне поширення як необхідний її елемент.

1706 р. в Англії виникло перше товариство страхування життя — «Емікебл». Система тарифних ставок у нього була недосконалою, вони ще не диференціювалися за віком.

Через деякий час з'являються товариства «Рефьюдж іксчендж» і «Лондон іншуренс корпорейшен». Вони вперше застосували поліси з фіксованими страховими сумами.

1762 р. було створено товариство «Еквітебл». Для розрахунку тарифних ставок воно використовувало відомості про смертність населення, зібрані й оброблені відомим ученим Р. Прайсом. Більш точні дані про смертність, а також диференціація тарифних ставок за віковими групами дозволили їх істотно знизити. Зниження тарифів сприяло інтенсивному розширенню операцій «Еквітебла» і разом з тим зростанню його капіталу. Такий успіх звернув на себе увагу і викликав появу нових товариств.



Трохи пізніше ніж в Англії товариства страхування життя комерційного типу виникають і в інших країнах. Так, у Франції перше товариство з'явилося 1829 р., у Німеччині — 1827 р., у США — 1830 р., у Росії — 1835 р. До кінця ХІХ ст. операції по страхуванню життя одержали широке поширення у всіх країнах світу.

Значно вплинули на розвиток страхування життя статистика і математика.

Виникла статистика у так званій школі «політичних арифметиків». Один із засновників цієї школи англійський учений Д. Граунт 1662 р. опублікував роботу «Природні і політичні спостереження, виконані над бюлетенями смертності», яка поклала початок страховій математиці — теорії актуарних розрахунків.

Майже одночасно з Д. Граунтом питання залежності страхування життя від смертності людей досліджував голландець Я. де-Вітт, який написав роботу про ціну довічної ренти, де розробив метод розрахунку страхових внесків у залежності від віку застрахованого і норми зростання грошей.

Своє продовження теорія актуарних розрахунків знайшла в працях англійського вченого Е. Галлея. Він склав таблицю смертності на основі матеріалів про смертність населення Бреславля за період 1687–1691 рр., дав визначення основних функцій таблиці смертності, обчислював ймовірності дожити і вмерти, увів у науку поняття ймовірної тривалості життя, застосував принцип розрахунку середньої тривалості життя при обчисленні щорічної ренти в залежності від віку, показав, що таблиця смертності дозволяє регулювати розміри страхових внесків. Форма таблиці Галлея застосовується в страхуванні життя дотепер.

Потім англійський математик А. Муавр, вивчивши таблицю смертності Е. Галлея, зумів спростити актуарні розрахунки. Він склав три інші таблиці на основі даних про смертність, застрахованих у Голландії і Франції, а також про смертність населення Лондона за 1728–1737 рр.

До кінця XVII — початку XVIII ст. були сформульовані основні положення математичної теорії ймовірностей і нагромадилися статистичні дані про смертність населення. Страхування життя встало на наукову основу.

Розвиток страхової справи у свою чергу стимулює розширення наукових досліджень. У середині XVIII ст. починається новий підйом у статистиці. Кілька праць («Про довічні ренти», «Про овдовілі каси», «Про страхування сиріт» та ін.) присвячує страхуванню життя один з найвідоміших математиків світу Леонард Ейлер. Виходять друком роботи французького вченого Е. Дювильєра «Дослідження про ренти, позики і платежі», «План страхової асоціації».

Проблемами, пов'язаними з актуарними розрахунками, займалися майже усі великі математики того часу: Л. Ейлер, Н. Фус, С. Лакруа та ін. В ці роки були складені таблиці смертності В. Керсебума, А. Депар'є. У цей час у теорії актуарних розрахунків застосовуються новітні досягнення математики і статистики. Страхові товариства одними з перших стали використовувати обчислювальну техніку.

4.2. Особливості побудови тарифної ставки по страхуванню життя і її структура

Побудова тарифів по страхуванню життя має свої особливості:

- розрахунки провадяться з використанням демографічної статистики і теорії ймовірності;
- при розрахунках застосовуються способи довгострокових фінансових розрахунків;
- тарифні нетто-ставки складаються з кількох частин, кожна з яких покликана сформувати страховий фонд за одним з видів страхової відповідальності, який включений в умови страхування.

Тарифна ставка визначає, скільки грошей кожний із страхувальників повинен внести в загальний страховий фонд з одиниці страхової



суми. Тому тарифи повинні бути розраховані так, щоб сума зібраних внесків виявилася достатньою для виплат, передбачених умовами страхування. Таким чином, тарифна ставка — це ціна послуги, що надається страховиком населенню, тобто своєрідна ціна страхового захисту. Від чого ж залежать її розміри, як установити ціну на той чи інший вид страхування життя?

Повна тарифна ставка називається брутто-ставкою. Вона складається з нетто-ставки і навантаження. Завдання нетто-ставки — забезпечити виплати страхових сум, тобто виконання фінансових зобов'язань страховика за договорами страхування. Навантаження призначене компенсувати витрати на проведення страхових операцій.

Своєрідність операцій страхування життя виявляється при побудові нетто-ставки. Умови страхування життя звичайно передбачають виплати у зв'язку з дожиттям застрахованого до закінчення терміну дії договору страхування чи у випадку його смерті протягом цього терміну. Крім того, передбачаються виплати у зв'язку з втраченою здоров'я внаслідок травми та деяких хвороб.

Таким чином, для розрахунку обсягу страхового фонду потрібно мати відомості про те, скільки осіб з числа застрахованих доживе до закінчення терміну дії їх договорів страхування і скільки з них щороку може вмерти; у скількох з них і в якому ступені настане втрата здоров'я. Кількість виплат, помножена на відповідні страхові суми, дозволить визначити розміри майбутніх виплат, тобто з'явиться можливість дізнатися, у яких розмірах потрібно буде акумулювати страховий фонд.

Тривалість життя окремих людей коливається в широких межах. Вона належить до категорії випадкових величин, кількісне значення яких залежить від багатьох факторів, настільки віддалених і складних, що, здавалося б, їх неможливо виявити і вивчити. Теорія ймовірності і статистика досліджують випадкові явища, що мають масовий характер, у тому числі смертність населення. Установлено, що демографічний процес зміни поколінь, що виражається в зміні



рівня повікової смертності, підпорядкований закону великих чисел, настільки одноманітному у своїх проявах і настільки достовірному в результатах, що він може бути основою фінансових розрахунків у страхуванні.

Демографічною статистикою виявлена і виражена за допомогою математичних формул залежність смертності від віку людей. Розроблено спеціальну методику складання так званих таблиць смертності, де на конкретних цифрах показується послідовна зміна смертності слідом за віком. Цими таблицями страхові компанії користуються для розрахунку тарифів.

Крім закономірностей, пов'язаних із процесом дожиття і смертності, при побудові тарифів враховується довгостроковий характер операцій страхування життя, оскільки ці договори укладаються на тривалі терміни від трьох і більше років. Протягом усього часу їхньої дії (чи на самому початку терміну страхування при одноразовій сплаті) страхові компанії одержують внески. Виплати ж страхових сум провадяться протягом терміну страхування чи після закінчення визначеного періоду від початку дії договору, якщо настане смерть застрахованого чи він втратить здоров'я.

Тимчасово вільні кошти акумулюються страховою компанією і використовуються як кредитні ресурси. За користування ними сплачується позичковий відсоток. Але якщо при ощадній операції дохід від відсотків приєднується до внеску, то в страхуванні на суму цього доходу заздалегідь зменшуються (дисконтуються) внески страхувальника, що підлягають сплаті. Для того щоб заздалегідь понизити тарифні ставки на той дохід, що буде утворюватись протягом ряду років, використовуються методи теорії довгострокових фінансових розрахунків.

Тарифні ставки в страхуванні життя складаються з кількох частин. Візьмемо для прикладу змішане страхування життя. У ньому поєднуються кілька видів страхування, що могли б бути і самостійними:

- страхування на дожиття;
- страхування на випадок смерті;
- страхування від нещасних випадків.



По кожному з них за допомогою тарифу створюється страховий фонд, тому тарифна ставка в змішаному страхуванні складається з трьох частин, що входять у нетто-ставку, і четвертої частини — навантаження.

Аналогічно складається структура тарифних ставок і за іншими видами страхування життя.

Структура тарифної ставки приведена на рис. 14.

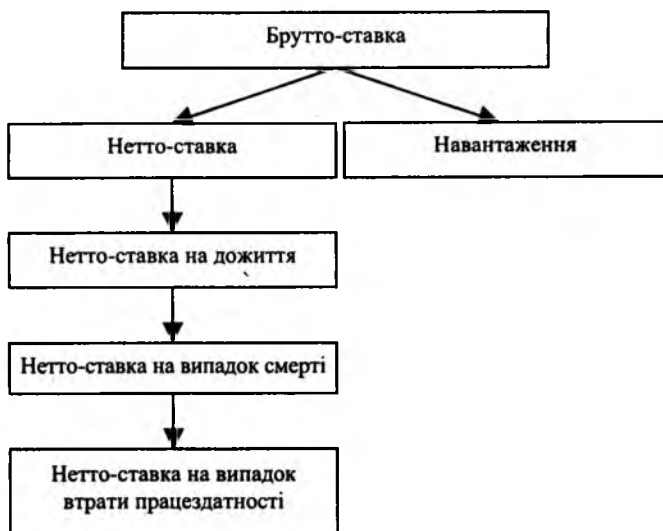


Рис. 14

Структура тарифної ставки змішаного страхування життя

4.3. Таблиця смертності

Страхові операції засновані на принципі еквівалентності фінансових зобов'язань страховика і страхувальника. Тому, перш



ніж визначити, скільки кожен страхувальник повинен внести в загальний страховий фонд, необхідно установити розмір виплат страховика.

Оскільки умови договорів страхування життя звичайно передбачають виплати в зв'язку з дожиттям застрахованого до визначеного терміну чи в зв'язку з його смертю, для розрахунку відповідних витрат страховій компанії потрібно мати відомості про те, скільки осіб доживе до закінчення терміну дії договору і скільки з них щороку може померти.

Тривалість життя окремих людей коливається в широких межах. Вона належить до категорії випадкових величин, тобто тих, чие кількісне значення залежить від багатьох причин, настільки віддалених і складних, що, здавалося б, їх неможливо виявити і вивчити.

Математика і статистика досліджують випадкові явища, що мають масовий характер, у тому числі смертність населення. Як установлено науковими дослідженнями, так званий процес вимирання покоління підпорядкований закону великих чисел.

Демографічною статистикою розроблена спеціальна методологія складання так званих таблиць смертності. Вона містить розрахункові показники, що характеризують смертність населення в окремих вікових групах і дожиття при переході від одного віку до наступного. Табл. 26 показує, як покоління одночасно народжених (умовно прийняте за 100 000) із збільшенням віку поступово зменшується.

Такими таблицями (власними чи складеними на основі переписів населення) користуються страхові компанії при розрахунках тарифних ставок по страхуванню життя.

У цій таблиці прийняті позначення: l_x — число доживаючих до кожного наступного віку, яке показує, скільки з 100000 одночасно народжених доживає до 1 року, 5 років, ..., 20, ..., 50 років тощо; d_x — число вмираючих при переході від віку x до віку $x + 1$ років. Вони показують, скільки з доживаючих до кожного віку вмирає, не доживши до наступного віку. Сума чисел вмираючих від нульового і до граничного віку дорівнює вихідному числу таблиці смертності,



тобто 100 000; q_x — ймовірність померти протягом майбутнього року життя, не доживши до наступного віку $x + 1$ років. Ця ймовірність показує, яка частка тих, що дожили до даного віку, помирає, не доживши до наступного, і є відношенням числа помираючих при переході від віку x до віку $x + 1$ до числа доживаючих до даного віку x :

$$q_x = \frac{d_x}{l_x}.$$

Величина ймовірності померти зазвичай виражається сотисячними частками одиниці. Наприклад, ймовірність померти у віці 40 років дорівнює 0,00358. Це означає, що в середньому на кожні 100000 чол. у віці 40 років приходиться 358 осіб, що помирають протягом найближчого року. Показник ймовірності померти можна виразити також у проміле чи відсотках. Для 40-річних він буде дорівнювати 3,58 ‰, чи 0,358 %; P_x — ймовірність дожити до $x + 1$ років.

Про що говорить таблиця смертності?

Приведена таблиця показує, що з абстрактної сукупності 100 000 народжених через рік залишається в живих 98 719 чол., оскільки 1281 чол. помирає на першому році життя. До 20 років з них залишиться в живих 97464 чол., до 30 років — 95982, до 40 — 93 597 тощо. Первісна сукупність народжених 100 000 чол. щороку скорочується і поступово вмирає.

Як читати таблицю смертності?

Беремо, наприклад, рядок для віку 40 років, тобто коли $x = 40$, $l_x = 93 597$ (це означає, що з 100 000 народжених до 40 років доживе



93 597 чол.); $d_{40} = 335$. Виходить, у віці 40 років, або на 41-му році життя, помирає 335 чол. До 41 року доживе тільки 93 262 (93 597 — 335), або $l_{40} - d_{40} = l_{41}$; $q_{40} = 0,00358$ і виражає відношення числа осіб, що помирають на 41-му році життя ($d_{40} = 335$), до числа осіб, що дожили до 40 років: $l_{40} = 93 597$.

Показники ймовірності померти є основними у таблиці смертності, від них залежать всі інші числа. У них сконцентрована закономірність процесу вимирання покоління. А вся таблиця детально характеризує цей процес.

Маючи показники ймовірності померти, страховик із достатнім ступенем упевненості може очікувати, що протягом найближчого року з числа застрахованих у віці 40 років може померти 0,36 %, у віці 41 року — 0,39 %, 50 років — 0,71 %. В окремі роки ці числа можуть бути трохи більшими чи меншими, але ймовірність занадто великих відхилень надзвичайно мала, і чим більша величина відхилення, тим менше ймовірність того, що воно може відбутися.

Таблиця смертності дає можливість також із достатнім ступенем упевненості стверджувати, що з 40-літніх осіб до 45 років не доживуть 1966:

$$(d_{40} + d_{41} + \dots + d_{44}), \text{ чи } (l_{40} - l_{45}), \text{ тобто } (l_x - l_{x+n}) = \sum_{i=x}^{x+n-1} d_i.$$

Показники з таблиці смертності використовуються для розрахунків тарифних ставок по страхуванню життя.

Маючи таблицю смертності, страхова компанія одержує для кожного періоду, який її цікавить, необхідні відомості про найбільш ймовірну кількість помираючих і осіб, що доживають, з числа застрахованих, тобто вона може довідатися, скільком приблизно особам у якомусь визначеному році необхідно буде виплатити страхові суми у випадках смерті чи дожиття, у скількох осіб припиняться тимчасові страхування на випадок смерті чи рентні страхування і т. ін.



Таблиця 26
Зразок таблиці смертності

Вік у роках	Число доживаючих до віку x років	Число вмираючих при переході від віку x до $x+1$ років	Ймовірність померти протягом майбутнього року життя	Ймовірність дожити до віку $x+1$ років
X	l_x	d_x	q_x	p_x
0	100000	1281	0,01281	0,98719
1	98719	172	0,00174	0,99826
2	98547	93	0,00094	0,99906
3	98454	69	0,00070	0,99930
4	98385	59	0,00060	0,99940
5	98326	53	0,00054	0,99946
6	98273	48	0,00049	0,99951
7	98225	45	0,00046	0,99954
8	98180	42	0,00043	0,99957
9	98138	39	0,00040	0,99960
10	98099	37	0,00038	0,99962
11	98062	36	0,00037	0,99963
12	98026	38	0,00039	0,99961
13	97988	43	0,00044	0,99956
14	97945	51	0,00052	0,99948
15	97894	61	0,00062	0,99938
16	97833	73	0,00075	0,99925
17	97760	86	0,00088	0,99912
18	97674	99	0,00101	0,99899
19	97575	111	0,00114	0,99886
20	97464	122	0,00125	0,99875
...
30	95982	179	0,00186	0,99814
...
40	93597	335	0,00358	0,99642
41	93262	360	0,00386	0,99614
42	92902	390	0,00420	0,99580
43	92512	422	0,00456	0,99544
44	92090	459	0,00498	0,99502
45	91631	498	0,00543	0,99457
...



Вибір таблиці смертності представляє для кожної страхової компанії дуже важливу проблему, тому що від цього залежать розміри тарифних ставок, утворення резерву страхових внесків, фінансова стійкість операцій.

У міжнародній страховій практиці відомі загальні, усічені і збірні таблиці смертності.

У загальних таблицях наводяться повікові показники ймовірності померти, що виявилися протягом першого року після укладання договору страхування окремо для кожного року страхування, в усічених таблицях — повікові показники ймовірності померти тільки тих осіб, що вже були застраховані протягом кількох років, і дані медичного огляду вже не діють. Взагалі проведення медичного огляду осіб, прийнятих на страхування, не дає тривалого ефекту.

У збірних таблицях містяться повікові показники ймовірності померти для всіх застрахованих, незалежно від терміна страхування.

Користуючись різними таблицями, страхові компанії прагнуть зміцнити фінансову стійкість операцій. Справа в тому, що в тих країнах, де страхуванням охоплена велика частина населення і діє багато його різновидів, відбувається процес стихійного самодобору застрахованих.

При великій різноманітності видів страхування життя доцільне застосування загальних, усічених і збірних таблиць смертності.

Багато страхових компаній ведуть власні статистичні спостереження і на їх основі будують таблиці смертності. Враховуються також причини випадків смерті з метою введення тих чи інших пільг або обмежень в умовах страхування.

В даний час побудова тарифних ставок ґрунтується на відомостях державної статистики, заснованих на матеріалах переписів населення. Це цілком правомірно, оскільки в країні переважає змішане страхування, що поєднує в собі страхування на дожиття і на випадок смерті.

Отже, маючи таблицю смертності, можна установити ймовірне число виплат по договорах страхування, а при відомих страхових



сумах — розмір фонду, який повинна мати страхова компанія, щоб виплатити страхові суми, тобто розмір страхового фонду.

Однак, перш ніж установити частку участі кожного із страхувальників у створенні такого фонду, тобто обчислити розмір страхових внесків, необхідно взяти до уваги ще один показник — норму прибутковості.

4.4. Норма прибутковості

Операції по страхуванню життя відрізняються довготерміновістю. Договори можуть укладатися, наприклад, на 5, 10, 15, 20 років. Протягом усього часу їхньої дії страхові компанії одержують внески. Виплати ж страхових сум провадяться в більшості випадків після закінчення цих термінів, а також (набагато рідше) — після втрати застрахованим працездатності чи його смерті протягом терміну дії договору.

Тимчасово вільні кошти акумулюються страховими компаніями, використовуються в економіці за допомогою передачі їх туди через банки. На ці кошти страховим компаніям нараховуються складні відсотки річного доходу. На величину одержуваного доходу страхові компанії зменшують тарифні ставки.

Нормою прибутковості називається розмір принесеного за рік кожною одиницею грошової суми доходу, що нараховується на кошти по страхуванню життя, тимчасово використовувани банками як кредитні ресурси.

Норму прибутковості прийнято позначати символом i . Так, вираз $i = 0,03$ означає, що кожна грошова одиниця за рік приносить 3 % доходу, $i = 0,05 = 5\%$ тощо. Один відсоток, таким чином, дорівнює $100i$. У страхуванні дохід розраховується відносно однієї грошової одиниці, а не до сотні одиниць, як це робиться в інших випадках.

Абсолютний розмір доходу, який одержується страховими компаніями, крім норми прибутковості залежить ще й від розміру тієї суми, яку вони розташовують, і від часу, протягом якого ця сума була в обігу.

Для прикладу підрахуємо, у що перетвориться грошова сума величиною, наприклад, у 100 грн. через 10 років.

Ту грошову суму, що буде приносити дохід (у нашому прикладі 100 грн.), позначимо літерою A ; час, протягом якого вона знаходиться в обігу (10 років), — літерою n , норму прибутковості (3 %) — літерою i . Розрахунок провадиться за формулою складних відсотків, тобто наприкінці кожного року дохід, що утворився за цей рік, приєднується до грошової суми на початок року, тому у наступному році дохід приносить уже нова, нарощена сума.

При нормі прибутковості i через рік, кожна грошова одиниця, наприклад 1 грн., перетвориться в $1 + i$, тобто при $i = 0,03$ у 1 грн. 03 коп. (1 грн. + 0,03 грн.).

Якщо одна грошова одиниця перетворилася в $1 + i$, то A таких одиниць — в $A \cdot (1 + i)$, чи 103 грн. (100 грн. \cdot 1,03).

Суму, що утвориться до кінця першого року (103 грн.), позначимо літерою B_1 . Тоді $B_1 = A \cdot (1 + i)$.

Через 10 років первісна грошова сума A дасть нарощену суму

$$B_{10} = A(1 + i)^{10},$$

а через n років перетвориться в

$$B_n = A(1 + i)^n.$$

Величина $(1 + i)$ називається відсотковим множником, який за n років дорівнює

$$(1 + i)^n.$$



У нашому прикладі сума в 100 грн. через 10 років при $i = 0,03$

$$B_{10} = 100(1 + 0,03)^{10} = 100 \cdot 1,03^{10};$$

$$\lg B_{10} = \lg 100 + 10 \lg 1,03;$$

$$B_{10} = 134 \text{ грн. } 39 \text{ коп.}$$

Практикою страхової справи створені спеціальні таблиці, що полегшують повсякденну роботу з актуарних розрахунків. Серед них є таблиця, що показує значення чисел $(1 + i)^n$ при заданій нормі прибутковості. Приводимо таку таблицю, у якій для прикладу взято кілька термінів (табл. 27).

Таблиця 27

Таблиця відсоткових множників

Число років, n	Значення чисел $(1 + i)^n$ при:		
	$i = 0,03$	$i = 0,04$	$i = 0,05$
1	1,03000	1,04000	1,05000
2	1,06090	1,08160	1,10250
3	1,09273	1,12486	1,15763
4	1,12551	1,16986	1,21551
5	1,15927	1,21665	1,27628
10	1,34392	1,48824	1,62889
14	1,51259	1,73168	1,97993
15	1,55797	1,80094	2,07893
18	1,70243	2,02582	2,40662
20	1,80611	2,19112	2,65330
23	1,97359	2,46472	3,07152
30	2,42726	3,24340	4,32194
50	4,38391	7,10668	11,46740

Звіriamo отриманий у наведеному вище прикладі результат 134 грн. 39 коп. з даними таблиці. Для цього знайдемо, у що перетворюється за 208



10 років кожна гривня при $i = 0,03$. Відповідно до таблиці — у 1,34392 грн., а 100 грн. — у 134 грн. 39 коп.

Очевидно, що чим вище норма прибутковості, тим швидше зростає початкова сума. Так, грошова сума збільшується вдвічі при 5 %-й нормі прибутковості приблизно за 14 років, при 4 %-й — за 18, при 3 %-й — за 23 роки.

На основі формули $B_n = A(1+i)^n$ можна установити ще одну дуже важливу для розрахунків тарифів залежність.

Використовуючи таблицю смертності, страховик визначає величину страхового фонду, необхідного для виплат в обумовлений термін страхових сум. Це величина B_n . Далі потрібно знайти величину A , тобто визначити, яким повинен бути розмір страхового фонду на початку терміну страхування.

$$A = \frac{B_n}{(1+i)^n}, \text{ або } A = B_n \cdot \frac{1}{(1+i)^n}.$$

Наприклад, якщо $B_n = 134$ грн. 39 коп., $n = 10$, $i = 0,03$, то

$$A = \frac{134,39}{(1+0,03)^{10}}, \quad \lg A = \text{Lg} \frac{B_n}{(1+i)^n},$$

тобто $A = 100$ грн.

Як видно з прикладу, розрахунок величини A ускладнюється логарифмуванням. Причому завжди доводиться мати справу з величиною, зворотною відсотковому множнику $(1+i)$. Для спрощення розрахунків вводиться додатковий показник v , який називається дисконтуючим множником:

$$v = \frac{1}{1+i}.$$



Показник v , зведений у ступінь $n(v)^n$, є дисконтуючим множителем за n років, тобто

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}.$$

Він дозволяє довідатися, скільки потрібно внести сьогодні, щоб через кілька років мати певної величини грошовий фонд, враховуючи задану норму прибутковості, тобто визначити сучасну вартість цього фонду.

Наприклад, дисконтуючий множник за 5 років $(v)^5$ при 3 %-й нормі прибутковості дорівнює 0,86261, а за 10 років — 0,74409. Виходить, щоб при даній нормі прибутковості через 5 років отримати 100 грн., досить мати сьогодні 86 грн. 26 коп., щоб ця сума (100 грн.) була через 10 років при 3 %-й нормі прибутковості, сьогодні потрібно мати 74 грн. 41 коп., а при нормі прибутковості в 5 % досить було б мати лише 61 грн. 39 коп.

Тарифні ставки в страхуванні життя обчислюються з урахуванням того, що грошові суми, які надійшли у вигляді страхових внесків, за певний відрізок часу, приносячи якийсь дохід, збільшаються, тобто вони визначаються виходячи із сучасної вартості страхового фонду.

Застосовуючи показник v^n , формулу для визначення величини A можна представити у такому вигляді:

$$A = B_n \cdot v^n.$$

Абсолютні значення показника v^n так само, як і показника $(1+i)^n$; $v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$ зазвичай містяться в спеціальній таблиці (табл. 28), що використовується потім при розрахунку тарифів.

Із збільшенням норми прибутковості i і терміну страхування n абсолютні значення множників, що дисконтують, зменшуються.



Формула $B_n = A(1+i)^n$ дає можливість визначати й інші показники, які входять до неї (n, i).

Наприклад, потрібно визначити, через скільки років початкова сума збільшиться вдвічі при заданих нормах прибутковості, тобто $B_n = 2A$ при $i_1 = 0,03, i_2 = 0,04, i_3 = 0,05, n_{1,2,3} = ?$

Таблиця 28

Таблиця дисконтуючих множників

Число років, n	Дисконтуючі множники при:		
	$i = 0,03$	$i = 0,04$	$i = 0,05$
1	0,97087	0,96154	0,95238
2	0,94260	0,92456	0,90703
3	0,91514	0,83900	0,86384
4	0,88849	0,85480	0,82270
5	0,86261	0,82193	0,78353
10	0,74409	0,67556	0,61391
14	0,66112	0,57748	0,50507
15	0,64186	0,55526	0,48102
18	0,58739	0,49363	0,41552
20	0,55368	0,45639	0,37689
23	0,50669	0,40573	0,32557
30	0,41199	0,30832	0,23138
40	0,30656	0,20829	0,14205
50	0,22811	0,14071	0,08720

Рішення:

$$B_n = A(1+i)^n; \quad (1+i)^n = \frac{B_n}{A}; \quad n \lg(1+i) = \lg \frac{B_n}{A};$$

$$n_1 = \frac{A}{\lg(1+i)}; \quad n_1 = \frac{\lg 2}{\lg 1,03} = \frac{0,3010}{0,0128} = 23,5 \text{ роки};$$



$$n_2 = \frac{\lg 2}{\lg 1,04} = \frac{0,3010}{0,0170} = 17,7 \text{ роки};$$

$$n_3 = \frac{\lg 2}{\lg 1,05} = \frac{0,3010}{0,0212} = 14,2 \text{ роки}.$$

Тепер знайдемо значення i , якщо відомі початкова сума A , кількість років, протягом яких вона знаходилася в обігу (n), і нарощена сума B_n , тобто

$$A = 100 \text{ грн.}, B_{10} = 134 \text{ грн. } 39 \text{ коп.}, n = 10 \text{ років}, i = ?$$

Рішення:

$$B_n = A(1+i)^n; \quad (1+i)^n = \frac{B_n}{A}; \quad n \lg(1+i) = \lg \frac{B_n}{A};$$

$$10 \lg(1+i) = \lg 1,3439; \quad \lg(1+i) = \frac{\lg 1,3439}{10}; \quad 1+i = 1,03; \quad i = 0,03.$$

Таким чином, залежність тарифних ставок від рівня смертності застрахованих і норми прибутковості складається об'єктивно і не може довільно змінюватися.

При визначенні тарифів із страхування життя необхідно враховувати об'єктивні закономірності руху рівня смертності застрахованих, норми прибутковості, їх взаємозв'язок і вплив на величину тарифних ставок.

4.5. Тарифні ставки по змішаному страхуванню життя

Уклавши договір страхування життя, страхувальник і страховик починають виконувати свої фінансові зобов'язання.



Фінансові зобов'язання полягають у сплаті страхових внесків. Якщо страхувальник сплачує їх одразу при укладанні договору, то такий внесок називається одноразовим. Якщо ж він виконує свої зобов'язання протягом усього терміну страхування, застосовуються річні внески, які потім можуть сплачуватися у розстрочку — щомісяця.

Умови змішаного страхування життя передбачають виплату страхової суми у разі дожиття, смерті та у зв'язку з утратою працездатності від нещасного випадку. Для виплат за кожним видом страхової відповідальності страховик повинен створити у себе страховий фонд. Крім того, йому необхідні кошти для компенсації витрат на проведення страхових операцій. Тому тарифна ставка по змішаному страхуванню життя складається з:

- нетто-ставки на дожиття;
- нетто-ставки на випадок смерті;
- нетто-ставки на випадок втрати працездатності;
- навантаження.

Розглянемо послідовно процес побудови тарифних ставок.

Одноразова нетто-ставка на дожиття

Візьмемо конкретний приклад: особа у віці 40 років ($x = 40$) укладає договір страхування на дожиття терміном на 5 років на суму 100 грн. Яка повинна бути для нього величина одноразового страхового внеску?

Уявимо, що такі договори страхування уклали всі сорокарічні особи з наведеної вище таблиці смертності. Після закінчення п'яти років страховій компанії необхідно буде виплатити певне число страхових сум тим, хто доживе до закінчення терміну дії договору. З таблиці смертності знаходимо, що до 45 років доживе 91 631 чол. Виходить, і виплат буде 91 631. Страхова сума кожного договору — 100 грн. Отже, страховий фонд, призначений для цих виплат, повинен становити



$$100 \text{ грн.} \cdot 91631 = 9163100 \text{ грн.}$$

Однак на початку страхування він може мати меншу величину, враховуючи, що щороку на нього буде наростати 3 складних відсотки доходу. Щоб відповідно зменшити цей фонд, тобто знайти його сучасну вартість, застосуємо множник, що дисконтує, за 5 років, рівний при 3 %-й нормі прибутковості 0,86261.

$$9163100 \text{ грн.} \cdot 0,86261 = 7904182 \text{ грн.}$$

Отже, щоб через 5 років мати кошти для виплати страхових сум по дожиттю, страхова компанія на початку страхування повинна мати у своєму розпорядженні фонд у 7904182 грн. Цю суму і потрібно одноразово зібрати зі страхувальників. Різниця між сумою збору і сумою виплат буде покрита за рахунок 3 %-го доходу на зібрані кошти. 7904182 грн. є сучасною вартістю 9 163 100 грн., що будуть виплачені через 5 років.

Щоб визначити розмір внеску кожного із застрахованих у цей загальний фонд, розділимо отриману суму на число осіб на початку страхування (див. таблицю смертності, $x = 40$). Одержимо:

$$7904182 \text{ грн.} / 93597 = 84 \text{ грн.} 45 \text{ коп.}$$

Це і буде одноразова нетто-ставка на дожиття.

Розмір тарифної ставки був, відповідно, обчислений таким чином:

$$91631 \cdot 0,86261 / 93597 \cdot 100 = 84,45.$$

де 91631 — число осіб, що доживають до 45 років. Воно позначається символом l_{x+n} , де x — вік на початку страхування, n — термін страхування;

0,86261 — множник, що дисконтує v^n ;

93597 — число осіб на початку страхування l_x ;

100 — страхова сума S .



Звідси отримаємо формулу

$${}_n E_x = \frac{(l_{x+n} \cdot v^n)}{l_x \cdot S}$$

де ${}_n E_x$ — одноразова нетто-ставка по страхуванню на дожиття для осіб у віці x років терміном на n років.

Підставляючи в цю формулу відповідні значення, можна обчислити розмір тарифної ставки по страхуванню на дожиття для будь-якого віку і терміну. Наприклад, для особи у 30 років, застрахованої на 10 років, одноразова нетто-ставка по страхуванню на дожиття

$${}_{10} E_{30} = \frac{(l_{40} \cdot v^{10})}{l_{30} \cdot S} = \frac{93597 \cdot 0,74409}{95982 \cdot 100} = 72 \text{ грн.} \cdot 56 \text{ коп.}$$

Одноразова нетто-ставка на випадок смерті

Припустимо, що особа у віці 40 років укладає договір страхування на випадок смерті терміном на 5 років на 100 грн. Якщо, обчислюючи нетто-ставку на дожиття, необхідно було знайти число осіб, що доживають до 45 років, то тепер варто визначити кількість застрахованих, які не доживуть до 45 років.

По таблиці смертності знаходимо, що у віці 40 років зазвичай помирає 335 чол., у віці 41 року — 360, 42 років — 390, 43 років — 422, 44 років — 459 чол. Отже, страховій компанії необхідно виплатити у зв'язку з випадками смерті на першому році страхування 33 500 грн, на другому — 36 000 грн. тощо. Перемноживши ці суми на відповідні (для одного року, двох років і т. ін.) множники, що дисконтують, знайдемо сучасну вартість майбутніх п'ятирічних виплат по випадках смерті:

$$33500 \cdot 0,97087 + 36000 \cdot 0,94260 + 39000 \cdot 0,91514 + \\ + 42200 \cdot 0,88849 + \dots + 45900 \cdot 0,86261 = 179237 \text{ грн.}$$



Розділимо отриману суму на число осіб, що вступають у страхування:

$$179237 / 93597 = 1 \text{ грн. } 91 \text{ коп.}$$

Таким чином, особи у віці 40 років, уклавши договір страхування на випадок смерті на страхову суму 100 грн., повинні при укладанні договору внести в загальний страховий фонд 1 грн. 91 коп.

Розмір тарифної ставки був обчислений за допомогою таких дій:

$$(335 \cdot 0,97087 + 360 \cdot 0,94260 + \dots + 459 \cdot 0,86261) / (93597 \cdot 100) = 1,91,$$

- де 335 — число осіб, що помирають у віці 40 років, або d_x ;
360 — число осіб, що помирають у віці 41 року, або d_{x+1} і т. д.;
459 — число осіб, що помирають на останньому році страхування, або d_{x+n-1} ;
0,97087; 0,94260, ... і т. д. — множники, що дисконтують, для відповідних років страхування: v, v^2, \dots, v^n .
93597 — число осіб при вступі в страхування l_x ;
100 — страхова сума, або S .

Одноразова нетто-ставка по страхуванню на випадок смерті для осіб у віці x років при терміні страхування n років позначається символом ${}_nA_x$:

$${}_nA_x = \frac{(d_x \cdot v + d_{x+1} \cdot v^2 + \dots + d_{x+n-1} \cdot v^n)}{L_x \cdot S} \quad \cdot \zeta$$

Користуючись цією формулою, можна обчислити розмір тарифної ставки по страхуванню на випадок смерті для осіб будь-якого віку на будь-який термін.

Виводячи формули, ми переконуємося, що одноразові нетто-ставки рівні сучасній вартості взаємних фінансових зобов'язань страховика і страхувальника.



4.6. Комутаційні числа

Необхідні показники для розрахунку за формулами містяться в таблиці смертності і таблиці множників, що дисконтують. Однак при розрахунках прийшлося б перемножувати і ділити довгі ряди багатозначних чисел, що особливо складно, коли на практиці доводиться обчислювати тарифні ставки для великого числа вікових груп і на кілька різних термінів.

Існує метод спрощення формул. Наприклад, якщо у формулі

$${}_nE_x = \frac{(L_{x+n} \cdot v^n)}{L_x \cdot S}$$

чисельник і знаменник помножити кожний на v^x , абсолютна величина дробу не зміниться, тому що $\left(\frac{v^x}{v^x}\right) = 1$.

Одержимо

$${}_nE_x = \frac{(L_{x+n} \cdot v^n \cdot v^x)}{(L_x \cdot v^x) \cdot S} = \frac{(L_{x+n} \cdot v^{x+n})}{(L_x \cdot v^x) \cdot S}$$

У чисельнику і знаменнику стоять тепер однорідні показники, де число тих, які доживають збільшується на дисконтуючий множник за кількість років, рівних цьому віку. Такі числа позначають символом D_x . Формула для розрахунку одноразової нетто-ставки по дожиттю має вигляд:

$${}_nE_x = S \cdot \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

Вона є робочою, тобто нею користуються на практиці для розрахунку одноразових нетто-ставок по страхуванню на дожиття.



У актуарних розрахунках, крім числа D_x , використовуються такі числа:

$$D_x = l_x \cdot v^x; \quad N_x = D_x + D_{x+1} + \dots + D_w; \quad C_x = d_x \cdot v^{x+1}; \\ M_x = C_x + C_{x+1} + \dots + C_w; \quad R_x = M_x + M_{x+1} + \dots + M_w,$$

де w — кінцевий вік у таблиці смертності, при якому ймовірність померти протягом наступного року життя визнається достовірною, тобто рівною 1, а дожиття до віку $w + 1$ неможливе.

Числа D_x , N_x , C_x , M_x і R_x називаються комутаційними.

Формула одноразової нетто-ставки по страхуванню на випадок смерті, виражена в комутаційних числах, спрощується в ще більшому ступені, ніж попередня. Спосіб спрощення той же.

Чисельник і знаменник початкової формули збільшуються на v^x і всі доданки чисельника замінюються комутаційними числами C_x . Потім за допомогою визначених перетворень вони перетворюються в різницю двох чисел $M_x - M_{x+n}$, а сама формула в таку:

$${}_n A_x = \frac{(M_x - M_{x+n})}{D_x} \cdot S.$$

Вона є робочою.

Робоча формула для розрахунку одноразової нетто-ставки по змішаному страхуванню життя (без відповідальності у зв'язку з утратою працездатності) дорівнює сумі двох попередніх:

$${}_n E_x + {}_n A_x = \frac{(D_{x+n} + M_x - M_{x+n})}{D_x} \cdot S.$$

Комутаційні числа N_x застосовуються при розрахунку річних ставок, R_x — при розрахунку тарифів по страхуванню дітей.

Звичайно, абсолютна величина комутаційних чисел обчислюється заздалегідь відповідно до прийнятої таблиці смертності і



встановленої норми прибутковості. Для прикладу наведемо комутаційні числа, обчислені на основі таблиці смертності і 3 %-ї норми прибутковості (табл. 29).

Таблиця 29
Таблиця комутаційних чисел

Вік в роках, x	D_x	N_x	C_x	M_x	R_x	Q_x	P_x
0	100000	2924404	1244	14817	828958	0,01281	0,98719
1	95844	2824404	162	13573	814141	0,00174	0,99826
2	92890	2728560	85	13411	800568	0,00094	0,99906
3	90099	2635670	61	13326	787157	0,00070	0,99930
4	87414	2545570	51	13265	773832	0,00060	0,99940
5	84817	2458157	44	13214	760567	0,00054	0,99946
6	82302	2373340	39	13169	747353	0,00049	0,99951
7	79866	2291038	36	13130	734184	0,00046	0,99954
8	77504	2211172	32	13095	721054	0,00043	0,99957
9	75215	2133668	29	13062	707959	0,00040	0,99960
10	72995	2058453	27	13033	694897	0,00038	0,99962
...
20	53963	1418418	66	12644	565962	0,00125	0,99875
...
30	39543	947164	72	11950	442626	0,00186	0,99814
...
40	28693	602975	100	11124	326623	0,00358	0,99642
41	27757	574282	104	11024	315499	0,00386	0,99614
42	26845	546525	109	10920	304475	0,00420	0,99580
43	25954	519680	115	10811	293555	0,00456	0,99544
44	25083	493726	121	10696	282744	0,00498	0,99502
45	24231	468643	128	10575	272048	0,00543	0,99457
46	23397	444413	135	10447	261474	0,00593	0,99407
47	22581	421015	141	10312	251027	0,00645	0,99355
48	21782	398434	148	10171	240715	0,00699	0,99301
49	21000	376652	154	10023	230544	0,00756	0,99244
50	20234	355652	160	9869	220521	0,00815	0,99185



Підставляючи комутаційні числа в робочі формули, визначають розміри нетто-ставок.

Наприклад, при $S = 100$ грн.

$${}_5E_{40} = \frac{D_{45}}{D_{40}} \cdot 100 = \frac{24231}{28693} \cdot 100 = 84 \text{ грн. } 45 \text{ коп.}$$

$${}_5A_{40} = \frac{(M_{40} - M_{45})}{D_{40}} \cdot S = \frac{(11124 - 10575)}{28693} \cdot 100 = 1 \text{ грн. } 91 \text{ коп.}$$

Таким чином, дві частини одноразової нетто-ставки за договором змішаного страхування життя терміном на 5 років для особи у віці 40 років із 100 грн. страхової суми обчислені.

У цілому одноразова нетто-ставка по змішаному страхуванню життя (без відповідальності за втрату працездатності від нещасного випадку) становитиме 86 грн. 36 коп. (84 грн. 45 коп. + 1 грн. 91 коп.).

4.7. Річна нетто-ставка

Більшості страхувальників зручніше робити внески протягом усього періоду страхування. Для цього обчислюються річні нетто-ставки.

Визначаючи розмір річної нетто-ставки, не можна механічно ділити одноразову ставку на число років страхування. Необхідний особливий розрахунок, що враховує як втрату доходу на відсотках, так і зменшення числа застрахованих внаслідок смертності.

При одноразовій сплаті більша грошова сума надходить одразу в державний обіг, і на неї нарастають відсотки. При річних же внесках частина доходу, одержаного за рахунок відсотків, втрачається. Крім того, при одноразовому внеску всі страхувальники погашають свої внески одразу, а при річній сплаті по ряду договорів внески не будуть виплачені цілком, оскільки частина застрахованих протягом терміну дії договорів може померти (див. таблицю смертності).



Для обчислення річних ставок застосовуються спеціальні коефіцієнти розстрочки (ануїтети).

Розглянемо конкретний приклад. Уявімо: всі 93 597 осіб 40-річного віку, що значаться в таблиці смертності, зобов'язалися протягом п'яти років наприкінці кожного року вносити страховій компанії по 1 грн. Але оскільки протягом п'яти років частина застрахованих може померти, страхова компанія одержить відповідно до таблиці смертності: наприкінці

- 1-го року — 93 262 грн.;
- 2-го року — 92 902 грн.;
- 3-го року — 92 512 грн.;
- 4-го року — 92 090 грн.;
- 5-го року — 91 631 грн.

Сучасна вартість суми, внесеної в першому році, дорівнює $93262 \cdot 0,97087$ ($0,97087$ — множник, що дисконтує, за один рік). Сучасна вартість внесків другого року дорівнює $92902 \cdot 0,94260$ ($0,94260$ — множник, що дисконтує, за 2 роки) і т. д. Перемноживши суми внесків кожного року на відповідні множники, що дисконтують, знайдемо сучасну вартість загальної суми внесків усіх застрахованих. Розділивши отриману величину на 93 597 (кількість осіб, що вступили в страхування), розраховуємо сучасну вартість річних внесків у розмірі 1 грн., сплачених протягом п'яти років кожним із 40-річних застрахованих. У результаті підрахунку отримуємо 4 грн. 53 коп. Це значить, що протягом п'яти років страхувальник буде вносити страховій компанії по 1 грн. і усього він внесе 5 грн. Сучасна вартість цих 5 грн. у момент укладання договору страхування дорівнює 4 грн. 53 коп.

Сучасна вартість річних внесків у розмірі 1 грн. називається *коефіцієнтом розстрочки (ануїтетом)* і позначається символом ${}_n a_x$.

Якщо в наведеному розрахунку замінити цифрові значення літерними позначеннями, отримаємо формулу:

$${}_n a_x = \frac{(l_x + 1 \cdot v + l_x + 2 \cdot v^2 + \dots + l_x + n \cdot v^{x+n})}{l_x}$$



У ній враховується і норма прибутковості, і природне зменшення внаслідок смертності числа застрахованих осіб протягом терміну страхування.

Формулу для розрахунку коефіцієнта розстрочки постнумерандо можна виразити в комутаційних числах. Після відповідних перетворень вона матиме вигляд

$${}_n a_x = \frac{(N_{x+1} - N_{x+n+1})}{D_x}$$

Аналогічно записується і формула для розрахунку коефіцієнта розстрочки пренумерандо:

$${}_n \ddot{a}_x = \frac{(N_x - N_{x+n})}{D_x}$$

Деякі значення анuitетів наведені у табл. 30.

Таблиця 30
Деякі значення анuitетів

Строк сплати внесків у роках	Вік				
	20	30	40	50	60
5	4,56	4,55	4,53	4,47	4,34
10	8,45	8,42	8,34	8,13	7,64
15	11,77	11,70	11,51	11,04	9,98
20	14,60	14,46	14,11	13,25	11,49

Як відомо, одноразова нетто-ставка дорівнює сучасній вартості взаємних фінансових зобов'язань страховика і страхувальника. Якщо страхувальник погашає свої фінансові зобов'язання річними



внесками, одноразова ставка дорівнює сучасній вартості суми річних внесків.

Коефіцієнт розстрочки дорівнює сучасній вартості річних внесків у розмірі 1 грн. Отже, одноразова ставка так відноситься до річної, як коефіцієнт розстрочки до 1 грн. Складемо пропорцію.

$$\text{Одноразова ставка: } {}_n a_x = \text{річна ставка} / \frac{{}_n P_x}{1}.$$

Звідси річна ставка дорівнює одноразовій, помноженій на 1 грн. і поділеній на коефіцієнт розстрочки, або

$${}_n P_x = \text{одноразова ставка} / {}_n a_x.$$

Абсолютні значення коефіцієнтів розстрочки близькі до значення n — терміну страхування, але трохи нижчі за нього (див. табл. 30). У результаті розміри річних ставок виходять більш високими, ніж при механічному діленні одноразової ставки на число років страхування. Так відшкодовуються втрати на відсотках і враховується зменшення протягом терміну страхування кількості осіб, що роблять внески.

Застосувавши коефіцієнт розстрочки у розмірі 4,53, обчислимо річні ставки для особи у віці 40 років при терміні страхування 5 років.

Річна нетто-ставка по дожиттю дорівнює 18 грн. 64 коп. (84 грн. 45 коп. / 4,53); річна нетто-ставка по страхуванню на випадок смерті складе 42 коп. (1 грн. 91 коп. / 4,53), а по змішаному страхуванню (без відповідальності за втрату працездатності) — 19 грн. 06 коп.

Таким чином, договір змішаного страхування життя терміном на 5 років для 40-річної особи характеризується такими даними: 100 грн. — страхова сума; 95 грн. 30 коп. — сума річних внесків — нетто; 86 грн. 36 коп. — одноразовий внесок — нетто.

Тепер виведемо робочі формули для обчислення річних нетто-ставок на дожиття:



$${}_n P_x = \frac{{}_n E_x}{{}_n a_x} \cdot S.$$

Підставивши значення ${}_n a_x$, одержимо

$${}_n P_x = \frac{D_{x+n}}{(N_{x+1} - N_{x+n+1})} \cdot S.$$

На випадок смерті

$${}_n P_x = \frac{{}_n A_x}{{}_n a_x} \cdot S, \text{ або } {}_n P_x = \frac{(M_x - M_{x+n})}{(N_{x+1} - N_{x+n+1})} \cdot S.$$

Річна нетто-ставка по змішаному страхуванню життя

$${}_n P_x = \frac{(D_{x+n} + M_x - M_{x+n})}{(N_{x+1} - N_{x+n+1})} \cdot S.$$

4.8. Нетто-ставки на випадок утрати працездатності

Нетто-ставку по страхуванню на випадок утрати працездатності прийнято включати в усі річні тарифні ставки в єдиному розмірі, незалежно від віку застрахованого. Її розмір устанавлюється на основі практичних даних страхових компаній про виплати страхових сум у зв'язку з утратою застрахованими працездатності від нещасного випадку.

Остаточний розмір річної нетто-ставки по змішаному страхуванню життя із 100 грн. страхової суми, що передбачає відповідальність страхових компаній по дожиттю, на випадок смерті і втрати працездатності для особи у віці 40 років при терміні страхування 5 років складе 19 грн. 38 коп., у тому числі:



- 18 грн. 64 коп. — нетто-ставка по страхуванню на дожиття;
- 42 коп. — нетто-ставка по страхуванню на випадок смерті;
- 32 коп. — нетто-ставка по страхуванню на випадок утрати працездатності.

Переважну питому вагу займає нетто-ставка на дожиття.

Величина нетто-ставки залежить, таким чином, від рівня смертності застрахованих, ймовірності втрати працездатності від нещасного випадку і норми прибутковості. Оскільки ця залежність носить об'єктивний характер, розміри нетто-ставок не можна довільно змінювати.

4.9. Брутто-ставки

Одержуючи внески в розмірі нетто-ставок, страховик акумулює у своїх руках стільки коштів, скільки йому знадобиться для виплати страхових сум. Але він несе витрати, пов'язані з витратами на проведення страхування, тобто повинен оплатити працю всіх працівників по укладанню договорів страхування та інші витрати.

Оскільки страхування проводиться, в основному, за рахунок самих страхувальників, кошти на покриття цих витрат також передбачаються у тарифній ставці. Тому до нетто-ставки приєднується навантаження.

У тарифних ставках по змішаному страхуванню життя у навантаження включені лише чисті витрати страхових компаній по проведенню страхових операцій. Річна брутто-ставка по змішаному страхуванню життя на 100 грн. для особи у віці 40 років і терміном на 5 років складає 21 грн. 11 коп.

Брутто-ставки обчислюються за формулою

$${}_n P_x = \frac{{}_n H_x}{(1-f)},$$

де ${}_n P_x$ — брутто-ставка;

${}_n H_x$ — нетто-ставка;

f — питома вага навантаження у брутто-ставці.



Тут нетто-ставка позначається символом ${}_nH_x$, тому що за цією формулою обчислюються одноразові і річні ставки. У процесі розрахунків замість ${}_nH_x$ підставляється відповідна нетто-ставка, наприклад, ${}_nE_x$, ${}_nP_x$ тощо. Якщо йдеться про одноразові внески, вживаються символи 1P_x і 1H_x , якщо про річні — ${}_nP_x$ і ${}_nH_x$.

Наприклад, якщо нетто-ставка ${}_nH_x$ дорівнює 19 грн. 38 коп., а питома вага навантаження становить 8,2 % від бруто-ставки, тобто $f = 0,082$, то бруто-ставка

$${}_nP_x = \frac{19,38}{(1 - 0,082)} = 21 \text{ грн } 11 \text{ коп.}$$

Правилами змішаного страхування життя надається можливість щомісячної чи одноразової сплати внесків. Щомісячні внески за своїм розміром дорівнюють 1/12 частині річних бруто-ставок.

Аналізуючи бруто-ставки, можна зробити такі висновки: розмір тарифів збільшується слідом за віком особи, що укладає договір страхування; чим довший термін страхування, тим нижча тарифна ставка; одноразовий внесок менший страхової суми і нижчий суми місячних внесків; перевищення загальної суми сплачених у розстрочку внесків буде тим меншим або його зовсім не буде, чим довший термін страхування і молодша особа, що укладає договір.

Розрахунок ставок по страхуванню життя наведений у табл. 31.

4.10. Перерахунки страхових внесків у зв'язку зі зміною умов страхування

При зміні умов договорів страхування життя виникає питання: за якими тарифними ставками повинні сплачуватися страхові внески по зміненому страхуванню?

Таблиця 31
 РОЗРАХУНОК ТАРИФНОЇ СТАВКИ ПО ЗМІШАНОМУ СТРАХУВАННЮ ЖИТТЯ
 (строк страхування п'ять років)

Вік	ДОЖИТТЯ			НА ВИПАДОК СМЕРТІ			ВТРАТА ПРАЦЕЗДАТНОСТІ			Оанрарова брутто-ставка	Річна брутто-ставка	Місячна брутто-ставка
	Число доживаючих до віку x років	Дисконтний множник з нормою придатковості	Нetto-ставка	Число померлих при переході до наступного віку	Дисконтний множник з нормою придатковості	Нetto-ставка	Річна нetto-ставка	Коефіцієнт розрочки	Оанрарова нetto-ставка			
x	I_x	V^x	E_x	d_x	V^x	A_x	P_x	q_x	P_x	II_x	II_x	II_x
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
25	96781	0,86261	85,55	151	0,86261	0,75	0,32	4,56	1,46	95,60	20,97	1,75
26	96630	0,86261	85,52	154	0,97087	0,78	0,32	4,56	1,46	95,60	20,98	1,75
27	96476	0,86261	85,49	159	0,94260	0,82	0,32	4,56	1,46	95,60	20,98	1,75
28	96317	0,86261	85,45	164	0,91514	0,86	0,32	4,56	1,46	95,61	20,99	1,75
29	96153	0,86261	85,41	171	0,88849	0,90	0,32	4,55	1,46	95,61	20,99	1,75
30	95982	0,86261	85,35	179	0,86261	0,96	0,32	4,55	1,46	95,61	21,00	1,75



Закінчення табл. 31

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
31	95803	0,86261	85,30	189	0,97087	1,02	0,32	4,55	1,46	95,61	21,01	1,75
32	95614	0,86261	85,23	200	0,94260	1,09	0,32	4,55	1,46	95,62	21,02	1,75
33	95414	0,86261	85,16	213	0,91514	1,16	0,32	4,55	1,46	95,62	21,03	1,75
34	95201	0,86261	85,09	227	0,88849	1,24	0,32	4,54	1,45	95,62	21,04	1,75
35	94974	0,86261	85,01	242	0,86261	1,32	0,32	4,54	1,45	95,63	21,05	1,75
36	94732	0,86261	84,92	257	0,97087	1,42	0,32	4,54	1,45	95,63	21,07	1,76
37	94475	0,86261	84,46	274	0,94260	1,52	0,32	4,53	1,45	95,63	21,08	1,76
38	94201	0,86261	84,71	292	0,91514	1,64	0,32	4,53	1,45	95,64	21,11	1,76
39	93909	0,86261	84,59	312	0,88849	1,77	0,32	4,53	1,45	95,65	21,13	1,76
40	93597	0,86261	84,45	335	0,86261	1,91	0,32	4,52	1,45	95,65	21,15	1,76
41	93262	0,86261	84,29	360	0,97087	2,08	0,32	4,52	1,45	95,66	21,18	1,76
42	92502	0,86261	84,48	390	0,94260	2,28	0,32	4,52	1,45	95,67	21,18	1,77
43	92512	0,86261	83,93	422	0,91514	2,47	0,32	4,51	1,44	95,68	21,21	1,77
44	92090	0,86261	83,72	459	0,88849	2,68	0,32	4,50	1,44	95,69	21,24	1,77
45	91631	0,86261	83,51	498	0,86261	2,91	0,32	4,50	1,44	95,71	21,28	1,77



Багато хто думає, що внески по зміненому страхуванню повинні сплачуватися за тарифними ставками, які відповідають новим умовам договору, без будь-яких виправлень. Інші вважають, що вся сума сплачених внесків повинна бути цілком зарахована у погашення суми внесків, які повинен був би внести застрахований, якби договір із самого початку діяв на змінених умовах. Всі ці думки помилкові.

