

85.01.73

М.М. Зацеркляний
О.Ф. Мельников

ОСНОВИ ЕКОНОМІЧНОЇ КІБЕРНЕТИКИ



НАШІ КНИГИ

77 13 87 ф.ч.



М. М. Зацеркляний, О. Ф. Мельников

ОСНОВИ ЕКОНОМІЧНОЇ КІБЕРНЕТИКИ



НБ ПНУС



771387



НАШІ КНИГИ

2008

ББК 65.050.030.4
3-38
УДК 330.46+519.71

Автори

Зацеркляний Микола Мілентійович, доктор технічних наук, професор Харківського національного університету внутрішніх справ

Мельников Олександр Федорович, кандидат фізико-математичних наук, професор, заступник директора Харківського регіонального інституту Української академії державного управління при Президентіві України

Рецензенти

П. М. Коюда, к.е.н., професор, завідувач кафедри економічної кібернетики Харківського національного технічного університету радіоелектроніки

В. О. Філатов, д.т.н., професор кафедри штучного інтелекту Харківського національного технічного університету радіоелектроніки

О. Ю. Амосов, академік АЕН України, д.е.н., професор, перший заступник директора ХарПІ НАДУ

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів
(лист № 1.4/18 – Г – 1313 від 4 грудня 2006 р.)*

Зацеркляний М.М., Мельников О.Ф.

3-38 Основи економічної кібернетики: Навч. посібник. – Чернівці: ТОВ «Видавництво «Наші книги», 2008. – 392 с.

ISBN 978-966-482-008-7.

У посібнику викладені основи економічної кібернетики, при цьому особлива увага звернута на побудову економіко-математичних моделей.

Розрахований на студентів економічних спеціальностей вищих закладів освіти України.

ББК 65.050.030.4

НАУКОВА БІБЛІОТЕКА

77 13 87

© Зацеркляний М.М., Мельников О.Ф., 2008
© ТОВ «Видавництво «Наші книги», 2008
ISBN 978-966-482-008-7

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1. ПРИРОДА І СУТЬ УПРАВЛІННЯ	10
1.1. Поняття управління	10
1.2. Управління і менеджмент	14
1.3. Управління як кібернетичне поняття	17
1.4. Мета і завдання управління	24
1.5. Види, форми та способи управління	29
1.6. Організаційні структури управління	36
1.7. Прийняття рішень як функція управління	40
2. ОСНОВИ ТЕОРІЇ СИСТЕМ І СИСТЕМНОГО ПІДХОДУ	47
2.1. Поняття системи	47
2.2. Основи теорії систем і системного аналізу	52
2.3. Основи системного підходу	55
2.4. Основні елементи і типи організаційних систем	69
2.5. Класифікація механізмів управління організаційними системами	71
2.6. Значення системного підходу в управлінні	79
3. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ІНФОРМАЦІЇ	81
3.1. Поняття інформації та інформаційного процесу	84
3.2. Форми подання інформації	94
3.3. Перетворення повідомлень	96
3.4. Поняття ентропії	102
3.5. Ентропія та інформація	111
3.6. Управлінська та економічна інформація	114
4. ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ	120
4.1. Поняття моделі та моделювання	120
4.2. Системний підхід до моделювання	133
4.3. Класифікація моделей	140
4.4. Вимоги, що ставляться до математичних моделей	152
4.5. Механізми просування модельного часу	155
4.6. Поняття обчислювального експерименту	162
4.7. Особливості кібернетичного моделювання	163
4.8. Автоматизовані системи моделювання	164
5. ОСОБЛИВОСТІ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ	170
5.1. Загальні моделі економічних систем	170

5.2. Роль економіко-математичних моделей в управлінні економічними об'єктами та процесами	177
5.3. Деякі особливості застосування економіко-математичних моделей в управлінні	181
5.4. Основні види економіко-математичних моделей	190
5.4.1. Факторні моделі	191
5.4.2. Балансові моделі	193
5.4.3. Оптимізаційні моделі	196
5.4.4. Моделі управління запасами	202
5.4.5. Ігрові моделі	204
5.4.6. Мережеві моделі	208
6. ЕКОНОМІЧНІ ВИРОБНИЧІ ФУНКЦІЇ	211
6.1. Поняття виробничої функції та її властивості	211
6.2. Побудова виробничих функцій	221
6.3. Аналіз сукупної факторної продуктивності	255
7. ФІНАНСУВАННЯ РОЗВИТКУ МАЛИХ ПІДПРИЄМСТВ	262
7.1. Модель динаміки малого підприємства за участю зовнішніх інвестицій	263
7.2. Модель із нелінійними виробничими функціями	266
7.3. Модель малого підприємства із рівномірним погашенням одноразового кредиту	269
7.4. Загальна модель	272
7.5. Модель динаміки інноваційно-орієнтованого малого підприємства	279
7.6. Модель кредитування малих підприємств із урахуванням ризиків	288
8. ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ ЕКОНОМІКИ	294
8.1. Фінансові потоки в динамічній моделі макроекономіки	294
8.2. Сценарій оптимальної реформи пенсійної системи	315
9. БАЗОВІ СИСТЕМИ СТИМУЛЮВАННЯ	344
9.1. Формальний аналіз індивідуального стимулювання ..	344
9.2. Математичні моделі заробітної плати	372
9.3. Ефективність базових систем стимулювання	378
ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА	387

ВСТУП

Сучасне покоління є свідком стрімкого розвитку науки і техніки. За останні триста років людство пройшло шлях від найпростіших парових машин до потужних атомних електростанцій, опанувало надзвукові швидкості польоту, поставило на службу енергію рік, створило величезні океанські кораблі і гігантські землерийні машини, які замінюють працю десятків тисяч тракторів. Запуском першого штучного супутника Землі і польотом першої людини в космос людство відкрило шлях до освоєння космічного простору.

Проте до середини ХХ століття майже всі створювані людиною механізми призначалися для виконання хоча й досить різноманітних, але в основному виконавчих функцій. Їх конструкція передбачала завжди більш-менш складне управління, здійснюване людиною, яка повинна оцінювати зовнішню обстановку, зовнішні умови, спостерігати за ходом того чи іншого процесу й відповідно управляти машинами, рухом транспорту і т.п. Сфера розумової діяльності, психіки, логічних функцій людського мозку здавалися донедавна зовсім недоступними для механізації.

Сучасний рівень розвитку радіоелектроніки дозволяє ставити й розв'язувати задачі створення нових пристроїв, які б звільнили людину від необхідності стежити за виробничим процесом і управляти ним, тобто які б замінили оператора, диспетчера тощо. З'явився новий клас машин – керуючі машини, які можуть

виконувати найрізноманітніші й часто досить складні завдання управління виробничими процесами, рухом транспорту і т.п.

Створення керуючих машин дозволяє перейти від автоматизації окремих верстатів і агрегатів до комплексної автоматизації конвеєрів, цехів, заводів.

Обчислювальна техніка використовується не тільки для управління технологічними процесами та розв'язування численних трудомістких науково-теоретичних і конструкторських обчислювальних задач, а й у сфері управління народним господарством та економікою.

Поява кібернетики як самостійного наукового напрямку відноситься до 1948 р., коли американський вчений Норберт Вінер опублікував книгу "Кібернетика, або Управління і зв'язок у тварин і машині". У цій книзі Вінер узагальнив закономірності, які стосуються систем управління різної природи – біологічних, технічних, соціальних. Питання управління в соціальних системах більш докладно розглянуті ним у книзі "Кібернетика і суспільство", опублікованій у 1954 р.

Назва "кібернетика" походить від грецького "кюбернетес", яке спочатку означало "кермовий", "кормчий", але згодом стало позначати і "правитель над людьми". Так, давньогрецький філософ Платон у своїх творах в одних випадках називав кібернетикою мистецтво управління кораблем або колісницею, а в інших – мистецтвом правити людьми. Зауважимо, що римлянами слово "кюбернетес" було перетворено в "губернатор".

Відомий французький вчений-фізик А. М. Ампер (1775–1836) у своїй роботі "Досвід про філософію наук, або Аналітичний виклад природної класифікації всіх людських знань", перша частина якої опублікована в 1834 р., назвав кібернетикою науку про поточне управління державою (народом), що допомагає урядові розв'язувати конкретні завдання, які постають перед ним, із урахуванням різноманітних обставин у плані загального завдання принести країні мир і процвітання. Проте незабаром термін "кібернетика" був забутий і відроджений тільки у 1948 р. Вінером як назва науки про управління технічними, біологічними і соціальними системами.

Кібернетика як наука про управління має об'єктом свого вивчення управляючі системи. Аби в системі могли протікати процеси управління, вона повинна мати певну складність. З другого боку, здійснення процесів управління в системі має сенс тільки тоді, коли ця система змінюється, рухається, тобто коли мова йде про динамічну систему.

До складних динамічних систем відносяться і живі організми (тварини, рослини), і соціально-економічні комплекси (організовані групи людей, бригади, підрозділи, підприємства, галузі промисловості, держави), і технічні агрегати (потокові лінії, транспортні засоби, системи агрегатів). Проте, розглядаючи складні динамічні системи, кібернетика не ставить перед собою завдання всебічного вивчення їх функціонування. Хоча кібернетика й вивчає загальні закономірності керуючих систем, їхні конкретні фізичні особливості знаходяться поза полем її зору. Так, при дослідженні з позицій кібернетичної науки такої складної динамічної системи, як потужна електростанція, не зосереджується увага безпосередньо на питанні про коефіцієнт її корисної дії, габаритах генераторів, фізичних процесах генерування енергії тощо. Розглядаючи роботу складного електронного автомата, не цікавляться, на основі яких елементів (електромеханічні реле, лампові чи транзисторні тригери, ферритові сердечники, напівпровідникові інтегральні схеми) функціонують його арифметичні і логічні пристрої, пам'ять тощо. Цікавляться тим, які логічні функції виконують ці пристрої, як вони беруть участь у процесах управління. Вивчаючи з кібернетичної точки зору роботу певного соціального колективу, не вникають у біофізичні і біохімічні процеси, що відбуваються всередині організму індивідумів, які утворюють цей колектив. Вивченням усіх перерахованих питань займаються інші науки. Предмет кібернетики складають тільки ті сторони функціонування систем, якими визначається протікання в них процесів управління, тобто процесів збирання, опрацювання, збереження інформації та її використання з метою управління. Проте коли ті чи інші окремі фізико-хімічні процеси істотно впливають на процеси управління системою, кібернетика повинна включати їх у сферу свого дослідження, але не всебічного, а саме з позицій їх впливу на процеси управління.

виконувати найрізноманітніші й часто досить складні завдання управління виробничими процесами, рухом транспорту і т.п.

Створення керуючих машин дозволяє перейти від автоматизації окремих верстатів і агрегатів до комплексної автоматизації конвеєрів, цехів, заводів.

Обчислювальна техніка використовується не тільки для управління технологічними процесами та розв'язування численних трудомістких науково-теоретичних і конструкторських обчислювальних задач, а й у сфері управління народним господарством та економікою.

Поява кібернетики як самостійного наукового напрямку відноситься до 1948 р., коли американський вчений Норберт Вінер опублікував книгу “Кібернетика, або Управління і зв'язок у тварин і машині”. У цій книзі Вінер узагальнив закономірності, які стосуються систем управління різної природи – біологічних, технічних, соціальних. Питання управління в соціальних системах більш докладно розглянуті ним у книзі “Кібернетика і суспільство”, опублікованій у 1954 р.

Назва “кібернетика” походить від грецького “кюбернетес”, яке спочатку означало “кермовий”, “кормчий”, але згодом стало позначати і “правитель над людьми”. Так, давньогрецький філософ Платон у своїх творах в одних випадках називає кібернетикою мистецтво управління кораблем або колісницею, а в інших – мистецтвом правити людьми. Зауважимо, що римлянами слово “кюбернетес” було перетворено в “губернатор”.

Відомий французький вчений-фізик А. М. Ампер (1775–1836) у своїй роботі “Досвід про філософію наук, або Аналітичний виклад природної класифікації всіх людських знань”, перша частина якої опублікована в 1834 р., назвав кібернетикою науку про поточне управління державою (народом), що допомагає урядові розв'язувати конкретні завдання, які постають перед ним, із урахуванням різноманітних обставин у плані загального завдання принести країні мир і процвітання. Проте незабаром термін “кібернетика” був забутий і відроджений тільки у 1948 р. Вінером як назва науки про управління технічними, біологічними і соціальними системами.

Кібернетика як наука про управління має об'єктом свого вивчення управляючі системи. Аби в системі могли протікати процеси управління, вона повинна мати певну складність. З другого боку, здійснення процесів управління в системі має сенс тільки тоді, коли ця система змінюється, рухається, тобто коли мова йде про динамічну систему.

До складних динамічних систем відносяться і живі організми (тварини, рослини), і соціально-економічні комплекси (організовані групи людей, бригади, підрозділи, підприємства, галузі промисловості, держави), і технічні агрегати (потоківі лінії, транспортні засоби, системи агрегатів). Проте, розглядаючи складні динамічні системи, кібернетика не ставить перед собою завдання всебічного вивчення їх функціонування. Хоча кібернетика й вивчає загальні закономірності керуючих систем, їхні конкретні фізичні особливості знаходяться поза полем її зору. Так, при дослідженні з позицій кібернетичної науки такої складної динамічної системи, як потужна електростанція, не зосереджується увага безпосередньо на питанні про коефіцієнт її корисної дії, габаритах генераторів, фізичних процесах генерування енергії тощо. Розглядаючи роботу складного електронного автомата, не цікавляться, на основі яких елементів (електромеханічні реле, лампові чи транзисторні тригери, ферритові сердечники, напівпровідникові інтегральні схеми) функціонують його арифметичні і логічні пристрої, пам'ять тощо. Цікавляться тим, які логічні функції виконують ці пристрої, як вони беруть участь у процесах управління. Вивчаючи з кібернетичної точки зору роботу певного соціального колективу, не вникають у біофізичні і біохімічні процеси, що відбуваються всередині організму індивідумів, які утворюють цей колектив. Вивченням усіх перерахованих питань займаються інші науки. Предмет кібернетики складають тільки ті сторони функціонування систем, якими визначається протікання в них процесів управління, тобто процесів збирання, опрацювання, збереження інформації та її використання з метою управління. Проте коли ті чи інші окремі фізико-хімічні процеси істотно впливають на процеси управління системою, кібернетика повинна включати їх у сферу свого дослідження, але не всебічного, а саме з позицій їх впливу на процеси управління.

Теорія і практика кібернетики безпосередньо базуються на застосуванні математичних методів при описуванні й дослідженні систем і процесів управління, на побудові адекватних їм математичних моделей і дослідженні цих моделей на швидкодіючих обчислювальних комплексах. Таким чином, одним із основних методів кібернетики є метод математичного моделювання систем і процесів управління.

До основних методологічних принципів кібернетики відноситься застосування системного і функціонального підходу при описуванні та дослідженні складних систем. Системний підхід виходячи з уявлення про певну цілісність системи виражається в комплексному її вивченні з позицій системного аналізу, тобто аналізу проблем та об'єктів як сукупності взаємозалежних елементів.

Функціональний аналіз має за мету виявлення і вивчення функціональних наслідків тих чи інших явищ або подій для досліджуваного об'єкта. Відповідно функціональний підхід передбачає врахування результатів функціонального аналізу при дослідженні та синтезі систем управління.

Основна мета кібернетики як науки про управління – домагатися побудови на основі вивчення структур і механізмів управління таких систем, такої організації їх роботи, такої взаємодії елементів усередині цих систем і такої взаємодії із зовнішнім середовищем, аби результати функціонування цих систем були найкращими, тобто приводили досить швидко до заданої мети функціонування при мінімальних витратах тих чи інших ресурсів (сировини, енергії, людської праці, машинного часу, пального тощо). Усе це можна визначити терміном “оптимізація”. Таким чином, основною метою кібернетики є оптимізація систем управління.

Залежно від типу систем управління, які вивчаються, виділяються технічна, біологічна, соціальна та інші кібернетики.

Технічна кібернетика – це наука про управління технічними системами. Біологічна кібернетика вивчає загальні закони збереження, передавання та опрацювання інформації в біологічних системах. Біологічну кібернетику, в свою чергу, ділять на медичну кібернетику, яка займається головним чином моделюванням захворювань і використанням цих моделей для діагностики,

прогнозування та лікування; фізіологічну кібернетику, яка вивчає і моделює функції клітин та органів у нормі й патології; нейрокібернетику, в якій моделюються процеси опрацювання інформації в нервовій системі; психологічну кібернетику, яка моделює психіку на основі вивчення поведінки людини. Проміжною ланкою між біологічною і технічною кібернетикою є біоніка – наука про використання моделей біологічних процесів та механізмів як прототипів для вдосконалювання існуючих і створення нових технічних пристроїв.

Соціальна кібернетика – це наука, в якій використовуються методи і засоби кібернетики з метою дослідження та організації процесів управління в соціальних системах. Необхідно, проте, враховувати, що соціальна кібернетика, яка вивчає закономірності управління суспільством у кількісному аспекті, не може стати всеохоплюючою наукою про управління суспільством, яке характеризується значною мірою неформалізованими явищами і процесами. У зв'язку з цим найбільші практичні успіхи в сучасних умовах можуть бути досягнуті в результаті застосування кібернетики в сфері управління економікою, виробничою діяльністю як найважливішими основами розвитку суспільства.

Серед соціальних підсистем саме економіка характеризується найбільш розвинутою системою кількісних показників і співвідношень. Сферою економічної кібернетики є проблеми оптимізації управління народним господарством у цілому, його окремими галузями, економічними районами, промисловими комплексами, підприємствами і т.п.

Основним методом економічної кібернетики є економіко-математичне моделювання, яке дозволяє подати динаміку розвитку виробничо-економічних систем, розробити заходи для поліпшення їхньої структури та надати методи економічного прогнозування й управління.

У пропонованому навчальному посібнику викладені основи економічної кібернетики, при цьому особлива увага звернута на побудову економіко-математичних моделей.

Посібник розрахований на студентів економічних спеціальностей вищих закладів освіти України.

1 ПРИРОДА І СУТЬ УПРАВЛІННЯ

1.1. Поняття управління

Спочатку зупинимося на понятті управління, його природі і суті. Здається, зміст поняття “управляти” настільки очевидний, що немає потреби в додатковому поясненні. Адже з дитинства бачимо, як батьки управляють дітьми, вчителі – учнями, водій – автомобілем, автоінспектор – водіями. Та й кожний із нас чимось і кимсь обов’язково управляє. Незважаючи на це, дати досить загальне, чітке, доступне для розуміння означення терміна “управляти” важко.

Багатоаспектність і багатозначність універсального поняття “управляти”, яке одержало широке поширення і вживається в різному значенні, утруднює розкриття його суті однією чи декількома фразами без попередніх пояснень. Річ у тім, що тлумачення категорії “управління” залежить від уявлень про світобудову, пов’язаних зі світоглядними позиціями. Тим самим термін “управління” є не тільки економічним чи соціальним, а й філософським поняттям.

Виходимо з передумови, що весь навколишній світ складається з чотирьох взаємозалежних і взаємодіючих складових:

- 1) неживої природи, неорганічного середовища;
- 2) живої природи, біологічного світу;
- 3) технічних витворів рук людських;
- 4) людей, людства.

Явища, процеси, які протікають у неживій природі, цілком підпорядковані законам фізики і хімії, матеріальні об’єкти неорганічного світу діють у повній відповідності з цими законами. Правомірно, тим самим, стверджувати, що кліматичні явища, погодні умови, зміна дня і ночі, плин рік, виверження вулканів і тому подібні процеси визначені закладеними в природі закономірностями її поведінки, змін.

Приблизно така ж ситуація має місце й відносно тварин, органічного світу, тільки ними керують набагато складніші закони спадковості, зміни поколінь, біологічної поведінки, дії інстинктів, розмноження, збереження роду.

В зв’язку з цим доводиться констатувати той факт, що можливості людей впливати на природу обмежені законами природного середовища, які людина не в змозі змінити. В цьому розумінні люди не керують і не здатні керувати природою, вони можуть лише використовувати природні ресурси, процеси, спираючись на пізнання закономірностей протікання природних явищ.

Управління як реалізація власної волі, задумів людей з’являється там, де така можливість закладена. Створюючи технічний об’єкт у вигляді, наприклад, літака чи автомобіля, його творець конструює засіб пересування як об’єкт управління людиною. Можливість і необхідність управляти в цьому випадку виникає ще в ході проектування як певна властивість, ознака даного об’єкта. При цьому технічні об’єкти створюються в повній відповідності із законами природи. Інакше подібний об’єкт не зможе функціонувати, виконувати свого призначення.

Вплив людини на технічні об’єкти і технологічні процеси, здійснюваний із метою спрямувати їхню дію в бажане русло й одержати необхідний результат, правомірно назвати *управлінням технікою і технологією*. Якщо люди, спираючись на біологічні закони, впливають на поведінку живих істот і використовують у своїх цілях біологічні технології, то є підстави стверджувати, що має місце *управління об’єктами живої природи*, обмежене рамками дії, прояву її законів.

Отже, люди здатні управляти неживою природою в процесі її перетворення, добуваючи сировину, використовуючи природ-

ну енергію, зводячи будівельні споруди. Управління об'єктами неживої природи за допомогою управляючих сигналів, команд не доступне людині, ці об'єкти підпорядковані тільки фізичним законам існування, руху, перетворення речовини та енергії.

Більш доступним для людей є управління живою природою, рослинним і особливо тваринним світом. Наявність у тварин органів чуття, інстинктивної поведінки, здатність сприймати інформацію у вигляді сигналів створюють передумови управління живими істотами, живою природою.

Ще більшою мірою люди здатні управляти технічними об'єктами і технологічними процесами, які є витворами, породженнями, створеними людьми. У таких об'єктів необхідність і потенційна можливість управління заздалегідь передбачена їхніми творцями, втілена в конструкцію й технологію.

Але вищою і найбільш розповсюдженою формою управління є генерована людьми інформація у вигляді сигналів, команд, розпоряджень, обіцянок, пропозицій і численних інших впливів, спрямованих, адресованих окремим людям, родинам, колективам, населенню, суспільству. Управління людьми з боку людей є найхарактернішим і типовим процесом управління в сучасному світі.

Отже, *управління* – це свідомий вплив людини на різні об'єкти і процеси, які протікають у навколишньому світі, на пов'язаних з ними людей, що здійснюється з метою надати процесам певну спрямованість і одержати бажані результати.

Залежно від виду об'єкта, на який орієнтовані управляючі впливи, від кола людей, на які впливають ті, хто управляє, розрізняють управління суспільством, державою, економікою, соціальними процесами, підприємствами, виробничими колективами, домашнім господарством і багато інших аналогічних різновидів управління.

Зупинимося на суті поняття “управління”, аби вникнути в його окремі, найважливіші аспекти.

По-перше, управління – це усвідомлений процес, тобто керуюча особа заздалегідь продумала, намітила, усвідомила види використовуваних нею керуючих впливів. Управління, здійснюване людьми, є плід розуму, а не інстинкту чи неконтрольованих емоцій.

По-друге, управління є не будь-який, а енергетично слабкий, найчастіше інформаційний вплив на об'єкт. Так, наприклад, якщо людина фізично впливає на об'єкт, переміщує предмет із місця на місце, то такий вплив не можна вважати управлінням об'єктом чи предметом. А от якщо людина віддає команду або легким рухом руки повертає кермо, внаслідок чого приводяться в рух потужні об'єкти, то це вже управління. Управління з цього погляду характеризується тим, що слабкий за фізичною потужністю, за затрачуваною енергією вплив приводить до набагато вагоміших, масштабніших, енергетично відчутних результатів. Управління є слабким впливом, який породжує сильний ефект.

Надзвичайно важлива властивість управління – наявність мети, на досягнення якої воно спрямоване. Управління, власне, і виникає тому, що люди бажать досягти певної мети, здійснити свої наміри, задовольнити певні потреби, одержати потрібний результат. Формування мети передусь управлінню. Як стверджував римський філософ Сенека, “хто не знає, в яку гавань пливе, той не має попутного вітру”. Виходячи зі своєї мети, бажань, устремлень, людина організовує, скеровує дії інших людей, хід процесів таким чином, аби виконати цільову задачу, яка стоїть перед нею. А це і є управління, яке іноді, підкреслюючи його цільову орієнтацію, називається цільовим управлінням.

Неминучість управління економікою, виробництвом випливає з необхідності організації, координації праці спільно діючих працівників. Відомий фахівець у сфері управління Пітер Ф. Друкер стверджував, що “управління – це особливий вид діяльності, який перетворює неорганізовану юрбу в ефективну цілеспрямовану і продуктивну групу”. Не менш переконливо обгрунтовував об'єктивну необхідність управління К. Маркс, який писав: “Будь-яка безпосередньо суспільна або спільна праця, здійснювана в порівняно великому масштабі, має потребу в управлінні, яке встановлює погодженість між індивідуальними роботами і виконує загальні функції, які виникають з руху всього виробничого організму на відміну від руху його самостійних органів. Окремий скрипаль сам управляє собою, оркестр має потребу в диригенті”.

Процес поділу праці, який відбувається в усьому світі із найдавніших часів, привів до вичленювання управління в самостійний вид діяльності, до виділення *управлінської праці* як специфічного, широко розповсюдженого поля трудової діяльності. Виявляється яскраво виражена тенденція до збільшення частки працівників, зайнятих в управлінні, оскільки продуктивність управлінської праці зростає більш низькими темпами, ніж продуктивність праці в матеріальному виробництві, а коло завдань управління неперервно розширюється. Управління стало не тільки однією з найбільших галузей, а перетворилося в найважливішу сферу економіки, громадського життя.

Як видно з наведеної схеми (рис. 1.1), сфера управління поряд із виробництвом і споживанням як основними економічними процесами утворює кістяк сучасної економіки.

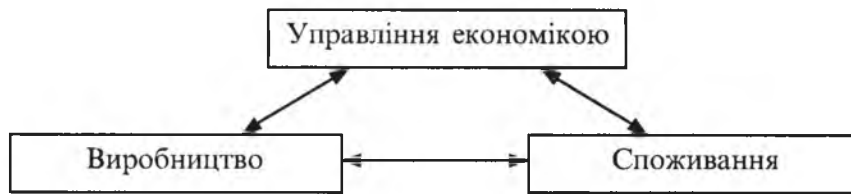


Рис. 1.1. Найпростіша схема управління економікою

Виробництво створює матеріально-речовинний продукт, товари, послуги, необхідні для підтримки і виробництва, і споживання. В свою чергу, виробниче і невиробниче, соціальне споживання створюють передумови функціонування виробництва і забезпечують його трудовими ресурсами. Управління, спрямовуючи й відстежуючи процеси виробництва і споживання, координує їх як частини єдиної економічної системи.

1.2. Управління і менеджмент

Зі здійсненням ринкових реформ в Україні стало більш поширене вживання терміна “менеджмент”, який заміняє і витісняє слово “управління”. В тій мірі, у якій ці поняття адекватні,

у подібній заміні немає нічого поганого, хоча необхідність відмовлятися від простого, легко вимовного “управління” і повсюдно вживати важко вимовне “менеджмент” далеко не очевидна. Річ ще й у тім, що обидва поняття не еквівалентні і їх ототожнення здатне призводити до плутанини, нерозуміння, нечіткості.

В українській мові термін “управління” однаково застосовний до управління державою, підприємством, виробничим колективом, технікою. Це універсальне поняття, яке охоплює управління будь-якими об’єктами і процесами. Англійське слово “management”, що означає “управління”, менш універсальне і стосується тільки адміністративного управління, керівництва. Управління державою в англійській мові характеризується терміном “government”, управління різними технічними засобами звучить як “control”, “steering”, “driving”, “piloting”.

Тому термін “менеджмент” (management) варто інтерпретувати не як управління в широкому розумінні цього слова, а як керівництво, адміністрування, організація справи. Термін “менеджмент” не вичерпує змісту поняття “управління”, що охоплює державне регулювання економіки, управління підприємствами, виробничими колективами, управління виробництвом, технологією, якістю.

Отже, *менеджмент* – це частина управління економікою, яка поширює свій вплив на управління підприємствами, персоналом, виробничими процесами в масштабах підприємства, компанії, фірми, проекту. Варто також мати на увазі, що і “управління”, і “менеджмент” відносяться до категорії “розмитих”, які не піддаються точному означенню.

В теорії управління прийнято розрізняти внутрішнє і зовнішнє управління. *Внутрішнім* називається управління, при якому управляючі впливи формуються в керованій системі, всередині неї. Орган управління, що виконує управлінські впливи, утворює разом із керованою системою єдиний комплекс. Органи управління, а також особи, які здійснюють управління, входять при внутрішньому управлінні до складу керованої організації в її штат.

Зовнішнім називається управління, при якому керуючі впливи надходять у керовану систему ззовні. В цьому випадку керу-

юча система не входить до складу керованої, вона виділена в самостійний зовнішній орган. Особи, які здійснюють зовнішнє управління, не включаються в штат керованої організації, не є її працівниками.

Схеми внутрішнього і зовнішнього управліннь зображені на рисунку 1.2.



Рис. 1.2. Схеми внутрішнього і зовнішнього управліннь

Відзначимо, що відносно організацій, підприємств, установ, їх підрозділів (цехів, відділів, лабораторій) поділ управління на внутрішнє і зовнішнє має певну умовність. Наприклад, розпорядження керівника підрозділу відносно підрозділу є внутрішнім, тоді як рішення дирекції підприємства відносно кола питань, які торкаються тільки даного підрозділу, правомірно розглядати як зовнішнє. В той же час рішення дирекції підприємства, які поширюють свою дію на все підприємство, на багато його підрозділів, варто відносити до внутрішнього управління.

Різновидом внутрішнього управління є самоврядування. *Самоврядування* – це внутрішнє управління регіоном, підприємством, організацією, фірмою, компанією з боку їхніх органів управління, які відіграють основну роль в управлінні. В умовах самоврядування зовнішнє управління обмежується відносно вузьким колом проблем загального характеру і втілюється у вигляді законів, указів, урядових постанов, національних програм, обов'язкових для широкого кола організацій та осіб, і таких, що підлягають неухильному виконанню всіма, на кого поширюється дія законодавчих чи інших нормативних актів. З урахуванням

цих обмежень самоврядні території, організації вправі самостійно приймати і здійснювати управлінські рішення, спираючись на власне, внутрішнє управління.

Таким чином, в умовах самоврядування внутрішнє управління переважає зовнішнє, займає провідне місце в повсякденному, поточному управлінні. Але все-таки в окремих ключових питаннях зовнішнє управління має пріоритети відносно внутрішнього. Взагалі співвідношення внутрішнього і зовнішнього управліннь, яке характеризує міру демократизації управління, багато в чому залежить від природи соціально-економічного ладу, від пануючих у країні тенденцій централізації та децентралізації управління.

1.3. Управління як кібернетичне поняття

В кібернетичі прийнято відносити до управління впливи з боку людини на людей, на навколишній природний і людський світ, здійснювані для забезпечення існування, продовження і поліпшення життя, тобто “людське управління”. При подібному розумінні управління всі процеси, які протікають у світі, всі об'єкти можна поділити на керовані і некеровані.

До *керованих* відносяться процеси, явища, події, об'єкти, на які люди здатні впливати, змінюючи і направляючи їх хід, рух у бажаному напрямку. Відповідно *некерованими* вважаються процеси та об'єкти, які знаходяться поза зоною, можливостями активного впливу з боку людини. Зрозуміло, що “керованість” і “некерованість” не є абсолютними поняттями. В реальному житті доводиться мати справу з частково керованими процесами та об'єктами, тобто керованими певною мірою й у певному відношенні, до певної межі. В той же час некеровані сьогодні процеси та об'єкти можуть завтра стати керованими, якщо людина освоїть засоби і методи управління ними. Поки що люди не управляють погодою і, тим більше, кліматом, але перші кроки в цьому напрямку вже здійснюються.

З певною мірою умовності навколишній світ можна поділити на некеровану природу і керовану економіку, частиною

якої є сучасна людина. При цьому економіка вживається в широкому розумінні цього слова, тобто охоплює не тільки виробниче, фінансове, а й соціальне середовище, поширюючись на всю гаму відносин між людьми.

Людина управляє багатьма об'єктами живої і неживої природи й створеної нею другої, штучної природи. Людина управляє іншими людьми, направляючи, контролюючи їхні дії. В той же час усі є свідками численних процесів управління і самоврядування, в яких керуючі впливи на об'єкти і процеси виконуються не людьми. В організмі тварин і самої людини автоматично підтримується певна температура тіла, регулюється потік крові. Стадом диких тварин, як правило, керує вожак. Управління машинами і механізмами здійснюють прилади. В усіх цих ситуаціях люди або зовсім не керують, або мають непряме відношення до управління, створюючи апаратуру для автоматичного регулювання.

Разом із тим в усіх процесах, де спостерігається управління, поза залежністю від їхньої природи й участі в них людини як джерела керуючих впливів, є щось загальне, властиве всім формам і видам управління.

Вищою, кінцевою метою управління, вираженою в загальній формі, є оптимізація функціонування системи, одержання по можливості найбільшого ефекту при найменших зусиллях і витратах. Для досягнення цієї мети використовується кібернетика як наука.

Існує велика кількість різних означень поняття “кібернетика”, проте всі вони в кінцевому результаті зводяться до того, що кібернетика – це наука, яка вивчає загальні закономірності будови складних систем управління і протікання в них процесів управління.

А оскільки будь-які процеси управління пов'язані з прийняттям рішень на основі одержуваної інформації, то кібернетику часто визначають і як науку про загальні закони одержання, збереження, передачі й перетворення інформації в складних управляючих системах.

Отже, *кібернетика* – це наука про доцільне та оптимальне управління складними системами; наука про загальні закони одержання, збереження, передачі та опрацювання інформації.

Кібернетика розкрила найбільш загальні закономірності управління; показала, що процеси управління протікають не в усіх, а лише в складних динамічних системах, яким притаманна мережа нелінійних причинно-наслідкових залежностей; розкрила антиентропійний характер управління; підкреслила єдність управління та інформації, встановила міру і кількість інформації; показала, що необхідним атрибутом самокерованої системи є зворотні зв'язки; вказала на доцільний характер управління; сформулювала кінцеву мету управління, його ідеал – забезпечення оптимального протікання процесу.

Галузь кібернетики, предметом якої є дослідження управління в економіці, відома за назвою *економічна кібернетика*.

Кібернетика виходить із положення про єдину принципову схему управління у вигляді загальної моделі функціонування керованої системи, основні елементи якої типові для будь-яких систем, форм і видів управління (рис. 1.3.).



Рис. 1.3. Типовий контур управління

Відповідно до загальної схеми функціонування керованих систем, *суб'єкт управління*, тобто активна частина всієї системи управління, виробляє, ініціює *керуючі впливи* у вигляді сигналів, команд, які надходять до об'єкта управління (на схемі умовно поданий один об'єкт; як правило, їх буває більше), що є відносно суб'єкта пасивною, виконавською частиною системи.

Об'єкти управління, сприймаючи керуючий вплив, приводять свій стан і спосіб дії у відповідність з одержаною установкою, переданою їм у вигляді керуючого впливу. Про реакцію об'єкта на керуючий сигнал суб'єкт довідується за допомогою *каналу зворотного зв'язку*.

Зворотний зв'язок – це зворотний вплив результатів управління системою на процес цього управління; це використання в управлінні інформації, що надходить від керованого об'єкта, про результати управління; це принаймні один із виходів системи, що є для неї входом; це забезпечення відповідності між дійсним і необхідним станом виходу системи. Управління зв'язане не з будь-яким інформаційним процесом, а лише зі специфічним зворотним зв'язком між двома підсистемами (керуючою і керованою) єдиної системи управління. При цьому обмін інформацією здійснюється, як правило, двома каналами зворотного зв'язку.

Наявність двох каналів зворотного зв'язку (від'ємного і додатного) між керованою і керуючою системами є загальним випадком. Оскільки здатність управління і властивість керованості у відповідних матеріальних утвореннях стає дійсністю при їх сполученні й особливій взаємодії, то є підстави говорити про керуючу і керовану підсистему як деяку цілісно функціонуючу самокеровану систему, а про її функціонування – як про процес самоврядування.

Кожний із двох каналів зворотного зв'язку відіграє свою специфічну роль у процесі управління. Оскільки майбутнє керованої системи ніколи не може подаватися з абсолютною точністю, виникає потреба в інформації про справжню реакцію системи на керуючий вплив. Тільки завдяки такій інформації можна здійснювати цілеспрямований вплив і тим самим здійснювати управління. При цьому доводиться враховувати не тільки даний стан, а й імовірність переходу системи в кожний із можливих станів.

До основних функцій зворотного зв'язку відносяться:

- синтезування зовнішніх і внутрішніх збуджень, які намагаються вивести систему зі стану стійкої рівноваги, зведення цих збуджень до відхилень однієї або декількох керованих величин;

- компенсація збуджень і підтримка стану стійкої динамічної рівноваги системи;
- подання інформації, необхідної для вироблення керуючих впливів на об'єкт управління.

Отже, завдяки зворотному зв'язку система здобуває здатність протидіяти всьому тому, що прагне вивести її за встановлені рамки діяльності. Головні і місцеві зворотні зв'язки у своїй сукупності складають першооснову найважливішої властивості поведінки складних динамічних систем – саморегулювання.

Саморегульованими називаються системи, які здатні самовдосконалюватися й адаптуватися до умов середовища, а при вищих формах пристосування – змінювати середовище згідно зі своїми потребами.

При наявності зворотного зв'язку відправник і одержувач інформації міняються комунікативними ролями. Споконвічний одержувач стає відправником і проходить через етапи процесу обміну інформацією.

Зворотний зв'язок підвищує ефективність обміну управлінською інформацією. Двосторонній обмін інформацією порівняно з однібічним протікає повільніше, але ефективніше знімає напругу, більш точний і підвищує впевненість у правильній інтерпретації повідомлень.

Виділимо окремі специфічні ситуації, які складаються в управлінні.

Якщо задача суб'єкта управління полягає в тому, аби підтримувати певний стійкий стан об'єкта, перешкоджати виходу з цього стану, то подібна ситуація називається *гомеостазом*. Забезпечення сталості хімічного складу середовища, її температури, тиску, що забезпечується управлінням, часто спостерігається в біологічних системах, живих організмах, а також у фізико-хімічних технологіях, що використовуються у виробництві.

У багатьох випадках керуючі впливи мають за мету забезпечити слідування об'єкта управління певній програмі дій, заданої суб'єктом. Каналом зворотного зв'язку суб'єкт управління одержує інформацію про можливі відхилення від встановленої програми і виробляє керуючі впливи, які ліквідують такі

відхилення. Подібне управління називається управлінням *за відхиленнями*.

Близьким до управління за відхиленнями є *ситуаційне управління*, яке полягає в тому, що керуючі впливи суб'єкт управління формують залежно від ситуації, що складається в тому середовищі, в якому функціонує керована система, тобто у зовнішньому середовищі.

Недостатнє врахування, слабка реакція або нехтування з боку суб'єкта управління інформацією, що одержується ним каналами зворотного зв'язку, характеризує *жорстке управління*, відірване від реальних умов. Найчастіше в такому управлінні проявляється кабінетний стиль, небажання керівників вникати в результати і наслідки прийнятих ними рішень. Жорстке односпрямоване управління має місце й у тих ситуаціях, коли канали зворотного зв'язку засмічені, спотворюють інформацію про істинний стан і поведінку об'єкта або коли зворотний зв'язок взагалі відсутній. Прикладом такої ситуації є управління центральною опалювальною системою, при якій особа (суб'єкт управління), яка вмикає, вимикає і налаштовує систему на певний режим, не одержує каналами зворотного зв'язку інформацію про величину температури в опалювальних приміщеннях, а діє навмання.

Зворотна картина спостерігається при надмірно *м'якому управлінні*, коли керівник, завдяки надійно діючим каналам зворотного зв'язку, добре інформований про стан об'єкта управління, але не здатний виробляти, застосовувати управлінські рішення або, як говорять, "застосувати владу". Канал зворотного зв'язку працює, а керуючий канал, по суті, не діє. У кібернетиці та економіці подібну ситуацію характеризують як *втрату керованості*. Щось подібне стало спостерігатися в українській економіці кінця дев'яностих років минулого століття.

За суб'єкти управління в економіці, як правило, виступають законодавчі, виконавчі, правові органи держави, галузеві, відомчі, територіальні органи управління, власники економічних об'єктів, органи управління підприємствами, організаціями, господарські керівники, менеджери різних рівнів.

Об'єкти управління – це світова економіка, економіка країни, її регіонів, територій, економіка галузей, підприємств, еко-

номічні ресурси та фактори виробництва у вигляді засобів праці, сама праця, трудові колективи, працівники, персонал, науково-технічний та інформаційний потенціал, фінанси.

Керуючі впливи подаються законами, указами, підзаконними нормативними актами, державними програмами, постановами директивних органів, планами, програмами, положеннями, інструкціями, правилами та нормами, що діють на підприємствах, в організаціях і установах, наказами, розпорядженнями, вказівками господарських керівників і власників економічних об'єктів, матеріальними і моральними стимулами.

Зворотні зв'язки – це результати безпосередніх спостережень і контролю за об'єктом управління з боку суб'єкта управління та уповноважених ним осіб, доповіді, повідомлення, звіти працівників про їхню діяльність, статистична і бухгалтерська звітність, підсумки аналізу господарської діяльності, матеріали обліку та контролю.

Канал зворотного зв'язку може бути зоровим спостереженням, звуковим повідомленням, електричним сигналом, мати вигляд повідомлень, доповідей, письмових звітів.

Інформація, яка передана каналами зворотного зв'язку і яка надходить до суб'єктів управління, може мати кожну форму, що сприймається суб'єктом. Для пілота – це показники приладів, для водія автомобіля – зорова інформація, для телефонуючого – відповідний сигнал абонента, для педагога – відповідь учня на контрольні запитання, для керівника роботи – звіт виконавців і власне спостереження, для державного чиновника – дані про діяльність підвідомчих йому організацій та осіб.