Припустимо, що особу у віці 45 років застраховано по змішаному страхуванню життя на страхову суму 3000 грн. терміном 10 років із щорічною сплатою страхових внесків у сумі 300 грн. Застрахований сплатив страхові внески за п'ять років і виявив бажання зменшити страхову суму до 2000 грн. без зміни терміну страхування.

За час дії договору застрахований сплатив 1500 грн. ($300 \cdot 5$) страхових внесків, причому 500 грн. було сплачено і за ту 1000 грн., на яку він тепер зменшує страхову суму. Протягом п'яти років по всій страховій сумі страхова компанія несла відповідальність по виплатах за випадки смерті і втрати працездатності серед застрахованих, а також мала відповідні витрати. Природно, що витрати, які приходяться на частину страхової суми, що зменшується, повинні бути покриті за рахунок тих страхових внесків (500 грн.), які приходилися на її частку. Тому з 500 грн. внесків по страховій сумі, що зменшується, у рахунок майбутніх внесків за зміненим договором страхування може бути зарахована тільки частина цієї суми, що збереглася у вигляді заощадження застрахованого, тобто резерву внесків, який розрахований на цю суму. Розмір цих резервів внесків приймається при розрахунку рівним розмірам сум, що підлягають поверненню при достроковому припиненні договорів страхування.

Для нашого прикладу резерв внесків (сума, що підлягає поверненню) на 1000 грн. страхової суми за 5 років становитиме 390 грн. (табл. 32).



Таблиця 32

Таблиця сум із 1000 грн. страхової суми,
які підлягають поверненню

Кількість років, оплачених страховими внесками	Строк дії договору змішаного страхування життя					
	5	10	12	15	17	20
1	140	–	–	–	–	–
2	340	130	95	65	52	37
3	540	210	160	110	92	70
4	760	300	230	165	135	105
5	1000	390	300	220	180	140
6		490	375	275	230	177
7		600	460	333	280	215
8		720	550	400	330	255
9		860	650	465	380	300
10		1000	760	535	440	345

У зв'язку з викладеним загальна схема перерахунків буде такою. Насамперед визначають розмір суми, що підлягає поверненню за даним договором страхування до моменту зміни його умов. Потім встановлюють, яка сума підлягала б поверненню за цим договором страхування, якби він із самого початку діяв на змінених умовах. Після цього знаходять різницю між двома отриманими величинами. Якщо початкова сума виявиться більшою від обчисленої, то різницю як надлишкову величину внесків треба повернути застрахованому. Якщо перша сума виявиться меншою від другої, то застрахований повинен доплатити різницю.

Наприклад, страхування було укладено на 10 років у віці 46 років на суму 1000 грн. із сплатою страхових внесків у розмірі 101 грн. щорічно. Через 4 роки застрахований виявив бажання продовжити термін договору до 15 років, не змінюючи його суми. Нормальна тарифна ставка для страхування на цей новий термін дорівнює



68 грн. Сума, що підлягає поверненню застрахованому за початковим договором страхування, після сплати внесків за 4 роки, становить 300 грн., а за договором, що укладеться на 15 років за інших рівних умов, — тільки 165 грн. (табл. 32).

Різниця між цими величинами дорівнює 135 грн. (300 – 165). Таким чином, сума за договором, що підлягає поверненню, виявилася надлишковою в розмірі 135 грн. Ця сума без збитку для зміненого договору може бути видана застрахованому. Застрахований протягом 11 років, що залишилися до кінця терміну зміненого договору страхування, буде сплачувати щорічно страховий внесок у сумі 68 грн.

У тому випадку, якщо термін договору не подовжується, а скорочується з 15 до 10 років, різниця у 135 грн. виявилася б заборгованістю застрахованого, яку він повинен погасити. Страхові внески протягом шести років, що залишилися, повинні сплачуватися у розмірі 101 грн. щорічно, тобто за нормальним тарифом на термін 10 років.

Така загальна схема перерахунків страхових внесків при зміні умов страхування. Однак на практиці виявлена різниця, як правило, негайно не виплачується і не стягується. Зазвичай ця різниця розподіляється на весь термін дії, що залишився, зміненого договору страхування у вигляді знижки чи надбавки до відповідної нормальної тарифної ставки.

Порядок розподілу знижки заслуговує на особливу увагу.

Деякі схильні вважати, наприклад, що якщо у застрахованого у віці 46 років після сплати внесків за 4 роки за договором, укладеним на 10 років, у зв'язку із зменшенням страхової суми з 3000 грн. до 2000 грн. виявився надлишок суми, що підлягає поверненню, у 300 грн., то цей надлишок повинен розподілятися порівну на кожний рік, що залишився із шести років дії договору, тобто по 50 грн. на рік (300/6). Такий розрахунок неправильний з фінансової і страхової точок зору.

Розподіл грошової суми на ряд років означає, що з неї щорічно убуває тільки визначена частина; інша ж велика частина зберігається,



і на неї нараховуються відсотки. Тому при розподілі різниці суми, що підлягає поверненню, повинна враховуватися не тільки початкова сума 300 грн., але й ті відсотки, що нараховуються на цю суму.

У договорах страхування життя завжди вказується термін, протягом якого повинні сплачуватися страхові внески. Однак фактично в середньому за всіма договорами внески сплачуються протягом більш короткого терміну, тому що ряд договорів неминуче припиняється внаслідок смерті застрахованих до закінчення терміну дії договору. Тому знижка із страхових внесків застрахованому буде надана в середньому не за весь термін страхування, що залишився, (у даному випадку 6 років), а за більш короткий проміжок часу. Таким чином, розподілу підлягають фактично не 300 грн., а більша сума, що розкладається не на 6 років, а на менший період. Розподіл суми надлишку, що підлягає поверненню, здійснюється на основі використання показників страхової ренти, оскільки вони обчислюються з урахуванням прибутковості і смертності.

У нашому прикладі розподіл надлишку в 300 грн. провадиться шляхом ділення цієї суми на відповідну страхову ренту. Для віку 50 років (вік застрахованого 46 років через 4 роки досягає 50 років) і терміну в 6 років страхова рента дорівнює 5,06. Розділивши 300 грн. на цю величину, одержимо розмір щорічної знижки з майбутніх страхових внесків за даним договором страхування 59 грн. 25 коп. ($300 / 5,06$), а не 50 грн. Майбутні ж щорічні страхові внески протягом шести років, що залишилися, за договором у сумі 2000 грн. складуть 142 грн. 75 коп.:

- нормальна тарифна ставка — 202 грн. ($101 \cdot 2000 / 1000$);
- знижка — 59 грн. 25 коп.;
- сума щорічного внеску — 142 грн. 75 коп. ($202 - 59,25$).

Розподіл доплат на майбутні внески при зміні умов страхування провадиться з урахуванням таких факторів.

Збором доплат займаються страхові агенти (компанії), що за інкасацію цих сум одержують відсоткову винагороду. Крім того, доплати повинні цілком поповнити резерв внесків, тому що суми, які підлягають поверненню, становлять тільки близько 95 % цього



резерву. Отже, на майбутні внески розподіляються як надбавки не тільки різниця в зазначених сумах, але й витрати, що припадають на неї, а також поправка на резерв внесків. Ця надбавка до доплат прийнята у розмірі 14 %, з них 9 % — на покриття витрат і 5 % — на доведення суми, що підлягає поверненню, до норми резервів внесків.

Таким чином, якби в нашому прикладі різниця у розмірі 300 грн. виявилася не надлишком, а нестачею, то розподілу підлягала б сума з нарахованими на неї 14 %, тобто 342 грн. ($300 + 300 \cdot 14 / 100$). Та ж величина виходить при множенні 300 на 1,14.

Приведемо два приклади перерахунків страхових внесків.

Приклад 1 (розподіл знижки)

Договір змішаного страхування життя, укладений на суму 3000 грн. особою у віці 35 років на 10 років із сплатою страхових внесків у розмірі 97 грн. із 1000 грн. страхової суми, тобто 291 грн. щорічно ($97 \cdot 3$). Через 5 років застрахований виявив бажання збільшити страхову суму до 4000 грн. і подовжити термін страхування до 15 років. Нормальна ставка для віку в 35 років по страхуванню на 15 років дорівнює 62 грн.

Розрахунок.

1. Сума, що підлягає поверненню за договором на 5 років ($390 \cdot 3$), — 1170 грн.
2. Сума, що підлягає поверненню за зміненим договором (при страховій сумі в 4000 грн. і терміні страхування у 15 років) з урахуванням сплачених внесків за 5 років ($220 \cdot 4$), — 880 грн.
3. Вільна сума — вільний резерв ($1170 - 880$) — 290 грн.
4. На момент перерахунку застрахованому буде 40 років ($35 + 5$), і до кінця нового терміну дії договору залишається 10 років ($15 - 5$), для віку в 40 років при страхуванні на термін 10 років страхова рента дорівнює 7,68 грн.
5. Розмір щорічної знижки утворюється шляхом розподілу вільної, що підлягає поверненню, суми на зазначену величину страхової ренти ($290 / 7,68$) — 37 грн. 76 коп.



6. Розмір майбутніх щорічних внесків за зміненим договором:
 - тарифна ставка за зміненим договором, тобто для терміну 15 років і для віку 35 років ($62 \cdot 4$) — 248 грн.;
 - знижка за кожний рік — 37 грн. 76 коп.;
 - загальний розмір майбутнього річного внеску (цей внесок застрахований повинен буде сплачувати щорічно протягом 10 років дії договору, що залишився) — 210 грн. 24 коп.
7. Розмір щомісячного страхового внеску ($210,24 / 12$) — 17 грн. 52 коп.

Приклад 2 (розподіл надбавки)

Договір змішаного страхування життя на страхову суму 4000 грн., укладений особою у віці 40 років на термін 20 років із сплатою страхових внесків за тарифом 49 грн. з 1000 грн. страхової суми, тобто в розмірі 196 грн. ($49 \cdot 4$).

Через 10 років застрахований виявив бажання скоротити термін страхування до 15 років і зменшити страхову суму до 3000 грн. Нормальна ставка для особи у віці 40 років по страхуванню на 15 років дорівнює 65 грн.

Розрахунок

1. Сума, що підлягає поверненню за договором, сплаченим за 10 років ($345 \cdot 4$) — 1380 грн.
2. Сума, що підлягає поверненню за зміненим договором (при страховій сумі в 3000 грн. по страхуванню на 15 років) з урахуванням сплачених внесків за 10 років ($535 \cdot 3$) — 1605 грн.
3. Відсутня сума, що підлягає поверненню ($1605 - 1380$) — 225 грн.
4. Сума, що підлягає розподілу (поверненню) з поправками на витрати й ін. ($225 \cdot 1,14$) — 256 грн. 50 коп.
5. Страхова рента за фактичним віком застрахованого 50 років ($40 + 10$) на термін 5 років дії договору, що залишився — 4,36 грн.
6. Щорічна надбавка ($256,50 / 4,36$) — 58 грн. 83 коп.



7. Розмір майбутніх щорічних внесків:
 - тарифна ставка для віку в 40 років по страхуванню на 15 років із страхової суми 3000 грн. $(65 \cdot 3)$ — 195 грн.;
 - щорічна надбавка (п. 6) — 58 грн. 83 коп.;
 - загальний розмір щорічного внеску, що підлягає сплаті протягом п'яти років дії договору, що залишилися — 253 грн. 83 коп.
8. Розмір щомісячного страхового внеску $(253,83 / 12)$ — 21 грн. 15 коп.

Таким чином, загальний порядок перерахунків при зміні умов страхування зводиться до наступного.

Сума усіх раніше сплачених страхових внесків за договором не може бути прийнята у розрахунок, тому що значна частина цих внесків уже витрачена на покриття витрат і на виплати страхових сум за випадками смерті в період дії договору страхування. Тому всі перерахунки ведуться, виходячи з тієї частини страхових внесків, що перетворилася в резерв внесків, тобто є нагромадженням застрахованого. Так, якщо за будь-яким договором страхування скорочується термін чи збільшується страхова сума, то резерв внесків, що нарахований за таким договором, виявиться недостатнім. У цьому випадку буде потрібно поповнити резерв внесків до необхідного розміру, який розраховується на основі припущення, що дане страхування діяло на нових умовах з моменту його укладання. За величину зазначених резервів внесків при розрахунках зазвичай приймаються суми, що підлягають поверненню застрахованому при достроковому припиненні дії договору страхування.

При зміні умов договору страхування необхідно, щоб змінений договір був забезпечений резервом, що відповідає умовам зміненого договору. Якщо наявний за даним договором розмір резерву виявляється більшим, ніж резерв по зміненому страхуванню (наприклад, при подовженні терміну страхування з 10 до 20 років без зміни страхової



суми), то різниця між цими резервами розподіляється на термін договору, що залишився, як знижка з нормальної тарифної ставки. Якщо ж наявний резерв внесків виявиться меншим, ніж необхідно за зміненим договором (наприклад, при збільшенні страхової суми), то відсутня сума резерву розподіляється у вигляді надбавки до нормальних тарифних ставок за новим договором; при цьому враховуються витрати по інкасації додаткових внесків, а також змінений резерв внесків.

Отже, величина тарифної ставки за зміненим страхуванням визначається умовами не тільки нового, але і колишнього страхування. Чим більш короткий термін діє договір на нових умовах, тим значнішим виявиться відхилення розміру нових страхових внесків від нормальних тарифних ставок. Якщо цей термін складає 1–2 роки, то розмір нових страхових внесків буде дуже високим і, отже, не вигідним для застрахованих. У таких випадках пропозиції про зміну умов договору повинні бути відхилені з роз'ясненням застрахованим недовільності подібних операцій.

4.11. Математичні основи побудови резерву внесків по страхуванню життя

Резервом страхових внесків називається фонд, утворений за рахунок визначеної частини внесків страхувальників і призначений для майбутніх виплат страхових і викупних сум. Він необхідний страховику як гарантія виконання фінансових зобов'язань за договорами довгострокового страхування життя, гарантія стійкості страхових операцій.

Розглянемо, чому утворюється резерв внесків.

Договори страхування життя зазвичай укладаються на кілька років. Момент надходження внесків не збігається за часом із виплатою страхової суми. Тому певний період внески страхувальників знаходяться в розпорядженні страхової компанії. Одна частина загальної



суми внесків, що надійшли, використовується для поточних виплат, інша відкладається для виплат, які будуть проведені у майбутньому, утворюючи тим самим резерв страхових внесків.

Характер утворення резерву залежить від видів страхової відповідальності, включених в умови даного договору. Так, за договорами страхування на дожиття при щорічній сплаті внесків до резерву надходить уся нетто-ставка. Разом із відсотками до кінця терміну страхування з них утвориться страхова сума. Резерв безупинно зростає і витрачається в момент закінчення терміну дії договору.

При страхуванні на випадок смерті порядок утворення резерву інший. При річній сплаті в перші роки дії договорів внески надходять у надлишку в порівнянні з потребою у виплатах. Цей надлишок направляється у резерв, який надалі буде джерелом для виплат страхових сум. Розмір внесків у страхуванні на випадок смерті встановлюється на тому самому рівні для всіх років дії договору, тоді як потреба у виплатах протягом періоду страхування зростає з підвищенням (у залежності від віку) ймовірності померти. Тому частина внесків перших років страхування і відкладається у резерв.

Резерви внесків за договорами страхування на дожиття і на випадок смерті не тільки утворюються неоднаково, але й відрізняються розміром при однаковому віці вступу в страхування і терміну дії договору. Резерв за договором страхування на дожиття з щорічною сплатою внесків зростає протягом періоду страхування від розміру річної нетто-ставки до розміру страхової суми. У той же час величина резерву по страхуванню на випадок смерті не перевищує декількох сотих часток страхової суми.

Резерви по страхуванню на дожиття зростають набагато швидше, ніж на випадок смерті, що обумовлено як відносно високим розміром тарифів, так і стабільністю страхових внесків коштів, що сплачуються, оскільки виплата страхової суми провадиться не протягом періоду страхування, а лише наприкінці його.

За договорами змішаного страхування життя і страхування дітей резерви внесків утворюються із суми резервів по страхуванню на дожиття і на випадок смерті.



До умов договорів страхування життя включається відповідальність страхової компанії у зв'язку з утратою застрахованим працездатності від нещасного випадку. З нетто-ставки, призначеної для створення фонду виплат у зв'язку з утратою працездатності, у резерв внесків відрахування не проводяться, за винятком договорів з одноразовою сплатою.

За будь-яким договором з одноразовою сплатою тарифна ставка відразу надходить у резерв внесків.

Формування резерву за договорами страхування життя з одноразовою сплатою внесків

Проблема розрахунку резерву внесків є другою (після розрахунку тарифів) за важливістю і за складністю проблемою теорії актуарних розрахунків.

Актуарні розрахунки у довгостроковому страхуванні життя мають дві галузі застосування:

- 1) визначення розміру страхового фонду і за допомогою тарифних ставок забезпечення надходження необхідної суми коштів;
- 2) визначення частини страхового фонду, яка повинна бути відкладена в резерв для майбутніх виплат. Перша галузь застосування актуарних розрахунків нами розглянута раніше. Тепер розглянемо другу.

Коли кажуть про методи розрахунку резерву внесків, мають на увазі або методи розрахунку резерву за одиничним договором страхування, або резерву на балансі страхової компанії, тобто по всій сукупності діючих договорів страхування.

Послідовно розглянемо ці питання.

Як було показано при виведенні формул для розрахунку одноразових нетто-ставок, у момент укладання договору страхування сучасна вартість взаємних фінансових зобов'язань страховика і страхувальника рівні між собою. Це означає, що сучасна вартість



платежів страхувальника дорівнює сучасній вартості виплат страховика.

Нехай договір страхування вже діє протягом певного періоду, наприклад t років. За цей час страхувальник частково, а при одноразовій сплаті цілком погасив суму внесків, що підлягають сплаті і тим самим виконав частину (чи цілком) своїх фінансових зобов'язань. У результаті в даний момент фінансові зобов'язання страховика перевищують фінансові зобов'язання страхувальника. Різниця між ними і є резервом страхових внесків.

Резерв страхових внесків призначається для забезпечення фінансових зобов'язань страховика за укладеними договорами страхування життя, які йому необхідно буде ще виконати в майбутньому.

Обчислимо резерв внесків за конкретним договором страхування на дожиття. Нехай вік застрахованого при укладенні договору — 40 років, договір укладений на 5 років на 100 грн. Припустимо, що він діяв протягом трьох років. Резерв внесків може бути визначений як різниця між сучасною вартістю фінансових зобов'язань страховика на термін страхування, що залишився, і сучасною вартістю майбутніх внесків страхувальника.

Внески страхувальника в даному випадку погашені одноразово, і сучасна вартість його фінансових зобов'язань дорівнює нулю.

Сучасна ж вартість фінансових зобов'язань страховика на період страхування, що залишився, дорівнює сучасній вартості взаємних фінансових зобов'язань страховика і страхувальника за новим договором страхування, укладеним на термін 2 роки, що залишився, але особою у віці 43 років. Визначити сучасну вартість фінансових зобов'язань страховика на термін страхування, що залишився, можна за формулою для розрахунку одноразової нетто-ставки на дожиття для особи у віці 43 років на термін 2 роки. Формула була виведена в попередніх розділах:

$${}_n E_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot S$$



звідси:

$${}_2E_{43} = \frac{D_{45}}{D_{43}} \cdot 100 = \frac{24231}{25954} \cdot 100 = 93 \text{ грн. } 36 \text{ коп.}$$

Перейдемо до літерних позначень, щоб одержати формулу. Резерв внесків позначимо

$${}_tV^1_{x,n}$$

де x — вік при укладанні договору страхування;
 n — період страхування;
 t — термін дії договору;
 1 — ознака того, що внески погашаються одноразово.
У нашому прикладі $x = 40$ років, $n = 5$ років, $t = 3$ роки.
Підставивши ці значення, одержимо:

$${}_3V^1_{40,5} = \frac{D_{45}}{D_{43}} \cdot 100 = 93 \text{ грн. } 36 \text{ коп.}$$

де 45 — вік застрахованого наприкінці періоду страхування, або $x + n$;
 43 — вік застрахованого після трьох років сплати внесків, або $x + t$.
Отже,

$${}_tV^1_{x,n} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} \cdot S$$

де S — страхова сума.

Розглянемо зміну розміру резерву внесків протягом терміну (5 років) дії договору страхування на дожиття з одноразовою сплатою, укладеного на страхову суму 100 грн. особою у віці 40 років (табл. 33).



Таблиця 33

Зміна розмірів резерву внесків протягом терміну дії договору страхування на дожиття

<i>T</i> , років	0	1	2	3	4	5
Резерв, грн.	84,52	87,39	90,33	93,36	96,63	100,00

З таблиці видно, що сума резерву внесків щорічно зростає. До кінця терміну страхування вона досягає розміру страхової суми. На початку терміну страхування резерв дорівнює 84 грн. 52 коп. Він значно нижчий від страхової суми. Це означає, що страхувальнику в момент укладення договору досить сплатити 84 грн. 52 коп. (без урахування оплати витрат на проведення страхування) для того, щоб через п'ять років страховик виплатив за договором 100 грн.

Формула для розрахунку резерву внесків по страхуванню на випадок смерті виводиться так само, як по страхуванню на дожиття: резерв страхових внесків дорівнює одноразовій нетто-ставці по страхуванню на випадок смерті для особи у віці $x + t$ років, застрахованої на $n - t$ років.

$$V'_{x,n} = \frac{(M_{x+t} - M_{x+n})}{D_{x+t}} \cdot S.$$

Дані про зміну суми резерву протягом терміну дії договору страхування на випадок смерті при одноразовій сплаті внесків наведені в табл. 34 (страхова сума — 100 грн., вступний вік застрахованого — 40 років, термін страхування — 5 років).

Дані табл. 34 показують, наскільки невеликий розмір одноразової нетто-ставки у порівнянні із страховою сумою (1 грн. 82 коп. і 100 грн.). Нетто-ставка з моменту початку страхування йде в резерв, з якого проводяться виплати у випадку смерті кого-небудь із загальної сукупності застрахованих. Рік за роком сума резерву зменшується. На відміну від резерву по страхуванню на дожиття тут до кінця терміну резерв дорівнює нулю.



Таблиця 34

Зміна суми резерву протягом дії договору страхування на випадок смерті

<i>t</i> , років	0	1	2	3	4	5
Резерв, грн.	1,82	1,52	1,19	0,83	0,43	0

Резерв внесків по змішаному страхуванню життя дорівнює сумі резервів по страхуванню на дожиття і по страхуванню на випадок смерті.

Зміну розміру резерву за договором змішаного страхування життя терміном на 5 років 40-літньої особи на страхову суму 100 грн. видно з табл. 35.

Таблиця 35

Зміна розміру резерву за договором змішаного страхування життя

<i>t</i> , років	0	1	2	3	4	5
Резерв, грн.	86,36	88,91	91,52	94,27	97,06	100,00

Резерв внесків по змішаному страхуванню життя так само як і по страхуванню на дожиття, щорічно зростає, досягаючи до кінця терміну страхової суми.

У даному прикладі при укладанні договору страхувальник вносить 86 грн. 36 коп. (без врахування оплати витрат на проведення страхування), для того щоб через 5 років одержати 100 грн. Різниця у порівнянні з страховою сумою менша, ніж у страхуванні на дожиття. Вона складає 13 грн. 64 коп. (100 – 86,36).

У табл. 36 наведений порядок розрахунку резерву внесків по страхуванню життя з одноразовою сплатою внесків (термін страхування 5 років).

Таблиця 36
РОЗРАХУНОК РЕЗЕРВУ ВНЕСКІВ ПО СТРАХУВАННЮ ЖИТТЯ
З ОДНОРАЗОВОЮ СПЛАТОЮ ВНЕСКІВ (строк страхування 5 років)

x	D _x	M _x	S	"I _x "	0,5 року	1 рік	1,5 року	2 роки	2,5 роки	3 роки	3,5 роки	4 роки	4,5 роки	5 роки
25	46223	12298	100	96,66	98,10	99,54	101,03	102,51	104,04	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
26	44807	12228	100	96,66	98,10	99,54	101,03	102,51	104,04	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
27	43432	12159	100	96,66	98,10	99,54	101,03	102,51	104,04	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
28	42098	12090	100	96,67	98,11	99,55	101,03	102,51	104,05	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
29	40802	12020	100	96,67	98,11	99,55	101,03	102,52	104,05	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
30	39543	11950	100	96,67	98,11	99,55	101,03	102,52	104,05	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
31	38320	11878	100	96,67	98,11	99,55	101,03	102,52	104,05	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
32	37130	11805	100	96,68	98,12	99,56	101,04	102,52	104,05	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
33	35974	11729	100	96,68	98,12	99,56	101,04	102,52	104,05	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
34	34848	11651	100	96,69	98,12	99,56	101,04	102,52	104,05	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
35	33752	11571	100	96,69	98,13	99,56	101,04	102,52	104,05	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
36	32686	11487	100	96,70	98,13	99,57	101,05	102,53	104,05	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
37	31648	11401	100	96,70	98,14	99,57	101,05	102,53	104,06	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
38	30637	11312	100	96,71	98,14	99,57	101,05	102,53	104,06	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
39	29652	11220	100	96,72	98,15	99,58	101,06	102,53	104,06	105,58	107,16	108,74	110,37	112,0
40	28693	11124	100	96,73	98,16	99,59	101,06	102,54	104,06	105,59	107,16	108,74	110,37	112,0
41	27757	11024	100	96,74	98,16	99,59	101,07	102,54	104,07	105,59	107,16	108,74	110,37	112,0
42	26845	10920	100	96,75	98,17	99,60	101,07	102,54	104,07	105,59	107,16	108,74	110,37	112,0
43	25954	10811	100	96,76	98,18	99,61	101,08	102,55	104,07	105,59	107,16	108,74	110,37	112,0
44	25083	10696	100	96,77	98,19	99,62	101,08	102,55	104,07	105,59	107,16	108,74	110,37	112,0
45	24231	10575	100	96,79	98,21	99,62	101,09	102,56	104,08	105,59	107,17	108,74	110,37	112,0



Формування резерву за договорами страхування життя з річною сплатою внесків

Резерв внесків по страхуванню на дожиття визначаємо як різницю між сучасними вартостями фінансових зобов'язань страховика і страхувальника на період страхування, що залишився.

Сучасна вартість фінансових зобов'язань страховика на період страхування, що залишився, дорівнює ${}_{n-t}E_{x+t}$, тобто одноразовій четто-ставці на дожиття за договором страхування особи у віці $x + t$ років, укладеним на термін $n - t$ років.

Щоб визначити сучасну вартість фінансових зобов'язань страхувальника, тобто знайти сучасну вартість майбутніх платежів протягом $n - t$ років, потрібно річний внесок ${}_n P_x$ помножити на відповідний коефіцієнт розстрочки ${}_{n-t} a_{x+t}$; ${}_n P_x \cdot {}_{n-t} a_{x+t}$.

Отже, резерв внесків по страхуванню на дожиття може бути виражений формулою:

$${}_t V_{x,n} = ({}_{n-t} E_{x+t} - {}_n P_x \cdot {}_{n-t} a_{x+t}) \cdot S$$

У табл. 37 показані результати розрахунку резерву внесків по страхуванню на дожиття (страхова сума становить 100 грн., вступний вік застрахованого — 40 років, термін страхування — 5 років).

Таблиця 37

Розрахунок резерву внесків по страхуванню на дожиття

<i>t</i> , років	0	1	2	3	4	5
Резерв, грн.	0	18,67	37,96	57,93	78,58	100,00

Як видно з табл. 37, резерв внесків протягом терміну страхування безупинно зростає, але характер його зростання зовсім інший



у порівнянні з договором, що передбачає одноразову сплату внесків. Якщо при одноразовій сплаті (за інших рівних умов) резерв зростає від 84 грн. 45 коп. до 100 грн., то при річній сплаті внесків він збільшується від нуля, складаючи наприкінці 1-го року 18 грн. 67 коп., 2-го — 37 грн. 96 коп. і т. д. до 100 грн. До кінця терміну страхування резерв досягає розміру страхової суми.

При страхуванні на випадок смерті сучасна вартість фінансових зобов'язань страховика наприкінці t -го року дії договору дорівнює одноразовій нетто-ставці по страхуванню на випадок смерті для особи у віці $x + t$ років на термін $n - t$ років.

Сучасна вартість майбутніх платежів страхувальника дорівнює річній ставці, встановленій при укладанні договору страхування, помноженій на коефіцієнт розстрочки:

$${}_n P_x * {}_{n-t} a_{x+t}$$

Звідси резерв внесків

$${}_t V_{x,n} = ({}_{n-t} A_{x+t} - {}_n P_x * {}_{n-t} a_{x+t}) * S$$

Результати розрахунку резерву внесків по страхуванню на випадок смерті наведені у табл. 38 (термін страхування — 5 років, страхова сума — 100 грн., вступний вік застрахованого — 40 років).

Таблиця 38

Розрахунок резерву внесків по страхуванню на випадок смерті

t , років	0	1	2	3	4	5
Резерв, грн.	0	5	7	7	5	0

Процес утворення і витрати резерву внесків у цьому випадку своєрідний. У першій половині терміну страхування він зростає, потім зменшується і до кінця зникає зовсім. У перші роки дії договорів



страхування на випадок смерті внески надходять з надлишком у порівнянні з потребою у виплатах страхових сум. Цей надлишок відкладається у резерв і потім витрачається у другій половині терміну страхування, коли внесків недостатньо.

З наведеного прикладу видно також, що величина резерву по страхуванню на випадок смерті надзвичайно мала у порівнянні із страховою сумою. Його найбільший розмір у цьому випадку становить лише 0,07 % страхової суми. При більш тривалих термінах страхування резерв буде вищим, але взагалі його відносна величина у порівнянні із страховою сумою завжди невелика.

Резерв внесків по змішаному страхуванню життя дорівнює сумі резервів по страхуванню на дожиття і по страхуванню на випадок смерті.

Зміна суми резерву внесків за договором змішаного страхування життя наведена у табл. 39 (термін страхування — 5 років, страхова сума 100 грн., вступний вік застрахованого — 40 років).

Таблиця 39

Зміна суми резерву внесків за договором змішаного страхування життя

<i>t, років</i>	0	1	2	3	4	5
Резерв, грн.	0	18,72	38,03	58,00	78,63	100,00

Як видно з табл. 39, характер утворення резерву внесків по змішаному страхуванню життя аналогічний характеру утворення резерву по страхуванню на дожиття. Це і зрозуміло, тому що у внесках за договорами змішаного страхування життя переважну питому вагу займають нетто-ставки по страхуванню на дожиття. У той же час абсолютна величина резерву по змішаному страхуванню життя, що формується щороку протягом терміну страхування, вища, ніж резерв по страхуванню на дожиття, на розмір резерву по страхуванню на випадок смерті.

У табл. 40 представлений порядок розрахунку резерву внесків по страхуванню життя з річною сплатою внесків.

Таблиця 40
РОЗРАХУНОК РЕЗЕРВУ ВНЕСКІВ ПО СТРАХУВАННЮ ЖИТТЯ З РІЧНОЮ СПЛАТОЮ ВНЕСКІВ
(строк страхування 5 років)

x	D_x	M_x	S	nD_x	0,5 року	1 рік	1,5 року	2 роки	2,5 роки	3 роки	3,5 роки	4 роки	4,5 роки	5 років
25	46223	12298	100	4,56	9,39	18,78	28,46	38,15	48,14	58,13	68,43	78,74	89,37	100,0
26	44807	12228	100	4,56	9,39	18,78	28,46	38,15	48,14	58,13	68,43	78,74	89,37	100,0
27	43432	12159	100	4,56	9,39	18,78	28,46	38,14	48,13	58,12	68,43	78,73	89,37	100,0
28	42098	12090	100	4,56	9,39	18,78	28,46	38,14	48,13	58,12	68,43	78,73	89,37	100,0
29	40802	12020	100	4,55	9,39	18,77	28,46	38,14	48,13	58,12	68,42	78,73	89,36	100,0
30	39543	11950	100	4,55	9,39	18,77	28,45	38,14	48,12	58,11	68,42	78,72	89,36	100,0
31	38320	11878	100	4,55	9,38	18,77	28,45	38,13	48,12	58,11	68,41	78,72	89,36	100,0
32	37130	11805	100	4,55	9,38	18,77	28,45	38,12	48,11	58,10	68,41	78,71	89,36	100,0
33	35974	11729	100	4,55	9,38	18,76	28,44	38,12	48,11	58,10	68,40	78,71	89,35	100,0
34	34848	11651	100	4,54	9,38	18,76	28,43	38,11	48,09	58,08	68,39	78,70	89,35	100,0
35	33752	11571	100	4,54	9,38	18,75	28,43	38,10	48,09	58,07	68,38	78,70	89,35	100,0
36	32686	11487	100	4,54	9,37	18,75	28,42	38,09	48,08	58,06	68,38	78,69	89,34	100,0
37	31648	11401	100	4,54	9,37	18,74	28,41	38,08	48,07	58,05	68,37	78,68	89,34	100,0
38	30637	11312	100	4,53	9,37	18,73	28,40	38,07	48,06	58,04	68,36	78,67	89,34	100,0
39	29652	11220	100	4,53	9,36	18,73	28,40	38,06	48,05	58,03	68,35	78,66	89,33	100,0
40	28693	11124	100	4,53	9,36	18,72	28,39	38,05	48,03	58,02	68,34	78,65	89,33	100,0
41	27757	11024	100	4,52	9,36	18,71	28,38	38,04	48,02	58,00	68,32	78,64	89,32	100,0
42	26845	10920	100	4,52	9,35	18,70	28,36	38,02	48,00	57,98	68,31	78,63	89,31	100,0
43	25954	10811	100	4,51	9,35	18,69	28,35	38,00	47,98	57,96	68,29	78,61	89,31	100,0
44	25083	10696	100	4,50	9,34	18,68	28,33	37,98	47,96	57,94	68,27	78,60	89,30	100,0
45	24231	10575	100	4,50	9,33	18,67	28,31	37,96	47,93	57,91	68,24	78,58	89,29	100,0



4.12. Методи оцінки програм використання резервів внесків

Розглянемо, як страхові компанії приймають рішення щодо капіталовкладень. Слово «капіталовкладення» може навести на думку про цінні папери й акції, але в даному випадку цей вид вкладень не буде розглядатися. Фондові цінності можна купувати і продавати, і при цьому інвестор фондового ринку не зобов'язаний зв'язувати свій капітал на тривалий період часу. Той вид інвестицій, про який піде мова в цьому посібнику, передбачає платіж за великий «капітальний» елемент. При цьому:

- 1) після сплати за даний елемент його неможливо швидко перепродати з прибутком. Капітал зв'язується на кілька років;
- 2) дане капіталовкладення буде приносити прибуток (дохід) протягом цих декількох років;
- 3) наприкінці цього періоду капіталовкладення будуть мати деяку ліквідаційну вартість або не будуть мати ніякої вартості.

Найочевидніший приклад такого роду інвестицій — придбання компанією нових основних засобів.

Таким чином, капіталовкладення компанії, зроблені в основні засоби, відрізняються від поточних витрат тривалістю періоду часу, протягом якого компанія одержує корисний результат. Тому при ухваленні рішення про ефективність капіталовкладень необхідно проводити довгостроковий аналіз доходів і витрат.

Основними методами оцінки програми капіталовкладень є:

1. Метод окупності.
2. Метод розрахунку віддачі на вкладений капітал.
3. Методи дисконтованих грошових надходжень (ДГН).

Детально розглянемо останній метод оцінки програми капіталовкладень і коротко інші.

Перед розглядом цих методів торкнемося проблеми, загальної для всіх методів — проблеми оцінки майбутніх грошових надходжень.



Прогнозування грошових надходжень — складне завдання, а в плануванні капіталовкладень ця проблема постає особливо гостро. Це обумовлено тим, що аналіз проводиться, як правило, не по одному чи двох роках, а за більш тривалий період. Тому при цьому необхідно враховувати вплив коливань оцінок на прийняті рішення.

Метод окупності

Метод окупності надзвичайно популярний і виділяється своїми перевагами навіть серед найбільш складних методів.

Окупність капіталовкладення — це просто кількість років, що повинні минути, щоб сумарні доходи стали дорівнювати початковому вкладенню. З цієї причини цей метод може бути названий різновидом *аналізу безбитковості*.

$$\text{Окупність} = \frac{\text{Капітальні витрати}}{\text{Щорічний приплив коштів}} .$$

Якщо вкладення не приносить доходів регулярно, рівними частинами, тоді окупність може бути знайдена послідовним підсумовуванням доходу кожного року доти, доки отримана величина не зрівняється з початковою сумою вкладення. У рік, коли ця рівність досягається, настає окупність.

Перевага розрахунку за методом окупності полягає в тому, що за допомогою розрахунків компанія може визначити, коли відшкодуються капітальні витрати й існуючі фонди зможуть бути використані в інших цілях. Серйозний недолік цього методу полягає в тому, що він не дозволяє визначити величину доходів за межами строку окупності. У результаті цього інвестиційна пропозиція з меншим терміном окупності може виявитися кращою, ніж варіант, здатний принести більший сумарний дохід.



Великим недоліком цього методу є те, що він не враховує зміни цінності грошей за розглянутий період часу.

Нехай, наприклад, машина X і машина Y коштують по 10 000 грн. кожна. Машина X дає прибуток 5000 грн. за рік, а машина Y — 2500 грн. за рік. У такому випадку машина X окупає себе за 2 роки, а машина Y — за 4 роки. При аналізі методом окупності виходить, що машина X вигідніша за машину Y .

Метод розрахунку віддачі на вкладений капітал

Проект капіталовкладень можна оцінити шляхом визначення прибутковості інвестицій чи віддачі на вкладений капітал (ВВК) і порівняння цього показника із задалегідь установленим плановим рівнем. На практиці для розрахунку ВВК використовується формула

$$\text{ВВК} = \frac{\text{Очікуваний середній прибуток}}{\text{Очікувана середня величина інвестицій}} \cdot 100 \% .$$

В інших формулах можна використовувати сумарний прибуток (у чисельнику) або початкову величину інвестицій (у знаменнику). Можливі різні комбінації. Вибравши метод, необхідно його додержуватися.

Основними недоліками цього методу є те, що він заснований не на оцінках грошових надходжень, а на бухгалтерському прибутку і не враховує розподіл притоку і відтоку коштів у часі.

Більш науковою є оцінка капіталовкладень методами дисконтування грошових надходжень.

Дисконтування і складні відсотки

Якби зараз нам необхідно було вкласти 1000 грн. у банк, що виплачує відсотки по ставці 10 % річних з розрахунком виплати відсотків



один раз на рік (наприкінці року), то ми розраховували б на певні показники прибутковості.

Через рік вартість інвестиції збільшилася б до величини:

$$1000 + 10 \% = 1000 \cdot (1 + 0,1) = 1000 \cdot 1,1 = 1100.$$

Виплати по відсотках за рік становили б 100 грн.

Через два роки вартість інвестиції становила б $1100 \cdot 1,1 = 1210$.

Виплати по відсотках за другий рік — $(1210 - 1100) = 110$ грн.

Цей приклад показує методику визначення вартості інвестицій при використанні складних відсотків. Сума річних відсотків щороку збільшується, тому що одержується дохід як з початкового капіталу, так і з відсотків, отриманих у попередні роки.

Для визначення вартості, яку буде мати інвестиція через кілька років при використанні процедури складних відсотків, застосовують формулу

$$S = P \cdot (1 + i)^n,$$

де S — майбутня вартість інвестиції через n років;

P — сума, вкладена на момент розрахунку;

i — ставка відсотка;

n — число років у розрахунковому періоді.

Принципи складних відсотків використовуються при розрахунку дисконтованих грошових надходжень з урахуванням того, що дисконтування — це розрахунок складних відсотків «навпаки».

Дисконтування грошових потоків

Використовуючи метод дисконтування, визначаємо вартість, яку буде мати інвестиція через певну кількість років, і обчислюємо, скільки грошей варто вкласти зараз для того, щоб довести вартість інвестиції до цієї величини при заданій ставці відсотка.



Формула складних відсотків показує, як обчислити майбутню суму S при відомій початковій величині інвестиції P .

$$\text{Якщо } S = P \cdot (1+i)^n \text{ то } P = \frac{S}{(1+i)^n} = S \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$$

Це базова формула дисконтування, яку іноді записують у такий спосіб:

$$P = S \cdot (1+i)^{-n}$$

Для того щоб через п'ять років вартість інвестиції склала 5000 грн. при ставці 6 %, необхідно вкласти наступну суму:

$$P = 5000 \cdot \frac{1}{(1,06)^5} = 5000 \cdot 0,747 = 3735 \text{ грн.}$$

Дисконтування грошових потоків, є методом оцінки програм капітальних вкладень, що дозволяє визначити, чи будуть дані програми давати задовільний дохід.

Метод визначення чистої поточної вартості

Метод чистої поточної вартості (ЧПВ) полягає у визначенні поточної вартості витрат. Позначимо їх як C .

Розраховується поточна вартість майбутніх грошових доходів від проекту. Для цього доходи за кожний рік приводяться до поточної дати. Результат показує, які кошти необхідно було б інвестувати зараз для одержання заданих майбутніх доходів, якщо ставка доходу дорівнює дивідендній віддачі. Підсумовуючи поточну вартість доходів за кожний майбутній рік, одержуємо загальну поточну вартість доходів від проекту. Позначимо її через B .



Поточна вартість витрат C порівнюється з поточною вартістю доходів B , а ЧПВ є різницею між цими величинами, тобто $(B - C)$.

Якщо ЧПВ більше нуля, то поточна вартість доходів перевищує поточну вартість витрат. Це, у свою чергу, означає, що проект принесе дохід з перевищенням вартості капіталу.

Якщо ЧПВ менше нуля, це значить, що при ставці доходу, рівній дивідендній віддачі, нам треба було б укласти більше коштів у даний проект для одержання майбутніх грошових доходів, ніж в інших проектах, що дають такі ж доходи. Такий проект має прибутковість нижчу вартості капіталу, тому він не вигідний.

Метод визначення прибутковості дисконтування грошових надходжень

Метод визначення прибутковості дисконтування грошових надходжень (ДГН) включає:

- 1) розрахунок прибутковості (тобто ставки доходу) ДГН за розглянутим проектом;
- 2) порівняння прибутковості ДГН із відсотками на капітал.

Якщо ставка доходу за розглянутим проектом більша за відсотки на капітал, то він вигідний (і його ЧПВ більше нуля). Якщо ставка доходу менше відсотків на капітал, проект не вигідний (і його ЧПВ менше нуля).

Якщо ставка доходу за проектом дорівнює вартості капіталу, то його ЧПВ дорівнює нулю і вигідність мінімальна.

Прибутковість ДГН розраховується за такою формулою:

$$\text{Прибутковість ДГН} = \left[A + \frac{a}{a+b} \cdot (B - A) \right]$$

де A — дисконтна ставка, що дає позитивну ЧПВ;

a — величина позитивної ЧПВ;

B — дисконтна ставка, що дає негативну ЧПВ;

b — величина негативної ЧПВ (знак мінус не враховується).

Для оцінки прибутковості ДГН припустимо, що ЧПВ падає рівномірно з 756 грн. при 15 % до 994 грн. при 20 %. Загальна сума зменшення ЧПВ між 15 і 20 % становить $756 + 994 = 1750$ грн. Таким чином, на кожен 1 % збільшення дисконтної ставки припадає в середньому $1750 / (20 - 15) = 350$ грн. зменшення ЧПВ.

Оскільки прибутковість ДГН має місце при нульовому значенні ЧПВ, вона повинна бути на $756 / 350 \cdot 1\%$ вище 15 %, тобто приблизно на 2,2 % вище 15 %. Отже, відповідь повинна бути 17,2 %.

У нашому прикладі прибутковість ДГН при розрахунку за формулою

$$15\% + \left[\frac{756}{756 + 994} \cdot (20 - 15)\% \right] = 15\% + 0,432 \cdot 5\% = \\ = 15\% + 2,16\% = 17,16\%$$

або з округленням 17,2 %.

Існує два методи, що використовують ДГН:

1. При оцінці за методом ЧПВ проект вважається вигідним, якщо його ЧПВ більше нуля. У цьому випадку прибутковість ДГН за цим проектом повинна бути вище дивідендної віддачі капіталу.
2. При оцінці за методом прибутковості ДГН проект вважається вигідним, якщо його прибутковість перевищує дивідендну віддачу капіталу. У цьому випадку його ЧПВ повинна бути позитивною, якщо облікова ставка використовується як дивідендна віддача капіталу.

У більшості випадків не має значення, який метод використовується. Обидва вони приводять до однакового результату.

4.13. Грошова вартість капіталу у конкретні моменти часу

Очевидною проблемою при використанні методів дисконтування грошових надходжень є проблема зростання цін. Наприклад,



очікується зростання витрат і продажних цін внаслідок інфляції, а термін інвестиційного проекту — кілька років. Які поправки варто вносити в грошові потоки за проектом для того, щоб врахувати інфляцію? Ця проблема стає особливо складною у випадках, коли річні темпи інфляції в майбутні кілька років можна оцінити лише з малим ступенем визначеності.

Для того, щоб зрозуміти методику обліку інфляції, необхідно насамперед усвідомити розходження між *реальною ставкою доходу* і *грошовою ставкою доходу*.

Припустимо, що у інвестора є 1000 грн., які він хоче вкласти так, щоб щорічно його дохід збільшувався на 10 %.

Іншими словами, вкладаючи 1000 грн., він очікує через рік отримати 1100 грн., і тоді купівельна спроможність його грошей буде на 10 % вище, ніж зараз. Оскільки через рік він зможе купити на свої гроші на 10 % більше товарів, ніж зараз, *реальна ставка доходу становить 10 %*.

Припустимо тепер, що темп інфляції 5 % на рік. Якщо інвестор хоче отримати реальний дохід 10 %, то він повинен захистити свої гроші від інфляції. Для цього дохід у грошовому вираженні через рік повинен бути вище передбаченого спочатку:

- інвестору буде потрібно додатково $5 \% \cdot 1000 \text{ грн.} = 50 \text{ грн.}$ для захисту реальної вартості свого початкового вкладення;
- інвестору також буде потрібно додатково $5 \% \cdot 100 \text{ грн.} = 5 \text{ грн.}$ для захисту реального доходу, який він хоче отримати через рік, тобто йому знадобиться не 100 грн., а 105 грн., оскільки 105 грн. через рік будуть мати купівельну спроможність нинішніх 100 грн.

Таким чином, фактичний дохід, який інвестор повинен отримати через рік, у грошовому вираженні складе: початкові капіталовкладення — 1000 грн., реальний дохід — 100 грн., захист від інфляції (5 % від 1100 грн.) — 55 грн., грошова вартість капіталовкладень через рік — 1155 грн.



Таким чином, *грошова ставка доходу*, необхідна інвестору для отримання *реального доходу в 10 %* і захисту від інфляції в 5 %, становить 155 грн. на 1000 грн. у рік, тобто *15,5 %*:

$$(1 + 0,10) \cdot (1 + 0,05) = 1,1 \cdot 1,05 = 1,155 = 15,5 \%$$

Залежність між реальною ставкою доходу і грошовою ставкою доходу можна виразити формулою

$$(1 + i) \cdot (1 + r) = (1 + ri),$$

де *i* — необхідна реальна ставка доходу (до поправки на інфляцію);

r — темп інфляції, звичайно вимірюваний індексом роздрібних цін;

ri — необхідна грошова ставка доходу (готівка).

Для методів дисконтування грошових надходжень «*ставка доходу*», природно, є «*дивідендна віддача капіталу*».

Наприклад, якщо реальна ставка доходу, необхідна компанії, становить 12 %, очікуваний річний темп інфляції — 8 %, то грошова ставка доходу визначається у такий спосіб:

$$(1 + ri) = (1 + i) \cdot (1 + r) = 1,12 \cdot 1,08 = 1,2096.$$

Грошова ставка доходу дорівнює 0,2096, або 20,96 %.

Для наших цілей досить припустити, що річні темпи інфляції не змінюються. Це, звичайно, не відповідає дійсності, однак математичні поправки, необхідні для обліку змін темпів інфляції, досить складні.

Повертаючись до проблеми інфляції і грошових надходжень при аналізі проектів капіталовкладень, можна сформулювати правила (і причини) обліку інфляції в методах дисконтованих грошових надходжень.



- I. Якщо очікується, що вартість усіх витрат і доходів буде зростати відповідно до темпу інфляції (тобто відповідно до індексу роздрібних цін), то можна:
- 1) або не враховувати інфляцію зовсім і застосовувати реальну ставку доходу до грошових надходжень, які оцінюються у поточних цінах;
 - 2) або враховувати інфляцію у такий спосіб:
 - а) використовувати грошову ставку доходу як облікову ставку;
 - б) приводити грошові потоки до такої «грошової» оцінки, яка враховує індекс інфляції.
- Чиста поточна вартість** при розрахунку обома методами *однакова* (не враховуючи невеликих «помилко округлень»), тому не має значення, який метод використовується.
- II. Якщо очікується, що вартість усіх витрат і доходів буде зростати темпами інфляції, що змінюються, необхідно застосовувати грошову ставку доходу до грошових надходжень, яка відкоригована на інфляційні зміни цін.

Дисконтовані грошові надходження. Інфляція

Приклад перший

Компанія розглядає питання про те, чи варто вкладати кошти у верстат, вартість якого 20 000 грн.

Очікуваний прибуток (без обліку амортизації) — 10 000 грн. за рік протягом трьох років. Через три роки верстат можна буде продати за 1000 грн. Усі значення наведені в поточних цінах (табл. 41).

Відсоток на капітал — 10 %. У найближчі три роки очікується щорічна інфляція у розмірі 10 %.

Необхідно обчислити чисту поточну вартість *проекту* (податки не враховуються):



- а) використовуючи реальну ставку доходу;
б) використовуючи грошову ставку доходу.
Поточна вартість 1 грн.

Таблиця 41

Обчислення чистої поточної вартості проекту

Рік	$i = 10 \%$	$i = 20 \%$	$i = 21 \%$
1	0,909	0,833	0,826
2	0,826	0,694	0,683
3	0,751	0,579	0,564

Рішення

1. Грошові потоки в поточних цінах (табл. 42) необхідно дисконтувати по реальній ставці доходу (10 %).

Таблиця 42

Дисконтування грошових потоків у поточних цінах

Рік	Грошові потоки	Коефіцієнт дисконтування при 10 %	Поточна вартість
0	20000	1	20000
1	10000	0,909	9090
2	10000	0,826	8260
3	11000	0,751	8261
Чиста текуча вартість 5611			



2. а) Грошові надходження варто відкоригувати з урахуванням інфляції (за «складною» ставкою) (табл. 43).

Таблиця 43

Грошові потоки з урахуванням інфляції

Рік	Коригування
1	$10000 \cdot 1,10 = 11000$
2	$10000 \cdot 1,10 \cdot 1,10 = 12100$
3	$11000 \cdot 1,10 \cdot 1,10 \cdot 1,10 = 14641$

- б) Грошова ставка доходу становить 21 %:

$$(1 + ri) = 1,10 \cdot 1,10 = 1,21;$$

$$ri = 0,21 \text{ або } 21 \text{ \%}.$$

- в) Чиста поточна вартість проекту визначається шляхом застосування грошової ставки доходу до відкоригованих грошових надходжень (табл. 44).

Таблиця 44

Визначення чистої поточної вартості проекту

Рік	Грошові потоки	Коеф. дисконт. при 21 %	Поточна вартість
0	20000	1	20000
1	11000	0,826	9086
2	12100	0,683	8264
3	14641	0,564	8258
Чиста поточна вартість 5608			



Незначна розбіжність у значеннях поточної вартості викликана помилками округлення при розрахунку коефіцієнтів дисконтування. Не враховуючи цю різницю, можна зробити висновок про те, що *обидва методи дають однаковий результат.*

Отже, не має значення, який метод використовується за умови, що він застосовується правильно, тобто:

- грошова ставка доходу застосовується для оцінки в діючих цінах, що враховує зростання цін;
- реальна ставка доходу застосовується до грошових надходжень, обчислених у постійних (порівняльних) цінах.

Приклад другий

Ситуація міняється, якщо витрати і ціни зростають різними темпами.

Компанія розглядає питання про те, чи варто вкладати кошти у верстат, вартість якого 8000 грн.

Верстат дозволить збільшити річний обсяг реалізації продукції на 10 000 грн. (у постійних цінах) протягом двох років. Матеріальні і трудові витрати становлять 5000 грн. за рік. Реальна ставка доходу 10 %. Очікувана загальна інфляція, що відповідає індексу роздрібних цін, становить 10 % за рік.

У випадку реалізації проекту, однак, продажні ціни будуть зростати усього на 5 % за рік, тоді як матеріальні і трудові витрати будуть збільшуватися на 20 % за рік.

Необхідно обчислити *чисту поточну вартість* проекту.

Податки не враховуються.

Рішення

1. Оскільки доходи і витрати зростають у ціні різними темпами, то зовсім неправильно буде застосовувати *реальну ставку доходу 10 %* до грошових потоків у поточних цінах (табл. 45). Якщо ми припустимося такої помилки, то чиста поточна вартість буде позитивною.



Таблиця 45

Обчислення чистої поточної вартості
за реальною ставкою доходу 10 %

Рік	Грошові потоки	Коеф. дисконт. при 10 %	Поточна вартість
0	8000	1	8000
1	5000	0,909	4545
2	5000	0,826	4130
Чиста поточна вартість (невірна) 675			

2. Правильний метод — розрахунок фактичних грошових надходжень з урахуванням зростання цін і дисконтування по *грошовій ставці доходу 21 %* (табл. 46).

1-й рік

Реалізація: $10\,000 \cdot 1,05 = 10\,500$ грн.;

Витрати: $5000 \cdot 1,20 = 6000$ грн.

2-й рік

Реалізація: $10\,000 \cdot 1,05 \cdot 1,05 = 11\,025$ грн.;

Витрати: $5000 \cdot 1,20 \cdot 1,20 = 7200$ грн.

Таблиця 46

Обчислення чистої поточної вартості
за грошовою ставкою доходу 21 %

Рік	Верстат	Реалізація	Витрати	Ч Д П	Коеф. диск. при 21 %	Поточна вартість
0	8000			8000	1	8000
1		10500	6000	4500	0,826	3717
2		11025	7200	3825	0,683	2612
Чиста поточна вартість (вірна) 1671						



Оскільки витрати зростають більш високими темпами в порівнянні з виторгом, проект має *негативну чисту поточну вартість* і, отже, *невигідний для компанії*.

Ефективна ставка

Якщо за деяким фінансовим вкладенням виплачується r відсотків чистого доходу в рік у розрахунку на одиницю інвестицій, але виплати здійснюються кілька разів на рік (наприклад, раз у квартал), фактична прибутковість такої інвестиції буде більше r , якщо проміжні виплати можуть бути реінвестовані. Чистий річний дохід у розрахунку на одиницю витрат

$$r = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

де m — кількість виплат у рік;
 r — ефективна ставка прибутковості.

Наприклад, якщо $r = 24\%$ річних, то ефективна ставка при щомісячних ($m = 12$) виплатах відсотків

$$r = \left(1 + \frac{0,24}{12}\right)^{12} - 1 = (1 + 0,02)^{12} - 1 = 26,8\%$$

якщо ж виплати проводяться раз у півроку ($m = 2$), ефективна прибутковість

$$r = \left(1 + \frac{0,24}{2}\right)^2 - 1 = (1 + 0,12)^2 - 1 = 25,4\%$$

Природно, що величина ефективної ставки залежить від періодичності виплат, тобто, чим більше m , тим більше буде r .



4.14. Вибір рішення при розміщенні резерву внесків

Розглядаючи реальну цінність грошей, страхові компанії повинні враховувати не тільки руйнівні дії інфляції, але також і можливості інвестування, що відкриваються. Багато страхових компаній мають кілька варіантів вкладення капіталу, і їх мета — обрати з цих варіантів найбільш прибутковий.

Тому, що краще: вкласти гроші туди, де відсотки нараховуються щоквартально або виплачується більший відсоток, але робиться це тільки за рік у цілому? Для відповіді на це питання кожний повинен визначити, де він отримає більший дохід за визначений період часу.

При проведенні такого аналізу необхідно враховувати змінні величини, загальні для всіх інвестицій:

- розмір;
- тривалість;
- дохід і графік його одержання.

Уявімо собі, що страхова компанія стоїть перед вибором: помістити гроші на рахунок, по якому платять 10,38 % один раз у рік, або на рахунок, де ставка всього 10 %, але нарахування ведуться щокварталу. Щоквартальні нарахування означають, що виплати будуть розбиті на чотири частини, по 2,5 % у кожній. Компанія має 1000 грн. і збирається їх укласти на рік.

Який варіант краще?

Нижче наводиться схема розрахунків відсоткового доходу за обома варіантами (табл. 47).

У цій ситуації байдуже який варіант обрати: наростаючий відсоток буде однаковий. Проте очевидний цікавий факт: незважаючи на те, що по кварталному рахунку нараховувався менш високий відсоток, підсумковий дохід буде відповідати виплаті при більш



високому відсотку, але разовому нарахуванню за рік. Це можливо в силу різночасовості виплат.

Відсоток, отриманий за перший квартал, дозволяє зробити його реінвестування у другому; відсоток, отриманий у другому кварталі, принесе додатковий відсоток у третьому тощо.

Таблиця 47

Схема розрахунків відсоткового доходу

Показник	Щоквартальні нарахування	Річні нарахування
Початковий баланс на рахунку	1000,0	1000,0
I квартал: Відсоток $0,025 \cdot 1000$	25,0	0,0
Кінцевий баланс на рахунку	1025,0	1000,0
II квартал: Відсоток $0,025 \cdot 1025,0$	25,6	0,0
Кінцевий баланс на рахунку	1050,6	1000,0
III квартал: Відсоток $0,025 \cdot 1050,0$	26,3	0,0
Кінцевий баланс на рахунку	1076,9	1000,0
IV квартал: Відсоток $0,025 \cdot 1076,9$	26,9	$0,1038 \cdot 1000,0$
Сума кварталних відсотків	103,8	
Кінцевий баланс на рахунку	1103,8	1103,8

Розглянемо іншу ситуацію вибору варіанта інвестування (табл. 48). Компанії необхідно вибрати між варіантами інвестування, що пропускають різні виплати.



Таблиця 48
Вибір варіанта інвестування

Дохід за рік	Вартість	Роки			Загальний дохід
		1	2	3	
Інвестиційний проект X	10000	5000	6250	5250	16500
Інвестиційний проект Y	10000	3000	4000	10000	17000

Інвестиційний проект Y здається кращим варіантом, оскільки його загальний дохід перевищує дохід при інвестуванні в проект X. Однак що відбудеться, якщо виплати відсотків будуть переводитися на рахунок у міру їх одержання? Якщо максимально можливою є ставка в 10 % за рік, то доходи від інвестування розподіляться так, як показано в табл. 49.

Таблиця 49
Розподіл доходів від інвестування

Інвестиційний проект X				
Роки	1	2	3	Загальна сума, грн.
Одержуваний дохід, грн.	5000	6250	5250	16500
Відсоток по внеску	0	500	1175	1675
Загальний дохід, грн.				18175
Інвестиційний проект Y				
Роки	1	2	3	Загальна сума, грн.
Одержуваний дохід, грн.	3000	4000	10000	17000
Відсоток по внеску	0	300	730	1030
Загальний дохід, грн.				18030



На підставі цих розрахунків інвестор повинен обрати інвестиційний проект Х.

Висновок після розгляду двох прикладів такий: оскільки страхові компанії зазвичай мають можливості постійного інвестування, терміни виплат доходів можуть виявитися більш важливими, ніж їх загальна величина. *У випадку рівних загальних доходів на капітал кращим варіантом інвестування є той, який забезпечує надходження коштів у більш ранній термін.* Кошти, які отримані раніше, можуть бути швидше пущені в «роботу», і в цьому — основа твердження про те, що гроші мають різну цінність у часі. Вкладення завжди повинні оцінюватися з погляду того, які кошти вони приносять з часом. Хоча компанія інвестує капітал в активи з метою підвищення доходів, активи не купуються «разом з доходами». Доходи оцінюються за допомогою бухгалтерських розрахунків, методи здійснення яких, як відомо, розрізняються в різних компаніях. Банки і кредитори визнають тільки наявні, реальні гроші. Оскільки компанія повинна витратити наявні кошти на придбання активів, її доходи як еквівалент кредитів варто оцінювати, виходячи з тих же критеріїв.

Розглядаючи два варіанти інвестицій у наведених вище прикладах, інвестор обґрунтовував своє рішення на *кумулятивній, або майбутній, прибутковості* цих альтернатив. Майбутня прибутковість вкладень — сума доходів від вкладеного капіталу, які будуть отримані до певного терміну в майбутньому. Якщо інвестування, як при відкритті рахунка, передбачає, що доходи будуть надходити регулярно, то може бути використана наступна формула для визначення майбутньої вартості інвестицій (БС):

$$\begin{aligned} \text{Майбутня сума інвестицій} &= \\ &= (1 + \text{рівень відсотка за період})^{\text{кількість періодів}} \times \\ &\times \text{Початкова сума інвестицій.} \end{aligned}$$



$$BC = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n \cdot S_0$$

При річній ставці 10 % і нарахуванні доходу щокварталу

$$BC = \left(1 + \frac{0,10}{4}\right)^4 \cdot 1000 = (1,025)^4 \cdot 1000 = 1,1038 \cdot 1000 = 1103,8 \text{ грн.}$$

Зверніть увагу: річна ставка відсотка перетворена у величину, що дорівнює відсотку саме за даний період: 10 % щорічна ставка, розрахована поквартально, становить 2,5 % за квартал.

У той час як компанії турбуються про те, якими будуть прибутковість і величина капіталу їх вкладень у майбутньому, багато хто в однаковій мірі стурбований цінністю інвестицій у даний час.

Більш того, як видно з наведених вище прикладів, при виборі варіантів доходи на інвестиції часто розраховуються не по рівних, стандартних ставках. Для подолання викликаних у зв'язку з цим труднощів використовується поняття приведеної (поточної) вартості. Розрахунок приведеної вартості інвестицій відповідає на таке запитання: якщо відомі рівень доходів на інвестиції, досяжний і при інших варіантах вкладення грошей, і черговість надходження доходів від цих інвестицій, то яка повинна бути сьогодні сума грошей, що призначається до інвестування в даний час, щоб усі варіанти вкладень були однаково вигідні? При розрахунку приведеної вартості ставка доходів, що компанією визначена як бажана чи реально досяжна, використовується у вигляді коефіцієнта дисконтування. Коефіцієнт дисконтування — це рівень прибутковості, якого інвестор вважає за можливе домогтися і без здійснення даних інвестицій. **Коефіцієнт дисконтування** виконує ту ж функцію при розрахунках приведеної вартості, що і ставка відсотка при розрахунках майбутньої прибутковості і суми інвестицій. Єдине розходження між ними — напрямки розрахунків цих показників. Ставка відсотка



використовується для розрахунку майбутньої суми доходів і величини капіталу, виходячи з відомої нинішньої величини інвестицій; коефіцієнт же дисконтування використовується для трансформації ряду майбутніх виплат у поточну вартість вкладень.

Наприклад, річна ставка доходу в 10 % приведе до того, що майбутня вартість депозиту в 1000 грн. через рік становитиме 1100 грн. Якщо ж 1100 грн. майбутньої вартості внеску трансформувати назад на один рік з коефіцієнтом дисконтування в 10 %, то приведена вартість вкладення становитиме 1000 грн. Формула для розрахунку приведеної вартості може бути виведена з формули розрахунку майбутньої вартості інвестицій (БС), якщо прийняти за невідоме «початкові вкладення».

$БС = (1 + i)^n \cdot \text{початкова сума інвестицій};$

$$\frac{БС}{(1 + i)^n} = \frac{(1 + i)^n \cdot \text{початкова сума інвестицій}}{(1 + i)^n};$$

$$\frac{БС}{(1 + i)^n} = \text{початкова сума інвестицій.}$$

Приведена (поточна) вартість розраховується як

$$ПВ = \frac{БС}{(1 + i)^n},$$

де i — рівень відсотка, або коефіцієнт дисконтування;
 n — кількість періодів у майбутньому, протягом яких будуть надходити доходи від інвестицій.

Приклад. Інвестора переконали в тому, що визначений проект принесе йому 20 000 грн. через 5 років. Кращий альтернативний



варіант інвестицій цього інвестора забезпечує йому щорічний дохід у 11 %. Обчислення приведеної вартості:

$$PV = \frac{20000}{(1 + 0,11)^5} = \frac{20000}{1,685} = 11869 \text{ грн.}$$

Приведена вартість для цього варіанта вкладення коштів дорівнює 11 869 грн. З іншого боку, якщо 11 869 грн. будуть вкладені сьогодні з рівнем 11 %, то за 5 років вкладений капітал зросте до 20 000 грн., тобто майже подвоїться.

А якщо дохід від вкладення буде отриманий не загальною сумою відразу, а надійде у вигляді ряду виплат за кілька років? Тоді виплати за кожен рік повинні бути дисконтовані окремо, а потім підсумовані після дисконтування. Приведена вартість серії послідовних виплат повинна розраховуватися у такому порядку:

Коефіцієнт дисконтування = 10 %

Роки	1	2	3	4	5
Виплати	1000	3000	3000	2000	2000
Коефіцієнт дисконтування	0,909	0,826	0,751	0,683	0,621
Приведена вартість	909	2479	2254	1366	1242

Разом приведена

вартість $909 + 2479 + 2254 + 1366 + 1242 = 8250$

Користь від розрахунків приведеної вартості особливо очевидна у випадку, коли інвестор повинен вибрати одне з двох конкуруючих вкладень. Наступний приклад демонструє саме це:

Приклад. Коефіцієнт дисконтування = 15 %

Роки 1 2 3 4 Разом, грн.

Виплати наприкінці року

Інвестиційний проект А 5000 5000 2000 1000 13000

Інвестиційний проект В 1000 1000 1000 11000 14000

Приведена вартість, грн. проект А = 10015

Приведена вартість, грн. проект В = 8572



У цій ситуації інвестору необхідно обрати між двома видами інвестицій, що відрізняються не тільки розмірами доходів, але і схемами виплат. Розрахунки приведеної вартості показують, що в силу впливу фактора часу на цінність грошей інвестиція в проєкт *A*, що на перший погляд далеко не так прибуткова, як альтернативна, фактично виявляється більш вигідною.

На щастя, усі необхідні розрахунки приведеної вартості не потрібно робити за складними формулами. У багатьох книгах є відповідні таблиці приведеної вартості, що спрощують розрахунки. Нестандартні ж випадки цих розрахунків можуть бути скомбіновані на основі даних таких таблиць.

Оцінка ефективності капіталовкладень припускає порівняння витрат і вигод у часі. Основний принцип визначення вигідності капіталовкладень — оцінка альтернативних витрат інвестування, що припускає порівняння ефективності різних напрямків інвестицій.

Згідно з оцінкою капіталізації доходу, інвестиційна вартість будь-якого активу — реального чи фінансового — дорівнює сумарній сьогоднішній вартості доходів, що даний актив забезпечує.

Питання для самоконтролю

1. Чим відрізняється структура страхового тарифу по страхуванню життя від ризикових видів страхування?
2. Які показники містить таблиця смертності?
3. Про що говорить таблиця смертності?
4. Які бувають таблиці смертності?
5. Що таке норма прибутковості?
6. Для чого застосовується норма прибутковості?
7. Як визначається множник, що дисконтує?
8. Як визначається одноразова нетто-ставка на дожиття?
9. Як визначається одноразова нетто-ставка на випадок смерті?



10. Для чого потрібні комутаційні числа?
11. Як визначаються річні нетто-ставки?
12. Коли застосовуються ануїтети?
13. Для чого застосовуються ануїтети?
14. Як розраховуються резерви внесків по страхуванню життя?
15. Які основні методи оцінки програм капіталовкладень?
16. Як визначається чиста поточна вартість?
17. Як визначається ефективна ставка?
18. Які змінні величини враховуються при виборі рішення про капіталовкладення?

Завдання

Задача 1

Компанія розглядає можливість придбання нової машини, маючи два варіанти операції:

	Машина X	Машина Y
Вартість, грн.	10000	10000
Очікувана ліквідаційна вартість, грн.	2000	3000
Очікуваний термін служби, років	4	4
Очікуваний майбутній прибуток до відрахування амортизації, грн.:		
• 1-й рік	5000	2000
• 2-й рік	5000	3000
• 3-й рік	3000	5000
• 4-й рік	1000	5000

Використовуючи метод *ВВК*, визначте, яку з двох машин варто купити?

Відповідь: машину Y.



Рішення:

	Машина X	Машина Y
Сумарний прибуток до відрахування амортизації, грн.	14000	15000
Сумарна амортизація, грн.	8000	7000
Сумарний прибуток за винятком амортизації, грн.	6000	8000
Середній прибуток(за чотири роки), грн.	1500	2000
Величина початкової інвестиції, грн.	10000	10000
Ліквідаційна вартість, грн.	2000	3000
Віддача на вкладений капітал, грн.	6000	6500

Норма прибутку:

$$X = \frac{1500}{6000} = 25\% \quad Y = \frac{2000}{6500} = 31\%$$

Задача 2

Інвестор інвестує 2000 грн. під 10 %. Яка буде вартість інвестиції через:

а) 3 роки; б) 4 роки.

Відповідь: а) 2662 грн.; б) 2928 грн.

Рішення:

Майбутня вартість 1 грн. через n років при ставці 10 % складе:

$$n(1+i)^n$$

1) 1,100

2) 1,210

3) 1,331

4) 1,464

а) $S = 2000 \cdot 1.331 = 2662$ грн.; б) $2000 \cdot 1,464 = 2928$ грн.

Задача 3

Компанія розглядає дві пропозиції. Початкові витрати і чисті грошові надходження:



Рік	Пропозиція 1	Пропозиція 2
0	20000	2000
1	12000	1300
2	12000	1300

Дивідендна віддача капіталу 10 %. Може бути реалізований тільки один із двох проектів.

Потрібно:

- обчислити ЧПВ по кожній з двох пропозицій;
- обчислити прибутковість ДГН по кожній з двох пропозицій;
- проаналізувати результати розрахунків.

Рішення:

Пропозиція 1

$$\text{ЧПВ при } 10 \% = + 820 = (12000 \cdot 0,909) + (12000 \cdot 0,826) = 20820 - 20000;$$

$$\text{ЧПВ при } 15 \% = - 488 = (12000 \cdot 0,870) + (12000 \cdot 0,756) = 19512 - 20000.$$

$$\text{ДГН} = 10 \% + \left[\frac{820}{(820 + 488)} \cdot (15 - 10) \% \right] = 13,1 \%$$

Пропозиція 2

$$\text{ЧПВ при } 10 \% = 256 = (1300 \cdot 0,909) + (1300 \cdot 0,826) = 2256 - 2000;$$

$$\text{ЧПВ при } 15 \% = 114 = (1300 \cdot 0,870) + (1300 \cdot 0,756) = 2114 - 2000;$$

$$\text{ЧПВ при } 20 \% = -15 = (1300 \cdot 0,833) + (1300 \cdot 0,694) = 1985 - 2000.$$

$$\text{ДГН} = 15 \% + \left[\frac{114}{(114 + 15)} \cdot (20 - 15) \% \right] = 19,4 \%$$

Пропозиція 1 має більш високу ЧПВ, але більш низьку прибутковість ДГН, ніж пропозиція 2. Це можна пояснити тим, що пропозиція 2 передбачає набагато менші початкові витрати у порівнянні з пропозицією 1 (2000 проти 20 000). Дохід від пропозиції 2 в абсолютних цифрах нижче, однак стосовно розміру інвестиції він забезпечує більш високий дохід.



Додаткові витрати (18 000) по проекту 2 вигідні, оскільки додатковий прибуток дає позитивну ЧПВ у сумі 564 (820 – 256). Це означає, що прибутковість ДГН по проекту 2 перевищує 10 %.

Задача 4

3 69 950 застрахованих у віці 20 років померло на протязом року 269 чол., з 69 681 у віці 21 року — 300 і з 69 381 у віці 22 років — 331 чол. Обчисліть показник смертності на 1000 чол. кожного віку.

Відповідь: 3,85; 4,31; 4,77.

Рішення:

$$269 / 69950 \cdot 1000 = 3,85; 300 / 69681 \cdot 1000 = 4,31; 331 / 69381 \times 1000 = 4,77.$$

Задача 5

Відомо, що за договором страхування на випадок смерті, укладеним особою у віці 37 років терміном на три роки, одноразова нетто-премія становить 27 грн. 30 коп., а сучасна вартість майбутнього платежу — 2 грн. 83 коп.

Обчисліть постійну річну нетто-премію.

Відповідь: 9 грн. 65 коп.

Рішення: $27,30 / 2,83 = 9,65$.

Задача 6

У якому розмірі застрахований повинен сплачувати річну (постійну) нетто-премію за договором страхування на випадок смерті, укладеним на страхову суму в 2000 грн. терміном на п'ять років, якщо одноразова нетто-премія по страхуванню цієї особи становить 48 грн. 05 коп. із 1000 грн. страхової суми, а сучасна вартість майбутнього платежу — 4 грн. 45 коп.?

Відповідь: 21 грн. 60 коп.

Рішення: $48,05 / 4,45 \cdot 2 = 21,60$.



Задача 7

Обчисліть річну нетто-премію по змішаному страхуванню життя особи у віці 35 років, яка виявила бажання застрахуватися на суму 5000 грн. терміном на 15 років, якщо річна нетто-премія за втрату працездатності від нещасних випадків становить 1 грн. 50 коп., одноразова нетто-премія по страхуванню на випадок смерті — 120 грн. 77 коп., одноразова нетто-премія по страхуванню на дожиття — 393 грн. 51 коп. із 1000 грн. страхової суми, а сучасна вартість майбутнього платежу — 10 грн. 20 коп.

Відповідь: 259 грн. 60 коп.

Рішення: $((120,77 + 393,51) / 10,20) \cdot 5 + (1,50 \cdot 5) = 259,60$.

Задача 8

Якби страхувальник уклав договір змішаного страхування життя терміном на 15 років з умовою одноразової сплати страхових внесків, то розмір одноразової нетто-премії становив би 529 грн. 58 коп. із кожної 1000 грн. страхової суми.

У якому розмірі страхувальник повинен сплачувати річну нетто-премію за договором змішаного страхування життя, укладеним на 5000 грн. терміном на 15 років, з умовою сплати страхових внесків протягом перших 10 років дії договору? Сучасна вартість майбутнього платежу за 10 років — 7 грн. 78 коп., за 15 років — 10 грн. 20 коп.

Відповідь: 340 грн. 35 коп.

Рішення: $529,58 / 7,78 \cdot 5 = 340,35$.

Задача 9

Визначіть річну брутто-премію за договором страхування на випадок смерті і втрати працездатності, укладеним на суму 1000 грн. терміном на 3 роки, згідно з яким: річна нетто-премія на



випадок смерті — 9 грн. 65 коп.; річна нетто-премія на випадок утрати працездатності — 1 грн. 50 коп.; початкові витрати — одноразово 5 грн. на 1000 грн. страхової суми; адміністративно-господарські витрати — щорічно 3 грн. на 1000 грн. страхової суми; комісійні витрати — 10 % брутто-премії. Сучасна вартість майбутнього платежу — 2 грн. 83 коп.

Відповідь: 17 грн. 69 коп.

Задача 10

До річної нетто-премії за договором змішаного страхування життя, укладеному на суму 5000 грн. терміном на 15 років, робиться така надбавка:

- на початкові витрати — одноразово 25 грн. на 1000 грн. страхової суми;
- на адміністративно-господарські витрати — щорічно 2 грн. на 1000 грн. страхової суми;
- на комісійні витрати — 9 % брутто-премії.

Річна нетто-премія становить 51 грн. 92 коп. із 1000 грн. страхової суми. Сучасна вартість майбутнього платежу — 10 грн. 20 коп.

Обчисліть річну брутто-премію.

Відповідь: 309 грн. 75 коп.

Задача 11

Страхувальник бажає укласти договір змішаного страхування життя на термін 5 років з умовою поквартальної сплати страхових внесків. Народився він у жовтні 1965 р., а заяву про страхування подав у липні 2000 р.

За якою тарифною ставкою повинні обчислюватися страхові внески?



Задача 12

Страхувальник, що народився у 1960 р., просить у 2000 р. укласти договір змішаного страхування життя в сумі 10 000 грн. на 5 років з умовою одноразової сплати страхового внеску.

Визначить, яку суму внеску він повинен сплатити?

Задача 13

Договір змішаного страхування життя укладається з особою у віці 30 років на термін 5 років з умовою одноразової сплати внесків за весь термін страхування.

Визначить належну суму внеску на 1000 грн. страхової суми.

Задача 14

Страхувальник у віці 41 року уклав договір змішаного страхування життя на суму 7000 грн. терміном на 5 років і, сплативши страхові внески за 1 рік 8 місяців, подав заяву про оплату договору одноразовим внеском.

Обчисліть необхідну суму одноразового внеску.

Задача 15

2001 р. надійшла заява про страхування життя, у якій запропоновані наступні умови страхування: вид страхування — змішане страхування життя, термін — 5 років, страхова сума — 3000 грн., сплата страхових внесків — щомісячно, рік народження страхувальника — 1965.

Обчисліть розмір місячного страхового внеску.



Розділ 5

СТРАХУВАННЯ НА ВИПАДОК НЕПРАЦЕЗДАТНОСТІ – ІНВАЛІДНОСТІ

5.1. Визначення понять «інвалідність» і «непрацездатність».

Застрахована особа, яка внаслідок хвороби або нещасного випадку була змушена цілком або частково перервати свою професійну діяльність, визначається такою, що передбуває у стані непрацездатності. В результаті цього випадку наступає зменшення доходів або заробітної плати. Запобігти цьому і покликане страхування.

Термін «непрацездатність» включає два різних стани:

- а) тимчасову непрацездатність;
- б) постійну непрацездатність або професійну інвалідність.

Професійна інвалідність вимірюється звичайно у відсотках, які показують зниження спроможності застрахованої особи одержувати дохід від своєї або еквівалентної професійної діяльності.

Втім, застрахованій особі можуть бути заподіяні ушкодження, що загрожують її фізичній цілісності, але не тягнуть за собою серйозного зниження професійних прибутків, хоча викликають труднощі в повсякденному житті і певні витрати. Такий стан визначається як функціональна інвалідність.

Досить часто загальний відсоток інвалідності визначається сполученням відсотка професійної інвалідності і відсотка функціональної інвалідності, які не залежать від професії застрахованої особи.



Існує багато різновидів оцінки інвалідності: шкала нещасних випадків на виробництві, шкала для інвалідів війни тощо. Очевидно, що для цього виду гарантій необхідно дуже точно визначити межу між поняттями «непрацездатність» і «інвалідність». Це досить важко, оскільки існує безліч причин, які спричинюють непрацездатність чи інвалідність — нещасний випадок, хвороба, старість.

Окремі випадки, наприклад, інвалідність, що настала в результаті нещасного випадку на виробництві, вивчені набагато краще, аніж інші, навіть якщо їх наслідки розрізняються залежно від законодавства або звичаїв тієї або іншої країни. Інвалідність, що спричинена хворобою, вивчена набагато менше. Чинники, що впливають на неї, різноманітні: вік, вид занять, умови життя, особистий стиль життя тощо. Інвалідність, що настає в результаті старіння, розглядається з позиції страхування на випадок необхідності у відході (залежності).

У деяких країнах для найманих робітників і окремих професій ненайманих працівників критерієм визначення непрацездатності або постійної загальної або часткової інвалідності слугує факт початку виплат системою соціального захисту.

Надалі будемо вважати, що ризики визначені досить точно, щоб могли бути підібрані і використані відповідні статистичні дані.

5.2. Технічна база страхування на випадок інвалідності

Як і в розрахунках зі страхування життя розглянемо два різних види ймовірностей:

- а) ймовірність зберігання певного існуючого на даний момент стану;
- б) ймовірність зміни цього стану, оскільки така зміна при страхуванні на випадок смерті може відбутися лише з однієї причини (настання смерті), у той час як при страхуванні на випадок інвалідності таких причин дві: настання смерті й інвалідності.



Розглянемо одну працездатну людину у віці x років на початок року. Позначимо через:

W_x — ймовірність для x стати інвалідом протягом року, до віку $(x+1)$ років. Це річний відсоток інвалідності у віці x років;

p_x^{aa} — ймовірність для x бути живим на кінець року, не ставши інвалідом;

q_x^{aa} — ймовірність для x померти протягом року, не ставши інвалідом;

p_x^{ai} — ймовірність для x стати інвалідом протягом року і бути живим на кінець року;

q_x^{ai} — ймовірність для x стати інвалідом протягом року і померти до кінця року;

p_x^a — ймовірність для x бути живим на кінець року або працездатним, або інвалідом;

q_x^a — ймовірність для x померти протягом року перед тим, як стати (або не стати) інвалідом.

Теорема повної ймовірності дає змогу записати:

$$p_x^a = p_x^{aa} + p_x^{ai};$$

$$q_x^a = q_x^{aa} + q_x^{ai};$$

$$w_x = p_x^{ai} + q_x^{ai};$$

$$p_x^a + q_x^a = 1;$$

звідки:

$$p_x^{aa} + q_x^{aa} + w_x = 1.$$

Якщо зробити припущення, що настання інвалідності рівномірно розподілене протягом року, і людина, яка стала інвалідом протягом цього року, схильна до ризику власної смерті в стані інвалідності протягом $1/2$ року, можна записати в першому наближенні:



$$q_x^{ai} = w_x \cdot q_x^i \cdot \frac{1}{2},$$

з чого випливає:

$$p_x^{ai} = w_x - q_x^{ai} = w_x - w_x \cdot q_x^i \cdot \frac{1}{2} = w_x \left(1 - q_x^i \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{w_x(1 + p_x^i)}{2}.$$

Також маємо:

$$p_x^{ai} = p_x^a - p_x^{aa},$$

Отже,

$$p_x^{aa} = p_x^a - \frac{w_x(1 + p_x^i)}{2},$$

$$\begin{aligned} q_x^{aa} &= 1 - w_x - p_x^{aa} = 1 - w_x - p_x^a \frac{w_x(1 + p_x^i)}{2} = q_x^a - w_x \left(1 - \frac{1 + p_x^i}{2}\right) = \\ &= q_x^a - w_x \left(\frac{1 - p_x^i}{2}\right) = q_x^a - w_x \cdot q_x^i \cdot \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Зрозуміло, що можна визначити ймовірності p_x^{aa} , q_x^{aa} , p_x^{ai} , q_x^{ai} , виходячи з таблиць W і відсотка смертності q_x^i і q_x^a . Визначення q_x^i здійснюється в результаті спостереження за групою, що складається з інвалідів.

Щоб визначити q_x^{aa} і Wx , треба простежити протягом одного року за групою з працездатних людей того ж самого віку x .

Якщо протягом року виявили d_x^{aa} випадків смерті людей, які залишилися працездатними до самої смерті, і j_x (випадків інвалідності), одержимо:



$$q_x^{aa} = \frac{d_x^{aa}}{l_x^{aa}};$$

$$w_x = \frac{j_x}{l_x^{aa}}.$$

Знаючи значення трьох показників q_x^i , q_x^{aa} , W_x , можна визначити тарифи зі страхування на випадок інвалідності. Може знадобитися ще один додатковий показник на випадок, якщо виплата пенсії у випадку інвалідності припиняється в разі припинення інвалідності. Тоді необхідно мати у своєму розпорядженні таблицю, що відбиває ймовірність повернення до нормальної діяльності. У багатьох країнах виплата ренти по інвалідності припиняється в 60 років у разі початку виплат «законної» пенсії по старості. Ускладнення, спричинені пошуком необхідних достовірних джерел інформації, часто призводять до значного «розкиду» результатів.

Продовжуючи теоретичний аналіз, розглянемо групу працездатних осіб у віці x років l_x^{aa} і розрахуємо теперішню ймовірну вартість ренти по інвалідності, яку вони можуть одержувати в майбутньому, тобто:

$$l_x^{aa} \cdot a_x^{ai}.$$

Протягом першого року число випадків інвалідності, про які буде заявлено, складе:

$$l_x^{aa} \cdot w_x,$$

з цих інвалідів доживуть до кінця року:

$$l_x^{aa} \cdot w_x \cdot \left(1 - \frac{q_x^i}{2}\right)$$



і кожний із них має право на довічну ренту, наприклад, в 1 грн, виплачувану наприкінці року, теперішня ймовірна вартість котрої складе:

$$V(1 + a_x^i) = 1.$$

Таким же способом вирахуємо протягом $(k + l)$ років ймовірне число заявлених випадків інвалідності:

$$l_{x+k}^{aa} \cdot W_{x+k},$$

з яких до кінця року доживуть

$$l_{x+k}^{aa} \cdot W_{x+k} \cdot \left(1 - \frac{q_{x+k}^i}{2}\right)$$

і кожному потрібно буде наприкінці року виплачувати довічну ренту в 1 грн, теперішня ймовірна вартість якої складе:

$$V^{k+1}(1 + a_{x+k+1}^i).$$

У підсумку отримаємо:

$$l_x^{aa} \cdot a_x^{ai} = \sum_{k=0}^{\infty} l_{x+k}^{aa} \cdot W_{x+k} \cdot \left(1 - \frac{q_{x+k}^i}{2}\right) \cdot (1 + a_{x+k+1}^i) \cdot V^{k+1}.$$

Вираз $l_{x+k}^{aa} \cdot W_{x+k} \cdot \left(1 - \frac{q_{x+k}^i}{2}\right)$ означає кількість людей, що стали інвалідами протягом $(x + k)$ -го року, ще живих наприкінці року. Для групи осіб у стані інвалідності цей вираз дорівнює:

$$l_{x+k+1}^{ii} - l_{x+k}^{ii} \cdot p_{x+k}^i,$$



Отже,

$$l_x^{aa} a_x^{ai} = \sum_{k=0}^{\infty} (l_{x+k+1}^{ii} - l_{x+k}^{ii} p_{x+k}^i) \cdot \ddot{a}_{x+k}^i \cdot V^{k+1}.$$

У той же час:

$$\ddot{a}_{x+k}^i = 1 + V p_{x+k}^i + V^2 p_{x+k}^i + \dots,$$

Отже,

$$l_x^{aa} a_x^{ai} = \sum_{k=0}^{\infty} V^{k+1} (l_{x+k+1}^{ii} - l_{x+k}^{ii} \cdot p_{x+k}^i) (1 + V \cdot p_{x+k+1}^i + V^2 p_{x+k+1}^i + \dots).$$

Підставивши усі вирази і записавши в порядку зростання ступеня V , одержимо:

$$l_x^{aa} a_x^{ai} = V(l_{x+1}^{ii} - l_x^{ii} \cdot p_x^i) + V^2(l_{x+2}^{ii} - l_{x+1}^{ii} p_x^i) + \\ + V^3(l_{x+3}^{ii} - l_{x+2}^{ii} p_x^i) + \dots + V^k(l_{x+k}^{ii} - l_{x+k-1}^{ii} p_x^i) + \dots$$

У свою чергу:

$$l_{x+k}^{ii} = l_{x+k} - l_{x+k}^{aa},$$

тобто число інвалідів, які живуть у k -му році дорівнює різниці між загальним числом живих членів групи і числом живих членів групи, що не є інвалідами.

Отже,

$$l_x^{aa} a_x^{ai} = \sum_{k=1}^{\infty} V^k (l_{x+k} - l_{x+k}^{aa} - l_{x+k-1}^{ii} p_x).$$



У той же час:

$$\sum_{k=1}^{\infty} V^k l_{x+k} = l_x \sum_{k=1}^{\infty} V^k \frac{l_{x+k}}{l_x} = l_x a_x,$$
$$\sum_{k=1}^{\infty} V^k l_{x+k}^{aa} = l_x^{aa} a_x^{aa} \quad i \quad \sum_{k=1}^{\infty} l_x^{ii} p_x^i = l_x^{ii} a_x^i.$$

Отже,

$$l_x^{aa} a_x^{ai} = l_x a_x - l_x^{aa} a_x^{aa} - l_x^{ii} a_x^i.$$

Тим часом:

$$l_x^{ii} = l_x - l_x^{aa},$$

Отже,

$$l_x^{aa} a_x^{ai} = l_x a_x - l_x^{aa} a_x^{aa} - (l_x - l_x^{aa}) a_x^i.$$

Тобто,

$$l_x^{aa} a_x^{ai} = l_x a_x - l_x^{aa} a_x^{aa} - l_x a_x^i + l_x^{aa} a_x^i$$
$$a_x^{ai} = a_x^i - a_x^{aa} - \frac{l_x}{l_x^{aa}} (a_x^i - a_x)$$

(вираз, що лінійно залежить від значень a_x^i , a_x^{aa} , a_x).

Якщо договором передбачена тимчасова рента по інвалідності, виплачувана, наприклад, до 60-ти років, отримаємо:

$${}_{/60-x} a_x^{ai} = {}_{/60-x} a_x^i - {}_{/60-x} a_x^{aa} - \frac{l_x}{l_x^{aa}} ({}_{/60-x} a_x^i - {}_{/60-x} a_x).$$



Наведений вище вираз буде визначати верхню межу теперішньої ймовірної вартості ренти по інвалідності, тому що ще існує можливість загубити право на ренту не тільки у випадку смерті або при досягненні 60-ти років, а й у випадку повернення до нормальної діяльності.

5.3. Річні премії зі страхування у випадку інвалідності

Як і у випадку страхування життя, розрахунок премій у разі інвалідності здійснюється на основі рівності теперішніх ймовірних вартостей зобов'язань страховика і страхувальника.

Якщо P_x — чиста усереднена річна премія, а Π_x — чиста одно-разова премія за договором, одержимо:

$$\Pi_x = P_x \cdot \ddot{a}_x^{aa},$$

або, якщо премії тимчасові (тобто сплачуються не довічно, а протягом визначеного терміну, наприклад, p років), то:

$$\Pi_x = P_x \cdot {}_p \ddot{a}_x^{aa}.$$

При цьому треба, зрозуміло, використовувати таблицю смертності для працездатних осіб, оскільки внески сплачують тільки працездатні страхувальники. Чиста премія збільшується на розмір необхідного навантаження, розмір якого часто вищий, аніж при страхуванні життя через складність управління договорами.

5.4. Математичні резерви при страхуванні на випадок непрацездатності чи інвалідності

Ризик інвалідності збільшується з віком, отже, резерви розраховують при усереднених преміях. Такий розрахунок аналогічний тому, що використовується для визначення резервів у страхуванні життя.



Так, для договору ренти по інвалідності з довічною премією одержимо:

$$a_x^{ai} = p_x \cdot \ddot{a}_x^{aa}$$

$${}_k V'' = a_{x+k}^{ai} - p_x \cdot \ddot{a}_{x+k}^{aa}$$

Якщо рента по інвалідності уже виплачується, математичні резерви в такій ситуації будуть дорівнювати:

$${}_k V'' = a_{x+k}^{ai}$$

Варто також відзначити особливу важливість точного визначення ризиків при страхуванні на випадок непрацездатності і складність визначення надійної статистичної бази даних, враховуючи розходження в ступені ризику залежно від категорії населення.

Тільки по категорії найманих робітників, завдяки організації виплат із соціального забезпечення, в розвинутих країнах є численні статистичні дані.

5.5. Особливості страхування на випадок непрацездатності чи інвалідності

Об'єктом страхування на випадок непрацездатності/інвалідності є, в основному, часткова або повна компенсація недоотриманого прибутку, бо за період тимчасової непрацездатності здійснюються так звані «щоденні виплати». За період повної або часткової непрацездатності виплати здебільшого йменуються «пенсія по інвалідності». Цей період починається з моменту, коли стан здоров'я хворого або постраждалого в результаті нещасного випадку може розглядатися як стабілізуюче повернення (з низькою ймовірністю) до нормального стану.



Гарантії можуть бути виражені у гривнях за кожний оплачуваний за договором день або, у випадку ренти по інвалідності, у гривнях на рік.

Часто для застрахованих із категорії найманих робітників гарантії виражаються у відсотках від заробітної плати застрахованого працівника за вирахуванням виплат, які здійснюються відповідно до базового режиму (державою або системою соціального захисту). Сума цих двох виплат не повинна перевищувати розмір заробітної плати, яку одержував застрахований під час роботи.

Визначення страхових сум у гривнях використовується лише для осіб, які не належать до категорії найманих робітників.

Виплати припиняються:

- а) у випадку повернення здоров'я застрахованого працівника до стану, який дозволяє йому продовжувати працювати;
- б) у момент виходу на пенсію (у загальному випадку, для інвалідів — у 60 років);
- в) для осіб, які не належать до категорії найманих працівників, по досягненні ними граничного віку, визначеного в договорі (у загальному випадку — у 65 років).

Гарантії набирають сили у визначений момент, що має назву моменту припинення роботи.

Щоденні виплати досить часто здійснюються тільки після закінчення визначеного терміну (15 днів, 1 місяць, 3 місяці). Використання франшизи обумовлене бажанням уникнути шахрайства, зменшити ціну страховки і відповідати положенням колективного договору, що передбачає збереження повної заробітної плати протягом деякого часу після припинення роботи. В разі, якщо після повернення до нормальної діяльності протягом обговореного в договорі періоду настає рецидив захворювання, що викликало перед цим припинення роботи, франшиза вдруге не застосовується.

Необхідно зазначити, що гарантії на випадок непрацездатності або інвалідності бувають складовою одного договору страхування, у якому крім зазначених містяться гарантії на випадок смерті або

хвороби. При цьому премія зі страхування на випадок інвалідності визначається таким чином, що вся сукупність гарантій за договором для непрацездатних людей зберігається без сплати внесків.

Виплати у випадку непрацездатності, частково або у розмірі, що цілком відновлює заробітну плату, можуть продовжуватися тривалий час, особливо у випадку інвалідності, тому необхідно, за можливості, підтримувати їх купівельну спроможність, а, отже, здійснювати переоцінку.

Після вибору індексу, відповідно до якого буде робитися переоцінка, можливе використання двох методів:

- а) страховик змушений здійснювати переоцінку математичних резервів відповідно до показника індексації рент, що дозволяє у випадку розірвання договору залишати розмір виплачуваних рент на останньому досягнутому рівні;
- б) до переоцінки удаються при розподілі, використовуючи для цього фонд переоцінки, який формується найчастіше за рахунок спеціальних внесків і прибутків за договором. Це менш-вартісний метод, тому що у випадку припинення дії договору або припинення існування застрахованої групи розмір виплачуваних рент повертається на початковий рівень, що тягне за собою суттєві незручності для застрахованих осіб.

Стосовно тимчасової непрацездатності, європейський досвід (наприклад, французьке Об'єднане бюро з колективного страхування — Bureau Commun des Assurances Collectives) пропонує таку таблицю, у розрахунок на € 100 річного відшкодування.

Крім того, Об'єднане бюро з колективного страхування пропонує такі підвищувальні коефіцієнти для змішаних груп для використання з табл. 50. Ці коефіцієнти застосовуються тільки при франшизі, що перевищує 90 днів.

У разі нещасного випадку на роботі, щоб одержати страховий тариф для повної страховки, треба додати до значень, узятих з таблиці тарифів, вартість страхування у разі нещасних випадків на роботі. Передбачається, що розмір цього ризику не залежить від віку, але сильно розрізняється за видами діяльності.



Таблиця 50

Таблиця тарифних ставок
зі страхування тимчасової непрацездатності, виплати
здійснюються до 365-го дня після припинення роботи
із € 100 у рік

Період франшизи	Керівники і службовці	Робітники
0 днів	3,82	5,28
3 дні	3,28	4,63
7 днів	2,77	3,91
15 днів	2,23	3,04
30 днів	1,56	2,22
60 днів	0,97	1,52
90 днів	0,72	1,20
180 днів	0,34	0,76

Таблиця 51

Підвищувальні коефіцієнти

Середній вік	Чоловіка	Жінки
35 років	0,75	1,20
40 років	0,85	1,25
45 років	1,00	1,35
50 років	1,25	1,65
55 років	1,90	2,20



Ці види діяльності розбиті на п'ять класів у міру зростання ступеня ризику. П'ятий клас відповідає дуже небезпечним роботам (шахтарі, підривники і т. ін.) і кожний подібний випадок страхування розглядається індивідуально.

Таблиця 52

Таблиця тарифних ставок зі страхування від нещасних випадків на роботі, щоденні виплати здійснюються до 365-го дня після припинення роботи із € 100 у рік

Франшиза	Клас 1	Клас 2	Клас 3	Клас 4
0 днів	0,29	0,57	0,86	1,43
10 днів	0,22	0,43	0,64	1,07
15 днів	0,18	0,37	0,55	0,93
28 днів	0,14	0,28	0,42	0,70
30 днів	0,13	0,26	0,39	0,64
60 днів	0,05	0,10	0,16	0,26
90 днів	0,03	0,07	0,10	0,17
180 днів	0,02	0,04	0,06	0,10

Таблиця, запропонована Об'єднаним бюро з колективного страхування, для тієї ж категорії найманих робітників для ренти, виплачуваної по інвалідності до 60 або 65 років, починаючи з 365-го дня після припинення роботи.



Таблиця 53

Таблиця тарифів зі страхування ренти по інвалідності,
починаючи з 365-го дня після припинення роботи
із € 100 у рік

Граничний вік виплати ренти	Службовці	Керівники	Робітники
60 років	1,83	1,46	3,04
65 років	2,13	1,70	3,51

Тією ж організацією запропоновані підвищувальні коефіцієнти для змішаних груп для використання разом із таблицею тарифів.

Таблиця 54

Підвищувальні коефіцієнти

Середній вік	Чоловіка	Жінки
35 років	0,55	1,00
40 років	0,75	1,20
45 років	1,00	1,50
50 років	1,25	1,70
55 років	1,60	1,80

Наведені таблиці використовуються при страхуванні на випадок інвалідності позичальника, а розмір виплат при цьому дорівнює ануїтету, необхідному для погашення кредиту.

5.6. Технічні резерви

Зобов'язання страховика в разі страхування непрацездатності, тобто технічні резерви, розраховуються за такими ж принципами,



що і при страхуванні життя, тобто передусім необхідно визначити закон зберігання стану непрацездатності.

Розрахунок резервів для виплат у період дії договору нічим не відрізняється від розрахунку резервів для термінової (тимчасової) ренти при страхуванні життя. Закон зберігання стану інвалідності за віком є аналогом закону дожиття в страхуванні життя.

Розрахунок резервів для рент по інвалідності в період очікування не є надто складним при використанні припущення про систематичну затримку моменту виходу на інвалідність до вичерпування 365 днів після моменту припинення роботи. Основний капітал ренти відіграє роль відстроченої суми, а закон зберігання стану інвалідності відіграє ту ж роль, що й таблиці смертності. Наводимо аналогічні таблиці для страхування ризику непрацездатності, які теж узяті з французької практики.

Таблиця 53 показує розмір резервів, розрахованих на 31 грудня для виплат у разі тимчасової непрацездатності на період виплат.

Таблиця 54 показує розмір резервів для ренти по інвалідності в період очікування.

Відзначимо необхідність передбачити резерв для незаявлених страхових випадків, розмір яких повинен бути тим більшим, чим більшою є тривалість періоду франшизи.

Дійсно, на 31 грудня (кінець звітного року) страховик зазвичай не знає про усі випадки, що настали у цьому році, про припинення роботи, поки не скінчиться термін франшизи, оскільки до його закінчення роботодавець не має приводу заявляти про страхові випадки.

Не існує загальних правил для розрахунку цих резервів, окрім досвіду. Оцінити їх розмір можна лише на основі досвіду, що стосується функціонування договорів. Зокрема, можна скористатися французьким досвідом (табл. 55 і 56).



Таблиця 55

*Математичні резерви для виплат по непрацездатності
у період виплат на 31 грудня (€ 1 на місяць),
розраховані при нормі відсотка 4,5 %*

Місяць Вік	3	4	5	6	7	8	9	10	11
30	3,91	3,76	2,71	3,69	3,51	3,10	2,51	1,76	0,90
31	3,97	3,84	2,79	3,74	3,55	3,12	2,52	1,76	0,91
32	3,98	3,86	2,82	3,76	3,56	3,12	2,52	1,77	0,91
33	4,01	3,89	2,86	3,80	3,58	3,15	2,54	1,78	0,92
34	4,07	3,98	2,94	3,86	3,61	3,16	2,54	1,78	0,92
35	4,13	4,04	2,01	3,91	3,64	3,18	2,55	1,79	0,93
36	4,16	4,08	2,05	3,95	3,67	3,20	2,55	1,79	0,93
37	4,18	4,10	3,07	3,97	3,69	3,20	2,56	1,79	0,94
38	4,19	4,12	4,99	3,99	3,69	3,20	2,56	1,79	0,94
39	4,22	4,16	4,13	4,01	3,71	3,21	2,55	1,79	0,94
40	4,24	4,20	4,16	4,04	3,73	3,22	2,56	1,79	0,95
41	4,26	4,24	4,19	4,05	3,74	3,23	2,56	1,80	0,95
42	4,29	4,26	4,22	4,07	3,76	3,23	2,56	1,80	0,95
43	4,32	4,32	4,28	4,10	3,79	3,25	2,57	1,80	0,95
44	4,39	4,39	4,34	4,16	3,82	3,28	2,57	1,81	0,95
45	4,46	4,48	4,43	4,20	3,84	3,28	2,57	1,81	0,96
46	4,55	4,58	4,52	4,26	3,88	3,29	2,58	1,81	0,96
47	4,65	4,66	4,59	4,33	3,91	3,31	2,59	1,82	0,96
48	4,71	4,71	4,63	4,37	3,94	3,33	2,60	1,83	0,96
49	4,80	4,79	4,70	4,41	3,98	3,36	2,62	1,83	0,96
50	4,90	4,88	4,77	4,46	4,00	3,37	2,63	1,85	0,97
51	4,99	4,97	4,85	4,51	4,04	3,40	2,65	1,85	0,97
52	5,09	5,05	4,92	4,55	4,06	3,42	2,66	1,86	0,97
53	5,23	5,18	5,03	4,61	4,10	3,43	2,67	1,86	0,97
54	5,39	5,32	5,13	4,70	4,14	3,46	2,70	1,87	0,97
55	5,57	5,46	5,24	4,78	4,20	3,49	2,71	1,88	0,98
56	5,75	5,61	5,37	4,89	4,27	3,54	2,74	1,88	0,98
57	5,85	5,71	5,46	4,95	4,32	3,57	2,75	1,88	0,98
58	5,99	5,83	5,53	5,01	4,35	3,58	2,76	1,88	0,98
59	6,15	5,97	5,69	5,12	4,43	3,62	2,79	1,90	0,98
60	6,29	6,09	5,78	5,19	4,47	3,65	2,71	1,90	0,99

Закінчення табл. 55

Місяць Вік	3	4	5	6	7	8	9	10	11
61	6,44	6,21	5,86	5,26	4,51	3,67	2,82	1,90	0,99
62	6,58	6,33	5,95	5,33	4,54	3,70	2,83	1,90	0,99
63	6,73	6,44	6,03	5,40	4,58	3,72	2,84	1,90	0,99
64	6,87	6,56	6,10	5,46	4,61	3,74	2,85	1,90	0,99

(У першій колонці — вік застрахованого в момент припинення роботи. У першому рядку — кількість місяців, минулих із моменту припинення роботи. Виплати у випадку непрацездатності починаються через три місяці після моменту припинення роботи і продовжуються до закінчення одного року після моменту припинення роботи).

Таблиця 56

Математичні резерви для виплат по інвалідності у період чекання (€ 1 у рік), розраховані при нормі відсотка 4,5 %

Місяць Вік	3	4	5	6	7	8	9	10	11
20	1,03	1,27	1,66	2,16	2,75	3,26	3,75	4,12	4,74
21	1,02	1,27	1,65	2,15	2,73	3,24	3,73	4,10	4,72
22	1,02	1,26	1,64	2,14	2,72	3,22	3,71	4,08	4,69
23	1,01	1,25	1,63	2,13	2,70	3,20	3,69	4,05	4,66
24	1,00	1,24	1,62	2,11	2,68	3,18	3,67	4,02	4,63
25	1,00	1,23	1,61	2,10	2,66	3,16	3,64	4,00	4,60
26	0,99	1,23	1,60	2,08	2,64	3,14	3,61	3,97	4,57
27	0,98	1,22	1,58	2,06	2,62	3,11	3,58	3,93	4,53
28	0,97	1,20	1,57	2,05	2,60	3,08	3,55	3,90	4,49
29	0,96	1,19	1,55	2,03	2,57	3,05	3,52	3,86	4,44
30	0,95	1,18	1,54	2,01	2,55	3,02	3,48	3,82	4,40
31	0,97	1,2	1,56	2,03	2,53	2,98	3,44	3,79	4,35



Закінчення табл. 56

Місяць Вік	3	4	5	6	7	8	9	10	11
32	0,97	1,20	1,56	2,02	2,52	2,95	3,41	3,78	4,32
33	0,98	1,22	1,59	2,05	2,55	3,00	3,45	3,80	4,29
34	1,03	1,28	1,66	2,10	2,57	3,01	3,43	3,80	4,27
35	1,06	1,33	1,70	2,14	2,61	3,03	3,44	3,82	4,28
36	1,10	1,37	1,75	2,20	2,66	3,08	3,49	3,86	4,30
37	1,10	1,38	1,76	2,21	2,67	3,08	3,47	3,83	4,29
38	1,11	1,39	1,78	2,23	2,68	3,09	3,48	3,88	4,31
39	1,14	1,42	1,81	2,25	2,70	3,11	3,49	3,89	4,32
40	1,17	1,46	1,85	2,31	2,75	3,16	3,53	3,92	4,35
41	1,18	1,48	1,87	2,31	2,76	3,15	3,53	3,94	4,37
42	1,20	1,50	1,89	2,33	2,78	3,17	3,54	3,96	4,36
43	1,21	1,53	1,93	2,34	2,79	3,17	3,50	3,94	4,33
44	1,26	1,59	1,99	2,40	2,85	3,24	3,53	3,95	4,32
45	1,29	1,63	2,02	2,40	2,84	3,20	3,50	3,94	4,31
46	1,34	1,68	2,08	2,44	2,87	3,19	3,48	3,92	4,28
47	1,39	1,74	2,14	2,50	2,90	3,21	3,50	3,93	4,27
48	1,38	1,72	2,11	2,47	2,85	3,15	3,43	3,86	4,17
49	1,41	1,73	2,12	2,46	2,84	3,12	3,37	3,76	4,04
50	1,39	1,70	2,07	2,37	2,71	2,98	3,22	3,60	3,84
51	1,35	1,65	2,00	2,26	2,58	2,83	3,05	3,37	3,59
52	1,28	1,56	1,88	2,11	2,40	2,63	2,83	3,11	3,31
53	1,22	1,46	1,75	1,95	2,19	2,38	2,57	2,82	3,00
54	1,14	1,36	1,60	1,77	1,97	2,12	2,29	2,48	2,64
55	1,00	1,18	1,38	1,52	1,68	1,80	1,94	2,09	2,22
56	0,85	0,99	1,14	1,25	1,36	1,45	1,54	1,64	1,74
57	0,74	0,86	1,00	1,08	1,18	1,25	1,33	1,40	1,49
58	0,79	0,91	1,04	1,13	1,21	1,28	1,36	1,43	1,53
59	0,84	0,97	1,03	1,18	1,26	1,33	1,40	1,46	1,55
60	0,88	1,00	1,13	1,21	1,28	1,34	1,41	1,47	1,56

(У першій колонці — вік застрахованого в момент припинення роботи. У першому рядку — кількість місяців, минулих із моменту припинення роботи. Перетворення виплат у випадку непрацездатності



у виплати по інвалідності відбувається по закінченні одного року після моменту припинення роботи).