Спільність кібернетичних принципів і управління економікою виявляється ще в одному відношенні. Відповідно до прийнятого в кібернетиці *принципу необхідної розмаїтості* міра розмаїтості характеристик, властивостей, способів дій суб'єкта управління повинна бути вищою, ніж в об'єкта управління. Інакше кажучи, суб'єкт управління повинен бути структурно влаштованим складніше за об'єкт управління, мати більш високий рівень організації, маневреності. Керівник зобов'язаний мати більші знання та уявлення про об'єкт управління, ніж мають керовані ним особи, виконавці. На жаль, в економіці

принцип необхідної розмаїтості дотримується далеко не завжди.

І, нарешті, ще одна спільність кібернетики та управління економікою. Кібернетика і теорія інформації виходять із уявлення про управління як спосіб зниження ентропії системи. *Ентропія* є властивістю системи, яка характеризує міру її впорядкованості, організації. Чим нижча ентропія, тим вищий рівень організації. Відповідно до законів термодинаміки, при відсутності управління ентропія ізольованої, закритої системи підвищується, система втрачає структурування, впорядкованість, перетворюється в однорідну масу, яка не має енергетичного потенціалу. Управління в живій природі дозволяє живим організмам знижувати ентропію (збільшувати негентропію) і тим самим підвищувати свої енергетичні, життєві здібності за допомогою організації життєвих процесів і протистояння смерті, розпаду, перетворенню в порох. Є всі підстави стверджувати, що й управління економікою за своєю суттю спрямоване на зниження ентропії економічних систем, привнесення в них організації, впорядкованості, які запобігають небезпечному зростанню ентропії, що призводить до зниження енергетичних можливостей, придушення джерел розвитку, зменшення міри розмаїтості навколишнього світу. Інакше кажучи, управління протидіє деструкції, деградації систем завдяки своєму антиентропійному характеру, можливості зменшувати ентропію.

1.4. Мета і завдання управління

Системи, об'єкти, які керують людьми і діють в ім'я інтересів людей, називаються *цілеспрямованими* або *цілеорієнтованими*. Як великомасштабна економіка, що розглядається в масштабі світу, країни, великого регіону, так і маломасштабна – економіка підприємства, фірми, родини відносяться до цілеспрямованих систем, оскільки їх діяльність спрямована на досягнення певних цілей.

Ціль (мета) – це предмет устремління, заздалегідь намічений задум, очікуваний результат дії системи, це те, заради чого функціонує система.

Якщо мета системи не задана заздалегідь, не обумовлена суттю самої системи, то її встановлення є однією з головних і важливих завдань управління системою і складає предмет *цілеутворення*. В цьому випадку формування цілей системи і є первинною метою управління системою, що яскраво проявляється в плануванні, програмуванні, проектуванні систем.

Складність цілеутворення полягає в тому, що мета систем не самоочевидна, різноманітна і до того ж набагато складніше піддається кількісному, числовому виміру, ніж словесному (вербальному) опису. Цілі системи і цілі управління системою – не одне й те ж, так що не виключена необхідність трансформації цілей системи в мету управління. Як правило, така трансформація полягає в тому, що, виходячи з цілей системи, формуються і реалізуються функції управління, які забезпечують досягнення цих цілей. Тому здійснення керуючим суб'єктом функцій управління, які сприяють досягненню цілей системи, правомірно вважати *метою управління*. Саме тому управління характеризується як вплив на об'єкти і процеси з метою надати їм бажану спрямованість. Так що мета управління, яка спрямована, врешті-решт, на досягнення цілей системи, полягає в генеруванні ефективних керуючих впливів, що ведуть систему до намічених цілей.

Зупинимося на найбільш типових цілях управління об'єктами соціально-економічної природи.

Мета підтримки системи досягнутого нею стану виникає в умовах, коли треба закріпити цей стан, оскільки він задовольняє і суб'єкт, і об'єкт управління, або при запобіганні виходу з цього стану.

Мета виходу з небажаного стану або мета запобігання подальшому спаду чи забезпечення виходу з кризи характерні для ситуацій, коли параметри (показники) функціонування системи істотно нижчі від нормативного рівня, не задовольняють запити об'єкта управління і цільові настанови суб'єкта чи значно гірші показників стану аналогічних об'єктів. Мета управління, яка у цьому випадку називається *стабілізаційною* або *антикризовою*, полягає у подоланні спаду, у недопущенні зниження показників до рівня, нижчого за гранично допустимі, у

стабілізації соціально-економічної обстановки і створенні передумов підйому.

Мета розвитку системи полягає у зміні кількісних параметрів і якості функціонування системи для переведення її в бажаний, більш сприятливий стан, який характеризується кращими значеннями цільових показників. Мета розвитку може полягати в досягненні певного фіксованого чи світового рівня показників якості та ефективності виробництва, виходу на певні рівні виробництва і споживання, задоволення потреб, зростання доходів населення тощо.

Поряд із цими досить загальними, глобальними цілями можливі і більш вузькі, локальні цілі управління, які поширюються на окремі сфери, види, форми соціальної та економічної діяльності, пов'язані з розв'язуванням окремих проблем, здійсненням проєктів, програм. Як правило, такі локальні, обмежені цілі підпорядковані, входять до складу загальних цілей управління, що відповідають суспільним цілям.

Поза залежністю від цілей систем, на досягнення яких спрямована мета управління, саме управління має власне універсальне цільове завдання. Це – підвищення рівня цілеспрямованості, організованості функціонування керованих систем, забезпечення ефективних, в ідеалі оптимальних, траєкторій їх розвитку.

До основних етапів цілеутворення відносяться:

- *доцільність* – на рівні соціального суб'єкта об'єктивна природна доцільність наповнюється суб'єктивним змістом, що й робить її метою (на рівні біологічних організмів мети немає);

- *цілеспрямованість* – функція, відповідно до якої будуються технічні та організаційні системи. Доцільність свідомо вбудовується в штучні системи. Цілеспрямованість забезпечується системою адміністративно-правових стандартів.

Теоретична модель організації складається із:

- мети-завдання (об'єктивні вимоги ринку, плани, доручення держави), що формує чи одержує організація;
- мети-орієнтації (загальні та індивідуальні інтереси працівників, реалізовані через організацію);

– мети-системи – це ті цілі, які забезпечують виживання організації у змінюваних умовах, вони можуть суперечити цілям-завданням і цілям-орієнтаціям.

Завдання управління полягає в усуненні і розв'язуванні протиріч як внутрішньоорганізаційних, так і тих, що привносяться в організацію зовні. Надзавдання полягає у створенні різнорідних цілей таким чином, аби досягнення однієї з них було засобом досягнення інших і навпаки.

Потрібно пам'ятати, що існує пріоритет загальних цілей перед окремими, але загальні цілі формулюються невиразно. Тому ціль для організації потрібно емпірично розшифрувати.

Механізм цільового управлінського впливу складається з *цілепокладання* і *цілездійснення*, тобто цілі повинні бути здійсненими, а вся діяльність повинна визначатися постановкою цілей. Суть процесу управління полягає в досягненні запланованого результату. Єдність цілепокладання і цілездійснення є основою ефективного управління.

Цілі, що задаються управлінням, не можуть бути виведеними з об'єктивного ходу розвитку системи. Їх зміст проявляється під впливом інтересів (особистих, колективних).

Головна характеристика діяльності з реалізації мети полягає у її доцільності, тобто відповідності результатів процесу і технології даній меті.

Завдання управління полягає у запобіганні відхиленням від мети, координації процесів досягнення різних цілей, інтеграції суб'єктів діяльності в напрямку загальних цілей.

Існує поняття оптимального управління. Хоча це поняття не сформульоване в науці управління достатньо чітко, *оптимальне управління* можна характеризувати як управління, яке забезпечує переведення керованої системи з початкового стану в бажаний за мінімально можливий час, з найменшими витратами при одночасному дотриманні обмежувальних умов, тобто певних законів, заборон, загальноприйнятих морально-етичних правил і норм. Оптимальність управління можна розуміти і як забезпечення досягнення найкращого у певному розумінні слова стану системи протягом заданого періоду часу при заданому граничному рівні витрат.

Щодо мети управління, то, як зазначалося вище, вона єдина для всієї системи, насамперед для суб'єкта та об'єкта управління. Але це – ідеальне уявлення про цілі системи і мету управління, що впливає з них. Реально мета суб'єкта управління не завжди збігається з цілями об'єкта управління і всієї керованої системи. Більше того, може спостерігатися суперечливість цільових устремлінь всередині як суб'єкта управління, так і об'єкта, якщо вони складаються з декількох осіб, що найбільш типово для економіки. Це одна з головних причин недосконалості управління соціально-економічними об'єктами і процесами, корені якої лежать у розбіжностях і суперечливостях інтересів людей, соціальних груп, колективів, регіонів.

Найбільш небезпечні в цьому відношенні розбіжності цілей керуючих і керованих, які прикриваються демагогічними запевненнями перших про те, що вони діють в інтересах інших. Істинні цілі управління при цьому є завуальованими, прихованими, управління втрачає цільову орієнтацію і замість того, аби організувати керовану систему, орієнтувати її на досягнення єдиних цілей, це управління вносить дезорганізацію, призводить до низької ефективності функціонування, а то й до деструкції, банкрутства системи. Заради справедливості слід зазначити, що і дії керованих, підлеглих осіб, працівників, орієнтовані на мету, яка не відповідає цілям управління всією системою, також призводять до руйнівних для керованої системи наслідків.

Єдність, несуперечність цілей системи, цілей управління системою, цілей суб'єкта та об'єкта управління є вирішальною умовою успішного управління. Безумовно, досягнення повної відповідності неможливе. Але повинні існувати гармонія інтересів, певний рівень збігу цільових настанов усіх учасників керованого процесу, вихід за межі яких недопустимий.

Цілі будь-якої керованої системи, у якій протікають соціально-економічні процеси, істотно пов'язані з потребами людей і їх задоволенням. Будь-який економічний об'єкт, починаючи від малого підприємства і завершуючи економікою країни, функціонує, діє в ім'я задоволення потреб різних груп людей.

Як відомо з економічної науки, *потреба* – це необхідність у споживанні, використанні певної кількості товарів і послуг, які забезпечують життєдіяльність, які приносять людям задоволення їх бажань. У кінцевому результаті – саме задоволення кількісно та якісно змінюваних потреб людей, всього населення складає головну мету економіки, а, отже, і управління економікою.

Труднощі переходу від цієї загальної споконвічної цільової настанови управління економікою до конкретних цілей множини керованих економічних об'єктів зумовлені величезним різноманіттям потреб (у тому числі не тільки кінцевих, а й проміжних, виробничих), які кожний керований об'єкт задовольняє досить мало. До того ж економічні об'єкти у вигляді підприємств, фірм, підприємств, організацій соціально-культурної сфери задовольняють найчастіше не свої власні потреби, а потреби інших людей. Тому, як правило, важко гарантувати, що мета і завдання управління тим чи іншим економічним об'єктом спрямовані на задоволення найгостріших, найбільш важливих для людей, народу потреб. У цьому ще єдна серйозна проблема цільового управління економікою.

1.5. Види, форми та способи управління

В теорії і на практиці відомо чимало різновидів управління, які мають різні ознаки. Проте чітка класифікація великої гами видів управління поки що відсутня. Навіть поняття “види управління”, “форми управління”, “способи управління”, “методи управління”, “функції управління” не знайшли необхідної чіткості і вживаються різними авторами в різному значенні. Розуміючи складність класифікації та структуризації управління, обмежимося виділенням більш-менш очевидних і досить вживаних видів, класів, груп, спираючись на найхарактерніші ознаки.

Розглянемо основні різновиди управління, які різняться за ознакою типу чи виду суб'єкта управління (рис. 1.4).



Рис. 1.4. Схема структуризації видів управління

Індивідуальне, особистісне управління характеризується тим, що кермо управління, права і повноваження зосереджені в однієї особи, яка називається начальником, керівником. Індивідуальне управління реалізує *принцип єдиноначальності*, відповідно до якого прийняття управлінських рішень здійснює і несе за них відповідальність одна особа.

Колективне управління, керівництво має місце, коли суб'єкт управління є колегіальним органом, який виробляє і приймає рішення спільно, з урахуванням думок і пропозицій учасників процесу вироблення рішень та осіб, що входять до складу органу управління.

Міжнародним варто вважати управління економічними об'єктами та процесами, яке здійснюється уповноваженими міжнародними організаціями та органами: асоціаціями, агентствами, банками, фондами.

Державне управління, що охоплює *державне регулювання економіки*, є управлінням економікою з боку держави в особі державних законодавчих, виконавчих, правових органів та осіб, що їх очолюють. У країнах із федеративним устроєм до державних відносяться також органи управління суб'єктів федерації: республік, країв, областей, округів, земель (Німеччина), штатів (США), кантонів (Швейцарія) тощо.

Муніципальним називається управління, здійснюване місцевими органами влади (місцевим самоврядуванням). Суб'єктами такого управління є виборні чи призначувані ними виконавчі органи територіальних утворень.

Відомче управління є, як правило, частиною державного і муніципального управління з боку спеціальних організацій та органів, які називаються відомствами. Відомство покликане управляти або окремою галуззю економіки, або певним видом економічної діяльності. До відомств відносяться міністерства, комітети, управління, служби.

Управління з боку власника (власницьке управління), як зрозуміло з назви, означає, що сам власник об'єкта здійснює повністю або частково управління належним йому на правах володіння і розпорядження об'єктом.

Уповноважене управління – це реалізація функцій управління уповноваженими на те особами, які не є власниками об'єкта, але які одержали повноваження на управління відповідно до закону чи на підставі прямих рішень власника за контрактом, договором наймання. Уповноважене управління досить поширене в економіці, типове для менеджменту, в якому суб'єктом управління стає найманий управляючий. До уповноваженого відноситься і довірче, трастове управління, при якому суб'єкт управління передає управління об'єктом на певних умовах іншому суб'єктові.

Перейдемо до класифікації видів управління за ознаками типу об'єкта управління. Відповідно до такої класифікації види управління різняться між собою залежно від того, яким саме об'єктом керує той чи інший суб'єкт. Вище йшла мова про поділ управління на управління людьми, природою, виробничим персоналом, технікою і технологією. Тепер сконцентруємо увагу на виділенні характерних видів управління економікою, які відрізняються економічною природою керованого об'єкта.

Інтеграція господарств різних країн у єдине світове господарство дозволяє говорити про **управління світовою економікою**, тобто економічними об'єктами і процесами, в яких беруть участь декілька країн або всі країни світу.

З позицій макроекономічного підходу важливо виділити **управління економікою країни**, що поєднує всю сукупність керуючих впливів на соціально-економічні об'єкти і процеси, які протікають у країні і які надають цим впливам форму єдиної цілісної економічної стратегії.

Управління економікою в масштабі країни ділиться на окремі види, які називаються **управлінням сферами економіки, галузями господарства, напрямками економічної діяльності**. Так, прийнято виділяти управління виробничою і соціально-культурною сферами, обігом і споживанням товарів і послуг. Типовим є більш детальний і більш чіткий поділ управління економікою на управління промисловістю, сільським господарством, будівництвом, освітою, наукою, культурою та іншими галузями господарства. Правомірно виділити і такий специфічний вид, як управління управлінням, тобто управління діяльністю галузі управління, що поширюється на вдосконалювання форм, методів, організації, засобів управління. Що ж стосується управління напрямками економічної діяльності, то до них відносяться, наприклад, управління фінансами, кредитом, інвестиціями, зовнішньоекономічною діяльністю, якістю продукції, охороною навколишнього середовища.

Важливим об'єктом управління є економіка території, тобто господарство, розташоване на окремій території або яке має відношення до цієї території. Відповідно в складі управління економікою виділяється такий вид, як **територіальне (регіональне) управління**.

Досить самостійне місце в загальній системі управління економікою займає **управління нерухомістю**, тобто землею і закріпленими на ній об'єктами у вигляді будинків, споруд тощо.

Найпоширенішим видом управління, який виділяється за ознакою типу об'єкта, безсумнівно, є **управління підприємствами, компаніями, фірмами, господарчими товариствами**. Воно складає основу менеджменту, конкретну форму управління виробництвом, розподілом, обміном продукції, а також управління галузями економіки.

Трохи відособленим є **управління індивідуальним підприємництвом і домашнім господарством**.

Перейдемо до структуризації видів управління, які відрізняються за типами керуючих впливів суб'єктів на об'єкти. Раніше згадувалася можливість поділу управління на внутрішнє і зовнішнє залежно від того, чи формуються керуючі впливи всередині керованої системи, чи поза нею. Правомірно також поділити управління на **централізоване**, коли глобальні команди, керуючі сигнали формуються в єдиному центрі управління і передаються з нього численним об'єктам управління, і **децентралізоване**, при якому значна кількість керуючих впливів, що стосуються даного об'єкта, виробляється самим об'єктом на основі самоврядування.

У теорії управління прийнято розрізняти три способи (методи) управління. Різниця між ними полягає в різних підходах до формування керуючих впливів; відрізняються вони також за формою та змістом цих впливів.

Організаційно-розпорядницьке управління (адміністративне, командне) ґрунтується на примусовому виконанні керуючих впливів, які генеруються у формі постанов, наказів, розпоряджень. Логіка цього методу управління виражається простою формулою “наказ начальника – закон для підлеглого”.

Економічний, стимулюючий метод управління ґрунтується на спонуканні економічних інтересів тих людей, які є об'єктом управління. Керуючі впливи, що надходять від суб'єкта управління, породжують зацікавленість об'єкта управління в їх використанні, оскільки при цьому вступають у дію такі стимули-побудники, як заробітна плата, премії, пільги, пом'якшення обмежень, створення більш вигідних умов роботи, діяльності, просування по службі та ряд інших.

Соціально-психологічне управління характеризується використанням методів переконання, морального впливу суб'єкта управління на трудові колективи, працівників. Основним засобом цього виду управління є вплив на економічну психологію працівників, що є частиною їх кодексу честі і моралі. Суб'єкт управління в цьому випадку звертається до совісті як основного спонукального мотиву якісної, ефективної праці.

Методи управління взаємозалежні зі стилем управління. **Стиль управління** – це стійкі домінуючі форми управлінських

відносин між керівниками і підлеглими, що проявляються в управлінні їхньою діяльністю.

Авторитарний стиль втілює єдиноначальність, командне управління, при якому керівник ставить над усе власну думку й особисту волю, нехтуючи думкою інших осіб, приймаючи рішення на свій розсуд.

Демократичний стиль, навпаки, спирається на колективне обговорення і прийняття управлінських рішень із урахуванням усього спектра думок, суджень, які проявляються при підготовці рішень.

Близький до демократичного **ліберальний стиль** виходить із необхідності використання "м'яких" управлінських впливів, які не викликають негативних реакцій, роздратування виконавців. Такий стиль, як правило, застосовується при управлінні високоінтелектуальними працівниками, фахівцями своєї справи, які розуміють у ній не менше, а іноді й більше за керівника.

Структуризація управління за функціями полягає в поділі процесу управління на окремі етапи, види діяльності, які характеризуються функціями, реалізованими при здійсненні цього виду управління. Окремі з цих функцій можуть бути цільовими, тобто втілювати мету управління.

В теорії управління відсутній чіткий поділ управління на однозначно встановлену сукупність його функцій, проте коло цих функцій більш-менш визначене. Наведемо найзагальніші визначення та опис розповсюджених функцій управління економікою.

Економічний аналіз – це дослідження минулих і триваючих соціально-економічних процесів, умов їх протікання, одержаних результатів, виявлених тенденцій, проблем, які виникли. Такий аналіз повинен передувати виробленню управлінських рішень, керуючих впливів і сприяти їх обґрунтуванню.

Прогнозування є науковим передбаченням майбутніх ситуацій, побудовою гіпотез, сценаріїв, моделей протікання соціально-економічних процесів та умов, що впливають на них. Прогнози є інструментом оцінки можливих результатів і наслідків прийнятих управлінських рішень.

Планування є встановленням майбутнього стану керованого економічного об'єкта (системи), шляхів і способів досягнен-

ня цього стану і необхідних для цього ресурсів. Планування є невід'ємною частиною і функцією управління, властивою в тому чи іншому вигляді будь-якій керованій економіці. Однією з розповсюджених форм планування є **економічне програмування**, тобто розробка комплексних програм і проектів, за допомогою яких реалізується розв'язування соціально-економічних і науково-технічних проблем, управління інвестиціями та інноваціями.

Організація – це центральна функція управління, яка іноді ототожнюється з управлінням у цілому. Суть організації полягає в упорядкуванні, узгодженні, регламентації дій групи людей, працівників, які здійснюють спільну діяльність. Організація називається також **координацією**. Така назва більше відповідає змістові організації як функції управління. З організацією пов'язана близька їй, родинна функція формування **організаційних структур управління**, яка характеризує будову, структуру, принципи створення, функціонування, управління підприємствами, установами. Організація, координація економічних процесів поширює свою дію і на їх оперативне регулювання.

Мотивація (стимулювання) є функцією управління, що супроводжує організацію і полягає в матеріальному та моральному заохоченні працівників, трудових колективів із метою підвищення результативності їхньої діяльності.

Контроль є активним спостереженням за виконанням прийнятих управлінських рішень, керуючих впливів, а також за дотриманням законів, правил, норм економічної поведінки, господарської діяльності. Контроль реалізує зворотний зв'язок в управлінні.

Оперативне регулювання є поточним, практично неперервним впливом суб'єкта управління на об'єкт, зумовленим виникненням ситуацій, зовнішніх умов, які не були враховані в прогнозах, планах, програмах.

Об'єднання перерахованих функцій управління воедино приводить до утворення **господарського механізму управління** або просто господарського механізму. Механізм, який розуміється як сукупність функцій управління, разом із реалізуючим їх апаратом управління, тобто службами управління та їх працівниками, утворюють **систему управління** економічними об'єктами.

1.6. Організаційні структури управління

Розробка організаційних структур займає особливе місце в комплексі радикальних заходів для перебудови управління економікою. Від організаційної структури залежать планування, його форми, розподіл робіт і способи їх координації, можливість виміру внеску кожного підрозділу в процесі досягнення кінцевих цілей конкретної організації. Чи можливий науковий підхід до формування організаційних структур? Так, якщо передбачається в структурах єдність здійснюваних ними процесів і складових елементів. Цей підхід реалізується при організаційному проектуванні, в якому розподіляються мета і завдання між підрозділами, визначаються між ними адміністративно-правові відносини, зв'язки з кооперації при розв'язуванні проблем, що виникають у процесі управління розвитком системи. Більше того, побудова організаційної структури управління, адекватної об'єктивним умовам, – це творче завдання, яке не зводиться до використання типових структур управління, що виправдали себе в деяких досить обмежених умовах господарської діяльності.

У великих системах для управління можуть застосовуватися різні комбінації організаційних структур. Саме можливість різних сполучень елементарних організаційно-управлінських форм обумовлює те необхідне різноманіття, яке потрібне для того, аби проектувана організаційна структура максимально відповідала специфічним особливостям і цілям конкретної соціально-економічної системи, а також взаємодії її із зовнішнім середовищем. Типові організаційні структури управління, їх функції і суть, переваги і недоліки, сфера застосування наведені в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1
Загальна характеристика організаційних структур управління

Тип системи управління	Функції, суть	Переваги	Недоліки	Сфера застосування
1 Строго лінійна	2 Відача наказів та їх виконання	3 Лаконічність, доступність розуміння, достатньо одного керівника	4 Необхідність виконання різних функцій управління вимагає залучення універсалів	5 У великих організаціях з елементарними функціями
Лінійно-штабна: А. Генеральний тип штату (загальний, координаційний) Б. Спеціальний (технічний) тип штабу	Строго лінійні + штабні організаційні елементи. Координація і контроль роботи всієї фірми в різних сферах	Повне використання фірмою досвіду і знань штабного персоналу	Зростання числа і складності ділових зв'язків, небезпека підривання авторитету лінійного персоналу	У фірмах, де потрібне планування виробництва, його прогноз, рішення правових питань тощо
Найбільш повна функціональна	Надання штабному персоналу розширених управлінських повноважень	Розширення можливостей для спеціалізації, прискорення впровадження через відсутність погоджень	Порушення принципу прямого підпорядкування, можливість виникнення конфліктів із лінійними керівниками	Для виконання особливо важливих видів робіт

Продовження табл. 1.1

1	2	3	4	5
Лінійно-функціональна	За мету і ресурси відповідальні лінійні керівники	Універсальність, розмаїтість організаційних форм для управління будь-якої складності	Суворі вимоги до кваліфікації керівників	У відносно простих організаціях
Дивізійна	Модифікація лінійно-функціональної структури у зв'язку зі збільшенням номенклатурної і функціональної розмаїтості (диверсифікованість)	Універсальність	Складність відносин і зв'язків із управлінням	На рівні керівництва галуззо
Лінійно-програмна (централізована)	Становлення самостійних цільових програм, міжгалузеві комплекси; повне підпорядкування всіх єдиному органу лінійного управління	Високий рівень організованості, чіткий розподіл відповідальності; висока ефективність управлінняського механізму	Неекономічність при великому числі програм (дублювання функцій, організаційних служб)	Для виконання складних, дорогих і довгострокових програм

Продовження табл. 1.1

1	2	3	4	5
Координаційна	Перерозподіл функцій управління між сформованими ланками з метою його вдосконалення; узгодження міжгалузевих взаємовідносин виконавців робіт по горизонталі	Простота організаційного механізму, висока адаптивність	Незначне розвантаження вищого керівництва від оперативного управління; слабкий вплив на запобігання порушенням у ході виконання робіт	Для організацій зі слабкою виробничою кооперацією і де достатньо координувати плани виконавців та розподіляти ресурси між ними
Матрична	Ефективне сполучення управління з програмами лінійними відділами; перехід від керівника програми до безпосереднього контролю фахівців, до змісту їхньої діяльності; що і коли повинно бути зроблено. Лінійні керівники вирішують: хто і як буде виконувати ту чи іншу роботу	Зв'язок лінійної відповідальності по вертикалі з відповідальністю по горизонталі, тобто забезпечення управління за функціями і програмами; встановлення раціонального потоку інформації; найбільша універсальність і гнучкість	Внаслідок подвійного підпорядкування – збільшення конфліктів і дезорганізація в роботі	В умовах високої кооперації

1.7. Прийняття рішень як функція управління

Ухвалення рішення – це процес, що розпочинається з виникнення проблемної ситуації і закінчується вибором рішення, тобто це дія з усунення проблемної ситуації. Ухвалення рішення – це свідомий вибір серед наявних варіантів і альтернатив напрямку дій, які скорочують розрив між сьогоdnішнім і майбутнім (бажаним) станом системи. Цей процес містить множини елементів, у тому числі проблеми, мету, альтернативи тощо.

Процес ухвалення рішення знаходиться в основі планування діяльності підприємства, організації, регіону, держави. План – це набір рішень із розміщення ресурсів і напрямків їх використання для досягнення поставлених цілей.

До характерних рис процесу прийняття рішень відносяться:

- свідома і цілеспрямована діяльність людини;
 - поведінка, яка ґрунтується на фактах і ціннісних орієнтаціях;
 - процес взаємодії окремих осіб, груп, колективів тощо;
 - вибір альтернатив у рамках соціального і політичного стану організаційного середовища;
 - частина загального процесу управління.
- Основні вимоги до рішень такі:
- своєчасність;
 - обґрунтованість;
 - директивність (обов'язковість виконання);
 - адресність;
 - несуперечність (погодженість із раніше прийнятими рішеннями);
 - правомочність.

Отже, виконання різних функцій управління з технологічної точки зору подається як послідовність рішень.

Управління є процесом, оскільки мова йде про нескінченну послідовність взаємозалежних кроків. Керівник піклується не стільки про рішення як таке, скільки про все, що пов'язане з ним і впливає з нього. Для розв'язування проблеми потрібне не одиначне рішення, а їх сукупність. Тому процес розв'язування проблеми є багатоетапним. До цього варто додати впроваджен-

ня і зворотний зв'язок. Фактичне число етапів визначається самою проблемою.

До найбільш важливих відносяться такі етапи.

1. ДІАГНОСТИКА ПРОБЛЕМИ. Перший крок на шляху розв'язання проблеми – це її визначення або діагноз. Існують два способи розглядання проблеми. Відповідно до першого, проблемою вважається ситуація, коли поставлені цілі не досягнуті. Іншими словами, довідуються про проблему тому, що не відбувається те, що повинно було відбутися. Наприклад, майстер може встановити, що продуктивність його ділянки нижча за норму. Це – реактивне управління, його необхідність очевидна. Проте занадто часто керівники розглядають як проблеми тільки ситуації, у яких щось повинно відбутися, але не відбулося. Як проблему потрібно розглядати також потенційну можливість. Наприклад, активний пошук способів підвищення ефективності певного підрозділу, навіть якщо справи йдуть добре, буде випереджаючим управлінням. У цьому випадку усвідомлюється проблема, коли стає зрозуміло – дещо можна зробити або для поліпшення ходу справи, або для дістання вигоди з уявної можливості. Фахівець з управління Пітер Друкер, підкреслюючи це, вказує, що розв'язування проблеми тільки відновлює норму, результати ж “повинні бути наслідком використання можливостей”.

Визначити проблему найчастіше важко, оскільки всі частини організації взаємозалежні. Робота керуючого маркетингом, наприклад, впливає на роботу керуючого зі збуту, майстрів на виробництві, відділу досліджень і розробок та будь-якої іншої людини у фірмі. Аналогічно, робота лаборантів позначається на діях лікарів у лікарні. Якщо лабораторія робить помилку, лікар, швидше, збільшить її, оскільки його рішення спирається на дані лабораторного аналізу. У великій організації можуть бути сотні таких взаємозв'язків, а в державі ще більше.

Перша фаза в діагностуванні складної проблеми полягає в усвідомленні і встановленні симптомів труднощів чи наявних можливостей. Деякі загальні симптоми хвороби – це низькі прибуток, збут, продуктивність і якість, надмірні витрати, численні конфлікти, велика плинність кадрів тощо. Як правило,

декілька симптомів доповнюють один одного. Надмірні витрати і низький прибуток часто йдуть поряд.

Виявлення симптомів допомагає визначити проблему в загальному вигляді. Це сприяє також скороченню числа факторів, які варто враховувати відносно управління. Доцільно уникати негайної дії для усунення симптому. Для виявлення причин виникнення проблеми необхідно зібрати і проаналізувати потрібну внутрішню й зовнішню інформацію. Таку інформацію можна збирати на основі формальних методів, використовуючи, наприклад, поза організацією аналіз ринку, а всередині неї – аналіз фінансових звітів, інтерв'ювання, запрошення консультантів з управління чи опитування працівників. Інформацію можна збирати і неформально, ведучи бесіди про наявну ситуацію і роблячи особисті спостереження. Наприклад, майстер може обговорити проблему продуктивності з робітниками і передати одержану інформацію вище.

Збільшення кількості інформації не обов'язково підвищує якість рішення. Тому в ході спостережень важливо бачити різницю між релевантною і недоречною інформацією й уміти одну відокремлювати від другої. *Релевантна інформація* – це дані, які стосуються тільки конкретної проблеми, людини, мети чи періоду часу.

Оскільки релевантна інформація – основа рішення, природно домагатися, по можливості, її максимальної точності і відповідності проблемі. Слід зазначити, що часто нелегко одержати вичерпно точну інформацію з конкретної проблеми.

Якщо працівники вважають, наприклад, що керівництво схильне бачити причину неприємностей у них, вони свідомо чи несвідомо подають інформацію, яка більш сприятливо висвітлює їхню позицію. Якщо керівник не заохочує чесність, працівники можуть повідомляти лише те, що бажає почути їхній начальник. Це підкреслює, зокрема, необхідність підтримки хороших взаємин у колективі.

2. ФОРМУЛЮВАННЯ ОБМЕЖЕНЬ І КРИТЕРІЇВ УХВАЛЕННЯ РІШЕННЯ. Коли керівник діагностує проблему з метою ухвалення рішення, він повинен усвідомлювати, що саме потрібно робити. Чимало можливих рішень конкретних проблем

не є реалістичними, оскільки або в керівника, або в організації недостатньо ресурсів для реалізації прийнятих рішень. Крім того, причини проблеми можуть знаходитися поза організацією, зокрема, закони, які керівник не в змозі змінити. Обмеження коригувальних дій звужують можливості з прийняття рішень. Перед тим як переходити до наступного етапу процесу ухвалення рішення, керівник повинен неупереджено визначити суть обмежень і тільки потім виявляти альтернативи. Якщо цього не зробити, то в кращому випадку буде втрачено чимало часу. Ще гірше, коли вибирається нереалістичний напрямок дій. Це безумовно ускладнить, а не розв'яже існуючу проблему.

Обмеження варіюються і залежать від ситуації та конкретних керівників. До обмежень, зокрема, належать:

- неадекватність засобів;
- недостатнє число працівників, які мають необхідну кваліфікацію і досвід;
- нездатність закупити ресурси за прийнятними цінами;
- потреба в технології, ще не розробленій чи занадто дорогої;
- винятково гостра конкуренція;
- закони та етичні принципи.

Як правило, для великої організації існує менше обмежень, ніж для малої.

Істотним обмеженням усіх управлінських рішень, хоча іноді переборним, є обумовлене вищою керівною ланкою звуження повноважень усіх членів організації. Коротко кажучи, менеджер може приймати рішення в тому разі, коли вище керівництво наділило його цим правом.

На додаток до ідентифікації обмежень керівникові необхідно визначити стандарти, за якими мають оцінюватися альтернативні варіанти вибору. Ці стандарти називаються критеріями прийняття рішень. Вони виступають як рекомендації з оцінки рішень.

3. ВИЗНАЧЕННЯ АЛЬТЕРНАТИВ. Наступним етапом є формулювання набору альтернативних розв'язків проблеми. В ідеалі бажано виявити всі можливі дії, які могли б усунути причини проблеми і, тим самим, дати можливість організації досягти своєї мети.

Проте на практиці керівник рідко має в розпорядженні достатні знання та час, аби сформулювати й оцінити кожну альтернативу. Більше того, розгляд досить великого числа альтернатив, навіть якщо всі вони реалістичні, часто веде до плутанини. Тому керівник, як правило, обмежує число варіантів вибору для серйозного розгляду лише декількома альтернативами, які здаються найбільш бажаними.

Замість пошуку найкращого можливого рішення, люди продовжують перебирати альтернативи доти, поки не виявиться така, яка задовольняє певний прийнятний стандарт. Керівники розуміють, що пошук оптимального рішення займе надто багато часу чи дорого коштує. Замість нього вибирається рішення, яке дозволяє зняти проблему.

Поглиблений аналіз проблем необхідний для розробки декількох різних альтернатив, включаючи бездіяльність. Коли керівник не в змозі оцінити, що відбудеться, якщо нічого не розпочинати, існує небезпека не встояти перед вимогою негайних дій. Дія заради дії підвищує ймовірність реагування на зовнішній симптом проблеми, а не на її головну причину.

4. ОЦІНКА АЛЬТЕРНАТИВ. Наступним етапом є оцінка можливих альтернатив. При їх виявленні необхідна попередня оцінка. Дослідження показали, що як кількість, так і якість альтернативних ідей зростає, коли початкова генерація ідей (ідентифікація альтернатив) відділена від оцінки остаточної ідеї. Це означає, що тільки після складання списку всіх ідей варто переходити до оцінки кожної альтернативи. При оцінці рішень керівник визначає переваги й недоліки кожної з них і можливі загальні наслідки. Зрозуміло, що будь-яка альтернатива сполучена з деякими негативними наслідками. Всі важливі управлінські рішення містять компроміс.

Для зіставлення рішень необхідно мати стандарт, відносно якого можна виміряти ймовірні результати реалізації кожної можливої альтернативи. Подібні стандарти називаються критеріями прийняття рішень, які встановлені на етапі 2.

На цій стадії можуть виникнути труднощі, оскільки не можна порівнювати речі, якщо вони не однотипні. Всі рішення варто виражати у певних формах. Бажано, аби це була форма,

в якій виражена мета. У бізнесі прибуток – незмінна потреба і вищий пріоритет, тому рішення можна подавати у вигляді оцінки їх впливу на прибуток. У некомерційній організації головною метою, як правило, є надання найкращих послуг при найменших витратах. Тому грошове вираження можна використовувати для порівняння наслідків рішень у подібних організаціях.

Відзначимо, що при оцінці можливих рішень керівник намагається спрогнозувати те, що відбудеться в майбутньому. Майбутнє завжди невизначене. Множина факторів, включаючи зміну зовнішнього оточення та неможливість реалізації рішення, може перешкодити втіленню наміченого. Тому важливим моментом в оцінці є визначення ймовірності здійснення кожного можливого рішення відповідно до намірів. Якщо наслідки якогось рішення сприятливі, але шанс його реалізації невеликий, воно може виявитися менш бажаним варіантом вибору. Керівник включає ймовірність в оцінку, беручи до уваги міру невизначеності чи ризику.

5. ВИБІР АЛЬТЕРНАТИВИ. Якщо проблема була правильно визначена, а альтернативні рішення ретельно зважені й оцінені, зробити вибір, тобто прийняти рішення порівняно просто. Керівник вибирає альтернативу з найбільш сприятливими наслідками. Проте якщо проблема складна і доводиться брати до уваги множину компромісів, або якщо інформація та аналіз суб'єктивні, може трапитися, що жодна альтернатива не буде найкращим вибором. У цьому випадку головна роль належить кращому судженню і досвіду.

Хоча ідеальним є досягнення оптимального рішення, керівник, як правило, на практиці не мріє про таке. Розв'язуючи проблему, керівник схиляється до “задовольняючої”, а не “максимізуючої” поведінки. Як правило, оптимальне рішення не дістається через нестачу часу і неможливості врахувати всю потрібну інформацію та альтернативи. Через ці обмеження керівник, як правило, вибирає напрям дії, який є прийнятним, але не обов'язково найкращим із можливих.

6. РЕАЛІЗАЦІЯ. Реальна цінність рішення стає очевидною тільки після його здійснення. Процес розв'язування проблеми не закінчується вибором альтернативи. Вибір напряму дій має

невелику цінність для організації. Для розв'язування проблеми або діставання вигоди з наявної можливості рішення повинні бути реалізованими. Рівень ефективності здійснення рішення підвищиться, якщо воно визнано тими, кого стосується. Проте визнання рішення рідко буває автоматичним, навіть якщо воно хороше.

Іноді керівник може покласти ухвалення рішення на тих, хто повинен його виконувати. Частіше він змушений переконувати в правильності своєї точки зору інших людей, доводити людям, що його вибір несе благо і організації, і кожному її працівнику. Деякі керівники вважають спроби переконання даремною тратою часу, проте підхід типу “правий я чи не правий, але начальник я” сьогодні у світі освічених людей, як правило, не спрацьовує.

Разом із тим, жорстка підтримка не гарантує належного виконання рішення. Повне здійснення рішень вимагає приведення в дію всього процесу управління, особливо його організуючої та мотиваційної функцій.

7. ЗВОРОТНИЙ ЗВ'ЯЗОК. На цій фазі відбувається вимір та оцінка наслідків рішення або зіставлення фактичних результатів із тими, які сподівалися одержати. Зворотний зв'язок – тобто надходження даних про те, що відбувалося до і після реалізації рішення – дозволяє керівникові скорегувати це рішення, поки організації не завдано значного збитку. Оцінка рішення керівництвом виконується насамперед за допомогою функції контролю.

Зазначимо, що в попередньому викладі процес ухвалення та прийняття рішення розглядався на прикладі конкретного підприємства, фірми чи організації. Проте подібний процес справедливий для прийняття рішень на рівні регіону, відомства, держави.

2

ОСНОВИ ТЕОРІЇ СИСТЕМ І СИСТЕМНОГО ПІДХОДУ

2.1. Поняття системи

Як уже зазначалося, кібернетика – це наука про доцільне та оптимальне управління складними системами, зокрема соціально-економічними системами. Тому докладніше зупинимося на поняттях системи, складної системи, системного аналізу та системного підходу.

Системою називається комплекс взаємозалежних елементів разом із відношеннями між елементами і між їх атрибутами (властивостями). Досліджувана множина елементів може розглядатися як система, якщо в ній виявлені такі чотири ознаки:

- цілісність системи, тобто принципове віднесення властивостей системи до суми властивостей складових її елементів;
- наявність мети і критерію дослідження даної множини елементів;
- наявність більшої, зовнішньої відносно досліджуваної, системи, яка називається “середовищем”;
- можливість виділення в даній системі взаємозалежних частин (підсистем).

Будь-яка система, зокрема економічна (рис. 2.1), працює в оточенні середовища, що впливає на систему з параметрами збудження, які спотворюють результати управління. При цьому до параметрів, які впливають або характеризують роботу чи розвиток системи, відносяться:

- X – вхідні параметри, факторні ознаки, екзогенні змінні;
 Y – вихідні параметри, результатні ознаки, ендогенні змінні;
 Z – параметри збудження, випадкові фактори, випадкові складові;
 U – параметри управління.



Рис. 2.1. Зв'язок системи з навколишнім середовищем

Принципи виділення системи такі:

- наявність у системі управляючого центру;
- наявність у системи загальної мети;
- наявність складових компонентів;
- функціонування у взаємодії з навколишнім середовищем;
- життєздатність при наявності достатніх ресурсів.

Розглянемо основні особливості економічних систем. *Економічна система* є частиною більш складної системи – соціально-економічної, і є ймовірнісною, динамічною, адаптивною системою, яка охоплює процеси виробництва, обміну, розподілу і споживання матеріальних благ, а також надання різних сервісних послуг. Як правило, вхідні параметри X економічних систем – це матеріальні потоки виробничих і природних ресурсів. Вихідні параметри Y – це матеріальні потоки, устаткування, продукція накопичення, відшкодування, експорт.

Економічні системи – багатоступеневі, багаторівневі системи, і будь-яка невизначеність, випадковість у вхідних параметрах нижніх рівнів призводить до невизначеностей і випадковостей вихідних параметрів підсистем більш високого порядку й системи в цілому.

Структурна схема простої економічної системи подається на рисунку 2.2.