5.7. Страхування від нещасного випадку

У світовій практиці мають місце окремі випадки одночасного страхування на випадок смерті і страхування на випадок інвалідності. Дійсно, гарантії набирають сили, тільки якщо подія, яка завдала шкоди, є нещасним випадком, у той час як при страхуванні на випадок смерті допускаються будь-які причини, до яких належать хвороба, нещасний випадок, настання старості.

Цей вид страхування не є дорогим, оскільки серед усіх випадків смерті в середньому тільки 10 % відбуваються в результаті нещасного випадку.

Проте соціальна роль цього виду страхування дуже важлива, оскільки часто раптова смерть у результаті нещасного випадку глави сім'ї або керівника підприємства породжує більше проблем, ніж настання смерті після тривалої хвороби.

Подія «нещасний випадок» загалом визначається як будь-яке тілесне ушкодження в результаті раптового впливу зовнішніх причин, які не залежать від волі жертви. У випадку інвалідності сума, передбачена в договорі, зменшується в пропорції з відсотком інвалідності, визначеним після поліпшення стану жертви. Деякі ризики виключаються — війна, бунти, стан сп'яніння і заняття небезпечними видами спорту, ядерні ризики. Цей вид страхування в колективній формі часто використовують спортивні клуби на користь своїх членів.

Тарифікація залежить від точного визначення застрахованих виплат: страхової суми на випадок смерті або інвалідності, щоденного відшкодування, виплачуваного протягом обговореного в договорі терміну, граничних витрат з медичного догляду тощо. Звичайною відсотковою ставкою, використовуваною при страхуванні суми на випадок смерті або постійної повної інвалідності в результаті нещасного випадку, є 1,1 % від страхової суми.



Для гарантій на випадок інвалідності в результаті нещасного випадку в розрахунок береться тільки функціональна інвалідність, і, крім того, часто на практиці встановлюють відсоток функціональної інвалідності, нижче котрого ніяких виплат не здійснюється.

Так, за шкалою функціональної інвалідності, установленюю європейською Асоціацією страхових товариств, у разі нещасних випадків страховий тариф (за винятком гарантій у разі нещасного випадку на роботі), складає 0,9 % від страхової суми для чоловіків і 0,75 % для жінок.

Щоб одержати повну страхову виплату, потрібно до цього тарифу додати ставку, яка враховує клас небезпеки виду діяльності.

Клас 1	3,00 % від страхової суми
Клас 2	0,45 % від страхової суми
Клас 3	0,70 % від страхової суми
Клас 4	1,00 % від страхової суми

Щодо резервів, то ризик передбачається незалежним від віку, і премія є постійною, але не треба залишати запаси на кінець звітного року (крім резервів премій для врахування періоду страхування, що завершився до звітної дати).

5.8. Страхування на випадок хвороби

Страхування на випадок хвороби має на меті забезпечення виплат застрахованій особі для покриття медичних і супутніх витрат, які вона несе.

Можна здійснювати це страхування двома різними способами, наприклад, способом страхування щоденних виплат у випадку хвороби. З теоретичної точки зору цей вид гарантій майже аналогічний страхуванню на випадок смерті або непрацездатності.



Якщо позначити через l_x число людей у віці x років, і через n_x загальне число днів хвороби протягом року, то їх відношення:

$$z_x = \frac{n_x}{l_x}$$

називається річним відсотком захворюваності.

Таблиця, що показує значення z_x для кожного віку, називається таблицею захворюваності.

Ті ж зауваження, що були зроблені при визначенні відсотка інвалідів W_x , застосовані і тут. Визначимо z_x , розділивши число днів хвороби n_x на середню чисельність $\frac{l_x - l_{x+1}}{2}$.

Практичні труднощі пов'язані, головним чином, із добром статистичних даних.

На захворюваність діють численні чинники:

- вплив віку — не вдаючись у деталі різних таблиць захворюваності, що були створені, можна схематично сказати, що якщо середньорічне число днів хвороби для населення у віці 25 років складає 5, то той же показник досягає 25 і більше у віці 70 років;
- вплив статі — захворюваність у жінок, головним чином, більш висока, ніж захворюваність у чоловіків. Для ілюстрації нижче наводиться таблиця, що об'єднує результати проведених у Сполучених Штатах Америки досліджень середнього річного числа днів хвороби з постільним режимом за віком і статтю:

Розподіл за віком	До 5 років	5–14 років	15–24 роки	25–44 роки	45–64 роки	65–74 роки	від 75 років	Усього
Чоловіче населення	5,0	5,2	3,0	3,9	6,3	11,4	14,6	5,4
Жіноче населення	4,5	6,0	5,4	6,9	8,2	12,5	23,6	7,4



- в) вплив родинного стану — для жінок материнство істотно збільшує захворюваність;
- г) вплив місця проживання — захворюваність сільського населення на 20 % нижча захворюваності міського;
- д) вплив сучасності, оскільки в різні історичні періоди ризик захворювання змінюється з часом і залежно від метеорологічних умов і економічної кон'юнктури;
- е) вплив неврахованих чинників і моральні аспекти, бо точний аналіз показує, що застраховані, які частіше хворіли протягом одного періоду, продовжують протягом іншого періоду показувати захворюваність, що перевищує середні значення.

Через усю цю розмаїтість страхування в даний час періодичність і розміри виплат на випадок хвороби недостатньо вивчені.

Крім того, є проблема згладжування таблиць захворюваності. Спроби згладити таблиці захворюваності розпочалися давно. Наведемо для історичної довідки формулу Кінкеліна (Kinkelin).

Якщо x — вік застрахованого на початку року і i — число днів хвороб, що він переніс протягом цього року, запропонована така формула вирівнювання:

$$n_x = 10,9271 - 0,409307x + 0,07589x^2.$$

Інше вирівнювання за формулою:

$$n_x = h \cdot r^x$$

було запропоновано Грісхабером (Grieshaber).

5.9. Страхування медичних і фармацевтичних витрат

Система соціального захисту в будь-якій країні охоплює майже всіх громадян, але розрізняється, втім, умовами для осіб, які не є



найманими працівниками, а також залежно від того, чи перебувають останні у віданні загальнодержавного режиму соціального захисту або місцевого.

Система соціального захисту зазвичай здійснює оплату кожної медичної послуги відповідно до повного списку можливих медичних послуг (візит до лікаря, рентгенографія тощо) і фіксує для кожної із цих послуг вид звичайного тарифу, оплачуючи визначений відсоток вартості послуг.

Додаткове страхування на випадок хвороби функціонує за схожою системою, розраховуючи свої виплати за кожну послугу відповідно до номенклатури системи соціального захисту в межах того ж самого тарифу, більше того, оплачує перевищення цього тарифу.

Іноді страховик може підмінити собою систему соціального захисту і почати виплати, але згідно з такою самою системою відшкодування. Прикладом може бути обслуговування жителів прикордонної зони у Швейцарії, тобто країни, з якою немає угоди щодо соціального захисту.

Тарифікація здійснюється у такій спосіб, якщо позначити через \sum_x розмір виплат, які здійснюються протягом року усім застрахованим у віці x років, а через N_x — число застрахованих у віці x років, то

$$\sigma_x = \frac{\sum_x}{N_x}$$

складає середню річну вартість страхового випадку на одну людину у віці x років.

Теперішня ймовірна вартість відшкодування, яка буде виплачуватись у майбутньому застрахованим у віці x років у разі припущення, що виплати здійснюються в середині року, буде складати:

$$x_x = \frac{1}{D_x} \cdot \sum_{x=0}^{\infty} \sigma_x \cdot \frac{D_x V^{1/2} + D_{x+2} V^{-1/2}}{2},$$

де, як ми вже розглянули, $D_x = l_x \cdot V^x$



Має сенс враховувати при визначенні I_x не тільки випадки смерті, але також і випадки розірвання договору.

«Чиста» річна довічна премія буде складати:

$$P_x = \frac{X_x}{\ddot{a}_x}$$

Зрозуміло, витрати \sum_x можуть бути розподілені за типами медичних послуг.

Як і для інвалідності, це досить вживаний теоретичний підхід до оцінки вартості ризику. Іноді особливості дії системи соціального захисту змушують використовувати інші підходи, відмінні від теоретичного.

При страхуванні на випадок хвороби мається на увазі покрити видатки, які залишилися у застрахованого після відшкодування системи соціального захисту.

Ці витрати класифікуються в основному у такий спосіб:

- консультації і візити;
- ліки й аналізи;
- ортопедичні й оптичні протези;
- спеціальні послуги;
- допоміжні медичні послуги;
- хірургія і хірургічна госпіталізація;
- медична госпіталізація;
- догляд і зубні протези;
- водолікування;
- вагітність.

Звичайно, виплати у випадку вагітності відповідають заздалегідь установленим сумах, крім випадку хірургічного втручання при пологах.

5.10. Розрахунок чистої премії з повного страхування на випадок хвороби

Системи соціального захисту, як правило, встановлюють для типової сім'ї (двоє дорослих, одна дитина) формулу, що визначає споживання медичних послуг залежно від різних видів послуг з переліку. Ця формула періодично переглядається відповідно до змін звичного способу життя застрахованих і прогресу в медицині. Крім того, вартість кожної послуги постійно змінюється, зокрема, залежно від інфляції.

Формула, яка використовується, має вигляд:

$$\begin{aligned} P (\text{чиста річна премія однієї сім'ї}) = & \\ = 8,5C + 3V + Ph + ort + 161B + 28Z + & \\ + 13 (K + K')_{ch} + 13Kspe + 33AM + \dots + 42D + 1,15Jch + & \\ + 1,2Jcc + 2,2Jmh + 0,6Jmc + 2,1JD. & \end{aligned}$$

У цій формулі кожний символ являє собою один вид медичних послуг і має грошову вартість, що використовується при упорядкуванні «тарифу відповідальності системи соціального захисту», від якого буде братися відсоток для покриття.

Наведена нижче таблиця є узагальненням французького досвіду і дає опис кожного символу і його ціни у євро, причому мова йде про одиничні оцінні вартості.

Дійсно, якщо «тариф відповідальності» системи соціального захисту дає для кожної послуги точну вартість, необхідні деякі угруповання, щоб зробити логічними дані про одиничні ціни і дані про рівень споживання.

Так, серед 8 — 5 медичних консультацій, одержуваних щороку однією середньою сім'єю, є консультації лікарів-терапевтів, невропатологів, психіатрів, гінекологів, дантистів та інших лікарів, одинична ціна послуг яких змінюється у Франції від € 110 до 225, і



до яких можна ще додати деякі додаткові послуги за нічний виклик, роботу у неділю або транспортні витрати.

Потрібно, крім цього, зазначити, що одинична вартість, як ціна за 1 день перебування у хірургічній лікарні, також серйозно змінюється — до 20 % за районами залежно від медичних установ.

Кожний страховик має скласти власну таблицю одиничних цін залежно від своїх спостережень, часто з диференціацією тарифів за районами.

Таблиця 57

Перелік медичних послуг

Символ	Визначення	Вартість у євро
<i>З</i>	Консультація терапевта і фахівця	149,0
<i>V</i>	Виклик додому терапевта і фахівця	152,0
<i>Ph</i>	Витрати на ліки	2652,0
<i>ort</i>	Витрати на протези, ортопедію або оптику	143,2
<i>У</i>	Поточні аналізи, анатомо-цитологічні і т. ін.	1,8
<i>Z</i>	Послуги з використанням іонізуючих випромінювань, радіологія, ядерна медицина	10,9
<i>(K+K') ch</i>	Хірургічні послуги	13,7
<i>Kspe</i>	Спеціальні хірургічні послуги або поточна медична практика	12,6
<i>AM</i>	Додаткові медичні послуги: відвідування медпункту, масаж і т. ін.	13,9
<i>D</i>	Стоматологічні хірургічні послуги	12,4
<i>Jch</i>	День у хірургічному громадському госпіталі	2744,0
<i>Jcc</i>	День у хірургічній клініці	1922,0
<i>Jmh</i>	День у медичному публічному госпіталі	2642,0
<i>Jmc</i>	День у медичній клініці	1564,0
<i>JD</i>	День у спеціалізованому закладі, будинку відпочинку, санаторії і т. ін.	920,0



У результаті загальна річна вартість для типової французької сім'ї сьогодні складає майже € 20 580.

Щоб одержати із загальної вартості для типової сім'ї індивідуальну вартість, рекомендується використовувати такий розподіл:

- чоловік — 35 % сімейної премії, тобто € 7203;
- жінка — 40 % сімейної премії, тобто € 8232;
- дитина — 25 % від сімейної премії, тобто € 5145.

5.11. Чиста премія гарантій на випадок хвороби додатково до системи соціального захисту та загальний режим для найманих працівників

Формула споживання медичних послуг типовою сім'єю (двоє дорослих, одна дитина) дозволяє розрахувати чисту премію для будь-якого набору гарантій, особливо частину вартості медичного обслуговування, яку оплачує сам пацієнт (різниця між виплатою Системи Соціального Захисту і встановленим тарифом), а також будь-які види перевищень над розміром нормального «тарифу відповідальності» системи соціального захисту.

Гарантії, які йменуються дослівно «регулюючий квиток», полягають для страховика в тому, що він бере на себе усе, що не було відшкодовано системою соціального захисту застрахованій особі, яка скористалася тільки «звичайною» медициною.

Щоб одержати цю вартість для розглянутої типової сім'ї, треба відняти від повної формули медичних витрат послуги, що на 100 % покриваються системою соціального захисту і які не оплачуються самим пацієнтом.

Статистичні дані, які надаються системою соціального захисту, дозволяють одержати таку залишкову формулу:

$$P = 6,8C + 1,9V + 0,6PR + 0,46ort + 103B + 19Z + 2,6(ДО + K') ch + 9Kspe + 17AM + 36D + 0,23Jch + 0,44Jmh + 0,12Jmc + 0,105JD + 0,24Jcc.$$



Застосовуючи середній офіційний відсоток, який покривається системою соціального захисту, або його доповнення до 100 %, що являє собою «регулюючий квиток» до кожної послуги, одержують чисту премію за гарантією.

Вона може виражатися в такий спосіб:

$$P = 2,04C + 0,57V + 0,276Ph + 0,161ort + 41,2B + 5,7Z + \\ + 0,52(DO + K') + 2,7Kspe + 6,8AM + 10,8D + 0,046Jch + 0,048Jcc + \\ + 0,088Jmh + 0,024Jmc + 0,021JD.$$

Чиста премія зі страхування медичних витрат, прийнятих на себе пацієнтом, для типової сім'ї утвориться після підстановки вартості кожної послуги близько 2030 грн., або:

- для чоловіка — 710 грн.;
- для жінки — 812 грн.;
- для дитини — 507 грн.

Треба зазначити, що чиста премія частково відповідає груповому договору з обов'язковою участю для найманих робітників, які покидають групу після 65 років.

Слід мати на увазі, що для переважної більшості пенсіонерів медичні витрати значно збільшуються з віком. Крім того, їм рекомендується уникати залишати на своєму рахунку покриття, яке перевищує тарифи, як це часто буває в договорах із найманими робітниками. Коефіцієнти, що підвищують, для групи пенсіонерів, що фігурують у договорі через три місяці після їхнього виходу на пенсію, бувають порядку 1,6–1,8.

5.12. Договір з добровільною участю

Для цих договорів притаманні високі ризики, яких не можна уникнути шляхом відбору можливих ризиків при укладанні договорів страхування, оскільки треба передбачити медичний контроль і



вводити термін затримки з деяких медичних послуг, що вимагається при деяких захворюваннях.

Після врахування базового режиму, що може бути відмінний від режиму для найманих працівників або навіть узагалі не існувати, отримані результати збільшують на 25–50 %. У Франції витрати на управління відносно високі, але мають тенденцію до зниження через укладені угоди між страховиками і Центром управління системою соціального захисту, що стосуються прямого доступу до інформаційної бази системи соціального захисту.

Договори страхування на випадок хвороби, що передбачають відшкодування медичних витрат, найчастіше мають річний термін дії до 31 грудня. В іншому разі треба було б передбачити резерви премій з невідомих (незаявлених) ризиків.

У самому загальному випадку страховик, що має звітувати до кінця звітного року про свої витрати в цьому році, зіштовхується з неминучим адміністративним розривом між датою надання медичної послуги і датою, коли він був інформований про розмір виплати. Отже, є причини для створення резерву для невідомих страхових випадків, розмір якого залежить від швидкості врегулювання цих виплат. Досвід дозволяє визначити тільки його приблизний розмір. Його розрахунок проводиться виходячи із загального розміру відомих виплат і урегульованих на 31 грудня. Деякий відсоток (30–40 %) береться в звітному році у вигляді резервів для виплат за страховими випадками.

При укладанні договорів з добровільною участю повинні бути прийняті додаткові заходи щодо обережності з метою покриття ризиків, які не піддаються відбору (наприклад, вік). Рекомендується збільшувати базовий тариф приблизно на 25 %.

Відзначимо, що страхування на випадок хвороби є єдиним видом особистого страхування, що має компенсаційний характер. У деяких країнах страховик має право подати регресний позов проти винної третьої особи і його страховика.

Ризик захворювання, який збільшується з віком, і використання усереднених премій привели до появи математичних резервів. На



практиці зміну вартості медичних послуг неможливо спрогнозувати. З цього випливає, що договори передбачають премію, яка може бути переглянута в будь-який час, навіть премію, виражену у відсотках від початкової вартості, що істотно змінюється залежно від інфляції (наприклад, ліміт системи соціального захисту).

Відсутність чіткості в математичних резервах виключає можливість попередньої виплати за можливими індивідуальними договорами.

5.13. Страхування на випадок необхідності в опіці (залежності)

Збільшення тривалості життя і зниження народжуваності призводять велику частину країн Європи до старіння їхнього населення. Підрахунок серед громадян, яким необхідна опіка, вимагає, у першу чергу, визначення поняття «залежність» («необхідність в опіці»).

Допомога сім'ї частково заміняє потребу у догляді, але і вона має свої межі, тим більше що ускладнення умов сучасного життя значно загострює проблему допомоги людям похилого віку.

Підхід до проблеми страхування на випадок потреби у догляді має певну подібність до підходу, використовуваному страховиками при розв'язанні проблеми пенсій.

Перший рівень відшкодування здебільшого є у веденні соціального захисту і фінансується з податків.

Другий рівень (особисте забезпечення) є страховою послугою, що використовує капіталізацію, тобто приватні заощадження.

Визначення ризику при страхуванні при необхідності опіки є одним з основних моментів. Ризиком є можливість втрати самостійності індивідумом протягом періоду, рівного, принаймні, періоду зміцнення здоров'я, що полягає:

- а) у неможливості здійснювати без допомоги третіх осіб елементарні повсякденні дії (харчуватися, переміщатися, вдягатися, здійснювати туалет тощо);



б) у необхідності знаходитися під доглядом третьої особи, щоб запобігти діям, які небезпечні для самого хворого або третіх осіб.

Розмір страхових виплат визначається залежно від ступеня потреби в опіці, який встановлюється кваліфікованою медичною комісією. За європейським досвідом такі комісії визначають три ступені залежності:

1) За максимальним інтервалом часу, протягом якого суб'єкт може залишатися один без догляду:

- рівень 3 — інтервал менше півгодини;
- рівень 2 — інтервал від півгодини до двох годин;
- рівень 1 — інтервал від двох до чотирьох годин.

Якщо інтервал часу перевищує чотири години, стан, що вимагає опіки, не фіксується.

2) За загальною необхідністю тривалості догляду протягом 24 годин:

- рівень 3 — якщо тривалість перевищує 6 годин;
- рівень 2 — якщо тривалість від 4 до 6 годин;
- рівень 1 — якщо тривалість від 2 до 4 годин.

Якщо тривалість догляду не перевищує дві години, стан, що вимагає догляду, не фіксується. Медична комісія визначає ступінь залежності від опіки на основі медичного висновку застрахованого.

Страхова сума збільшується на:

- 1 для рівня 3;
- 0,7 для рівня 2;
- 0,4 для рівня 1.

Деякі страховики визначили залежність від опіки більш простим і радикальним способом, називаючи повною залежністю стан, при якому медичним способом підтверджена неможливість здійснювати принаймні три із чотирьох звичайних життєвих дій: переміщатися, вдягатися, харчуватися, умиватися, і необхідність у третій особі або в госпіталізації в закладі тривалого перебування, або якщо застрахований досяг похилого слабоумства, що викликає втрату



працездатності, чи у нього хвороба Альцгеймера (Alzheimer), підтверджена медичним висновком.

Інші страховики при визначенні ступеня часткової залежності оцінюють його на підставі кількості дій повсякденного життя, що може виконувати застрахований. Вони удаються до оцінки в пунктах, наприклад, відповідно до такої таблиці:

Таблиця 58

Дія	Самостійно без допомоги	Частково з допомогою	З повною допомогою або заміною
Харчуватися	0	3	10
Вдягатися	0	3	10
Робити туалет	0	3	10
Переміщатися	0	3	10
Мочитися	0	3	10

Потребуючими опіки вважаються застраховані, коли набирають принаймні 26 пунктів:

- від 26 до 35 пунктів — виплачується 66 % застрахованої ренти;
- понад 35 пунктів — застрахована рента виплачується цілком.

Приймаються різноманітні запобіжні заходи, щоб уникнути ризику обману.

Прийняття на страхування може бути здійснене тільки у віці від 50 до 75 років за умови, що заявник:

- а) ніколи не одержував ренти по інвалідності;
- б) ніколи не одержував ренти у разі нещасного випадку на роботі з рівня, який перевищує 40 %;



- в) не має захворювання, яке дає право на звільнення від оплати медичних витрат, здійснюваною системою соціального захисту;
- г) не знаходиться в стані непрацездатності;
- д) не був госпіталізований більш ніж на 15 днів підряд і не мав перерв у роботі більш ніж на три місяці поспіль протягом п'ятих останніх років.

Незалежно від нестачі статистичних даних, які ми маємо в розпорядженні, у теоретичному плані ми зіштовхуємося з проблемою, схожою на ту, із якою ми зіштовхнулися при розгляді інвалідності, плюс до цього існує велика невпевненість у часі і менша підтримка з боку офіційних структур.

У теоретичному плані ми маємо такі ж ймовірності зберігання або зміни стану:

- P_x^{aa} — ймовірність для особи у віці x років на початок року бути живою і не потрапити під опіку наприкінці року;
- q_x^{aa} — ймовірність для особи у віці x років на початок року померти протягом року, не потрапивши до стану, що вимагає опіки;
- p_x^{ai} — ймовірність для особи у віці x років на початок року потребувати опіки протягом року, але бути живою на кінець року;
- q_x^{ai} — ймовірність для особи у віці x років на початок року потребувати опіки протягом року, але померти до кінця року;
- p_x^i — ймовірність для особи у віці x років, що перебуває в опіці з початку року, дожити до кінця року;
- q_x^i — ймовірність для особи, що перебуває в опіці, у віці x років з початку року померти протягом року;
- i_x — ймовірність для особи, що не перебуває в опіці, у віці x років на початок року потребувати опіки протягом року (так званий відсоток настання залежності);
- j_x — відсоток тих, хто потребує опіки, який визначає співвідношення осіб, що перебувають в опіці у віці x років, до загальної чисельності населення.



Таким чином, параметр i_x відповідає інтенсивності потрапляння в стан залежності від опіки, j_x відповідає кількісній оцінці, тобто пропорції людей, що потребують догляду.

Ці два параметри пов'язані таким відношенням:

$$l'_{x+1} = l'_x(1 - q'_x) + l''_x i_x(1 - 0,5q'_x).$$

Якщо уявити, що люди, які потрапили в стан залежності протягом року, були схильні до ризику потрапити в цей стан залежності протягом півроку, то:

$$i_x = \frac{l'_{x+1} - l'_x(1 - q'_x)}{l''_x(1 - 0,5q'_x)}.$$

Розділивши на l_x і з огляду на те, що

$$j_x = \frac{l'_x}{l_x};$$

$$j_{x+1} = \frac{l'_{x+1}}{l_{x+2}} = \frac{l'_{x+1}}{l_x(1 - q_x)},$$

одержимо:

$$i_x = \frac{j_{x+1}(1 - q_x) - j_x(1 - q_x)}{(1 - j_x)(1 - 0,5q'_x)}.$$

Припустимо такі спрощення:

- немає зміни ризику з часом, тобто ймовірність для людини у віці x років стати залежним в опіці у віці від $(x + k)$ до $(x + k + 1)$ дорівнює ймовірності для людини у віці $(x + k)$ років стати залежною протягом року;
- немає можливості повернення із стану, який вимагає опіки, у нормальний стан:



$$p_x^{ia} = q_x^{ia} = 0.$$

Показник смертності серед залежних осіб визначається, виходячи із загальної смертності, за таким співвідношенням:

$$q_x^i = \alpha q_x + \beta,$$

де α — фактор, що враховує смертність, коефіцієнт пропорційності;
 β — додатковий фактор, що враховує смертність (часто приймається $\alpha = 2$ і $\beta = 3,5\%$).

Маємо такі основні співвідношення:

$$p_x^{ai} + q_x^{ai} = i_x;$$

$$p_x^{aa} + q_x^{aa} + p_x^{ai} + q_x^{ai} = 1;$$

$$p_x^{aa} = 1 - i_x - q_x^{aa}.$$

Одноразова чиста премія довічної ренти в 1 грн. на рік на випадок потреби в опіці буде:

$$P_x = \sum_{k=0}^{\infty} V^k p_x^{aa} i_{x+k} \ddot{a}_{x+k}^i.$$

Якщо внески для страхувальника передбачені довічні і постійні, отримаємо:

$$p_x = \frac{P_x}{\ddot{a}_x^{aa}} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} V^k p_x^{aa} i_{x+k} \ddot{a}_{x+k}^i}{\sum_{k=0}^{\infty} V^k p_x^{aa}}.$$

Як і у випадку з гарантіями по інвалідності, тариф розрахований на базі:



- а) закону дожиття активного населення;
- б) закону дожиття людей, які потребують опіки;
- в) відсотка потрапляння в стан залежності або відсотка тих, хто потребує опіки за віком.

Зрозуміло, ці формули ідентичні формулам, що відповідають гарантіям по інвалідності. Якщо застрахована особа знаходиться в нормальному стані на момент розрахунку, то:

$${}_k V'' = P_{x+k} - p_x \ddot{a}_{x+k}^{aa}$$

Якщо застрахована особа перебуває в опіці на дату розрахунку, то:

$${}_k V'' = \ddot{a}_{x+k}^i$$

Статистичні дані у цілому недостатні, незважаючи на існування деяких часткових аналізів, здійснених різними організаціями. Відомі деякі результати досліджень, проведених у Німеччині і Японії. Зокрема були запропоновані чотири моделі, кожна з яких виділяє три показники, необхідні для розрахунку тарифів.

Модель 1:

- а) закон смертності активного населення — $qaax$;
- б) закон смертності для осіб, які перебувають в опіці:

$$qix = 2 TD 88 - 90 + 3,5 \%$$

- в) закон настання залежності від опіки:

$$ix = 1,35 \cdot 0,00041 e.$$

Отже, прийняття на страхування починається з 55 років.

Модель 2:

- а) закон смертності активного населення — $qaax = TV 73-77$ на 100 %;
- б) закон смертності для осіб, що перебувають в опіці: qix (німецькі таблиці);



- в) закон зміни частки осіб, що перебувають в опіці — jx (отримано за французькими статистичними даними).
Отже, прийняття на страхування починається з 55 років.

Модель 3:

- а) закон смертності активного населення $qaax = TV 73-77$ на 100 %;
б) закон смертності осіб, які перебувають в опіці:

$$qix - (l + k(x)) \cdot qx;$$

- в) закон зміни частки осіб, що перебувають в опіці:

$$jx = 0,00023 x e^{0,07x}.$$

Отже, прийняття на страхування починається з 50 років.

Модель 4:

- а) закон смертності активного населення $qaax$ (німецька таблиця);
б) закон смертності осіб, що перебувають в опіці: qix (німецька таблиця);
в) закон потрапляння в стан залежності — ix (японські дані).
Отже прийняття на страхування починається з 50 років.

Приведена нижче таблиця показує одноразову чисту премію для річної ренти в 1 грн. відповідно до розглянутих моделей (табл. 59).

Відзначається досить позитивне угруповання отриманих результатів на основі європейських статистичних даних, і дуже велика відмінність від результатів, отриманих на основі японських і американських даних. Можна припустити, що це відбувається частково через розходження у визначенні стану залежності (потреби в опіці). Дана модель використовує дані роздільно по чоловіках і по жінках.

Власні співвідношення в кожній моделі дозволяють легко розрахувати середній вік настання стану залежності і, виходячи з табл. 60, середню очікувану тривалість життя в стані залежності.



Таблиця 59

Одноразова премія для річної ренти в 1 грн.	Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4
55 років	0,2674	0,2414	0,2904	М 0,4631 Ж 0,6968
60 років	0,3069	0,2740	0,3022	М 0,5438 Ж 0,8205
65 років	0,3404	0,3095	0,3038	М 0,6243 Ж 0,9394
70 років	0,3575	0,3397	0,2889	М 0,6950 Ж 1,1320
75 років	0,3511	0,3548	0,2631	М 0,7556 Ж 1,0813

Таблиця 60

	Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4	
				чол.	жін.
Середній вік настання стану залежності*	80,0	80,7	77,9	75,6	78,1
Середня очікувана тривалість життя в стані залежності**	3,0	5,1	6,0	3,0	4,7

*Середній вік настання стану залежності знаходиться між 75 і 80 роками;

**Очікувана тривалість життя змінюється від 3 до 6 років.

Довічна рента на випадок потреби в опіці найкраще відповідає потребам застрахованих. Однак можуть бути запропоновані також інші види покриття, наприклад, довічне страхування суми на випадок залежності або довічна негайна рента «за залежністю».



Проте зауважимо, що ці форми більш ризикові для страховика, ніж довічна рента на випадок потреби в опіці, через неявну компенсацію між законами смертності для залежних осіб і законом настання залежності, якщо розглядати їх при постійному відсотку осіб, які перебувають в опіці.

Зберігання купівельної спроможності рент за залежністю має велике значення, тому договори в основному передбачають індексацію застрахованої ренти і відповідних внесків на кожну річницю укладання договору. Крім того, фонд переоцінки, сформований за рахунок прибутку за груповим договором, служить для переоцінки в процесі капіталізації виплачуваних рент.



Розділ 6

ПЕРЕСТРАХУВАННЯ

6.1. Історія перестраховування

Історія перестраховування починається значно пізніше, тому що перестраховування є «вторинним» страхуванням у тому розумінні, що передбачає страхування самих страховиків. Перший відомий договір з юридичними особливостями договору перестраховування був укладений у 1370 р. в Генуї між двома торговцями, що виступали в ролі перестраховувальників, і третім торговцем, який був прямим страховиком. Договір надавав перестраховувальне покриття по страхуванню товарів, відправлених морем з Генуї в Брюге. Перестраховувалася частина рейса довжиною від Каделес до Брюге. Ця угода носила одиничний характер.

Тільки наприкінці шістнадцятого століття з'явилися договори, за якими купці-страховики розподіляли між собою ризики у визначених частках. В другій половині XVII ст. кав'ярня Ллойда об'єднала страховиків, даючи їм можливість одержувати інформацію про морські новини.

Спекулятивні зловживання, зокрема угоди з різницею в преміях, коли прямі страховики сплачували перестраховувальну премію набагато меншого розміру, чим одержували за договором прямого страхування, призвели до несприятливих наслідків. У результаті в 1746 р. у Великобританії з'явився закон, що забороняє перестраховувальні операції. Цим законом дозволялося перестраховувати морські ризики тільки тоді, коли страховик виявлявся банкрутом або

вмирав. Таке положення зберігалось аж до 1864 р. незважаючи на те, що Великобританія в той період стала ведучим ринком страхових послуг.

На відміну від Англії, де на перестраховання була введена заборона, перестраховання успішно розвивалося на Європейському континенті та в інших країнах. Це відбулося навіть у США, де суди відмовилися вважати англійський закон, який забороняє перестраховання, частиною системи загального права Сполучених Штатів. Цікаво відзначити, що на початку XIX ст. американські судді робили посилання на принципи французької перестраховальної практики, описані в монографіях Потье «Страховання» і Емерігона «Договір страхування», опублікованих до 1800 р. Таким чином, французька судова практика розглядалася правовим джерелом американського перестраховання.

У Європі, незабаром після створення перших страхових акціонерних товариств, виникла потреба в перестрахованні від вогню. Раніше воно здійснювалося тільки для ризиків, пов'язаних з морськими перевезеннями вантажів. З одного боку, співстраховикам такі перевезення страхувати було набагато простіше: це відбувалося безпосередньо у великих портах, де знаходилась якась подоба місцевої біржі. Для співстрахування від вогню така організація була відсутня.

З іншого боку, договори страхування укладали на усе більш великі суми, і розподілити ризик ставало просто необхідним. Ще одна причина переходу від співстрахування до перестраховання — це жорстока конкуренція між молодими, які інтенсивно розвиваються компаніями. Кожній з них приходилося стежити за тим, щоб конкурент, що виступає співстраховиком по великих ризиках, не одержав занадто великий обсяг інформації про стан її справ.

На початку XIX ст. зростаючий попит на перестраховальні послуги, пов'язані із промисловим розвитком у Європі, змогли задовольнити прямі страховики, які володіли значними фінансовими ресурсами. Перевага віддавалася тим з них, чиї компанії знаходилися в іншому регіоні або за кордоном. Спростила задачу заміна окремих



договорів факультативного перестраховання договорами нового типу, що покривають усю сукупність ризиків (портфель страхування) або деякі з них. Перший такий договір датується 1821 р. Незабаром стало ясно, що зростаючий попит на перестраховальні послуги неможливо більш задовольнити шляхом укладання договорів перестраховання з прямими страховиками. У 1846 р. в Кельні було створене незалежне і спеціалізоване, винятково на перестрахованні, товариство — Кельнське перестраховальне товариство. Переборовши численні труднощі і політичні хвилювання 1848–1849 р., воно почало свою діяльність у 1852 р.

Вперше перестраховальні послуги стало пропонувати товариство, що спеціалізується тільки на цій діяльності. Це мало величезне значення для страхування, його техніки і розвитку. З'явилися нові можливості для забезпечення страхового покриття ризиків. У страховиків відпали причини побоюватися, що відомості про їх діяльність будуть використані з метою конкуренції або виплачувана ними перестраховальна премія зміцнить положення конкурента на ринку послуг прямого страхування. Спеціалізація дозволила в кожному окремому випадку щонайкраще задовольняти потреби страховика. Зріс обсяг наданих страхових послуг з усіх видів. Страхування стало здійснюватися в багатьох регіонах, у тому числі і за кордоном. У результаті, у цій сфері установався визначений баланс, а накопичений досвід сприяв прогресові в перестрахованні. Цьому побічно сприяло надання прямими страховиками своїм клієнтам страхового покриття на кращих умовах. У наступні десятиліття були створені інші незалежні товариства, що спеціалізуються на перестрахованні. У світовій практиці їх називають професійними перестраховальниками. Серед них важливу роль стали відігравати Мюнхенське і Швейцарське перестраховальні товариства. Виникли так звані внутрішні перестраховальні товариства, чий акціонерний капітал цілком або здебільшого належав їх прямому страховикові, що заснував і у повному обсязі або частково передавав їм свій бізнес, пов'язаний з перестрахованням. Ріст індустріалізації, більш тісне економічне співробітництво і

розвиток нових видів страхування (від нещасного випадку, страхування відповідальності, транспорту, устаткування) привели до швидкого розвитку перестраховальних товариств.

У даний час у світі діє біля двохсот п'ятидесяти професійних перестраховальників.

6.2. Сутність і функції перестраховування

Перестраховування є системою економічних відносин, у процесі яких страховик, приймаючи на страхування ризики різної величини, частину відповідальності по них, у відповідності зі своїми фінансовими можливостями, передає на визначених погоджених умовах іншим страховикам з метою створення збалансованого портфеля власних активів і забезпечення тим самим фінансової стійкості і рентабельності страхових операцій. Отже, економічною сутністю перестраховування є перерозподіл між страховими організаціями створеного первинного страхового фонду.

Діяльність перестраховальників будується на основі закону великих чисел. Цей закон означає, що при досить загальних умовах дія великого числа випадкових факторів приводить до такого результату, що практично не залежить від випадку. Стосовно до страхування це можна викласти наступним чином: чим більша кількість однорідних ризиків прийнято на страхування, тим стійкіший страховий портфель даного страховика, і тим самим у більшому ступені результати страхових операцій піддаються прогнозуванню. Важливо домогтися наповнення страхового портфеля як можна більшою кількістю майже ідентичних ризиків. Значимість перестраховальника полягає не в тому, щоб знизити розміри збитків, а щоб зробити більш комфортно ліквідацію наслідків цих збитків.

Перестраховування, на перший погляд, захищає страховиків, але це спричиняє захист і службовців страхових компаній від втрати роботи, акціонерів компаній від зниження прибутку. Для страхувальника це



означає можливість збереження колишнього рівня ставок страхування доки зміни, що ведуть до збільшення збитків, не змінять свій раптовий характер на постійний. І, нарешті, державі гарантується надходження податків від страхової діяльності.

Основні принципи перестраховання є абсолютно такими ж, як і для страхування. Для перестраховання також важлива наявність страхового інтересу, дотримання принципу відшкодування збитків і принципу найвищої сумлінності.

За аналогією з тим, що страхування може бути проведено тільки при наявності в страхувальника інтересу в об'єкті страхування, перестраховувати можна тільки реально існуючий інтерес страховика. Страховик, приймаючи ризик, бере на себе визначену відповідальність, а виходить, у цій відповідальності має страховий інтерес, що і підлягає перестрахованню. Тільки визначені в страховому полісі гарантії і можуть бути розділені з перестраховальниками, у протилежному випадку страховик навмисно розподіляє неіснуючі або перебільшені ризики.

Принцип відшкодування збитків, як і в страхуванні, є одним з основних у перестраховальному договорі. На його основі будується сам договір, який припускає, що при настанні страхового випадку *цедент* (страховик, що прийняв на страхування ризик і передав його цілком або частково в перестраховання іншому страховикові) виплатив належне страхове відшкодування страхувальникові, зобов'язавши при цьому перестраховальника (*цесіонарія*) виплатити цеденту часткове відшкодування, пропорційне його частці участі в цьому ризику. Тільки факт виплати цедентом компенсації страхувальникові або його обов'язок зробити таку виплату в залежності від умов договору дозволяє йому виставляти вимоги до цесіонарія, і тільки в цьому випадку настає відповідальність останнього.

Договір перестраховання укладається між цедентом і цесіонарієм щодо страхового інтересу, у той час як оригінальний договір, укладений зі страхувальником, є основою для договору перестраховання. Це вказує на те, що укладання договору перестраховання не встановлює

ніяких юридичних прав між страхувальником і перестраховальником. Таке розділення взаємовідносин із приводу одного ризику в деяких країнах навіть закріплюється законодавчо.

Принцип найвищої сумлінності можна розглядати як один з основних у перестрахованні. Це припускає не тільки те, що сторони зобов'язуються не спотворювати реальне положення справ, але й інформувати один одного про всі обставини укладання і виконання договору. Майже всі договори передбачають автоматизм перестраховання прийнятих у прямому порядку визначених ризиків. Це зв'язано, насамперед, з необхідністю забезпечувати укладання великої кількості договорів по страхуванню (для страховика) або по перестрахованню (для перестраховальника), з одного боку, і необхідністю мінімізувати адміністративні витрати, з іншої. Внаслідок цього перестраховальники періодично одержують інформацію про сумарні результати по ризиках, що належать до визначеного перестраховального договору. Довіра перестраховальника поширюється на прийняття ризиків, визначення тієї їхньої частини, що страховик залишає собі, надання пільг, врегулювання збитків. Звичайно, що зміни обговорених при перестрахованні тарифів або систематична недооцінка розмірів виплачених збитків з метою одержання більш вигідних умов перестраховання вступає в пряме протиріччя з принципом найвищої сумлінності.

При перестрахованні цедент утримує на своїй відповідальності від кожного великого ризику лише визначену, відповідну його фінансовим можливостям частку, що називається власним утриманням. Усе, що по величині страхової суми, а значить і по відповідальності перевищує ліміт власного утримання (*ексцедент*) передається зацікавленим у цьому перестраховальникам. Умови передачі ризиків у перестраховання принципово інші, ніж при страхуванні. Оскільки передані ризики придбані цедентом і він може розпоряджатися ними за своїм розсудом, передача відбувається не на оригінальних умовах, а за винагороду. Ця винагорода називається оригінальною або перестраховальною комісією, що утримується



цедентом з переданої перестраховальникам частки страхової премії по цим ризикам.

Крім того, як правило, по перспективним, благополучним ризикам цедент жадає від перестраховальників участі в їх майбутньому прибутку за даними ризиками (*тант'єми*) і надання адекватної участі в перестрахованні їх ризиків.

Слід зазначити, що прийняття в перестраховання чужих ризиків є цілком рентабельною справою, оскільки перестраховальники, крім комісії, а іноді і тант'єми не несуть інших витрат (утримання апарату, приміщення, оплата агентів, брокерів і т. п.).

Маючи такий надійний захист, як система перестраховання, страхові компанії вступають у жорстку конкурентну боротьбу на страховому ринку. Маса страхових платежів (премій), які збираються страховиками, часто інвестуються в інші народно-господарські галузі або пускаються у фінансовий оборот з метою одержання більш високого рівня прибутку, ніж по страхових операціях. Це дозволяє страховим організаціям перекривати результати малорентабельних видів страхування, що вони змушені приймати для підтримки престижу і в тих же цілях для одержання можливо більшого обсягу премії для наступних інвестицій.

Прийняті в перестраховання ризики можуть бути знову передані у вторинне перестраховання (*ретроцесію*), а перестраховальник, що передає ризики в ретроцесію, називається *ретроцесіонером*.

Таким чином, у страховому світі відбувається постійний, що неприпиняється обмін перестраховальними частками і головною метою таких обмінів складається в прагненні до створення збалансованих, стійких власних страхових портфелів. Тому перестраховання є необхідною умовою забезпечення фінансової стійкості страхових операцій і нормальної діяльності будь-якого страхового товариства поза залежністю від величини його капіталів, запасних фондів та інших активів.

У багатьох випадках страхові вартості об'єктів, що підлягають страхуванню, настільки великі або небезпечні, що ємність окремих



національних страхових ризиків, із усіма, що знаходяться в них страховими організаціями, виявляється недостатньою, щоб забезпечити їх страхування в повних сумах. Через канали перестраховування такі ризики передаються на страхові ринки інших країн, у результаті чого може виявитися, що в страхуванні великих ризиків бере участь весь або майже весь міжнародний страховий ринок, сотні і тисячі страхових компаній. Перестраховальники, як правило, беруть на свою відповідальність лише невелику частину ризику, порядку декілька відсотків, а іноді і частки відсотків для формування портфеля, який складається з порівняно дрібних ризиків.

Розмір передач ризиків у перестраховуванні повинен бути економічно обґрунтований. Зайві передачі негативно позначаються на фінансових показниках передавальної компанії. З іншого боку, передачі менше необхідного рівня, у випадку настання катастрофічних, або навіть просто серії великих збитків можуть поставити у важке фінансове становище компанію, не захищену належним рівнем перестраховування.

Таким чином, правильне, економічно обґрунтоване визначення частки, переданої в перестраховування, має надзвичайно важливе значення для кожної страхової компанії.

6.3. Види перестраховування

За формою взаємно узятих зобов'язань цедента і перестраховальника договори перестраховування підрозділяються на:

- факультативні;
- облігаторні;
- факультативно-облігаторні;
- облігаторно-факультативні.

Сам процес перестраховування по перерахованим договорам називається відповідно факультативним, облігаторним або факультативно-облігаторним.



Опис перестраховання, приведений у попередніх розділах, дозволяє зробити висновок про те, що до визначеного моменту не було необхідності в створенні системи і класифікації видів перестраховання. Протягом декількох сторіч використовувалося тільки факультативне перестраховання окремих ризиків. Лише в ХІХ ст. перестраховання стало активно розвиватися, і з'явилося багато нових видів перестраховального захисту.

Факультативне перестраховання

При укладанні торговельних угод зазвичай прагнуть заздалегідь з'ясувати зміст прав і обов'язків сторін і тільки потім визначити умови договору. З усіх видів перестраховання для цих цілей найкраще підходить факультативне. Даний договір стосується одного ризику в одній угоді. Тільки воно дає перестраховальникові можливість одержати точне представлення про запропонований йому окремий ризик, перш ніж прийняти на себе обов'язки за договором перестраховання.

Коли використовують термін «факультативне перестраховання», маючи на увазі техніку перестраховання, то розуміють, що прямий страховик сам вибирає, кому запропонувати ризик у перестраховання, а перестраховальник, зваживши всі «за» та «проти» і проаналізувавши їх з основними принципами своєї діяльності, вирішує, чи прийняти на себе частину ризику, та якщо так, то в якому обсязі.

Пропозиція прямого страховика про факультативне перестраховання повинна містити всю істотну інформацію про ризик, що дозволило б перестраховальникові правильно його оцінити. Після того, як перестраховальник вивчив інформацію, пов'язану з ризиком, він повідомляє прямому страховикові, яку частку у відсотках або твердій сумі він прийме у факультативне перестраховання. Звичайне підтвердження робиться за телефоном, телефаксом або відправленням підписаної копії пропозиції з вказаною часткою, на яку згодний

перестраховальник. Умови укладеного в такий спосіб договору перестраховання через деякий час (приблизно чотири тижні) звичайно визначаються ще раз у письмовій формі в *бордеро* (перестраховальні документи, що містять перелік прийнятих на страхування та, що підлягають перестрахованню ризиків, з необхідними подробицями), підписаному обома сторонами.

Перестраховальник може і відмовитися від запропонованого ризику. Йому досить коротко позначити причини відмови. Також він може запропонувати прямому страховикові інші умови, ніж зазначені в пропозиції, на яких він згодний укласти договір факультативного перестраховання. Якщо ж перестраховальник не відповідає на пропозицію, його мовчання не може розглядатися як акцепт.

Договір факультативного перестраховання набирає чинності з моменту одержання акцепту, якщо сторони не домовилися про інше. Істотні зміни умов договору прямого страхування в період його дії обов'язкові для перестраховальника тільки в тому випадку, якщо він дав на те свою згоду.

Дія договору факультативного перестраховання припиняється автоматично після закінчення встановленого терміну, якщо сторони не домовилися про інше. За визначений період до поновлення, прямий страховик, як правило, пропонує перестраховальникові продовжити дію договору і повідомляє йому про зміни в умовах договору прямого страхування і про статистику проходження договору. Перестраховальник може відмовитися від пролонгації договору.

При факультативному перестрахованні задача перестраховальника не обмежується розширенням можливостей прямого страховика, а в ряді випадків містить у собі допомогу при оцінці ризику, при визначенні умов договору страхування, заходів для запобігання збитку і консультації за даними питаннями. Нерідко вони здійснюють спільну інспекцію ризику по місцю розташування об'єкта страхування.

Незважаючи на те, що факультативне перестраховання вимагає великих матеріальних та тимчасових витрат, значення його постійно



зростає. Деякою мірою, це обумовлено тим, що в результаті технологічного розвитку значно зросли суми страхового покриття і ризики стали набагато складніше.

Звертають на себе увагу і недоліки факультативного методу перестраховування. Очевидно, що період часу на оформлення факультативного перестраховування досить довгий, тому клієнт може звернутися в іншу компанію, або інший страховик запропонує свої послуги, а це, крім матеріального, може завдати шкоди престижу компанії. Надання достатньо повної інформації про ризик при частому проведенні факультативних перестраховань дає визначене представлення конкурентам про страхову політику передавальної компанії. Перестраховувальник не має права без згоди перестраховувальника змінювати умови страхування. Крім цього, потрібно визнати, що витрати по оформленню факультативного перестраховування досить великі, особливо, якщо мати на увазі можливість неодноразової факультативної пропозиції. Необхідність поновлення перестраховального покриття в сполученні з відмовленням кого-небудь, що раніше брали участь у договорі перестраховування від цього поновлення обумовлює нові витрати.

Аналіз методу факультативного перестраховування приводить до висновку, що економічно та з погляду впевненості в перестраховальному забезпеченні, більш кращим методом є договірне або облігаторне перестраховування.

Облігаторне перестраховування

Значний дохід перестраховальної премії перестраховувальники одержують за договорами облігаторного перестраховування. Тільки за допомогою таких договорів перестраховальні товариства змогли успішно відповідати своїм зобов'язанням, сприяти появі нових форм страхового покриття.

Облігаторне перестраховування встановлює більш тісний зв'язок між сторонами, ніж одиничні перестраховальні цесії. Найбільш важ-

ливі принципи облігаторного перестрахування сформувалися завдяки перестрахуванню з визначенням часток участі і ексцедентному перестрахуванню. Не всі з них мають силу у відношенні непропорційного перестрахування, що здійснюється на облігаторній основі.

За договором облігаторного перестрахування цедент зобов'язується передати в перестрахування всі докладно описані ризики. З цього випливає, що перестраховальник, зобов'язаний прийняти такі ризики, не визначає та не оцінює ризик у кожному конкретному випадку. Скоріше цедент, і тільки в силу економічних причин повинен мати право приймати ризики за власним розсудом, визначати страхову премію, вживати належних заходів у відношенні до супроводження полісів, за якими повинне бути здійснене перестрахування. Крім того, він повинен регулювати збитки так, як він вважає потрібним у загальних інтересах страховика і перестраховальника. Якщо цедент діє з грубою недбалістю або навмисно на шкоду інтересам перестраховальника, останній не буде зв'язаний рішеннями цедента. Таким чином, обов'язок перестраховальника додержуватися дій цедента належить до права цедента управляти своїми справами. Іншими словами, обсяг і межа обов'язку додержуватися дій цедента відповідає праву страховщика-цедента управляти своїм бізнесом.

Перестраховальні платежі за договором облігаторного перестрахування завжди визначаються у відсотку від суми страхових платежів, отриманих страховиком при укладанні договору прямого страхування.

Договір облігаторного перестрахування полягає на невизначений термін із правом взаємного розірвання. Такий договір найбільш вигідний для цедента, оскільки всі заздалегідь визначені ризики автоматично одержують покриття в перестраховальника.

Факультативно-облігаторне перестрахування

По факультативно-облігаторному договору (змішана форма перестрахування) компанія, що уступає, має право передавати або



залишати в себе прийнятні ризики або їх частину, коло яких визначено. Перестраховик за таким договором зобов'язується приймати обумовлені договором ризики. Факультативність передбачається для перестраховальника, а облігаторна частина договору належить до перестраховика. Для перестраховальника можливий відбір ризиків, що будуть передані в перестраховання, а також визначення величини передачі. Перестраховик, що укладає такий договір, повинен у достатньому ступені довіряти компанії, якій передає, оскільки збалансованість його портфеля залежить від неї. Для перестраховиків такий договір не завжди цікавий, оскільки передач по ньому не може бути багато, а відповідальність досить велика. Крім цього на прийнятті таких ризиків значно більший вплив, у порівнянні з нормальними ризиками, робить кон'юнктура, отже, ставки можуть виявитися нижче розрахункових. Усе це позначається на збалансованості портфеля. Тому найчастіше перестраховики віддають перевагу звичайному факультативному перестрахованню.

Облігаторно-факультативне перестраховання

Облігаторно-факультативне перестраховання, як цілком зрозуміло, припускає обов'язковість для перестраховальника, а факультативність — для перестраховика. Звичайно, що сфера застосування цього договору в принципі не обмежена, але найбільш часто такі договори мають компанії зі своїми філіями. Ця форма договору дає можливість перестраховику контролювати страхову політику перестраховальника, що у взаємовідносинах незалежних сторін не завжди бажано для компанії, що передає, а значить, укладання такого договору стає можливим лише при певних відносинах. Крім цього, перестраховику надана можливість відбирати найбільш вигідні ризики, що теж небажано для незалежного перестраховальника, оскільки може або порушити баланс портфеля, або породжує додаткові проблеми по розміщенню ризиків.



У цілому перестраховальні договори поділяються на дві основні групи:

- договори пропорційного перестраховання;
- договори непропорційного перестраховання.

Договори пропорційного перестраховання

Пропорційне перестраховання означає, що ризик, який буде перестрахований, розподіляється між цедентом і перестраховиком на основі фіксованого процентного співвідношення, що визначає як частку перестраховика у всіх збитках, так і його частку в оригінальній премії. Оскільки розглянуті договори є облігаторними, то умовами договорів передбачається, що перестраховик залишає визначений рівень власного утримання і передає погоджену частку ризиків перестраховику, а перестраховальник приймає цю частку ризиків за визначеними видами страхування і на встановлених умовах. Якщо перестраховальник використовує який-небудь захист власного утримання, він зобов'язаний довести це до відома перестраховика.

Основними формами договорів пропорційного страхування є:

- квотний;
- ексцедентний;
- квотно-ексцедентний.

Крім цих форм договорів, іноді використовуються модифікації цих форм, що застосовуються в залежності від поставлених цілей. До них належать:

- відкритий ковер;
- поштовий ковер;
- першочергові або пріоритетні передачі.

Квотний договір

Квотний, або частковий, договір є найбільш простою формою пропорційного перестраховання. Відповідно до умов цього договору

перестраховальник передає в перестраховання у погодженій з перестраховиком частці усі без винятку прийняті на страхування ризики по визначеному виду страхування або групі суміжних видів страхування. У тій же частці перестраховику передається належна йому страхова премія, а він відшкодовує перестраховальникові в тій же частці всі оплачені їм страхові збитки при настанні страхового випадку, тобто при квотному договорі цесіонарій цілком розділяє збитки цедента у визначеній частці.

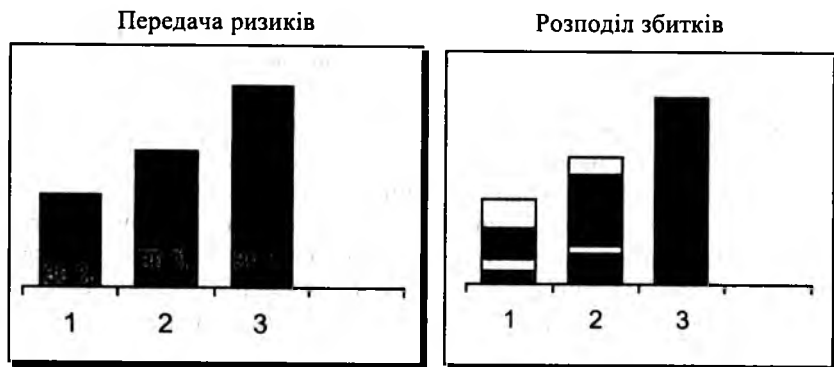


Рис.

Схема розподілу відповідальності за квотним договором

За цією схемою чітко видно, що і передача ризиків перестраховику, і розподіл збитків відбувається строго пропорційно. У даному прикладі, перестраховальник залишає на власному утриманні 30 % страхової суми, а 70 % передає в перестраховання (Схема: передача ризиків).

У прикладі:

- 1-й випадок — 30 часток у страховика, 70 часток у перестраховальника;
- 2-й випадок — 45 часток у страховика, 105 часток у перестраховальника;



- 3-й випадок — 66 часток у страховика, 154 частки у перестраховальника.
Розподіл збитків відбувається в тій же пропорції.
У прикладі:
 - 1-й випадок — збиток 50 %. 15 часток виплачує страховик, 35 — перестраховальник;
 - 2-й випадок — збиток 80 %. 36 часток виплачує страховик, 84 — перестраховальник;
 - 3-й випадок — 100 % збиток. 66 часток виплачує страховик, 154 — перестраховальник.

По квотних договорах кожен ризик за визначеним видом страхування попадає в перестраховання, яким би не був він малим. Це головний недолік квотного договору.

По квотним договорам комісійна винагорода зазвичай вища, ніж по іншим перестраховальним договорам. Комісія зазвичай устанавлюється від 20 до 40 %. Крім цього комісія в окремих випадках може бути збільшена на погоджену суму непередбачених витрат.

Квотне перестраховання гарантує ефективний захист від великої кількості дрібних та середніх по розміру збитків, викликаних однією подією, наприклад, при страхуванні від градобюю.

Даний вид перестраховання широко застосовується при перестрахованні нових або невідомих раніше ризиків і в таких випадках перестраховик виступає як консультант у визначенні страхової премії. Укладаючи договір квотного перестраховання, перестраховик і цедент поділяють ризик помилки.

Ексцедентний договір

Визначальним фактором по ексцедентному договору є так зване «власне утримання», що представляє собою визначений рівень утримання страхової суми, у межах якої перестраховальник залишає на своїй відповідальності тільки визначену частину (ліміт) ризиків, а інше передає перестраховику.

Максимум власної участі страховика в покритті можливого збитку називають *ексцедентом*.

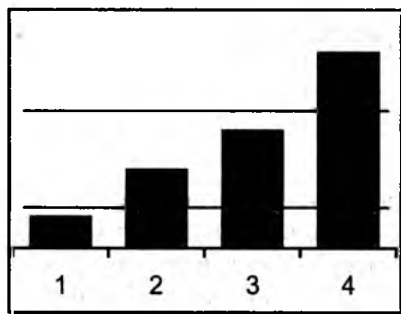


Ліміт власної відповідальності страховик, як правило, встановлює у визначеній сумі в кожній групі ризиків, але по одному виду страхування (наприклад, вантажі, космічні та інші об'єкти і т. п.). Так, якщо максимум власної участі страховика складає 100 млн грн., то всі прийняті на страхування ризики в межах цієї суми залишаються на відповідальності страховика, а усі понад цю суму передаються перестраховальникові.

При укладанні договору ексцедентного перестраховання виключаються всі ризики, страхова сума яких менше або дорівнює встановленому для даного портфеля кількості часток власної участі страховика. Наприклад, якщо максимум участі перестраховика дорівнює 9 часткам участі страховика, то договір перестраховання автоматично передбачає покриття 9 часток (ліній), або 9 перестраховувальних максимумів. І навпаки, ризики, страхова сума яких перевищує власну відповідальність страховика, вважаються перестрахованими.

Відсоток перестраховання — це відношення частки участі перестраховика до страхової суми даного ризику. Він складає основу для взаєморозрахунків між страховиком і перестраховиком, як по перестраховувальним платежам, так і по страховій виплаті.

Передача ризиків



Розподіл збитків

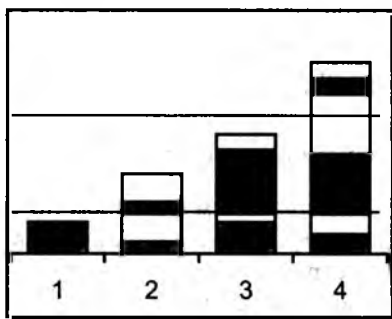


Рис.

Схема розподілу відповідальності по ексцедентному договорі

За цією схемою, страховик залишає на власному утриманні частину страхової суми рівну 5 часткам, а передає в перестраховування всі договори, які перевищують цю суму. Договір другого ексцедента перекриває утримання страховика в три рази і складає 15 часток.

У прикладі:

- 1-й випадок — 4 частки в страховика, договір не перестраховується;
- 2-й випадок — 5 часток у страховика, 5 часток у перестраховувальника;
- 3-й випадок — 5 часток у страховика, 10 часток у перестраховувальника;
- 4-й випадок — 5 часток у страховика, 10 часток у перестраховувальника, а 4 частки, що залишилися, повинні перестраховуватися за іншим договором.

Розподіл збитків у прикладі:

- 1-й випадок — збиток 100 %, 4 частки виплачує страховик;
- 2-й випадок — збиток 30 %, 1,5 частки виплачує страховик, 1,5 — перестраховувальник;
- 3-й випадок — збиток 80 %. 4 частки виплачує страховик, 8 — перестраховувальник;
- 4-й випадок — збиток 50 %, 2,5 частки виплачує страховик, 7,5 — перестраховувальник, а 2 частки покриваються договором другого ексцедента.

Важливо відзначити, що витрати по обслуговуванню ексцедентних договорів значно більші, ніж по договорам квотного перестраховування. Вивчення кожного ризику, визначення його частки в ексцедентному договорі, установлення пріоритету в абсолютному вираженні (квота у відсотках), групування ризику, оцінка можливих збитків збільшують вартість проведення перестраховування в ексцедентній формі. Незважаючи на це дана форма більш цікава для цедента, і тому частіше використовується на практиці. Компанія, яка передає, може установлювати власне утримання самостійно, також диференціювати



його для окремих груп ризиків. Це дає можливість залишати собі всі невеликі ризики. Однак для перестраховиків це означає, що в його портфель можуть потрапити найбільш небезпечні ризики. Розмір власного утримання може бути переглянутий. Ці переваги для страховика компенсують його великі витрати на ведення справи, а також меншу комісію в порівнянні з квотними договорами.

Квотно-ексцедентний договір

Квотно-ексцедентний договір перестраховування являє собою сполучення двох перерахованих вище видів перестраховувальних договорів. Квотно-ексцедентний договір може бути з квотним або ексцедентним утриманням страховика. Поєднуючи фінансову функцію квотного перестраховувального договору з однорідністю договору ексцедента сум, цей вид договору може бути спеціально пристосований для задоволення вимог прямого страховика.

На практиці квотно-ексцедентні договори використовуються не дуже часто. Комбіновані договори такого типу являють собою сполучення різних видів пропорційного перестраховування, що може виявитися необхідним протягом визначеного початкового періоду діяльності компанії. Також такі договори доцільно використовувати, коли компанія розширює свій бізнес за рахунок нових для неї видів страхування. Крім того, комбіновані договори застосовуються у відносинах з тими перестраховиками, з якими прямий страховик уже вів справи раніше, оскільки цей вид договору набагато простіше в управлінні і дозволяє заощаджувати кошти. Існує набагато більша ймовірність того, що, володіючи інформацією про портфель цедента, такий перестраховик запропонує прямому страховикові вигідні для останньої умови.

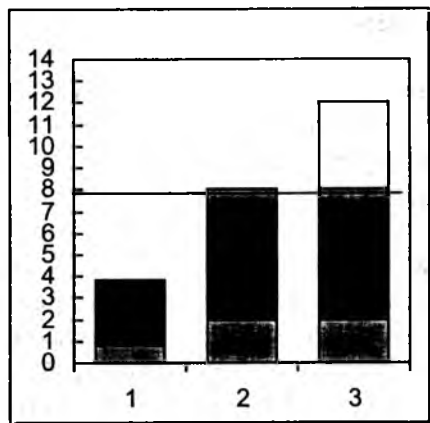


Рис.

Схема розподілу відповідальності
по квотно-ексцедентному договору

У представленій схемі до 8 часток діє квотний договір з 25 % утримання ризику у цедента, а понад та до 16 — ексцедентний:

- 1-й випадок — 1 частка (25 %) у страховика, 3 частки (75 %) — у перестраховальника;
- 2-й випадок — 2 частки (25 %) у страховика, 6 часток (75 %) — у перестраховальника;
- 3-й випадок — 2 частки (25 %) у страховика, 6 часток (75 %) — у перестраховальника, 4 частки, що залишилися, перестраховуються по ексцедентному договору.

Страховий *ковер* (покриття) — це угода між страховиком і перестраховиком про те, що останній за обумовлену премію бере на себе на певний строк (як правило, на рік) автоматичне покриття перестрахованням строго визначених ризиків. Перестраховання по коверам проводиться на ексцедентній основі.



Відкритий ковер

Відкритий ковер являє собою угоду, при якій перестраховальник факультативно передає в перестраховання строго встановлену частку кожного ризику. Перестраховик може відхилити який-небудь ризик, але в цілому він бере участь у цьому договорі на обов'язковій основі.

Таким чином, ця угода з однієї сторони факультативна для страховика та з іншої сторони облігаторна для перестраховика.

Відкритий ковер необхідний для перестраховання ризиків, що носять періодичний характер, і страхова сума збільшується раптово, у певний час року. Такі ризики характерні для вогневого і морського перестраховання.

Звичайно, перестраховання таких ризиків можна було б здійснити договірним методом. Але договори складаються і розміщуються зазвичай наприкінці року, а потреба в перестрахованні виникає протягом року. Можливо з цієї причини сучасне перестраховання не може обійтися без відкритого ковера.

Поштовий ковер

Поштовий ковер реалізується факультативним методом. Між страховиком і перестраховиком укладається договір, що визначає основні моменти передачі страхових ризиків. Наприклад, страховик пропонує окремі ризики на перестраховання, а перестраховик розглядає кожну конкретну передачу ризику, після чого приймає рішення прийняти ризик, відхилити його або змінити запропоновані умови. На цей час ризик вважається перестрахованим. Цей договір з відомою часткою умовності для перестраховика можна визначити як факультативно-облігаторний.



Першочергові, або пріоритетні передачі

Першочергові, або пріоритетні передачі не є особливою формою договору, але припускають, що перестраховується частина ризику до того, як будуть проводитись передачі за основними договорами компанії. Такі передачі можуть проводитись відповідно до закону, при участі в перестраховальній угоді з іншими компаніями, в тому числі і з тими, які належать до однієї фінансової групи.

Усі першочергові передачі можуть створити дисбаланс в інші договори компаній, а також створюють (як і будь-які автоматичні передачі) кумуляцією ризиків, що приводить до необхідності нового, додаткового перестраховального захисту.

Договори непропорційного перестраховання

Характерною рисою усіх видів перестраховання, розглянутих вище, є те, що збитки, виплачені за перестрахованими договорами, розподіляються між цедентом і перестраховиком у пропорції, що відповідає розподілові страхових сум і премій.

Сутність непропорційного перестраховання полягає в тому, що виплати перестраховика визначаються винятково величиною збитку, тобто пропорційний поділ окремого ризику й отриманої за нього премії не застосовується. Премія по цьому виду перестраховання визначається зазвичай як відсоток річної премії, отриманої цедентом по прийнятому на страхування і переданому в перестраховання портфелю.

Непропорційне перестраховання найчастіше застосовується за договорами страхування цивільної відповідальності власників транспортних засобів за збиток, заподіяний третім особам у результаті ДТП. Воно застосовується також у всіх видах страхування, де немає верхньої границі відповідальності страховика.



При використанні цієї схеми страховик сам оплачує всі збитки до погодженого в договорі розміру, а перевищення над цим розміром підлягає оплаті перестраховиком, для якого також встановлюється визначена відповідальність. Відповідальність по цьому виду страхування може бути встановлена або в абсолютному, або у відносному вираженні. Ліміти відповідальності страховика називають по-різному: *утриманням у збитку, пріоритетом, франшизою* та ін. Договори по ньому можуть проводитися як факультативно, так і облігаторно.

Мотив до розвитку непропорційного перестраховання з боку цедента — створити визначені гарантії своєї стійкості при відшкодуванні малої кількості винятково великих збитків або великої кількості винятково дрібних збитків. Існують дві основні схеми непропорційного перестраховання:

- перестраховання перевищення збитків (ексцедент збитків);
- перестраховання перевищення збитковості (ексцедент збитковості або Stop loss).

Перестраховання перевищення збитків

Перестраховання перевищення збитків використовується тоді, коли страховик прагне не до вирівнювання окремих ризиків даного виду, а безпосередньо до забезпечення фінансової рівноваги страхових операцій у цілому.

Договори даного типу перестраховання звичайно укладаються в облігаторній формі. В умовах перестраховального договору послідовно перераховані ризики, що підлягають перестрахованню, а також ті, які не входять у цей договір.

Виходячи з умов договору, перестраховик приймає зобов'язання покриття тієї частини збитку, що перевищує встановлену суму власної участі цедента, але нижче встановленої в договорі суми, що складає верхню границю відповідальності перестраховика. Ці

зобов'язання належать до всіх збитків, що були викликані одним стихійним лихом, що складає страховий ризик. Якщо в результаті даного страхового випадку заподіяний збиток багатьом страхувальникам, то цей збиток розглядається винятково як груповий збиток. Зобов'язання страховика встановлюються в співвідношенні до групового збитку.

Ексцедент збитку зарекомендував себе як найбільш ефективний вид перестрахування від кумуляції збитків при страхуванні каско автомашин. Наприклад, в наслідок катастрофічних повеней на німецькому узбережжі Північного моря в лютому 1962 р. такі ексцеденти в ряді випадків були порушені на 100 % максимального ліміту відповідальності перестраховиків. Ризик повені був включений у договір по страхуванню каско автотранспорту незадовго до цього стихійного лиха і знеацька виявився причиною серйозного розширення страхового покриття, що привело до додаткової кумуляції ризиків, неможливої раніше.

Це типовий приклад збільшення ймовірності збитків при перестрахуванні на базі ексцедента збитку, що може бути викликана розширенням страхового покриття, незалежно від того, чи мав потребу цедент у такому розширенні або воно обумовлено загальною економічною ситуацією. Отже, перестраховик у всіх випадках повинний бути інформований про такі розширення страхового покриття для того, щоб при зміні умов страхування можна було внести в договір необхідні зміни. Для цього договори перестрахування ексцедента збитку зазвичай укладаються на термін в один рік без застереження про продовження терміну дії.

Застосовність страхування на базі ексцеденту збитку у великому ступені залежить від специфічних рис конкретного виду страхування, особливостей страхового портфеля, який підлягає перестрахуванню, і адекватності розміру премії величині страхового покриття.

Досить часто перестрахування ексцеденту збитку використовується в таких галузях страхування, де, як правило, можливі збитки лише невеликого і середнього розміру, а великі збитки є виключенням.



Нерідко договори ексцедента збитку укладаються в доповнення або в сукупності з договорами квотного і ексцедентного перестрахування. Якщо за договором ексцедента збитку відповідальність не перевищує власного утримання цедента, визначеного в договорі, це означає, що покриття надається тільки за власний рахунок цедента, і він зобов'язаний сплатити перестраховальну премію з тієї частини премії, що він одержав. Відповідно, виплати перестраховиків за договором ексцедента збитку відшкодовують тільки збитки, в межах власного утримання цедента. Цедент зобов'язаний повідомити перестраховика, який бере участь у договорі квотного або ексцедентного перестрахування про укладання такого покриття за власний рахунок, тому що рівень його власного утримання — це істотний пункт договору і часто є вирішальним чинником при укладанні квотного або ексцедентного договору перестрахування.

Цедент і перестраховик, що беруть участь у договорі квотного або ексцедентного перестрахування, можуть, однак, також здійснювати перестрахування ексцедента збитку за їх загальний рахунок. Якщо вони згодні, то повинні платити премію по ексцеденту збитку відповідно до часток і при виникненні страхового випадку одержать відповідне відшкодування від перестраховика ексцедента збитку.

Перестрахування перевищення збитковості

Перестрахування перевищення збитковості стосується всього страхового портфеля і ставить за мету захистити фінансові інтереси страховика від наслідків надзвичайно великої збитковості, яка визначається як процентне відношення виплаченого страхового відшкодування до суми зібраних страхових платежів. Причиною надзвичайно великої збитковості може бути виникнення малого числа досить великих збитків або виникнення значного числа дрібних збитків.

Договори перестраховання ексцедента збитковості можуть оформлятися самостійно відособленими контрактами або виступати як доповнення до ексцедентного перестраховання. І в тому, і в іншому випадку дія договору перестраховання обмежується винятково частиною портфеля цедента, що має перевищення збитковості.

Договори ексцедента збитковості використовуються досить рідко. Головним чином, вони застосовуються при страхуванні від бурі та градобою, а для багатьох інших видів страхування вони не характерні. Такі договори містять значний ризик для перестраховика, тому що результат перестраховання може залежати від непередбачених і неконтрольованих змін у страховій політиці цедента й економічної ситуації в країні.

При встановленні пріоритету необхідно переконатися в тім, що цедент, навіть у випадку несприятливого розвитку збитковості, не одержить гарантованого прибутку. Важливо, щоб цедент відповідав за свою частку в збитках, як в інших видах перестраховання. Відповідно, важливо зробити повну правильну оцінку управлінських і адміністративних витрат страховика.

6.4. Чому перестраховання?

Страховик по самій природі своєї діяльності ризикує отримати свій рахунок страхової діяльності невірноважним не тільки від звичайних причин, пов'язаних з рівновагою управління, як будь-яка комерційна фірма, що працює на конкретному ринку, але так само внаслідок такої специфічної причини як можливість:

- відхилень між сукупністю ризиків, за якими компанія веде справи, і сукупністю, що послужила базою для визначення тарифів;
- «недостатності» тарифів через непередбачений технічний, соціальний або економічний розвиток;
- одержати протягом даного звітного періоду кількість страхових випадків, що перевищує результати минулих років;



- помилки при оцінці максимально можливого збитку чи збитку, на який можна розумно розраховувати, тобто при оцінці бази для визначення тієї частини, яку компанія вирішує прийняти за конкретним ризиком;
- спостерігати відхилення, які повторюються протягом декількох звітних періодів.

Таким чином, саме в такій атмосфері невизначеності компанія, особливо в перші роки, здійснює свою діяльність.

Щоб покрити несприятливі відхилення, що можуть відбутися через ці невизначеності, компанія формує статутний капітал.

Однак амплітуда відхилень знов-таки невідома, і легко можна уявити, що статутного капіталу може виявитися недостатньо, або ж він може бути задіяний в такій пропорції, що подальше існування компанії виявляється під сумнівом.

До того ж, як ми вже бачили, страхування в міру розвитку ринку змушено приймати на себе такі події як буря, град, землетруси, природні катастрофи. У більшості цих випадків статистичні дані мають малу точність, а це означає, що тарифи мають недостовірну базу і до деякої міри носять довільний характер.

Ці обставини змушують компанію фіксувати максимальну суму, яку вона припускає витримати при найбільшому страховому випадку, що може відбутися із застрахованим ризиком, для того, щоб не поставити під загрозу стан компанії, або щоб не наражати на небезпеку продовження цих операцій.

Ця сума називається рівнем власного утримання компанії.

Загальний підхід

Звичайно, більшість страхових компаній, які займаються страхуванням, відмінним від страхування життя, працюють у декількох галузях страхування. Позитивні результати в одній галузі

можуть компенсувати несприятливі результати в іншій галузі, але ніщо не гарантує автоматичне здійснення й адекватність такої компенсації.

З цього випливає, що кожна галузь повинна прагнути до власної рівноваги, і в залежності від своїх характеристик мати свій власний рівень утримання. Це вірно також і в галузі особового страхування для таких ризиків, як смерть, інвалідність або втрата працездатності.

Будь-який страховий портфель або сукупність ризиків піддаються змінам, що означає: рівень власного утримання не є незмінним у часі.

Збільшення в рамках одного портфеля кількості однорідних незалежних ризиків є одним із способів поліпшити точність тарифів і дозволяє збільшити рівень власного утримання.

У конкретній галузі страхування рівень власного утримання не скрізь однаковий. Так, у галузі вогневого страхування рівень власного утримання для нерухомості, яка використовується для житла, не буде таким же, як для фабрики по виробництву меблів або нафтохімічного заводу.

У загальному випадку рівень власного утримання тим менший, чим більш небезпечним вважається ризик, незважаючи на те, що можна обґрунтовано заперечити, що застосований тариф уже враховує цю різницю інтенсивності ризику.

Нарешті, рівень власного утримання й у географічному плані не скрізь однаковий: він змінюється не тільки по країнах, але також і в межах однієї країни.

Зрозуміло, зміна стану («майнового положення») страховика буде безпосередньо впливати на величину його власного утримання.

Гарантії з необмеженою сумою, як у випадку автомобільного страхування на випадок тілесних ушкоджень, заподіяних третіми особами, і спричинили відповідальність водія, викликають окремі проблеми при перестрахованні.



6.5. Актварний підхід до оцінки результатів перестраховання

Ми вже бачили, що сукупність незалежних ризиків X_i , для яких P_i — відповідні чисті премії, тобто математичне очікування вартості страхових випадків, а σ_i — відповідне стандартне відхилення, випадковою величиною з математичним очікуванням $U = \sum P_i$ і дисперсією $T^2 = \sum \sigma_i^2$.

Сума S_n , реально витрачена страховиком, за теоремою Чебишева така, що

$$P(|S_n - U| < \alpha T) \geq 1 - \frac{1}{\alpha^2}.$$

Якщо позначити через r відношення T/U , тобто середній відносний ризик, то r в деякому роді характеризує відносне відхилення

$$\frac{S_n - U}{U}.$$

Якщо для спрощення припускають, що всі ризики мають ту саму ставку чистої премії π , і якщо C_i — це страхова сума по i -му ризику, одержують

$$P_i = \pi \cdot C_i, \quad U = \sum P_i = \pi \cdot \sum C_i.$$

Якщо t — коефіцієнт середньоквадратичного відхилення, для кожного ризику одержуємо

$$\sigma_i = t C_i \quad \text{і} \quad T^2 = t^2 \sum C_i^2.$$

Якщо C — середня страхова сума, то

$$C = \frac{1}{n} \sum C_i.$$

Можна записати $C_i = C + \xi_i$, де $\sum \xi_i = 0$.

Тоді $\sum C_i^2 = nC^2 + \sum \xi_i^2$ і $T^2 = t^2(nC^2 + \sum \xi_i^2)$.

Розкид значень у послідовності чисел $C_1, C_2, \dots, C_i, \dots, C_n$ характеризується числом

$$\delta^2 = \frac{1}{n} \sum \xi_i^2,$$

а відносний розкид — відношенням $\lambda = \frac{\delta}{C}$.

Звідси $\sum \xi_i^2 = nC^2\lambda^2$ і $T^2 = t^2(nC^2 + nC^2\lambda^2)$.

У той же час: $U = \pi C$;

$$r = \frac{T}{U} = \frac{t \cdot C \sqrt{n + n\lambda^2}}{\pi \cdot n \cdot C} = \frac{t}{\pi} \sqrt{\frac{1 + \lambda^2}{n}}.$$

де r тим менше, чим:

- менше величина λ , тобто, чим менш «розкидані» значення страхових сум, і
- більше n , тобто, чим на більше число одиничних незалежних ризиків поділяється загальний ризик.

Аналогічні викладення можуть бути зроблені і для випадку страхування цивільної відповідальності, де немає визначених сум.

Для забезпечення власної безпеки страховик, відповідно, зацікавлений у тому, щоб мати численні ризики, величини яких, наскільки це можливо, менш розсіяні.



Перестраховання дозволяє страховику не обмежувати число прийнятих на страхування ризиків n і вирівняти їх величини, завдяки однаковому для кожної категорії ризиків рівню власного утримання.

6.6. Форми перестраховання

Були розроблені численні форми перестраховання, що складають основу договорів перестраховання, що зв'язують Страховика («Цедента») з Перестраховальником («Цесіонарієм»).

Не вдаючись у подробиці факультативних, факультативно-облігаторних і облігаторних угод, у технічному плані договору перестраховання можна розділити на дві категорії:

- договори пропорційного перестраховання;
- договори перестраховання ексцедента збитків.

Пропорційне перестраховання.

Чисте або квотне пропорційне перестраховання

При цьому способі перестраховання страховик передає перестраховальникові однакову частку $(1 - \gamma)$ від усіх ризиків, що він приймає в одній і тій же галузі.

Таким чином, перестраховальник покриває ту саму частину $(1 - \gamma)$ у всіх страхових випадках, оплачених страховиком. Відповідно, перестраховальник одержить частку $(1 - \gamma) \cdot P_i$ від отриманих премій.

P_r – комерційна премія для ризику, що має чисту премію P_i .

У технічному плані для страховика ці ризики стають

$$X_r = \gamma X_i; P_r = \gamma P_i; P_r = \gamma P_i; \sigma_r = \gamma \sigma_i, \text{ де } P_i = E(X_i)$$

Середньоквадратичне відхилення по всьому портфелю після перестраховання буде:



$$T' = \gamma T = \sqrt{\sum \sigma_i'^2}.$$

Договір перестраховування передбачає крім іншого, що перестраховальник повертає страховику частку його участі в представницьких витратах і у витратах на управління, понесених страховиком, що включені в передану перестраховальникові комерційну премію. Ці суми, що повертаються, складають комісійні по перестраховуванню.

Оснoву для їхнього розрахунку складає величина переданих премій $P_i - \gamma P_i$, а відсоток комісійних позначимо через λ .

Тобто їхня сума складає $\lambda(P_i - \gamma P_i)$.

Дохід страховика без перестраховування

$$G = \sum P_i - F - \sum X_i,$$

де F — витрати на управління.

Якщо через F_r позначити додаткові витрати страховика, що пов'язані з підписанням і управлінням договором по перестраховуванню, то вираз для доходу страховика при використанні перестраховування буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} G' &= \sum P_i + \lambda \sum (P_i - \gamma P_i) - F - F_r - \gamma \sum X_i = \\ &= \sum \gamma P_i + \lambda \sum (P_i - \gamma P_i) - F - F_r - \gamma \sum X_i. \end{aligned}$$

Математичне очікування доходу

$$\begin{aligned} E(G') &= \lambda \sum P_i + (1 - \lambda) \sum \gamma P_i - F - F_r - \gamma \sum E(X_i) = \\ &= \lambda \sum P_i + \gamma((1 - \lambda) \sum P_i - \sum P_i) - F - F_r. \end{aligned}$$

Якщо позначити через K_i вираз $(1 - \lambda) P_i - P_i$, одержуємо

$$E(G') = \lambda \sum P_i + \gamma \sum K_i - F - F_r.$$



Якщо $F = \varphi \sum P_i$ і $F_r = \varphi_r \sum P_i$, тоді

$$\sum K_i = \sum (P_i - P_i) - \lambda \sum P_i \text{ і}$$

$$E(G') = \lambda \sum P_i + \gamma \sum (P_i - P_i) - \gamma \lambda \sum P_i - \varphi \sum P_i - \varphi_r \sum P_i$$

Якщо позначити $\sum (P_i - P_i) - F = \eta \sum P_i$ або $\sum (P_i - P_i) =$
 $= \varphi \sum P_i + \eta \sum P_i$, то

$$\eta = \frac{\sum (P_i - P_i) - F}{\sum P_i},$$

де η — частина, що залишається страховику для витрат на проведення страхування при відсутності перестраховування, у відсотках від комерційних премій.

Тоді

$$E(G') = \lambda \sum P_i + \gamma \varphi \sum P_i + \gamma \eta \sum P_i - \gamma \lambda \sum P_i - \varphi \sum P_i - \varphi_r \sum P_i =$$
$$= (\lambda - \varphi - \varphi_r) \sum P_i + \gamma(\varphi + \eta - \lambda) \sum P_i$$

Коефіцієнт безпеки страховика

$$\beta = \frac{K + E(G)}{T},$$

де K — частина статутного капіталу, виділена на покриття ризиків;
 $E(G)$ — математичне очікування доходу по портфелю;
 T — середньоквадратичне відхилення по сукупності ризиків у портфелі.

Після перестраховування цей коефіцієнт стає;

$$\beta' = \frac{K + E(G')}{\gamma T},$$

$$\text{тобто } \beta' = \frac{(\lambda - \varphi - \varphi_r) \sum P_i'}{\gamma T} + \frac{(\varphi + \eta - \lambda) \sum P_i'}{T} + \frac{K}{\gamma T}.$$

Таким чином, β' є регулярно убуваючою зі збільшенням γ , тобто зі збільшенням рівня утримання страховика. Страховик зможе знижувати рівень власного утримання доки не одержить значення β' , яке він вважає прийнятним.

Ця формула показує також, що бажано, щоб відсоток комісійних по перестрахованню λ був більше відсотка витрат страховика ($\varphi + \varphi_r$). Ця умова не завжди точно виконується, але вираз $K + (\lambda - \varphi - \varphi_r) \sum P_i'$ залишається позитивним і цілком обґрунтовано прийнятним.

На цьому етапі можна задатися питанням щодо різниці між перестрахованням і співстрахованням, тому що в теоретичному («фундаментальному») плані це практично те саме.

У комерційному плані, навпаки, вони дуже відрізняються, тому що при співстрахованні страховик жертвує частиною своєї незалежності («автономності»). Він більше не керує розвитком свого портфеля і своєю представницькою мережею, і на ділі стає частково залежним від страховиків, що є спільниками.

Отже, перестраховання дійсно є рішенням поставленої проблеми, тому що дозволяє на відміну від співстраховання поділити ризики, не поділивши клієнта.

Це цілком правильно у випадку масових ризиків, але й набагато менш вірно в галузі промислових ризиків.

Пропорційне ексцедентне перестраховання

Не залишаючи галузь пропорційного перестраховання, ми переступаємо тут границю ексцедентного перестраховання.



На відміну від чистого квотного перестраховання, утримання у страховика замість того, щоб бути чітко зафіксовано, може змінюватися за ризиками, а для деяких ризиків може досягати повного утримання.

Використовуючи попередні позначення, одержимо

$$X_i = \gamma_i X_i; P_i = \gamma_i P_i; \sigma_i = \gamma_i \sigma_i; T^2 = \sum \gamma_i^2 \sigma_i^2.$$

Розрахунок показує, що страховик, для того, щоб зберегти величину математичного очікування свого доходу і поліпшити свій коефіцієнт безпеки β , повинен встановлювати значення γ_i таким чином, щоб $\gamma_i P_i$ залишалось постійним, тобто по деяких ризиках γ_i буде дорівнювати 1 і утримання буде повним, тоді як для інших ризиків

$$\gamma_i C_i = C = const.$$

У відповідних договорах, оформляють таблицю рівнів утримання, величина яких зменшується із збільшенням інтенсивності ризику.

Представимо договір, що передбачає передачу в перестраховання ексцедента, рівного по величині 9 лініям (тобто 9-кратній величині власного утримання), і встановлює величину власного утримання в убуваючій залежності від застосовуваної до ризику ставки відповідно до наведеної нижче таблиці (табл. 6.1).

У цьому випадку ліміт підписання страховика (тобто максимальна страхова сума, на яку укладається договір страхування) буде 3 млн грн. для ризиків категорії *A*; 2,5 млн. грн. для ризиків категорії *B* і 1 млн. грн. для ризиків категорії *E*.

Якщо в категорії *B* страховик прийме на себе ризик у 1,5 млн. грн., його власне утримання складе 250 000 грн., а 1 250 000 грн., тобто 83,3 %, він передасть перестраховальникові. При ризику в 500 000 грн. він утримає 250 000 грн. і передасть перестраховальникові 250 000 грн., тобто 50 %. При ризику 200 000 грн. власне утримання складе всі 100 %.



Таблиця 6.1

Величина власного утримання в убуваючій залежності

Категорія ризику	Ставка премії, %	Величина власного утримання, грн.
A	до 1	300000
B	від 1 до 1,5	250000
C	від 1,5 до 2	200000
D	від 2 до 3	150000
E	вище 3	100000

Як і у випадку чистого квотного перестраховання, договір передбачає комісійні по перестрахованню.

Цей тип перестраховання дуже важкий з погляду управління. Комп'ютеризація спростила управління, особливо в тому, що стосується зміни рівня власного утримання і застосування нових значень до договорів страхового портфеля.

Існують труднощі, що стосуються ризиків, де сума гарантій не зазначена в цифрах. Однак, верхня межа гарантій завжди може бути визначена, але для страховика це викликає проблему визначення вартості перестраховання.

Непропорційне перестраховання

Найбільш розповсюдженою формою цього типу перестраховання є перестраховання ексцедента збитків.

У непропорційному перестрахованні розмір виплат перестраховальника визначається винятково величиною страхового випадку, а не часткою, установленою заздалегідь у залежності від страхової суми.



Страховик фіксує величину ліміту («пріоритету»), що він готовий оплатити при настанні страхового випадку. Частина збитку понад цей пріоритет, як правило, обмежена максимальною величиною, приймається на себе перестраховальником. Страховику залишається його пріоритет, плюс, можливо, та частина, що перевищує максимальну суму, встановлену в договорі.

Перевагами цього типу непропорційного перестрашування є, з одного боку, захист страховика на випадок настання великих страхових випадків, що можуть істотно позначитися на його результатах, і, з іншого боку, страховик не позбавляється премій, призначених для покриття дрібних страхових випадків. Крім того, адміністративне керування є дуже простим.

Якщо величина страхового випадку змінюється з часом, утримання страховика залишається попереднім, і перестраховальник приймає це збільшення на себе.

Тому, що участь перестраховальника не виражається фіксованим відсотком від величини збитку, а зростає при його збільшенні, то не може йти мови про те, щоб сплачувати встановлений *a priori* відсоток від премій за договором.

Перестраховальник установлює ціну ризику, що він бере на себе, а для того, щоб це зробити, йому необхідно одержати точні дані по портфелю і по «історії» страхових випадків.

Розрахунок вартості цього типу перестрашування дуже складний у випадку неоднорідного портфеля, тому перестраховальник встановлює верхню межу своїх зобов'язань та іноді виключає ризики, що дуже відрізняються від середнього.

Ці ризики тоді підлягають покриттю на факультативній основі.

Треба так само нагадати, що дуже часто для того самого портфеля існує і пропорційне покриття, і покриття ексцедента збитків.

Непропорційне перестрашування, головним чином, використовується в галузях, де є досить гомогенні (однорідні) ризики, такі як автомобільна цивільна відповідальність і галузь страхування збитків простих ризиків.



Перестраховання ексцедента збитків (Excess of Loss).

У рамках пропорційного квотного перестраховання ми визначили вплив відсотка цесії у на коефіцієнт безпеки страховика, а в рамках пропорційного перестраховання ексцедента сум був зроблений висновок про те, що величина власного утримання повинна бути постійна по всіх ризиках, тобто для самих дрібних ризиків відсоток цесії має бути нульовим.

Щоб розглянути перестраховання ексцедента збитків, спробуємо визначити величину власного утримання шляхом аналізу зміни показника результатів страховика.

6.7. Технічний аналіз випадкової величини показника результатів

Страховик намагається визначити елемент випадковості, пов'язаний зі страховими випадками, за допомогою визначення показника результатів a , рівного відношенню результатів R звітного періоду до суми премій P , отриманих у цьому звітному періоді:

$$a = \frac{R}{P}$$

Тут R — нетто-результат звітного періоду, тобто

$$R = Q - S,$$

де Q = Отримані премії – Комісійні – Загальні витрати цього звітного періоду + Фінансовий прибуток, отриманий в цьому звітному періоді.

S — загальна сума збитків, що наступили в цьому звітному періоді.



$$\text{Отже, } a = \frac{Q}{P} - \frac{S}{P}.$$

Показник результатів a є реалізацією, або значенням, що приймає в розглянутому звітному періоді випадкова величина A , оскільки Q і P — величини, що вважаються визначеними, а S — випадкова величина.

Математичне очікування A

$$E(A) = E\left(\frac{Q}{P}\right) - \frac{E(S)}{P} = \frac{Q}{P} - \frac{E(S)}{P}.$$

Дисперсія A

$$V(A) = V\left(\frac{S}{P}\right) = \frac{V(S)}{P^2}$$

Кращою оцінкою для $E(S)$ є величина збитків, що спостерігається, отже кращою оцінкою для $E(A)$ є показник результатів, що спостерігається — a .

Для того, щоб розрахувати $V(S)$ необхідно знати суму збитків, що наступили, згрупувати їх за підкатегоріями гомогенних (однорідних) ризиків і знайти для кожної S_i підкатегорії закон настання і розподілу збитків.

Тому що величини S_i збитків для кожної підкатегорії з погляду ймовірності незалежні, одержуємо:

$$V(S) = V(S_1) + V(S_2) + \dots + V(S_i) + \dots + V(S_k),$$

де S_i — випадкова величина суми збитків, що наступили, у підкатегорії i .

Застосування при страхуванні на випадок смерті

Це простий випадок, оскільки по одному ризику (застрахованій особі) можна одержати тільки один страховий випадок — смерть.



Якщо припустимо, що портфель містить тільки єдиного застрахованого на суму z з ймовірністю смерті q , розрахованої по таблицях смертності, то

$$E(S) = z \cdot q + 0 \cdot (1 - q) = z \cdot q.$$

Момент другого порядку

$$E(S^2) = z^2 \cdot q + 0 \cdot (1 - q) = z^2 \cdot q.$$

Відомо, що

$$V(S) = E(S^2) - (E(S))^2 = z^2 q - z^2 q^2 = z^2 q (1 - q).$$

Якщо ведуть справи N незалежних ризиків, що мають ту саму ймовірність смерті q (тобто той самий вік) і ту саму страхову суму, то

$$V(S) = Nz^2q(1 - q).$$

Нарешті, якщо ведуть справи

- N_{i1} — застрахованих ризиків зі страховою сумою z_1 ;
- N_{i2} — застрахованих ризиків зі страховою сумою z_2 ;
- N_i — застрахованих ризиків зі страховою сумою z_i з однаковою ймовірністю смерті q у всіх випадках

$$V(S) = q(1 - q) \sum N_i z_i^2.$$

Позначивши через $\frac{\sum N_i \cdot z_i^2}{\sum N_i} = M_2(z)$ момент другого порядку випадкової величини z — «величини страхової суми», а через $\sum N_i = N$ — загальне число ризиків, одержуємо:

$$V(S) = q(1 - q) N M_2(z) \text{ і } E(S) = M_1(S) = N q M_1(z).$$



Якщо ризики в портфелі мають ймовірності q_1, q_2, \dots, q_n , показники $V(S)$ і $E(S)$ одержуємо підсумовуванням.

Якщо при оцінці $V(S)$ вважають, що вираз $(1 - q)$ дуже близький до одиниці, одержують завищену оцінку $V(S)$, що визначається формулою:

$$V(S) = q M_2(z).$$

Використовуючи спостереження про n , страхові випадки, що наступили в даному році, суми яких s_1, s_2, \dots, s_n , їхня сума $s_1 + s_2 + \dots + s_n$ є реалізацією випадкової величини S .

Тим часом, $q = n$.

$$V(S) = n M_2(z).$$

Кращою оцінкою для дисперсії величини S , отже, буде

$$\hat{V}(S) = n \cdot m_2$$

де
$$m_2 = \frac{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2}{n}.$$

Дійсно, ця оцінка дисперсії S є незміщеною, тобто математичне очікування випадкової величини, що їй відповідає, дорівнює nm_2 . Сукупність s_1, s_2, \dots, s_n може розглядатися як вибірка розміру випадкових величин z («величини страхової суми»).

У той же час, $E(nm_2) = E(n) E(m_2)$, але $E(n) = q$,

$$E(m_2) = E(M_2(z)) \cdot (n - 1) / n.$$

Однак n досить велике, тому можна замінити $(n - 1)$ на n , отже

$$\hat{V}(S) = n \cdot \frac{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2}{n} = s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2$$

Оцінка для дисперсії показника результатів A

$$\hat{V}(A) = \frac{\hat{V}(S)}{P^2} = \frac{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2}{P^2}.$$

Оцінка дорівнює відношенню суми квадратів величин страхових випадків для даного року на квадрат суми премій.

Оцінка стандартного відхилення показника результатів A

$$\hat{\sigma}(A) = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2}}{P}.$$

Застосування для категорій страхування, відмінних від страхування на випадок смерті

Припустимо, протягом одного року є тільки один ризик (застрахований об'єкт). По цьому ризику може відбутися D_0 страхових випадків з величинами s_1, s_2, \dots, s_k чи L страхових випадків з величинами s_1, s_2, \dots, s_l .

Отже є дві, у принципі, незалежні випадкові величини: число страхових випадків K і величина страхового випадку Z .

Випадкова величина, що нас цікавить, — S — це сума по страхових випадках, що підлягає врегулюванню, реалізацією якої може бути

$$s_1 + s_2 + \dots + s_k \text{ або } s_1 + s_2 + \dots + s_l.$$

Розрахунок дозволяє показати, що

$$E(S) = E(K) M_1(Z) \text{ і } V(S) = E(K) V(Z) + V(K) M_1^2(Z).$$

Випадкова величина K підлегла, у загальному випадку, закону Пуассона.



Тоді $V(K) = E(K)$.

Отже, $V(S) = E(K) (V(Z) + M_1^2(Z))$.

У той же час $V(Z) = E(Z^2) - (E(Z))^2 = E(Z^2) - (M_1(Z))^2$.

Отже, $V(S) = E(K) M_2(Z)$.

Якщо ведуть справи N незалежних ризиків, кожен з них буде мати те саме середнє число страхових випадків $E(K)$ і однакову величину моменту другого порядку для розподілу величини страхових випадків.

Отже, $V(S) = N E(K) M_2(Z)$ і $E(S) = N E(K) M_1(Z)$.

Якщо за цими N ризиками спостерігають протягом одного року і зафіксували n страхових випадків з величинами

$$s_1, s_2, \dots, s_n, \text{ то } n = N E(K) \text{ і } M_2(Z) = \frac{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2}{n}$$

$$\text{Отже, } V(S) = s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2$$

$$E(S) = E(S) = n \cdot \frac{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2}{n} = s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2$$

У цьому випадку також оцінка дисперсії показника результатів A буде:

$$\hat{V}(A) = \frac{\hat{V}(S)}{P^2} = \frac{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2}{P^2}$$

і оцінка стандартного відхилення A

$$\hat{\sigma}(A) = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2}}{P}$$

Випадок кумулятивних збитків

Для деяких категорій подій, таких як град чи буря, ризики в портфелі не є незалежними *a priori*, тому що може бути задіяний не один ризик. Отже, більше неможливо скласти дисперсії N ризиків.

У цьому випадку необхідно спостерігати протягом декількох років загальну величину збитків S_1, S_2, \dots, S_p і загальну величину щорічних премій P_1, P_2, \dots, P_p .

Відношення $\frac{S_1}{P_1}, \frac{S_2}{P_2}, \dots, \frac{S_p}{P_p}$ є реалізаціями випадкової величини S/P .

Розраховують стандартне відхилення цієї величини, наприклад, 30 %.

Щоб розрахувати $V(S)$ для розглянутого року, досить визначити суму премій, що належать до спеціальної категорії (наприклад, по страхуванню на випадок градуобую), помножити на 30 %, і потім, щоб одержати дисперсію для випадку градуобую, звести в квадрат. Цей розрахунок, у якому використовуються послідовні значення щорічних премій P_1, P_2, \dots, P_p , неявно включає вплив ринку і управління і дає завищене значення дисперсії.

Теоретичний результат

Дисперсія загальної величини збитків за визначений рік, де спостерігаються збитки s_1, s_2, \dots, s_k , дорівнює сумі квадратів збитків, за винятком випадків кумулятивних збитків, для яких дисперсія дорівнює квадрату визначеного відсотка від премій.

Квадратний корінь з дисперсії, ділений на суму премій, дає оцінку для стандартного відхилення показника результатів.

Зразок застосування премії та стандартного відхилення результату у розрахунках наведено у табл. 6.2.



Таблиця 6.2

Застосування премії та стандартного відхилення
результату у розрахунках (P – премія, млн. грн.;
 σ — стандартне відхилення результату, % від премії)

Види страхування	Рік 1		Рік 2		Рік 3		Рік 4	
	P	σ	P	σ_a	P	σ_a	P	σ_a
Ушкодження обладнання	4,1	9,2	5,0	20,6	5,8	19,4	7,0	18,3
Град	5,0	30,0	5,7	30,0	7,0	30,0	7,6	30,0
Цивільна відповідальність	40,7	2,7	51,5	2,7	59,8	4,0	73,0	2,6
Пожежа — промислові ризики	12,3	13,6	17,2	8,0	21,4	8,9	25,7	8,0
Пожежа –прості ризики	33,1	6,3	38,6	4,3	44,0	2,6	51,4	3,9
Викрадення	5,9	5,6	8,0	4,4	9,8	4,1	12,4	3,0
Особисте страхування	22,7	1,4	27,3	1,8	33,2	2,0	41,9	1,5
Автомобілі	235,4	1,4	274,0	1,4	307,8	1,2	335,5	1,0
Всього	359,2	1,3	427,4	1,2	488,8	1,1	554,5	1,0

6.8. Вплив кількості ризиків на стандартне відхилення показника результатів

Якщо переходять від N ризиків до N' ризиків того ж виду, можна припустити, що якщо $N' / N = K$, то $\sum S_i^2$ стає рівним $K \sum S_i^2$, а P стає рівним KP . Нове стандартне відхилення



$$(\sigma'(A))^2 = \frac{K \sum S_i^2}{K^2 P^2} = \frac{(\sigma(A))^2}{K} \text{ і } \sigma' = \frac{\sigma}{\sqrt{K}}$$

Таким чином, якщо кількість застрахованих ризиків збільшується на 10 % у рік, до кінця третього року одержуємо

$$K = 1,13 = 1,331 \text{ і } \sqrt{K} = 1.153, \text{ отже, } \sigma' = 0.87\sigma$$

Отже, збільшення числа ризиків зменшує дисперсію.

Вплив інфляції на стандартне відхилення показника результатів

Якщо I — це коефіцієнт інфляції, можна представити, що для постійного портфеля $s_i = Is_i$ і $P' = IP$.

$$\text{Отже, } (\sigma'(A))^2 = \frac{I^2 \sum S_i^2}{I^2 P^2} = (\sigma(A))^2 \text{ і } \sigma' = \sigma.$$

Інфляція не впливає на стандартне відхилення показника результатів.

Вплив величини ліміту підписання на стандартне відхилення показника результатів

Припустимо, що страховик вирішив збільшити в 2 рази свій ліміт підписання по страхуванню пожежі — промислові ризики у порівнянні із ситуацією 4-го року, протягом якого було зібрано 25,7 млн премій, з дисперсією, рівною $(25,7 \cdot 10^6 \cdot 8\%)^2 = 4,23 \cdot 10^{12}$, (стандартне відхилення 8 % від суми премій).



Після збільшення ліміту підписання, припустивши, що ефект від цього рішення був повний і негайний, страховик зараз одержить у 2 рази більше премій, тобто додатково ще $25,7 \cdot 10^6$ грн.

Що стосується збитків, можна припустити, що кожний збільшується в 2 рази, отже дисперсія збільшується на 4. Збільшення дисперсії, отже, дорівнює

$$4,23 \cdot 10^{12} \cdot 3 = 12,69 \cdot 10^{12}.$$

До зміни ліміту, загальна дисперсія була:

$$(554,5 \cdot 10^6 \cdot 1\%)^2 = 30,7 \cdot 10^{12}.$$

Після зміни вона стала

$$\frac{30,7 \cdot 10^{12} + 12,69 \cdot 10^{12}}{(554,5 \cdot 10^6 + 25,7 \cdot 10^6)^2} = \frac{43,44 \cdot 10^{12}}{(580,2 \cdot 10^6)^2} = \frac{43,44}{(580,2)^2}$$

Нове стандартне відхилення показника результатів

$$\sigma(A) = \frac{6,5909}{580,2} = 1,14\%$$

замість 1 %, як було до цього.

Відзначають слабку чутливість σ загального стандартного відхилення до великих змін ліміту підписання в одній підкатегорії, відносна «вага» якої невелика (5 % від загальної суми премій).

6.9. Формування портфеля

При створенні компанії спираються на результати, отримані іншими компаніями, наприклад, тих, чії результати були представлені в таблиці.

Наприклад, страхуючи автомобілі і прості ризики, хочемо зібрати 6 млн грн. по автомобілях і 4 млн грн по простих ризиках.

По автомобілях будемо мати $\frac{6}{335,5} \approx \frac{1}{50}$ від числа ризиків у портфелі

компанії, прийнятої за еталон (одиничні премії по ризиках передбачається однаковими), стандартне відхилення результату буде помножено на \sqrt{K} у порівнянні зі стандартним відхиленням компанії, прийнятої за еталон, тобто

$$1\% \cdot \sqrt{50} = 1 \cdot 7.07 \approx 7\%.$$

Дисперсія по страхуванню автомобілів буде:

$$(0,07 \cdot 6 \cdot 10^6)^2 = 0,18 \cdot 10^{12} \text{ грн.}$$

Для простих ризиків одержимо:

$4/51,4 = 0,08$ від числа ризиків еталонної компанії.

Стандартне відхилення буде помножене на $\sqrt{\frac{100}{8}}$ тобто

$$3,9 \cdot \sqrt{\frac{100}{8}} = 3,90 \cdot 3,53 = 13,8\%$$

Дисперсія у випадку простих ризиків буде:

$$(0,138 \cdot 4 \cdot 10^6)^2 = 0,3 \cdot 10^{12} \text{ грн.}$$

У підсумку $V = 0,18 \cdot 10^{12} + 0,3 \cdot 10^{12} = 0,48 \cdot 10^{12}$ грн.

Стандартне відхилення показника результатів по портфелю

$$\sigma = \frac{0,7 \cdot 10^6}{(6+4) \cdot 10^6} = 7\%.$$



6.10. Коефіцієнт безпеки ймовірності розорення

Коефіцієнт безпеки страховика

$$\beta = \frac{K + E(G)}{T},$$

де K — капітал, призначений для покриття ризиків.

$E(G)$ — математичне очікування доходу страховика, або $a \cdot P$,
де a — математичне очікування показника результатів;

T — стандартне відхилення суми збитків, або $\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2}$,
яке можна замінити на P , де σ — стандартне відхилення
результатів страховика.

$$\text{Тоді } \beta = \frac{K + aP}{\sigma P}.$$

Позначимо через R результат звітного періоду, математичне очікування якого aP . Тоді страховик хоче побачити свій капітал K , витрачений на покриття негативних результатів, тобто ймовірність розорення, була б менше деякої величини, наприклад, 1%, що можна виразити нерівністю

$$P_r((K + R) < 0) < 1\%.$$

Якщо припустити $\frac{R + aP}{\sigma P} = \zeta$, одержуємо $P_r((K + aP +$
 $+ \zeta \sigma P) < 0) < 1\%$ або $P_r(\zeta < -\frac{K + aP}{\sigma P}) < 1\%$.

Нерівність Чебишева

$$P_r(|\zeta| > 10) < \frac{1}{10^2} = 1\%,$$

що відповідає $P_r(\zeta < -10) < 1\%$ і $P_r(\zeta > 10) < 1\%$.



Це означає, що коефіцієнт безпеки β повинний принаймні бути рівним 10, тому що

$$-\beta = -\frac{K + aP}{\sigma P}$$

Найчастіше можна припустити, що ζ підпорядковане нормальному закону розподілу. Тоді значення ζ , що відповідає 1 % складає усього 2,4, отже, $\beta \geq 2,4$

Зазвичай приймають $\beta \geq 4$.

Практичне використання при формуванні портфеля

Ми тільки що розглянули приклад, де планований збір премій складає 10 млн грн. із стандартним відхиленням результату 7 %.

Якщо представити, що показник результату по подібному до портфеля 3 %, одержимо;

$$\beta = \frac{\frac{K}{10} + 3}{7} \geq 4.$$

що дає $K/10 = 25$ %, тобто $K = 2,5$ млн грн.

Якщо прийняти $\beta = 10$, то $K = 6,7$ млн грн.

Утім відзначають: стандартне відхилення бухгалтерського результату, що включає вплив усіх факторів, здатних впливати на результат, крім фактора «аварійності», значно вище стандартного відхилення тільки по збитках. Здається обґрунтованим вимога, щоб величина капіталу K , призначеного для покриття ризиків, стосовно величини статутного капіталу була б у такому ж співвідношенні, у якому стандартне відхилення по збитках належить до стандартного відхилення бухгалтерського результату.



Компанія тоді повинна була б мати у своєму розпорядженні статутний капітал рівним 3-, навіть 4-кратному значенню, розрахованому для K .

Якщо це неможливо, то тільки перестраховання дозволяє вирішити цю проблему.

Рівень власного утримання при перестрахованні ексцедента збитків

Коефіцієнт безпеки β може бути записаний як

$$\beta = \frac{K + aP}{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2}} = \frac{K + aP}{\sqrt{\sum s_i^2}}$$

При перестрахованні ексцедента збитків страховик залишає в себе тільки одну частину кожного збитку. Нехай $\theta_i s_i$ — частка страховика в збитку s_i , де $0 < \theta_i < 1$.