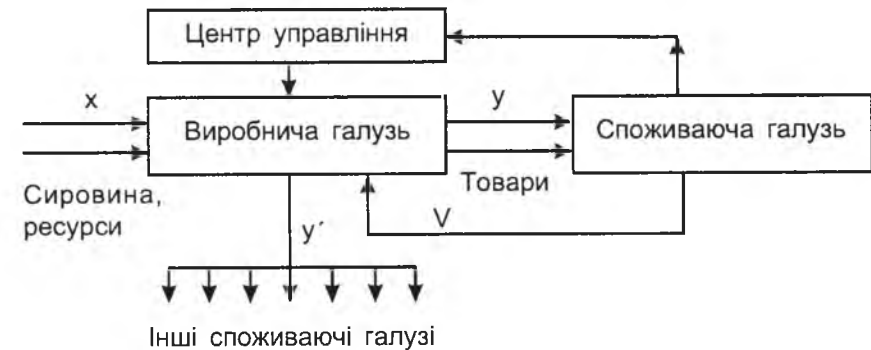


Рис. 2.2. Структура економічної системи

Соціально-економічні системи відносяться, як правило, до *складних систем*. Складним системам притаманні властивості, які потрібно враховувати при їх дослідженні. Найважливіші з них такі:

– *емерджентність* як прояв цілісності системи, тобто наявність в економічній системі таких властивостей, які не притаманні жодному зі складових елементів, взятому окремо поза системою. Емерджентність є результатом виникнення між елементами системи синергетичних зв'язків, які забезпечують збільшення загального ефекту до величини, більшої, ніж сума ефектів елементів системи, що діють незалежно. Тому соціально-економічні системи необхідно досліджувати в цілому;

– *масовий характер економічних явищ і процесів*. Закономірності економічних процесів не проявляються на підставі невеликої кількості спостережень. Тому дослідження в економіці повинне спиратися на масові спостереження;

– *динамічність економічних процесів*, що полягає у зміні параметрів і структури економічних систем під впливом середовища (зовнішніх факторів);

– *випадковість і невизначеність* у розвитку економічних явищ. Тому економічні явища і процеси носять в основному ймовір-

нісний характер і для їх вивчення необхідне застосування економіко-математичних моделей на базі теорії ймовірностей і математичної статистики;

– *неможливість ізолювати процеси*, які протікають в економічних системах, від навколишнього середовища, аби спостерігати і досліджувати їх у чистому вигляді;

– *активна реакція* на нові фактори, здатність соціально-економічних систем до активних, не завжди передбачуваних дій залежно від відношення системи до цих факторів, способів і методів їх впливу.

Виділені властивості соціально-економічних систем безумовно ускладнюють процес їх дослідження, проте ці властивості варто мати на увазі при розгляді різних аспектів економіко-математичного моделювання, розпочинаючи з вибору типу моделі і закінчуючи питаннями практичного використання результатів моделювання.

Основними особливостями складних систем є:

– наявність великої кількості пов'язаних між собою окремих підсистем;

– наявність ієрархічної структури управління як по горизонталі, так і по вертикалі;

– обов'язкова присутність інформаційної мережі;

– функціонування, пов'язане із впливом випадкових факторів.

Залежно від ознак системи класифікуються на:

– динамічні і статичні;

– стохастичні (ймовірнісні) і детерміновані (регулярні);

– неперервні і дискретні;

– лінійні і нелінійні.

За наявністю зворотних зв'язків системи діляться на відкриті, закриті, комбіновані.

Відкриті системи – це системи, що взаємодіють із навколишнім середовищем (рис. 2.3).

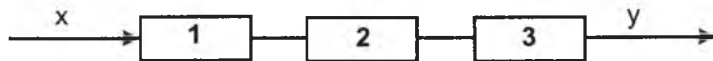


Рис. 2.3

Закриті системи із навколишнім середовищем не взаємодіють (рис. 2.4).

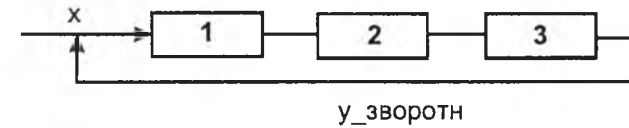


Рис. 2.4

Комбіновані системи – це системи, які сполучають властивості відкритих і закритих систем (рис. 2.5).

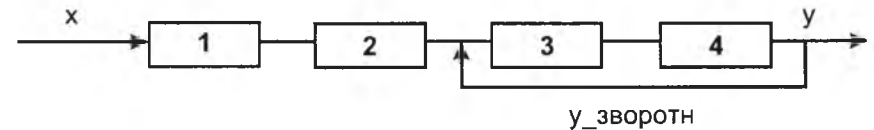


Рис. 2.5

Будь-яке підприємство – це система, яка перетворює набір вкладених у виробництво ресурсів – витрат (сировина, машини, люди) – у товари і послуги. Вона функціонує всередині більш великої системи – зовнішньополітичного, економічного, соціального і технічного середовища, – у якій постійно вступає у складні взаємодії. Вона охоплює множину підсистем, які також взаємозалежні і взаємодіючі. Порушення функціонування в одній частині системи викликає труднощі в інших її частинах. Наприклад, великий банк є системою, що діє всередині більш широкого оточення, взаємодіє і пов'язаний з ним, а також відчуває на собі його вплив. Відділи і філії банку є підсистемами, які повинні взаємодіяти безконфліктно, аби банк як ціле працював ефективно. Будь-яке порушення в підсистемі вплине на ефективність діяльності системи (банку) в цілому.

До загальних характеристик відкритих систем відносяться:

1. Наявність циклу подій (вхід – перетворення – вихід).

2. Негативна ентропія (негентропія, антиентропія). Під ентропією в загальній теорії систем розуміється загальна тенденція конкретної організації від становлення до завершення діяльно-

сті. Відкрита система, завдяки здатності запозичати необхідні ресурси із зовнішнього середовища, може протидіяти вказаній тенденції. Ця здатність і називається негативною ентропією. Завдяки негативній ентропії деякі системи живуть сторіччями. Для комерційної організації головним критерієм негативної ентропії є стійка прибутковість на значному часовому інтервалі.

3. Зворотний зв'язок. Під зворотним зв'язком, як уже вказувалося, розуміється інформація, що генерується, збирається, використовується відкритою системою для моніторингу, оцінки, контролю та корекції власної діяльності. Зворотний зв'язок дозволяє організації одержувати інформацію про можливі або реальні відхилення від наміченої мети і вчасно вносити зміни в процес розвитку. Відсутність зворотного зв'язку веде до патології, кризи і краху організації.

4. Відкритим системам притаманний динамічний гомеостаз. Процес підтримки конкретною організацією збалансованого стану називається динамічним гомеостазом.

5. Відкриті системи характеризуються диференціацією, тобто тенденцією до зростання, спеціалізації і поділу функцій між різними компонентами, які формують дану систему. Диференціація – це відповідь системи на зміну зовнішнього середовища.

6. Еквіфінальність. Відкриті системи здатні, на відміну від закритих, досягати поставленої мети різними шляхами, рухаючись до цієї мети з різних стартових умов. Немає і бути не може єдиного й найкращого методу досягнення мети. Мета завжди досягається різними способами і рухатися до неї можна з різними швидкостями.

2.2. Основи теорії систем і системного аналізу

Теорія систем має справу з аналізом, проектуванням і функціонуванням складних систем. В економіці – це самостійні господарюючі підрозділи, які утворюються взаємодіючими і взаємозалежними частинами. Зрозуміло, що будь-яка організаційна форма бізнесу відповідає цим критеріям та може вивчатися за використанням понять і засобів теорії систем.

До основних понять і характеристик загальної теорії систем відносяться:

– компоненти системи (елементи, підсистеми). Будь-яка система, незалежно від відкритості, визначається складом. Компоненти і зв'язки між ними створюють властивості системи, її сутнісні характеристики;

– межі системи – це різного роду матеріальні і нематеріальні обмежники, які дистанціюють систему від зовнішнього середовища. З погляду загальної теорії систем, кожна система виступає частиною більшої системи, яка називається надсистемою чи суперсистемою. В свою чергу, кожна система складається з двох чи більшої кількості підсистем;

– синергія – це поняття використовується для опису явищ, при якому ціле завжди більше або менше, ніж сума частин, що складають ціле. Система функціонує доти, поки відносини між компонентами системи не здобувають антагоністичного характеру;

– вхід – перетворення – вихід. Організаційна система в динаміці подається трьома процесами. Їх взаємодія утворює цикл подій, який має будь-яка відкрита система. При системному підході важливого значення набуває вивчення характеристик конкретної організації як системи, тобто характеристик “входу”, “процесу” (“перетворення”) і характеристик “виходу”. При системному підході, наприклад, на основі маркетингових досліджень спочатку досліджуються параметри “виходу”, тобто товари або послуги, а саме що робити, з якими показниками якості, з якими витратами, для кого, у які терміни продавати і за якою ціною. Відповіді на ці запитання повинні бути чіткими і своєчасними. На “виході” повинна бути конкурентоспроможна продукція або послуги. Потім визначаються параметри “входу”, тобто досліджується потреба в ресурсах (матеріальних, фінансових, трудових та інформаційних), які встановлюються після детального вивчення організаційно-технічного рівня розглянутої системи (рівня техніки, технології, особливостей організації виробництва, праці та управління) і параметрів зовнішнього середовища (економічних, геополітичних, соціальних, екологічних тощо). І, нарешті, не менш важливого значення набуває

дослідження параметрів “процесу”, який перетворює ресурси в готову продукцію. На цьому етапі залежно від об’єкта дослідження розглядаються виробнича технологія, або технологія управління, а також фактори і шляхи їх вдосконалення;

життєвий цикл. Будь-яка відкрита система має цикл життя:

виникнення – становлення – функціонування – криза – крах;

– системоутворюючий елемент – це елемент системи, від якого вирішальною мірою залежить функціонування всіх інших елементів і життєздатність системи в цілому.

Основою системного аналізу є загальна теорія систем і системний підхід. Проте системний аналіз запозичає в них лише загальні початкові уявлення і передумови. Його методологічний статус незвичайний: з одного боку, системний аналіз має деталізовані методи і процедури, взяті із сучасної науки й створені спеціально для нього, що ставить його в ряд з іншими прикладними напрямками сучасної методології, а з другого боку – в розвитку системного аналізу відсутня тенденція до оформлення його у строгу і закінчену теорію. У системному аналізі тісно переплетені елементи науки і практики. Тому далеко не завжди обґрунтування рішень за допомогою системного аналізу пов’язане з використанням строгих формалізованих методів і процедур; допускаються судження, які ґрунтуються на особистому досвіді та інтуїції, необхідно лише, аби ця обставина була чітко усвідомленою.

Найважливіші принципи системного аналізу зводяться до такого: процес прийняття рішень повинен розпочинатися з виявлення і чіткого формулювання кінцевої мети; необхідно розглядати всю проблему як ціле, як єдину систему і виявляти всі наслідки та взаємозв’язки кожного окремого рішення; необхідні виявлення та аналіз можливих альтернативних шляхів досягнення мети; мета окремих підрозділів не повинна вступати в конфлікт із цілями всієї системи.

Системний аналіз спирається на ряд прикладних математичних дисциплін і методів, що широко використовуються в сучасній теорії управління: дослідження операцій, метод експертних оцінок, метод критичного шляху, теорія черг і т.п. Техніч-

ною основою системного аналізу є сучасні обчислювальні машини та інформаційні системи.

Методологічні засоби, які застосовуються при розв’язуванні проблем за допомогою системного аналізу, визначаються залежно від того, переслідується єдина мета чи певна сукупність цілей, приймає рішення одна особа чи група осіб тощо. Коли є одна досить чітко виражена мета, міру досягнення якої можна оцінити на основі одного критерію, використовуються методи математичного програмування. Якщо міра досягнення мети повинна оцінюватися на основі декількох критеріїв, застосовується апарат теорії корисності, за допомогою якого проводиться впорядкування критеріїв і визначення важливості кожної з них. Коли розвиток подій визначається взаємодією декількох осіб або систем, з яких кожна переслідує свою мету і приймає свої рішення, використовуються методи теорії ігор.

Незважаючи на те, що діапазон застосовуваних у системному аналізі методів моделювання і розв’язування проблем неперервно розширюється, системний аналіз за своїм характером не тотожний науковому дослідженню: він не пов’язаний із завданням одержання наукового знання у власному розумінні, а є лише застосуванням методів науки до розв’язування практичних проблем управління і має за мету раціоналізацію процесу прийняття рішень.

Зупинимося на теорії системного підходу до організацій як ідеї для досягнення ефективного управління.

2.3. Основи системного підходу

До початку ХХ століття в управлінні панував ситуативний підхід, або управління за обставинами. Визначальним принципом цього підходу є адекватність управлінського рішення відносно конкретної ситуації. Адекватним у конкретній ситуації вважається рішення, найкраще з погляду зміни ситуації, безпосередньо після накладання на неї відповідного управлінського впливу.

Таким чином, ситуативний підхід – це орієнтація на найближчий позитивний результат (“а далі видно буде...”). Вважається, що “далі” знову буде пошук кращого рішення в тій ситуації, що виникне. Але рішення, в даний момент найкраще, може виявитися зовсім не таким, як тільки ситуація зміниться або в ній виявляться невраховані обставини.

Прагнення відреагувати на кожний новий поворот або розворот (зміна бачення) ситуації адекватним чином призводить до того, що менеджер змушений приймати нові й нові рішення, які йдуть врозріз із колишніми. Він фактично перестає керувати подіями, а пливе за їх течією.

Сказане не означає, що управління за обставинами неефективне в принципі. Ситуативний підхід до прийняття рішень необхідний і виправданий, коли ситуація екстраординарна, а використання колишнього досвіду ризиковане, коли ситуація змінюється швидко і непередбаченим чином, коли немає часу для врахування всіх обставин. Так, наприклад, рятувальникам Міністерства надзвичайних ситуацій часто доводиться шукати найкраще рішення саме в рамках конкретної ситуації. Проте загалом ситуативний підхід недостатньо ефективний і повинен бути перебореним, заміненим або доповненим системним підходом.

Застосування системного підходу до аналізу складних систем, зокрема економічних, передбачає максимальне охоплення всіх взаємозв'язків та аналіз наслідків прийнятого рішення.

Системний підхід як загальнометодологічний принцип використовується в різних галузях науки і діяльності людини. Гносеологічною основою системного підходу є загальна теорія систем, початок якій поклав австралійський біолог Л. Берталанфі в 20-х роках минулого століття, розробивши системний підхід до вивчення біологічних організмів. У книзі “Роботи, люди і свідомість” (1967) він переніс теорію систем на аналіз процесів і явищ суспільного життя. У “Загальній теорії систем” (1969) Берталанфі перетворює свою теорію систем у загальнодисциплінарну науку. Призначення цієї науки він бачив у пошуку структурної подібності законів, встановлених у різних дисциплінах, виходячи з яких можна вивести загальносистемні закономірності.

Основні моменти системного підходу такі:

- а) уточнення предметної області дослідження, її структуризація на задачі;
- б) вибір параметрів і критеріїв оцінки ефективності системи;
- в) підбір потрібних математичних моделей;
- г) уточнення деталей і мети аналізу системи;
- д) синтезування математичних моделей, які забезпечують досягнення поставлених цілей.

До основних рис системного підходу відносяться:

- системний підхід – це форма методологічного знання, пов'язана з дослідженням і створенням об'єктів як систем, яка відноситься тільки до систем;
- ієрархічність пізнання, що вимагає багаторівневого вивчення предмета: вивчення самого предмета – “власний” рівень; вивчення цього ж предмета як елемента більш широкої системи – “вищий” рівень; вивчення цього предмета у співвідношенні зі складовими елементами – “нижчий” рівень;
- системний підхід, що вимагає розглядати проблему не ізольовано, а в єдності зв'язків із навколишнім середовищем, осягати суть кожного зв'язку й окремого елемента, проводити асоціації між загальними й окремими цілями.

Таким чином, до основних принципів системного підходу (системного аналізу) відносяться:

- *цілісність*, яка дозволяє розглядати одночасно систему як єдине ціле і в той же час як підсистему для вищих рівнів;
- *ієрархічність будови*, тобто наявність множини (принаймні, двох) елементів, розташованих на основі підпорядкування елементів нижчого рівня елементам вищого рівня. Реалізацію цього принципу можна бачити на прикладі будь-якої конкретної організації. Як відомо, будь-яка організація є взаємодією двох підсистем: керуючої і керованої. Одна підпорядкована іншій;
- *структуризація*, яка дозволяє аналізувати елементи системи та їх взаємозв'язки в рамках конкретної організаційної структури. Як правило, процес функціонування системи обумовлений не стільки властивостями її окремих елементів, скільки властивостями самої структури;

– *множинність*, яка дозволяє використовувати множини кібернетичних, економічних і математичних моделей для опису окремих елементів і системи в цілому.

Отже, *системний підхід* – це підхід до дослідження об'єкта (проблеми, явища, процесу) як до системи, в якій виділені елементи, внутрішні і зовнішні зв'язки, що найбільш істотно впливають на функціонування об'єкта.

Можна сказати, що системний підхід – це такий напрямок методології наукового пізнання і практичної діяльності, в основі якого знаходиться дослідження будь-якого об'єкта як складної цілісної системи.

Таким чином, системний підхід дозволяє комплексно оцінити будь-яку діяльність, в тому числі виробничо-господарську, і діяльність системи управління на рівні конкретних характеристик. Це допомагає аналізувати будь-яку ситуацію в межах окремо взятої системи, виявити характер проблем входу, процесу і виходу. Застосування системного підходу дозволяє щонайкраще організувати процес прийняття рішень на всіх рівнях системи управління.

Комплексний підхід допускає врахування при аналізі як внутрішніх, так і зовнішніх середовищ організації. Це означає, що є можливість враховувати не тільки внутрішні, а й зовнішні фактори – економічні, геополітичні, соціальні, демографічні, екологічні тощо. Фактори – це важливі аспекти при аналізі організацій і, на жаль, враховуються не завжди. Наприклад, часто соціальні питання при проектуванні нових організацій не враховуються або відкладаються. При впровадженні нової техніки не завжди беруться до уваги показники ергономічності, які призводять до підвищення стомлюваності працівників і в підсумку – до зниження продуктивності праці. При формуванні нових трудових колективів належним чином не враховуються соціально-психологічні аспекти, зокрема, проблеми мотивації праці. Підсумовуючи сказане, можна стверджувати, що *комплексний підхід* є необхідною умовою при розв'язуванні задач аналізу організації.

Для дослідження функціональних зв'язків систем управління використовується *інтеграційний підхід*, суть якого полягає в

тому, що дослідження здійснюються як по вертикалі (між окремими елементами системи управління), так і по горизонталі (на всіх стадіях життєвого циклу).

Під інтеграцією розуміється об'єднання суб'єктів управління для посилення взаємодії всіх елементів системи управління конкретної організації. При такому підході з'являються міцніші зв'язки між окремими підсистемами організації, більш конкретні завдання. Наприклад, керуюча система задає службам і підрозділам організації конкретні показники їхньої діяльності за якістю, кількістю, витратами ресурсів, термінами і т.д. На основі виконання цих показників досягаються поставлені цілі.

Інтеграція за стадіями життєвого циклу по *горизонталі* вимагає формування єдиної і чіткої системи управління, яка повинна охоплювати, насамперед, показники якості і кількості витрат на стадіях науково-дослідної, конструкторської і технологічної підготовки виробництва, а також показники власне виробництва, впровадження, експлуатації і зняття виробу з виробництва. Така погодженість показників за стадіями життєвого циклу продукту дозволяє створити структуру управління, яка забезпечує оперативність і гнучкість управління.

Інтеграція *по вертикалі* є об'єднанням юридично самостійних організацій для найкращого досягнення поставленої мети. Це забезпечується, по-перше, об'єднанням зусиль людей, тобто синергетичним ефектом, по-друге, створенням нових науково-експериментальних баз, впровадженням нових технологій і нового обладнання. Це, в свою чергу, створює умови для поліпшення зв'язків по вертикалі між різними рівнями органів управління та окремими організаціями, особливо у виробничій і соціальній сферах. Така інтеграція забезпечує найкращий контроль і регулювання в процесі реалізації нових наказів, постанов та іншої регламентуючої документації. Інтеграція дає організаціям додаткові можливості для підвищення їхньої конкурентоспроможності за рахунок розширення співробітництва. З'являється більш широкий простір для розвитку і впровадження нових ідей, випуску більш якісної продукції, підвищується оперативність реалізації прийнятих рішень.

Застосування інтеграційного підходу створює умови для найкращого здійснення стратегічних задач на всіх рівнях у системі управління, на рівні холдингу, окремих компаній і конкретних підрозділів.

На початковому етапі реалізації системного аналізу доцільно встановити принципову послідовність його етапів.

Універсальним засобом методології системного аналізу є чітке виділення п'яти логічних елементів у процесі дослідження будь-яких систем, підсистем та інших елементів. До них відносяться:

- мета або ряд цілей;
- альтернативні засоби (або системи), за допомогою яких може досягатися мета;
- витрати ресурсів, необхідних для кожної альтернативи;
- математична і логічна моделі, кожна з яких є системою зв'язків між цілями, альтернативними засобами їх досягнення, навколишнім середовищем і вимогами на ресурси;
- критерій вибору кращої альтернативи; за його допомогою зіставляються мета і витрати, наприклад, шляхом максимального досягнення мети при певному запитуваному чи заздалегідь заданому бюджеті.

У таблиці 2.1 подана більш поглиблена і принципова послідовність робіт системного аналізу стосовно економіки.

Зауважимо, що до *неформальних методів* відносяться: метод сценаріїв, метод експертних оцінок ("Дельфи"), діагностичні методи; до *графічних методів* – метод дерев цілей, матричні методи, мережеві методи; до *кількісних методів* – методи економічного аналізу, морфологічні методи, статистичні методи; до *методів моделювання* – кібернетичні моделі, описові моделі, нормативні операційні моделі (оптимізаційні, імітаційні, ігрові).

Дамо коментар до всіх 12 етапів реалізації системного аналізу (табл. 2.1).

Таблиця 2.1

Реалізація системного аналізу

Етапи	Наукові інструменти
1	2
<i>I. Аналіз проблеми</i>	
1. Виявлення проблеми 2. Точне формулювання проблеми 3. Аналіз розвитку проблеми (у минулому та в майбутньому) 4. Визначення зовнішніх зв'язків проблеми (з іншими проблемами) 5. Виявлення принципової можливості розв'язання проблеми	Методи: сценаріїв, діагностичний, дерев цілей, економічного аналізу, кібернетичні моделі
<i>II. Визначення системи</i>	
1. Специфіка задачі 2. Визначення позиції спостерігача 3. Визначення об'єкта 4. Виділення елементів (визначення границь розбивки системи) 5. Визначення підсистем 6. Визначення середовища	Методи: матричні, кібернетичні моделі
<i>III. Аналіз структури системи</i>	
1. Визначення рівнів ієрархії 2. Визначення аспектів і мов 3. Визначення процесів, функцій 4. Визначення і специфікація процесів управління і каналів інформації 5. Специфікація підсистем 6. Специфікація процесів, функцій поточної діяльності та розвитку	Методи: діагностичні, матричні, мережеві, морфологічні, кібернетичні моделі

Продовження табл. 2.1

1	2
<i>IV. Формулювання загальної мети і критерію системи</i>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Визначення цілей, вимог надсистеми 2. Визначення цілей і обмежень середовища 3. Формулювання загальної мети 4. Визначення критерію 5. Декомпозиція цілей і критеріїв для підсистем 6. Композиція загального критерію з критеріями підсистем 	<p>Методи: експертних оцінок ("Дельфи"), дерев цілей, економічного аналізу, морфологічні, кібернетичні, нормативні, операційні моделі (оптимізаційні, ігрові, імітаційні)</p>
<i>V. Декомпозиція мети, виявлення потреб у ресурсах і процесах</i>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Формулювання цілей верхнього рівня 2. Формулювання цілей поточних процесів 3. Формулювання цілей ефективності 4. Формулювання цілей розвитку 5. Формулювання зовнішніх цілей і обмежень 6. Виявлення потреб у ресурсах і процесах 	<p>Методи: дерев цілей, мережеві, описові моделі</p>
<i>VI. Виявлення ресурсів і процесів, композиція цілей</i>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Оцінка існуючих технологій і потужностей 2. Оцінка сучасного стану ресурсів 3. Оцінка реалізованих і запланованих проектів 4. Оцінка можливостей взаємодії з іншими системами 5. Оцінка соціальних факторів 6. Композиція цілей 	<p>Методи: експертних оцінок ("Дельфи"), дерев цілей, економічного аналізу</p>

Продовження табл. 2.1

1	2
<i>VII. Прогноз і аналіз майбутніх умов</i>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Аналіз стійких тенденцій розвитку системи 2. Прогноз розвитку і зміни середовища 3. Передбачення появи нових факторів, які впливають на розвиток системи 4. Аналіз ресурсів майбутнього 5. Комплексний аналіз взаємодії факторів майбутнього розвитку 6. Аналіз можливих зрушень цілей і критеріїв 	<p>Методи: сценаріїв, експертних оцінок ("Дельфи"), дерев цілей, мережеві, економічного аналізу, статистичні, описові моделі</p>
<i>VIII. Оцінка цілей і засобів</i>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Обчислення оцінок за критерієм 2. Оцінка взаємозалежності цілей 3. Оцінка відносної важливості цілей 4. Оцінка дефіцитності і вартості ресурсів 5. Оцінка впливу зовнішніх факторів 6. Обчислення комплексних оцінок 	<p>Методи: експертних оцінок ("Дельфи"), економічного аналізу, морфологічний метод</p>
<i>IX. Відбір варіантів</i>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Аналіз цілей на сумісність 2. Перевірка цілей на повноту 3. Відсікання надлишкових цілей 4. Планування варіантів досягнення окремих цілей 5. Оцінка і порівняння варіантів 6. Сполучення комплексу взаємозалежних варіантів 	<p>Методи: дерев цілей, економічного аналізу, матричні, морфологічні методи</p>

Продовження табл. 2.1

1	2
<i>X. Діагноз існуючої системи</i>	
1. Моделювання технологічного та економічного процесів 2. Розрахунок потенційної і фактичної потужностей 3. Аналіз втрат потужності 4. Виявлення недоліків організації виробництва та управління 5. Виявлення та аналіз заходів відносно вдосконалювання організації	Методи: діагностичного, матричного, економічного аналізу, кібернетичні моделі
<i>XI. Побудова комплексної програми розвитку</i>	
1. Формулювання заходів, проектів і програм 2. Визначення черговості цілей і заходів щодо їх досягнення 3. Розподіл сфер діяльності 4. Розподіл сфер компетенції 5. Розробка комплексного плану заходів у рамках обмежень за ресурсами в часі 6. Розподіл за відповідальними організаціями, керівниками і виконавцями	Методи: матричного, мережевого, економічного аналізу, описові моделі, нормативні операційні моделі
<i>XII. Проектування організації для досягнення цілей</i>	
1. Призначення цілей організації 2. Формулювання функцій організації 3. Проектування організаційної структури 4. Проектування інформаційних механізмів 5. Проектування режимів роботи 6. Проектування механізмів матеріального і морального стимулювання	Методи: діагностичні, дерев цілей, матричні, мережеві методи, кібернетичні моделі

I. Питання про те, чи існує проблема, має першорядне значення, оскільки використання величезних зусиль на розв'язування неіснуючих проблем аж ніяк не виняток, а досить типовий випадок. Надумані проблеми маскують актуальні проблеми. Правильне і точне формулювання проблеми є першим і необхідним етапом системного дослідження і, як відомо, може бути рівносильним половині розв'язування проблеми.

II. Аби побудувати систему, проблему потрібно розкласти на комплекс чітко сформульованих задач. При цьому у разі великої системи задачі утворюють ієрархію, у випадку середньої – спектр, тобто над одним об'єктом будуть розв'язуватися різні задачі. Позицію спостерігача визначає критерій розв'язування проблеми. В деяких випадках визначення об'єкта складає найбільші труднощі для дослідника (так само як і визначення народногосподарської системи і середовища).

III. Свалілля у виділенні підсистем і реалізованих у них процесів неминуче прирікає системне дослідження на невдачу. Виявлення цілей і процесів розвитку вимагає не тільки строгості логічного мислення, а й уміння знайти контакт із працівниками управління.

IV. Формувати загальні цілі організації й особливо конструювати критерій ефективності системи ніяк не можна, ґрунтуючись лише на громадській думці. Формування загальних цілей є складною логічною процедурою, яка вимагає знання специфіки економіки і технології дослідження об'єкта.

V. У великих і середніх системах мета настільки віддалена від конкретних засобів її досягнення, що вибір рішення вимагає великої трудомісткості з ув'язуванням мети із засобами її реалізації шляхом декомпозиції цілей. Ця важлива робота є центральною в системному аналізі. Вона породила метод дерева цілей, що є головним, якщо не єдиним досягненням системного аналізу.

VI. У системах невиробничих (освіта, охорона здоров'я тощо) виразити явно мету і критерій ефективності розвитку логічно не вдається. Тут неприйнятний аналіз "від природних потреб людини" у зв'язку з їх неперервним розвитком і зміною. Треба йти традиційним шляхом від аналізу існуючого стану, досягнутого рівня і послідовного прогнозування.

VII. Системний аналіз, як правило, має справу з перспективою розвитку. Тому максимальний інтерес має будь-яка інформація про майбутнє – ситуації, ресурси, відкриття, винаходи, а отже, прогнозування є найважливішою і найскладнішою частиною системного аналізу.

VIII. Ряд соціальних, політичних, моральних, естетичних та інших факторів, які не можна не брати до уваги в системному аналізі (вони іноді вирішальні), не обчислюються кількісно. Єдиний спосіб їх врахування – це одержання суб'єктивних оцінок експертів. Оскільки системний аналіз, як правило, має справу із неструктурованими або слабкоструктурованими величинами, тобто величинами, позбавленими кількісних оцінок, то одержання оцінок фахівців і їх опрацювання є необхідним етапом системного аналізу більшості проблем.

IX. Невідповідність потреб і засобів їх задоволення складають закон і найважливіший стимул соціально-економічного розвитку. Оскільки поняття мети і засобів її досягнення невіддільні, то центральним моментом прийняття рішень у системному аналізі є усикання цілей – відсікання тих цілей, які визнаються малозначними чи не мають засобів для досягнення. У системному аналізі відбір альтернатив вважається найважливішою, якщо не єдиною задачею системного аналізу.

X. Проблеми народногосподарського управління, що розв'язуються методами системного аналізу, виникають у реально існуючих органах управління. Задачею системного аналізу здебільшого є не створення нового органу управління, а вдосконалення існуючих. Тому виникає необхідність у діагностичному аналізі органів управління, спрямованому на виявлення їхніх можливостей, недоліків тощо. Нова система буде ефективно впроваджуватися в тому разі, коли вона полегшує роботу органу управління.

XI. Результати системного аналізу дістаються в рамках системних понять. Для практичного планування вони повинні бути подані мовою соціально-економічних категорій. У результаті розв'язування задач системного аналізу великих народногосподарських проблем створюються комплексні програми розвитку.

XII. Системний аналіз має ряд специфічних методів і прийомів проектування ефективних органів управління, орієнтованих на мету, тобто створення і використання певної системи в народному господарстві.

Більшість методів і прийомів проектування ефективних органів управління розроблено задовго до появи системного аналізу і використовувалися самостійно. Проте в ряді випадків системна методологія дозволяє більш чітко окреслити коло задач, що найбільш ефективно розв'язуються кожним методом. Відносно деяких методів системний аналіз дозволив переоцінити і переосмислити їх значення, межі застосовності, знайти типові постановки задач, розв'язуваних даним методом.

Внесок методології системного аналізу в розвиток чисельних та аналітичних методів відносно невеликий. Те нове, що вносить системна методологія, – це підхід не від методу, а від задачі, вимога комплексного використання серії методів або їх системного використання для розв'язування різних частин і етапів проблеми.

Ряд слабоформалізованих методів був породжений розвитком саме системної методології і потребами системного аналізу проблем – проблем неструктурованих або слабкоструктурованих. До числа власних інструментальних досягнень системної методології відносяться методи сценаріїв, одержання та аналізу експертних оцінок (“Дельфи”) і методи побудови та аналізу дерев цілей. Тісно пов'язані з розвитком системного аналізу також діагностичні методи. Розглянемо їх більш детально.

Сценарій (у прогнозуванні) – це переважно якісний опис можливих варіантів розвитку досліджуваного об'єкта при різних сполученнях певних, заздалегідь виділених умов. Він не призначений для “передбачення” майбутнього, а лише в розгорнутій формі показує можливі варіанти розвитку подій для їх подальшого аналізу та вибору найбільш реальних і сприятливих.

Метод сценаріїв є засобом первинного впорядкування проблеми, одержання та збирання інформації про взаємозв'язки розв'язуваної проблеми з іншими і про можливі та ймовірні напрямки майбутнього розвитку. Група кваліфікованих профе-

сіоналів складає план сценарію, де прагне намітити галузі науки, техніки, економіки тощо, які не повинні бути упущеними при постановці і розв'язуванні проблеми. Різні розділи сценарію, як правило, нишуться різними групами людей, де розгортається ймовірний хід подій у часі. Використання професіоналів дозволяє простежити його розгалуження, взаємозв'язки з іншими проблемами і т.д. Сценарії можуть бути використані на різних етапах системного аналізу, коли потрібно зібрати та впорядкувати досить різномірну інформацію. Але головною сферою застосування є етапи аналізу проблеми і прогноз та аналіз майбутніх умов.

Метод "Дельфи", на відміну від методу сценаріїв, допускає попереднє ознайомлення експертів із ситуацією за допомогою певної моделі. Фахівцям пропонується оцінити структуру моделі в цілому і дати пропозиції про включення в неї неврахованих зв'язків. При цьому використовується анкетний метод. Результати кожного опитування доводяться до відома всіх експертів, що дозволяє їм корегувати свої судження на основі нової інформації.

У системному аналізі основною формою моделі, яка підлягає вдосконаленню і насиченню інформацією за допомогою експертних оцінок, є *дерево цілей*.

Дерево цілей є зв'язним графом, вершини якого інтерпретуються як цілі, а ребра чи дуги – як зв'язки між ними. Це головний інструмент ув'язування цілей верхнього рівня з конкретними засобами їх досягнення на нижчому рівні.

У програмно-цільовому плануванні, коли цілі плану зв'язуються з ресурсами за допомогою програм, *дерево цілей* виступає як схема, яка показує членування загальних (генеральних) цілей народногосподарського плану або програми на підцілі, останні – на підцілі наступного рівня і т.д.

Подання цілей розпочинається з верхнього рівня, далі вони послідовно розукрупнюються. Причому основним правилом розукрупнення цілей є повнота: кожна мета верхнього рівня повинна бути подана у вигляді підцілей наступного рівня вичерпним чином, тобто так, аби об'єднання підцілей цілком визначало початкову мету.

Діагностичні методи є добре відпрацьованими прийомами масового обстеження підприємств і органів управління з метою вдосконалення форм і методів їх роботи. Є ряд методик та інструкцій із проведення діагностичного обстеження. Про діагностичні методи існують різні думки: одні розглядають їх як самостійні методи, інші – як методи системного аналізу. Проте ці розмежування не мають особливого значення.

Матричні форми подання та аналізу інформації не є специфічним інструментом системного аналізу, проте широко застосовуються на різних його етапах як допоміжний засіб. Матриця – це не тільки наочна форма подання інформації, а й форма, яка розкриває внутрішні зв'язки між елементами, що допомагає з'ясувати та проаналізувати частини структури, які не спостерігаються.

2.4. Основні елементи і типи організаційних систем

На сьогодні організація може бути визначеною як соціальна спільність, яка поєднує певну множину індивідів для досягнення загальної мети і в якій індивіди діють на основі певних процедур і правил.

Виходячи з цього, означимо організаційну систему.

Організаційна система – це певна сукупність внутрішньо взаємозалежних частин організації, яка формує певну цілісність.

Основними елементами організаційної системи (а отже і об'єктами організаційного управління) виступають:

- виробництво;
- маркетинг і збут;
- фінанси;
- інформація;
- персонал, людські ресурси – їм притаманна системоутворююча якість, від них залежить ефективність використання всіх інших ресурсів.

Ці елементи є основними об'єктами організаційного управління. Але в організаційній системі є й інша сторона.

Люди. Завдання менеджера полягає в тому, аби сприяти координації та інтеграції людської діяльності.

Мета і завдання. Організаційна мета є ідеальним проектом майбутнього стану організації. Ця мета сприяє об'єднанню зусиль людей та їх ресурсів. Мета формується на основі загальних інтересів, тому організація є інструментом для досягнення цілей.

Організаційна структура. Структура – це спосіб об'єднання елементів системи. Організаційна структура є способом об'єднання різних частин організації у певну цілісність (основними видами організаційної структури є ієрархічна, матрична, підприємницька, змішана і т.д.). Коли проектуються і підтримуються ці структури, відбувається управління.

Спеціалізація і поділ праці. Це теж об'єкт управління. Під спеціалізацією і поділом праці розуміється дроблення складних виробничих процесів, операцій і задач на складові, які допускають спеціалізацію людської праці.

Організаційна влада – це право, здатність (знання + навички) і готовність (воля) керівника проводити певну лінію при підготовці, прийнятті та реалізації управлінських рішень. Кожний із цих компонентів необхідний для реалізації влади. Влада є взаємодією. Функцію координації та інтеграції діяльності людей неспроможний і неефективний менеджер організувати не зможе. Організаційна влада є не тільки суб'єктом, а й об'єктом управління.

Організаційна культура – це властива організації система традицій, вірувань, цінностей, символів, ритуалів, міфів, норм спілкування між людьми. Організаційна культура надає організації індивідуальність. Вона поєднує людей, створює організаційну цілісність.

Організаційні межі – це матеріальні і нематеріальні обмежники, які фіксують відособленість даної організації від інших об'єктів, що знаходяться в зовнішньому середовищі організації. Менеджер повинен бути здатним розширювати (в міру) межі власної організації. В міру – означає брати тільки те, що зумієш втримати. Управляти межами – означає вчасно їх окреслювати.

Таким чином, організація як система є сукупністю взаємозалежних елементів, що утворюють цілісність (тобто внутрішню єдність, нерозривність, взаємозв'язок).

Будь-яка організація є відкритою системою, оскільки взаємодіє із зовнішнім середовищем. Вона одержує із навколишнього середовища ресурси у вигляді капіталу, сировини, енергії, інформації, людей, устаткування тощо, які стають елементами її внутрішнього середовища. Частина ресурсів за допомогою певних технологій переробляється, перетворюється в продукти і послуги, які передаються у зовнішнє середовище.

2.5. Класифікація механізмів управління організаційними системами

Опис моделі організаційної системи визначається заданням:

- складу організаційної системи (учасників, що входять в організаційну систему, тобто її елементів);
- структури організаційної системи (сукупності інформаційних, управляючих, технологічних та інших зв'язків між учасниками організаційної системи);
- множини допустимих стратегій учасників організаційної системи, що відображають, у тому числі, інституціональні, технологічні та інші обмеження їхньої спільної діяльності;
- цільових функцій учасників організаційної системи, які відображають їхні переваги та інтереси;
- інформованості – та інформація, яку мають учасники організаційної системи на момент прийняття рішень про вибрані стратегії;
- порядку функціонування: послідовності одержання інформації і вибору стратегій учасниками організаційної системи.

Управління організаційної системи, що розуміється як вплив на керовану систему з метою надання їй потрібної поведінки, може торкатися кожного із шести перерахованих параметрів.

Отже, першою підставою системи класифікації механізмів управління організаційними структурами (процедур прийняття управлінських рішень) є *предмет управління*, тобто змінювана

в процесі і результаті управління компонента організаційної структури.

На цій підставі виділяється *управління складом, управління структурою, інституціональне управління* (управління “допустимими множинами”), *мотиваційне управління* (управління перевагами та інтересами), *інформаційне управління* (управління інформацією, яку мають учасники організаційної структури на момент прийняття рішень) і *управління порядком функціонування* (управління послідовністю одержання інформації та вибору стратегій учасниками організаційної структури).

Найпростіша (*базова*) модель організаційної структури охоплює один керований суб'єкт – *агента* – і один керуючий орган – *центр*, який приймає рішення однократно в умовах повної інформованості. *Розширеннями базової моделі є:*

- *динамічні* організаційні структури, у яких учасники приймають рішення багаторазово – розширення за предметом управління “порядок функціонування”;

- *багатоелементні* організаційні структури, в яких є декілька агентів, що приймають рішення одночасно і незалежно – розширення за предметом управління “склад”;

- *багаторівневі* організаційні структури, які мають три- і більше рівневу ієрархічну структуру – розширення за предметом управління “структура”;

- організаційні структури з *розподіленням контролем*, у яких є декілька центрів, що здійснюють управління тими ж агентами – розширення за предметом управління “структура”;

- організаційні структури з *невизначеністю*, в яких учасники не повністю інформовані про істотні параметри – розширення за предметом управління “інформованість”;

- організаційні структури з *обмеженнями спільної діяльності*, в яких існують глобальні обмеження на спільний вибір агентами своїх дій – розширення за предметом управління “множини допустимих стратегій”;

- організаційні структури з *повідомленням інформації*, в яких однією з дій агентів є повідомлення інформації один одному і/або центрові – розширення за предметом управління “множини допустимих стратегій”.

Другою підставою класифікації є *розширення* базової моделі – наявність або відсутність:

- динаміки (кількість і взаємозв'язок періодів функціонування, далекоглядність учасників організаційної структури, режим управління);

- множини взаємозалежних агентів;

- багаторівневості;

- розподіленого контролю;

- невизначеності (тип невизначеності – зовнішня, внутрішня, ігрова; вид невизначеності – інтегральна, ймовірнісна, нечітка; процедура усунення невизначеності, у тому числі ігрова, тобто концепція розв'язування гри);

- обмежень спільної діяльності;

- подання інформації.

Третьою підставою класифікації є *метод моделювання*, згідно з якою можна виділити механізми управління, що ґрунтуються на *оптимізаційних і теоретико-ігрових моделях*.

Механізми, що ґрунтуються на теоретико-ігрових моделях, у свою чергу, поділяються на механізми, які використовують апарат *некооперативних ігор, кооперативних ігор, повторюваних ігор, ієрархічних ігор і рефлексивних ігор*.