Винагорода перестраховальника представлена ставкою r_i , що припускають застосувати до суми, що він узяв на себе. Таким чином, при збитку s_i винагорода перестраховальника

$$r_i (1 - \theta_i) \cdot s_i.$$

Значення r_i залежить від стану ринку перестраховання, вона може змінюватися від 5 до 20 %.

Після перестраховання нове значення коефіцієнта безпеки

$$\beta' = \frac{K + aP - \sum r_i (1 - \theta_i) s_i}{\sqrt{\sum \theta_i^2 s_i^2}},$$

а прагнуть до того, щоб $\beta \geq 4$.

Існує нескінченна кількість рішень $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$, які дозволяють одержати встановлене значення β .

Те рішення, що обере страховик, буде відповідати мінімуму суми внесків перестраховальникові, тобто мінімуму $\sum r_i(1 - \theta_i)s_i$, щоб залишити в себе максимум премій.

Рішення має вигляд $\theta_i = p\lambda_i$, де $\lambda_i = \frac{r_i}{s_i}$

Значення p визначається з виразу

$$p = \frac{K + aP - \sum r_i s_i}{4\sqrt{A - A}}, \text{ де } A = \sum r_i^2.$$

Шуканий оптимум ні в якому разі не включає $\theta_i = 0$, тобто ніякий збиток не повинний бути переданий перестраховальникові повністю.

Якщо $r_1 = r_2 = r_i = r$, то $\theta_i = p \frac{r}{s_i}$, що дає $\theta_i s_i = \text{const}$.

Рівень власного утримання однаковий для всіх ризиків.
 Значення p визначається по відношенню

$$p = \frac{K + aP - r \sum s_i}{4\sqrt{nr^2 - nr^2}}.$$

Для того, щоб визначити цю однакову величину утримання, *a priori* установлюють величину D , потім збитки ранжирують по убутанню їхніх величин і розраховують суму

$$D^2 + \dots + D^2 + s_k^2 + \dots + s_n^2 = \delta^2.$$

Потім розраховують суму внесків перестраховальникові:

$$r(s_1 - D) + r(s_2 - D) + \dots + r(s_{k-1} - D) = R.$$

Далі розраховують $\beta = \frac{K + aP - R}{\sqrt{\delta^2}}$



Якщо β істотно перевищує 4, розрахунок повторюють при більш високому значенні D .

На практиці відзначають, що рівень власного утримання знаходиться в межах від 1 до 2 % від величини власних фондів страховика, чи від 1 до 3 % від суми зібраних премій по страхуванню на випадок пожежі й аварій до 5 % у галузі страхування перевезень.

6.11. Перестраховування річного ексцедента чи збитків Ексцедента збитковості (величини збитків, ділених на суму премій)

Відповідний англійський термін — «Stop Loss».

Перестраховальник бере участь у покритті збитку, коли сума збитків, що наступили протягом року, перевищує деяку величину.

Страховик зберігає в себе свої збитки до суми в 90 % і навіть 100 % від суми своїх премій, а понад це до суми 30 %, 40 % — 200 % від суми премій покриває перестраховальник.

Перестраховування більше не зв'язане з окремими ризиками, і премія по перестраховуванню розраховується заздалегідь.

Технічний підхід

Розрахунок вартості такого перестраховування проводиться відповідно до закону розподілу ймовірності суми збитків.

У випадку масових ризиків, таких як страхування приватних осіб, які є численними, швидше за все незалежними і мають величини того самого порядку, можна зробити припущення, що сума збитків S підпорядкована нормальному закону.

Нехай P — сума зібраних премій, S — сума збитків, T — середньоквадратичне відхилення, C — сума утримання страховика. Одержуємо

$$P_r(x < \frac{S-P}{T} < x + dx) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

Для перестраховальника, що повинен буде оплатити суму $(S - C)$, якщо S більше C , ризик визначається в такий спосіб:

$$\begin{cases} 0, \text{ якщо } S < C, \text{ тобто } \frac{S-P}{T} < \frac{C-P}{T} \\ Z = S - C, \text{ якщо } S > C, \text{ тобто } \frac{S-P}{T} > \frac{C-P}{T} \end{cases}$$

Чиста премія по перестрахованню буде визначатися по рівності:

$$\Pi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{C-P}{T}}^{\infty} (x - C) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{C-P}{T}}^{\infty} x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} dx - C \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{C-P}{T}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$\text{Якщо припустити } \psi(y) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_y^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

$$\text{Одержуємо } \Pi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{C-P}{2T^2}} - C \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} (1 - \psi(\frac{C-P}{T})).$$

Цей вираз легко розрахувати, завдяки наявності таблиць функції $\psi(y)$.

Незважаючи на те, що необхідні розрахунки для висновку договору перестраховання Stop Loss досить складні, цей тип перестраховання широко розповсюджений через простоту використання.

Період врегулювання страхових випадків дає деяку невизначеність для перестраховальника через існування інфляції, що погано піддається прогнозуванню, щорічні відсотки якої можуть до кінця



терміну збільшити його витрати. Звичайно, до цієї невизначеності додається невизначеність, пов'язана із судовою практикою по цивільній відповідальності.

Це та причина, через яку взаємна довіра між страховиком і перестраховальником є істотним чинником, оскільки стан договорів періодично повинний уточнюватися повністю за всіма роками.

6.12. Приклад програми перестраховання для випадку масових ризиків.

Компанія, що займається видами страхування, відмінними від страхування життя, збрала наступні суми премій:

- страхування автомобілів: 380 000 договорів, виписані премії 740,04 млн грн.;
 - збиток майну приватних осіб: 430 000 договорів (переважно «мультиризики житла»), виписані премії 333,25 млн грн.
- Усього по всіх галузях разом зібрано 2417 млн грн.

Приведена нижче табл. 46 представляє для розглянутих нами галузей показники рахунка господарської діяльності до і після перестраховання.

Ця відносно молода компанія, створена 25 років тому, розвивала свій механізм перестраховання, досягши в даний час такого положення.

1. У страхуванні автомобілів використовується перестраховання ексцедента збитку з рівнем власного утримання 6 млн грн по одному збитку чи події. Про подію ставало відомо приблизно через 48 год. у випадку пожежі, через 72 год. — про бурі, через 168 год., якщо справа стосується гарантії на випадок повені.
2. У цій компанії гарантії по цивільній відповідальності, засобів транспорту, цивільній відповідальності в рамках домовленості

«мультиризика житла» (цивільна відповідальність голови родини), загальної цивільної відповідальності також складають предмет договору перестрахування. Перестраховальник бере участь в оплаті страхових випадків, починаючи з 6 млн грн. і без верхньої межі.

3. За гарантіями на випадок збитку, договір ексцедента сум діє до сум у 100 млн грн, що являє собою 5 ліній (5-кратний розмір власного утримання страховика). Понад рівень власного утримання в 20 млн грн. перестраховальник цілком оплачує величину перевищення. До 20 млн грн передається квота в 20 %, а 80 % залишається в страховика.
4. За ризиками природних катастроф, за якими установлена премія в розмірі 9 % від премій по страхуванню збитку, компанія передає по квотному перестрахуванню 40 % премій і ризиків «природних катастроф» по договорах страхування автомобілів. Залишаються в себе 60 %, додані до ризиків того ж виду за іншими договорами, перестраховуються без обмеження понад договору перестрахування Stop Loss, укладеного на суму до 200 % від величини зібраних премій.

Подія вважається природною катастрофою після опублікування або оголошення, тому страхові випадки при їхньому настанні відносяться в рубриці «Збиток» і переносяться в рубрику «Природні катастрофи» після публікації або оголошення.

6.13. Приклад програми перестрахування для випадку промислових ризиків

Страховик, раз вже він знаходиться в безпеці стосовно ризику («небезпеки»), тобто забезпечений відповідним перестрахуванням, повинен переконатися, що його власні фонди достатні для того, щоб покрити максимально можливий збиток, що має шанс відбутися принаймні 1 на 100.

Таблиця 6.3

Рахунок господарської діяльності до і після перестраховання
До перестраховання

Галузь страхування	Виписані премії	Отримані премії	Витрати на страх. випадки	Технічний результат		Витрати на управління	Фінансовий прибуток	Бухгалтерський результат	
	млн грн.	млн грн.	млн грн.	млн грн.	% від виписаних премій	млн грн.	млн грн.	млн грн.	% від виписаних премій
Автомобілі	740,48	699,88	552,642	147,238	19,9	144,179	56,132	59,191	8,0
Мультиризики житла	333,25	302,981	225,091	77,89	23,4	78,587	16,303	15,606	4,7

Після перестраховання

Галузь страхування	Бухгалтерський результат до перестраховання		Переда-ні премії	Участь пере-страху-вальника у виплатах по збитку	Комі-сійні по пере-страху-ванню	Результат після перестраховання	
	млн грн.	% від випис. премій				– млн грн.	+ млн грн.
Автомобілі	59,191	8,0	14,480	16,696	1,499	62,906	8,5
Мульти-ризики житла	15,606	4,7	63,724	41,937	15,352	9,171	2,8



Якщо позначити через σ' стандартне відхилення показника бухгалтерського результату, а через K' — власні фонди, а коефіцієнт безпеки установити рівним 4, то

$$K' + aP > 4\sigma'P, \text{ тобто } \frac{K'}{P} > 4\sigma' - a.$$

Якщо $\sigma' = 4\%$, $a = 3\%$, $P = 600$ млн грн., одержуємо $\frac{K'}{600} > 16 - 3$, $K' > 600 \cdot 0.13$, тобто $K' > 78$ млн грн.

Не зважаючи на проведений вище розрахунок, європейська директива в галузі страхування, відмінного від страхування життя, передбачає, що 16 % від виписаних премій без анулювань за останній звітний період, якщо їхня сума перевищує 10 млн розрахункових одиниць, чи 18 %, якщо їхня сума менше цієї величини, відкориговані за допомогою коефіцієнта перестраховування (рівного відношенню суми збитків, що підлягають оплаті з урахуванням перестраховування (тобто «після перестраховування»), до повної суми збитків, що підлягають оплаті), повинні бути менше власних фондів компанії, збільшених, можливо, зі спеціальної згоди на величину неявних прибутків активів і перевищення технічних резервів.

Другий розрахунок проводиться, виходячи з 23 % рівня від середньої витрати на страхові випадки за останні 3 звітних періоди, скоригованих на коефіцієнт перестраховування, визначений вище.

Приймається найбільший із двох отриманих результатів.

У табл. 6.4 показані галузі страхування, відмінні від страхування життя.

6.14. Промислові ризики

Характеристики ризику в сфері актуарних розрахунків

Основні принципи визначення ставки чистої премії, розглянуті для випадку масових ризиків автомобільних транспортних засобів чи «мультиризиків житла», залишаються в силі.



Таблиця 6.4

Галузі страхування, відмінні від страхування життя, та перерозподіл страхування

Галузь страхування	Розподіл перестраховання, %
Автомобілі	27,5
Тілесні пошкодження — хвороба	17,5
Пожежа	19,3
Перевезення	3,9
Загальна цивільна відповідальність	9,4
Інше	22,4

Чиста премія є добутком частоти страхових випадків на їх середню вартість, або, якщо можна, на страхову суму; ставка чистої премії є добутком частоти настання страхових випадків на середню збитковість («відсоток збитку») страхових випадків.

Нагадаємо також, що якщо портфель містить N ризиків і може розглядатися як вибірка об'єму N , узятя із сукупності застрахованих об'єктів, дисперсія частоти f зареєстрованих страхових випадків

$$V(F) = \frac{f(1-f)}{N},$$

що, як ми вже бачили, при рівні безпеки 5 % змушує враховувати, що частота знаходиться в межах

$$f \pm 1,96 \sqrt{\frac{f(1-f)}{N}}.$$

Зрозуміло, що за розглянутими промисловими ризиками сукупність застрахованих об'єктів обмежена кількісно. Об'єм N портфеля обмежений ще більше. Стандартне відхилення зростає, приводячи до неприйнятної невизначеності величини ставки чистої премії.

Якщо додати, що фактор «середньої вартості» має також великий розкид значень від декількох тисяч гривень до декількох сотень мільйонів гривень, то стають зрозумілими масштаби невизначеності, з якими страховику доводиться мати справу.

Загальні статистичні дані

Якщо обмежитися розглядом випадків пожежі, то в той час як відзначається швидкий розвиток за іншими застрахованими подіями, таких як виробничі втрати чи різні види цивільної відповідальності (за вироблену продукцію, забруднення навколишнього середовища і т. ін.), наведені нижче цифри дають представлення про структуру ризику (табл. 6.5), а також про середні ставки, що спостерігаються на ринку чистої премії (табл. 6.6).

Таблиця 6.5

Промислові і комерційні ризики

Рік	Кількість договорів	Страхові суми, млрд грн.	Отримані премії, млн грн.	Сума збитків, млн грн.
1-й	97400	3832	4431	3527
2-й	95500	3975	4500	3310
3-й	91700	4054	4274	3669



Таблиця 6.6

Середні ставки, що спостерігаються на ринку чистої премії

Рік	Середня ставка, в промілях (‰)
1-й	0.92
2-й	0.83
3-й	0.90

Неоднорідність ринку може бути охарактеризована наступними цифрами.

Кількість застрахованих ризиків вартістю понад 100 млн грн — 5,8 % від загального числа, тоді як відповідні їм страхові суми становлять 66,8 % від загальної суми.

Розподіл страхових випадків пожежі в промислових ризиках у 2003 р. показаний у табл. 6.7.

Необхідно для страховика мати для таких ризиків як можна більш тривалий період спостереження за їх поведінням.

Існує нагальна потреба організувати колективну систему спостережень за ризиками і за допомогою неї нормалізувати структуру.

Метод тарифікації

Було створено кілька підходів для того, щоб спробувати оцінити ймовірну розумну вартість ризику.

«Усікання»

Як ми вже бачили, дуже великі страхові випадки серйозно порушують технічну рівновагу, а також уявлення про середню величину ризику, використовувану при тарифікації, і можна придумати, щоб для цих виняткових ризиків створювався б резерв, який формується за рахунок надбавки на безпеку, що покривав би «зрізану» частину цих збитків.

Таблиця 6.7

Розподіл страхових випадків пожежі в промислових ризиках

Вартість страхового випадку у тис. грн.	Кількість страхових випадків		Врегульовані суми	
	Кількість	% від загального числа	млн грн.	% від загальної суми
від 10 до 100	2 190	59,90	75	2,1
від 100 до 500	766	20,90	163	4,5
від 500 до 1000	201	5,50	138	3,8
від 1000 до 5000	343	9,40	770	21,0
від 5000 до 10000	83	2,20	574	15,7
від 10000 до 50000	66	1,80	1 284	35,1
від 50000 до 100000	7	0,20	509	13,9
більше 100000	1	0,03	145	3,9
Всього	3657	100,00	3658	100,00

Тоді треба визначити рівень «зрізу». Для того, щоб зробити це, необхідно проаналізувати розподіл страхових випадків за як можна більш довгий період і визначити по ньому середню величину m і стандартне відхилення цієї величини.

Установивши конкретний рівень безпеки, по нерівності Чебишева визначають величину, що має менш K % шансів бути перевищеною:

$$P_r(|x - m| > 1\sigma) < \frac{1}{t^2}, \text{ де } K = \frac{1}{t^2}.$$

Якщо, наприклад, установити $K = 1$ %, одержують

$$1/t^2 = 0,01, t = 0,1, \text{ звідки } x = m + 0,1\sigma.$$



Усі збитки, що перевищують цю величину, будуть «зрізані», починаючи з цієї величини.

Наступний приклад (табл. 6.8) спирається на 10-річні спостереження.

Таблиця 6.8
Розрахунок «зрізаних» збитків

Інтервали сум тис. грн.	Ризик А		Ризик В	
	Кількість страхових випадків	Частота страхових випадків	Кількість страхових випадків	Частота страхових випадків страхових случаев
від 100 до 300	29	27,0	13	15,5
від 300 до 500	19	44,5	11	28,5
від 500 до 1000	25	67,5	19	51,0
від 1000 до 1500	11	77,8	4	56,0
від 1500 до 2500	9	86,0	14	72,5
від 2500 до 5000	8	93,5	13	88,0
від 5000 до 10000	4	97,2	7	96,5
більше 10000	3	100,0	3	100,0
Всього	108		84	
Середня величина, млн грн.	2,0		2,7	
Стандартне відхилення	3,6		3,9	

Для ризику *A* «усікання» буде проводитися, починаючи з величини

$$2 + 3,6 \cdot 1 / \sqrt{0,01} = 2 + 3,6 / 0,1 = 38 \text{ млн грн.}$$

Для ризику *B* «усікання» буде проводитися починаючи з величини

$$2,7 + 3,9 \cdot 1 / \sqrt{0,01} = 2,7 + 3,9 / 0,1 = 41,7 \text{ млн грн.}$$

Виходячи з цих значень, можна на основі «історії» розрахувати загальні витрати, представлені «зрізаними» частинами, і співвіднести їх із сумою премій для того, щоб визначити середній відсоток надбавки на безпеку.

Підхід через аналіз частот

Можна також вивчити кількісний розподіл великих страхових випадків. Наприклад, за шість звітних періодів (табл. 6.9).

Таблиця 6.9

Кількісний розподіл великих страхових випадків

Величина збитків млн грн.	Кількість страхових випадків за звітні періоди						Середнє число	Дисперсія
	рік 1	рік 2	рік 3	рік 4	рік 5	рік 6		
Більше 10	52	53	50	63	47	60	54,5	32,0
До 20	24	17	13	19	20	21	19,0	14,0
До 30	13	5	10	8	11	12	9,8	8,6
Більше 50	2	0	6	5	3	4	3,3	4,6



Якщо допустити, що кількість збитків, що перевищують 50 млн грн., розподілено за законом Пуассона із середнім, рівним 3, то ймовірність одержати, наприклад, 6 таких страхових випадків — 3,4 %. Якщо такий рівень безпеки вважається достатнім, одержують 6 збитків величиною понад 50 млн грн. замість 3. Отже, треба відкласти в резерв 3 \times 50 млн грн., тобто 150 млн грн. — величина, що при розподілі на суму премій, зібраних за 6-й рік, дасть відсоток надбавки на безпеку.

Якщо задовольнитися рівнем безпеки 8 %, то буде вважатися, що зможуть відбутися 5 страхових випадків по 50 млн грн. замість 3, тобто треба створити резерв у 100 млн грн.

Підхід через аналіз сум дуже великих збитків

Можна також представити, що кількість збитків, що перевищують по величині 50 млн грн., дорівнює середньому значенню, що спостерігається, тобто 3, їхня індивідуальна вартість більше 50 млн грн.

Статистичні дані показують, що з трьох страхових випадків, які перевищують по величині 50 млн. грн, один обходиться дорожче 100 млн грн. Можна вважати, що їхня кількість відповідає біноміальному закону з $p = 1/3$. Таблиці показують, що при рівні безпеки 96 % можна одержати 3 збитки понад 100 млн грн. замість одного, що відповідає резерву, який необхідно сформувавши, у розмірі 200 млн грн.

Відсоток надбавки на безпеку, як правило, встановлюється в розмірі 5 % від суми виписаних премій.

Підхід через аналіз тенденції

Аналіз тенденції «аварійності» за методом лінійної регресії, застосовуваної до щорічних витрат за страховими випадками, погано

підходить до промислових ризиків. Коефіцієнт кореляції $R^2 = \frac{\sum (y_i' - y)^2}{\sum (y_i - y)^2}$, що дуже часто виявляється нижче 0,7, незадовільний і не дозволяє здійснити бажану екстраполяцію.

Отже, намагаються використовувати інші параметри:

- накопичену суму збитків,
- накопичену ставку чистої премії.

Метод залишається той же самий: визначити тенденцію, якщо вона існує і екстраполювати її на майбутні звітні періоди для того, щоб визначити тариф.

Спроби лінійного вирівнювання накопиченої суми збитків у деяких випадках можуть виявитися успішніші, ніж вирівнювання накопиченої ставки чистої премії.

Метод правдоподібності. Рамки застосування і принцип

Принцип теорії правдоподібності полягає у визначенні, виходячи із сукупності індивідуальних даних, що можуть сильно розрізнятися, від показника, який включає в себе цей розкид.

Ця техніка спеціально пристосована для випадку, коли класи (розряди) містять невелике число ризиків.

Вона базується на ідеї визначення тарифів за договором у рамках одного класу, шляхом додання вагових коефіцієнтів до даних, що належать до класу із сукупності, і даних, що належать до конкретного договору, у вигляді

$$(1 - z) m + zX_i.$$

У цій формулі m — чиста премія за сукупністю ризиків, а X_i — середня величина витрат за страховими випадками для розглянутого договору протягом t років спостереження.



Коефіцієнт z , названий коефіцієнтом правдоподібності, — це число від 0 до 1 і тим ближче до 1, чим більш правдоподібні (надійні) дані стосовно договору страхування.

Для визначення z потрібно мати у своєму розпорядженні досить тривалий період спостережень для того, щоб результати були показовими.

Користь даного методу ілюструється наступним простим прикладом. Розглянемо сукупність із 20 ідентичних договорів, що відповідають незалежним ризикам.

Збитки, що можуть відбутися по кожному з договорів, мають значення 1 (одиниця).

Їх настання протягом конкретного року підпорядковане закону Бернуллі з ймовірністю отримати страховий випадок рівною θ , і з ймовірністю не мати їх, тобто $(1 - \theta)$.

Протягом 10-літнього періоду зареєстрували наступну історію «аварійності» (табл. 6.10).

Усього по сукупності з цих 20 договорів було зареєстровано 29 страхових випадків, що відповідає річній середній чистій премії по одному договору:

$$29/(20 \cdot 10) = 0,145.$$

Можна помітити, що якби виключили з розгляду договори 9, 11 і 17, то для 17 договорів, що залишилися, одержали б чисту премію

$$14/(17 \cdot 10) = 0,83,$$

яка істотно нижче попереднього значення.

Тоді можна задатися питанням: чи є портфель, однорідний *a priori*, неоднорідним *a posteriori*?

Щоб довідатися про це, застосуємо критерій χ^2 .

Нехай θ_j — параметр Бернуллі для j -го договору; $\hat{\theta}_j$ — незміщена оцінка θ_j ; $\hat{\theta}_j$ — кількість страхових випадків, що відбулися по j -му договору, поділена на 10 (кількість років).



Одержуємо

$$\hat{\theta} = \frac{1}{20} \sum_{j=1}^{20} \hat{\theta}_j = 0,145.$$

Тепер перевіримо гіпотезу повної однорідності

$$\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_j = \dots = \theta_{20}.$$

Вираз $\chi^2 = 10 \sum_{j=1}^{20} \frac{(\theta_j - \theta)^2}{\theta(1 - \theta)}$ підпорядкований закону розподілу

χ^2 з 19 ступенями свободи.

Вираз для χ^2 , розрахований за даними табл. 6.10, дає значення 49,16, тоді як таблиця розподілу χ^2 для випадку з 19 ступенями свободи при рівні значимості 5 % дає 30,1.

Таблиця 6.10

Зареєстрована історія «аварійності»

Рік	Номер договору																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1			1								1						1	1		
2							1		1		1							1		
3			1					1		1	1									
4																		1		
5										1		1								
6						1				1			1							
7										1								1		
8												1		1						
9						1					1		1							
10										1			1					1		1
Всього	0	0	2	0	2	0	2	0	6	1	4	3	1	1	0	0	5	1	1	0



Отже, доводиться відкинути гіпотезу однорідності.

Тоді, як визначати тарифи за умови однорідності *a priori* і неоднорідності *a posteriori*?

Повне об'єднання, що приводить до $\theta = 0,145$, несправедливе. Деякі договори підпадають під завищений тариф, тоді як договори 9, 11, 17 мають занижений тариф. «Гарні» ризики будуть прагнути залишити портфель, збільшуючи тим самим «аварійність» портфеля, що залишається.

Тарифікація кожного договору в залежності від його рівня «аварійності» приводить до дуже великого «зникнення» «малоаварійних» договорів.

Рішення, що запрошується, полягає в тому, щоб знайти зважене значення між $\hat{\theta}$ і $\hat{\theta}_j$, що дозволить врахувати обидві інформації — це суть процесу тарифікації за методом правдоподібності.

Для того, щоб визначити премію по j -му договору, треба розрахувати

$$\theta'_j = z \hat{\theta}_j + (1 - z) \hat{\theta}.$$

Зрозуміло, що застосування цього методу до кожного договору у випадку масових ризиків не представляється можливим через велику кількість договорів. У той же час, цей метод підходить для промислових ризиків, де їх чисельність украй мала.

Теоретичне формулювання

Позначення:

- i — номер року спостереження;
- n — кількість років у періоді спостереження;
- k — номер розглянутого класу;
- M — кількість класів у групі, що містить клас k ;



- E — позначення верхньої межі;
 t_{ik} — ставка чистої премії, відзначена в i -му році в класі k ;
 t_k — середнє значення ставки чистої премії для класу k за період.
Оцінка для ставки чистої премії

$$T_k = a_k t_k + (1 - a_k) T_E,$$

- де a_k — коефіцієнт правдоподібності (надійності) для класу k ;
 T_E — ставка чистої премії групи:

$$T_E = \frac{1}{A} \sum_{k=1}^M a_k t_k,$$

- де $A = \sum_k a_k$ — середнє зважене ставки чистої премії за коефіцієнтами правдоподібності.

Розрахунок a_k :

$$a_k = \frac{P_{*k}}{P_{*k} + X_E},$$

- де P_{*k} — ваговий коефіцієнт, застосований для того, щоб виміряти величину класів (тут — величину сум); значок \bullet означає підсумовування за період.

$$X(E) = \frac{V(E)}{W(E) - V(E)} \cdot C(E),$$

- де $V(E)$ — середнє значення внутрішніх дисперсій класів, тобто показник змінюваності середнього значення за класами у часі:



$$V(E) = \frac{1}{M(n-1)} \sum_{ik} P_{ik} (t_{ik} - t_k)^2.$$

$W(E)$ — загальна дисперсія в групі:

$$W(E) = \frac{1}{M(lz-1)} \sum_{ik} P_{ik} (t_{ik} - t_E)^2.$$

Якщо в групі є тільки один клас, то $W = V$.

$C(E)$ — величина постійна для групи, що розраховується в такий спосіб:

$$C(E) = \frac{1}{M(n-1)} \sum_k P_{*k} \left(1 - \frac{P_{*k}}{\sum_k P_{*k}} \right).$$

Модель

Розробка тарифікації, схематично представленої вище, вимагає, насамперед, щоб була визначена модель, у рамках якої вона буде застосовуватися.

Ця модель представляється у формі деревоподібної схеми, кількість рівнів якої в різних країнах неоднакова.

У Франції APSAD установив два рівні:

- в основі — рівень тарифікаційних рубрик з рахунка 146;
- вищий рівень групує рубрики в класи, у даний час їх 10.

Це угруповання не є непорушним, тому що воно повинне відповідати взаємозалежним і навіть суперечливим вимогам, а саме:

- 1) мати технологічне підтвердження, складене професіоналами (з урахуванням аналогії використовуваних процесів, матеріалів);
- 2) враховувати специфічні риси основних видів діяльності;

- 3) поліпшувати стабільність тарифів за допомогою об'єднання, але це вимагає організації класів, що мають серйозну фінансову основу.

У той же час, вимоги 2 і 3 є частково суперечливими, оскільки для того, щоб задовольнити 2-гу вимогу, треба ізолювати рубрики й організувати класи «моно-рубрик», а це призведе до того, що дуже великі страхові випадки більше не будуть поєднуватися, що входить у суперечність з вимогою 3.

Тож бажано мати розподіл у класах щодо порівнянних розмірів, не втрачаючи при цьому задовільну однорідність згрупованих ризиків.

Нарешті, зрозуміло, необхідно, щоб модель одержувала дані за допомогою як можна більш повного статистичного механізму.

У Франції, у тому що стосується ризику пожежі для підприємств, цей механізм включає три розділи:

- реєстр збитків, розмір яких перевищує 1 млн франків;
- європейську статистику по пожежах, що поєднує результати 12 країн;
- загальну статистику промислових і комерційних ризиків.

Ця статистика як основну одиницю має страховий поліс, події за яким (додаткові угоди, страхові випадки, припинення договору) систематично відзначаються.

Таким чином, контролюється 120 000 договорів, і починаючи з 1982 р., було зареєстровано 100 000 страхових випадків.

Створивши сукупність розробленого в такий спосіб механізму і методу розрахунку, приходять до величини ставки чистої премії, що є тільки однією з вихідних даних для комерційної тарифікації.

Питання для самоконтролю

1. Як класифікуються перестраховальні операції?
2. Чим непропорційне перестраховування відрізняється від пропорційного?



3. Яка різниця між договорами факультативного і облігаторного перестраховання?
4. Яка різниця між договорами факультативного і факультативно-облігаторного перестраховання?
5. У яких випадках страховики повинні застосовувати перестраховальні операції?
6. В якому порядку здійснюються перестраховальні операції і які документи для цього застосовуються?
7. Яка сутність перестраховання і його класифікація?
8. Які законодавчі вимоги щодо перестраховальних операцій?
9. Який порядок здійснення перестраховальних операцій та документація, використовувана для них?
10. Що означає договір з 60 %-ю квотою?
 - а) цедент приймає 60 % кожного ризику;
 - б) цедент приймає 40 % кожного ризику;
 - в) перестраховик приймає 40 % кожного ризику;
 - г) перестраховик приймає 60 % кожного ризику?
11. Коли використовується 2-й договір ексцедента суми:
 - а) використовується додатково до 1-го договору ексцедента суми;
 - б) використовується для небезпечних ризиків;
 - в) використовується як альтернатива до 1-го договору ексцедента суми;
 - г) використовується в тому разі, коли 1-й договір ексцедента суми не може задовольнити позовів?
12. Коли цедент одержує найвищу комісію з перестраховання:
 - а) за квотним договором;
 - б) за договором ексцедента суми;
 - в) за факультативно-облігаторним договором?
13. Поясніть сутність факультативно-облігаторного договору.
 - а) цедент може за бажанням передати ризик перестраховику, а перестраховик має право прийняти або відхилити ризик;



- б) цедент може за бажанням передати ризик перестраховику, а перестраховик зобов'язаний прийняти цесію;
 - в) цедент зобов'язаний передати кожний ризик перестраховику, а перестраховик має право прийняти або відхилити ризик.
14. Бордеро в перестрахованні — це:
- а) перелік ризиків, що потрапляють під дію договору перестраховання і систематично надсилається перестраховикам цедентом;
 - б) дані про доходи і збитки кожної зі сторін;
 - в) документ-пропозиція, що пересилається перестраховикам цедентом і містить основні характеристики ризику.

Завдання

Задача 1

Станом на січень 2006 р. страхова компанія має такі показники:

- сплачений статутний фонд — 8200 тис. грн.;
- технічні резерви 13 300 тис. грн.;
- вільні резерви 120 тис. грн.

Визначити величину відповідальності на один договір страхування (перестраховання), котру може нести страхова компанія.

Задача 2

Страхова компанія уклала договір страхування об'єкта вартістю 2,4 млн грн при страховому тарифі 0,4 %. Власне утриманні компанії 1.4 млн грн, решта перестраховується у двох перестраховиків порівну. Величина комісії за укладення і супровід договору 10 %. Збитки внаслідок пожежі становлять 600 тис. грн. Визначити: 1) страхові платежі, котрі отримає страховик і перестраховки; 2) величину комісійної винагороди, котру отримає страховик; 3) розмір



страхового відшкодування, котре виплатять учасники процесу страхування і перестраховування.

Задача 3

Страхова компанія здійснює непропорційне перестраховування об'єкта вартістю 5 млн грн.. В страхуванні бере участь 5 учасників (страховик і чотири перестраховки). Вартість об'єкта розділена на 5 шарів вартістю 1 млн грн.. кожен. Ймовірність настання страхового випадку для шарів така: перший (нижній) — 0,45; другий — 0,25; третій — 0,15; четвертий — 0,1; п'ятий — 0,05. Страховий тариф 0,8 %. Перший збиток — 0,6 млн грн.. другий — 1,3 млн грн., третій — 2,2 млн. грн... Визначити: 1) страхові платежі для кожного учасника; 2) величину відшкодування і учасників виплати при першому, другому і третьому збитках.

Задача 4

Сума власного утримання страховика становить 50 тис. ум. од. Сума ексцедента — 200 тис. ум. од. Визначити місткість ексцедентного договору?

- а) 250 тис. ум. од.;
- б) 150 тис. ум. од.;
- в) 200 тис. ум. од.

Задача 5

Власне утримання цедента за договором ексцедента суми становить 20 тис. ум. од. Ексцедентний договір складається з чотирьох часток (ліній). Клієнт має намір укласти договір страхування на суму 200 тис. ум. од. Який розмір ризику може прийняти цедент:

- а) 80 тис. ум. од.;
- б) 100 тис. ум. од.;
- в) 40 тис. ум. од.?

СЛОВНИК СТРАХОВИХ ТЕРМІНІВ

АКТУАРІЙ (actuary) — офіційно уповноважена особа, фахівець, яка за допомогою методів математичної статистики розраховує страхові тарифи. На актуарія покладається відповідальність за те, щоб страхові фонди були достатніми на той момент, коли компанії доведеться виконувати свої зобов'язання за виданими полісами.

АКТУАРНІ РОЗРАХУНКИ (actuarial calculations) — система математичних і статистичних методів розрахунку страхових тарифів. Методологія актуарних розрахунків ґрунтується на застосуванні теорії ймовірностей, демографічної статистики та довгострокових фінансових обчислень інвестиційного доходу страховика. Актуарні розрахунки дають змогу визначити частку кожного страхувальника у створенні страхового фонду.

АНДЕРАЙТЕР (underwriter) — 1) у страхуванні — висококваліфікована і відповідальна особа страховика, уповноважена виконати необхідні процедури по розгляду пропозицій і прийняттю ризиків на страхування (перестраховання). А. оформляє страхові поліси, оцінює ризик, визначає ставки премій та інші умови страхування; 2) у банківській справі — особа, яка гарантує емітенту розміщення на ринку його облігаційної позики або пакета акцій на узгоджених умовах за спеціальну винагороду; 3) маклер в операціях з цінними паперами.

АНУЇТЕТ (annuity) — договір страхування пенсій або ренти, за яким виплачується визначена річна сума доходу протягом життя замість попередньої сплати одноразової страхової премії.



АУДИТ (audit) — незалежна перевірка бухгалтерської звітності та іншої обліково-звітної інформації про діяльність фірми з метою підтвердження їх достовірності і законності. Всі страховики зобов'язані, щорічно проходити зовнішній аудит. Він здійснюється юридичними або фізичними особами, які мають сертифікати й ліцензії, видані Аудиторською палатою України.

БОНУС (bonus) — знижка, що її надає страховик із суми страхової премії за оформлення договору страхування на особливо вигідних умовах. Бонус визначається переважно у відсотках або проміле.

БОНУС-МАЛУС (bonus-malus system) — система підвищень і знижок, що застосовується у страхуванні, здебільшого транспортних засобів.

БОРДЕРО (borderreau) — перелік ризиків, прийнятих на страхування, у частині, що передається cedentом на перестраховування. Б. надсилається cedentом страховикові у визначені договором перестраховування строки. Б. бувають попередніми і остаточними.

БРУТТО-ПРЕМІЯ (gross premium) — загальна сума страхових внесків, визначена на підставі страхової суми і брутто-ставки (страхового тарифу).

БРУТТО-СТАВКА (gross rate) — сума визначеної нетто-премії і навантаження. Ці складові брутто-ставки мають різне призначення. Нетто-ставка має забезпечити відшкодування витрат на покриття збитків з ризикових видів страхування і на виплати зі страхування життя. Навантаження призначене для забезпечення фінансування витрат страховика на ведення справи і отримання планового прибутку від страхових операцій.

ВАЛОВЕ УТРИМАННЯ (gross line) — сумарний обсяг зобов'язань, узятих страховиком на свій ризик за всіма договорами страхування.

ВАЛОВИЙ ЗБИТОК (gross loss) — збиток, що зумовлює потребу виплати всієї страхової суми.



ВИКУПНА ВАРТІСТЬ (cash surrender value) — сума, на яку може претендувати власник полісу зі страхування життя в разі припинення дії полісу.

ВІДШКОДУВАННЯ СТРАХОВЕ (insurance indemnity) — сума, що виплачується страховиком на компенсацію збитку, заподіяного страховим випадком на об'єктах страхування майна і відповідальності. Якщо страхова сума менша від збитку, В. с. здійснюється пропорційно по відношенню страхової суми до страхової вартості об'єкта. У разі подвійного страхування В. с. фактичного збитку здійснюється всіма страховиками в межах страхової вартості об'єкта страхування пропорційно до частки кожного в загальній страховій сумі. Умовами договору страхування може передбачатись заміна виплати страхового відшкодування компенсацією збитку в натуральній формі.

ДЕПОЗИТ (ВКЛАД) (deposit) — 1) кошти, які надаються фізичними чи юридичними особами в управління резидентів, визначеному фінансовою організацією згідно із законодавством України, або нерезидентів на строк та під відсоток. Залежно від терміну зберігання Д. поділяються на три групи: до запитання, строкові та ощадні. Найпривабливішими є строкові Д. За зберігання грошей на вкладах банки виплачують відсотки. Д. є одним із основних каналів розміщення тимчасово вільних коштів страхових резервів. До страховиків ставиться вимога, щоб грошові кошти зберігалися на рахунках не менш ніж трьох банків; 2) грошові кошти, що вносяться власниками вантажів на спеціальний рахунок у банку для забезпечення сплати ними внеску за загальною аварією. Якщо вантаж застрахований на умовах, що передбачають покриття загальної аварії, то на вимогу страхувальника Д. має бути внесений страховиком.

ДИВДЕНДИ (dividend) — 1) частина прибутку акціонерного товариства, котра щорічно розподіляється серед акціонерів; 2) доходи, отримані суб'єктом оподаткування за корпоративними правами у вигляді частини прибутку юридичної особи, включаючи доходи,

нараховані як відсотки на акції чи на внески до статутних фондів (за винятком доходів, отриманих від інших видів цінних паперів, від їх продажу і доходів від операцій з борговими зобов'язаннями та вигодами).

ДИСКОНТ (discount) — 1) різниця між сумою, зазначеною в векселі, і сумою, що виплачується векселетримачу; 2) різниця між цінами на один і той самий товар з різними термінами постачання; 3) різниця між номінальною вартістю цінних паперів та їх біржовим курсом, якщо останній є нижчим за вартість.

ЕКСЦЕДЕНТ (excess) — залишок страхової суми, що створюється зверх власного утримання страховика або перестраховика і повністю надходить у перестраховування.

ЕКСЦЕДЕНТ ЗБИТКОВОСТІ (excess of loss ratio) — договір непропорційного перестраховування. Дає змогу страховій компанії захищати себе за певними видами страхування на випадок, якщо загальні наслідки здійснення страхового бізнесу перевищують рівень збитковості, що врахований при визначенні премій за страховими договорами.

ЕКСЦЕДЕНТ ЗБИТКУ (excess of loss) — договір непропорційного перестраховування. Застосовується страховиками для захисту від великих і не передбачуваних збитків. Вступає в дію тоді, коли сума збитку внаслідок страхового випадку або серії таких випадків, що спричинилися до однієї події, перевищить обумовлену договором суму (пріоритет).

ЕКСЦЕДЕНТ СУМИ (excess of sum) — ексцедентний договір перестраховування. Згідно з його умовами всі прийняті на страхування ризику, страхова сума яких перевищує власне утримання цедента, підлягають переданню на перестраховування в межах визначеного ліміту або ексцеденту, тобто суми власного утримання цедента (лінія), помноженої на обумовлене число раз саму на себе.

ЗАПАС ПЛАТОСПРОМОЖНОСТІ (НЕТТО-АКТИВИ) (solvency margin) — один із найважливіших показників надійності страховика. Визначається відніманням від загальної вартості майна суми нематеріальних



активів і загальної суми зобов'язань. Страхові зобов'язання беруться такими, що дорівнюють технічним резервам. На будь-яку дату фактичний запас платоспроможності має бути не меншим за нормативний.

ЗАРОБЛЕНА ПРЕМІЯ (earned premium) — та частина страхової премії, яка припадає на час, що минув після початку страхового періоду.

ЗБИТКОВІСТЬ СТРАХОВОЇ СУМИ (loss of insurance sum) — показник діяльності страховика, що характеризує відношення страхового відшкодування до страхової суми всіх застрахованих об'єктів у розрізі ризикових видів страхування. З. с. с. визначається у відсотках, показує ймовірність збитку і зіставленням фактичного і тарифного рівнів використовується для оцінювання ризиків.

ЗБИТОК (claim) — у страхуванні термін має кілька значень. Серед них:

- 1) втрата (школа), що підлягає відшкодуванню страховиком;
- 2) факт настання страхового випадку (реалізації страхового ризику);
- 3) справа, що містить документи страховика з конкретного страхового випадку, які підтверджують обґрунтованість виплати.

ІНВЕСТИЦІЇ (investments) — 1) довгострокові вкладення капіталу в будь-яке підприємство, справу, різні галузі господарства, переведення грошей в менш ліквідну форму з метою отримання прибутку; 2) грошові, майнові, інтелектуальні цінності, що вкладаються в об'єкти підприємницької та інших видів діяльності з метою отримання прибутку або досягнення соціального ефекту; 3) форма диверсифікації діяльності страховика, яка полягає у виході компанії за традиційні рамки страхування. Це пояснюється прагненням вигідно вкласти свої тимчасово вільні кошти в суміжному бізнесі, дочірніх підприємствах, банківській справі з метою отримання прибутку і покращення фінансової надійності компанії.

ІНВЕСТОР (investor) — юридична або фізична особа, яка здійснює довготермінове вкладення капіталу в певну справу з метою отримання прибутку.



ІНСТАЛМЕНТ (installment) — частина річної премії, що виплачується в розстрочку. І, як правило, використовується при непропорційному перестрахованні.

КВАНТИЛЬ (quantile) — одна з числових характеристик випадкових величин, що застосовується у математичній статистиці.

КОЕФІЦІЄНТ ЗБИТКІВ (claims or loss ratio) — показник, що розраховується як відношення оплачених претензій і тих, що підлягають оплаті, до зароблених премій.

КОМІСІЯ СТРАХОВА (insurance commission) — винагорода, що виплачується страховиком посередникам (брокерам і агентам) за залучення об'єктів на страхування, оформлення документації, інкасацію страхових внесків, а в деяких випадках — і за розгляд страхових претензій. К. с. нараховується у відсотках від страхових премій (внесків). Розмір відсотка залежить від виду страхування та деяких інших факторів.

МАКСИМАЛЬНО МОЖЛИВИЙ ЗБИТОК (possible maximum loss) — верхня межа збитку, імовірність появи якого внаслідок одного страхового випадку досить значна.

НАВАНТАЖЕННЯ (loading) — частина страхового тарифу, не пов'язана з формуванням фондів для здійснення страхових виплат. Н. призначене для мобілізації коштів, необхідних для покриття витрат, пов'язаних з веденням страхової справи (оплата праці персоналу страховика, оренда приміщень офісу, витрати на придбання й експлуатацію обчислювальної техніки, реклама, транспортні витрати, сплата деяких податків та обов'язкових платежів тощо). Н. є джерелом оплати посередницьких послуг і отримання певної суми прибутку від страхової діяльності.

НЕТТО-ПРЕМІЯ (net premium) — брутто-премія за мінусом навантаження.

НЕТТО-СТАВКА (net rate) — частина страхового тарифу, що призначена для формування ресурсів страховика для виплати страхових відшкодувань і страхових сум. Методи розрахунку Н. с. у майновому і особистому страхуванні різні.

НОРМАТИВНИЙ ЗАПАС ПЛАТОСПРОМОЖНОСТІ (normative solvency margine) — на звітну дату (без договорів зі страхування життя) дорівнює більшій з таких величин:

- 1) визначеної як добуток суми надходжень страхових премій протягом звітного періоду на 0,25 (при цьому сума надходжень страхових премій зменшується на 90 % страхових премій, сплачених перестраховикам);
- 2) визначеної як добуток суми здійснених виплат протягом звітного періоду за договорами страхування на 0,30 (при цьому сума здійснених виплат зменшується на 90 % суми компенсацій, отриманих від перестраховиків). Страховики, котрі прийняли на себе страхові зобов'язання в обсягах, які перевищують можливості їх виконання за рахунок власних активів, мають застрахувати ризик виконання цих зобов'язань у перестраховиків. Перестрахованню підлягають також усі об'єкти, страхова сума кожного за якими перевищує 10 % загальної суми сплаченого статутного фонду і сформованих резервів.

ПЕРЕСТРАХУВАННЯ (reinsurance) — порівняно нова для України сфера страхових відносин. В СРСР П. не застосовувалося. П. — операція між двома страховими компаніями, при якій одна з них (цедент) передає від свого імені за певну плату частину ризику за договором, укладеним зі страхувальником, іншій компанії (перестраховикові). П. дозволяє розукрупнювати великі ризики, поділяючи їх між двома або кількома страховиками, що сприяє збалансованості страхового портфеля кожного з них. Завдяки П. підвищується фінансова надійність страховиків, зростає їхня загальна спроможність нарощувати обсяги страхових послуг. П. буває факультативним (за окремими угодами) і договірним (облігаторним). Останнє зобов'язує цедента передавати на перестраховання в межах визначеної суми всі ризики, характер і розмір яких визначений умовами договору. Є дві форми П. — пропорційна і непропорційна.



ПОЖИТТЄВА СТРАХОВА РЕНТА (annuity (whole life insurance rent) — різновид особистого страхування, регулярний дохід, що виплачується застрахованій особі до кінця її життя з фонду, нагромадженого за рахунок страхових внесків.

ПРЕВЕНТИВНІ ЗАХОДИ У СТРАХУВАННІ (preventive measures in insurance) — сукупність здійснюваних страховиком або за його рахунок заходів, пов'язаних з попередженням або зниженням руйнівного впливу можливих страхових випадків. П. з. у с. випливають із самої сутності страхування, його превентивної функції. Це зумовлює потребу всебічного обґрунтування правил страхування і тарифів, а також застосування ефективних форм розрахунків, кваліфікованого оцінювання ризиків і визначення страхових виплат. Страховики можуть передбачати проведення за рахунок коштів страхових резервів низки заходів, спрямованих на запобігання пожежам, повеням, інфекційним хворобам тварин тощо.

ПРЕВЕНЦІЯ (prevention) — попереджувальна діяльність.

ПРИБУТОК ВІД СТРАХОВИХ ОПЕРАЦІЙ — різниця між сумою зароблених страхових премій і собівартістю їх надання.

РЕЗЕРВИ СТРАХОВІ (insurance reserve) — система фондів страховика, утворюваних залежно від видів страхування з метою забезпечення гарантії майбутніх страхових відшкодувань і виплат страхових сум. Резерви страхові визначаються по-різному в ризикових видах страхування і у страхуванні життя. У ризикових видах страхування формуються резерв незароблених премій і резерв збитків, а у страхуванні життя — математичні резерви. Тимчасово вільні кошти резервів страхових інвестуються в цінні папери, нерухомість, розміщуються на депозитних рахунках у банках тощо, що дає можливість страховим компаніям отримувати додаткові доходи.

РЕНТАБЕЛЬНІСТЬ СТРАХОВИХ ОПЕРАЦІЙ — показник рівня прибутковості страхових операцій: відсоткове відношення суми отриманого прибутку до загальної суми страхових платежів. Р. с. о. визначають також у розрізі видів страхування.



РИЗИК СТРАХОВИЙ (risk) — термін, що відповідає кільком поняттям. Під Р. с. розуміють:

- 1) ймовірну подію чи сукупність подій, на випадок яких здійснюється страхування. Р. с. — можливість загибелі або пошкодження майна від вогню, повені, землетрусу та іншого лиха. В особистому страхуванні Р. с. можуть бути — непрацездатність, смерть, дожиття до певного віку або події;
- 2) об'єкт страхування;
- 3) вид відповідальності страховика;
- 4) розподіл між страховиком і страхувальником шкоди, заподіяної страховим випадком.

РІТОРНО (ritorno) — частина страхової премії, утримувана страховиком у разі розірвання договору.

СТРАХОВА ВАРТІСТЬ (insurable value) — вартість, що її встановлює страхувальник, оцінюючи об'єкт страхування. С. в. не повинна бути вищою за справжню вартість майна на день укладення договору страхування.

СТРАХОВА СТАТИСТИКА (insurance statistics) — 1) спеціальна таблиця показників провадження певного виду страхування або всього портфеля ризиків за конкретним полісом протягом обумовленого періоду часу; 2) збір і систематизація даних з майнового та особистого страхування з метою нагромадження матеріалу, необхідного для прийняття своєчасних і обґрунтованих управлінських рішень; 3) галузь статистики, об'єктом якої є діяльність страховиків і їх взаємовідносини зі страхувальниками.

СТРАХОВА СУМА (sum insured) — межа грошових зобов'язань страховика щодо компенсації завданих страховою подією збитків страхувальникові (застрахованому). С. с. за майновим страхуванням не повинна перевищувати вартості об'єкта. При добровільному страхуванні життя С. с. не обмежується.

СТРАХОВЕ ВІДШКОДУВАННЯ (benefit) — сума компенсації, що її виплачує страховик страхувальникові за збиток, спричинений застрахованому майну страховим випадком.



СТРАХОВИЙ ВИПАДОК (insured event) — стихійне лихо, нещасний випадок або настання іншої події, при якій виникає зобов'язання страховика сплатити страхувальникові (застрахованому, вигодонабувачеві) страхове відшкодування або страхову суму. Перелік С. в. передбачається правилами страхування, страховим договором або чинним законодавством.

СТРАХОВИЙ ЗБИТОК (loss) — шкода, нанесена страхувальнику внаслідок страхового випадку.

ТАБЛИЦЯ СМЕРТНОСТІ (mortality (life) table) — статистична таблиця, в якій містяться розрахункові показники, що характеризують смертність населення в різному віці і дожиття при переході від однієї вікової групи до іншої. Таблиця смертності складається в цілому за населенням і щодо чоловічої та жіночої статі. Використовується при проведенні актуарних розрахунків.

ТАРИФИ СТРАХОВІ (insurance tariff) — ставки страхових платежів з одиниці страхової суми за певний період. С. т. складається з нетто-ставки і навантаження. Їх сума дорівнює брутто-ставці.

УТРИМАННЯ ВЛАСНЕ (retention) — обґрунтований рівень страхової суми, в межах якої страховик залишає на своїй відповідальності долю страхових ризиків, а решту передає на перестраховання.

ФРАНШИЗА (deductible, franchise) — передбачена договором частина збитків, що в разі настання страхової події не відшкодовується страховиком. Розрізняють умовну і безумовну Ф. Умовна Ф. засвідчує право звільнення страховика від відповідальності за шкоду, якщо її розмір не перевищує розміру Ф., і збиток підлягає відшкодуванню повністю, якщо його розмір перевищує Ф. Безумовна Ф. свідчить, що відповідальність страховика визначається розміром збитку за мінусом Ф.

ЦЕДЕНТ (ПЕРЕСТРАХУВАЛЬНИК) (cedent) — страховик, що передає за плату частину прийнятого за договором зі страхувальником ризику на перестраховання іншому страховикові або професійному перестраховикові.



ЦЕСІЯ (cession) — процес передання застрахованого ризику в перестраховання.

ЧАСТКОВИЙ ЗБИТОК (partial loss) — будь-який збиток у застрахованому майні, сума якого менша за страхову суму.

ЧАСТОТА СТРАХОВИХ ВИПАДКІВ (loss frequency) — показник, що є елементом збитковості страхової суми. Ч. с. в. визначається відношенням числа страхових випадків до кількості застрахованих об'єктів або договорів страхування в розрізі видів страхування.

ШОМАЖ (shomage) — страхування втрати прибутку та інших фінансових втрат, зумовлених призупинкою виробництва внаслідок настання страхового випадку, наприклад, повені, пожежі, осідання ґрунту.



ДОДАТКИ

Додаток 1

ВИДИ І ТАРИФИ СТРАХУВАННЯ МАЙНА

Види страхування	Строк договору (орієнтовний)	Страхові ризики	Страховий тариф, у % від страхової суми
1. Страхування майна та майнових інтересів громадян			
Страхування будівель	1 рік	Пожежа, стихійні явища, дія третіх осіб	0,1–1,0
Страхування домашнього майна	Загальний договір від 1 міс.	Пошкодження або знищення домашнього майна в результаті пожежі, стихійних явищ та дій третіх осіб	0,7–5,0
Страхування тварин	1 рік	Загибель або вимушений забій тварин в результаті нещасних випадків, стихійних явищ, хвороб, крадіжок	5,0–20,0
Страхування засобів транспорту	Від 1 міс. до 1 року	Збиток, нанесений засобам транспорту, внаслідок дорожньо-транспортної пригоди, дії третіх осіб, стихійних явищ, не передбачених подій	1,0–12,0



Продовження дод. 1

Види страхування	Строк договору (орієнтовний)	Страхові ризики	Страховий тариф, у % від страхової суми
2. Страхування майна та майнових інтересів підприємств			
Страхування майна підприємств	Від 1 міс. до 1 року	Загибель та пошкодження основних засобів, товарно-матеріальних цінностей і засобів транспорту, внаслідок пожежі, аварії, стихійного явища, дій третіх осіб	0,05–8,0
Страхування підприємств від вимушеного простою	Від 15 днів до 12 міс.	Простій виробництва, внаслідок пожежі, аварій, стихійних явищ, неправомірних дій третіх осіб	0,20–5,0
<i>Страхування будівельно-монтажних ризиків</i>	На період планового строку будівництва	Пошкодження і загибель об'єктів, обладнання, машин, матеріалів та іншого майна, яке знаходиться на будівельному майданчику, внаслідок пожежі, аварій, стихійних явищ, наслідків холостих і робочих випробувань об'єктів	0,5–5,0
Страхування каско повітряних і водних суден	Час виконання рейсу і більше	Загибель або пошкодження корпусів і обладнання літальних апаратів, морських, річних суден всіх типів і класів внаслідок аварій, катастроф, стихійних явищ	Повітряний транспорт 0,5–5,0; водний транспорт 0,4–4,0
Страхування кредитів	Строк дії кредитного договору	Непогашення позичальником обумовленої договором суми після настання строку платежу	3,0–15,0



Продовження дод. 1

Види страхування	Строк договору (орієнтовний)	Страхові ризики	Страховий тариф, у % від страхової суми
Страхування цивільної відповідальності	1 рік	Пред'явлення страховальнику майнових претензій у відповідності з нормами цивільного законодавства про відшкодування збитку, нанесеного страховальником в результаті виробничої діяльності	0,2–6,0
Транспортне страхування вантажів карго	Від 1 міс. до 1 року	Загибель або пошкодження вантажів при транспортуванні, навантаженні чи розвантаженні внаслідок аварій, катастроф, стихійних явищ, зникнення без вісті транспортного засобу разом з вантажем	0,5–5,0
Страхування майна сільгосп-підприємств	До 1 року	Загибель та пошкодження сільгоспкультур, багаторічних насаджень, тварин, будівель, машин і обладнання, засобів транспорту та іншого майна внаслідок незвичайних кліматичних умов: стихійних явищ, хвороб тварин та рослин, пожежі, аварій, нещасних випадків, неправомірних дій третіх осіб	0,5–25,0
3. Особисте страхування			
Страхування життя	Від 1 міс. до 20 років	Закінчення строку дії договору – смерть застрахованого; травми, які трапились як на виробництві, так і в побуті	0,8–3,0



Закінчення дод. 1

Види страхування	Строк договору (орієнтовний)	Страхові ризики	Страховий тариф, у % від страхової суми
Страхування від нещасних випадків	Від 1 міс. до 1 року	Травма, отримана страхувальником в результаті нещасного випадку, отруєння, деякі обумовлені договором захворювання, смерть застрахованого	0,8–15,0
Колективне страхування від нещасних випадків	Від 1 міс. до 1 року	Травма, отримана в результаті нещасного випадку, отруєння, смерть застрахованого від отриманої травми	0,8–2,5
Страхування окремих ризиків	Від 1 міс. до 1 року	Травма, отримана страхувальником в результаті нещасного випадку, отруєння, деякі обумовлені договором захворювання	0,8–2,0
Страхування дітей від нещасних випадків	Від 1 міс. до 1 року	Травма, отримана дитиною в результаті нещасного випадку, отруєння, смерть дитини	0,8–1,5

ВИДИ СТРАХОВИХ АНУЇТЕТІВ

Пояснення	Формула
<i>Постнумерандо</i>	
Ануїтет довічний, негайний – особі, починаючи з віку x років довічно в кінці року виплачується по 1 грн.	$a_x = P_x \cdot v + {}_2P_x \cdot v^2 + \dots + {}_{w-x}P_x v^{w-x} =$ $= \frac{l_{x+1} \cdot v + l_{x+2} \cdot v^2 + \dots + l_w v^{w-x}}{l_x} \cdot \frac{v^x}{v^x} = \frac{N_{x+1}}{D_x}$
Ануїтет відкладений на p років, довічний – сплачується довічно особі у віці $x + p$ років по одній гривні в кінці кожного року	${}_n a_x = {}_{n+1}P_x \cdot v^{n+1} + {}_{n+2}P_x \cdot v^{n+2} + \dots + {}_{w-x}P_x v^{w-x} =$ $= \frac{l_{x+n+1} \cdot v^{n+1} + l_{x+n+2} \cdot v^{n+2} + \dots + l_w v^{w-x}}{l_x} \cdot \frac{v^x}{v^x} = \frac{N_{x+n+1}}{D_x}$
Ануїтет негайний, обмежений – виплачується особі у віці x років протягом t років, по 1 грн., в кінці кожного року	$a_{xt} = P_x \cdot v + {}_2P_x \cdot v^2 + \dots + {}_tP_x v^t =$ $= \frac{l_{x+1} \cdot v + l_{x+2} \cdot v^2 + \dots + l_{x+t} v^t}{l_x} \cdot \frac{v^x}{v^x} = \frac{N_{x+1} - N_{x+t+1}}{D_x}$
Ануїтет відкладений на p років, обмежений – особі, в кінці кожного року виплачується по 1 грн., починаючи з віку n років, до віку t років	${}_n a_{xt} = {}_{n+1}P_x \cdot v^{n+1} + {}_{n+2}P_x \cdot v^{n+2} + \dots + {}_{x+n+t}P_x v^{t+n} =$ $= \frac{l_{x+n+1} \cdot v^{n+1} + l_{x+n+2} \cdot v^{n+2} + \dots + l_{x+n+t} v^{t+n}}{l_x} \cdot \frac{v^x}{v^x} = \frac{N_{x+n+1} - N_{x+n+t+1}}{D_x}$





Пояснення	Формула	
<i>Пренумерандо</i>		
Ануїтет довічний, негайний	Виплати проводяться на початку року	$\ddot{a}_x = 1 + p_x \cdot v + {}_2p_x \cdot v^2 + \dots + {}_{w-x}p_x v^{w-x} =$ $= \frac{l_x + l_{x+1} \cdot v + l_{x+2} \cdot v^2 + \dots + l_w v^{w-x}}{l_x} \cdot \frac{v^x}{v^x} = \frac{N_x}{D_x}$
Ануїтет відкладений на n років, довічний		${}_n \ddot{a}_x = {}_n p_x \cdot v^n + {}_{n+1}p_x \cdot v^{n+1} + {}_{n+2}p_x \cdot v^{n+2} + \dots + {}_{w-x}p_x v^{w-x} =$ $= \frac{l_{x+n} \cdot v^n + l_{x+n+1} \cdot v^{n+1} + l_{x+n+2} \cdot v^{n+2} + \dots + l_w v^{w-x}}{l_x} \cdot \frac{v^x}{v^x} = \frac{N_{x+n}}{D_x}$
Ануїтет негайний, обмежений		$\ddot{a}_{x:\overline{t} } = 1 + p_x \cdot v + {}_2p_x \cdot v^2 + \dots + {}_{t-1}p_x v^{t-1} =$ $= \frac{l_x + l_{x+1} \cdot v + l_{x+2} \cdot v^2 + \dots + l_{x+t-1} v^{t-1}}{l_x} \cdot \frac{v^x}{v^x} = \frac{N_x - N_{x+t}}{D_x}$
Ануїтет відкладений на n років, обмежений		${}_n \ddot{a}_{x:\overline{t} } = {}_n p_x \cdot v^n + {}_{n+1}p_x \cdot v^{n+1} + {}_{n+2}p_x \cdot v^{n+2} + \dots + {}_{x+n+t-1}p_x v^{t+n-1} =$ $= \frac{l_{x+n} \cdot v^n + l_{x+n+1} \cdot v^{n+1} + l_{x+n+2} \cdot v^{n+2} + \dots + l_{x+n+t-1} v^{t+n-1}}{l_x} \cdot \frac{v^x}{v^x} = \frac{N_{x+n} - N_{x+n+t}}{D_x}$
Співвідношення	$a_x - \ddot{a}_x = \frac{N_x - N_{x+1}}{D_x} = \frac{l_x \cdot v^x}{l_x \cdot v^x} = 1$	${}_n a_x - {}_n \ddot{a}_x = \frac{N_{x+n} - N_{x+n+1}}{D_x} = \frac{l_{x+n} \cdot v^n}{l_x \cdot v^x} = \frac{{}_n E_x}{v^x}$

Пояснення	Формула	
<i>Рента, яка сплачується k разів на рік</i>		
Для обмеженої ренти	${}_n a_x^{(k)} = {}_n a_x + \frac{k-1}{2k} \cdot (1 - {}_n E_x)$	$\ddot{{}_n a_x^{(k)}} = {}_n a_x + \frac{k+1}{2k} \cdot (1 - {}_n E_x)$
Для довічної ренти	$a_x^{(k)} = a_x + \frac{k-1}{2k} \cdot (1 - {}_n E_x)$	$\ddot{a}_x^{(k)} = a_x + \frac{k+1}{2k} \cdot (1 - {}_n E_x)$



Додаток 3

Про затвердження Правил формування, обліку та розміщення страхових резервів за видами страхування, іншими, ніж страхування життя

Розпорядження Державної комісії з регулювання ринків фінансових послуг України
від 17 грудня 2004 р. № 3104

Зареєстровано в Міністерстві юстиції України
10 січня 2005 р. за № 19/10299

Відповідно до статей 31 та 36 Закону України «Про страхування» Державна комісія з регулювання ринків фінансових послуг України **ПОСТАНОВИЛА:**

1. Затвердити Правила формування, обліку та розміщення страхових резервів за видами страхування, іншими, ніж страхування життя (додається).
2. Департаменту державного регулювання та розвитку ринків фінансових послуг (Угрин І. Б.) та Юридичному управлінню (Ткаченко Д. В.) подати це розпорядження до Міністерства юстиції України для державної реєстрації.
3. Юридичному управлінню (Ткаченко Д. В.) разом з Департаментом державного регулювання та розвитку ринків фінансових послуг (Угрин І. Б.) у тижневий термін з дня державної реєстрації цього розпорядження звернутися до Міністерства фінансів України щодо втрати чинності наказу Комітету у справах нагляду за страховою діяльністю від 26 травня 1997 р. № 41 «Про затвердження Положення про порядок формування, розміщення та обліку страхових резервів з видів страхування, інших ніж страхування життя», зареєстрованого в Міністерстві юстиції України 17 червня 1997 р. за № 221/2025 (зі змінами).



4. Страховикам, які отримали ліцензії на здійснення страхування, іншого, ніж страхування життя, привести порядок формування технічних резервів і розміщення коштів сформованих технічних резервів у відповідність до цих Правил у термін до 31.12.2005.
5. Управлінню організаційно-аналітичного забезпечення роботи керівника (Шевченко Т. М.) забезпечити опублікування цього розпорядження у засобах масової інформації після його державної реєстрації.
6. Контроль за виконанням цього розпорядження покласти на директора Департаменту страхового нагляду Парнюка В. О.

Голова Комісії

В. Суслів

Протокол засідання Комісії
від 17 грудня 2004 р. № 106

ЗАТВЕРДЖЕНО
розпорядженням Державної
комісії з регулювання ринків
фінансових послуг України
від 17 грудня 2004 р. № 3104

Зареєстровано
в Міністерстві юстиції України
10 січня 2005 р. за № 19/10299

ПРАВИЛА формування, обліку та розміщення страхових резервів за видами страхування, іншими, ніж страхування життя

1. Загальні положення

- 1.1. Ці Правила розроблені відповідно до статей 31 та 36 Закону України «Про страхування».

- 1.2. Ці Правила встановлюють порядок формування, обліку та розміщення технічних резервів за договорами страхування, співстрахування та перестрахування з видів страхування, інших, ніж страхування життя (далі — договори). Правила визначають методику формування (розрахунку величини) технічних резервів, які є оцінкою обсягу зобов'язань страховика в грошовій формі для здійснення майбутніх виплат страхових сум і страхового відшкодування.
- 1.3. У цих Правилах терміни вживаються в такому значенні:
- *вимоги страхувальників* — заяви страхувальників (їх правонаступників або третіх осіб) щодо настання страхового випадку (випадків);
 - *дозволені активи* — активи, визначені статтею 31 Закону України «Про страхування» для представлення технічних резервів, що відповідають умовам безпечності, прибутковості, ліквідності та диверсифікованості;
 - *права вимоги до перестраховиків* — категорія активу страховика, яка обчислюється в порядку, установленому цими Правилами, як величина частки перестраховиків у технічних резервах;
 - *розміщення технічних резервів* — це представлення коштів сформованих технічних резервів за видами страхування, іншими, ніж страхування життя, дозволеними активами;
 - *формування технічних резервів* — визначення величини технічних резервів шляхом її обчислення за методами, визначеними законодавством, в тому числі цими Правилами.

2. Склад технічних резервів

- 2.1. Страховики, які здійснюють види страхування, інші, ніж страхування життя, зобов'язані формувати і вести облік таких технічних резервів за видами страхування:



- незароблених премій (резерви премій), що включають частки від сум надходжень страхових платежів (страхових внесків, страхових премій), що відповідають страховим ризикам, які не минули на звітну дату;
- збитків, що включають зарезеровані несплачені страхові суми та страхові відшкодування за відомими вимогами страхувальників, з яких не прийнято рішення щодо виплати або відмови у виплаті страхової суми чи страхового відшкодування.

2.2. Страховики можуть прийняти рішення про запровадження з початку календарного року за методикою, наведеною у цих Правилах, формування і ведення обліку таких технічних резервів за видами страхування, іншими, ніж страхування життя:

- резерв незароблених премій;
- резерв заявлених, але не виплачених збитків;
- резерв збитків, які виникли, але не заявлені;
- резерв катастроф;
- резерв коливань збитковості.

Страховики зобов'язані письмово повідомити Державну комісію з регулювання ринків фінансових послуг України (далі — Держфінпослуг) про запровадження формування і ведення обліку зазначених технічних резервів за видами страхування, іншими, ніж страхування життя, не пізніше ніж за 45 днів до початку календарного року.

2.3. Страховики, які мають право укладати договори обов'язкового страхування цивільно-правової відповідальності власників наземних транспортних засобів, крім резервів, передбачених пунктом 2.1 цих Правил, у обов'язковому порядку формують та ведуть облік резерву збитків, які виникли, але не заявлені, та страхового резерву коливань збитковості за цим видом страхування.

2.4. Страховики, які прийняли рішення про запровадження формування резерву незароблених премій за методом «1/365» («pro



gata temporis», підпункт 3.4.1 пункту 3.4 цих Правил), формують резерв заявлених, але не виплачених збитків, та резерв збитків, які виникли, але не заявлені.

- 2.5. Формування технічних резервів здійснюється на підставі обліку договорів і вимог страхувальників щодо виплати страхової суми або страхового відшкодування за видами страхування.
- 2.6. Страховики зобов'язані визначати частки перестраховиків у відповідних видах технічних резервів за видами страхування на будь-яку дату одночасно з розрахунком технічних резервів.

3. Формування резерву незароблених премій

- 3.1. Резерв незароблених премій (unearned premium reserve) включає частки від сум надходжень страхових платежів (страхових внесків, страхових премій), що відповідають страховим ризикам, які не минули на звітну дату.
- 3.2. Розрахунок резерву незароблених премій здійснюється за кожним видом страхування окремо. Загальна величина резерву незароблених премій дорівнює сумі резервів незароблених премій, розрахованих окремо за кожним видом страхування.
- 3.3. Розрахунок величини резерву незароблених премій здійснюється на будь-яку звітну дату методом, визначеним Законом України «Про страхування», а саме:
 - величина резервів незароблених премій на будь-яку звітну дату встановлюється залежно від часток надходжень сум страхових платежів (страхових премій, страхових внесків), які не можуть бути меншими 80 % загальної суми надходжень страхових платежів (страхових премій, страхових внесків), з відповідних видів страхування у кожному місяці з попередніх дев'яти місяців (розрахунковий період) і обчислюється в такому порядку:



- частки надходжень сум страхових платежів (страхових премій, страхових внесків) за перші три місяці розрахункового періоду множаться на одну четверту;
 - частки надходжень сум страхових платежів (страхових премій, страхових внесків) за наступні три місяці розрахункового періоду множаться на одну другу;
 - частки надходжень сум страхових платежів (страхових премій, страхових внесків) за останні три місяці розрахункового періоду множаться на три четвертих;
 - одержані добутки додаються.
- 3.4. У разі прийняття рішення про запровадження формування резерву незароблених премій відповідно до пункту 2.2 цих Правил розрахунок резерву незароблених премій може здійснюватися одним з таких методів:
- 1) метод «1/365» — «pro rata temporis»;
 - 2) метод «1/24» — «паушальний» метод.
- Обраний метод розрахунку резерву незароблених премій застосовується страховиком за всіма чинними договорами протягом календарного року.
- 3.4.1. Величина резерву незароблених премій, яка розраховується методом «1/365» («pro rata temporis») на будь-яку дату, визначається як сумарна величина незароблених страхових премій за кожним договором.
- Незароблена страхова премія, яка розраховується методом «1/365» («pro rata temporis»), визначається за кожним договором як добуток частки надходжень суми страхового платежу (страхової премії, страхового внеску), яка не може бути меншою 80 % суми надходжень страхового платежу (страхової премії, страхового внеску), та результату, отриманого від ділення строку дії договору, який ще не минув на дату розрахунку (у днях), на весь строк дії договору (у днях), за такою формулою:

$$НЗП_i = \frac{P_i(m_i - n_i)}{m_i},$$

де P_i — частка надходжень суми страхового платежу за договором; m_i — строк дії договору; n_i — число днів, що минули з моменту, коли договір набрав чинності, до дати розрахунку.

- 3.4.2. Величина резерву незароблених премій, яка розраховується методом «1/24», залежить від часток надходжень сум страхових платежів (страхових премій, страхових внесків), які не можуть бути меншими 80 % загальної суми надходжень страхових платежів (страхових премій, страхових внесків), з відповідних видів страхування та коефіцієнтів для його обчислення.

Для розрахунку резерву незароблених премій методом «1/24» договори групуються:

- 1) за видами страхування;
- 2) за датами початку дії договорів, які припадають на однакові місяці;
- 3) за строками дії договорів (у місяцях).

При застосуванні цього методу строк дії договорів не може встановлюватися менше одного місяця. Припускається, що:

- 1) дата початку дії (набрання чинності) договору припадає на середину місяця (15 число);
- 2) строк дії договору, який не дорівнює цілому числу місяців, дорівнює найближчому більшому цілому числу місяців.

Загальна сума часток надходжень страхових платежів за договорами, які належать до однієї групи договорів, визначається їх підсумовуванням.

Резерв незароблених премій розраховується за кожною групою договорів шляхом множення загальної суми



часток надходжень страхових платежів за договорами на коефіцієнти для розрахунку цього резерву.

Коефіцієнт для кожної групи договорів визначається як відношення строку дії договорів цієї групи, який не минув на дату розрахунку резерву незароблених премій (у половиних місяців), до всього строку дії договорів групи (у половиних місяців).

Резерв незароблених премій методом «1/24» в цілому за видом страхування визначається шляхом підсумовування резервів незароблених премій за групами договорів.

- 3.5. При здійсненні операцій перестраховування страховики (цеденти, перестраховальники) у залежності від належних до сплати перестраховикам згідно з укладеними договорами суми часток страхових платежів (страхових внесків, страхових премій) на будь-яку звітну дату визначають величину частки перестраховиків у резервах незароблених премій з відповідних видів страхування.

Обчислення величини частки перестраховиків у резервах незароблених премій здійснюється у порядку, за яким визначається величина резервів незароблених премій за такими видами страхування, з урахуванням дати вступу в дію договору перестраховування.

4. Формування резерву заявлених, але не виплачених збитків

- 4.1. Резерв заявлених, але не виплачених збитків (reported but not settled claims reserve — RBNS), — оцінка обсягу зобов'язань страховика для здійснення виплат страхових сум (страхового відшкодування) за відомими вимогами страхувальників, включаючи витрати на врегулювання збитків (експертні, консультаційні та інші витрати, пов'язані з оцінкою розміру збитку), які

не оплачені або оплачені не в повному обсязі на звітну дату та які виникли в зв'язку зі страховими подіями, що мали місце в звітному або попередніх періодах, та про факт настання яких страховика повідомлено відповідно до вимог законодавства України та/або умов договору.

- 4.2. Величина резерву заявлених, але не виплачених збитків, визначається страховиком (цедентом, перестраховальником) за кожним видом страхування з урахуванням умов відповідних договорів на підставі відомих вимог страхувальників, отриманих у будь-якій формі (письмова заява, факсимільне повідомлення тощо), у залежності від сум фактично зазнаних або очікуваних страхувальниками збитків (шкоди) у результаті настання страхового випадку. Величина резерву заявлених, але не виплачених збитків визначається як сума резервів заявлених, але не виплачених збитків, розрахованих за всіма видами страхування.
- 4.3. Величина резерву заявлених, але не виплачених збитків за видом страхування, визначається страховиком за кожною неврегульованою претензією. Якщо про страховий випадок заявлено (повідомлено), але розмір збитку не визначений, для розрахунку резерву використовують максимально можливу величину збитку, яка не перевищує страхової суми за договором.
- 4.4. Величина резерву заявлених, але не виплачених збитків відповідає сумі заявлених збитків у звітному періоді, збільшеній на суму не виплачених збитків на початок звітного періоду за попередні періоди, зменшеній на суму виплачених збитків у звітному періоді плюс витрати на врегулювання збитків у розмірі 3 % від суми невиплачених збитків на кінець звітного періоду.
- 4.5. При визначенні величини резерву заявлених, але не виплачених збитків страховиками — повними членами Моторного (транспортного) страхового бюро України враховуються вимоги (повідомлення) іноземних страхових бюро з відшкодування шкоди



на території країн — членів міжнародної системи автострахування «Зелена Картка», спричиненої власниками (користувачами) зареєстрованих в Україні транспортних засобів, якщо такі власники надали відповідним іноземним органам страховий сертифікат «Зелена Картка».

- 4.6. Відповідно до умов укладених договорів перестраховування страховики (цеденти, перестраховальники) на підставі відомих вимог страхувальників, залежно від сум фактично зазнаних або очікуваних страхувальниками збитків (шкоди) у результаті настання страхового випадку визначають величину частки перестраховиків у резервах заявлених, але не виплачених збитків.

5. Формування резерву збитків, які виникли, але не заявлені

- 5.1. Резерв збитків, які виникли, але не заявлені (incurred but not reported claims reserve — IBNR), — оцінка обсягу зобов'язань страховика для здійснення страхових виплат, включаючи витрати на врегулювання збитків, які виникли у зв'язку зі страховими випадками у звітному та попередніх періодах, про факт настання яких страховику не було заявлено на звітну дату в установленому законодавством України та/або договором порядку.
- 5.2. Розрахунок резерву збитків, які виникли, але не заявлені, здійснюється за кожним видом страхування окремо. Величина резерву збитків, які виникли, але не заявлені, визначається як сума резервів збитків, які виникли, але не заявлені, розрахованих за всіма видами страхування.
- 5.3. Розрахунок резерву збитків, які виникли, але не заявлені, здійснюється із застосуванням математично-статистичних методів для аналізу розвитку збитків у страхуванні. До таких методів належать:



- а) модифікація ланцюгового методу (Chain Ladder);
- б) метод фіксованого відсотка;
- в) метод Борнхуеттера-Фергюсона (Bornhuetter-Ferguson).

Методи розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені, згідно з підпунктами «а», «в» цього пункту наведені в дод. до цих Правил. Ці методи застосовуються за наявності даних не менше ніж за 12 періодів (кварталів) сплати (розвитку) збитків.

- 5.4. У разі вибору методу фіксованого відсотка резерв збитків, які виникли, але не заявлені, визначається у розмірі 10 % від заробленої страхової премії з попередніх чотирьох кварталів, які передують звітній даті.
- 5.5. Зароблена страхова премія визначається збільшенням суми надходжень страхових премій протягом звітного періоду (за вирахуванням частки перестраховика) на суму незаробленої премії на початок звітного періоду (за вирахуванням частки перестраховика) і зменшенням отриманого результату на суму незаробленої премії на кінець звітного періоду (за вирахуванням частки перестраховика).

6. Формування резерву коливань збитковості

- 6.1. Резерв коливань збитковості (equalization reserve) призначений для компенсації виплат страховика, що пов'язані з відшкодуванням збитків, у разі, якщо фактична збитковість за видами страхування у звітному періоді перевищує очікуваний середній рівень збитковості, узятий за основу при розрахунку тарифної ставки за цими видами страхування.
- 6.2. Розрахунок резерву коливань збитковості (РКЗ) здійснюється таким методом:
 - 6.2.1. Фактична збитковість за видом страхування за звітний період розраховується як відношення сум, які фактично сплачені страховальникам за страховими випадками (за



вирахуванням частки перестраховика в сумі випланих збитків), та зміни величини резервів збитків на звітну дату (за вирахуванням частки перестраховика в резервах збитків) до заробленої страхової премії у звітному періоді:

$$3\Phi = \frac{\Phi B + (PЗЗ_{к} - PЗЗ_{п}) + (PЗНЗ_{к} - PЗНЗ_{п})}{ЗСП},$$

де 3Φ — показник фактичного рівня збитковості за видом страхування у звітному періоді;

ΦB — фактичні виплати за страховими випадками у звітному періоді (за вирахуванням частки перестраховика);

$PЗЗ_{к}$, $PЗЗ_{п}$ — величина резерву заявлених, але не випланих збитків на початок та кінець звітного періоду (за вирахуванням частки перестраховика);

$PЗНЗ_{к}$, $PЗНЗ_{п}$ — величина резерву збитків, які виникли, але не заявлені на початок та кінець звітного періоду (за вирахуванням частки перестраховика);

$ЗСП$ — зароблена страхова премія у звітному періоді.

6.2.2. Резерв коливань збитковості ($PKЗ$) розраховується за формулою:

$$PKЗ = PKЗ_{п} + (3\Phi - ЗР) \times ЗСП,$$

де $PKЗ_{п}$ — резерв коливань збитковості на початок звітного періоду; 3Φ — показник фактичного рівня збитковості за видом страхування у звітному періоді; $ЗР$ — показник середнього очікуваного рівня збитковості, який взято за основу при розрахунку тарифної ставки за видом страхування; $ЗСП$ — зароблена страхова премія у звітному періоді.

6.3. Якщо страховик до початку звітного періоду не розраховував резерв коливань збитковості за видом страхування, то резерв



коливань збитковості на початок звітнього періоду приймається рівним нулю.

- 6.4. Якщо розрахована величина резерву коливань збитковості набирає від'ємного значення, то вважається, що резерв коливань збитковості має нульове значення.

7. Резерв катастроф

- 7.1. Резерв катастроф (catastrophe reserve) формується з метою здійснення страхових виплат у разі настання природних катастроф або значних промислових аварій, у результаті яких буде завдано збитків численним страховим об'єктам, і коли настає потреба здійснювати виплати страхового відшкодування в сумах, що значно перевищують середні розміри збитків, узяті за основу при розрахунку страхових тарифів.

Резерв катастроф формується за видами страхування, умовами яких передбачені обов'язки страховика забезпечити страхову виплату у зв'язку зі шкодою, заподіяною внаслідок дії нездоланної сили або аварії великого масштабу, та в порядку, визначеному законодавством.

8. Розміщення технічних резервів

- 8.1. Здійснюючи фінансову діяльність, пов'язану з розміщенням коштів технічних резервів та їх управлінням, страховики повинні дотримуватись умов щодо безпечності, прибутковості, ліквідності та диверсифікованості.

Обсяги технічних резервів мають бути представлені такими категоріями дозволених активів:

- грошові кошти на поточному рахунку;
- банківські вклади (депозити);
- валютні вкладення згідно з валютою страхування;



- нерухоме майно;
- акції, облігації, іпотечні сертифікати;
- цінні папери, що емітуються державою;
- права вимоги до перестраховиків;
- інвестиції в економіку України за напрямами, визначеними Кабінетом Міністрів України;
- банківські метали;
- готівка в касі в обсягах лімітів залишків каси, установлених Національним банком України (далі — НБУ).

8.2. Величина окремих категорій активів, у тому числі утворених в іноземній валюті, приймається для представлення технічних резервів у таких обсягах:

- а) грошові кошти на поточних рахунках — не більше 5 % загального розміру технічних резервів;
- б) банківські вклади (депозити), валютні вкладення згідно з валютою страхування — не більше 70 відсотків загального розміру технічних резервів, у кожному банку не більше 10 % загального розміру технічних резервів;
- в) нерухоме майно — не більше як 20 % загального розміру технічних резервів, при цьому вкладення в один або декілька об'єктів нерухомості, які розглядаються як один цілісний майновий комплекс, — не більше 10 % загального розміру технічних резервів;
- г) акції та облігації — не більше 40 % загального розміру технічних резервів, у тому числі:
 - акції українських емітентів, що відповідно до норм законодавства пройшли лістинг та перебувають в обігу на фондовій біржі або в торговельно-інформаційній системі, зареєстрованих у встановленому порядку, обсяги торгів, на яких становлять не менше 25 % від загальних обсягів торгів на організаційно оформлених ринках цінних паперів України, — не більше 30 % загального розміру технічних резервів, при цьому — не більше 5 % в акції одного емітента;



- облігації українських емітентів, що відповідно до норм законодавства пройшли лістинг та перебувають в обігу на фондовій біржі або в торговельно-інформаційній системі, зареєстрованих у встановленому порядку, — не більше 30 % загального розміру технічних резервів, при цьому — не більше 5 % в облігації одного емітента, який здійснює свою діяльність не менше 5 років. Акції й облігації емітентів, які здійснюють свою діяльність менше 5 років, — не більше 10 % загального розміру технічних резервів, при цьому не більш як 3 % в облігації одного емітента;
 - акції, облігації іноземних емітентів та цінні папери іноземних держав, рейтинг зовнішнього боргу та визначення рейтингових компаній яких здійснюється Державною комісією з цінних паперів та фондового ринку, — не більше 10 % загального розміру технічних резервів. При цьому акції та облігації повинні перебувати в обігу на організованих фондових ринках та пройти лістинг на одній з таких фондових бірж, як Нью-Йоркська, Лондонська, Токійська, Франкфуртська, або в торговельно-інформаційній системі НАСДАК (NASDAQ). Емітент цих акцій та облігацій повинен провадити свою діяльність не менше ніж протягом 10 років і бути резидентом країни;
 - іпотечні сертифікати, визначені законодавством України, — не більше 10 % загального розміру технічних резервів, при цьому не більш як 2 відсотки в іпотечні сертифікати одного емітента;
- д) цінні папери, що емітуються державою, — не більше 40 % загального розміру резервів;
- е) права вимоги до перестраховиків — не більше 50 % загального розміру технічних резервів. У випадку, якщо рейтинг фінансової надійності (стійкості) перестраховика нижчий



- за один з таких: «B+» (A. M. Best), «Baa» (Moody's Investors Service), «BBB» (Standard & Poor's) або «BBB» (Fitch Ratings), то права вимоги до кожного такого перестраховика-резидента приймаються у розмірі не більше 20 % загального розміру технічних резервів та до кожного такого перестраховика-нерезидента — не більше 10 % загального розміру технічних резервів;
- ж) інвестиції в економіку України за напрямами, визначеними Кабінетом Міністрів України (постанова Кабінету Міністрів України від 17 серпня 2002 року № 1211 «Про затвердження напрямів інвестування галузей економіки за рахунок коштів страхових резервів»), — не більше 15 % загального розміру технічних резервів, з них в окремий об'єкт інвестування — не більше 5 % загального розміру технічних резервів;
- к) банківські метали — не більше 10 % загального розміру технічних резервів.
- 8.3. Для представлення технічних резервів акціями та облигаціями в обсягах, визначених підпунктом «г» пункту 8.2 цих Правил, приймаються лише ті акції, за якими в попередньому році виплачувались дивіденди на рівні не нижче облікової ставки НБУ, та ті облигації та іпотечні сертифікати, за якими гарантується виплата доходу на рівні не нижче облікової ставки НБУ.
- 8.4. Для представлення технічних резервів не можуть використовуватися позикові кошти, кредити банків, поворотна фінансова допомога, цінні папери із зобов'язаннями зворотного викупу, вклади (депозити) строкові (строком менше одного місяця), помилково перераховані кошти на рахунок страховика, суми страхових платежів, які мають бути повернені страхувальнику в період, наступний за звітним, відповідно до чинного законодавства.
- 8.5. Величина активів, що приймаються на покриття технічних резервів, зменшена на суми довгострокових та поточних зобов'язань (розділи III, IV пасиву Балансу), повинна бути не меншою, ніж



сумарна величина технічних резервів, що розраховується відповідно до чинного законодавства на будь-яку дату.

- 8.6. У разі, якщо кошти технічних резервів представлені правами вимоги до перестраховиків-нерезидентів, рейтинг фінансової надійності (стійкості) яких не нижчий за один з таких: «В+» (A. M. Best), «Baa» (Moody's Investors Service), «BBB» (Standard & Poor's) або «BBB» (Fitch Ratings), то не менше 50 % коштів технічних резервів повинні бути розміщені на території України. В іншому разі кошти технічних резервів повинні бути розміщені на території України в розмірі не менше 90 % загального розміру технічних резервів.

9. Прикінцеві положення

- 9.1. Контроль за дотриманням вимог цих Правил здійснюється Держфінпослуг відповідно до законодавства України шляхом перевірок звітності страховиків, проведення безвізних та виїзних перевірок (інспекцій). У разі виявлення порушень вимог цих Правил Держфінпослуг застосовує заходи впливу, передбачені чинним законодавством.

Голова

В. Суслов

Додаток до Правил формування, обліку та розміщення страхових резервів за видами страхування, іншими, ніж страхування життя

Методи розрахунку резерву збитків, які виникли, але не заявлені

1. Розрахунок резерву збитків, які виникли, але не заявлені, ланцюговим методом (Chain Ladder).



- 1.1. Дані за сплаченими на звітну дату збитками (страховими виплатами) групуються за періодами настання цих збитків (відповідно до дати настання страхового випадку) та наростаючим підсумком за періодами сплати (розвитку) збитків (відповідно до дати фактичної сплати збитків страховиком):

Таблиця 1

		Період сплати (розвитку) збитків (d)						
		1	2	3	...	($N-2$)	($N-1$)	N
Період настання збитків (a)	1	$pC_1(1)$	$pC_1(2)$	$pC_1(3)$...	$pC_1(N-2)$	$pC_1(N-1)$	$pC_1(N)$
	2	$pC_2(1)$	$pC_2(2)$	$pC_2(3)$...	$pC_2(N-2)$	$pC_2(N-1)$	
	3	$pC_3(1)$	$pC_3(2)$	$pC_3(3)$...	$pC_3(N-2)$		
			
	($N-2$)	$pC_{N-2}(1)$	$pC_{N-2}(2)$	$pC_{N-2}(3)$				
	($N-1$)	$pC_{N-1}(1)$	$pC_{N-1}(2)$					
	N	$pC_N(1)$						

де: $pC_a(d)$ — збитки, сплачені на кінець d -го періоду сплати (розвитку) збитків за страховими випадками, які настали в a -му періоді настання збитків; N — число періодів, за які розглядаються дані про збитки.

- 1.2. Якщо існує достатньо інформації, щоб стверджувати, що дані сплати (розвитку) збитків повні, то слід використовувати таблицю розвитку збитків без змін. У разі неповноти даних необхідно оцінити загальну величину збитків за першим роком їх настання (LU_1). Для цього може бути використана інформація за минулі періоди, яка не ввійшла до даної таблиці.

Таким чином, таблиця буде мати вигляд:

Таблиця 2

		(d)					
		1	2	...	(N-1)	N	
(a)	1	$pC_1(1)$	$pC_1(2)$...	$pC_1(N-1)$	$pC_1(N)$	$LU_{(a-1)}$
	2	$pC_2(1)$	$pC_2(2)$...	$pC_2(N-1)$		
	3	$pC_3(1)$	$pC_3(2)$...			
			
	(N-2)	$pC_{N-2}(1)$	$pC_{N-2}(2)$				
	(N-1)	$pC_{N-1}(1)$	$pC_{N-1}(2)$				
	N	$pC_N(1)$					

1.3. На основі цих даних формується трикутник з коефіцієнтами зв'язку, які розраховуються за такою формулою:

$$r_a(d) = \frac{pC_a(d+1)}{pC_a(d)},$$

де $r_a(d)$ — коефіцієнт зв'язку для a -го періоду настання збитків та d -го періоду розвитку (сплати) збитків. При цьому

$$r_1(N) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } LU_1 = 0, \\ \frac{LU_1}{pC_1(N)}, & \text{якщо } LU_1 \neq 0. \end{cases}$$

1.4. На основі коефіцієнтів зв'язку визначаються фактори розвитку ($fa(d)$) для a -го періоду настання збитків та d -го періоду сплати (розвитку) збитків:



$$f_a(d) = r_a(d) \cdot r_a(d+1) \dots r_a(N) = \prod_{k=d}^N r_a(k).$$

- 1.5. При використанні методу Chain Ladder для визначення факторів розвитку збитків ($f^*(d)$) для d -го періоду сплати (розвитку) збитків, необхідних для розрахунку резерву, використовується середнє зважене значення коефіцієнтів зв'язку ($r_a(d)$), де вагами виступають сплачені збитки ($pC_a(d)$):

$$f^*(d) = \prod_{k=d}^N \frac{\sum_{k=1}^{N-d} pC_k(d) \cdot r_k(d)}{\sum_{k=1}^{N-d} pC_k(d)}.$$

- 1.6. Наступним етапом є розрахунок загальної величини збитків для кожного періоду настання (LU_a), з використанням відповідних факторів розвитку збитків:

$$LU_k = f^*(k) \cdot pC^*(k) = f^*(k) \cdot pC_{N-k+1}(k),$$

де $pC^*(a)$ — елементи основної діагоналі таблиці розвитку збитків.

- 1.7. Величина резерву для кожного періоду настання збитків (V_a) розраховується за такою формулою:

$$V_k = LU_k - pC_{N-k+1}(k).$$

- 1.8. Загальна величина резерву збитків, які виникли, але не заявлені (V^*_{IBNR}) розраховується як сума значень резервів за кожним періодом настання збитків:

$$V_{IBNR}^* = \sum_{k=1}^N V_k.$$

- 1.9. Для визначення резерву збитків, які виникли, але не заявлені (V_{IBNR}), отримана величина (V_{IBNR}^*) збільшується на суму витрат на врегулювання збитків у розмірі 3 %:

$$V_{IBNR} = V_{IBNR}^* \cdot 1,03.$$

2. Розрахунок резерву збитків, які виникли, але не заявлені, методом Борнхуеттера-Фергюсона (Bornhuetter-Ferguson).

- 2.1. Для використання методу Bornhuetter-Ferguson застосовується групування даних та розрахунок факторів розвитку збитків ($f^*(d)$) аналогічно методу Chain Ladder (згідно з підпунктами 1.1–1.5 пункту 1 цього додатка).

- 2.2. Даний метод засновується на використанні рівня збитковості (λ) (Loss Ratio) для даного виду страхування. Ключовим для розрахунку резерву є визначення величини рівня збитковості, який найбільше відповідає даному виду страхування.

Джерелами інформації для розрахунку можуть бути:

- історичні дані за даним видом страхування;
- припущення, зроблені при визначенні страхового тарифу;
- статистика ринку для однорідних видів страхування.

Коефіцієнт рівня збитковості розраховується за формулою

$$\lambda = \frac{LU}{P},$$

де LU — страхові збитки в періоді, який розглядається;

P — зароблена страхова премія у відповідному періоді.

- 2.3. На основі коефіцієнта збитковості розраховується величина показових збитків (BU_a) для кожного періоду настання збитків:



$$BU_a = aP_a \cdot \lambda,$$

де aP_a — зароблена премія для a -го періоду настання збитків.

- 2.4. Величина резерву для кожного періоду настання збитків (V_a) розраховується за такою формулою:

$$V_k = BU_k \cdot \left(1 - \frac{1}{f^*(k)}\right).$$

- 2.5. Загальна величина резерву збитків, які виникли, але не заявлені (V_{IBNR}^*), розраховується як сума значень резервів за кожним періодом настання збитків:

$$V_{IBNR_{\frac{a}{F}}}^* = \sum_{k=1}^N V_k.$$

- 2.6. Для визначення резерву збитків, які виникли, але не заявлені (V_{IBNR}), отримана величина (V_{IBNR}^*) збільшується на суму витрат на врегулювання збитків у розмірі 3%:

$$V_{IBNR_{\frac{a}{F}}} = V_{IBNR_{\frac{a}{F}}}^* \cdot 1,03.$$

**Додаток 4****Про затвердження Методики формування резервів із страхування життя**

Розпорядження Державної комісії з регулювання ринків фінансових послуг України
від 27 січня 2004 р. № 24

Зареєстровано в Міністерстві юстиції України
16 лютого 2004 р. за № 198/8797

Відповідно до Закону України «Про страхування» та Положення про Державну комісію з регулювання ринків фінансових послуг України, затвердженого Указом Президента України від 4 квітня 2003 р. № 292, Державна комісія з регулювання ринків фінансових послуг України **ПОСТАНОВИЛА**:

1. Затвердити Методику формування резервів із страхування життя (додається).
2. Департаменту державного регулювання та розвитку ринків фінансових послуг (Ігнащенко В. А.) та Юридичному управлінню (Ткаченко Д. В.) подати це розпорядження до Міністерства юстиції України для державної реєстрації.
3. Юридичному управлінню (Ткаченко Д. В.) разом з Департаментом державного регулювання та розвитку ринків фінансових послуг (Ігнащенко В. А.) у тижневий термін з дня державної реєстрації цього розпорядження звернутися до Міністерства фінансів України стосовно скасування наказу Комітету у справах нагляду за страховою діяльністю від 23 червня 1997 р. № 46 «Про затвердження Методики формування резервів із страхування життя», зареєстрованого в Міністерстві юстиції України 17 липня 1997 року за № 262/2066.



4. Страховикам, які отримали ліцензії на здійснення страхування життя, протягом півроку з дати набрання чинності цим розпорядженням подати до Держфінпослуг копію Положення про формування резервів із страхування життя відповідно до пункту 7.3 Методики формування резервів із страхування життя, затвердженої цим розпорядженням.
5. Відділу взаємодії із засобами масової інформації та зв'язків з громадськістю (Нагорняк М. В.) забезпечити опублікування цього розпорядження у засобах масової інформації після його державної реєстрації.
6. Контроль за виконанням цього розпорядження покласти на директора Департаменту державного регулювання та розвитку ринків фінансових послуг Ігнащенка В. А.

Голова Комісії

В. Суслів

Протокол засідання Комісії
від 27 січня 2004 р. № 41

ЗАТВЕРДЖЕНО
розпорядженням Державної комісії
з регулювання ринків фінансових послуг України
від 27 січня 2004 р. № 24

Зареєстровано
в Міністерстві юстиції України
16 лютого 2004 р. за № 198/8797

МЕТОДИКА **формування резервів із страхування життя**

1. Загальні положення

- 1.1. Ця Методика, розроблена відповідно до вимог статей 9, 28, 31 та 36 Закону України «Про страхування» та статті 27 Закону

України «Про фінансові послуги та державне регулювання ринків фінансових послуг», установлює основні принципи оцінки вартості грошових зобов'язань страховика за договорами страхування життя (далі — договір). У рамках Методики під формуванням страхових резервів (розрахунком резервів) мається на увазі саме оцінка обсягу страхових зобов'язань.

1.2. У цій Методикі терміни вживаються в такому значенні:

- *актуарна вартість потоку платежів (страхових внесків, страхових виплат) на визначену дату* — математичне очікування вартості потоку на цю дату;
- *базис розрахунку резервів (страхових премій)* — сукупність значень параметрів, що впливають на розміри резервів (страхових премій). За договором базис розрахунку резервів може відрізнятися від базису розрахунку страхових премій;
- *страхова бруто-премія* — страхова премія, що сплачується страхувальником відповідно до умов договору;
- *страхова річниця* — календарна дата, місяць та день якої збігаються з визначеною (передбаченою) договором датою початку його дії;
- *страховий рік* — рік, що починається з дати, яка збігається із страховою річницею, та закінчується календарною датою, що передує наступній річниці.

2. Складові частини страхових резервів

- 2.1. Страхові резерви із страхування життя є оцінкою вартості грошових зобов'язань страховика за договорами та майбутніх витрат для забезпечення їх виконання.
- 2.2. Страхові резерви із страхування життя поділяються на:
 - резерви довгострокових зобов'язань (математичні резерви);
 - резерви належних виплат страхових сум.



3. Загальні вимоги до розрахунку математичних резервів та викупних сум

- 3.1. Резерви довгострокових зобов'язань (математичні резерви) складаються з:
 - резервів нетто-премій;
 - резервів витрат на ведення справи;
 - резерву бонусів.
- 3.2. Розрахунок математичних резервів здійснюється з використанням актуарних методів.
- 3.3. Розрахунок математичних резервів здійснюється окремо за кожним діючим на звітну дату договором з урахуванням темпів зростання інфляції. Загальна величина математичного резерву дорівнює сумі резервів, розрахованих окремо за кожним договором.
- 3.4. Розрахунок резерву нетто-премій на страхову річницю здійснюється проспективно — як різниця між актуарною вартістю потоку майбутніх страхових виплат (без урахування бонусів) та актуарною вартістю потоку майбутніх страхових нетто-премій. У разі, якщо особливості окремих видів договорів (окремих страхових ризиків, передбачених у договорі) не можуть бути повною мірою враховані проспективно, розрахунок резерву нетто-премій за такими договорами (ризиками) може здійснюватися ретроспективно — на підставі інформації про отримані страхові внески (премії) та здійснені страхові виплати.
- 3.5. Розрахунок резерву витрат на ведення справи на страхову річницю здійснюється проспективно — як різниця між актуарною вартістю потоку майбутніх витрат страховика із забезпечення виконання зобов'язань за договором після закінчення строку сплати страхових внесків та актуарною вартістю потоку наступних надходжень тієї частини бруто-премії, що йде на покриття майбутніх витрат.
- 3.6. Резерв бонусів є оцінкою додаткових зобов'язань страховика, що виникають при збільшенні розмірів страхових сум та (або)

страхових виплат за результатами отриманого інвестиційного доходу та за іншими фінансовими результатами діяльності страховика (участь у прибутках страховика). Резерв бонусів розраховується на страхову річницю як актуарна вартість додаткових виплат страховика.

- 3.7. Якщо умовами договору передбачено право страхувальника в майбутньому вибрати спосіб виконання страховиком зобов'язань за договором (здійснити одноразову страхову виплату в разі досягнення застрахованою особою визначеного договором віку чи виплату ануїтету, змінити періодичність виплати ануїтету тощо), то для розрахунку резервів використовується варіант, за яким актуарна вартість майбутніх страхових виплат більша.
- 3.8. Якщо умови договору страхування передбачають можливість сплати додаткових страхових премій і відповідний перерахунок страхових сум та (або) виплат, то для розрахунку резерву нетто-премій розміри страхових сум та (або) виплат визначаються на дату його розрахунку, а розміри майбутніх страхових премій вважаються такими, що відповідають умовам договору та забезпечують найбільший розмір резерву.
- 3.9. Розрахунок резерву нетто-премій та резерву витрат на ведення справи на звітну дату, що не збігається зі страховою річницею, здійснюється методом інтерполяції між розмірами цих резервів на найближчі страхові річниці.
Страхові річниці можуть бути замінені на найближчі до звітної дати календарні дати, які відповідають цілому числу кварталів (місяців), що пройшли з дня набрання чинності договором.
- 3.10. На дати, наступні за днем закінчення строку дії договору, математичні резерви вважаються рівними нулю.
- 3.11. Страховик одночасно з розрахунком страхових резервів за кожним договором на визначену дату оцінює обсяг страхових зобов'язань перестраховика на базисі розрахунку резерву.



- 3.12. Викупна сума на будь-яку дату не повинна перевищувати математичного резерву на цю дату. Розмір викупної суми залежить від строку дії договору та розраховується згідно з методикою, яка є невід'ємною частиною правил страхування життя.

4. Загальні вимоги до розрахунку резерву належних виплат страхових сум

- 4.1. Резерв належних виплат страхових сум складається з:
- резерву заявлених, але не врегульованих збитків;
 - резерву збитків, що виникли, але не заявлені.
- 4.2. Розрахунок резерву заявлених, але не врегульованих збитків, здійснюється за кожним чинним на звітну дату договором окремо. Розрахунок резерву збитків, що виникли, але не заявлені, здійснюється за сукупністю договорів у цілому. Загальна величина резерву належних виплат страхових сум дорівнює сумі зазначених резервів.
- 4.3. Резерв заявлених, але не врегульованих збитків, є оцінкою грошових зобов'язань страховика щодо страхових випадків, що мали місце у звітному або звітних періодах, що передують йому, але не були виконані або виконані не повністю на звітну дату.
- Величина резерву заявлених, але не врегульованих збитків визначається у сумарному розмірі не сплачених на звітну дату грошових сум, що мають бути виплачені:
- а) у зв'язку із страховими випадками, про факт настання яких заявлено страховику в установленому законодавством та договором порядку;
 - б) при настанні термінів здійснення виплат ануїтету, за якими (термінами) згідно з умовами договору не вимагається заява на виплату;
 - в) у зв'язку з достроковим припиненням дії договору або із змінами умов договору.



4.4. Резерв збитків, що виникли, але не заявлені, є оцінкою грошових зобов'язань страховика за ризиками нещасного випадку та (або) хвороби щодо страхових випадків, які могли статися у звітному або звітних періодах, що передують йому, але не були заявлені на звітну дату.

Оцінка резерву збитків, що виникли, але не заявлені, здійснюється актуарними методами.

5. Модифікація резерву нетто-премій

5.1. З метою врахування витрат на укладання договору може здійснюватися модифікація (зменшення) резерву нетто-премій (далі — модифікація резерву).

5.2. Модифікація резерву застосовується лише за умови сплати страхових премій частинами протягом не менше 3 років.

5.3. Модифікація резерву здійснюється шляхом зменшення розміру резерву нетто-премій на фіксований для даного договору відсоток (рівень модифікації) актуарної вартості потоку майбутніх нетто-премій.

5.4. Процедура модифікації повинна відповідати таким загальним вимогам:

- на кінець першої страхової річниці модифікований резерв не повинен бути від'ємним;
- рівень модифікації не повинен перевищувати 5 %.

5.5. Якщо протягом першого страхового року модифікований резерв набирає від'ємного значення, вважається, що він має нульове значення.

6. Вимоги до базису розрахунку математичних резервів

6.1. Базис розрахунку математичних резервів устанавлюється страховиком і включає:

- демографічні показники тривалості життя (таблиці смертності);



- ймовірності настання ризиків певної хвороби та (або) нещасного випадку чи їх наслідків, якщо страхування на випадок настання таких подій передбачене правилами страхування;
 - річну ставку інвестиційного доходу.
- 6.2. Річна ставка інвестиційного доходу не може перевищувати 4 %.
- 6.3. Базиси розрахунку математичних резервів за групами договорів можуть відрізнятися.
- 6.4. Базис розрахунку математичних резервів повинен бути таким, щоб за кожним договором і на будь-яку страхову річницю актуарна вартість потоку майбутніх нетто-премій була меншою, ніж 97 % від актуарної вартості потоку майбутніх страхових бруто-премій, що обчислюється на базисі розрахунку резервів.

7. Прикінцеві положення

- 7.1. Рішення щодо формування резерву витрат на ведення справи та резерву збитків, що виникли, але не заявлені, приймається страховиком. У разі, якщо зазначені резерви не формуються, вони вважаються рівними нулю.
- 7.2. При розрахунку страхових резервів допускаються спрощення та наближення у разі, якщо може бути обгрунтовано, що їх вплив на результати розрахунку резервів несуттєвий.
- 7.3. Розрахунок страхових резервів виконується страховиком на підставі Положення про формування резервів із страхування життя (далі — Положення), що розробляється відповідно до цієї Методики. Положення повинно бути підписано актуарієм, який відповідає вимогам чинного законодавства, та скріплено підписом відповідальної особи і печаткою страховика. Копія Положення подається до Держфінпослуг протягом 15 календарних днів.



ПОЛОЖЕННЯ про формування резервів із страхування життя

1. Загальні положення

Це Положення про формування резервів із страхування життя (далі — Положення) розроблено відповідно до «Методики формування резервів із страхування життя», що була затверджена розпорядженням Державної комісії з регулювання ринків фінансових послуг України 27 січня 2004 року.

Положення встановлює основні методи розрахунку страхових резервів, тобто оцінки вартості грошових зобов'язань страховика за договорами страхування життя та майбутніх витрат для забезпечення їх виконання.

Страхові резерви із страхування життя поділяються на резерви довгострокових зобов'язань (математичні резерви) та резервів належних виплат страхових сум.

Резерви довгострокових зобов'язань складаються з резервів нетто-премій, резервів витрат на ведення справи та резервів бонусів.

Резерви належних виплат страхових сум складається з резерву заявлених, але не врегульованих збитків та резерву збитків, що виникли, але не заявлені.

Страховик може приймати рішення щодо формування резерву витрат на ведення справи та резерву збитків, що виникли, але не заявлені. У разі, якщо зазначені резерви не формуються, вони вважаються рівними нулю.

Базис розрахунку математичних резервів устанавлюється страховиком і включає:

- а) демографічні показники тривалості життя (таблиці смертності);
- б) ймовірності настання ризиків певної хвороби та (або) нещасного випадку чи їх наслідків;
- в) річну ставку інвестиційного доходу, яка не може перевищувати 4 %.

Базиси розрахунку математичних резервів за групами договорів можуть відрізнятися.



2. Розрахунок резервів довгострокових зобов'язань (математичних резервів)

2.1. Розрахунок резерву нетто-премій

Розрахунок математичних резервів здійснюється окремо за кожним діючим на звітну дату договором з урахуванням темпів зростання інфляції. Загальна величина математичного резерву дорівнює сумі резервів, розрахованих окремо за кожним договором.

Резерви нетто-премій розраховуються з використанням актуарних методів відповідно до кожної програми страхування життя, що передбачені Правилами добровільного страхування життя. Розрахунок резервів нетто-премій наведено у методиці, що є частиною цих Правил.

2.2. Розрахунок резерву витрат на ведення справи

Резерв витрат на ведення справи розраховується на страхову річницю проспективно — як різниця між актуарною вартістю потоку майбутніх витрат страховика із забезпечення виконання зобов'язань за договором після закінчення строку сплати страхових внесків та актуарною вартістю потоку наступних надходжень тієї частини бруто-премії, що іде на покриття майбутніх витрат.