Механізми, які ґрунтуються на оптимізаційних моделях, у свою чергу, поділяються на механізми, що використовують апарат теорії ймовірностей (теорія надійності, теорія масового обслуговування, теорія статистичних рішень), теорії оптимізації (лінійне, нелінійне, стохастичне, цілочислове, динамічне тощо програмування), оптимального управління, дискретної математики (теорія графів – транспортна задача, задача про призначення, вибір найкоротшого шляху, календарно-мережеве планування та управління, задачі про розміщення, розподіл ресурсів на мережах тощо).

Четвертою підставою класифікації механізмів управління організаційними структурами є *функції управління*, реалізацію яких покликаний забезпечити той чи інший механізм.

У *процесному управлінні* виділяються такі основні функції: *планування, організація, мотивація* (стимулювання) і *контроль*.

У проектному управлінні відповідно до фаз життєвого циклу розрізняють:

- *початкову фазу* (концепція): збирання початкових даних та аналіз існуючого стану; визначення цілей, критеріїв, вимог та обмежень (зовнішніх і внутрішніх), експертиза основних положень, затвердження концепції;

- *фазу розробки*: формування команди, розвиток концепції та основного змісту, структурне планування, організація і проведення торгів, укладання договорів і субдоговорів з основними виконавцями, подання проектної розробки та її схвалення;

- *фазу реалізації* проекту: впровадження в дію розробленої на попередніх фазах системи управління, організація виконання робіт, впровадження в дію системи мотивації і стимулювання виконавців, оперативне планування, управління матеріально-технічним забезпеченням, оперативне управління;

- *завершальну фазу*: планування процесу завершення, перевірка та дослідження результатів реалізації, підготовка персоналу для експлуатації результатів реалізації, здача замовнику, реалізація ресурсів, що залишилися, оцінка результатів і підбиття підсумків, розформування команди.

Нарешті, у психології прийняте виділення таких процесуальних компонентів діяльності: мотив, мета, спосіб (технологія діяльності – її зміст, форми, методи і засоби), результат. Їм також можна поставити у відповідність (залежно від компонентів діяльності, що є предметом управління) чотири основні функції управління (табл. 2.2).

Таблиця 2.2

Функції управління

Процесне управління (функції і задачі)	планування	організація	стимулювання	контроль
Проектне управління (фази проекту)	концепція	розробка	реалізація	завершення
Управління діяльністю (процесуальні компоненти)	мета	спосіб	мотив	результат

Отже, за четвертою підставою системи класифікацій можна виділити *механізми планування, механізми організації, механізми стимулювання і механізми контролю*, можливо, з поділом на *механізми процесного і проектного управління*.

П'ятою підставою є *задачі управління*, розв'язування яких покликаний забезпечити той чи інший механізм управління організаційної структури. За значення ознак класифікації доцільно запропонувати виділені в теорії управління механізми, моделі і методи (табл. 2.3).

Таблиця 2.3

Функції і задачі управління

Функції управління	Задачі, моделі і методи управління
1	2
Планування	механізми планування і принцип відкритого управління; механізми розподілу ресурсів; механізми активної експертизи; механізми внутрішніх цін; конкурсні механізми; механізми обміну
Організація	механізми змішаного фінансування; противитратні механізми; механізм “витрати-ефект”; механізми агрегування; механізми самооплатності; механізми вибору асортименту; механізми закупівель; механізми оптимізації виробничого і комерційного циклів; механізми призначення
Стимулювання	базова модель стимулювання; дискретні задачі стимулювання; базові системи стимулювання; стимулювання за індивідуальні результати;

Продовження табл. 2.3

1	2
	стимулювання за результати колективної діяльності; уніфіковані системи стимулювання; рангові системи стимулювання; бригадні форми оплати праці; стимулювання в матричних структурах управління
Контроль	механізми комплексного оцінювання; механізми згоди; багатоканальні механізми; механізми випереджуючого самоконтролю; механізми страхування; компенсаційні механізми

Шостою підставою системи класифікації механізмів управління організаційною структурою є *масштаб реальних систем*, для використання в яких, в основному, призначений той чи інший механізм (країна – регіон – підприємство – колектив – індивідуум).

Сьома підстава – *галузєва специфіка* (державне управління, муніципальне управління, промисловість, будівництво, сфера послуг тощо).

На закінчення відзначимо, що, з одного боку, запропоновані підстави і значення ознак системи класифікацій (табл. 2.4) дозволяють одноманітно описувати як конкретні механізми управління, так і їхні сукупності – комплекси механізмів управління. З другого боку, необхідно підкреслити, що кожний конкретний механізм не завжди може бути однозначно віднесеним до того чи іншого класу – у багатьох випадках ті самі механізми можуть розв'язувати різні задачі управління, використовуватися в різних прикладних галузях і т.п.

Таблиця 2.4

Підстави та значення ознак системи класифікації

Підстави класифікації	Значення ознак класифікації
1	2
1. Предмет управління	1.1. Склад організаційної структури (управління складом) 1.2. Структура організаційної структури (управління структурою) 1.3. Множини допустимих стратегій (інституціональне управління) 1.4. Цільові функції (мотиваційне управління) 1.5. Інформованість (інформаційне управління) 1.6. Порядок функціонування (управління порядком функціонування)
2. Розширення базової моделі	2.1. Багатоелементні організаційні структури (число агентів і центрів) 2.2. Багаторівневі організаційні структури (структура) 2.3. Організаційні структури з розподіленим контролем (структура) 2.4. Організаційні структури з обмеженнями спільної діяльності (обмеження) 2.5. Організаційні структури з повідомленням інформації (цільові функції) 2.6. Динамічні організаційні структури 2.6.1. Число періодів функціонування 2.6.2. Далекоглядність учасників організаційної структури (горизонт далекоглядності) 2.6.3. Режим управління (поточний, ковзний, програмний) 2.7. Організаційні структури з невизначеністю 2.7.1. Тип невизначеності (зовнішня, внутрішня, ігрова)

Продовження табл. 2.4

1	2
	2.7.2. Вид невизначеності (інтервальна, ймовірнісна, нечітка) 2.7.3. Процедура усунення невизначеності (максимальний гарантований результат, зважений оптимізм, очікувана корисність, не домінуючі альтернативи) 2.7.4. Концепція розв'язування гри (максимінна рівновага, рівновага в домінантних стратегіях, рівновага Неша, точка Парето, С-ядро, вектор Шеплі)
3. Метод моделювання	3.1. Теоретико-ігрові моделі 3.1.1. Некооперативні ігри 3.1.2. Кооперативні ігри 3.1.3. Повторювані ігри 3.1.4. Ієрархічні ігри 3.1.5. Рефлексивні ігри 3.2. Оптимізаційні моделі 3.2.1. Теорія ймовірностей (теорія надійності, теорія масового обслуговування, теорія статистичних рішень) 3.2.2. Теорії оптимізації (лінійне і нелінійне, стохастичне, цілочислове, динамічне тощо програмування, багатокритеріальна оптимізація) 3.2.3. Диференціальні рівняння та оптимальне управління 3.2.4. Дискретна математика (теорія графів, теорія розкладів тощо)
4. Функція управління	4.1. Планування 4.2. Організація 4.3. Стимулювання 4.4. Контроль

Продовження табл. 2.4

1	2
5. Задача управління	Наведені в таблиці 2.3
6. Масштаб реальних систем	6.1. Держава 6.2. Регіон 6.3. Підприємство 6.4. Колектив 6.5. Індивідуум
7. Галузева специфіка	7.1. Державне управління 7.2. Муніципальне управління 7.3. Промисловість 7.4. Будівництво 7.5. Транспорт і зв'язок 7.6. Наука та освіта 7.7. Сфера послуг

2.6. Значення системного підходу в управлінні

Значення системного підходу в управлінні полягає в погодженості конкретної роботи конкретного виконавця з роботою організації в цілому. Це особливо важливо для вищого керівництва, оскільки системний підхід стимулює його підтримувати необхідну рівновагу між потребами окремих підрозділів і цілями всієї організації. Системний підхід допомагає встановити причини прийняття неефективних рішень, він же надає засоби і технічні прийоми для поліпшення планування та контролю.

Сучасний керівник повинен мати системне мислення, оскільки:

- повинен сприймати, переробляти і систематизувати величезний обсяг інформації і знань, які необхідні для прийняття управлінських рішень;
- йому необхідна системна методологія, за допомогою якої він міг би співвідносити один напрямок діяльності своєї організації з іншим, не допускати квазіоптимізації управлінських рішень;

– він повинен бачити за деревами ліс, за окремим – загальне, піднятися над повсякденністю й усвідомити, яке місце його організація займає в зовнішньому середовищі, як вона взаємодіє з іншою, більшою системою, частиною якої є;

– системний підхід в управлінні дозволяє керівникові більш продуктивно реалізовувати свої основні функції: прогнозування, планування, організацію, керівництво, контроль.

Системне мислення не тільки сприяє розвитку нових уявлень про організацію (зокрема, особлива увага приділяється інтегрованому характеру підприємства, а також першорядному значенню і важливості систем інформації), а й забезпечує розробку корисних математичних методів і прийомів, які значно полегшують прийняття управлінських рішень, та використання чітких систем планування і контролю. Таким чином, системний підхід дозволяє комплексно оцінити будь-яку виробничо-господарську діяльність і діяльність системи управління на рівні конкретних характеристик. Це допомагає аналізувати будь-яку ситуацію в межах окремо взятої системи, виявити характер проблем входу, процесу і виходу. Застосування системного підходу дозволяє щонайкраще організувати процес прийняття рішень на всіх рівнях системи управління.

Незважаючи на позитивні результати, системне мислення не виконало своє найважливіше призначення. Твердження, що воно дозволяє застосовувати сучасний науковий метод до управління, все ще не реалізоване. Це викликано, зокрема, тим, що великомасштабні системи досить складні. Нелегко усвідомити чимало способів, за допомогою яких зовнішнє середовище впливає на внутрішню організацію. Взаємодія множини підсистем всередині підприємства не зовсім усвідомлюється. Межі систем встановлювати досить важко, занадто широке означення приведе до накопичення дорогих і непотрібних даних, а занадто вузьке – до часткового розв'язування проблем. Нелегко сформулювати питання, які стоять перед підприємством, визначити інформацію, необхідну в майбутньому. Навіть коли найкраще і найлогічніше рішення знайдено, воно, можливо, буде нездійсненним. Проте, системний підхід дає можливість глибше зрозуміти, як працює підприємство.

3 ОСНОВИ ТЕОРІЇ ІНФОРМАЦІЇ

В останні роки все більш явною стає тенденція до поширення принципово нових явищ і процесів в економіці, виявляються інші фактори економічного розвитку як на макрорівні, так і на рівні підприємств. Основною причиною подібних змін є початок і розвиток “інформаційної революції”, яка веде до становлення нової економічної системи. Відбувається заміщення машинної техніки як головного виробничого ресурсу індустріальної епохи інформацією, знанням, інтелектом. Зростаюча автоматизація процесів матеріального виробництва дозволяє сконцентрувати трудові зусилля у сфері інтелектуального виробництва, створенні інформаційних продуктів і послуг.

Інформація, безсумнівно, є різновидом економічних благ, вона задовольняє потреби індивідів, а також використовується як економічний ресурс, оскільки при будь-якому застосуванні інформації існують фактори, які обмежують як можливості її одержання і створення нових знань, так і можливості її використання.

Більш складним є питання про віднесення інформації до розряду суспільних чи окремих благ. Залежно від форм існування та змісту інформація може виступати в тій чи в іншій якості. При цьому розмежування конкретної інформації на суспільне та особисте благо досить розмиті, що істотно утруднює регулювання відносин у сфері специфікації та захисту власності на неї.

Інформація як економічне благо стає в економіці товаром (інформаційним продуктом, послугою), а також ресурсом, що використовується в процесі господарської діяльності. Інформаційні продукти і послуги обмінюються на інформаційному ринку і мають велику кількість особливостей, як на стадіях розробки, виробництва, так і на етапі обігу. До інформаційних товарів і послуг відноситься програмне забезпечення, бази даних, освітні послуги, консультування, результати науково-дослідних і дослідно-конструкторських робіт тощо.

У процесі створення інформаційних товарів основним засобом виробництва виступає інтелект, що є здатністю людини створювати нові знання. Звідси виникає особлива суб'єктивність процесу інформаційного виробництва, характерним проявом якої є відсутність більш-менш жорсткої залежності між витратами і результатом виробництва нової інформації та знань. У цілому, в результаті інтелектуальної діяльності створюється унікальний продукт, який приносить дохід її автору в процесі тиражування (поширення матеріальних носіїв зі створеною інформацією) або у втіленні у товарах, засобах виробництва, технологіях.

Для здійснення інформаційного виробництва потрібні початкова сировина – інформація і раніше створені знання. Як економічний ресурс інформація має ряд особливостей, які відрізняють її від традиційних факторів виробництва – природних ресурсів, праці, капіталу. Найбільш значимими властивостями інформації є незнищуваність у процесі використання, самозростання в процесі споживання, невизначеність її корисності, відсутність залежності між початковим обсягом знань і обсягом нового створеного знання, висока мобільність як у просторі, так і в плані переходу з одних наук в інші без втрати актуальності.

Важливо відзначити, що інформації як економічному ресурсу властива дихотомія поширеності і рідкості. З одного боку, інформація легко тиражується, не знищується, а навпаки, самозростає в процесі споживання. В той же час вона є особливим ресурсом завдяки унікальності процесу її виробництва і використання, головним суб'єктом якого виступає людина. Так,

на сьогодні однією з найбільш актуальних проблем є проблема інформаційного тиску на людей, який підсилюється з прискоренням процесу накопичення інформації, а також поширення методів деструктивного інформаційного впливу, що веде до негативних наслідків. Накопичені обсяги інформації і знань не встигають перероблятися, створюються великі масиви непотрібної (принаймні, у даний момент) і дублюючої інформації. Але поряд із цим існує потреба в знаннях, які зможуть допомогти перебороти численні нерозв'язані проблеми.

У функціонуванні інформації як економічного ресурсу особливе значення мають технічні й технологічні аспекти її використання та обіг в економіці. Саме розвиток інформаційно-комунікаційних технологій і комп'ютерної техніки відкрили нові можливості цілеспрямованого використання інформації та знань в економіці, виявили резерви прогресивного розвитку. Як і будь-який інший ресурс, інформація корисна тільки в тому випадку, якщо можна доставити її туди, де вона потрібна. Розвиток технологій збирання, опрацювання, накопичення і поширення інформації, організації процесу комунікацій є стимулом до появи і повсюдного поширення нових форм організації бізнесу в цілому та в окремих бізнес-процесах.

Інформація як економічний ресурс використовується в різних напрямках, результатом чого є різноманіття форм втілення і шляхів створення вартості. Серед основних напрямків варто виділити такі:

- комерціалізація інформації в товарах, послугах, технологіях (створення наукомісткої продукції, інтелектуальних товарів, інформаційних послуг, розробка нових технологій виробництва та управління тощо);

- вплив на суб'єктивні сприйняття й очікування економічних суб'єктів. Як приклади можна навести створення інформаційного образу продукту, компанії (репутація), формування потреб чи вплив на них.

Інформація і знання містять резерви підвищення продуктивності праці, оптимізації використання інших ресурсів. Вони стають більш значимими ресурсами в сучасній економіці, саме вони є важливим об'єктом застосування інтелектуальних зусиль.

Інформаційно-комунікаційні технології, комп'ютерна техніка є специфічними машинами нового етапу економічного розвитку – інформаційного, визначаючи можливості та ефективність використання інформації. В той же час швидкість, з якою розвивається технологія в суспільстві, визначається відносним рівнем його здатності засвоювати та опрацьовувати інформацію.

Підвищення значимості і повсюдне поширення як економічних ресурсів інформації і знань ведуть до різноманітних позитивних ефектів, до економії матеріальних та енергетичних ресурсів, зниження навантаження на навколишнє середовище, розширення можливостей людей. Існують проблеми, властиві економіці, в якій інформація і знання стають важливими ресурсами. А тому більш-менш докладно зупинимось на понятті інформації.

3.1. Поняття інформації та інформаційного процесу

Будь-яка наука розпочинається з визначення кола розглянутих та розв'язуваних у ній проблем теоретичного і практичного характеру. Крім того, логіка розвитку наукового знання вимагає побудови строгого понятійного апарату – мови, яка приймається у даній науці і яка забезпечує однозначне трактування понять цієї науки.

В науковій мові означення нових термінів можливе двома шляхами: аксіоматичним та операційним. У першому випадку, прийнятому, зокрема, у математиці, у вигляді постулатів вводиться деякий набір початкових означень, а через них виражаються всі інші поняття. Експериментальні науки ввели інший тип означення – операційний, коли поняття задається описом способу знаходження кількісної міри, яка характеризує це поняття. Наприклад, коли визначається швидкість як переміщення, вчинене матеріальною точкою за одиницю часу, то мається на увазі, що є способи виміру переміщення і часу, а їх відношення визначає нову величину. Як правило, у природничо-наукових дисциплінах вважається за доцільне вводити в наукову

мову тільки ті величини (поняття), які можуть визначатися операційно.

Після того, як поняття і величини, які їх характеризують, визначені, необхідно з'ясувати наявність і характер зв'язків між ними – в цьому полягає основне завдання будь-якої науки. Зв'язки можуть мати характер законів, закономірностей або тенденцій. Використання цих законів для розв'язування завдань практики неминуче пов'язане ще з одним етапом наукового дослідження – виділенням природних чи абстрактних систем і побудовою їх моделей. Усі прикладні, “технічні” аспекти і розв'язування ґрунтуються на побудованому таким способом теоретичному фундаменті і є його наслідком.

Аби дати найбільш загальне означення *інформації*, потрібно виділити таку її властивість, яка, з одного боку, була б притаманною будь-якому її конкретному прояву, а з другого – дозволяла б відрізнити її від проявів інших понять. Іншими словами, потрібно виділити необхідну і достатню ознаку, за якою визначається чи співвідноситься те чи інше явище до прояву поняття *інформації*.

Побудуємо найпростішу схему з трьох понять: “об'єкт”, “середовище” і “взаємодія”. “Об'єкт” – це щось стійке в часі та обмежене в просторі як єдине ціле. “Середовище” – це множина всіх інших потенційних “об'єктів”, цікавих тільки з погляду їх впливу на стан виділеного “об'єкта” і зворотного впливу “об'єкта” на їхні стани. “Взаємодія” – це розтягнутий у часі процес взаємозалежної зміни параметрів стану “об'єкта” і “середовища”. Розглядувана схема є замкнутою в тому розумінні, що “середовище” містить усі потенційні “об'єкти” здатні впливати на стан виділеного “об'єкта”.

У природі існує два фундаментальні види взаємодії: обмін речовиною та енергією. Фундаментальність цих видів взаємодії полягає в тому, що всі інші взаємодії відбуваються тільки через їх посередництво. Ці види взаємодії підпорядковані законам збереження: скільки речовини та енергії один об'єкт передав іншому, стільки той їх одержав, і навпаки. Втрати, що відбуваються при передаванні, не розглядаються, оскільки втрати речовини та енергії в замкнутому середовищі неможливі і те, що

називається втратами, є окремими актами взаємодії з іншими об'єктами того ж середовища. Середовище замкнуте саме в тому розумінні, що всі взаємодії відбуваються тільки всередині нього.

Енергетична і речовинна взаємодія об'єктів є симетричною, тобто скільки один віддав, стільки інший одержав. Переходи між речовиною та енергією не впливають на загальний баланс, оскільки діють закони збереження. Так само не впливає на загальний баланс руйнування об'єкта в результаті таких взаємодій, оскільки знову ж зберігається сума речовини та енергії, що утворилися в результаті руйнування частин.

Приймемо за аксіому, що на основі комбінації фундаментальних взаємодій, між об'єктами може відбуватися взаємодія більш високого порядку, при якій від одного об'єкта до іншого переходить деяка субстанція і при цьому втрати одного не збігаються з придбанням іншого. Така взаємодія є несиметричною. У граничному випадку несиметричної взаємодії при передачі субстанції між об'єктами один із них її здобуває, а інший не втрачає. Зміна кількості енергії та речовини при цьому матиме місце, оскільки даний акт взаємодії має в своїй основі комбінацію фундаментальних видів взаємодії, що забезпечує перенесення субстанції.

Будь-яка взаємодія між об'єктами, у процесі якої один здобуває деяку субстанцію, а інший її не втрачає, називається *інформаційною взаємодією* чи інформаційним процесом. При цьому передана субстанція називається *інформацією*.

З цього означення випливають дві найбільш загальні властивості інформації. Перша – інформація не може існувати поза взаємодією об'єктів. Друга – інформація не губиться жодним із об'єктів у процесі цієї взаємодії.

Таким чином, за сучасними уявленнями інформація є однією з початкових категорій світобудови поряд із матерією та енергією. Ці категорії взаємозалежні між собою; бачити такі зв'язки можна як у природних явищах, так і в явищах і процесах, породжених людиною. Прикладами природних явищ, у яких проявляються зв'язки між матерією, енергією та інформацією, є:

– фазовий перехід із кристалічного стану твердого тіла в рідкий – у ньому, поряд із матеріальними перетвореннями та енергетичними витратами, відбувається і втрата інформації щодо розташування атомів;

– передача спадкових ознак у живій природі за допомогою інформації, що міститься у молекулі ДНК, яка забезпечує, завдяки різним наборам хромосом, з одного боку, передачу домінуючих ознак даного виду тварин чи рослин, а з другого – адаптацію до змін зовнішніх умов існування;

– умовні і безумовні рефлекси – це інформація, яка з'являється і зберігається в мозку тварини завдяки матеріальним та енергетичним впливам зовнішнього середовища.

Прикладами зв'язків матерія – енергія – інформація у суспільстві людей є:

– будь-яке виробництво охоплює матеріальну складову (початкові матеріали), енергетичні ресурси, необхідні для перетворення матеріальних об'єктів, а також інформаційне забезпечення у вигляді опису технологій, різної документації тощо;

– підготовка нових членів суспільства – освіта – інформаційний процес, який вимагає як матеріального, так і енергетичного забезпечення;

– управління в будь-якій сфері полягає у виробленні рішень на основі наявної інформації, які можуть мати конкретні матеріальні та енергетичні прояви, наприклад, падіння з велосипеда або вимкнення електроенергії.

Яка з трьох перерахованих категорій важливіша для людини? Така постановка питання є безглуздою, оскільки завжди можна навести множину прикладів пріоритетності кожної з цих категорій у конкретних ситуаціях. Разом із тим прогрес людства неминуче приводить до збільшення загального обсягу інформації, який воно має, причому цей обсяг зростає з часом набагато швидше, ніж населення земної кулі і його матеріальні потреби. Таким чином, можна стверджувати, що значимість інформації відносно інших категорій зростає. Саме з цієї причини подальший розвиток людства пов'язують із побудовою і переходом до нової форми – *інформаційного суспільства*.

Математичне поняття інформації пов'язане з можливістю її кількісного виміру. При цьому досить поширеним є *ентропійний* підхід, коли кількість інформації в повідомленні визначається тим, наскільки зменшується невизначеність результату випадкової події після одержання повідомлення.

Повідомлення несе повну інформацію про подію, якщо воно знімає початкову невизначеність. У технічних застосуваннях використовується інший спосіб оцінки кількості інформації, що ґрунтується на підрахунку кількості знаків у повідомленні – такий підхід одержав назву *об'ємного*.

У загальному випадку ці дві міри кількості інформації не збігаються, зокрема, можна показати, що ентропійна міра не перевищує кількості двійкових символів у повідомленні. Однаковим в обох підходах є те, що кількісна міра інформації не прив'язується до її *семантичної* (тобто значеннєвої) основи.

З побутової точки зору інформація, яка позбавлена змісту, позбавлена і певної цінності для одержувача. Проте пристрій, призначений для передавання чи збереження інформації, оцінити зміст переданого (або збереженого) не може (та й не повинен). У цьому випадку головною виявляється задача надійного передавання і збереження інформації незалежно від її семантичної основи. Навряд чи влаштовує ситуація, коли листоноша оцінював би зміст листів і залежно від свого розуміння їхньої значимості й цінності вирішував, які з них доставляти, а які ні. Листоноша, будучи засобом зв'язку, зобов'язаний доставити пакет адресатові, навіть якщо в ньому чистий аркуш паперу. При цьому важливими (істотними) для передавання і збереження виявляються кількісні характеристики інформації і способи їх оцінки.

Оскільки поняття *інформації* є початковим, означення "*інформації взагалі*" не можна звести до більш простих, більш "*початкових*" термінів. Що стосується окремих трактувань поняття "*інформація*", то слід вказати на значну їх різницю в різних наукових дисциплінах, у техніці та на побутовому рівні. Такий стан не слід вважати незвичайним – можна навести чимало аналогічних прикладів, коли термін використовується у множині значень: рух, енергія, система, зв'язок, мова тощо. Неоднозна-

чність переборюється тим, що в кожній "вузькій" дисципліні дається своє означення терміна – його варто вважати *окремим* – і саме воно використовується. А це, безумовно, не дає підстав переносити таке означення і застосовувати його поза рамками даної дисципліни. Наприклад, у теоретичній механіці "*зв'язок*" визначається як певний зовнішній вплив, який обмежує можливість переміщення (ступінь свободи) тіла; немає рації таке трактування намагатися застосовувати, наприклад, у телеграфії чи соціальних науках.

Аналогічна ситуація і з терміном "*інформація*": на побутовому рівні й у багатьох наукових дисциплінах він асоціюється із поняттями *відомості, знання, дані, звістка, повідомлення, управління* тощо. Загальним у всіх перерахованих прикладах є те, що у них істотною і значимою для використання є змістовна сторона інформації – з позицій "здорового глузду" це є цілком природним. Проте оцінка змісту і цінності однієї й тієї ж інформації різними людьми, кажучи взагалі, буде різною; об'єктивна кількісна міра значеннєвої сторони інформації відсутня. З іншого боку, можна навести приклади ситуацій, коли семантична основа інформації ролі не відіграє, точніше, вона приймається у вигляді атрибута (властивості, якості) інформації, яка не повинна змінюватися, а для цього варто забезпечити незмінність матеріального подання інформації. З цієї причини в ряді теоретичних, технічних і навіть організаційних застосувань можна зосередитися на завданні забезпечення незмінності інформації в процесах, із нею пов'язаних (у першу чергу, це передавання і збереження), а також пошуку найкращих умов здійснення цих процесів безвідносно до змісту самої інформації. Наприклад, завдання бібліотеки – забезпечити збереження, облік і доступ читачів до будь-яких наявних у фонді книг, незалежно від їх змісту; дії бібліотекарів зводяться до того, аби за формальними ознаками – кодами, прізвищем автора, назвою – відшукати потрібну книгу і видати читачеві; при цьому зміст, корисність, новизну, значимість і т.п. книги оцінює саме читач (тобто особа, яка використовує інформацію), а не той, хто її зберігає.

Інформація для існування і поширення в матеріальному світі повинна бути обов'язково пов'язана з певною матеріальною

основою – без неї інформація не може проявлятися, передаватися і зберігатися, наприклад, сприйматися і запам'ятовуватися. Матеріальний об'єкт або середовище, яке використовується для подання або передавання інформації, називається її *матеріальним носієм*.

Матеріальним носієм інформації є папір, повітря, лазерний диск, електромагнітне поле тощо. При цьому *збереження* інформації пов'язане з певною характеристикою носія, яка не змінюється з часом, наприклад, намагнічені ділянки поверхні диска або літери на папері, а *передавання* інформації – навпаки, з характеристикою, що змінюється з часом, наприклад, амплітуда коливань звукової хвилі чи напруга у провідниках. Іншими словами, збереження інформації пов'язане з фіксацією *стану* носія, а поширення – із *процесом*, що протікає в носії. Стани і процеси можуть мати фізичну, хімічну, біологічну чи іншу основу – головне, що вони є матеріальними.

Проте не з будь-яким процесом можна пов'язати інформацію. Зокрема, *стаціонарний* процес, тобто процес із незмінними протягом певного часу характеристиками, інформацію не переносить. Прикладом може бути сталий електричний струм, рівне горіння лампи або рівномірний гул – вони містять лише інформацію про наявність процесу, про функціонування чогось. Інша справа, якщо лампа вмикається/вимикається, тобто змінюється її яскравість, – чергування спалахів і пауз можна сприймати як інформацію (наприклад, за допомогою абетки Морзе). Таким чином, для передавання інформації необхідний *нестационарний процес*, тобто процес, характеристики якого змінюються з часом; при цьому інформація пов'язується не з існуванням процесу, а саме зі зміною його характеристик. Зміна характеристики носія, що використовується для подання інформації, називається *сигналом*, а значення цієї характеристики, віднесене до певної шкали вимірів, називається *параметром сигналу*.

У таблиці 3.1 наведені приклади процесів, які використовуються для передавання інформації та пов'язаних із ними сигналів.

Таблиця 3.1

Способи передавання інформації

Спосіб передавання	Процес	Параметри сигналу
Звук	Звукові хвилі	Висота і голосність звуку
Радіо, телебачення	Радіохвилі	Частота, амплітуда або фаза радіохвилі
Зображення	Світлові хвилі	Частота та амплітуда світлових хвиль
Телефон, комп'ютерна мережа	Електричний струм	Частота та амплітуда електричних коливань у лінії зв'язку

Одиничний сигнал не може містити багато інформації. Тому для передавання інформації використовується ряд сигналів, які слідуєть один за одним. Послідовність сигналів називається *повідомленням*.

Таким чином, від джерела до приймача інформація передається у вигляді повідомлень. Можна сказати, що повідомлення виступає *матеріальною оболонкою* для подання інформації при передаванні. Отже, повідомлення є переносником інформації, а інформація є змістом повідомлення. Відповідність між повідомленнями та інформацією, що міститься в повідомленні, називається *правилом інтерпретації повідомлення*.

Ця відповідність може бути однозначною і неоднозначною. У першому випадку повідомлення має лише одне правило інтерпретації. Наприклад, за послідовністю точок, тире і пауз в абетці Морзе однозначно відновлюється передана літера. Неоднозначність відповідності між повідомленням та інформацією можлива в двох варіантах:

– та сама інформація може передаватися різними повідомленнями (наприклад, прогноз погоди може бути одержаний по радіо, з газети, телефоном тощо);

– те саме повідомлення може містити різну інформацію для різних приймачів (прикладом є передана в 1936 р. по радіо фраза “Над всією Іспанією безхмарне небо”, що для пересічних

людей означало прогноз погоди, а для знайомих із правилом інтерпретації – сигналом до початку воєнних дій.

Обговоримо тепер поняття *інформаційний процес*. Взагалі термін “*процес*” застосовується в тих випадках, коли певна якість, яка характеризує систему чи об’єкт, змінюється з часом у результаті зовнішніх впливів чи внутрішніх причин. Які атрибути можуть змінюватися з часом у нематеріальній інформації? Очевидно, тільки її зміст і матеріальна оболонка, за допомогою якої інформація подається, тобто повідомлення. У зв’язку з цим прийемо таке означення: *інформаційний процес* – це зміна з часом змісту інформації або повідомлення, яке її подає.

Різних видів інформаційних процесів чимало:

- породження (створення) нової інформації;
- перетворення інформації (тобто породження нової інформації в результаті опрацювання наявної);
- знищення інформації;
- передавання інформації (поширення в просторі).

Насправді всі перераховані події відбуваються не безпосередньо з інформацією, а з повідомленнями, тобто з матеріальною оболонкою інформації. І з цих позицій можливі лише два типи процесів: зміна повідомлення зі збереженням інформації, що міститься в цьому повідомленні, і зміна повідомлення, яка супроводжується перетворенням інформації. До процесів першого типу відноситься передавання інформації без втрат і зворотне перекодування; до процесів другого типу – створення/знищення, незворотне перекодування, передавання з втратами, опрацювання з появою нової інформації.

Окремо варто зупинитися на збереженні інформації. Як уже відзначалося, збереження пов’язується з фіксацією параметра матеріального носія, який із часом не змінюється. Отже, запис інформації на носіїві (безпосередньо момент фіксації параметра) і її наступне зчитування підпадають під означення інформаційного процесу, але збереження – ні. Збереження варто назвати *інформаційним станом*, проте таке поняття в інформатиці не використовується.

З передачею інформації пов’язана ще одна пара початкових сполучних понять – джерело та приймач інформації. *Джерело інформації* – це суб’єкт чи об’єкт, який породжує інформацію і

подає її у вигляді повідомлення. *Приймач інформації* – це суб’єкт чи об’єкт, який приймає повідомлення і здатний правильно його інтерпретувати.

У цих означеннях сполучення *суб’єкт чи об’єкт* означає, що джерела і приймачі інформації можуть бути живими (людина, тварини) або неживими (технічні пристрої, природні явища). Аби об’єкт (суб’єкт) вважався джерелом інформації, він повинен не тільки її породити, а й мати можливість ініціювати певний нестационарний процес і зв’язати інформацію з його параметрами, тобто створити повідомлення. Наприклад, якщо людина щось придумала, але тримає це у своєму мозку, вона не є джерелом інформації; проте вона стає джерелом інформації, як тільки свою ідею викладе на папері (у вигляді тексту, рисунка, схеми тощо) чи висловить словами.

В означенні приймача інформації важливим є те, що факт приймання повідомлення ще не означає одержання інформації; інформація може вважатися одержаною тільки в тому випадку, коли приймачу відоме правило інтерпретації повідомлення. Іншими словами, поняття *приймач повідомлення* і *приймач інформації* не тотожні. Наприклад, чуючи незнайому мову, людина виявляється приймачем повідомлення, але не приймачем інформації.

Для зв’язку із зовнішнім світом у людини є п’ять органів чуття. Отже, сприймати повідомлення людина може тільки за допомогою одного з них (або групою органів). Це не означає, що людина не може використовувати для передавання і приймання інформації інші процеси, наприклад, радіохвилі. У цьому випадку людина-джерело використовує проміжний пристрій, що перетворює його повідомлення в радіохвилі – радіопередавач, а людина-приймач – інший проміжний пристрій – радіоприймач, що перетворює радіохвилі у звук. Такий підхід помітно розширює можливості людини в здійсненні передавання і приймання інформації. Проміжні пристрої-перетворювачі одержали назву *технічних засобів зв’язку*, а в сукупності зі з’єднуючим їх середовищем вони називаються *лінією зв’язку*. До них відносяться телеграф, телефон, радіо і телебачення, комп’ютерні телекомунікації тощо. При використанні таких засобів виникає необхідність перетворення повідомлення з одного виду в

іншій без істотної для одержувача втрати інформації, а також ув'язування швидкості передавання повідомлення (тобто інтервалу проходження і величини окремих сигналів) з можливостями ліній зв'язку і приймача.

3.2. Форми подання інформації

Передача інформації виконується за допомогою сигналів, а сигналом є зміна певної характеристики носія із часом. При цьому залежно від особливостей зміни цієї характеристики (тобто параметра сигналу) із часом виділяються два типи сигналів: неперервні і дискретні. Сигнал називається *неперервним* (або аналоговим), якщо його параметр може приймати будь-які значення в межах певного інтервалу.

Якщо позначити Z – значення параметра сигналу, а t – час, то залежність $Z(t)$ буде неперервною функцією (рис. 3.1 (а)).

Прикладами неперервних сигналів є мова і музика, зображення, показання термометра (параметр сигналу – висота стовпчика спирту чи ртуті – має неперервний ряд значень) тощо.

Сигнал називається *дискретним*, якщо його параметр може приймати скінченне число значень у межах певного інтервалу. Приклад дискретних сигналів поданий на рисунку 3.1 (б).

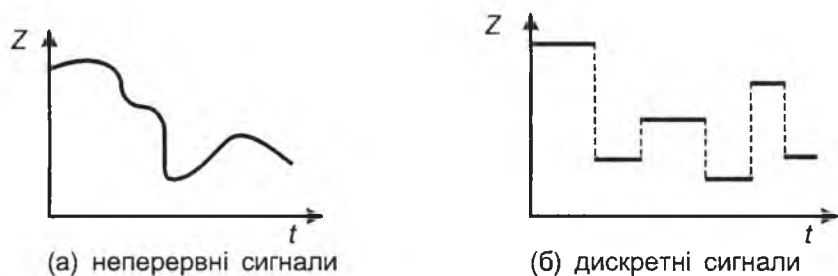


Рис. 3.1. Неперервні і дискретні сигнали

Як випливає з означення, дискретні сигнали можуть бути описані дискретною і скінченною множиною значень параметра $\{Z\}$. Прикладами пристроїв, які використовують дискретні

сигнали, є годинник (електронний і механічний), цифрові вимірювальні прилади, книги, табло тощо.

Оскільки послідовність сигналів є повідомленням, якість дискретності-неперервності сигналів переноситься і на повідомлення – існують поняття *неперервне повідомлення* і *дискретне повідомлення*. Очевидно, що дискретним є повідомлення, побудоване з дискретних сигналів. Набагато менше підстав приписувати цю якість самій інформації, оскільки інформація – це категорія нематеріальна і не може мати властивості дискретності чи неперервності. З іншого боку, та сама інформація може бути подана за допомогою різних повідомлень, у тому числі й сигналів, які відрізняються характером. Наприклад, мову, яку чуємо, можна записати в аналоговому вигляді за допомогою магнітофона, а можна і законспектувати за допомогою дискретного набору літер. З цієї причини в інформації існують і використовуються сполучення *неперервна інформація* і *дискретна інформація*. Їх потрібно розуміти тільки як скорочення повних фраз: *інформація, подана за допомогою неперервних сигналів* та *інформація, подана за допомогою дискретних сигналів*. Тому коли заходить мова про види інформації, правильніше говорити про форми її подання в повідомленні або про види повідомлень.

Принциповою і найважливішою різницею неперервних і дискретних сигналів є те, що дискретні сигнали можна *позначити*, тобто приписати кожному сигналу *знак*, який буде відрізняти даний сигнал від іншого. *Знак* – це елемент певної скінченної множини відмінних одна від одної сутностей.

Природа знака може бути різною – жест, рисунок, літера, сигнал світлофора, певний звук тощо. Природа знака визначається носієм повідомлення і формою подання інформації в повідомленні.

Вся сукупність знаків, які використовуються для подання дискретної інформації, називається *набором знаків*. Таким чином, набір є дискретною множиною знаків. Набір знаків, у якому встановлений порядок їх розташування, називається *алфавітом*.

Отже, алфавіт – це упорядкована сукупність знаків. Порядок розташування знаків в алфавіті називається *лексикографічним*. Завдяки цьому порядку між знаками встановлюються відношення

менше. Прикладом алфавіту є сукупність арабських цифр 0, 1, ..., 9 – за його допомогою можна записати будь-яке ціле число в системах числення від двійкової до десяткової. Якщо в цей алфавіт додати знаки + і –, то за допомогою нього можна записати будь-яке ціле число, як додатне, так і від'ємне. Нарешті, якщо додати знак роздільника розрядів (. чи ,), то такий алфавіт дозволяє записати будь-яке дійсне число.

Оскільки при передаванні повідомлення параметр сигналу повинен змінюватися, то мінімальна кількість різних його значень дорівнює двом, а отже, алфавіт містить не менше двох знаків. Верхньої межі кількості знаків в алфавіті не існує; прикладом є ієрогліфи, кожний з яких позначає поняття, а їх загальна кількість обчислюється десятками тисяч.

Знаки, які використовуються для позначення фонем людської мови, називаються *літерами*, а їх сукупність – *алфавітом мови*.

Сам знак чи літера не несуть ніякого значеннєвого змісту. Проте такий зміст їм можна приписати – у цьому випадку знак називається *символом*. Наприклад, силу у фізиці прийнято позначати літерою F – отже, F є символом фізичної величини сили у формулах. Іншим прикладом символів є *пиктограми*, які позначають у комп'ютерних програмах об'єкти чи дії.

Таким чином, поняття *знак*, *літера* і *символ* не можна вважати тотожними, проте в інформатиці існують поняття *символьна змінна*, *кодування символів алфавіту*, *символьна інформація* – в усіх прикладах замість терміна *символьний* коректніше було б використовувати термін *знаковий* або *літерний*.

Зауважимо, що поняття знака та алфавіту відносяться тільки до дискретних повідомлень.

3.3. Перетворення повідомлень

Як уже зазначалося, сигнали та їх послідовності – повідомлення – називаються *матеріальними оболонками для інформації*, і, природно, постає запитання: що відбувається при зміні оболонки з її вмістом, тобто з інформацією? Спробуємо на це запитання знайти відповідь.

Оскільки є два типи повідомлень, між ними можливі чотири варіанти перетворень (рис. 3.2).

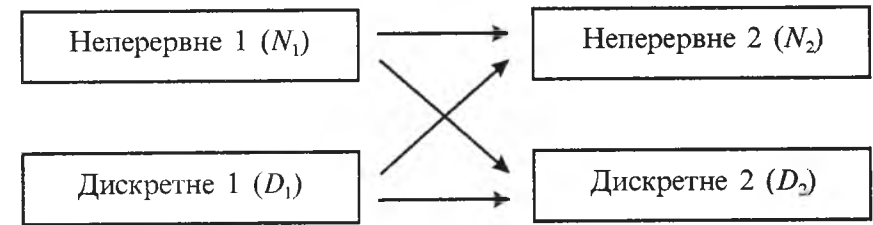


Рис. 3.2. Варіанти перетворень

Здійснюються і застосовуються на практиці всі чотири види перетворень. Розглянемо приклади пристроїв і ситуацій, пов'язаних із такими перетвореннями, й одночасно спробуємо відстежити, що при цьому відбувається з інформацією.