2.2.1. Резерв витрат на ведення справи V^{VS} при сплаті страхових внесків у розстрочку протягом n років та періодом майбутніх витрат страховика m років:

$$V^{VS} = \begin{cases} R^{VS} \times_{n-t} | \ddot{a}_{x+t:m}^{(q)} - P^{VS} \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots n \\ R^{VS} \times \ddot{a}_{x+t:m-(t-n)}^{(q)}, & t = n+1 \dots n+m; \end{cases}$$

де R^{VS} — майбутні щорічні витрати страховика q — разів на рік протягом m років;

P^{VS} — щорічні надходження частини бруто-премії, що ідуть на покриття майбутніх витрат, при сплаті страхових внесків k —

разів на рік протягом n років, $P^{VS} = \frac{R^{VS} \times_n | \ddot{a}_{x:n}^{(q)}}{\ddot{a}_{x:n}^{(k)}}$



2.2.2. Резерв витрат на ведення V^{VS} справи при сплаті страхових внесків одноразово та періодом майбутніх витрат страховика m років:

$$V^{VS} = R^{VS} \times \ddot{a}_{x:m}^{(q)}, t = 1 \dots m;$$

де R^{VS} — майбутні щорічні витрати страховика q разів на рік протягом m років;

P^{VS} — частини брутто-премії, що іде на покриття майбутніх витрат, при одноразовій сплаті страхового внеску, $P^{VS} = R^{VS} \times \ddot{a}_{x:m}^{(q)}$.

2.3. Розрахунок резерву бонусів

2.3.1. Варіант № 1. Резерв бонусів V^B розраховується як накопичення та реінвестування коштів за рахунок інвестиційного доходу від розміщення резерву бонусів та перевищення реального інвестиційного доходу від розміщення резерву нетто-премій над гарантованим доходом в структурі страхового тарифу:

$$V^B = {}_{t-1}V^B \times (1 + j) + {}_{t-1}V_x \times (j - i), t = 1 \dots n,$$

де j — реальна річна ставка Інвестиційного доходу;

i — річна гарантована ставка інвестиційного доходу, яка не може перевищувати 4 %;

${}_{t-1}V^B$ — резерв нетто-премій на кінець попереднього року страхування; n — строк дії договору страхування.

Розміри збільшення страхових сум та (або) страхових виплат кожної страхової річниці дорівнює поточному значенню резерву бонусів V^B .

2.3.2. Варіант № 2. Резерв бонусів V^B розраховується на страхову річницю як актуарна вартість додаткових виплат страховика, що виникають при збільшенні розмірів страхових сум та (або) страхових виплат за результатами отриманого інвестиційного доходу та за іншими фінансовими результатами діяльності страховика (участь у прибутках страховика).



За результатами отриманого інвестиційного доходу та за іншими фінансовими результатами діяльності страховика обчислюється поточний додатковий інвестиційний дохід:

$${}_tV^B = {}_{t-1}V^B \times j + {}_{t-1}V_x \times (j - i), t = 1 \dots n,$$

де j — реальна річна ставка Інвестиційного доходу; i — річна гарантована ставка інвестиційного доходу; ${}_{t-1}V_x$ — резерв нетто-премій на кінець попереднього року страхування; n — строк дії договору страхування.

Розмір додаткових зобов'язань страховика ${}_tS^B$ на страхову річницю розраховується на базисі розрахунку математичних резервів за формулою:

$${}_tS^B = \sum_{L=1}^t \frac{B_L}{A_{x+L:n-L}}, t = 1 \dots n,$$

де $A_{x+L:n-L}$ — одноразова нетто-ставка по змішаному страхуванню життя на L -тому році страхування на строк $n - L$.

Резерв бонусів на страхову річницю розраховується, як актуарна вартість додаткових виплат страховика:

$${}_tV^B = A_{x+t:n-t} \times {}_tS^B, t = 1 \dots n.$$

2.4. Розрахунок резерву нетто-премій та резерву витрат на ведення справи на звітну дату

2.4.1. Розрахунок резерву нетто-премій на звітну дату τ .

2.4.1. а) Резерв нетто-премій ${}_{t+\tau}V_{x:n}$ на звітну дату τ ($1 \leq \tau \leq 365$) t -го року дії договору страхування. Внесок премії P_x одноразовий:

$${}_{t+\tau}V_{x:n} = {}_tV_{x:n} \times \frac{365 - \tau}{365} + {}_{t+1}V_{x:n} \times \frac{\tau}{365}.$$



2.4.1. б) Резерв нетто-премій ${}_{t+\tau}V_{x:n}$ на звітну дату τ ($1 \leq \tau \leq 365$) t -го року дії договору страхування. Внесок премії $P_x k$ — разів на рік пренумерандо:

$${}_{t+\tau}V_{x:n} = {}_tV_{x:n} \times \frac{365 - \tau}{365} + \frac{P_x}{k} \times \left(1 - \frac{k \times y}{365}\right) + {}_{t+1}V_{x:n} \times \frac{\tau}{365},$$

де y — кількість днів, що минуло з дати належного внесення останнього платежу згідно з планом проплат.

2.4.2. Розрахунок резерву витрат на ведення справи на звітну дату τ .

Резерв витрат на ведення справи ${}_{t+\tau}V^{VS}$ на звітну дату m τ ($1 \leq \tau \leq 365$) t -го року дії договору страхування:

$${}_{t+\tau}V^{VS} = {}_tV^{VS} \times \frac{365 - \tau}{365} + {}_{t+1}V^{VS} \times \frac{\tau}{365}.$$

2.5. Модифікація резерву нетто-премій.

З метою врахування витрат на укладення Договору страхування може здійснюватись модифікація (зменшення) резерву нетто-премій (модифікація резерву) за умови сплати страхових премій за таким Договором частинами протягом не менше 3 років.

Модифікований резерв нетто-премій ${}^Z V_{x:n}$ дорівнює різниці між резервом нетто-премій за Договором страхування та актуарій вартості ще не внесених Страховальником платежів на погашення витрат Страховика на укладення договору страхування:

$${}^Z V_{x:n} = \begin{cases} {}_tV_{x:n} - P^a \times \ddot{a}_{x+t:n-t}, & t < n, \\ {}_tV_{x:n}, & t \geq n; \end{cases}$$



де $P^a = \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:n}}$; a — витрати на придбання полісу; n — період сплати страхових внесків.

Рівень модифікації не може перевищувати 5 відсотків актуарної вартості потоку майбутніх нетто-премій.

На кінець першої страхової річниці модифікований резерв не повинен бути від'ємним, якщо протягом першого страхового року модифікований резерв набирає від'ємного значення, вважається, що він має нульове значення.

3. Розрахунок резерву належних виплат

3.1. Розрахунок резерву заявлених, але не врегульованих збитків

Розрахунок резерву заявлених, але не врегульованих збитків, здійснюється за кожним чинним на звітну дату договором окремо. Резерв заявлених, але не врегульованих збитків, є оцінкою грошових зобов'язань страховика щодо страхових випадків, що мали місце у звітному або звітних періодах, що передують йому, але не були виконані або виконані не повністю на звітну дату.

Величина резерву заявлених, але не врегульованих збитків визначається у сумарному розмірі не сплачених на звітну дату грошових сум, що мають бути виплачені:

- а) у зв'язку із страховими випадками, про факт настання яких заявлено страховику в установленому законодавством та договором порядку;
- б) при настанні термінів здійснення виплат ануїтету, за якими (термінами) згідно з умовами договору не вимагається заява на виплату;
- в) у зв'язку з достроковим припиненням дії договору або із змінами умов договору.

3.2. Розрахунок резерву збитків, що виникли, але не заявлені

Розрахунок резерву збитків, що виникли, але не заявлені не формуються і дорівнюють нулю.

МЕТОДИКА розрахунку резервів нетто-премій

СТРАХУВАННЯ НА ВИПАДОК СМЕРТІ

1. Страхування на випадок смерті на строк n років

- 1.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = \frac{i}{i^{(2)}} \times A_{x+t:n-t}^1.$$

- 1.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = \frac{i}{i^{(2)}} \times (A_{x+t:n-t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}).$$

- 1.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = \frac{i}{i^{(2)}} \times (A_{x+t:n-t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}).$$

- 1.4. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = \frac{i}{i^{(2)}} \times \begin{cases} A_{x+t:n-t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots s, \\ A_{x+t:n-t}, & t = s + 1 \dots n. \end{cases}$$



2. Страхування на випадок смерті на строк n років із зростаючою страховою сумою

- 2.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = (IA)_{x+t:n-t} + n \times A_{x+t:n-t}^1$$

- 2.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = (IA)_{x+t:n-t} + n \times A_{x+t:n-t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}$$

- 2.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = (IA)_{x+t:n-t} + n \times A_{x+t:n-t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}$$

- 2.4. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = \begin{cases} (IA)_{x+t:n-t} + n \times A_{x+t:n-t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots s, \\ (IA)_{x+t:n-t} + n \times A_{x+t:n-t}^1, & t = s + 1 \dots n. \end{cases}$$

3. Страхування на випадок смерті на строк n років із страховою сумою, яка зменшується

- 3.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:



$${}_tV_{x:n} = (DA)_{x+t:n-t}^I.$$

- 3.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = (DA)_{x+t:n-t}^I - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}.$$

- 3.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = (DA)_{x+t:n-t}^I - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}.$$

- 3.4. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = \begin{cases} (DA)_{x+t:n-t}^I - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots s, \\ (DA)_{x+t:n-t}^I, & t = s + 1 \dots n. \end{cases}$$

4. Страхування на випадок смерті на строк n років із страховою сумою, яка зменшується q разів на рік на величину $\frac{1}{q}$.

- 4.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = (D^{(q)}\bar{A})_{x+t:n-t}^I.$$



- 4.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = (D^{(q)}\bar{A})_{x+t:n-t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}$$

- 4.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = (D^{(q)}\bar{A})_{x+t:n-t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}$$

- 4.4. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = \begin{cases} (D^{(q)}\bar{A})_{x+t:n-t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:s-t}^{(k)}, & t = 1 \dots s, \\ (D^{(q)}\bar{A})_{x+t:n-t}^1, & t = s + 1 \dots n. \end{cases}$$

5. Довічне страхування на випадок смерті

- 5.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю страхової суми на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \frac{i}{i^{(2)}} \times (A)_{x+t}$$

- 5.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю страхової суми на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \frac{i}{i^{(2)}} \times (A)_{x+t} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}$$

- 5.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю страхової суми на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \frac{i}{i^{(2)}} \times (A)_{x+t} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)};$$

6. Довічне страхування на випадок смерті з сплатою внесків n років

- 6.1. Внесок премії P_x щорічний протягом n років. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_x = \frac{i}{i^{(2)}} \times \begin{cases} A_{x+t} - P_x \times \ddot{a}_{x+t}^{(k)}, & t = 1 \dots n, \\ A_{x+t}, & t = n + 1 \dots; \end{cases}$$

- 6.2. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо протягом n років. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_x = \frac{i}{i^{(2)}} \times \begin{cases} A_{x+t} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots n, \\ A_{x+t}, & t = n + 1 \dots \end{cases}$$

7. Довічне страхування на випадок смерті із зростаючою страховою сумою

- 7.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю страхової суми на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \frac{i}{i^{(2)}} \times ((IA)_{x+t} + n \times A_{x+t}^1);$$



- 7.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю страхової суми на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \frac{i}{i^{(2)}} \times ((IA)_{x+t} + n \times A_{x+t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t});$$

- 7.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю страхової суми на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \frac{i}{i^{(2)}} \times ((IA)_{x+t} + n \times A_{x+t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)});$$

8. Довічне страхування на випадок смерті зі сплатою внесків n років із зростаючою страховою сумою. Внесення премій пренумерандо

- 8.1. Внесок премії P_x щорічний протягом n років. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_x = \frac{i}{i^{(2)}} \times \begin{cases} (IA)_{x+t} + n \times A_{x+t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}, & t = 1 \dots n, \\ (IA)_{x+t} + n \times A_{x+t}^1, & t = n + 1 \dots \end{cases}$$

- 8.2. Внесок премії P_x k -разів на рік пренумерандо протягом n років. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_x = \frac{i}{i^{(2)}} \times \begin{cases} (IA)_{x+t} + n \times A_{x+t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots n, \\ (IA)_{x+t} + n \times A_{x+t}^1, & t = n + 1 \dots \end{cases}$$



СТРАХУВАННЯ НА ВИПАДОК ДОЖИТТЯ

9. Страхування на випадок дожиття до кінця строку n років

- 9.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = A_{x+t:n-t};$$

- 9.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = A_{x+t:n-t} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t};$$

- 9.3. Внесок премії P_x k -разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = A_{x+t:n-t} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)};$$

- 9.4. Внесок премії P_x k -разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = \begin{cases} A_{x+t:n-t} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots s, \\ A_{x+t:n-t}, & t = s + 1 \dots n. \end{cases}$$

ЗМІШАНЕ СТРАХУВАННЯ ЖИТТЯ

10. Страхування на випадок дожиття та на випадок смерті на строк n років



- 10.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = A_{x+t:n-t};$$

- 10.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = A_{x+t:n-t} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t};$$

- 10.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = A_{x+t:n-t} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)};$$

- 10.4. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = \begin{cases} A_{x+t:n-t} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots s, \\ A_{x+t:n-t}, & t = s + 1 \dots n. \end{cases}$$

II. Страхування на випадок дожиття та на випадок смерті на строк n років із зростаючою страховою сумою

- 11.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = (IA)_{x+t:n-t} + n \times A_{x+t:n-t}^1;$$

- 11.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}$ розраховано на одиницю страхової суми:

$${}_tV_{x:n} = (IA)_{x+t:n-t} + n \times A_{x+t:n-t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t};$$

- 11.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій $V_{x:n}$ розраховано на одиницю страхової суми:

$$V_{x:n} = (IA)_{x+t:n-t} + n \times A_{x+t:n-t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)};$$

- 11.4. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій $V_{x:n}$ розраховано на одиницю страхової суми:

$$V_{x:n} = \begin{cases} (IA)_{x+t:n-t} + n \times A_{x+t:n-t}^1 - P_x \times \ddot{a}_{x+t:s-t}^{(k)}, & t = 1 \dots s, \\ (IA)_{x+t:n-t} + n \times A_{x+t:n-t}^1, & t = s + 1 \dots n. \end{cases}$$

СТРАХУВАННЯ АНУЇТЕТІВ (ПЕНСІЙ)

12. Відкладений на n років ануїтет пренумерандо на термін t років з виплатами q — разів на рік

- 12.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій V_x розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$$V_x = \begin{cases} n-t | \ddot{a}_{x+t:m}^{(q)}, & t = 1 \dots n, \\ \ddot{a}_{x+t:m+n-t}^{(q)}, & t = n + 1 \dots n + m; \end{cases}$$

- 12.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій V_x розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$$V_x = \begin{cases} n-t | \ddot{a}_{x+t:m}^{(q)} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}, & t = 1 \dots n, \\ \ddot{a}_{x+t:m+n-t}^{(q)}, & t = n + 1 \dots n + m; \end{cases}$$



- 12.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}| \ddot{a}_{x+t:m}^{(q)} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots n, \\ \ddot{a}_{x+t:m+n-t}^{(q)}, & t = n+1 \dots n+m; \end{cases}$$

- 12.4. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}| \ddot{a}_{x+t:m}^{(q)} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots s, \\ {}_{n-t}| \ddot{a}_{x+t:m}^{(q)}, & t = s+1 \dots n, \\ \ddot{a}_{x+t:m+n-t}^{(q)}, & t = n+1 \dots n+m; \end{cases}$$

13. Відкладений на n років анuitет пренумерандо на термін t років зі щорічними виплатами, які зростають кожен рік

- 13.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}| (I\ddot{a})_{x+t:m}, & t = 1 \dots n, \\ (I\ddot{a})_{x+t:m+n-t}, & t = n+1 \dots n+m; \end{cases}$$

- 13.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}| (I\ddot{a})_{x+t:m} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}, & t = 1 \dots n, \\ (I\ddot{a})_{x+t:m+n-t}, & t = n+1 \dots n+m; \end{cases}$$



- 13.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій V_x озраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$$V_x = \begin{cases} {}_{n-t}|(I\ddot{a})_{x+t:m} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots n, \\ (I\ddot{a})_{x+t:m+n-t}, & t = n+1 \dots n+m; \end{cases}$$

- 13.4. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій V_x розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$$V_x = \begin{cases} {}_{n-t}|(I\ddot{a})_{x+t:m} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots s, \\ {}_{n-t}|(I\ddot{a})_{x+t:m}, & t = s+1 \dots n, \\ (I\ddot{a})_{x+t:m+n-t}, & t = n+1 \dots n+m; \end{cases}$$

14. Відкладений на n років ануїтет пренумерандо на термін m років зі щорічними виплатами, які зменшуються кожен рік

- 14.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій V_x розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$$V_x = \begin{cases} {}_{n-t}|(D\ddot{a})_{x+t:m}, & t = 1 \dots n, \\ (D\ddot{a})_{x+t:m+n-t}, & t = n+1 \dots n+m; \end{cases}$$

- 14.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій V_x розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$$V_x = \begin{cases} {}_{n-t}|(D\ddot{a})_{x+t:m} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots n, \\ (D\ddot{a})_{x+t:m+n-t}, & t = n+1 \dots n+m; \end{cases}$$



- 14.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій V_x розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$$V_x = \begin{cases} {}_{n-t}|(D\ddot{a})_{x+t:m} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots n, \\ (D\ddot{a})_{x+t:m+n-t}, & t = n+1 \dots n+m; \end{cases}$$

- 14.4. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій V_x розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t — го року страхування:

$$V_x = \begin{cases} {}_{n-t}|(D\ddot{a})_{x+t:m} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots s, \\ {}_{n-t}|(D\ddot{a})_{x+t:m}, & t = s+1 \dots n, \\ (D\ddot{a})_{x+t:m+n-t}, & t = n+1 \dots n+m; \end{cases}$$

15. Відкладений на n років анuitет з подальшими безумовними щорічними виплатами q разів на рік протягом m років

- 15.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій V_x на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю річного анuitету:

$$V_x = \begin{cases} {}_{n-t}| \ddot{a}_m^{(q)}, & t = 0 \dots n, \\ {}_0| \ddot{a}_m^{(q)} \times s^{t-n-1} - S_k \times (1 - s^{t-n} + s \times \frac{s^{t-n} - 1}{i}), & t = (n+1) \dots m; \end{cases}$$

- 15.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій V_x на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю річного анuitету:

$$V_x = \begin{cases} {}_{n-t}| \ddot{a}_m^{(q)} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}, & t = 0 \dots n, \\ {}_0| \ddot{a}_m^{(q)} \times s^{t-n-1} - S_k \times (1 - s^{t-n} + s \times \frac{s^{t-n} - 1}{i}), & t = (n+1) \dots m; \end{cases}$$

- 15.3. Внесок премії P_x k -разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ на кінець t — го року страхування розраховано на одиницю річного ануїтету:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}|\ddot{a}_m^{(q)} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 0 \dots n, \\ 0 | \ddot{a}_m^{(q)} \times s^{t-n-1} - S_k \times (1 - s^{t-n} + s \times \frac{s^{t-n} - 1}{i}), & t = (n+1) \dots m; \end{cases}$$

- 15.4. Внесок премії P_x k — разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ на кінець t -го року страхування розраховано на одиницю річного ануїтету:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}|\ddot{a}_m^{(q)} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 0 \dots s, \\ {}_{n-t}|\ddot{a}_m^{(q)}, & t = s + 1 \dots n, \\ 0 | \ddot{a}_m^{(q)} \times s^{t-n-1} - S_k \times (1 - s^{t-n} + s \times \frac{s^{t-n} - 1}{i}), & t = (n+1) \dots m; \end{cases}$$

де s — річний множник нарощення, $s = 1 + i$; S_k — сума річного ануїтету.

16. Відкладений на n років ануїтет пренумерандо на термін m років з виплатами q разів на рік, з поверненням сплачених внесків у випадку смерті в період очікування та з гарантованою додатковою виплатою L -кратного річного ануїтету у випадку смерті в перші w років виплати пенсії ($w < m$)

- 16.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}|\ddot{a}_{x+t:m}^{(q)} + L \times A_{x+t:n-t}^1 \times A_{x+n:w}^1 + P_x \times A_{x+t:n-t}^1, & t = 1 \dots n, \\ \ddot{a}_{x+t:m+n-t}^{(q)} + w \times A_{x+t:w-(t-n)}^1, & t = n + 1 \dots n + w, \\ \ddot{a}_{x+t:m+n-t}^{(q)}, & t = n + w + 1 \dots n + m. \end{cases}$$



- 16.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}| \ddot{\alpha}_{x+t:m}^{(q)} + L \times A_{x+t:n-t}^1 \times A_{x+n:w}^1 + P_x^r \times (I^{(k)}\bar{A})_{x+t:n-t}^1 - P_x^r \times \ddot{\alpha}_{x+t:n-t} & t = 1 \dots n \\ \ddot{\alpha}_{x+t:m+n-t}^{(q)} + w \times A_{x+t:w-(t-n)}^1, & t = n + 1 \dots n + w \\ \ddot{\alpha}_{x+t:m+n-t}^{(q)}, & t = n + w + 1 \dots n + m \end{cases}$$

- 16.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}| \ddot{\alpha}_{x+t:m}^{(q)} + L \times A_{x+t:n-t}^1 \times A_{x+n:w}^1 + P_x^r \times (I^{(k)}\bar{A})_{x+t:n-t}^1 - P_x^r \times \ddot{\alpha}_{x+t:n-t}^{(k)} & t = 1 \dots n, \\ \ddot{\alpha}_{x+t:m+n-t}^{(q)} + w \times A_{x+t:w-(t-n)}^1, & t = n + 1 \dots n + w, \\ \ddot{\alpha}_{x+t:m+n-t}^{(q)}, & t = n + w + 1 \dots n + m. \end{cases}$$

- 16.4. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}| \ddot{\alpha}_{x+t:m}^{(q)} + L \times A_{x+t:n-t}^1 \times A_{x+n:w}^1 + P_x^r \times (I^{(k)}\bar{A})_{x+t:n-t}^1 - P_x^r \times \ddot{\alpha}_{x+t:s-t}^{(k)} & t = 1 \dots s \\ {}_{n-t}| \ddot{\alpha}_{x+t:m}^{(q)} + L \times A_{x+t:n-t}^1 \times A_{x+n:w}^1 + P_x^r \times (I^{(k)}\bar{A})_{x+t:n-t}^1, & t = s + 1 \dots n \\ \ddot{\alpha}_{x+t:m+n-t}^{(q)} + w \times A_{x+t:w-(t-n)}^1, & t = n + 1 \dots n + w \\ \ddot{\alpha}_{x+t:m+n-t}^{(q)}, & t = n + w + 1 \dots n + m \end{cases}$$

17. Відкладена на n років довічна пенсія пренумерандо з виплатами q разів на рік

- 17.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}| \ddot{a}_{x+t}^{(q)}, & t = 1 \dots n, \\ \ddot{a}_{x+t}^{(q)}, & t = n + 1 \dots; \end{cases}$$

- 17.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}| \ddot{a}_{x+t}^{(q)} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}, & t = 1 \dots n, \\ \ddot{a}_{x+t}^{(q)}, & t = n + 1 \dots; \end{cases}$$

- 17.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}| \ddot{a}_{x+t}^{(q)} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots n, \\ \ddot{a}_{x+t}^{(q)}, & t = n + 1 \dots; \end{cases}$$

- 17.4. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}| \ddot{a}_{x+t}^{(q)} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:s-t}^{(k)}, & t = 1 \dots s, \\ {}_{n-t}| \ddot{a}_{x+t}^{(q)}, & t = s + 1 \dots n, \\ \ddot{a}_{x+t}^{(q)}, & t = n + 1 \dots \end{cases}$$

18. Відкладена на n років довічна пенсія пренумерандо з щорічними виплатами, які зростають кожен рік



- 18.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}|(I\ddot{a})_{x+t}, & t = 1 \dots n, \\ (I\ddot{a})_{x+t}, & t = n + 1 \dots; \end{cases}$$

- 18.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}|(I\ddot{a})_{x+t} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots n, \\ (I\ddot{a})_{x+t}, & t = n + 1 \dots; \end{cases}$$

- 18.3. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}|(I\ddot{a})_{x+t} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots n, \\ (I\ddot{a})_{x+t}, & t = n + 1 \dots; \end{cases}$$

- 18.4. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}|(I\ddot{a})_{x+t} - P_x \times \ddot{a}_{x+t:s-t}^{(k)}, & t = 1 \dots s, \\ {}_{n-t}|(I\ddot{a})_{x+t} & t = s + 1 \dots n, \\ (I\ddot{a})_{x+t}, & t = n + 1 \dots \end{cases}$$

19. Відкладена на n років довічна пенсія пренумерандо з виплатами q разів на рік, з поверненням сплачених внесків у випадку смерті в період очікування та з гарантованою

додатковою виплатою L -кратного річного ануйтету у випадку смерті в перші w років виплати пенсії ($w < m$)

- 19.1. Внесок премії P_x одноразовий. Резерв нетто-премій V_x розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$$V_x = \begin{cases} {}_{n-t}|\ddot{\alpha}_{x+t}^{(q)} + L \times A_{x+t:n-t}^1 \times A_{x+n:w}^1 + P_x^r \times A_{x+t:n-t}^1, & t = 1 \dots n, \\ \ddot{\alpha}_{x+t}^{(q)} + w \times A_{x+t:w-(t-n)}^1, & t = n+1 \dots n+w \\ \ddot{\alpha}_{x+t}^{(q)}, & t = n+w+1 \dots \end{cases}$$

- 19.2. Внесок премії P_x щорічний пренумерандо. Резерв нетто-премій V_x розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$$V_x = \begin{cases} {}_{n-t}|\ddot{\alpha}_{x+t}^{(q)} + L \times A_{x+t:n-t}^1 \times A_{x+n:w}^1 + P_x^r \times (I^{(k)}\bar{A})_{x+t:n-t}^1 - P_x^r \times \ddot{\alpha}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots n, \\ \ddot{\alpha}_{x+t}^{(q)} + w \times A_{x+t:w-(t-n)}^1, & t = n+1 \dots n+w, \\ \ddot{\alpha}_{x+t}^{(q)}, & t = n+w+1 \dots \end{cases}$$

- 19.3. Внесок премії P_x k -разів на рік пренумерандо. Резерв нетто-премій V_x розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$$V_x = \begin{cases} {}_{n-t}|\ddot{\alpha}_{x+t}^{(q)} + L \times A_{x+t:n-t}^1 \times A_{x+n:w}^1 + P_x^r \times (I^{(k)}\bar{A})_{x+t:n-t}^1 - P_x^r \times \ddot{\alpha}_{x+t:n-t}^{(k)}, & t = 1 \dots n, \\ \ddot{\alpha}_{x+t}^{(q)} + w \times A_{x+t:w-(t-n)}^1, & t = n+1 \dots n+w \\ \ddot{\alpha}_{x+t}^{(q)}, & t = n+w+1 \dots \end{cases}$$



- 19.4. Внесок премії P^x k разів на рік пренумерандо протягом s років ($s \leq n$). Резерв нетто-премій ${}_tV_x$ розраховано на одиницю річної пенсії на кінець t -го року страхування:

$${}_tV_x = \begin{cases} {}_{n-t}|\ddot{\alpha}_{x+t}^{(q)} + L \times A_{x+t:n-t}^1 \times A_{x+n:w}^1 + P_x^r \times (I^{(k)}\bar{A})_{x+t:n-t}^1 - P_x^r \times \ddot{\alpha}_{x+t:s-t}^{(k)}, & t = 1 \dots s \\ {}_{n-t}|\ddot{\alpha}_{x+t}^{(q)} + L \times A_{x+t:n-t}^1 \times A_{x+n:w}^1 + P_x^r \times (I^{(k)}\bar{A})_{x+t:n-t}^1, & t = s + 1 \dots n \\ \ddot{\alpha}_{x+t}^{(q)} + w \times A_{x+t:w-(t-n)}^1, & t = n + 1 \dots n + w \\ \ddot{\alpha}_{x+t}^{(q)}, & t = n + w + 1 \dots \end{cases}$$

20. Розрахунок резерву нетто-премій на звітну

- 20.1. Резерв нетто-премій ${}_{t+\tau}V_{x:n}$ на звітну дату τ ($1 \leq \tau < 365$) t -го року дії договору страхування. Внесок премії P_x одноразовий:

$${}_{t+\tau}V_{x:n} = {}_tV_{x:n} \times \frac{365 - \tau}{365} + {}_{t+1}V_{x:n} \times \frac{\tau}{365};$$

- 20.2. Резерв нетто-премій ${}_{t+r}V_{x:n}$ на звітну дату r ($1 < r < 365$) t -го року дії договору страхування. Внесок премії P_x один раз на рік пренумерандо:

$${}_{t+r}V_{x:n} = ({}_tV_{x:n} + P_x) \times \frac{365 - r}{365} + {}_{t+1}V_{x:n} \times \frac{r}{365},$$

де y — кількість днів, що минуло з дати належного внесення останнього платежу згідно з планом проплат.

- 20.3. Резерв нетто-премій ${}_{t+\tau}V_{x:n}$ на звітну дату τ ($1 \leq \tau \leq 365$) t -го року дії договору страхування. Внесок премії P_x k разів на рік пренумерандо:

$${}_{t+\tau}V_{x:n} = {}_tV_{x:n} \times \frac{365 - \tau}{365} + \frac{P_x}{k} \times \left(1 - \frac{k \times y}{365}\right) + {}_{t+1}V_{x:n} \times \frac{\tau}{365},$$

де y — кількість днів, що минуло з дати належного внесення останнього платежу згідно з планом проплат.

21. Модифікація резерву нетто-премій.

- 21.1. З метою врахування витрат на укладення Договору страхування може здійснюватись модифікація (зменшення) резерву нетто-премій (модифікація резерву) за умови сплати страхових премій за таким Договором частинами протягом не менше 3 років.
- 21.2. Модифікований резерв нетто-премій ${}_tV_{x:n}^Z$ дорівнює різниці резерву нетто-премій за Договором страхування та поточній заборгованості Страхувальника по погашенню витрат Страховика на ведення справ за таким Договором страхування:

$${}_tV_{x:n}^Z = \begin{cases} {}_tV_{x:n} - P^\alpha \times \ddot{\alpha}_{x+t:n-t}, & t < n, \\ {}_tV_{x:n}, & t \geq n; \end{cases}$$

де $P^\alpha = \frac{\alpha}{\alpha_{x:n}}$; α витрати на придбання полісу; n — період сплати страхових внесків.

- 21.3. Рівень модифікації не може перевищувати 5 відсотків актуарної вартості потоку майбутніх нетто-премій.
- 21.4. На кінець першої страхової річниць модифікований резерв не повинен бути від'ємним, якщо протягом першого страхового року модифікований резерв набирає від'ємного значення, вважається, що він має нульове значення.

22. Розрахунок резерву незароблених премій на звітну дату t по програмах добровільного страхування життя за додатковими ризиками

- 22.1. Резерв незароблених премій ${}_{t+\tau}RZ_{x:n}$ на звітну дату t $1 \leq \tau \leq 365$ t -го року дії договору страхування. Внесок премії P_x у розстрочку k разів на рік пренумерандо:



$${}_{t+r}RZ_{x:n} = \frac{P_x}{k} \times \left(\frac{365 - k \times y}{365} \right),$$

де y — кількість днів, що минуло з дати належного внесення останнього платежу згідно з планом проплат.

Додаток 5

Методика розрахунку викупних сум

1. Загальні положення

- 1.1. На підставі цієї методики здійснюються розрахунки викупних сум.
- 1.2. Фактичний розмір викупної суми обчислюється при зверненні Страхувальника за виплатою викупної суми. Викупні суми складаються з мінімально гарантованих викупних сум та частини отриманих бонусів.
- 1.3. Мінімальні гарантовані викупні суми обчислюються на основі ретроспективного резерву, з якого вираховуються штрафи за негативну селекцію та інвестиційні втрати.

2. Позначення

- 2.1. З метою розрахунку викупних сум в цій методиці використовуються такі позначення:
 - x — вік Застрахованого на дату початку дії договору страхування;
 - m — кількість платежів на рік;
 - n — строк дії договору страхування;
 - i — гарантована річна ставка інвестиційного доходу;
 - v — дисконтний множник ($v = 1 / (1+i)$);
 - δ — сила (норма) процентного доходу ($\delta = \ln(1+i)$);
 - — граничний вік в таблицях смертності;
 - l_x — математичне очікування кількості осіб з групи в l_0 — новонароджених, які доживають до віку x років.
 - x — кількість повних років. Крок таблиці смертності — один рік;
 - d_x — кількість осіб у віці x , які не доживуть до віку $x+1$ рік ($d_x = l_x - l_{x+1}$);
 - D_x, N_x, C_x, M_x — комутаційні функції, що обчислюються за базисом розрахунку для Застрахованої особи віком x років.



2.2. Співвідношення необхідні для подальших розрахунків:

$$D_x = l_x v^x, N_x = \sum_{k=x}^{\infty} D_k, C_x = d_x v^{x+1}, M_x = \sum_{k=x}^{\infty} C_k.$$

3. *Обчислення ретроспективного резерву*

- 3.1. Ретроспективний резерв є сучасною вартістю всіх отриманих внесків за вирахуванням сучасної вартості усіх понесених за договором витрат. Сучасна вартість внесків і витрат обчислюються на тому ж базисі, на якому обчислювався тариф при укладенні договору.
- 3.2. Ретроспективний резерв обчислюється на дату звернення Страхувальника про виплату викупної суми, але при розрахунку враховується реальний стан оплати внесків за договором. Якщо є заборгованість Страхувальника по сплаті внесків, то ретроспективний резерв обчислюється не на дату звернення про виплату викупної суми, а на останній оплачений за договором день.
- 3.3. Понесені витрати, які враховуються при обчисленні ретроспективного резерву, складаються з аквізиційних витрат (у перший рік дії договору складають від 0 до 100 % від отриманих премій, у другий та наступні роки від 0 до 50 % від отриманих премій), витрат на покриття ризиків за минулий період та адміністративних витрат компанії.
- 3.4. Обчислення ретроспективного резерву на кінець k -го року.
 - 3.4.1. Для програм «Спадщина», «Спадщина+», «Захист», «Захист та Капітал», «Захист та Капітал+», «ТАС-ЛАЙФ», «Довічне страхування життя». Якщо S_e — страхова сума у випадку дожиття (якщо передбачене програмою страхування); S_d — страхова сума у випадку смерті; S_1, S_2, \dots, S_l — страхові суми для всіх інших ризиків, які є в договорі; a_1, a_2, \dots, a_n — аквізиційні витрати у 1-й, 2-й, n -й роки

відповідно, термін сплати внесків дорівнює t років, річний внесок за договором дорівнює P , то ретроспективний резерв за цим договором на k -ту річницю (кінець k -го страхового року) дорівнює:

$$\begin{aligned}
 {}_kV = & (P - 10\% \cdot P - \sum_{i=1}^l R_i \cdot S_i) \cdot \frac{N_x - N_{x+\min(t,k)} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_x - D_{x+\min(t,k)})}{D_{x+k}} - \\
 & - P \cdot \sum_{j=1}^{\min(t,k)} a_j \cdot \left(D_{x+j-1} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_{x+j-1} - D_{x+j}) \right) / D_{x+k} - \\
 & - S_d \cdot \left(\frac{(M_x - M_{x+k}) \cdot i / \delta}{D_{x+k}} \cdot \frac{NR}{100} + \frac{ADB \cdot n_1 / n}{1000} \right) + V_b,
 \end{aligned}$$

де $\sum_{i=1}^l R_i \cdot S_i$ — сума нетто-премій за всіма ризиками, які є в договорі, крім дожиття та смерті, R_i — річна тарифна нетто-ставка за i -тим ризиком (яка включає всі андерайтерські надбавки за цим ризиком, якщо такі були), S_i — страхова сума за i -тим ризиком; NR — андерайтерська надбавка у вигляді відсотка від базового тарифу за ризиком смерті; ADB — андерайтерська надбавка по ризику смерті у вигляді додаткового тарифу (в проміле), n_1 — термін дії такої надбавки; V_b — резерв отриманих за договором бонусів, який визначається на підставі Положення про формування резервів із страхування життя (цей резерв дорівнює 0 до нарахування бонусів або при розрахунку мінімально гарантованої викупної суми при укладенні нового договору).

3.4.2. Для програми «Капітал» по накопичувальній частині. Якщо a_1, a_2, \dots, a_n — аквізиційні витрати у 1-й, 2-й, n -й роки відповідно, термін сплати внесків дорівнює терміну



дії договору, річний внесок по ризику дожиття дорівнює P_e , то ретроспективний резерв за накопичувальною частиною договору на k -ту річницю (кінець k -того страхового року) дорівнює:

$${}_k\bar{V}_e = (P_e - 10\% \cdot P_e) \cdot \frac{(1+i)^k - 1}{i} \cdot (1+i) - P_e \cdot \sum_{j=1}^k a_j \cdot (1+j)^{k-j+1} + V_{be}$$

де V_{be} — резерв отриманих за накопичувальною частиною договору бонусів.

- 3.4.3. Для програм «Додаткова пенсія», «Добробут» по накопичувальній (пенсійній) частині. Якщо - аквізиційні витрати у 1-й, 2-й, n -й роки відповідно, термін сплати внесків дорівнює t років, термін очікування пенсії складає p років, річний внесок по ризику дожиття (пенсії) дорівнює P_a , то ретроспективний резерв за цим договором на k -ту річницю (кінець k -того страхового року, $k \leq p$) дорівнює:

$${}_k\bar{V}_e = (P_a - 10\% \cdot P_a) \cdot \frac{N_x - N_{x+\min(t,k)} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_x - D_{x+\min(t,k)})}{D_{x+k}} - P_a \cdot \sum_{j=1}^{\min(t,k)} a_j \cdot \left(D_{x+j-1} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_{x+j-1} - D_{x+j}) \right) / D_{x+k} + V_{be}$$

де V_{be} — резерв отриманих за накопичувальною частиною договору бонусів.

Для $k > p$ (період виплати пенсії) викупна сума по накопичувальній частині цих програм страхування дорівнює нулю, тому для цілей цієї методики вважається, що ретроспективний резерв дорівнює нулю.

- 3.4.4. Для програм «Капітал», «Додаткова пенсія», «Добробут» по ризику смерті. Якщо S_d — страхова сума у випадку смерті; a_1, a_2, \dots, a_n — аквізиційні витрати у 1-й, 2-й, n -й

роки відповідно, термін сплати внесків дорівнює t років, річний внесок за договором дорівнює P_d , ретроспективний резерв за цим договором на k -ту річницю (кінець k -го страхового року) дорівнює:

$$\begin{aligned} {}_k\bar{V}_d = & (P_d - 10\% \cdot P_d) \cdot \frac{N_x - N_{x+\min(t,k)} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_x - D_{x+\min(t,k)})}{D_{x+k}} - \\ & - P_d \cdot \sum_{j=1}^{\min(t,k)} a_j \cdot \left(D_{x+j-1} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_{x+j-1} - D_{x+j}) \right) / D_{x+k} - \\ & - S_d \cdot \left(\frac{(M_x - M_{x+k}) \cdot i / \delta}{D_{x+k}} \cdot \frac{NR}{100} \right) + V_{bd}, \end{aligned}$$

де NR — андеррайтерська надбавка у вигляді відсотка від базового тарифу за ризиком смерті; V_{bd} — резерв отриманих по ризику смерті бонусів.

3.4.5. Для програми «ТАС-Юніор». Якщо S_d — страхова сума у випадку смерті страхувальника; y — вік страхувальника на дату укладення договору, a_1, a_2, \dots, a_n — аквізиційні витрати у 1-й, 2-й, n -й роки відповідно, термін сплати внесків дорівнює терміну дії договору, річний внесок за договором дорівнює P , ретроспективний резерв за цим договором на k -ту річницю (кінець k -го страхового року) дорівнює:

$$\begin{aligned} {}_k\bar{V} = & (P - 11\% \cdot P - W_o P_{y:k} \cdot P) \cdot \frac{N_x - N_{x+k} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_x - D_{x+k})}{D_{x+k}} - \\ & - P \cdot \sum_{j=1}^k a_j \cdot \left(D_{x+j-1} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_{x+j-1} - D_{x+j}) \right) / D_{x+k} - \\ & - \frac{1}{4} S_d \cdot \left(\frac{(M_y - M_{y+k}) \cdot i / \delta}{D_{y+k}} \cdot \frac{NR}{100} \right) + V_b, \end{aligned}$$



де $WOP_{y:k}$ — нетто-тариф по звільненню від сплати внесків страхувальника, виражений у частках річної премії; NR — андеррайтерська надбавка у вигляді відсотка від базового тарифу за ризиком смерті страхувальника; V_b — резерв отриманих за договором бонусів.

3.4.6. Для програми «Золоте майбутнє». На період очікування пенсії. Якщо a_1, a_2, \dots, a_n — аквізиційні витрати у 1-й, 2-й, n -й роки відповідно, термін сплати внесків дорівнює t років, річний внесок за договором (крім внеску по звільненню від сплати внесків страхувальника) дорівнює P , ретроспективний резерв за цим договором на k -ту річницю (кінець k -го страхового року) дорівнює:

$${}_kV = \min\{\min(t, k) \cdot P;$$

$$(P - 12\% \cdot P) \cdot \frac{N_x - N_{x+\min(t, k)} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_x - D_{x+\min(t, k)})}{D_{x+k}} - P \cdot \sum_{j=1}^{\min(t, k)} a_j \cdot \left(D_{x+j-1} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_{x+j-1} - D_{x+j}) \right) / D_{x+k} \} + V_b,$$

де V_b — резерв отриманих по договору бонусів.

По ризику звільнення від сплати внесків страхувальника ретроспективний резерв розраховується окремо за п. 3.4.9. Протягом періоду виплати пенсії. Викупна сума не може перевищувати розмір виплат, які було б виплачено за договором в разі смерті застрахованої особи, тому для цілей цієї методики вважається, що протягом гарантованого періоду виплати пенсії

$${}_kV = S_a \cdot \frac{1 - v^k}{1 - v},$$



де t — кількість років, що залишається до завершення гарантованого періоду; S_a — сума пенсійних виплат на рік. Після завершення гарантованого періоду виплати пенсії: ${}_kV = 0$.

3.4.7. Для накопичувальної програми страхування «Дитяча програма». Якщо річний внесок за договором дорівнює P , які є в договорі; a_1, a_2, \dots, a_n — аквізиційні витрати у 1-й, 2-й, n -й роки відповідно, термін сплати внесків дорівнює терміну дії договору, річний внесок за договором дорівнює P , то ретроспективний резерв за цим договором на k -ту річницю (кінець k -го страхового року) дорівнює:

$${}_kV = (P - 11\% \cdot P) \cdot \frac{N_x - N_{x+k} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_x - D_{x+k})}{D_{x+k}} - P \cdot \sum_{j=1}^k a_j \cdot \left(D_{x+j-1} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_{x+j-1} - D_{x+j}) \right) / D_{x+k} + V_b$$

де $\sum_{i=1}^l R_i \cdot S_i$ — сума нетто-премій за всіма ризиками, які є в договорі, крім дожиття та смерті; R_i — річна тарифна нетто-ставка за i -тим ризиком (яка включає всі андерайтерські надбавки за цим ризиком, якщо такі були), S_i — страхова сума за i -тим ризиком; NR — андерайтерська надбавка у вигляді відсотка від базового тарифу за ризиком смерті; V_b — резерв отриманих за договором бонусів.

3.4.8. Для пенсійної програми страхування «Довічний ануйтет». Протягом періоду очікування пенсії. Якщо аквізиційні витрати у 1-й, 2-й, n -й роки відповідно, термін сплати внесків дорівнює t років, річний внесок за договором дорівнює P , ретроспективний резерв за цим договором на k -ту річницю (кінець k -го страхового року) дорівнює:



$$\begin{aligned} {}_k\bar{V} &= \min \{ \min(t, k) \cdot P; \\ &(P - 12\% \cdot P) \cdot \frac{N_x - N_{x+\min(t, k)} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_x - D_{x+\min(t, k)})}{D_{x+k}} - \\ &- P \cdot \sum_{j=1}^{\min(t, k)} a_j \cdot \left(D_{x+j-1} - \frac{m-1}{2m} \cdot (D_{x+j-1} - D_{x+j}) \right) / D_{x+k} \} + V_b \end{aligned}$$

де V_b — резерв отриманих по договору бонусів.
 Протягом періоду виплати пенсії. Викупна сума не може перевищувати розмір виплат, які було б виплачено за договором в разі смерті застрахованої особи, тому для цілей цієї методики вважається, що протягом гарантованого періоду виплати пенсії

$${}_k\bar{V} = S_a \cdot \frac{1 - v^t}{1 - v},$$

де t — кількість років, що залишається до завершення гарантованого періоду; S_a — сума пенсійних виплат на рік.

Після завершення гарантованого періоду виплати пенсії ${}_k\bar{V} = 0$.

3.4.9 Для всіх інших програм страхування, а також для додаткових ризиків, в тому числі Звільнення від сплати внесків, у програмах страхування, перелічених в п.п.3.4.1–3.4.8, ретроспективний резерв на кожен страхову річницю дорівнює нулю.

3.4.10. Ретроспективний резерв за договором є сумою ретроспективних резервів за всіма ризиками, що передбачені в договорі.

3.5. Ретроспективний резерв на останній день страхового періоду (року для річних внесків, півріччя для піврічних внесків тощо) визначається шляхом лінійної інтерполяції між значеннями цього резерву на найближчі страхові річниці.



Ретроспективний резерв на перший день страхового періоду (одразу після сплати премії за цей період) визначається шляхом збільшення ретроспективного резерву на останній день попереднього страхового періоду на величину

$$\frac{P}{t} \cdot (1 - 10\% - a_k),$$

де

$$P = \begin{cases} \text{річна премія за договором, протягом періоду сплати внесків;} \\ 0, \text{ якщо період сплати внесків закінчився} \end{cases};$$

k — поточний рік дії договору;

a_k — аквізиційні витрати у k -му році.

- 3.6. Ретроспективний резерв на всі інші дати, крім першого та останнього дня страхових періодів, визначається лінійною інтерполяцією між значеннями цього резерву на перший та останній день відповідного страхового періоду.
- 3.7. В разі, якщо в договорі змінювалися умови страхування (розмір премії, величина страхової суми, термін дії договору тощо), то ретроспективний резерв обчислюється з урахуванням зміни умов.
- 3.8. Якщо обчислений ретроспективний резерв є від'ємним, то він вважається рівним 0.

4. Обчислення викупної суми.

- 4.1. Якщо договір діє менше 2 повних років, то викупна сума за таким договором дорівнює нулю.
- 4.2. Викупна сума для договору, який діє на момент викупу k повних років та d днів (але не менше 2 повних років), складає:

$$CSV_k^d = 95\% \cdot {}^d_kV - 1\% \cdot (\max\{S_e, S_d, S_1, S_2, \dots, S_l\} - {}^d_kV),$$



де d_kV — обчислений згідно з розділом 3 цього дод. ретроспективний резерв для договору, що діє k повних років та d днів.

- 4.3. Якщо обчислена викупна сума є від'ємною, то вона вважається рівною 0.
- 4.4. Викупна сума ніколи не може перевищувати розмір виплат, які було б виплачено за договором в разі смерті застрахованої особи. Якщо розрахована викупна сума перевищує суму можливих виплат по смерті на дату звернення за викупною сумою, то викупна сума встановлюється рівною сумі виплат в разі смерті застрахованої особи на дату звернення.
- 4.5. Якщо викупна сума обчислюється на останньому році дії договору, то протягом всього страхового року, крім останнього дня, страхова сума обчислюється за наведеними вище правилами. В останній день дії договору викупна сума дорівнює страховій сумі у випадку дожиття, якщо така передбачена умовами договору.



ЛІТЕРАТУРА

1. Бурроу К. Основы страховой статистики. — М., 1992.
2. Гмурман В. Е. Теория вероятности и математическая статистика. — М.: Высшая школа, 1972.
3. Гольцберг М. А., Хасан-Бек Л. М. Бухгалтерський аналіз. — К.: Торгово-видавниче бюро ВНУ, 1993.
4. Гохман В. С. Страхование жизни. — М.: Госфиниздат, 1944.
5. Государственное страхование. — М.: Финансы и статистика, 1989.
6. Кагаловская Е. Т., Попова А. А. Финансовые основы страхования жизни в СССР. — М.: Финансы, 1971.
7. Калихман А. И. Теория тарифов долгосрочных видов страхования. — М., 1991.
8. Калихман А. И. Методы организации резерва взносов по страхованию жизни. — М., 1989.
9. Калихман А. И. Основы тарифных расчетов по страхованию жизни. — М., 1987.
10. Кутуков В. Б. Основы финансовой и страховой математики. — М.: Дело, 1998.
11. Мертенс А. «Інвестиції». Курс лекцій по сучасній фінансовій теорії. — К.: Київське інвестиційне агентство, 1997.
12. Мотылев Л. А. Государственное страхование в СССР. — М.: Финансы, 1971.
13. Мотылев Л. А. Государственное страхование в СССР. — М.: Финансы, 1980.



14. Рейтман Л. И. Личное страхование при социализме. — М.: Финансы и статистика, 1982.
15. Рейтман Л. И. Вопросы финансовой устойчивости личного страхования // Финансы СССР. — 1970. — № 9.
16. Рыбников С. А. Основы тарифных расчетов по страхованию жизни. — М.: Госфиниздат, 1959.
17. Роберт Н. Холт. Основы финансового менеджмента. — М.: Дело, 1993.
18. Рябушкин Т. В. Общая теория статистики. — М.: Финансы и статистика, 1981.
19. Продолжительность жизни: анализ и моделирование. — М.: Статистика, 1979.
20. Шарп У., Александер Г., Бейли Д. Инвестиции. — М.: ИНФРА-М, 1997.



ЗАПИТУЙТЕ ПОВНИЙ АСОРТИМЕНТ КНИГ НАШОГО ВИДАВНИЦТВА

- в м. Вінниця: СПД Хардін В. В. тел. (0432) 21-67-44;
- в м. Дніпропетровськ: «Дніпропетровський бібліотечний колектор» тел. (056) 371-02-78;
- в м. Донецьк: ТзОВ «Бібліосфера» тел. (062) 311-01-72, ТОВ «Епіграф» тел. (062) 311-02-16;
- в м. Житомир: ТОВ «Житомир-Книга» тел. (0412) 37-27-74,
«Обласний державний бібліотечний колектор» тел. (0412) 22-89-68;
- в м. Запоріжжя: ТОВ «Фірма «Константа-І, Лтд» тел. (0612) 20-95-71;
- в м. Івано-Франківськ: КП «Букініст» тел. (0342) 22-38-28,
ТзОВ «Арка» тел. (0342) 50-14-02;
- в м. Кривий Ріг: КП «Букініст» тел. (0564) 92-37-32;
- в м. Луганськ: Книгарня «Глобус-книга» тел. (0642) 53-62-30;
- в м. Луцьк: ТВ ТзОВ «Знання» тел. (03322) 4-23-98;
- в м. Львів: Книгарня «Глобус-книга» тел. (0322) 74-01-77, ПП Василькевич К. І.
тел. (0322) 75-79-86, ТОВ «Книжкові джерела» тел. (0322) 45-00-64;
- в м. Миколаїв: АВРП «Миколаївкнига» тел. (0512) 55-20-93;
- в м. Полтава: Книжковий магазин «Зоря» тел. (0532) 27-21-61,
ПП Солдаткіна В. Г. тел. (0532) 66-87-84;
- в м. Рівне: ТОВ «Іскра» тел. (0362) 23-63-16, ОККП «Рівнекнига» тел. (0362) 22-41-05;
- в м. Суми: ПП Ніканоров В. І. тел. (0542) 22-22-58;
- в м. Тернопіль: ТОВ «Кобзар» тел. (0352) 52-23-05, КП «Кооп-книга» тел. (0352) 52-25-40;
- в м. Ужгород: ТОВ «Кобзар» тел. (03122) 3-35-16;
- в м. Харків: ДП «Авіоніка-Харків» тел. (057) 214-04-71,
Книгарня «Знак» тел. (057) 719-26-24;
- в м. Херсон: ПП Палей М. С. тел. (0552) 24-64-23, ПП Лісова Г. В. тел. (0552) 26-21-71;
- в м. Хмельницький: ТОВ «Книжковий світ» тел. (03822) 6-60-73;
- в м. Черкаси: ТОВ «Фірма «Світоч» тел. (0472) 32-92-78;
-

Навчальне видання

- І. О. Ковтун** — член Українського Товариства актуаріїв;
М. П. Денисенко — доктор економічних наук, академік Української Технологічної Академії, чл. — кор. Міжнародної Академії інвестицій та економіки будівництва;
В. Г. Кабанов — кандидат економічних наук, доцент, академік Української Технологічної Академії

ОСНОВИ АКТУАРНИХ РОЗРАХУНКІВ

*Підготовка оригінал-макету В. Л. Тарнавський
Керівник видавничого відділу С. О. Кіцно*

Редакція видавництва не несе відповідальності за зміст наданих автором матеріалів.

Відтворення цього видання або жодної з його частин будь-яким способом без дозволу редакції не допускається.
Усі права захищені.

Формат 60x84/16. Підписано до друку 01.11.2007.
Друк офсетний. Папір офсетний. Гарнітура Таймс.
Обл.-вид. арк. 12,54. Ум. друк. арк. 28,00
Наклад 800 прим.Зам 956

НБ ПНУС



727374

ТОВ «Видавничий дім «Професіонал»
м. Київ, вул. Прирічна 25 а, оф. 16
эл./факс (8-044) 502-97-99 (багатоканальний)
e-mail: epprofitbook@gmail.com,
rlprofitbook@gmail.com

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників і
розповсюджувачів видавничої продукції
серія ДК № 1533*

Віддруковано з готових діапозитивів в друкарні ПП Швець С.М.
(свідоцтво ДК № 867 від 22.03.2002 р.).
32300, Хмельницька обл., м. Кам'янець-Подільський,
вул. П'ятницька, 9а,
Тел. (03849) 2-72-01, 2-20-79



Навчальний посібник висвітлює математичні й статистичні закономірності, що визначають фінансові взаємовідносини страхових компаній і страхувальників, наводяться принципи забезпечення стійкості операцій з ризикових видів і особового страхування, викладена теорія і практика побудови страхових тарифів, формування страхових резервів та ефективність інвестиційних рішень.

Видання призначене для студентів, аспірантів, викладачів, спеціалістів страхових компаній, співробітників банків, спеціалістів недержавних пенсійних фондів.



ISBN 978-966-370-076-2



НБ ПНУС



727374