Прикладами пристроїв, у яких здійснюється перетворення типу $N_1 \rightarrow N_2$, є мікрофон (звук перетворюється в електричні сигнали); магнітофон і відеоманітофон (чергування ділянок намагнічування стрічки перетворюється в електричні сигнали, які потім перетворюються в звук і зображення); телекамера (зображення і звук перетворюються в електричні сигнали); радіо- і телевізійний приймач (радіохвилі перетворюються в електричні сигнали, а потім у звук і зображення); аналогова обчислювальна машина (одні електричні сигнали перетворюються в інші). Особливістю цього варіанта перетворення є те, що воно завжди супроводжується частковою втратою інформації. Втрати пов'язані з перешкодами (шумами), які породжує інформаційний технічний пристрій і які впливають зовні. Ці перешкоди домішуються до основного сигналу і спотворюють його. Оскільки параметр сигналу може мати будь-які значення (з певного інтервалу), то не можна відокремити ситуації: чи був сигнал перевернутий чи він мав таку величину. В ряді пристроїв перевернування відбувається через особливості перетворення в них повідомлення, наприклад, у чорно-білому варіанті телебачення втрачається колір зображення; телефон пропускає звук у більш вузькому частотному інтервалі, ніж інтервал люд-

ського голосу; кіно- і відеозображення виявляються плоскими, вони втратили об'ємність.

Тепер обговоримо загальний підхід до перетворення типу $N \rightarrow D$. З математичної точки зору перетворення сигналу з аналогової форми в дискретну означає заміну його описуючої неперервної функції $Z(t)$ на певному відрізку $[t_1, t_2]$ скінченною множиною (масивом) $\{Z_i, t_i\}$ ($i = 1, \dots, n$, де n – кількість точок розбивки часового інтервалу). Подібне перетворення називається *дискретизацією* неперервного сигналу і здійснюється за допомогою двох операцій: розгорнення за часом та квантування за величиною сигналу.

Розгорнення за часом полягає в тому, що спостереження за значеннями величини Z виконуються не неперервно, а лише у певні моменти часу з інтервалом Δt :

$$\Delta t = \frac{t_n - t_0}{n}$$

Квантування за величиною – це відображення реальних значень параметра сигналу в скінченну множину чисел, кратних певній сталій величині – кроку квантування ΔZ .

Спільне виконання обох операцій еквівалентне нанесенню масштабної сітки на графік $Z(t)$, як показано на рисунку 3.3. За пари значень $\{Z_i, t_i\}$ вибираються вузли сітки, розташовані найбільш близько до $Z(t_i)$. Одержана таким чином множина вузлів виявляється дискретним поданням початкової неперервної функції. Таким чином, будь-яке повідомлення, пов'язане зі зміною $Z(t)$, може перетворюватися в дискретне, тобто в подане за допомогою певного алфавіту.

При такій заміні очевидно, що чим менше n (більше Δt), тим менше число вузлів і точність заміни $Z(t)$ значеннями Z_i буде меншою. Іншими словами, при дискретизації може відбуватися втрата частини інформації, пов'язаної з особливостями функції $Z(t)$. На перший погляд здається, що збільшенням кількості точок n можна поліпшити відповідність між одержуваним масивом і початковою функцією, проте повністю уникнути втрат інформації не вдається, оскільки n – величина скінченна. Відповіддю на ці сумніви є *теорема відліку*, доведена в 1933 р. В. А. Котельниковим (у зв'язку з цим її іноді називають його іменем), значення якої для

розв'язування проблем передавання інформації усвідомлене лише в 1948 р. після робіт К. Шеннона. Ця теорема стверджує:

Неперервний сигнал можна відобразити і точно відтворити послідовністю вимірів або відліку величини цього сигналу через однакові інтервали часу, які менші або дорівнюють половині періоду максимальної частоти, що є в сигналі.

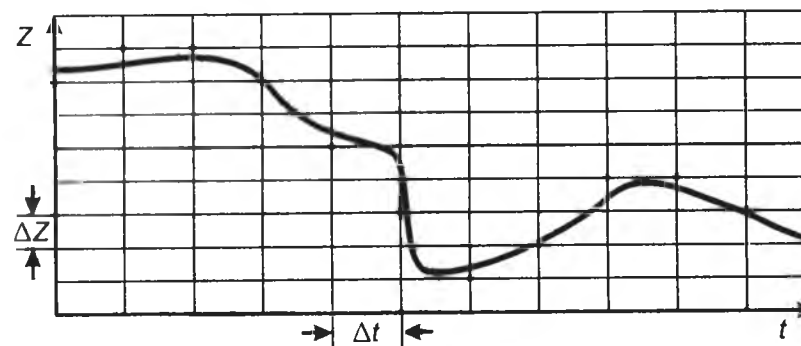


Рис. 3.3. Дискретизація аналогового сигналу за рахунок операцій розгорнення за часом і квантування за величиною

Коментарі до теореми:

1. Теорема стосується тільки тих ліній зв'язку, в яких для передавання використовуються коливальні або хвильові процеси. Це не повинно сприйматися як помітне обмеження, оскільки дія більшості практичних пристроїв зв'язку ґрунтується саме на цих процесах.

2. Будь-який подібний пристрій використовує не весь спектр частот коливань, а лише певну його частину; наприклад, у телефонних лініях використовуються коливання з частотами від 300 Гц до 3400 Гц. Відповідно до теореми відліку визначальним є значення верхньої межі частоти – позначимо її через ν_n .

Зміст теореми полягає в тому, що дискретизація не призводить до втрати інформації і за дискретними сигналами можна відновити початковий аналоговий сигнал, якщо розгорнення за часом виконане відповідно до такого співвідношення:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2\nu_n} \quad (3.1)$$

Можна перефразувати теорему відліку так:

Розгорнення за часом можуть здійснюватися без втрати інформації, пов'язаної з особливостями неперервного (аналогового) сигналу, якщо крок розгорнення не буде перевищувати Δt , обумовлений співвідношенням (3.1).

Наприклад, для точного передавання мовного сигналу з частотою до $\nu_n = 4000$ Гц при дискретному записі повинно виконуватися не менше 8000 відліків за секунду; у телевізійному сигналі $\nu_n \approx 4$ МГц, отже, для його точного передавання потрібно близько 8000000 відліків за секунду.

Крім часового розгорнення, дискретизація має й іншу складову – квантування. З яких міркувань визначається крок квантування ΔZ ? Будь-який одержувач повідомлення – людина чи пристрій – завжди мають скінченну граничну точність розпізнавання величини сигналу. Наприклад, людське око в стані розрізнити близько 16 мільйонів відтінків кольорів; це означає, що при квантуванні кольору немає рації виконувати більше число градацій. При передаванні мови достатньою виявляється набагато менша точність – близько 1%; отже, для амплітуди звукових коливань $\Delta Z \approx 0.01 \cdot Z_{max}$, алфавіт для позначення всіх градацій голосності повинен містити 100 знаків. Отже, приходимо до висновку, що крок квантування визначається чутливістю приймаючого пристрою.

Зазначене розуміння вибору кроку розгорнення за часом і квантування за величиною сигналу лежить в основі оцифрування звуку та зображення. Прикладами пристроїв, у яких відбуваються такі перетворення, є сканер, модем, пристрої для цифрового запису звуку і зображення, лазерний програвач, графобудівник. Терміни *цифровий запис*, *цифровий сигнал* варто розуміти як дискретне подання із застосуванням двійкового цифрового алфавіту.

Таким чином, перетворення сигналів типу $N \rightarrow D$, як і зворотне $D \rightarrow N$, може здійснюватися без втрати інформації, що міститься в них.

Перетворення типу $D_1 \rightarrow D_2$ полягає в переході при поданні сигналів від одного алфавіту до іншого – така операція називається *перекодуванням* і може здійснюватися без втрат. Прикла-

дами ситуацій, у яких здійснюються подібні перетворення, є: запис/зчитування з комп'ютерних носіїв інформації; шифрування і дешифрування тексту; обчислення на калькуляторі.

Таким чином, за винятком $N_1 \rightarrow N_2$, в інших випадках виявляється можливим перетворення повідомлень без втрати інформації, що міститься в них. При цьому на перший погляд неперервні і дискретні повідомлення виявляються рівноправними. Проте насправді це не так. Збереження інформації в перетвореннях $N \rightarrow D$ і $D \rightarrow N$ забезпечується завдяки участі в них дискретного подання. Іншими словами, перетворення повідомлень без втрат інформації можливе тільки тоді, коли принаймні одне з них є дискретним. У цьому виявляється несиметричність видів повідомлень і перевага дискретної форми. До інших її переваг варто віднести:

- високу завадостійкість;
- простоту і, як наслідок, надійність та відносну дешевизну пристроїв із опрацювання інформації;
- точність опрацювання інформації, яка визначається кількістю опрацьованих елементів, не залежить від точності їх виготовлення;
- універсальність пристроїв.

Остання якість – *універсальність* – є наслідком тієї обставини, що будь-які дискретні повідомлення, складені в різних алфавітах, за допомогою зворотного кодування можна привести до сдиного алфавіту. Це дозволяє виділити певний алфавіт як *базовий* (із розуміння зручності, простоти, компактності тощо) і *подати в ньому будь-яку дискретну інформацію*. Тоді пристрій, який працює з інформацією в базовому алфавіті, виявляється універсальним у тому розумінні, що він може бути використаний для опрацювання будь-якої іншої початкової дискретної інформації. Таким базовим алфавітом є *двійковий алфавіт*, а універсальним пристроєм, що його використовує, є комп'ютер.

Несиметричність неперервної і дискретної інформації має більш глибоку основу, ніж особливості сигналів, які її подають. Річ у тім, що інформація, яка породжена й існує в природі, пов'язана з матеріальним світом – це розміри, форма, колір та інші фізичні, хімічні й т.п. характеристики і властивості об'єк-

тів. Ця інформація передається за допомогою фізичних та інших взаємодій і процесів. Безглуздо ставити запитання: для чого існує така інформація і кому вона потрібна?

Цю *природну* інформацію можна вважати хаотичною і непорядкованою, оскільки ніким і нічим не регулюється її поява, існування, використання. Найчастіше вона неперервна за формою подання. Навпаки, дискретна інформація – це інформація, яка пройшла опрацювання – відбір, упорядкування, перетворення; вона призначена для подальшого застосування людиною чи технічним пристроєм. Дискретна інформація може не мати прямого відношення до природи і матеріальних об'єктів, наприклад, до уявлення і законів математики. Іншими словами, дискретна – це частково осмислена інформація, тобто така, що має для когось зміст і значення і, як наслідок, більш високий (з погляду користі) статус, ніж неперервна, хаотична. Проте в кібернетичі цей зміст не відстежується, хоча допускається. Цю ж думку можна висловити інакше: кібернетика має справу не з будь-якою інформацією і не з інформацією взагалі, а лише з тією, яка комусь потрібна; при цьому не ставляться і не обговорюються питання *Навіщо вона потрібна?* і *Чому саме ця?* – це визначає споживач інформації.

Звідси стає зрозумілою пріоритетність дискретної форми подання інформації відносно неперервної в розв'язуванні глобальної задачі автоматизації її опрацювання. Наведені міркування дозволяють надалі досліджувати тільки дискретну інформацію, а для її подання (фіксації) використовувати певний алфавіт. При цьому нема необхідності розглядати фізичні особливості передавання і подання, тобто характер процесів і види сигналів, – одержані результати будуть справедливими для будь-якої дискретної інформації незалежно від реалізації повідомлення, з яким вона пов'язана.

3.4. Поняття ентропії

Випадкові події можуть описуватися з використанням поняття *ймовірність*. Співвідношення теорії ймовірностей дозволяють знайти (обчислити) ймовірності як одиничних випадкових по-

дій, так і складних дослідів, які поєднують декілька незалежних або пов'язаних між собою подій. Проте описати випадкові події можна не тільки термінами ймовірностей.

Те, що подія випадкова, означає відсутність повної впевненості в її настанні, що, в свою чергу, створює *невизначеність* у результатах дослідів, пов'язаних із даною подією. Безумовно, *міра невизначеності* різна для різних ситуацій. Наприклад, якщо дослід полягає у визначенні віку випадково вибраного студента 1-го курсу денного відділення вузу, то з великою впевненістю можна стверджувати, що він виявиться меншим за 30 років; хоча на денному відділенні можуть навчатися особи віком до 35 років, найчастіше очо навчаються випускники шкіл найближчих декількох випусків. Набагато меншу визначеність має аналогічний дослід, якщо перевіряється, чи буде вік доволіно вибраного студента меншим за 18 років. Для практики важливо мати можливість зробити чисельну оцінку невизначеності різних дослідів. Спробуємо ввести кількісну міру невизначеності.

Розглянемо ситуацію, коли дослід має n рівноймовірних наслідків. Очевидно, що невизначеність кожного з них залежить від n , тобто *міра невизначеності є функцією числа наслідків $f(n)$* .

Можна вказати деякі властивості цієї функції:

1. $f(1) = 0$, оскільки при $n = 1$ результат дослідів не є випадковим і, отже, невизначеність відсутня;

2. $f(n)$ зростає зі зростанням n , оскільки чим більше число можливих наслідків, тим більш складним стає передбачення результату дослідів.

Для визначення виду функції $f(n)$ розглянемо два *незалежні* дослідів α і β з кількостями рівноймовірних наслідків відповідно n_α і n_β . Нехай проводиться складний дослід, який полягає у одночасному виконанні дослідів α і β ; число можливих його наслідків дорівнює $n_\alpha \times n_\beta$, причому всі вони рівноймовірні. Очевидно, невизначеність результату такого складного дослідів $\alpha \wedge \beta$ буде більшою від невизначеності дослідів α , оскільки до неї додається невизначеність β . Міра невизначеності складного дослідів дорівнює $f(n_\alpha \times n_\beta)$. З іншого боку, міри невизначеності окремих дослідів α і β складають відповідно $f(n_\alpha)$ і $f(n_\beta)$. У першому випадку (складний дослід) проявляється загальна (сумарна)

невизначеність спільних подій, у другому – невизначеність кожної з подій окремо. Проте із незалежності дослідів α і β випливає, що в складному досліді вони ніяк не можуть вплинути один на одного і, зокрема, дослід α не може впливати на невизначеність досліду β , і навпаки. Отже, міра сумарної невизначеності повинна дорівнювати сумі мір невизначеності кожного досліду, тобто *міра невизначеності адитивна*:

$$f(n_\alpha \times n_\beta) = f(n_\alpha) + f(n_\beta). \quad (3.2)$$

Тепер задумаємося над тим, яким може бути явний вид функції $f(n)$, аби він задовольняв властивості (1) і (2) і співвідношення (3.2)? Легко побачити, що такий набір властивостей задовольняє функція $\log(n)$, причому можна довести, що вона єдина з усіх існуючих класів функцій. Отже, за міру невизначеності досліду з n рівноймовірними наслідками можна прийняти число $\log(n)$.

Варто зазначити, що вибір основи логарифма в даному випадку значення не має, оскільки на підставі формули перетворення логарифма від однієї основи до іншої

$$\log_b n = \log_b a \times \log_a n$$

перехід до іншої основи полягає у введенні однакового для обох частин виразу (3.2) сталого множника $\log_b a$, що рівносильно зміні масштабу (тобто величини одиниці) виміру невизначеності. А якщо це так, є можливість вибрати зручну (з якихось додаткових міркувань) основу логарифма. Такою зручною основою є число 2, оскільки в цьому випадку за одиницю виміру приймається невизначеність, яка міститься в досліді, що має лише два рівноймовірних результати, які можна позначити, наприклад, ІСТИНА (*True*) і НЕПРАВДА (*False*) й використовувати для аналізу таких подій апарат математичної логіки. Одиниця виміру невизначеності при двох можливих рівноймовірних наслідках досліду називається *бітом*. Назва *біт* походить від англійського binary digit, що в дослівному перекладі означає “двійковий розряд” або “двійкова одиниця”.

Таким чином, встановлений явний вид функції, яка описує міру невизначеності досліду, що має n рівноймовірних наслідків:

$$f(n) = \log_2 n. \quad (3.3)$$

Ця величина має назву *ентропії*. Надалі будемо позначати її H .

Знову розглянемо дослід із n рівноймовірними наслідками. Оскільки кожний результат випадковий, то він робить свій внесок у невизначеність всього досліду, але оскільки всі n наслідків рівнозначні, правильно вважати, що і їхні невизначеності однакові. Із властивості адитивності невизначеності, а також того, що згідно з (3.3) загальна невизначеність дорівнює $\log_2 n$, випливає: невизначеність, внесена одним результатом, складає:

$$\frac{1}{n} \log_2 n = -\frac{1}{n} \log_2 \frac{1}{n} = -p \log_2 p,$$

де $p = \frac{1}{n}$ – імовірність кожного окремого наслідку.

Таким чином, невизначеність, внесена кожним рівноймовірним наслідком, дорівнює:

$$H = -p \cdot \log_2 p. \quad (3.4)$$

Тепер спробуємо узагальнити формулу (3.4) на ситуацію, коли наслідки дослідів не рівноймовірні, наприклад, $p(A_1)$ і $p(A_2)$, де $p(A_1) \neq p(A_2)$. Тоді:

$$H_1 = -p(A_1) \times \log_2 p(A_1) \quad \text{і} \quad H_2 = -p(A_2) \times \log_2 p(A_2),$$

$$H = H_1 + H_2 = -p(A_1) \times \log_2 p(A_1) - p(A_2) \times \log_2 p(A_2).$$

Узагальнюючи цей вираз на ситуацію, коли дослід α має n не рівноймовірних наслідків A_1, A_2, \dots, A_n , одержимо:

$$H(\alpha) = -\sum_{i=1}^n p(A_i) \log_2 p(A_i) \quad (3.5)$$

Введена таким чином величина, як уже було сказано, називається *ентропією досліду α* . Згадуючи формулу для середнього значення дискретної випадкової величини, можна стверджувати, що ентропія є мірою невизначеності досліду, в якому є випадкові події, і дорівнює середній невизначеності всіх можливих його наслідків.

Для практики формула (3.5) важлива тим, що дозволяє порівняти невизначеності різних дослідів із випадковими наслідками.

Розглянемо тепер властивості ентропії.

1. Як впливає із (3.5), $H = 0$ тільки в двох випадках:

(а) якась із імовірностей $p(A_j) = 1$; при цьому всі інші ймовірності $p(A_i) = 0$ ($i \neq j$), тобто реалізується ситуація, коли один із наслідків є *достовірним* (і загальний підсумок досліду перестає бути випадковим);

(б) всі $p(A_i) = 0$, тобто всі з розглянутих наслідків досліду *неможливі*, оскільки неважко показати, що

$$\lim_{p \rightarrow 0} (p \log p) = 0.$$

В усіх інших випадках $H > 0$.

2. Очевидним наслідком (3.2) є твердження, що для двох *незалежних* дослідів α і β

$$H(\alpha \wedge \beta) = H(\alpha) + H(\beta). \quad (3.6)$$

3. Ентропія складного досліду, який складається з декількох незалежних, дорівнює сумі ентропій окремих дослідів.

У справедливості (3.6) можна переконатися безпосередньо.

Нехай дослід α має n наслідків A_1, A_2, \dots, A_n , які реалізуються з імовірностями $p(A_1), p(A_2), \dots, p(A_n)$, а подія β має m наслідків B_1, B_2, \dots, B_m з імовірностями $p(B_1), p(B_2), \dots, p(B_m)$. Складний дослід $\alpha \wedge \beta$ має $n \times m$ наслідків типу $A_i B_j$ ($i = 1 \dots n, j = 1 \dots m$). Отже,

$$H(\alpha \wedge \beta) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(A_i \wedge B_j) \log_2 p(A_i \wedge B_j). \quad (3.7)$$

Оскільки α і β – незалежні дослідів, то незалежними виявляться події в будь-якій парі $A_i \wedge B_j$. Тоді

$$p(A_i \wedge B_j) = p(A_i) p(B_j),$$

$$\log_2 p(A_i \wedge B_j) = \log_2 p(A_i) + \log_2 p(B_j),$$

$$\begin{aligned} H(\alpha \wedge \beta) &= - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(A_i) p(B_j) \{ \log_2 p(A_i) + \log_2 p(B_j) \} = \\ &= - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(A_i) p(B_j) \log_2 p(A_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(A_i) p(B_j) \log_2 p(B_j) = \\ &= - \sum_{i=1}^n p(A_i) \log_2 p(A_i) \sum_{j=1}^m p(B_j) - \sum_{j=1}^m p(B_j) \log_2 p(B_j) \sum_{i=1}^n p(A_i). \end{aligned}$$

Далі, за умовою нормування:

$$\sum_{i=1}^n p(A_i) = 1 \quad \text{і} \quad \sum_{j=1}^m p(B_j) = 1$$

і на підставі (3.5) дістаємо:

$$- \sum_{i=1}^n p(A_i) \log_2 p(A_i) = H(\alpha) \quad \text{і} \quad - \sum_{j=1}^m p(B_j) \log_2 p(B_j) = H(\beta).$$

Остаточно маємо:

$$H(\alpha \wedge \beta) = H(\alpha) + H(\beta),$$

що й потрібно було довести.

Нехай є два дослідів з однаковим числом наслідків n , але в одному випадку вони рівноймовірні, а в іншому – ні. Яке співвідношення ентропій дослідів? Прийемо без доведення таке твердження:

$$- \sum_{i=1}^n p(A_i) \log_2 p(A_i) \leq \log_2 n, \quad (3.8)$$

тобто за інших рівних умов найбільшу ентропію має дослід із рівноймовірними наслідками.

Іншими словами, ентропія максимальна в дослідів, де всі наслідки рівноймовірні. Тут вбачається аналогія з поняттям ентропії, що використовується у фізиці. Вперше поняття ентропії введено в 1865 році німецьким фізиком Рудольфом Клаузиусом як функції стану термодинамічної системи, що визначає спрямованість мимовільних її процесів. Клаузиус сформулював другий початок термодинаміки. Зокрема, він показав, що ентропія досягає максимуму в стані рівноваги системи. Пізніше (у 1872 р.) Людвіг Больцман, розвиваючи статистичну теорію, пов'язав ентропію системи з імовірністю її стану. Іншими словами, у фізиці ентропія виявляється мірою безладдя в системі. При цьому безладдя розуміється як відсутність знання про характеристики об'єкта (наприклад, координати і швидкості руху молекули); зі зростанням ентропії зменшується порядок у системі, тобто зменшуються знання про систему. Подібність понять і співвідношень між ними в теорії інформації і статистичній термодинаміці зовсім не випадкові.

Знайдемо ентропію складного досліду $\alpha \wedge \beta$ в тому випадку, коли досліди не є незалежними, тобто коли на результат досліду β впливає результат досліду α .

Зв'язок між α і β полягає в тому, що якісь із наслідків A (α) можуть впливати на наслідки B (β), тобто деякі пари подій $A_i \wedge B_j$ не є незалежними. Тоді в (3.7) $p(A_i \wedge B_j)$ варто замінити таким добутком імовірностей:

$$p(A_i \wedge B_j) = p(A_i) p_{A_i}(B_j),$$

де $p_{A_i}(B_j)$ – імовірність настання результату B_j за умови, що в першому досліді мав місце результат A_i . Тоді

$$\log_2 p(A_i \wedge B_j) = \log_2 p(A_i) + \log_2 p_{A_i}(B_j).$$

При підстановці в (3.7) одержуємо:

$$\begin{aligned} H(\alpha \wedge \beta) &= - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(A_i) p(B_j) \{ \log_2 p(A_i) + \log_2 p_{A_i}(B_j) \} = \\ &= - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(A_i) p_{A_i}(B_j) \log_2 p(A_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(A_i) p_{A_i}(B_j) \log_2 p_{A_i}(B_j). \end{aligned}$$

У першому доданку індекс j є тільки в B ; змінивши порядок підсумовування, одержимо члени виду:

$$\sum_{j=1}^m p_{A_i}(B_j).$$

Проте

$$\sum_{j=1}^m p_{A_i}(B_j) = p_{A_i} \left(\sum_{j=1}^m B_j \right) = 1,$$

оскільки $\sum_{j=1}^m B_j$ утворює достовірну подію (якийсь із наслідків досліду β реалізується). Отже, перший доданок виявляється рівним:

$$- \sum_{i=1}^n p(A_i) \log_2 p(A_i) = H(\alpha).$$

У другому доданку члени виду

$$\sum_{j=1}^m p_{A_i}(B_j) \log_2 p_{A_i}(B_j) = H_{A_i}(\beta) \quad (3.9)$$

мають сенс ентропії досліду β за умови, що в досліді α реалізувався результат A_i . Ця величина називається умовною ентропією. Якщо ввести дане поняття і використовувати його позначення, то другий доданок матиме вигляд:

$$- \sum_{i=1}^n p(A_i) H_{A_i}(\beta) = H_\alpha(\beta), \quad (3.10)$$

де $H_\alpha(\beta)$ є середньою умовною ентропією досліду β за умови виконання досліду α . Остаточню одержуємо для ентропії складного досліду таке співвідношення:

$$H(\alpha \wedge \beta) = H(\alpha) + H_\alpha(\beta). \quad (3.11)$$

Цей вираз є загальним правилом знаходження ентропії складного досліду. Очевидно, що вираз (3.6) є окремим випадком співвідношення (3.11) за умови незалежності дослідів α і β .

Щодо умовної ентропії можна висловити такі твердження:

1. Умовна ентропія є величиною невід'ємною; $H_\alpha(\beta) = 0$ тільки в тому випадку, коли будь-який результат α визначає результат β .

2. Якщо досліди α і β незалежні, то $H_\alpha(\beta) = H(\beta)$, причому це виявляється найбільшим значенням умовної ентропії. Іншими словами, дослід α не може підвищити невизначеність досліду β ; він може або ніяк не вплинути (якщо досліди незалежні), або знизити ентропію досліду β .

Наведені твердження можна об'єднати однією нерівністю:

$$0 \leq H_\alpha(\beta) \leq H(\beta), \quad (3.12)$$

тобто умовна ентропія не перевищує безумовну.

3. Зі співвідношень (3.11) і (3.12) випливає, що

$$H(\alpha \wedge \beta) \leq H(\alpha) + H(\beta). \quad (3.13)$$

причому рівність реалізується тільки в тому випадку, коли дослід α і β незалежні.

Приклад 3.1. Є три тіла з однаковими зовнішніми розмірами, але з різними масами x_1 , x_2 і x_3 . Необхідно визначити ентропію, пов'язану зі знаходженням найважчого з них, якщо порівнювати вагу тіл можна тільки попарно.

Послідовність дій досить очевидна: порівнюємо вагу двох будь-яких тіл, визначаємо з них важче, потім з ним порівнюємо вагу третього тіла і вибираємо найважче. Оскільки зовні тіла не розрізняються, вибір номерів тіл при зважуванні є випадковим, проте загальний результат від цього не залежить. Нехай дослід α полягає у порівнянні ваги двох тіл, наприклад, 1-го і 2-го. Цей дослід, очевидно, може мати два результати:

результат $A_1 - x_1 > x_2$; його ймовірність $p(A_1) = \frac{1}{2}$; результат

$A_2 - x_1 < x_2$; його ймовірність також $p(A_2) = \frac{1}{2}$. Тоді

$$H(\alpha) = -\frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} = 1 \text{ біт.}$$

Дослід β полягає у порівнянні ваги тіла, вибраного в досліді α , і ваги 3-го. Тут є чотири результати: $B_1 - x_1 > x_3$, $B_2 - x_1 < x_3$, $B_3 - x_2 > x_3$, $B_4 - x_2 < x_3$; ймовірності наслідків залежать від результату, який реалізувався в досліді α . Для зручності результати подамо у вигляді таблиці (табл. 3.2).

Таблиця 3.2

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
A_2	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Скориставшись формулами (3.9) і (3.10) і з урахуванням властивості (1), знаходимо:

$$H_{A_1}(\beta) = -\frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} = 1 \text{ біт,}$$

$$H_{A_2}(\beta) = -\frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} = 1 \text{ біт,}$$

$$H_\alpha(\beta) = p(A_1)H_{A_1}(\beta) + p(A_2)H_{A_2}(\beta) = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 = 1 \text{ біт.}$$

Отже, ентропія складного досліду, тобто всієї процедури дослідів, дорівнює:

$$H(\alpha \wedge \beta) = H(\alpha) + H_\alpha(\beta) = 2 \text{ біти.}$$

3.5. Ентропія та інформація

Повчальність прикладу 3.1 полягає в тому, що з нього можна бачити, як попередній дослід α може зменшити кількість наслідків і, отже, невизначеність наступного досліду β . Різниця $H(\beta)$ і $H_\alpha(\beta)$, очевидно, показує, які нові відомості відносно β одержуємо, виконавши дослід α . Ця величина називається інформацією щодо досліду β , яка міститься в досліді α .

$$I(\alpha, \beta) = H(\beta) - H_\alpha(\beta). \quad (3.14)$$

Даний вираз відкриває можливість чисельного виміру кількості інформації, оскільки оцінювання ентропії відоме. З нього можна одержати такі наслідки.

Наслідок 1. Оскільки одиницею виміру ентропії є *біт*, то в цих же одиницях можна вимірювати кількість інформації.

Наслідок 2. Нехай дослід $\alpha = \beta$, тобто виконаний дослід β . Оскільки він несе повну інформацію про себе, невизначеність його результату зникає, тобто $H_\beta(\beta) = 0$. Тоді $I(\beta, \beta) = H(\beta)$, тобто можна вважати, що ентропія дорівнює інформації щодо досліду, яка міститься в ньому самому.

Можна уточнити: ентропія досліду дорівнює тій інформації, яка одержується в результаті його здійснення.

Відзначимо ряд властивостей інформації:

1. $I(\alpha, \beta) \geq 0$, причому $I(\alpha, \beta) = 0$ тоді і тільки тоді, коли дослід α і β незалежні. Ця властивість безпосередньо випливає з (3.11) і (3.14).

2. $I(\alpha, \beta) = I(\beta, \alpha)$, тобто інформація симетрична відносно послідовності дослідів.

3. Наслідок 2 і подання ентропії у вигляді (3.5) дозволяють записати:

$$I = \sum_{i=1}^n p(A_i) \log_2 p(A_i), \quad (3.15)$$

тобто інформація досліду дорівнює середньому значенню кількості інформації, яка міститься в якомусь одному його результаті.

Розглянемо ряд прикладів застосування формули (3.15).

Приклад 3.2. Яку кількість інформації потрібно, аби довідатися результат кидка монети?

У даному випадку $n = 2$ і події рівноймовірні, тобто $p_1 = p_2 = 0,5$. Згідно з (3.15):

$$I = -0,5 \log_2 0,5 - 0,5 \log_2 0,5 = 1 \text{ біт.}$$

Приклад 3.3. Гра “Відгадай 4”. Хтось задумав ціле число в інтервалі від 0 до 3. Дослід полягає у відгадуванні цього числа. На запитання когось хтось може відповідати лише “так” чи “ні”. Яку кількість інформації потрібно одержати, аби довідатися задумане число, тобто зняти початкову невизначеність? Як правильно побудувати процес відгадування?

Наслідками в даному випадку є: A_1 – “задуманий 0”, A_2 – “задумана 1”, A_3 – “задумано 2”, A_4 – “задумано 3”. Як правило, передбачається, що ймовірності всіх чисел однакові. Оскільки $n = 4$, то $p(A_i) = \frac{1}{4}$, $\log_2 p(A_i) = -2$ і $I = 2$ біти. Таким чином, для повного зняття невизначеності досліду (відгадування задуманого числа) потрібно 2 біти інформації.

Тепер з’ясуємо, які питання необхідно задати, аби процес відгадування був оптимальним, тобто містив мінімальне їх число. Тут зручно скористатися вибірковою каскадом (рис. 3.4).

Таким чином, для розв’язування задачі достатньо 2-х запитань незалежно від того, яке число було задумане. Збіг між кількістю інформації і числом запитань із бінарними відповідями не випадковий.

Кількість інформації чисельно дорівнює числу запитань із рівноймовірними бінарними варіантами відповідей, які необхідно задати, аби зняти невизначеність задачі.

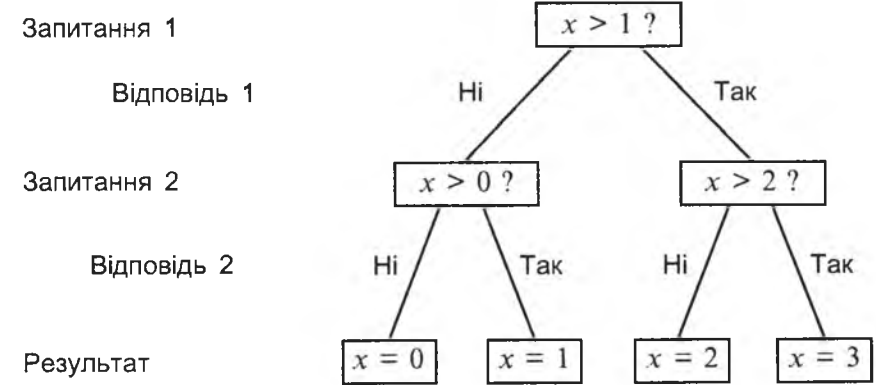


Рис. 3.4

У розглянутому прикладі дві одержані відповіді у вибірково-му каскаді зняли початкову невизначеність. Подібна процедура дозволяє визначити кількість інформації в будь-якій задачі, інтерпретація якої може бути зведена до парного вибору. Наведене твердження перестас бути справедливим у тому випадку, коли кожна з двох можливих відповідей має різну ймовірність.

Легко одержати наслідок формули (3.15) для випадку, коли всі n наслідків рівноймовірні. Тоді:

$$p(A_i) = \frac{1}{n},$$

а отже,

$$I = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \log_2 n = \log_2 n. \quad (3.16)$$

Ця формула виведена в 1928 році американським інженером Р.Хартлі і має його ім’я. Вона зв’язує кількість рівноймовірних станів n і кількість інформації в повідомленні I , яка кожним із цих станів реалізується. Її зміст полягає в тому, що, коли деяка множина містить n елементів, а x належить цій множині, то для його виділення (однозначної ідентифікації) потрібна кількість інформації, що дорівнює $\log_2 n$.

Окремим випадком застосування формули (3.16) є ситуація, коли $n = 2^k$. Підставляючи це значення в (3.16), одержимо:

$$I = k \text{ біт.} \quad (3.17)$$

3.6. Управлінська та економічна інформація

Оскільки інформація – це певним чином подані повідомлення, які виникають під час здійснення певного виду людської діяльності, то її можна поділити на наукову, технічну, економічну, соціальну, політичну, військову та інші види інформації.

Інформація, яка обслуговує процеси виробництва, розподілу, обміну та споживання матеріальних благ і забезпечує розв'язування задач організаційно-економічного управління народним господарством та його окремими ділянками, називається *управлінською*. До неї належать різноманітні відомості економічного, технологічного, соціального, юридичного, демографічного та іншого змісту.

Важливою складовою управлінської інформації є *економічна інформація*, що є сукупністю повідомлень економічного характеру, які можуть бути зафіксованими, переданими, перетвореними, збереженими й використаними для управління економічним об'єктом та економікою в цілому. Виникають такі повідомлення під час підготовки до виробництва товарів чи надання послуг, а також безпосередньо в кожному з цих процесів. Ці повідомлення супроводжують виробничо-господарську діяльність економічного об'єкта та управління ним. Економічна інформація охоплює відомості про склад трудових, матеріальних та грошових ресурсів і стан об'єктів управління на певний момент часу. Вона відображає діяльність підприємств і організацій за допомогою натуральних, вартісних та інших показників.

Важливою особливістю економічної інформації є те, що вона відображає діяльність економічного об'єкта за допомогою системи числових показників, має дискретну форму подання, може розміщуватися на матеріальних носіях і зображується здебільшого в алфавітно-цифровому вигляді.

Економічна інформація характеризується тим, що її доводиться тривалий час зберігати та накопичувати у великих обсягах, а також повторюваністю та циклічністю її виникнення та опрацювання. Крім того, початкові дані для економічної інформації виникають у багатьох низових ланках економічного об'єкта, а тому існує проблема її збирання.

Важливими властивостями управлінської та економічної інформації є:

- достовірність і повнота;
- цінність і актуальність;
- чіткість та зрозумілість.

Інформація *достовірна*, якщо вона не істотно перекручує стан справ. Недостовірна інформація може призвести до неправильного розуміння деякого факту або прийняття неправильних управлінських рішень.

Інформація *повна*, якщо її достатньо для розуміння певного процесу чи явища і прийняття правильного рішення. Неповна інформація стримує прийняття рішень або може призвести до помилок.

Цінність інформації залежить від того, які задачі розв'язуються за її допомогою. *Актуальну* інформацію потрібно мати при роботі в умовах, які постійно змінюються.

Якщо цінна й актуальна інформація висловлена незрозумілими словами, вона може бути не корисною. Інформація стає зрозумілою і чіткою, якщо вона подана мовою, якою говорять ті, кому вона призначена.

Структура економічної інформації достатньо складна і може містити різні комбінації інформаційних сукупностей, яким притаманний певний зміст. Під *інформаційною сукупністю* розуміється група даних, які характеризують об'єкт, процес, операцію.

Управління соціальними системами, їхніми підсистемами та організаціями допускає виробництво, відтворення і застосування різних видів інформації. Воно охоплює:

- виробництво інформації у вигляді наукових досліджень, винаходів, відкриттів;
- узагальнення практичного досвіду в галузі виробництва, культури, освіти, соціально-політичного життя тощо;
- збирання, відбір, оцінку інформації, необхідної для управління;
- аналітико-синтетичне опрацювання інформації (бібліографічний опис, класифікація, анотування, реферування, переклад, кодування);
- збереження і пошук інформації;

– розмноження і поширення інформації, передачу її споживачеві;

- використання інформації;
- контроль за ефективністю використання інформації.

Потреба в інформації різних суб'єктів і ланок управління неоднакова й визначається насамперед тими задачами, які розв'язує у процесі управління той чи інший суб'єкт, той чи інший керівник. Вона залежить від масштабу і важливості прийнятих рішень (чим масштабніше і важливіше рішення, тим більша за обсягом і різноманітніша за змістом інформація необхідна для його підготовки і прийняття), від кількості та характеру керованих, регульованих параметрів, від кількості варіантів можливого стану і поведінки керованого об'єкта, від величини і розмаїтості збуджуючих керовану систему внутрішніх і зовнішніх впливів, від кількості та якості показників, результатів функціонування даної системи.

Із вдосконалюванням управління суспільством зростає необхідність знання про об'єкти управління, соціальні групи, прошарки населення, соціальні організації, територіальні спільноти чи підсистеми суспільства – економічну, соціальну, політичну, соціокультурну. В цих умовах і суб'єкт, і об'єкт управління мають потребу в достовірній та повній інформації про функціонування суспільства, його основні підсистеми, організації та групи.

Соціологічні дослідження показують, що керівники та менеджери рідко і не повною мірою використовують доступну інформацію, незважаючи на приписувану їй першорядну роль у процесах управління. Розроблювачі соціальних програм найчастіше скаржаться на те, що результати їхньої праці не використовуються або рідко використовуються в управлінській діяльності. В результаті соціологічних досліджень встановлено, що менеджери понад 50% свого часу витрачають на розподіл документів серед підлеглих, на обговорення їх із підлеглими і на участь у спільному – з підлеглими чи вищестоящими керівниками – розв'язуванні виникаючих проблем. Тому в практиці управління важливого значення набуває виявлення й вивчення основних факторів, що визначають інтенсивність використання інформації менеджерами.

Першим із таких факторів є організаційна культура. Чи будуть розміщені в інформаційних потоках дані правильно сприйняті, зрозумілі і чи втіляться вони в практичні дії менеджера залежить істотною мірою від організаційної культури. В системах оцінки працівників управлінської сфери найчастіше використовуються такі критерії, як пунктуальність, відповідальність і уміння співпрацювати, а не здатність швидко і кваліфіковано відшукувати й використовувати нову інформацію, необхідну для успішного розв'язування задач, що стоять перед даною організацією.

Другий фактор, що впливає на використання менеджером одержаних даних, стосується змісту інформаційних потоків, які надходять у сферу управління і які повинні допомагати направляти і концентрувати увагу керівників на насущних проблемах управлінської праці.

Управлінська інформація може класифікуватися за рядом ознак, зокрема:

- за призначенням (одноцільова зв'язана з розв'язуванням однієї конкретної проблеми: багатоцільова використовується при розв'язуванні декількох різноманітних проблем);
- за можливістю збереження (фіксована інформація може зберігатися практично нескінченно, не піддаючись при цьому перекручуванню; нефіксована інформація використовується в момент одержання, вона також може зберігатися певний час, але при цьому поступово спотворюється і зникає);
- за мірою готовності до використання (первинна інформація є сукупністю одержаних безпосередньо із джерела несистематизованих даних, які містять чимало зайвого і непотрібного; проміжна інформація складається з відомостей, які пройшли через процес попереднього “очищення” і систематизації; кінцева інформація дає можливість приймати управлінські рішення);
- за повнотою інформація буває окремою і комплексною (остання дає вичерпні відомості про об'єкт і можливість безпосередньо приймати будь-які рішення; перша може використовуватися тільки в сукупності з іншою інформацією);
- за мірою надійності інформацію можна поділити на детерміновану та ймовірнісну (ймовірнісна інформація обумовлюєть-

ся принциповою неможливістю одержати від джерела надійні відомості, оскільки наявні методи не дозволяють цього зробити; при цьому неминучі перекручування відомостей при передаванні, особливо в умовах ієрархічної управлінської структури, а також поширення помилкових відомостей).

Рух інформації від відправника до одержувача складається з декількох етапів. На першому відбувається її відбір, який може бути випадковим і цілеспрямованим, вибірковим і суцільним, запропонованим та ініціативним, довільним і таким, що ґрунтується на певних критеріях тощо.

На другому етапі відібрана інформація кодується, тобто подається в тій формі, в якій вона буде доступною і зрозумілою одержувачу (письмова, таблична, графічна, звукова, символічна тощо), і відповідно до цього підбирається потрібний спосіб її передавання (усний, письмовий, за допомогою штучних сигналів, умовних знаків). Вважається, що при передаванні інформації, особливо важливої, не варто обмежуватися одним каналом – повідомлення краще дублювати.

На третьому етапі відбувається передача інформації, а на четвертому – її одержання, сприймання одержувачем, декодування, тобто розшифровка, і осмислення.

Відправник будь-якої інформації завжди чекає, що якимсь чином на неї відреагують і донесуть до нього цю реакцію, іншими словами, встановлять із ним зворотний зв'язок. В ідеалі зворотний зв'язок повинен бути свідомим, а тому має заздалегідь плануватися, вміщуватися в оптимальну форму, яка відповідає ситуації, можливості сприймання відправником, встановлюватися без зволікань, у відповідь на конкретний сигнал. Сигналами свідомого зворотного зв'язку при усному передаванні інформації бувають уточнення, перефразування, узагальнення, вираження почуття.

Стійкий зворотний зв'язок дозволяє істотно підвищити надійність обміну інформацією і хоча б частково уникнути її втрат і перешкод, які спотворюють її зміст. До таких перешкод насамперед відносяться стереотипи, тобто стійкі думки з приводу людей і ситуацій, які дозволяють судити про них за асоціацією. Пристрастю до стереотипів може страждати як відправник ін-

формації, так і її одержувач, тому при здійсненні комунікацій необхідно впевнитися в реальному розумінні партнерами суті проблеми.

Найчастіше інформація спотворюється внаслідок того, що відправник і одержувач мають різний статус, стан, упереджено ставляться один до одного або до того, про що чи про кого йде мова. Перешкодою обміну інформацією можуть бути і "технічні завади". До них насамперед відноситься різне розуміння символів, за допомогою яких інформація передається, викликане різницею в освіті, спеціальності, кваліфікації, національними особливостями тощо. Нарешті, перекручування або втрата інформації відбувається під впливом фізіологічних і психологічних причин: втоми, слабкої пам'яті, безпам'ятності, неувважності партнерів, їхньої лінії чи, навпаки, імпульсивності, які не дозволяють зосередитися, зайвої емоційності, нетерплячості, що виражаються в перебиванні партнера, забіганні вперед, недослуховуванні до кінця, постійному коментуванні почутого. Все це не дає можливості одному з учасників обміну інформацією донести її до іншого в повному обсязі, іншому – відповідним чином її сприйняти, що в остаточному підсумку відображається на якості управлінських рішень.

4 ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ

4.1. Поняття моделі та моделювання

Моделювання, що є специфічним засобом і формою наукового пізнання, відоме з глибокої давнини. На сьогодні не можна назвати сферу людської діяльності, яка в тій чи іншій мірі не використовує методи моделювання.

У наукових дослідженнях велику роль відіграють *гіпотези*, тобто певні передбачення, які ґрунтуються на невеликій кількості дослідних даних, спостережень, здогадів. Швидка і повна перевірка гіпотез може бути проведена в ході спеціально поставленого експерименту. При формулюванні і перевірці правильності гіпотез велике значення як метод суджень має аналогія.

Аналогією називається судження про певну подібність двох об'єктів, причому така подібність може бути істотною і несуттєвою. Необхідно відзначити, що поняття істотної і неістотної подібності або різниці об'єктів умовні і відносні. Істотна подібність (різниця) залежить від рівня абстрагування й у загальному випадку визначається кінцевою метою дослідження. Сучасна наукова гіпотеза створюється, як правило, за аналогією з перевіреними на практиці науковими положеннями. Таким чином, аналогія зв'язує гіпотезу з експериментом.

Гіпотези та аналогії, які відображають реальний, об'єктивно існуючий світ, повинні мати наочність або зводитися до зручних для дослідження логічних схем. Логічні схеми, які спрощують

міркування і логічні побудови або які дозволяють проводити експерименти, що уточнюють природу явищ, називаються *моделями*. Іншими словами, модель – це об'єкт-замісник об'єкта-оригіналу, що забезпечує вивчення деяких властивостей оригіналу.

Слово “модель” походить від латинського слова “*modelium*” і означає міру, образ, спосіб тощо. Його первісне значення було пов'язане з будівельним мистецтвом і майже в усіх європейських мовах воно вживалося для позначення образу або прообразу чи речі, подібної в чомусь з іншою річчю. Модель використовувалася спочатку як ізоморфна теорія. Після створення Декартом і Ферма аналітичної геометрії моделлю стало поняття, яке має на увазі теорію, що має структурну будову відносно іншої теорії. Дві такі теорії називаються ізоморфними, якщо одна з них виступає як модель іншої, і навпаки.

З іншого боку, в науках про природу (астрономія, механіка, фізика, хімія) термін “модель” став застосовуватися для позначення того, до чого дана теорія відноситься або може відноситися.

Під моделлю в широкому розумінні вважається подумки або практично створена структура, яка відтворює частину дійсності в спрощеній і наочній формі. Такі, зокрема, уявлення Анаксимандра про Землю як плоский циліндр, навколо якого обертаються наповнені вогнем порожні трубки з отворами. Модель у цьому розумінні виступає як деяка ідеалізація, спрощення дійсності, хоча сам характер і міра спрощення, внесені моделлю, можуть згодом змінюватися. У більш вузькому розумінні термін “модель” застосовується тоді, коли хочуть показати певне коло явищ за допомогою іншого, краще вивченого, в певному розумінні легшого. Так, фізики 18 століття намагалися зобразити оптичні та електричні явища за допомогою механічних (“планетарна модель атома” – будова атома зображувалася як будова сонячної системи).

Таким чином, під моделлю розуміється або конкретний образ досліджуваного об'єкта, в якому відображаються реальні чи передбачувані властивості, будова тощо, або інший об'єкт, який реально існує поряд із досліджуваним і подібний з ним відносно деяких властивостей чи структурних особливостей. У цьому

розумінні модель – це не теорія, а те, що описується даною теорією – своєрідний предмет даної теорії.

Отже, *модель* є фізичною або абстрактною системою, яка адекватно (правдоподібно) подає об'єкт дослідження; *модель* – це замісник оригіналу, який забезпечує вивчення або фіксацію властивостей оригіналу; *модель* – це макет, схема, зображення або опис певного об'єкта, явища чи процесу в природі, суспільстві, техніці, досліджуване як їх аналог; *модель* – це унікальна річ, яка одночасно є інструментом (засобом) і об'єктом дослідження.

При подальшому розгляді моделей і процесу моделювання будемо виходити з того, що загальною властивістю всіх моделей є їх здатність так чи інакше відображати дійсність. Залежно від того, якими засобами, при яких умовах, відносно яких об'єктів пізнання ця загальна властивість реалізується, виникає велика розмаїтість моделей, а разом з нею і проблема класифікації моделей.

Таким чином, модель є певним універсальним інструментом дослідження. Як “оперують” цим інструментом? Алгоритм дослідження певного об'єкта (процесу) за допомогою моделі показано на рисунку 4.1.

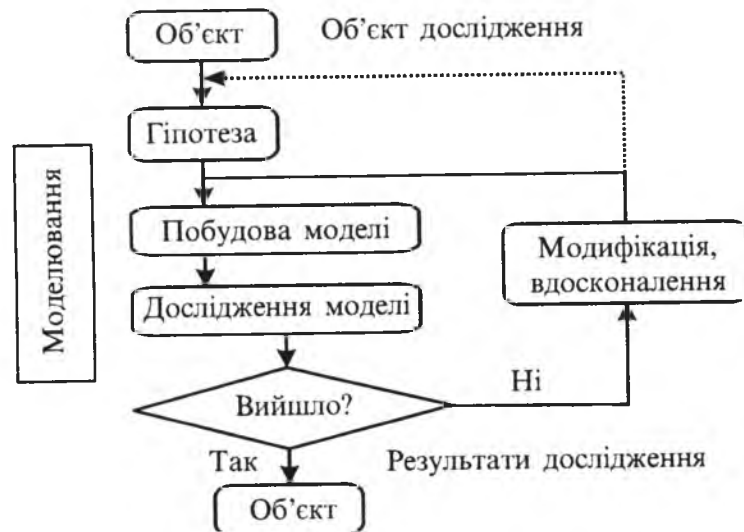


Рис. 4.1. Дослідження об'єкта (процесу) за допомогою моделі

На цьому рисунку показаний процес дослідження, який за рідкісним винятком виконується методом проб і помилок, тобто за формулою “роби і перевіряй”. Це означає, що, не маючи чітких алгоритмів розв’язування поставленої задачі, дослідник генерує навмання якісь варіанти, придумує, комбінує, сподіваючись на “його величність випадок”, везіння, досвід, здоровий глузд, інтуїцію. Зрозуміло, що результат, одержаний за таких умов, вимагає обов’язкової перевірки і, як правило, подальшого вдосконалювання моделі, тобто дослідник виявляється втягненим у циклічний процес із задалегідь невідомим числом ітерацій.

Моделюванням називається заміщення одного об'єкта іншим із метою одержання інформації про найважливіші властивості об'єкта-оригіналу за допомогою об'єкта-моделі. Таким чином, моделювання може бути визначене як подання об'єкта моделлю для одержання інформації про цей об'єкт шляхом проведення експериментів з його моделлю. Інакше можна сказати, що моделювання означає матеріальне або уявне імітування реально існуючої системи шляхом спеціального конструювання аналогів (моделей), у яких відтворюються принципи організації та функціонування цієї системи. Отже, модель є засобом пізнання, а її головною ознакою є відображення. Теорія заміщення одних об'єктів (оригіналів) іншими об'єктами (моделями) і дослідження властивостей об'єктів на їх моделях називається *теорією моделювання*.

Будь-яка дисципліна базується на певному наборі аксіом, які приймаються “на віру” і не вимагають доведення. Є такі аксіоми й у теорії моделювання (табл. 4.1).

Таблиця 4.1

Аксіоми теорії моделювання

Аксіома 1	Модель не існує сама по собі, а виступає в тандемі з певним матеріальним об'єктом, який вона подає (заміщає) у процесі його вивчення або проектування.
-----------	--

Аксиома 2	Для природних матеріальних об'єктів модель вторинна, тобто з'являється як наслідок вивчення та опису цього об'єкта (наприклад, модель сонячної системи). Для штучних матеріальних об'єктів (створюваних людиною або технікою) модель первинна, оскільки передує появі об'єкта (наприклад, модель літака).
Аксиома 3	Модель завжди простіша за об'єкт. Вона відображає тільки деякі його властивості, а не подає об'єкт "у всій його повноті". Для одного об'єкта будуються ряд моделей, які відображають його поведінку чи властивості з різних боків або з різною детальністю. При нескінченному підвищенні якості модель наближається до об'єкта.
Аксиома 4	Модель повинна бути подібна тому об'єкту, який вона заміщає, тобто модель у певному розумінні є копією, аналогом об'єкта. Якщо в досліджуваних ситуаціях модель поводить себе так, як і об'єкт, що моделюється, або ця різниця невелика і влаштовує дослідника, то модель є адекватною оригіналу. Адекватність – це відтворення моделлю з необхідною повнотою і точністю всіх властивостей об'єкта, істотних для даного дослідження.
Аксиома 5	Побудова моделі не самоціль. Вона будується для того, аби можна було експериментувати не з об'єктом, а з більш зручним його представником, який називається моделлю.
Аксиома 6	При моделюванні складних об'єктів варто, по можливості, вибирати найвищий рівень ієрархії, при якому досяжна бажана точність. Таке моделювання називається високорівневим.

Експериментування з моделлю, "гра" з моделлю дозволяє добути інформацію про поведінку і властивості досліджуваного об'єкта (процесу), не піддаючи досліді сам об'єкт (процес). Тут проявляється "велика сила моделювання": складний, тривалий, дорогий (а іноді неможливий) експеримент із реальним об'єктом замінюється більш простим, швидким і дешевим експериментом із його моделлю (рис. 4.2).

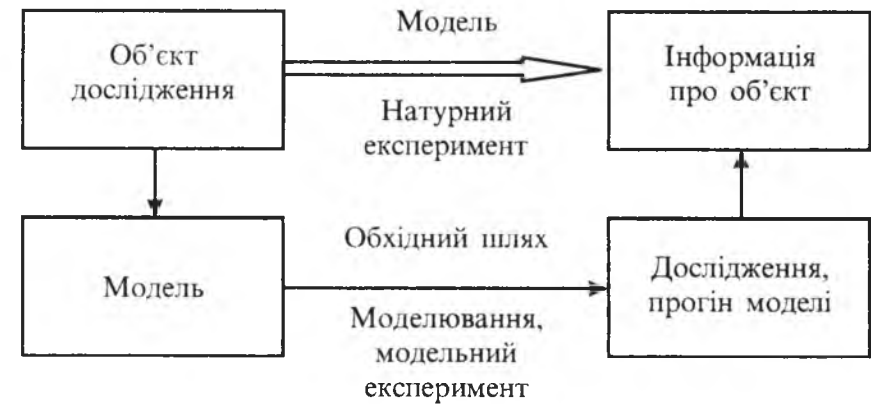


Рис. 4.2. Методи дослідження реальних об'єктів (процесів)

З моделлю можна експериментувати скільки завгодно і як завгодно, розміщуючи її в будь-які умови, не побоюючись катастрофічних наслідків досліду.

Як правило, за всі надбання треба розплачуватися: платою за простоту, швидкість і дешевизну модельного експерименту є певна втрата точності та надійності одержуваних результатів. Варто, щоправда, зазначити, що ці втрати піддаються контролю з боку розроблювача моделі.

За допомогою моделювання розв'язуються два глобальні завдання:

- дослідження (вивчення, аналіз) природних чи суспільних об'єктів і процесів;
- проектування (розробка, синтез) штучних матеріальних об'єктів і процесів.

У процесі дослідження або проектування можуть ставитися більш конкретні цілі і завдання, такі як:

- вибір оптимального варіанта розв'язку;
- вдосконалення базового варіанта розв'язку;
- прогнозування;
- планування;
- управління;
- навчання.

Моделювання може бути:

- предметним (дослідження на моделі основних геометричних, фізичних, динамічних, функціональних характеристик об'єкта);
- фізичним (відтворення фізичних процесів);
- предметно-математичним (дослідження процесу шляхом вивчення певних явищ іншої природи, але таких, які описуються тими ж математичними співвідношеннями, що й модельований процес);
- знаковим (розрахункове, абстрактно-математичне моделювання).

Визначаючи гносеологічну роль теорії моделювання, тобто її значення в процесі пізнання, необхідно, насамперед, відштовхнутися від наявного у науці й техніці різноманіття моделей і виділити те загальне, що властиве моделям різних за своєю природою об'єктів реального світу. Це загальне полягає у наявності певної структури (статичної чи динамічної, матеріальної чи уявної), яка подібна до структури реального об'єкта. Отже, в процесі вивчення модель виступає в ролі самостійного квазіоб'єкта, який дозволяє одержати при дослідженні певні знання про сам об'єкт.

Якщо результати моделювання підтверджуються і можуть бути основою для прогнозування процесів, що протікають у досліджуваних об'єктах, то модель адекватна об'єктові. При цьому *адекватність* моделі залежить від мети моделювання і прийнятих критеріїв.

Узагальнено моделювання можна визначити як метод опосередкованого пізнання, при якому досліджуваний об'єкт-оригінал знаходиться в певній відповідності з іншим об'єктом-моделлю, причому модель здатна тією чи іншою мірою заміща-

ти оригінал на певних стадіях пізнавального процесу. Стадії пізнання, на яких відбувається така заміна, а також форми відповідності моделі та оригіналу можуть бути різними:

- моделювання як пізнавальний процес, який містить опрацювання інформації, що надходить із зовнішнього середовища, про явища, які відбуваються в ньому, в результаті чого у свідомості з'являються образи, що відповідають об'єктам;
- моделювання, яке полягає в побудові певної системи-моделі (другої системи), зв'язаної певними відношеннями подоби із системою-оригіналом (першою системою), причому в цьому випадку відображення однієї системи в іншу є засобом виявлення залежностей між двома системами, відображеними у співвідношеннях подоби, а не результатом безпосереднього вивчення інформації, що надходить.

Процес моделювання допускає наявність:

- об'єкта дослідження;
- дослідника, перед яким поставлена конкретна задача;
- моделі, створеної для одержання інформації про об'єкт і необхідної для розв'язування поставленої задачі.

Відносно моделі дослідник є експериментатором, тільки в даному випадку експеримент проводиться не з реальним об'єктом, а з його моделлю. Треба мати на увазі, що будь-який експеримент може мати істотне значення в конкретній галузі науки тільки при спеціальному опрацюванні та узагальненні. Одиначний експеримент ніколи не може бути вирішальним для підтвердження гіпотези, перевірки теорії. Варто також пам'ятати про те, що критерієм істини є досвід, практика, експериментальне дослідження.

Розгляд матеріальних моделей як засобів, знярядь експериментальної діяльності викликає потребу з'ясувати, чим відрізняються ті експерименти, у яких використовуються моделі, від тих, де вони не застосовуються. Виникає питання про ту специфіку, що вносить в експеримент застосування в ньому моделі.

Специфіка експерименту як форми практичної діяльності полягає в тому, що експеримент виражає активне ставлення людини до дійсності. Будь-який експеримент охоплює спостереження як необхідну стадію дослідження. Проте в експерименті,

крім спостереження, міститься й така істотна ознака, як активне втручання в хід досліджуваного процесу.

Під експериментом розуміється вид діяльності, який проводиться з метою наукового пізнання, відкриття об'єктивних закономірностей і полягає у впливові на досліджуваний об'єкт (процес) за допомогою спеціальних інструментів і приладів. Існує особлива форма експерименту, для якої характерне використання діючих матеріальних моделей як спеціальних засобів експериментального дослідження. Така форма називається модельним експериментом.

На відміну від звичайного експерименту, де засоби експерименту так чи інакше взаємодіють із об'єктом дослідження, тут взаємодії немає, оскільки експериментують не з об'єктом, а з його замінювачем. При цьому об'єкт-замінювач і експериментальна установка поєднуються, зливаються в діючий моделі в одне ціле. Таким чином, виявляється двояка роль, яку модель виконує в експерименті: вона одночасно є і об'єктом вивчення, й експериментальним засобом.

Таким чином, для модельного експерименту характерні такі основні операції:

- перехід від реального об'єкта до моделі – побудова моделі (моделювання у власному розумінні цього слова);
- експериментальне дослідження моделі;
- перехід від моделі до реального об'єкта, що полягає у перенесенні результатів, одержаних при дослідженні моделі, на цей об'єкт.

Модель входить в експеримент, не тільки заміщуючи об'єкт дослідження, вона може заміщати й умови, в яких вивчається певний об'єкт.

Звичайний експеримент допускає наявність теоретичного моменту лише на початковому етапі дослідження – висунування гіпотези, її оцінку, теоретичні розуміння, пов'язані з конструюванням установки, а також на завершальній стадії – обговорення та інтерпретація одержаних даних, їх узагальнення; у модельному експерименті необхідно також обґрунтувати відношення подібності між моделлю і реальним об'єктом та можливість екстраполювати на цей об'єкт одержані дані.

Теоретичною основою модельного експерименту є теорія подібності. Ця теорія обмежується встановленням подібності між якісно однорідними явищами, між системами, які відносяться до однієї й тієї форми руху матерії. Вона дає правила моделювання для випадків, коли модель і реальний об'єкт мають однакову (або майже однакову) фізичну природу. Проте на сьогодні практика моделювання вийшла за межі порівняно обмеженого кола механічних явищ і взагалі відносин системи в межах однієї форми руху матерії. Виникаючі математичні моделі, які відрізняються за своєю фізичною природою від модельованого об'єкта, дозволили перебороти обмежені можливості фізичного моделювання. При математичному моделюванні основою співвідношення модель-реальний об'єкт є таке узагальнення теорії подібності, яке враховує якісну різноманітність моделі та об'єкта, належність їх різним формам руху матерії. Таке узагальнення приймає форму більш абстрактної теорії ізоморфізму систем.

Виникає цікаве питання про те, яку роль відіграє моделювання, тобто побудова моделей, їх вивчення і перевірка в процесі доведення істинності та пошуків істинного знання, що варто розуміти під істинністю моделі.

Якщо істинність взагалі – це співвідношення наших знань до об'єктивної дійсності, то істинність моделі означає відповідність моделі об'єктові, а хибність моделі – відсутність такої відповідності.

Таке означення є необхідним, але недостатнім. Потрібні подальші уточнення, що ґрунтуються на взятті до уваги умов, на основі яких модель того чи іншого типу відтворює досліджуване явище. Наприклад, умови подібності моделі та об'єкта в математичному моделюванні, які ґрунтуються на фізичних аналогіях, допускають при різниці фізичних процесів у моделі та об'єкті тотожність математичної форми, в якій виражаються їхні загальні закономірності.

Таким чином, при побудові тих чи інших моделей завжди свідомо відволікаються від деяких сторін, властивостей і навіть відносин, через що свідомо допускається незбереження подібності між моделлю та оригіналом за рядом параметрів, які вза-

галі не входять у формулювання умов подібності. Так, планетарна модель атома Резерфорда виявилася істинною в рамках (і тільки в рамках) дослідження електронної структури атома, а модель Дж. Дж. Томпсона виявилася помилковою, оскільки її структура не збігалася з електронною структурою.

Істинність – це властивість знання, а об'єкти матеріального світу не істинні, не помилкові, вони просто існують. Не можна говорити про істинність матеріальних моделей, якщо вони є речами, які існують об'єктивно, матеріально.

У моделі реалізовані двоякого роду знання:

- знання самої моделі (її структури, процесів, функцій) як системи, створеної з метою відтворення певного об'єкта;
- теоретичні знання, за допомогою яких модель була побудована.

Маючи на увазі саме теоретичні розуміння і методи, які лежать в основі побудови моделі, можна ставити питання про те, наскільки правильно дані моделей відображають об'єкт. У такому разі виникає думка про порівняння будь-якого створеного людиною предмета з аналогічними природними об'єктами і про істинність цього предмета. Але це має сенс лише в тому випадку, коли подібні предмети створюються зі спеціальною метою показати, скопіювати, відтворити певні риси природного предмета.

Таким чином, можна говорити про те, що істинність властива матеріальним моделям:

- через зв'язок їх із певними знаннями;
- через наявність (або відсутність) ізоморфізму структури моделі зі структурою модельованого процесу чи явища;
- через відношення моделі до модельованого об'єкта, що робить її частиною пізнавального процесу і дозволяє розв'язувати певні пізнавальні задачі.

Найважливіший аспект пов'язаний із роллю моделювання у встановленні істинності тієї чи іншої форми теоретичного знання (аксіоматичної теорії, гіпотези і т.п.). Тут модель можна розглядати не тільки як знаряддя перевірки того, чи дійсно існують такі зв'язки, відносини, структури, закономірності, які формулюються в даній теорії і виконуються в моделі. Успішна

робота моделі є практичним доведенням істинності теорії, тобто це частина експериментального доведення істинності цієї теорії.

Моделювання знаходить широке застосування не тільки через те, що може замінити експеримент. Воно має велике самостійне значення, оскільки виражається у ряді переваг:

- за допомогою методу моделювання на одному комплексі даних можна розробити ряд різних моделей, по-різному інтерпретувати досліджуване явище і вибрати найкращу з них для теоретичного тлумачення;
- у процесі побудови моделі можна зробити різні доповнення до досліджуваної гіпотези й одержати її спрощення;
- у випадку складних математичних моделей можна застосувати ЕОМ;
- відкривається можливість проведення модельних експериментів.

Усе це показує, що моделювання виконує самостійні функції й стає необхідною ланкою в процесі створення теорії. Проте моделювання зберігає своє евристичне значення тільки тоді, коли враховуються межі застосування будь-якої моделі.

Будь-яка модель має свою сферу застосування і дозволяє розпізнавати та реконструювати певні закономірності. Тим самим модель виконує істотні функції в процесі розробки теорії.

Під математичним моделюванням, у вузькому значенні слова, розуміється опис у вигляді математичних співвідношень реальних фізичних, хімічних, технологічних, біологічних, економічних та інших процесів. Аби використовувати математичні методи для аналізу й синтезу різних процесів, необхідно вміти описувати ці процеси мовою математики, тобто описувати у вигляді системи рівнянь і нерівнянь чи інших математичних об'єктів.

Як методологія наукових досліджень математичне моделювання поєднує досвід різних галузей науки про природу і суспільство, прикладної математики, інформатики і системного програмування для розв'язування фундаментальних проблем. Математичне моделювання об'єктів складної природи – це єдиний наскрізний цикл розробок від фундаментального досліджен-

ня проблеми до конкретних чисельних розрахунків показників ефективності об'єкта. Результатом розробок може бути система математичних моделей, які описують якісно різні рівні закономірності функціонування об'єкта і його еволюцію в цілому як складної системи в різних умовах. Обчислювальні експерименти з математичними моделями дають початкові дані для оцінки показників ефективності об'єкта. Тому математичне моделювання як методологія організації наукової експертизи великих проблем незамінна при проробленні народногосподарських рішень, в першу чергу це стосується моделювання економічних систем.

Математична модель може виникнути трьома шляхами:

- в результаті прямого вивчення реального процесу. Такі моделі називаються феноменологічними;
- в результаті процесу дедукції. Нова модель є окремим випадком певної загальної моделі. Такі моделі називаються асимптотичними;
- в результаті процесу індукції. Нова модель є узагальненням елементарних моделей. Такі моделі називаються моделями ансамблів.

Процес моделювання розпочинається з моделювання спрощеного процесу, який, з одного боку, відображає основні якісні явища, а з другого – допускає достатньо простий математичний опис. З поглибленням дослідження будуються нові моделі, які більш детально описують явище. Фактори, що вважаються другорядними на даному етапі, відкидаються. Проте, на наступних етапах дослідження, з ускладненням моделі, вони можуть бути включені до розгляду. Залежно від мети дослідження той самий фактор може вважатися основним або другорядним.

Математична модель і реальний процес не тотожні між собою. Як правило, математична модель будується з деяким спрощенням і при деякій ідеалізації. Вона лише приблизно відображає реальний об'єкт дослідження, а результати дослідження реального об'єкта математичними методами носять наближений характер. Точність дослідження залежить від адекватності моделі та об'єкта і від точності застосовуваних методів обчислювальної математики.

Схема побудови математичних моделей така:

- виділення параметра або функції, що підлягає дослідженню;
- вибір закону, якому підпорядковується ця величина;
- вибір галузі, в якій потрібно вивчити дане явище.

4.2. Системний підхід до моделювання

Будь-який штучний об'єкт можна розглядати з двох точок зору – очима користувача і очима розробника.

Купуючи телевизор, покупець цікавиться, насамперед, його дизайном і технічними характеристиками. Покупець дивиться на об'єкт із зовнішнього боку – очима користувача. Телевизор у даному випадку – це чорний ящик і вміст його для покупця не має ніякого значення.

Інша справа – розробник. Аби спроектувати той же телевизор, треба вирішити, з яких деталей він буде виготовлений і які їх зібрати воедино, аби все працювало. Таким чином, розробника цікавить внутрішня будова об'єкта – його структура.

Аналогічних прикладів можна навести чимало. Вони демонструють два альтернативні підходи до моделювання – детерміністський і системний (рис. 4.3).

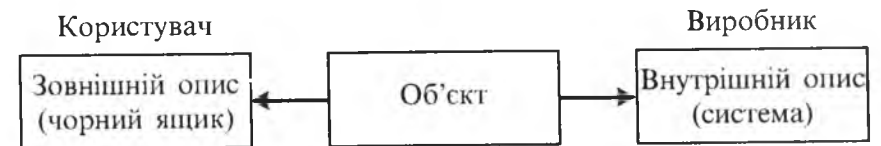


Рис. 4.3. Різні точки зору на один і той же об'єкт

У першому випадку (детерміністський підхід) об'єкт розглядається як чорний ящик. Його робота (поведінка) описується певною функцією і супроводжується певним набором параметрів. Передбачається, що зовнішнє середовище ("оточення") не впливає на роботу цього об'єкта. Це означає відсутність взаємного впливу і об'єктів один на одного. Іншими словами, у вза-

сморді вони працюють так само, як і в ізоляції. Такий ізольований погляд значно спрощує вивчення об'єктів, але призводить до необхідності робити масу (часом необґрунтованих) допущень. Головна перевага такого підходу – простота дослідження об'єкта – нерідко вступає в протиріччя з точністю і надійністю одержуваних результатів.

Системний підхід пропонує “забратися” всередину чорного ящика і подивитися, що там є. Можна бачити, що насправді об'єкт є сукупністю пов'язаних між собою елементів (структурою), які впливають один на одного. Крім того, системний підхід передбачає, що “оточення” впливає на поведінку об'єкта, і цим впливом нехтувати не можна.

Отже, можна констатувати першу особливість системного підходу: він розглядає об'єкт не як чорний ящик, а як складно організовану систему, що побудована з множини взаємодіючих елементів. Поведінка об'єкта повинна розглядатися “в оточенні” (з урахуванням впливу зовнішнього середовища). Те ж можна сказати і про окремі елементи системи.

До речі, будь-який елемент можна, в свою чергу, розчленувати на більш дрібні частини і повторно застосувати до них системний підхід. Таким чином, можна говорити про структурну декомпозицію об'єкта і його ієрархічну організацію.

Для ієрархічного опису визначені дві операції протилежної дії:

- Push – понизити (деталізувати) опис;
- Pop – підвищити рівень опису (приховати структуру в чорний ящик).

Отже, системний підхід дозволяє подати одну складну задачу сукупністю більш простих, які можна розв'язувати швидше і легше. А головне, їх можна розв'язувати паралельно. Крім того, дослідження (проекування) на будь-якому ієрархічному рівні ведеться з урахуванням навколишнього середовища.

Примітною особливістю системного підходу є його універсальність: з незмінним успіхом він застосовний як для складних, так і для простих об'єктів, а при багаторівневому описі складних систем він “працює” на будь-якому ієрархічному рівні, тобто застосовується не тільки до системи, а й до будь-якої її частини.

Аби розібратися в системі, вивчати, досліджувати її (задача аналізу), треба описати систему, зафіксувати її властивості, поведінку, структуру і параметри, тобто побудувати одну або декілька моделей. Для цього потрібно відповісти на три основні питання:

- що вона робить (знати поведінку, функцію системи);
 - як вона влаштована (з'ясувати структуру системи);
 - яка її якість (наскільки добре вона виконує свої функції)
- (рис. 4.4).

Аналіз:
від об'єкта → до моделі

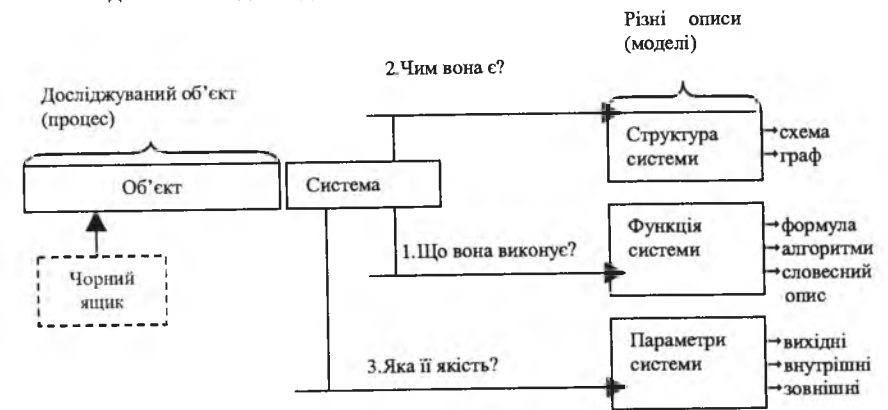


Рис. 4.4. Опис об'єкта як системи

Структура системи – це фіксована сукупність елементів, які складають систему, і зв'язків між ними.

Найчастіше структура системи зображується у вигляді схеми. Це може бути блок-схема, структурна, функціональна чи принципова схема, монтажна схема або складальне креслення тощо.

Іншою формою зображення структури є граф. При цьому елементи структури подаються вершинами графа, а зв'язки – його дугами чи ребрами (рис. 4.5).

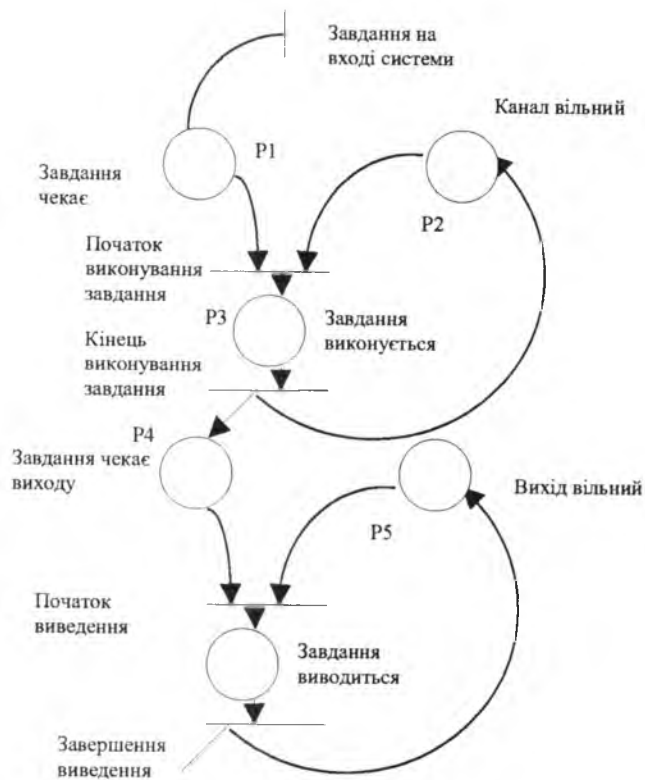


Рис. 4.5. Граф виконання та виведення певного завдання системою

Структурний елемент системи – це елементарна, неподільна на даному рівні деталізації одиниця (частина) системи. Неподільність елемента – це зручне припущення, але не реальна властивість. Оперуючи поняттям “елемент”, дослідник залишає за собою право перейти на більш низький ієрархічний рівень і говорити про те, з чого складається елемент. Сказане свідчить про розкладність останнього.

Елемент системи часто називається *структурним примітивом*. У дійсності він є чорним ящиком і вказує входи, виходи і виконувану функцію.

Назва “структурний примітив” не повинна вводити в оману. Залежно від складності системи і рівня її деталізації за структурний примітив може виступати будь-який окремий елемент системи.

Функція системи – це формалізований або змістовний (словесний) опис принципу роботи (функціонування) системи. Функцію системи бажано подати в аналітичній формі, використовуючи той чи інший математичний апарат, наприклад, функціональний аналіз, теорію черг, марківські моделі, дослідження операцій, математичну логіку тощо.

Для складних систем, як правило, не вдається одержати формалізованого опису. Тому поведінка системи подається алгоритмом, записаним у тій чи іншій формі (блок- чи граф-схеми алгоритмів, операторні схеми).

У крайньому випадку, можна задовольнитися словесним описом роботи системи, від якого, щоправда, мало користі, якщо говорити про автоматизацію дослідження.

Параметри системи – це величини властивостей, які характеризують якість або режими її роботи. Розрізняють вихідні, внутрішні і зовнішні параметри.

Вихідні параметри – це показники якості системи. За ними можна судити про правильність функціонування системи та її якість. Вони дозволяють порівнювати однотипні за призначенням системи, зробити вибір підходящого варіанта. Вихідних параметрів, як правило, багато і їх прийнято подавати вектором: $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$.

Внутрішні параметри – це параметри структурних (внутрішніх) елементів системи: $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$.

Зовнішні параметри – це параметри зовнішнього середовища, які впливають (як правило, негативно) на функціонування системи: $Q = (q_1, q_2, \dots, q_k)$.

Параметри вхідних сигналів іноді виділяються в окрему групу і називаються *вхідними параметрами*: $I = (i_1, i_2, \dots, i_l)$.

Між різними видами параметрів, існує певна залежність. Точніше, вихідні параметри об'єкта (а отже, і його якість) залежать від вхідних впливів, параметрів зовнішнього середовища і, звичайно, від якості елементів об'єкта (X-параметрів).

Така залежність подається в аналітичній формі і називається глобальною функцією об'єкта W .

При детерміністському підході невідомі елементи об'єкта, тобто невідомі його X -параметри. Тому глобальна функція об'єкта записується в спрощеному вигляді, як реакція на зовнішні впливи I і Q :

$$Y = W(I, Q).$$

При системному підході глобальна функція має вигляд:

$$Y = W(I, Q, X).$$

Для динамічних об'єктів у глобальну функцію додається ще одна координата – час t . Тоді

$$Y = W_0(I, Q, t),$$

або

$$Y = W_0(I, Q, X, t).$$

Треба сказати, що існування глобальної функції не означає, що вона відома дослідникові об'єкта чи процесу. Задача полягає у відшукуванні цієї функції. Проте частіше її не вдається подати в аналітичній формі (у вигляді аналітичної моделі). Для складних об'єктів доводиться задовольнятися алгоритмічним описом об'єкта (у вигляді поведінкової імітаційної моделі).

Дотепер, говорячи про систему, передбачалося, що об'єкт існує і задача зводиться до його вивчення, дослідження. При цьому розв'язування задачі зводиться до відшукування функції і структури об'єкта, “вимірювання” його параметрів. Це задача *аналізу*: об'єкт – є, потрібно лише побільше довідатися про нього (системний аналіз, спектральний аналіз, аналіз крові тощо).

Але частіше доводиться зустрічатися з протилежною задачею – об'єкта немає; він має бути створений, спроектований. Це задача *синтезу* об'єкта. Міркуючи з позиції системного підходу, можемо сказати, що для її розв'язування потрібно зробити три кроки:

- виявити функцію системи (абстрактний синтез);
- розробити структуру системи (структурний синтез);
- визначити параметри системи так, аби одержати бажану її якість (рис. 4.6).

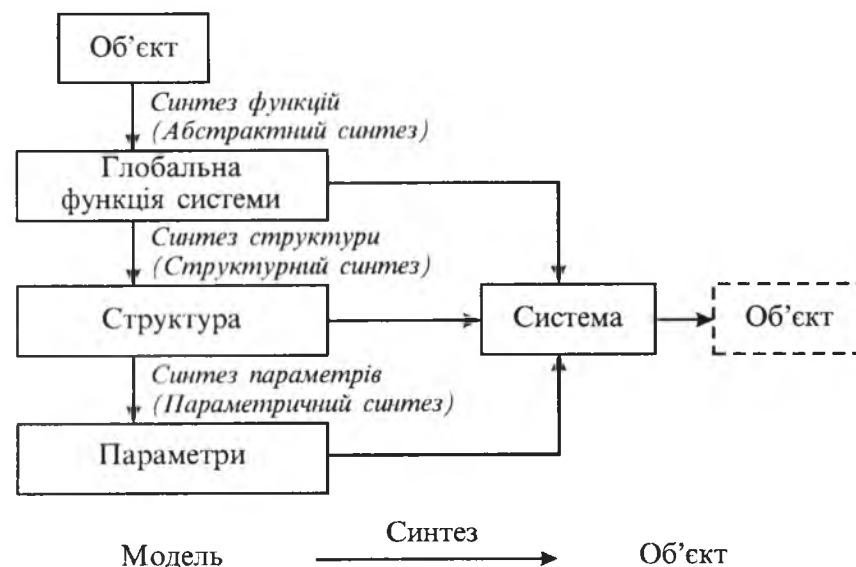


Рис. 4.6. Задача синтезу об'єкта

Зовні процедура синтезу виглядає досить переконливою та надійною. Спочатку треба виявити глобальну функцію системи, розглядаючи систему на абстрактному рівні у вигляді чорного ящика, про який відомо тільки те, що він буде виконувати. Потім потрібно “транслятувати” функціональний опис у структурний, наприклад, розбиваючи глобальну функцію системи на підфункції і повторюючи, в разі потреби, це дроблення доти, поки не будуть одержані елементарні функції, структури яких очевидні (або вже реалізовані). Цей етап називається *структурним синтезом*. Після цього залишається лише підібрати параметри системи так, аби досягти бажаної якості її роботи (*параметричний синтез*).

Незважаючи на зовнішню привабливість і стрункість, процедура формального синтезу виявляється винятково складною. Фахівці з теорії систем навіть схиляються до думки, що в загальній постановці задача синтезу нерозв'язна.

З глобальної функції системи

$$Y = W(I, Q, X)$$

видно, що поліпшити якість об'єкта (процесу) можна трьома способами:

- впливом на вектор X – параметричний метод;
- зміною функції W – схемотехнічний метод;
- впливом на зовнішні параметри I і Q .

Параметричний метод є нічим іншим, як поліпшенням якості елементів, що входять у систему. Цей метод найпростіший. Він не вимагає змін моделі. Достатньо “прогнати” її на новому наборі X -параметрів.

Схемотехнічний метод вимагає введення в розробку структурної надмірності, тобто побудови більш детальної структури. Зрозуміло, що зміни, внесені в структуру системи, вимагають аналогічної корекції її моделі. Схемотехнічні прийоми досить ефективні, але більш дорогі. До них, як правило, звертаються після того, як вичерпані можливості параметричного методу.

4.3. Класифікація моделей

Можна навести різні класифікаційні ознаки, за якими виділяються різні типи моделей. До таких ознак належать:

- спосіб побудови (форма моделі);
- якісна специфіка (зміст моделі).

За способом побудови розрізняються матеріальні та ідеальні моделі.

Зупинимося на групі матеріальних моделей. Незважаючи на те, що ці моделі створені людиною, вони існують об'єктивно. Їх призначення полягає у відтворенні структури, характеру, протікання, суті досліджуваного процесу: відображення просторових властивостей, динаміки досліджуваних процесів, залежностей і зв'язку. Матеріальні моделі нерозривно пов'язані з реальними об'єктами відношеннями аналогії, а також з ідеальними (перед побудовою чогось потрібне теоретичне уявлення, обґрун-

тування). Ці моделі залишаються уявними навіть тоді, коли вони втілені в певній матеріальній формі.

Більшість моделей не претендують на матеріальне втілення. За формою вони можуть бути:

- а) образні, тобто побудовані з наочних елементів;
- б) знакові. У цих моделях елементи відношень і властивостей явищ, які моделюються, виражені за допомогою певних знаків;
- в) змішані, які сполучають властивості образних і знакових моделей.

Переваги даної класифікації полягають у тому, що вона дає хорошу підставу для аналізу двох основних функцій моделі:

- практичної (як знаряддя і засіб наукового експерименту);
- теоретичної (як специфічний образ дійсності, в якому містяться елементи логічного і чуттєвого, абстрактного і конкретного, загального і одиничного).

Інша класифікація поряд зі звичайним розподілом моделей за способом їх реалізації ділить їх за характером відтворення сторін оригіналу:

- субстанціональні;
- структурні;
- функціональні;
- змішані.

Класифікація дозволяє систематизувати об'єкти, полегшує їх вивчення, впорядковує спосіб мислення і може привести до важливих наукових узагальнень.

Моделі можна класифікувати багатьма способами, проте жодний із них не є задовільним (рис. 4.7).

Насамперед, варто розрізняти фізичні та абстрактні моделі. *Фізична модель* – це матеріально реалізована система, наприклад, макет, тренажер або експериментальний зразок. *Абстрактна модель* – це опис об'єкта дослідження певною мовою, наприклад, графіком, кресленням, схемою, графом, таблицею, формулою, блок-схемою алгоритму, програмою для ЕОМ або словесним описом.

Різновидом абстрактних моделей є *математична* модель. Така модель є описом об'єкта (процесу) мовою математичних співвідношень. Математичні моделі, в свою чергу, діляться на аналітичні та імітаційні.

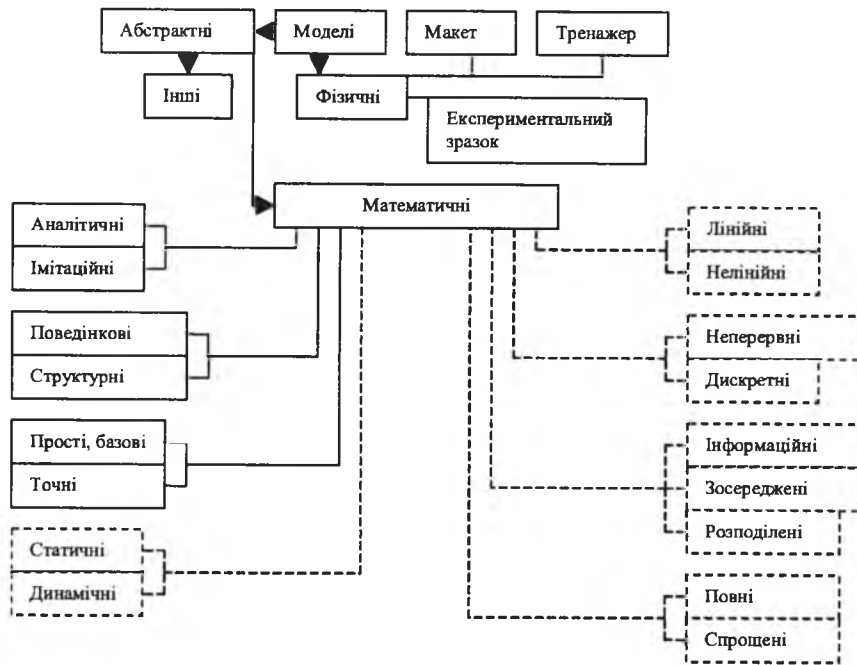


Рис. 4.7. Класифікація моделей

Аналітичні моделі є певними математичними об'єктами (рівняннями, системами рівнянь тощо). Вони записуються і розв'язуються в літерному вигляді. Звідси їх назва.

Імітаційна модель є алгоритмом (процедурою), яким описується поведінка відповідних об'єктів чи спосіб обчислення його вихідних сигналів.

На перший погляд здається, що аналітичні моделі простіші і їм варто віддати перевагу. Для простих об'єктів це дійсно так. Але далеко не так для більш складного об'єкта. Розв'язати математичні рівняння в загальному вигляді, як правило, не вдається, тоді як відшукати алгоритм поведінки об'єкта не викликає особливих труднощів. З цієї причини саме імітаційному моделюванню приділяється основна увага, а аналітичні моделі є в певному розумінні "підмогою" для побудови складних імітаційних моделей.

Розглянуті моделі називаються *поведінковими* або *функціональними*. Їх відмітна риса полягає в тому, що вони описують об'єкт начебто зовні, внутрішня структура об'єкта не розкривається. Це моделі типу чорний ящик. Відома поведінка (функція) об'єкта, але в кращому випадку можна тільки здогадуватися, що в ньому всередині.

Можна побудувати бібліотеку поведінкових моделей елементів системи, а потім "збирати" з них більш складні об'єкти. При цьому "з'єднувати" моделі потрібно відповідно до структури об'єкта, який моделюється. Такі моделі називаються структурними, оскільки вони відображають внутрішню будову об'єкта, його структуру.

Структурні моделі більш привабливі, ніж поведінкові, оскільки на невеликому наборі базових елементів (і відповідних їм поведінкових моделей) можна без особливих труднощів моделювати досить широкий клас об'єктів. Крім того, при побудові структурних моделей не обов'язково мати інформацію про поведінку об'єкта, який моделюється. Потрібна лише його структура, а деталі поведінки об'єкта будуть виявлені пізніше, у ході модельних експериментів.

На жаль, структурні моделі хороші, поки вони охоплюють не більше двох-трьох рівнів опису об'єкта. Спроба декомпозиції складного об'єкта до більш низького рівня структури призводить до лавиноподібного зростання числа структурних примітивів і є ризиком потонути у деталях.

Одна із заповідей моделювання стверджує: спочатку побудуй просту, базову модель, "оживи" її, допоможи їй правильно імітувати функцію об'єкта, а потім, додаючи в модель деталі і/або наділяючи її новими властивостями, одержуй бажану якість (більш точну модель).

Найкращий спосіб досягти у цій справі успіху – попередньо побудувати структурну модель об'єкта. В процесі дослідів (багаторазових прогонів) такої моделі варто сформулювати тест, тобто вектори вхідних сигналів і відповідні їм реакції, які можна було б застосовувати як еталонні для верифікації поведінкової моделі.

Цілком логічним є запитання: навіщо будувати поведінкову модель, якщо є її структурний аналог? Відповідь проста: для

того, аби підвищити ефективність моделювання. Річ у тім, що час прогону поведінкової моделі (через відсутність у ній деталей нижчих рівнів) набагато менший, ніж структурної. В результаті ефективність моделювання істотно зростає.

Інша класифікація полягає у виділенні лінійних та нелінійних, стаціонарних та динамічних, детермінованих та стохастичних тощо моделей.

Більшість реальних систем є нелінійними, а їхні моделі – занадто складними. Проте у багатьох випадках нелінійні моделі можна лінеаризувати, пожертвувавши точністю, але одержавши при цьому більш прості моделі.

Досить часто можна використовувати кусково-лінійну апроксимацію нелінійних об'єктів, досліджуючи при цьому їх роботу “шматочками” за допомогою лінійних, тобто більш простих моделей. Кількість таких моделей, мабуть, визначається числом ділянок апроксимації.

Основною ознакою *статичних* моделей є відсутність у їхніх описах незалежної змінної часу. За допомогою статичних моделей можна оцінювати статичну точність роботи об'єкта, досліджувати його статичні помилки і будувати основні статичні характеристики.

Динамічні моделі імітують поведінку об'єкта в часі. В них явно чи опосередковано присутній час. За допомогою динамічних моделей досліджуються перехідні процеси в системі, будуються перехідні характеристики.

По закінченні перехідних процесів система досягає стаціонарного стану. Це вказує на можливість верифікації (перевірки) статичних і динамічних моделей за збігом результатів “дослідів” статичних моделей із результатами, одержаними на динамічних моделях, коли час прямує до нескінченності.

Процеси, які протікають у дискретних динамічних системах, можна подати ланцюжком переходів з одного стану в інший у дискретні моменти часу. Це дає ще одну можливість досліджувати динамічні системи на певній множині статичних моделей, а час імітувати неявним чином.

Для дискретних моделей змінні, в тому числі і час, дискретні, тобто для них визначена певна множина дозволених значень (рівнів), в окремому випадку їх два (двійкові змінні).

У *неперервних* моделях фігуруючі змінні є неперервними. Це стосується і такої незалежної змінної, як час.

У принципі для будь-якої неперервної системи можна створити її “дискретну копію” як апроксимацію, одержану дискретизацією змінних за часом і квантуванням їх за рівнями.

У реальних об'єктах природна інерційність обмежує швидкість зміни змінних. А це означає неможливість розрізнити два досить близьких значення неперервної змінної.

З цієї причини коректно виконані операції дискретизації і квантування не призводять до помітної втрати точності при “трансляції” неперервної системи в дискретну. А вираш виявляється досить істотним: дискретні системи простіші в описі, їх легше аналізувати і проектувати.

Розглянемо загальний випадок, коли в неперервній системі протікає певний процес із довільною траєкторією $X(t)$ (рис. 4.8). Він може бути і випадковим.

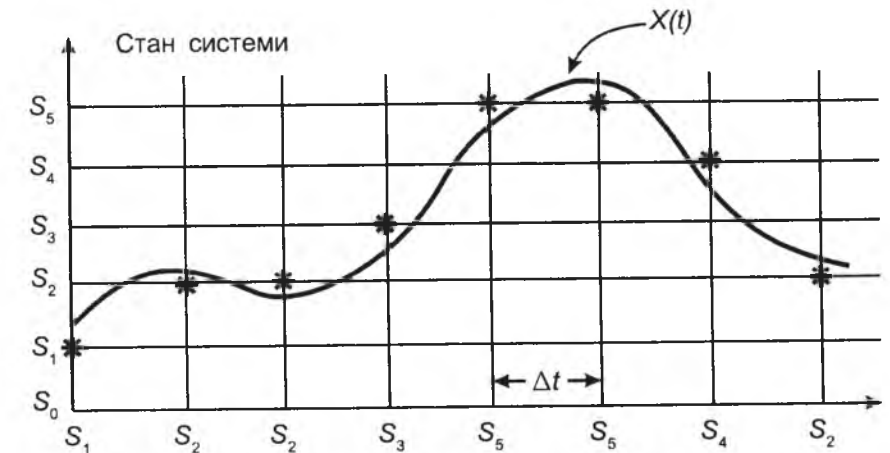


Рис. 4.8. Процес як послідовність зміни станів системи

Після операцій дискретизації і квантування той самий процес можна розглядати як послідовність зміни станів:

$$S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow S_5 \rightarrow S_5 \rightarrow S_4 \rightarrow S_2.$$

На рисунку 4.8 ці стани відзначені “зірочками”. При цьому можна інтерпретувати дозволени рівні квантування S_0-S_5 як

стани дискретної системи. Як правило, переходи з одного стану в інший вважаються миттєвими, тобто система буквально перестрибує від однієї “зірочки” до іншої, не затримуючись у проміжних станах (їх начебто не існує).

Зведення неперервної системи до дискретної дає проектувальникові ще одну перевагу. Тепер він може застосовувати досить потужні та ефективні математичні інструменти, розроблені для дискретних систем.

Детерміновані моделі – це моделі відносно прості та економічні, але часто недостатньо точні для остаточних оцінок і прийняття відповідальних рішень. Простота досягається за рахунок того, що в них ігноруються або моделюються досить примітивно чимало властивостей, притаманних реальним об'єктам. У них не враховуються випадкові фактори. Ці моделі використовуються для одержання попередніх оцінок на етапі пошукового проектування, коли необхідно звузити число можливих альтернативних рішень. Детерміновані моделі дозволяють істотно заощаджувати час, але для остаточних оцінок вони недостатньо хороші.

Ймовірнісні моделі враховують випадкові фактори. Випадкові значення параметрів моделі, як правило, генеруються за допомогою датчиків псевдовипадкових чисел за заданим законом розподілу. Один прогін моделі дає одну реалізацію випадкового процесу. Тому для одержання достовірних оцінок потрібна представницька вибірка, тобто велике число “дослідів” моделі. Крім того, чимало часу витрачається на статистичне опрацювання результатів моделювання. Процес моделювання за допомогою ймовірнісних моделей називається *статистичним* моделюванням і є різновидом імітаційного моделювання.

Основна перевага ймовірнісних моделей – це висока точність і надійність одержуваних результатів. Основний недолік – значні витрати часу на проведення статистичного моделювання.

Пошукове проектування за допомогою ймовірнісних моделей – занадто марнотратне заняття. Тому ймовірнісні моделі застосовуються тільки тоді, коли вже прийняті рішення щодо структури проектного об'єкта і визначені орієнтовно (на детермінованих моделях) значення його параметрів.

Повні і спрощені моделі є різновидами моделей, пов'язаних із ієрархічною організацією об'єкта проектування та необхідністю згортання даних при переході на більш високі ієрархічні рівні.

Нехай у розпорядженні дослідника є моделі компонентів певної системи. Потрібно спроектувати з наявних компонентів більш складний об'єкт. Аби переконатися, що він буде працювати, потрібно побудувати його модель і випробувати її. Найпростіше це зробити так: взяти готові моделі компонентів і об'єднати їх у модель проектного об'єкта відповідно до його структури (композиційний принцип). Разом із тим так чинити недоцільно. Адже згідно із законом Парето, у кожному об'єкті існує життєво важлива меншість і тривіальна більшість. Р. Шеннон інтерпретує це, наводячи кількісні оцінки: 20% факторів визначають 80% властивостей системи. Отже, в будь-якій повній моделі як найбільш близькій копії об'єкта є багато “сміття”. Можна в 5 разів спростити модель, втративши лише 20% її властивостей. Цілком можливо, що втрачені властивості й не потрібні для цілей конкретного дослідження. Такі перспективи і чисто технічні труднощі розв'язування задач великого розміру стимулюють розробників будувати спрощені моделі (порівняно з повними).

Існують три основні способи побудови спрощених моделей.

Перший спосіб ґрунтується на апроксимації повної моделі. Основна його ідея полягає у відшукуванні в повній моделі неістотних параметрів (тривіальна більшість) і вилученні їх частково або повністю.

Пошук таких параметрів виконується аналізом чутливості початкових параметрів до варіації внутрішніх параметрів. Наприклад, якщо повна модель описується залежністю

$$Y_n = f(X_1, X_2, \dots, X_m),$$

то вплив початкового параметра X_i на вихідний Y_n визначається коефіцієнтом:

$$K_{Bi} = \frac{dY_n}{dX_i}.$$

Одержані коефіцієнти впливу ранжуються (сортуються) за зростанням. Задається допустимий відсоток втрати якості мо-

делі (наприклад, $E_{\text{дон}} < 10\%$) і виконується процедура очищення моделі від “сміття”. Спочатку з моделі вилучається параметр із найменшим коефіцієнтом впливу й оцінюються наслідки:

$$\frac{Y_n - Y_{\text{спр}}}{Y_n} 100\% \leq E_{\text{дон}},$$

де Y_n – початковий параметр повної моделі;

$Y_{\text{спр}}$ – вихідний параметр спрощеної моделі;

$E_{\text{дон}}$ – допустима втрата якості.

Якщо нерівність виконується, то вилучається наступний мало впливаючий параметр і так доти, поки спрощена модель не стане достатньо простою.

Перевага описаної процедури полягає в тому, що її легко автоматизувати, а отже, і розв’язати задачу машинного синтезу таких моделей.

Недолік теж “лежить на поверхні” – потрібно побудувати спочатку повну модель, а потім працювати з нею для одержання більш простої.

Інший спосіб побудови спрощених моделей ґрунтується на таких міркуваннях. Навіщо “тягти за собою” в повну модель усі деталі нижчих рівнів, аби потім “угорі” частково позбутися їх. Чи не краще це зробити відразу, “внизу”? Тоді і повну модель не доведеться будувати.

Найпростіший спосіб виключення з опису внутрішніх параметрів полягає у згортанні системи в чорний ящик. Мало того, що тепер не потрібно копіювати в моделі структурні властивості об’єкта, а й можна ігнорувати процеси, які протікають у ньому.

Головна і єдина умова, аби модель взаємодіяла із зовнішнім середовищем так само, як і об’єкт, що моделюється. Для досягнення цієї мети дозволяється використовувати будь-які формальні прийоми. Важливий лише результат. Моделі, які будуються подібним чином, називаються *формальними*. Як правило, в таких моделях часто достатньо лише відтворити зовнішні характеристики об’єкта, тобто ті, які визначають його поведінку у зовнішньому середовищі.

Другий спосіб полягає у відшукуванні реальному об’єктові еквівалентну за поведінкою заміну. Структура моделі може

бути зовсім іншою, ніж в об’єкта, головне, аби вона була простішою.

Третій спосіб побудови спрощених моделей пропонує компромісне розв’язування задачі, коли не весь об’єкт, а тільки його окремі частини (фрагменти) перетворюються в чорні ящики. Такі моделі називаються неоднорідними, змішаними або багаторівневими.

Розподілені, зосереджені та інформаційні моделі безпосередньо пов’язані з ієрархією опису об’єктів і фактично є ієрархічною системою математичних моделей.

Розподілені моделі одержали таку назву, оскільки мають справу з розподіленими параметрами. Вони “прив’язані” до найнижчого рівня ієрархії. Одночасно це і найдетальніший рівень подання проектного об’єкта. В певному розумінні розподілені моделі можна назвати теоретичними (на протиположність формальним), оскільки для їх побудови використовуються фундаментальні закони конкретної предметної сфери.

Зосереджені моделі є робочим інструментом проектувальника ряду приладів. При побудові такої моделі система згортається до структурного примітиву (чорного ящика), а отже, всі деталі її структурного опису відкидаються, що веде до різкого спрощення моделі. Платою за простоту є погіршення якості моделі, і розроблювач повинен прагнути до того, аби мінімізувати ці втрати.

Інформаційні моделі “працюють” на верхніх рівнях ієрархії складних об’єктів. Перехід від зосереджених моделей до інформаційних супроводжується більш кардинальними перетвореннями. Розподілені і зосереджені моделі відображають властивості досліджуваних об’єктів.

При побудові інформаційних моделей пропонується “забути” (наскільки це можливо) про властивості об’єкта і розглядати його поведінку з інформаційної точки зору, як ланцюг подій, які відбуваються в дискретні моменти часу і які призводять до зміни стану об’єкта. Іншими словами, будь-який об’єкт розглядається як інформаційна система або як елемент такої системи.

Розглянемо класифікацію математичних моделей. Їх умовно можна поділити на чотири групи.

I. *Моделі прогнозування або розрахункові моделі без управління.* Вони діляться на стаціонарні та динамічні.

На основі початкового стану та інформації про поведінку системи ці моделі передбачають її поведінку в часі і просторі. Такі моделі є стохастичними.

II. *Оптимізаційні моделі.* Вони також діляться на стаціонарні і динамічні. Стаціонарні моделі використовуються на рівні проектування різних технологічних систем. Динамічні – як на рівні проектування, так і, головним чином, для оптимального управління різними процесами – технологічними, економічними тощо.

У задачах оптимізації є два напрямки. До першого відносяться детерміновані задачі. Вся вхідна інформація в них є цілком обумовленою. Другий напрямок відноситься до стохастичних процесів. У цих задачах деякі параметри носять випадковий характер або містять елемент невизначеності.

Методи відшукування екстремуму функції багатьох змінних із різними обмеженнями часто називаються методами математичного програмування. Задачі математичного програмування – одні з важливих оптимізаційних задач.

У математичному програмуванні виділяються такі основні розділи:

- *лінійне програмування.* Цільова функція лінійна, а множина, на якій відшукується екстремум цільової функції, задається системою лінійних рівнянь і нерівнянь;

- *нелінійне програмування.* Цільова функція та обмеження або деякі з них є нелінійними;

- *опукле програмування.* Цільова функція опукла й опукла множина, на якій розв'язується екстремальна задача;

- *квадратичне програмування.* Цільова функція квадратична, а обмеження – лінійні рівняння і нерівняння;

- *багатоекстремальні задачі.* Задачі, в яких цільова функція має декілька локальних екстремумів;

- *цілочислове програмування.* У подібних задачах на змінні накладаються умови цілочисельності.

Як правило, до задач математичного програмування незастосовні методи класичного аналізу для відшукування екстремуму функції декількох змінних.

До важливих оптимізаційних моделей відносяться моделі теорії оптимального управління. Математична теорія оптимального управління відноситься до оптимального управління процесами.

Розрізняють три види математичних моделей теорії оптимального управління. До першого виду відносяться дискретні моделі оптимального управління. Традиційно такі моделі називаються *моделями динамічного програмування*. Широко відомий метод динамічного програмування Беллмана. До другого типу відносяться моделі, які описуються задачами Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь. Їх часто називають *моделями оптимального управління системами із зосередженими параметрами*. Третій вид моделей описується крайовими задачами як для звичайних диференціальних рівнянь, так і для рівнянь у частинних похідних. Такі моделі називаються *моделями оптимального управління системами з розподіленими параметрами*.

III. *Кібернетичні моделі.* Цей тип моделей використовується для аналізу конфліктних ситуацій. Передбачається, що динамічний процес визначається кількома суб'єктами, у розпорядженні яких є декілька управляючих параметрів. З кібернетичною системою асоціюється група суб'єктів зі своїми власними інтересами.

IV. Вищеописані типи моделей не охоплюють великого числа різних ситуацій, які можуть бути формалізованими. Для вивчення таких процесів необхідне включення в математичну модель функціонуючої “біологічної” ланки – людини. У таких ситуаціях використовується імітаційне моделювання, а також методи експертиз та інформаційних процедур.

Докладніше зупинимось на імітаційному моделюванні економічних систем і процесів.

Ідея імітаційного моделювання проста та інтуїтивно приваблива, дозволяє експериментувати із системами, коли на реальному об'єкті цього зробити не можна. Цей метод ґрунтується на теорії обчислювальних систем, статистиці, теорії ймовірностей, математиці.

Всі імітаційні моделі побудовані за типом “чорного ящика”, тобто сама система (її елементи, структура) подаються у вигляді

ді “чорного ящика”. Є певний вхід у ящик, який описується екзогенними змінними (виникають поза системою, під впливом зовнішніх причин), і вихід (описується вихідними змінними), який характеризує результат дії системи.

В імітаційному дослідженні велике значення має етап оцінки моделі, що містить такі кроки:

- верифікація моделі (модель поводить ся так, як це задумано дослідником);
- оцінка адекватності (перевірка відповідності моделі реальній системі);
- проблемний аналіз (формування статистично значимих висновків на основі даних, одержаних у результаті експериментів із моделлю).

Імітаційне моделювання систем і процесів застосовується у випадках, коли не можна формалізувати модель (описати аналітичним виразом) та у випадку, коли система є багатопараметричною ймовірнісною економічною системою. Крім того, моделювання за допомогою імітаційних підходів застосовується для систем великого розміру і з великими внутрішніми зв'язками.

4.4. Вимоги, що ставляться до математичних моделей

Найбільш важливими вимогами, що ставляться до математичних моделей, є вимоги точності, економічності та універсальності. Вони суперечливі, наприклад, підвищення точності моделі робить її складнішою, а отже, й менш економічною. Тому на практиці доводиться задовольнятися компромісними рішеннями.

Точність моделі – це кількісна оцінка збігу модельних результатів із натурними. Точність моделі тісно пов'язана з поняттям адекватності. Але це не синоніми: поняття “адекватність” носить якісний характер, тоді як за поняттям “точність” стоїть число, кількісна оцінка моделі.

Кількісна оцінка точності моделі завдає чимало клопотів досліднику. Справа в тім, що реальні об'єкти характеризуються не одним, а декількома вихідними параметрами.

У моделі вихідні параметри можуть подаватися з різною похибкою, одні спрощено, інші більш точно. Звідси впливає початковий векторний характер оцінки і необхідність зведення її до скалярної величини. Інакше важко говорити про якість моделей взагалі і порівнювати їх між собою. Крім того, істинні параметри об'єкта, як правило, ототожнюються з експериментально вимірюваними. Проте похибки натурного експерименту можуть виявитися порівнянними з похибками моделі, а іноді й перевищувати їх. Нарешті, один і той же вихідний параметр моделі може виявитися важливим (домінуючим) для одних застосувань і другорядним для інших.

Позначимо вихідні параметри об'єкта через y_i , а значення тих же параметрів у моделі через y_{M_i} , $i = 1, \dots, k$. Тоді для кожного вихідного параметра можна обчислити відносну похибку, з якою він подається в моделі:

$$\varepsilon_i = \frac{y_i - y_{M_i}}{y_{M_i}}$$

Вектор відносних похибок:

$$\bar{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k)$$

є векторною оцінкою точності моделі. Зведення її до скалярної форми, як правило, здійснюється на основі певної норми вектора.

За оцінку точності можна використовувати m -норму, тобто максимальний за абсолютною величиною елемент вектора:

$$\varepsilon_{\max} = \max_i |\varepsilon_i|$$

або l -норму (сумарну похибку):

$$\varepsilon_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^k \varepsilon_i^2}$$

Проте більш реалістичною виглядає середньоквадратична похибка:

$$\varepsilon_{cp} = \frac{1}{k} \sqrt{\sum_{i=1}^k \varepsilon_i^2}$$

Однією із заповідей моделювання є положення про те, що спочатку потрібно домогтися, аби модель була “правильною”, тобто не давала абсурдних результатів.

Для оцінки правильності моделі використовуються прості прийоми, такі як:

- перевірка змісту (дотримання відповідних законів);
- перевірка розміру і знаків;
- перевірка меж;
- перевірка тренду, тобто тенденції зміни вихідних параметрів залежно від внутрішніх і зовнішніх.

Переконавшись, що модель працює правильно, можна спробувати довести її до кондиції. Ця робота називається калібруванням (припасуванням) моделі і полягає в тому, що в базовий (грубий) варіант моделі додаються деталі й використовуються відповідні методи поліпшення, поки модель не досягне бажаної якості (необхідної точності).

Для дослідження правильності побудованої моделі можна використати метод контрольних (тестових) задач. Він ґрунтується на тому, що за певних умов і для деяких режимів можна заздалегідь передбачити реакцію об'єкта. Якщо модель у цих контрольних точках поводить себе відповідно до прогнозу, вона правильна. Цим способом можна верифікувати модель, подібно тому, як це робиться при тестуванні програми. На жаль, можливості вказаного методу досить обмежені.

Найбільші надії в даній ситуації покладаються на метод асимптотичного ряду моделей. Ідея методу ґрунтується на аксіомі 3 теорії моделювання, де говориться, що при нескінченному підвищенні якості модель наближається до реального об'єкта. Отже, побудувавши ряд моделей зростаючої точності, можна на підставі модельних експериментів передбачити, якими будуть вихідні параметри реального об'єкта.

Економічність математичних моделей визначається двома основними факторами:

- витратами машинного часу на прогін моделі;
- витратами оперативної пам'яті, необхідної для реалізації моделі.

Непрямим показником економічності математичної моделі є також кількість внутрішніх параметрів, які в ній використовуються. Чим їх більше, тим вищі вимоги до оперативної і дискової пам'яті, тим довше буде їх опрацювання при використанні для реалізації моделей засобів обчислювальної техніки. Нарешті, чим більше параметрів, тим більше часу буде потрібно для відшукування відомостей про їхні чисельні значення.

Універсальність моделей визначає сферу їх можливих застосувань.

4.5. Механізми просування модельного часу

Реальні об'єкти є динамічними системами. Вони функціонують у часі, у них протікають певні процеси, які можна подати низкою змінюючих один одного станів. Час є неодмінним атрибутом таких систем і, отже, його потрібно вміти моделювати поряд з іншими параметрами.

При моделюванні реальні параметри об'єкта замінюються модельними. Це стосується і реального часу: у ході моделювання він подається певним штучним (системним) часом, який називається *модельним часом*.

Існують два класичні способи просування модельного часу: “принцип Δt ” і “принцип dz ”.

Розглянемо їх особливості на конкретному прикладі (рис. 4.9).

У реальному об'єкті протікає певний процес, що є ланцюжком подій E_1, \dots, E_7 . Подія – це будь-яка зміна стану системи. Подія вважається миттєвою і з цієї причини на часовій осі вона відображається точкою. У загальному випадку події можуть з'являтися в довільні моменти часу.

Принцип Δt досить простий. Вісь часу розбивається на рівні часові інтервали (такти) тривалістю Δt . Отже, модельний час може приймати тільки дискретні значення, кратні цьому часовому інтервалу: $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t$ і так далі. Моделююча програма (модулятор) просуває модельний час відповідно до формули:

$$t_m = t_m + \Delta t.$$

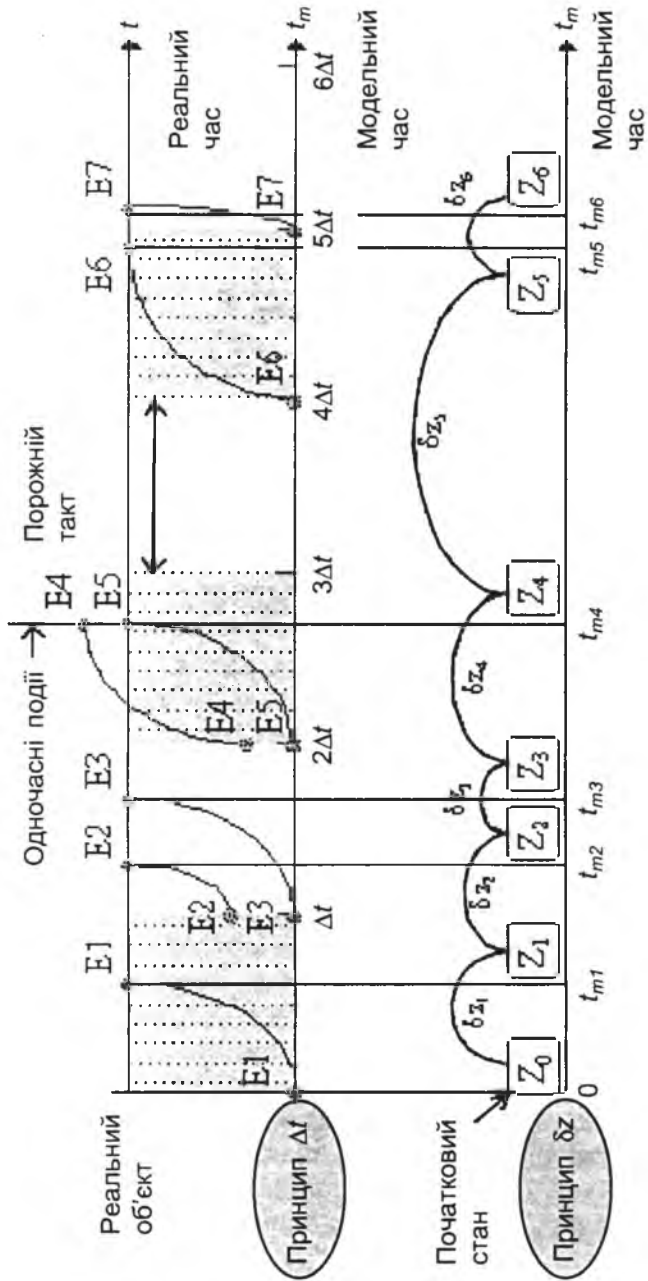


Рис. 4.9. Способи просування модельного часу

Насправді це означає, що модулятор є циклічною програмою, яка протягом одного циклу своєї роботи обробляє один такт модельного часу тривалістю Δt . Для управління модельним часом у програмі створюється відповідна змінна – лічильник модельного часу T (модельний годинник), який підраховує кількість виконаних тактів.

На початку моделювання цей лічильник має нульовий стан ($T = 0$), а потім його вміст збільшується на "1" з кожним циклом роботи модулятора: ($T = T + 1$). Таким чином, змінна T показує поточний модельний час, який рухається стрибками однакової довжини Δt (подібно секундній стрілці на годиннику) від 0 до T_{max} . Величина T_{max} задається користувачем і визначає кінцевий час моделювання.

Тривалість такту Δt також є прерогативою користувача.

Дозволені часові оцінки ніяк не прив'язані до моментів появи реальних подій в об'єкті, тому останні доводиться штучно пересувати на межі тактів, спотворюючи реальну картину. Це демонструє рисунок 4.9, з якого видно, що кожна реальна подія "прив'язується" до лівої межі того такту, у межах якого вона відбувається. Зрозуміло, що прийнята угода може бути іншою: реальну подію з тим же успіхом можна перенести на кінець того такту, в якому ця подія відбулася.

Основна (а можливо, і єдина) перевага принципу Δt полягає в простоті машинної реалізації. Про недоліки варто поговорити докладніше.

Принцип Δt не дозволяє вказати істинний стан подій всередині інтервалу Δt . Тому приймається рішення переносити їх на початок (або на кінець) того такту, у межах якого вони відбуваються. При цьому спотворюється реальна картина подій, втрачаються причинно-наслідкові зв'язки, послідовно протікаючі події стають паралельними, затримки поширення сигналів у структурних елементах не відображаються. Багато часу витрачається на опрацювання "порожніх" інтервалів (рис. 4.9). Їх число різко зростає при спробі більш точно моделювати реальні події, оскільки для цього треба зменшувати тривалість такту Δt .

Якщо у реальному об'єкті не відбувається ніяких подій (змін), то стан його залишається незмінним. А раз так, то не-

має необхідності моделювати об'єкт у проміжках між сусідніми подіями – нічого нового не одержимо. Модель, орієнтована на події, повинна функціонувати в нерівномірній шкалі модельного часу, “перестрибуючи” від однієї події до іншої. При цьому стрілка модельного годинника переміщується від поточної події до найближчої майбутньої, не зупиняючись у проміжках між ними.

Принцип dz реалізує шойно описаний механізм просування модельного часу. Перед початком моделювання лічильник модельного часу дорівнює нулю ($t_m = 0$) і задається початковий стан Z_0 об'єкта, що моделюється (рис. 4.9). Потім модулятор відшукує найближчу майбутню подію (на рис. 4.9 це подія $E1$) і переводить стрілку модельного годинника на час здійснення цієї події ($t_m = t_{m1}$). Час t_{m1} і подія $E1$ стають поточними.

Модулятор імітує реакцію об'єкта на подію $E1$, яка може привести до появи нових подій. Потім модельний час пересувається на найближчу наступну подію $E2$ ($t_m = t_{m2}$) і цикл роботи модулятора повторюється. Зрозуміло, що “відстань” між сусідніми подіями може бути довільною, тому шкала модельного часу є нерівномірною.

Таким чином, модельний час, що просувається за принципом dz , визначається за простою формулою:

$$t_m = t_{\text{ближ}},$$

якщо час обчислюється в абсолютних одиницях,

$$t_m = t_m + Dt_{\text{ближ}},$$

якщо час обчислюється у відносних одиницях.

У цих формулах $t_{\text{ближ}}$ – найближча майбутня подія відносно поточного модельного часу, а $Dt_{\text{ближ}}$ – часова “відстань” між поточною і найближчою майбутньою подіями.

Досить часто стан об'єкта позначається через Z_t , а стрибкоподібні (релейні) зміни станів – через dz_t (рис. 4.9). З цієї причини подібний механізм управління часом називається принципом dz або принципом особливих станів.

Результати порівняння розглянутих принципів управління модельним часом наведені в таблиці 4.2.

Таблиця 4.2

Порівняння принципів управління модельним часом

Принцип Δt	Принцип dz
Модельний час не “прив'язаний” до реальних подій. Він рухається сам по собі, не звертаючи уваги на процеси, що відбуваються в об'єкті.	Модельний час “спирається” на події, тобто часові оцінки “прив'язані” до моментів настання реальних подій.
Шкала модельного часу t_m рівномірна. Час рухається кроками однакової довжини Δt : $t_m = t_m + \Delta t,$ або $T = T + 1,$ де t_m – лічильник модельного часу, модельний годинник; Δt – тривалість такту.	Шкала модельного часу t_m нерівномірна. Час рухається стрибками різної довжини, яка дорівнює часовій “відстані” між сусідніми подіями: $t_m = t_{\text{ближ}},$ або $t_m = t_m + Dt_{\text{ближ}},$ де t_m – модельний годинник; $t_{\text{ближ}}$ – час настання найближчої майбутньої події; $Dt_{\text{ближ}}$ – “відстань” між поточною і найближчою майбутньою подіями.
Моменти появи подій при моделюванні спотворюються. Їх доводиться “прив'язувати” до дозволених часових оцінок Δt , $2\Delta t$, $3\Delta t$, ... , тобто до меж тактів.	Моменти появи подій при моделюванні не спотворюються.
Оскільки час настання події фактично округляється до тривалості такту Δt , то виникає систематична похибка методу, яка може досягати величини Δt .	Час настання подій не доводиться округляти до значення, кратного Δt . Точність моделювання є вищою.

Продовження табл. 4.2

Порушуються причинно-наслідкові зв'язки.	Не порушуються причинно-наслідкові зв'язки.
Послідовні події в межах одного такту нерозрізнені і відображаються як одночасні.	Адекватність відтворення послідовних подій не спотворюється, як би близько одна до одної вони не знаходилися.
Часові затримки в структурних елементах не відтворюються.	Часові затримки в структурних елементах моделюються природним чином.
Непродуктивно (вхолосту) витрачається час на опрацювання "порожніх" тактів.	"Холості" цикли роботи модулятора відсутні. Ефективність алгоритму є набагато вищою.

Реальні динамічні системи (об'єкти) працюють у реальному (фізичному) часі, який позначається символом t_p . При моделюванні вони заміщаються деякими іншими системами, які називаються імітаційними моделями. Процеси, які протікають у таких моделях, повинні адекватно відображати поведінку об'єктів, що моделюються: якщо події в реальній системі збігаються, то вони повинні збігатися й у моделі, якщо реальні події слідує у певному порядку, то цей порядок не повинен порушуватися в моделі.

Можна допустити (і це дійсно відбувається на практиці) проведення імітаційних експериментів у реальному масштабі часу, проте частіше процеси в імітаційних моделях розвиваються в деякому іншому штучному часі. Він називається системним або *моделним часом* і позначається через t_m . Цей час існує тільки в ході експериментів з імітаційною моделлю, тобто при її прогонах. На відміну від реального модельним часом можна управляти: його легко зупинити, повернути на початкове значення, пройти деякі відрізки часу багаторазово, рухаючись при цьому рівномірно чи стрибками різної довжини.

Зрозуміло, що для адекватного моделювання між реальним і модельним часом повинно бути встановлене певне співвідношення – масштаб M_t . Це стале число, яке може приймати значення як менші, так і більші за одиницю. При $M_t = 1$ моделювання виконується в реальному масштабі часу. При $M_t < 1$ моделювання виконується в уповільненому, а при $M_t > 1$ – прискореному темпі. Отже, між названими часами існує пропорційна залежність:

$$t_m = M_t \times t_p$$

У цифрових ЕОМ змінна t_m подається тільки як дискретна величина. У цьому випадку необхідно вибрати одиницю дискретного часу. Вона позначається через Δt і називається квантом часу (часовим кроком). Фактично це роздільна здатність за часом при моделюванні: послідовні події, "відстань" між якими менша за Δt , будуть сприйматися як одночасні.

Не слід плутати (або ототожнювати) модельний час t_m з машинним t_{eom} . Машинний (процесорний) час – це реальний фізичний час, який потрібний на прогін імітаційної моделі. Можна моделювати поведінку динамічної системи протягом декількох років (модельний час) лише за декілька секунд (машинний час).

У будь-який момент машинного часу може опрацьовуватися тільки одна подія. Якщо в об'єкті, що моделюється, розвиваються паралельні процеси, то їх доводиться опрацьовувати по черзі. І чим більше одночасних (кратних) подій, тим повільніше виконується моделювання.

Аби не порушувалася хронологічна послідовність подій у об'єкті, що моделюється, потрібно мати певний механізм імітації паралельних процесів. Як правило, це виконується так: модельний час зупиняється ("заморожується") доти, поки одна за одною не будуть опрацьовані всі кратні події. Такий механізм називається псевдопаралельним опрацюванням, оскільки процеси протікають паралельно в модельному часі (він зупинений) і опрацьовуються послідовно в машинному часі. При цьому події в модельному часі відображаються як миттєві (вони позначаються точкою на осі часу t_m), тоді як у машинному часі вони скінченні (моделювання реакції системи на подію вимагає певного процесорного часу).

4.6. Поняття обчислювального експерименту

Академік О. О. Самарський, один із основоположників обчислювальної математики і математичного моделювання, творець провідної школи в галузі математичного моделювання, розумів під обчислювальним експериментом таку організацію досліджень, при якій на основі математичних моделей вивчаються властивості об'єктів і явищ, програється їх поведінка в різних умовах і на основі цього вибирається оптимальний режим. Іншими словами, обчислювальний експеримент допускає перехід від вивчення реального об'єкта до вивчення його математичної моделі. Такою моделлю, як правило, є одне або декілька рівнянь.

Вперше обчислювальний експеримент розпочав використовуватися для вивчення таких процесів, експериментальне дослідження яких неможливе або утруднене.

До основних переваг обчислювального експерименту можна віднести:

- можливість дослідження об'єкта без модифікації установки;
- можливість дослідження кожного фактора окремо в той час, як у дійсності вони діють одночасно;
- можливість дослідження нереалізованих на практиці процесів.

Обчислювальний експеримент містить такі етапи (рис. 4.10):



Рис. 4.10. Схема обчислювального експерименту

- предметний (фізичний, економічний тощо) опис процесу, глибоке з'ясування закономірностей зміни конкретних явищ;
- розробка математичної моделі;
- розробка алгоритму або методу розв'язування математичної задачі;
- розробка програм;
- проведення розрахунків, аналіз результатів та оптимізація.

Тим самим основу обчислювального експерименту складає тріада: *модель – алгоритм – програма*. Досвід розв'язування великих задач показує, що метод математичного моделювання та обчислювальний експеримент об'єднують переваги традиційних теоретичних і експериментальних методів дослідження.

Варто відзначити, що на практиці результати перших розрахунків, як правило, досить далекі від реальних. Тому відбувається постійне вдосконалення алгоритму, уточнення математичної моделі до збігу з певними тестовими чи контрольними даними. Цей етап, що називається ідентифікацією математичної моделі, завжди присутній в обчислювальному експерименті. Тому не можна говорити про одну модель будь-якого явища. Завжди існує ієрархія математичних моделей, починаючи від простих і закінчуючи більш складними. Варто вибирати певний рівень складності моделі, що відповідає даній конкретній задачі.

4.7. Особливості кібернетичного моделювання

У сучасному науковому знанні досить широко поширена тенденція побудови кібернетичних моделей об'єктів різних класів. Кібернетичний етап у дослідженні складних систем ознаменовані істотним перетворенням мови науки, яка характеризується можливістю вираження основних особливостей цих систем у термінах теорії інформації та управління. Кібернетичне моделювання використовується і як загальний евристичний засіб, і як штучний організм, і як система-замінник, і як демонстраційна функція. Використання кібернетичної теорії зв'язку та управління для побудови моделей у відповідних галузях ґрунтується

на максимальній спільності її законів і принципів для об'єктів живої природи, соціальних систем і технічних систем.

Широке використання кібернетичного моделювання дозволяє розглядати цей логіко-методологічний феномен як невід'ємний елемент інтелектуального клімату сучасної науки. У цьому зв'язку говорять про особливий кібернетичний стиль мислення, про "кібернетизацію" наукового знання. З кібернетичним моделюванням пов'язуються можливі напрямки зростання процесів теоретизації різних наук, підвищення рівня теоретичних досліджень.

Аналіз складних систем за допомогою кібернетичного моделювання, як правило, пов'язується з необхідністю пояснення деяких механізмів їх функціонування. У цьому випадку система кібернетичних понять і принципів виявляється джерелом гіпотез відносно деяких самокерованих систем.

Характеризуючи процес кібернетичного моделювання, варто звернути увагу на такі обставини. Модель, будучи аналогом досліджуваного явища, ніколи не може досягти складності останнього. При побудові моделі вдаються до відомих спрощень, мета яких полягає у прагненні відобразити не весь об'єкт, а з максимальною повнотою охарактеризувати певний його "зріз". Завдання полягає в тому, аби шляхом введення ряду спрощуючих допущень виділити важливі для дослідження властивості. Створюючи кібернетичні моделі, виділяють інформаційно-управлінські властивості. Всі інші сторони цього об'єкта залишаються поза розглядом.

4.8. Автоматизовані системи моделювання

Складність сучасних об'єктів, які містять сотні тисяч, а часом і мільйони компонентів, робить їх дослідження традиційними (ручними) методами практично неможливим. Саме з цієї причини різко зріс інтерес до автоматизованих систем дослідження (проектування), складовою частиною яких є підсистема моделювання.

В останні роки навіть консервативно налаштовані дослідники (розроблювачі) змушені переглянути своє ставлення до сис-

тем автоматизованого проектування, знайшовши в них досить потужні та ефективні інструментальні засоби. Особливо привабливим виглядає можливість замінити діючий макет імітаційною моделлю, а натурні експерименти – модельними. Раніше їх зупиняла недостатня вірогідність імітаційних експериментів, але тепер, здається, з цим усе в порядку.

Система автоматизованого проектування та її невід'ємна частина автоматизована система моделювання дозволяють перевіряти не тільки правильність роботи проектного пристрою, а й з'ясувати його основні характеристики, починаючи з найперших кроків, коли проробляються тільки архітектурні рішення майбутнього проекту.

Сучасні професійні системи моделювання мають такі відмітні риси:

- графічний користувачський інтерфейс, який дозволяє "рисувати" на екрані монітора проектовану схему і часові діаграми на її входах;
- інтерактивне робоче середовище проектування – управляючу оболонку, тобто спеціальну програму, з якої можна завантажувати всі або більшість інших програм пакета, не звертаючись до послуг штатної операційної системи;
- сучасні системи моделювання підтримують ієрархічне проектування як зверху-вниз, так і знизу-вверх;
- багаторівневе моделювання і метод локальної деталізації проекту нерозривно пов'язані з ієрархічним проектуванням;
- багаторозрядні контакти і шини, які дозволяють на верхніх рівнях ієрархії досить лаконічно описувати проект і відразу з'ясувати його працездатність;
- наявність у сучасних системах автоматизованого проектування та автоматизованих системах моделювання постпроцесорів моделювання дозволяє не тільки переглядати в зручній для користувача формі результати моделювання, а й опрацьовувати ці результати, відшуковуючи потрібні події чи стани, вимірювати часові інтервали, контролювати дотримання часових співвідношень;
- сучасні системи моделювання підтримують бібліотечний метод проектування, тобто містять величезне число графічних і

функціональних описів компонентів; причому ці бібліотеки відкриті для додавання в них нових описів, які може виконати користувач;

- у сучасних системах моделювання реалізується механізм просування модельного часу за подіями, який ґрунтується на принципі dz ; це означає, що модельний час просувається, спіраючись на найближчу подію, а не на черговий такт;

- моделювання виконується з урахуванням реальних часових затримок, пов'язаних із поширенням сигналів усередині компонентів; при цьому можуть враховуватися не тільки середні затримки, а й максимальні значення, а також найгірший випадок при їх розкиданні;

- автоматична генерація моделі всієї схеми за її структурним описом;

- інтегрованість з іншими пакетами аналогічного призначення, яка забезпечується відповідними програмами – конверторами, що дозволяють імпортувати та експортувати дані з однієї системи в іншу.

З ієрархічним проектуванням нерозривно пов'язане *багаторівневе моделювання*. При багаторівневому моделюванні різні частини об'єкта (фрагменти) подаються з різною мірою детальності, тобто на різних рівнях ієрархії.

Завершивши проектування даного фрагмента, розроблювач подає його поведінковою моделлю, тобто приховує деталі структурного опису в “чорний ящик”, і розкриває більш детально інший фрагмент об'єкта, який має бути спроектований чи досліджений.

Ця процедура повторюється стільки разів, скільки фрагментів необхідно спроектувати (дослідити) на даному рівні ієрархії. Описаний метод проектування називається *методом локальної деталізації об'єкта*, оскільки в кожному момент часу детально подається тільки один фрагмент – той, який знаходиться “в роботі”. Інші фрагменти згорнуті в “чорні ящики” і не перевантажують модель непотрібними для розв'язування поточної задачі деталями.

Суть бібліотечного методу проектування полягає в тому, що в процесі проектування об'єкт деталізується до деяких еле-

ментарних фрагментів, які називаються структурними примітивами. Кожний примітив має свою поведінкову модель, а розроблювальний об'єкт є певною комбінацією стандартних примітивів. Генерація конкретного варіанта структури виконується на заданому наборі бібліотечних примітивів методом проб і помилок. Одержаний розв'язок вимагає перевірки на працездатність і відповідність вимогам технічного завдання. З цією метою будується структурна модель об'єкта як комбінація поведінкових моделей структурних примітивів, що складають об'єкт.

Приваблива сторона бібліотечного методу проектування полягає в тому, що структурні примітиви можуть належати різним ієрархічним рівням. Завдяки цьому значно підвищується ефективність моделювання. Зрозуміло, що поведінкові моделі повинні досить точно відображати часові параметри примітива. Сучасні системи моделювання дозволяють будувати такі моделі.

Типовий склад професійної системи моделювання охоплює графічну чи текстову мову опису об'єкта. Для моделювання за подіями початковий опис об'єкта, як правило, подається у табличній формі.

Транслятор мови опису даних перетворює початковий опис проекту у формат, придатний для моделювання. Моделювання виконується спеціальною програмою, яка називається *управляючою програмою моделювання* або *модулятором*. На модулятор, як правило, покладаються такі функції:

- початкова ініціалізація моделюючої схеми;
- задання часових діаграм на входах схеми (часто цю функцію виконує інша програма, яка називається редактором вхідних сигналів);
- просування модельного часу за принципом Δt чи dz , а при моделюванні змішаних схем використовуються одночасно обидва принципи;
- автоматична або покрокова реалізація запланованих користувачем модельних експериментів;
- підтримка діалогу з користувачем (запити, діагностичні повідомлення, помилки);

– накопичення та фіксація результатів моделювання і подання їх у бажаній формі (як правило, у вигляді часових діаграм або таблиць).

Для виведення, спостереження та опрацювання результатів моделювання використовується інша програма, яка називається постпроцесором моделювання.

Часто ці програми об'єднуються під загальною назвою *інструментальні засоби моделювання*. Сюди можуть входити і деякі інші програми, наприклад, менеджер ієрархії, менеджер проекту, програма контролю, бібліотекар, налагоджувач поведінкових моделей, програми автоматичної генерації макромоделей тощо.

Сучасні промислові системи моделювання мають засоби проектування поведінкових моделей, які охоплюють *мови логічного моделювання* і відповідні *компілятори*.

Таким чином, можна констатувати, що автоматизовані системи моделювання поєднують засоби для:

- інтерактивного введення структурної схеми проектованого чи досліджуваного об'єкта;
- автоматичної побудови (генерації) його моделі;
- інтерактивного введення часових діаграм вхідних сигналів, у тому числі й безпосередньо у графічній формі;
- автоматичного проведення імітаційних експериментів із побудованою моделлю;
- автоматизованого або інтерактивного опрацювання результатів моделювання.

Під *ефективністю моделювання* розуміється величина:

$$E = \frac{\text{Реальний час роботи об'єкта}}{\text{Процесорний час ЕОМ}}$$

Для підвищення ефективності моделювання використовуються такі методи:

- високорівневе моделювання;
- багатопроцесорні обчислювальні системи;
- механізм просування модельного часу за подіями;
- багаторівневе моделювання;
- метод локальної деталізації;

- мережеве моделювання;
- компілятивний метод моделювання (замість інтерпретуючих);
- апаратні акселератори (прискорювачі) моделювання.

Перераховані методи підвищення ефективності моделювання свідчать про те, що автоматизована система моделювання може бути не тільки програмним, а й апаратно-програмним комплексом. В останньому випадку він охоплює, крім пакета програм, спеціалізовану апаратуру, зокрема багатопроцесорні обчислювальні установки і/або апаратні акселератори (прискорювачі) моделювання.

5

ОСОБЛИВОСТІ ЕКОНОМІКО- МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

5.1. Загальні моделі економічних систем

Моделі економіки – це узагальнене уявлення про специфічні риси організації економічного життя, яке відображає особливості реального господарського механізму, співвідношення різноманітних важелів впливу на соціально-економічні процеси.

В укрупненому вигляді при побудові моделей економічних систем виділяються такі характеристики:

- структуроутворюючі;
- соціально-економічні (змістовні);
- об'ємні та динамічні.

На цій підставі розрізняють ринкові, командні і змішані моделі економіки. При побудові *ринкової моделі економіки* звертають увагу на те, що економіка як система ґрунтується на приватній власності, свободі вибору і конкуренції, спирається на особисті інтереси, обмежує роль уряду. *Командна модель економіки* описується як система, в якій домінують суспільна (державна) власність на засоби виробництва, колективне прийняття економічних рішень, централізоване управління економікою за допомогою державного планування. Під *змішаною моделлю економіки* розуміється тип суспільства, який синтезує елементи перших двох систем. Причому ця модель найбільш адекватна для економіки більшості сучасних держав.

Сучасна ринкова економіка порівняно з усіма іншими економічними системами виявилася найбільш гнучкою: вона здатна перебудовуватися, пристосовуватися до змінюваних внутрішніх і зовнішніх умов.

У другій половині минулого століття, коли широко розгорнулася науково-технічна революція і стала особливо швидко розвиватися виробнича та соціальна інфраструктура, держава почала набагато активніше впливати на розвиток національної економіки. У зв'язку з цим змінився господарський механізм, організаційні форми господарської діяльності та економічні зв'язки між господарюючими суб'єктами (табл. 5.1).

Таблиця 5.1

Деякі відмінності сучасної ринкової економіки від капіталізму XVIII–XIX століть

Основні риси	Капіталізм XVIII–XIX ст.	Сучасна ринкова економіка
Масштаби усупільнення виробництва	Усупільнення виробництва в рамках підприємства	Усупільнення й одержавлення частини господарства в національному та інтернаціональному масштабах
Переважна форма власності	Економічна діяльність одноосібних підприємців-капіталістів	Економічна діяльність на базі колективної приватної і державної власності
Регулювання економіки	Саморегулювання індивідуальних капіталів на основі вільного ринку при слабкому втручанні держави	Активне державне регулювання національної економіки для стимулювання споживчого попиту і пропозиції, запобігання кризам і безробіттю тощо
Соціальні гарантії	Соціальна незахищеність громадян у випадках безробіття, хвороби, старості	Створення державних і приватних фондів соціального страхування і соціального забезпечення

У розвинутій ринковій економіці істотних змін зазнає господарський механізм. Планові методи господарювання одержують подальший розвиток у рамках окремих фірм у вигляді маркетингової системи управління. В той же час на макрорівні розвиток планових методів пов'язаний із державним регулюванням економіки. Тут задача розподілу створеного валового національного продукту розв'язується не тільки на основі традиційно сформованих форм, а й доповнюється виділенням значних ресурсів як великими компаніями, так і державою для вкладень у розвиток “людського фактора”: фінансування систем освіти, в тому числі перепідготовки працівників різної кваліфікації, вдосконалювання медичного обслуговування населення, соціальні нестатки тощо.

На соціальне забезпечення, реалізацію численних програм “боротьби з бідністю” на сьогодні спрямовується не менше 30-40% від усіх державних бюджетних асигнувань у розвинутих країнах із ринковою економікою. В той же час великі фірми піклуються про своїх співробітників, прагнучи активізувати роботу персоналу, підвищити продуктивність праці, скоротити втрати робочого часу і тим самим зміцнити конкурентоспроможність фірми.

В економічно слабозрозвинених країнах існує економічна система, яка адекватно описується в рамках моделі **традиційної економіки**. Цей тип економічної системи базується на відсталій технології, широкому поширенні ручної праці, багатоукладності економіки.

Багатоукладність економіки означає існування при даній економічній системі різних форм господарювання. В ряді країн зберігаються натурально-общинні форми, які ґрунтуються на общинному, колективному веденні господарства і натуральних формах розподілу створеного продукту. Велике значення має дрібнотоварне виробництво. Воно ґрунтується на приватній власності на виробничі ресурси та особистій праці їх власника. У країнах із традиційною системою дрібне товарне виробництво представлене численними селянськими і ремісничими господарствами, які домінують в економіці.

В державах із такою економікою велику роль часто відіграє іноземний капітал, а в житті суспільства переважають освячені

століттями традиції і звичаї, релігійні і культурні цінності, кастовий і становий розподіл. Розв'язування ключових економічних задач тут має специфічні особливості в рамках різних укладів. Для традиційної системи характерна активна роль держави.

Адміністративно-командна система (*централізовано-планова, командна*). Ця система панувала в СРСР, країнах Східної Європи і ряді азіатських держав. Характерними рисами адміністративно-командної системи є суспільна (а в реальності державна) власність практично на всі економічні ресурси, монополізація і бюрократизація економіки в специфічних формах, централізоване економічне планування як основа господарського механізму.

Господарський механізм адміністративно-командної системи має ряд особливостей. Він допускає, по-перше, безпосереднє управління всіма підприємствами з єдиного центру – вищих ешелонів державної влади, що зводить нанівець самостійність господарських суб'єктів. По-друге, держава контролює виробництво і розподіл продукції, в результаті чого виключаються вільні ринкові взаємозв'язки між окремими господарствами. По-третє, державний апарат керує господарською діяльністю за допомогою переважно адміністративно-розпорядничих методів, що підриває матеріальну зацікавленість у результатах праці.

Централізований розподіл матеріальних благ, трудових і фінансових ресурсів здійснюється без участі безпосередніх виробників і споживачів, відповідно до заздалегідь вибраного за “суспільні” цілі і критерії, на основі централізованого планування. Розподіл створеної продукції між учасниками виробництва жорстко регламентується центральними органами за допомогою повсюдно застосовуваної тарифної системи, а також централізовано затверджуваних нормативів на фонд заробітної плати.

У випадку з'єднання і переплетення форм господарства, формаційних утворень, цивілізаційних систем, а також більш складних сполучень різних елементів економічну систему варто описувати в рамках моделі **змішаної економічної системи** (змішаної економіки). Відмінна риса такої економіки полягає у гетерогенності (різномірності) елементів, що входять у неї.

В сучасних умовах змішана економіка з'являється в таких укрупнених формах:

- змішана економіка у країнах, що розвиваються (особливо слаборозвинених), у яких “змішання” викликане низьким рівнем розвитку і наявністю відсталих економічних форм;
- змішана економіка розвинутих країн (розвинута змішана економіка).

Ідеї змішаної економіки, що з'явилися на рубежі двох останніх століть і одержали широке поширення, відображають реальні зміни в соціально-економічному житті, які особливо підсилювалися в післявоєнний період. Ці зміни проявилися в ускладненні форм взаємодії ринку і державного регулювання економіки, частки підприємництва і процесу соціалізації, а також у помітному проникненні в структуру суспільних систем постіндустріальних начал.

Сам термін “змішана економіка” не має однозначного тлумачення. Його первісне і найбільш розповсюджене трактування робить наголос на сполученні різних секторів економіки (приватної і державної), на розмаїтості форм власності. Друга позиція, яка одержала імпульс від кейнсіанства, висуває на перший план проблему сполучення ринку, ринкового механізму і державного регулювання. Третя позиція, ініційована різноманітними соціал-реформістськими течіями, ґрунтується на сполученні капіталу приватного підприємництва і соціальності, суспільних соціальних гарантій. Нарешті, ще одна позиція, що впливає з цивілізаційного підходу, націлює на проблему співвідношення економічних і неекономічних начал у структурі сучасного суспільства.

Зазначені трактування змішаної економіки в сучасних умовах не суперечать одне одному. Вони лише відображають наявність декількох ліній формоутворення сучасного типу розвинутої економіки та їх єдність. Змішана економіка є одночасним сполученням ряду параметрів, а саме: сполучення приватного і державного секторів економіки, ринку і державного регулювання, бізнесових тенденцій і соціалізації життя, економічних і неекономічних начал.

Параметри змішаної економіки мають відносну самостійність. Проте можливе превалювання того чи іншого параметра або однієї групи параметрів в умовах різних країн.

Змішаність економіки характеризує не тільки наявність різноманітних структурних елементів у її складі, а й утворення конкретних форм їх сполучення в реальній економіці. Прикладом цього є приватно-державні акціонерні підприємства, контрактні угоди державних органів із приватними фірмами, соціальне партнерство і т.п.

Сьогодні змішана економіка є цілісною системою, яка виступає адекватною формою сучасного розвинутого суспільства. Елементи, що її утворюють, спираються на такий рівень продуктивних сил і на такі тенденції соціально-економічного розвитку, які об'єктивно вимагають доповнення ринку державним регулюванням приватногосподарської ініціативи, соціальними гарантіями, а також включення в економічну структуру суспільства постіндустріальних начал. Змішана економіка не є конгломератом, хоча й поступається “чистим” системам в однорідності складових її елементів.

Розглянуті моделі є найбільш загальними моделями економічних систем. Разом із тим варто мати на увазі, що, незважаючи на загальні закони розвитку економіки в рамках конкретної моделі, її реалізація має національну специфіку в організації господарства, оскільки країни відрізняються історією, рівнем економічного розвитку, соціальними і національними умовами. Так, в адміністративно-командній системі існували моделі радянська, китайська тощо, які, безумовно, мали свої національні особливості.

Найбільше число моделей з безумовно вираженою національною основою має регульована ринкова економіка, хоча ця економіка має чимало загальних, універсальних рис, притаманних кожній національній економіці.

Характерним для регульованої ринкової економіки є наявність двох секторів (державного і приватного), які відіграють істотну роль у процесі макроекономічного відтворення, та двох механізмів регулювання – державного і ринкового.

При розгляді моделей регульованої ринкової економіки варто з урахуванням національних особливостей кожної країни за критерій класифікації взяти цільову спрямованість державного регулювання економіки, тобто роль держави (масштаби, мету, методи) в регулюванні соціально-економічних процесів.

Прикладом моделі змішаної економіки є економіка США. Тут головною метою держави виступає створення умов для розвитку підприємництва, зростання продуктивності праці на всіх рівнях підприємницьких структур на основі максимального використання науково-технічного прогресу. Держава не ставить своєю безпосередньою метою забезпечення соціальної рівності. Державний сектор народного господарства займає незначну питому вагу у виробництві валового внутрішнього продукту. Проте держава здійснює перерозподіл доходів і багатства для забезпечення соціальної стабільності в суспільстві (державні витрати складають більше 30% валового внутрішнього продукту). Співвідношення доходів 20% найбідніших і найбагатших родин США складає 1:9,5.

Корпоративні риси моделі регульованої ринкової економіки характеризують економіку Японії. Головною метою держави в цій країні є захист інтересів великого бізнесу. Істотні риси японської моделі економіки зводяться до пріоритету національних інтересів над приватними, до забезпечення конкурентоспроможності товарів на світових ринках, до збереження низької питомої ваги державного сектора в економіці, до використання різноманітних форм непрямого державного регулювання економіки. Перешкод із боку держави соціальному розширанню суспільства тут немає. Характерним є відставання зростання заробітної плати від зростання продуктивності праці. Прямі практика патерналізму і довічного наймання.

Економіка Німеччини асоціюється з соціально орієнтованою ринковою економікою. Її варто розглядати як особливу модель регульованої економіки, що характеризується набором соціально-економічних інститутів, які обумовлюють функціонування всіх елементів цієї системи в напрямку цілей соціальної справедливості, захищеності, високого рівня та якості життя. На відміну від економік, які забезпечують високий рівень життя і значні соціальні витрати, соціально-економічні та правові системи соціально орієнтованої ринкової економіки спрямовані на досягнення соціальної згоди при забезпеченні високого рівня життя основної маси населення. Її основні принципи полягають в органічній єдності ринку і держави, у захисті конкуренції, у со-

ціальному партнерстві. Останнє проявляється в реалізації “принципу співучасті”, тобто участі найманих працівників у роботі наглядових рад фірм із правом вирішального голосу, а також в обмеженні права на страйк.

У ряді інших країн існує своя національна специфіка основних рис соціально орієнтованої ринкової економіки. Зокрема, виділяються континентальна (Австрія, Бельгія, Нідерланди, Швейцарія, почасти Франція), англосаксонська (Великобританія, Ірландія, Канада), середземноморська (Греція, Іспанія, Італія), скандинавська (Швеція, Данія, Норвегія, Фінляндія) моделі соціально орієнтованої ринкової економіки.

Тут треба підкреслити, що Україні варто будувати свою модель соціально орієнтованої ринкової економіки, спираючись як на загальні закони її розвитку, так і на свої українські традиції та звичаї, на менталітет українського народу.

5.2. Роль економіко-математичних моделей в управлінні економічними об'єктами та процесами

Будь-яке управління в економіці пов'язане з виробленням і прийняттям управлінських рішень, що втілюються в керуючі впливи. У ході пошуку та аналізу можливих рішень, вибору кращого з них, формування керуючих впливів суб'єкти управління прагнуть встановити, наскільки їм вдалося вибрати кращий варіант, як реально “спрацює” прийняте рішення і які будуть його наслідки. Хотілося б, безумовно, перш ніж здійснювати керуючий вплив, прийняти остаточне рішення, перевірити його дієвість і наслідки, вдаючись до експерименту.

Але натурний експеримент в економіці здійснити досить важко, адже будь-яка економічна діяльність пов'язана з людьми, а перевіряти на людях різні варіанти управління, перевіряти їх наслідки небезпечно. Тому в ході вироблення управлінських рішень особи, які їх готують, продумують варіанти, результати, наслідки рішень у своїй уяві. При цьому фактично використовуються логічні моделі процесів управління, уявні

сценарії їх протікання. Проте можливості навіть кваліфікованого, досвідченого фахівця відтворити у своєму мозку поведінку об'єкта управління під впливом різноманітних керуючих впливів досить обмежені. Доводиться залучати на допомогу математичні розрахунки, які доповнюють уявлення та ілюструють очікувану картину керованого процесу у вигляді цифр, кривих, графіків, таблиць. Використання математичних методів при формуванні уявлень про економічні об'єкти і процеси в ході економічного аналізу, прогнозування, планування називається застосуванням **економіко-математичних методів**.

Найбільш розповсюджена форма, основний інструментарій втілення економіко-математичних методів – це економіко-математичне моделювання, тобто подання економічного об'єкта чи процесу у вигляді економіко-математичної моделі і дослідження цього об'єкта чи процесу за допомогою побудованої економіко-математичної моделі. **Економіко-математична модель** є формалізованим описом керованого економічного об'єкта (процесу), що охоплює заздалегідь задані, відомі параметри, показники і шукані невідомі величини, які характеризують стан об'єкта, його функціонування, й об'єднані між собою зв'язками у вигляді математичних залежностей, співвідношень, формул. Відзначимо, що до економіко-математичних моделей прийнято відносити не тільки математичний опис об'єктів і процесів, а й логічні зв'язки у вигляді, наприклад, матриць, графів, структурних схем.

Завдяки моделюванню суб'єкт управління, що готує та обґрунтовує управлінські рішення, здатний у ході аналізу мати справу не з реальним об'єктом управління, а з його аналогом у вигляді моделі. Це значно розширює можливості пошуку кращих способів управління, не порушує функціонування реального об'єкта управління в період вироблення управлінських рішень, тобто дозволяє уникнути експериментів із реальним об'єктом, замінюючи їх експериментами, проведеними на моделях. З'являється можливість застосувати обчислювальну техніку, використовувати комп'ютери, для яких математична мова моделей є найзручнішою.

Здається, що застосування економіко-математичних моделей в управлінні усуває більшість труднощів вироблення та обґрун-

тування управлінських рішень, відкриває дорогу раціональному, навіть оптимальному управлінню. Але в дійсності це далеко не так. Головна вимога до економіко-математичних моделей полягає в тому, що вони повинні мати **адекватність**, тобто відповідати модельованим економічним об'єктам або процесам, які є предметом управління.

Вимога адекватності не носить абсолютного характеру, оскільки, за означенням, модель покликана відображати тільки істотні властивості реального об'єкта управління і його поведінки, які мають визначальне значення в процесі управління. Проте в переважній більшості випадків економіко-математичні моделі виявляються нездатними адекватним чином втілити, відобразити і виразити властивості, найбільш істотні для управління, не повною мірою задовольняють вимоги адекватності.

Причина полягає в тому, що основним об'єктом управління економікою є люди, а вірогідно описати математичною мовою поведінку людей як об'єктів управління, що знаходяться під впливом керуючих впливів, не є можливим. До того ж, побудувавши економіко-математичну модель функціонування керованого об'єкта, немає безпосередньої можливості переконатися в тому, що вона відображає істотні для даного процесу властивості об'єкта управління. Потрібна перевірка відповідності на реальному об'єкті, тобто реальний експеримент, що важко провести в економіці. Як правило, перевірка адекватності економіко-математичної моделі реальному об'єкту управління здійснюється на основі даних про функціонування цього об'єкта в минулому. Але така перевірка відповідності моделі реальному об'єктові, якщо вона навіть можлива, не дозволяє прийти до впевненого висновку, оскільки не відповідає новим умовам функціонування досліджуваного об'єкта.

Спроба відобразити в економіко-математичній моделі всі істотні властивості об'єкта управління нашоується на множинність і мінливість властивостей, притаманних керованим економічним об'єктам як складним системам. Поведінку економічних об'єктів під впливом управління визначають їхні зв'язки і взаємодії з іншими об'єктами і з навколишнім середовищем, які важко піддаються математичному моделюванню.

Виражена динамічність керованих соціально-економічних процесів проявляється в неперервній зміні їх параметрів, у зміні структури системи, в якій протікають ці процеси. Таку мінливість, динамічність не вдається повноцінно, адекватно відтворити в математичній моделі. Більшість економіко-математичних моделей носять дискретний і статичний характер, тоді як процеси, що моделюються, неперервні і динамічні. Динамічні й умови, в яких функціонує модельований об'єкт управління. За період, що охоплює відрізок часу між моделюванням і реальним функціонуванням керованого об'єкта, умови функціонування об'єкта, закладені в модель, можуть настільки змінитися, що поведінка об'єкта буде відрізнятися від передбачуваної математичною моделлю.

Нарешті, не можна випускати з уваги дію випадковості і невизначеності на керовані економічні об'єкти і процеси, врахування яких в економіко-математичних моделях досить утруднене. Відпрацьований, застосовуваний апарат економіко-математичного моделювання спирається, в основному, на використання детермінованих моделей, у яких випадковість у явній формі не враховується. В принципі відомі стохастичні моделі, які оперують методами теорії випадкових процесів, теорії ймовірності і математичної статистики, але поки що вони мають вузьку сферу застосування в управлінні.

Недостатня адекватність економіко-математичних моделей реальним об'єктам і процесам, які вони моделюють, аж ніяк не заперечує їх застосування в управлінні, але обмежує роль математичного моделювання. Найчастіше результат економіко-математичного моделювання є предметом міркування для осіб, які беруть участь в управлінні, що дає їм можливість розширити, доповнити уявлення про очікуване функціонування об'єкта управління при тих чи інших керуючих впливах, а також про результативність управління в різних його варіантах. У цьому розумінні на перший план виходить консультуюча роль економіко-математичного моделювання. Моделі підказують керівникам те, на що вони повинні звернути увагу, розширюють сферу способів, засобів і потенційно можливих результатів управління.

Реалізованість економіко-математичного моделювання з використанням сучасної комп'ютерної техніки, засобів передаван-

ня і відображення інформації дозволяє багаторазово підвищити кількість розглянутих варіантів управління, які відрізняються характером управлінських рішень, діапазоном зміни факторів, що впливають на об'єкт управління. Завдяки цьому застосування економіко-математичних моделей в управлінні дозволяє наблизитися до раціональних, а то й до оптимальних рішень, які забезпечують краще використання економічних ресурсів, досягнення високої ефективності управління.

Економіко-математичні методи та моделі є великим і досить потужним науково-дослідним, аналітичним інструментом пізнання. Завдяки тому, що економіко-математичне моделювання поширює свої можливості на всі рівні управління, починаючи від економіки країни і закінчуючи економікою підприємства, фірми, невеликої компанії, окремого господарства, можна поєднувати окремі моделі в систему моделей, яка імітує реакцію об'єктів різних рівнів на макроекономічні керуючі впливи. При вмілому використанні багаторівневі системи економіко-математичних моделей дозволяють судити про необхідне ув'язування заходів реформи управління на різних рівнях, досягнення їхньої несуперечності.

Багаторічним світовим досвідом доведено, що економіко-математичні моделі здатні бути потужним засобом наукового аналізу, прогнозування, аналітичного планування найрізноманітніших соціально-економічних процесів. Проте можливості безпосереднього використання економіко-математичних моделей у практичному управлінні конкретними соціально-економічними об'єктами виглядають менш вражаюче. Частково це зумовлено вказаними труднощами застосування математичних моделей до задач управління економікою. Проте є інші обмежувальні умови, які перешкоджають використанню таких моделей як інструменту соціально-економічного управління, про які йтиметься нижче.

5.3. Деякі особливості застосування економіко-математичних моделей в управлінні

Не можна не відзначити, що впровадження і використання економіко-математичних методів у практиці управління просу-

ваються повільними темпами, міра їх застосування набагато нижча за потенційно можливу, а вплив на якість управлінських робіт невелика. Автоматизовані системи управління багато в чому не виправдали великих надій, які на них поклалися, їх ефективність недостатня. При відчутних успіхах у створенні аналітичних моделей, використовуваних як науковий аналіз і прогнозування економічних процесів, досягнення в застосуванні моделей у реальній технології управління набагато скромніші. Більшість управлінських задач, розв'язуваних із застосуванням моделей, надовго залишаються в так званій “дослідній” експлуатації, застосовуються паралельно з “немодельною” технологією, яка залишається основною. Користувачами моделей виступають переважно їхні розроблювачі.

Є помітний розрив між масштабами дослідницької діяльності в галузі економіко-математичних методів планування та управління і практичним використанням результатів цієї діяльності, глибиною їх впливу на якість управлінських робіт.

Моделювання соціально-економічних систем набагато складніше за моделювання природних процесів і технічних об'єктів у зв'язку з необхідністю врахування факторів соціальної природи. Якщо технічні об'єкти інваріантні відносно соціальних систем, які їх використовують, то цього ніяк не можна сказати про економічні об'єкти. Математичні моделі економіки, що використовуються в управлінні, повинні відображати такі аспекти, як соціальна спрямованість цілей, зіставлення і раціоналізація потреб, врахування та узгодження інтересів різних груп і колективів, розподільні відносини, стимули, сполучення централізації і децентралізації, організаційні структури. Ці якісні сторони економічних процесів важко виразити в числовій формі, тому відповідні керуючі впливи виробляються не стільки шляхом розрахунків, скільки на основі неформалізованих процедур аналізу, узгодження, обговорення, експертної оцінки, прийняття рішень. Тому управління необхідно будувати на основі сполучення формалізованих і неформалізованих методів, а в системах управління повинні сполучитися економіко-математичні моделі, розрахунки, неформалізовані процедури аналізу, оцінки, прийняття рішень, об'єднані в загальну технологічну схему.

Недостатньо ефективного впровадження економіко-математичних методів і моделей у практику управлінських робіт пояснюється й невідповідністю до їх сприйняття, невдалим, недоречним застосуванням математичних методів, які породжують недовіру до них.

Часто спостерігається ситуація, коли математично строго поставлена економічна задача, метод розв'язування якої пройшов експериментальну перевірку на умовній інформації, не вбудується у реальну технологію управлінського процесу. Доводиться витратити роки зусиль і масу засобів, аби відпрацьований у дослідницьких умовах метод став надбанням практики. Подібна картина виникає в тих випадках, коли при відпрацьовуванні економіко-математичного методу або моделі первинними є математична форма і метод, тоді як економічна постановка задачі, її місце в технології управлінського процесу, забезпеченість початковою інформацією відсуваються на другий план. Не можна створити ефективного методу й алгоритму розв'язування економічної задачі без врахування особливостей організації і технології управлінського процесу, частиною якого повинна стати ця задача. Якщо цією обставиною зневажають, то “математичну цеглу” неможливо вкласти у будинок управлінської технології.

Недопустиме формальне запозичення і перенесення сформованих понять і означень, пов'язаних із розв'язуванням математичних задач, на задачі економічної, управлінської природи. Поняття “задача”, “розв'язування задачі” ввійшли в управлінську практику у зв'язку з використанням у ній математичних методів, застосуванням обчислювальної техніки, автоматизацією управління економічними об'єктами і процесами. У ході автоматизації управління основним засобом вивчення і перетворення технології розробки управлінських рішень стало її подання у вигляді стійких послідовно-паралельних ланцюжків взаємозалежних економічних задач. Формування на цій підставі функціонально-структурних схем планування та управління відіграло чималу роль при аналізі структури і змісту управлінських процесів, поклато початок особливостям їх моделювання. Матрично-мережеві схеми, у вузлах яких зосереджені управ-

лінські функції, реалізовані шляхом розв'язування відповідних задач, стали основною формою моделей, що прийшли на зміну переважно словесним описам (вербальним моделям) управлінських процесів. Завдяки функціонально-структурному моделюванню управлінська технологія стала реальним об'єктом проектування.

Проте спроби структуризації та формалізації технології розробки управлінських документів і рішень із використанням схем, що визначають зміст і порядок розв'язування економічних задач, наштотували на певні труднощі. Реальна технологія виявилася складнішою, ніж моделююча її схема. Хоча в процесі управління дійсно розв'язуються задачі, зафіксовані у схемах, мережових моделях або в переліку задач, конкретний зміст задач і послідовність їх розв'язування не стабільні, а змінюються залежно від окремих умов, таких, як особливості періоду формування розв'язку, зміна цільової настанови, виявлення нових можливостей, уточнення ресурсів, поява додаткової інформації тощо. Те, що було невідомим на першому етапі розробки, стає відомим на іншому, окремі цільові показники переводяться в розряд обмежень, міняються місцями “входи” і “виходи” задачі й шукані показники. Все це приводить до необхідності аналізу початкового поняття “управлінська задача”, зіставлення його з поняттям “математична задача”, виявлення спільності і різниці цих понять.

У загальному випадку економіко-управлінська задача може бути сформульована так: виходячи з поставлених суб'єктом управління або заданих йому цільових настанов, відповідно до наявних політичних, соціальних, науково-технічних, виробничо-технологічних, екологічних умов і факторів, а також враховуючи ресурсні обмеження, встановити, яким чином можна і варто перевести об'єкт управління з його початкового в бажаний, що відповідає цілям управління, стан. Таким чином, умова управлінської задачі повинна містити цільову настанову, обмеження на сферу допустимих рішень, характеристику шуканих показників і завдань, початкові дані для визначення шуканих величин, зв'язки шуканих показників з іншими, обумовленими їх економічним змістом і організацією робіт. Розв'язуванням задачі

є одержання шуканих величин із умов задачі й у цьому розумінні економіко-управлінська задача аналогічна математичній. При цьому є істотні відмінності.

Розроблювачі економіко-математичних методів і моделей, як правило, виходять із того, що класична математична постановка задачі цілком погоджується із сформульованою постановкою планово-управлінської задачі. Насправді це далеко не так. Одне із найлаконічніших визначень математичної задачі має вигляд: “Дано A , визначити X ”. При цьому передбачається, що постановці (формулюванню) задачі притаманні певні властивості. Вкажемо їх.

Властивість можливості розв'язування задачі щодо шуканого X допускає, що умови A достатньо, аби знайти X за допомогою формального алгоритму перетворень, відшукування якого дає ключ до розв'язування. Якщо даних A , які наведені в умові, недостатньо для визначення X , задача вважається некоректно поставленою.

Властивість визначеності задачі означає, що існує алгоритм, який дозволяє відшукати (у детермінованому чи ймовірнісному розумінні) всю множину значень X , які відповідають умовам задачі. В іншому разі задача вважається невизначеною, що має незліченну множину розв'язків, або взагалі їх не має.

Математик має справу з коректно поставленими, розв'язними, визначеними задачами. Розробляючи метод розв'язування економічної, управлінської задачі, він прагне сформулювати її так, аби вона була коректною і визначеною в математичному розумінні. Того ж він вимагає від економіста, який формулює задачу. Тим часом у спробі “строгої” математичної постановки економіко-управлінських задач криється джерело непорозуміння і невдач, оскільки чимало економічних задач у їх формальному тлумаченні сприймаються як некоректні, невизначені, які не мають або мають множину розв'язків, хоча в економічному розумінні поставлені правильно.

Такий на перший погляд незрозумілий і суперечливий висновок має реальну підставу, оскільки про правильність постановки економічної задачі не можна судити з формально-математичних позицій. Ряд специфічних особливостей принципово

відрізняє реальні економіко-управлінські задачі від формально трактованих математичних задач, внаслідок чого, перш ніж застосовувати математичні методи і будувати математичні моделі, необхідно ретельно, глибоко продумати й обґрунтувати процес зведення економічної задачі до похідної від неї математичної задачі.

По-перше, при розв'язуванні економіко-управлінських задач потрібно брати до уваги якісні фактори, які не піддаються формалізації, які не виражені в кількісній, числовій формі безпосередньо в умові задачі. Перекладання цих умов і факторів у конкретні кількісні параметри, які є необхідною інформацією для математичної постановки і розв'язування економічної задачі управління, найчастіше здійснюється експертним шляхом працівником, що формулює і розв'язує задачу, або компетентними фахівцями. Тому при постановці й розробці методів економіко-управлінських задач треба передбачати неформальні процедури формування інформації, яка доповнює умову задачі.

По-друге, економіко-управлінська задача у початковому вигляді найчастіше не має повної закінченої умови, умова формується, доповнюється в процесі розв'язування задачі та її взаємодій з іншими задачами. Динамічність умови задачі, що проявляється в уточненні, зміні в процесі розв'язування початкової інформації і поступовому знятті невизначеності шляхом одержання інформації з інших паралельно розв'язуваних задач, перетворення її з некоректної в коректну в процесі розв'язування є однією із характерних рис реальних економічних задач управління.

По-третє, при розв'язуванні ряду управлінських задач необхідно враховувати фактор невизначеності, пов'язаний із впливом важко передбачуваних умов, які не можуть бути заданими заздалегідь. У цьому випадку в процесі розв'язування задачі доводиться вводити гіпотези, які знімають невизначеність, варіюючи тим самим умову задачі.

Всі зазначені особливості управлінських задач здатні породити сумнів у тому, що їх постановка і розв'язування взагалі можуть належати математику. Звідси впливає песимізм відносно доцільності та перспективності застосування математичних

методів і моделей в управлінні. Тим часом невір'я в ефективність використання економіко-математичних методів в управлінні – настільки ж крайня точка зору, як і полярно протилежна думка про їх всесилля. Дотримання ряду умов, вибір раціональних шляхів і засобів використання можуть гарантувати можливість одержання високої віддачі математичних методів і моделей, електронно-обчислювальної техніки, застосовуваних у плануванні та управлінні.

Необхідно істотно наблизити розробку економіко-математичних моделей до управлінської практики, повсюдно перейти до принципів модельних розробок, згідно з якими економічна постановка задач первинна, а математична модель похідна, вторинна і повинна розроблятися під реальні, конкретні управлінські задачі. Доцільно здійснювати розробку економіко-математичних методів і моделей у творчому союзі з керівниками, працівниками органів управління. Участь компетентних фахівців у постановці задачі повинна поширюватися і на відпрацьовування методів їх розв'язування, оскільки фахівець здатний підказати, як дати кількісну оцінку якісним факторам, як врахувати неформальний характер окремих умов, як формувати відсутню інформацію в процесі розв'язування задачі. Потреба в здійсненні фахівцями органів управління неформалізованих процедур проявляється не тільки в процесі розв'язування задачі, а більшою мірою – на стиках задач, при їх об'єднанні у систему розрахунків. Існуюче серед економістів-математиків прагнення до прямого об'єднання окремих модельних побудов у систему моделей, призначених для наскрізного розв'язування економічних задач управління різного змісту і рівня, не відповідає вимогам реальної технології управлінського процесу. Крім того, якщо працівник апарату управління не бере участі у формуванні проміжних рішень, ув'язуванні окремих задач, він перестав відчувати механізм кристалізації рішень і не довіряє йому, а наступний аналіз найчастіше показує, що рішення не задовольняє багато умов, які працівник не зміг внести через “прихованість” проміжних результатів.

У цьому розумінні неодмінною умовою ефективного використання економіко-математичних методів і моделей, реалізова-

них за допомогою застосування сучасної обчислювальної техніки, покликано стати формування діалогових систем розв'язування економічних задач управління і використання діалогових режимів роботи. Діалогізація автоматизованих управлінських робіт повинна здійснюватися таким чином, аби велика частина проміжної, “вузлової” інформації надходила на дисплей комп'ютера з метою забезпечення працівникові можливості періодичного втручання в процес розрахунку і здійснення корегування керуючих параметрів, уточнення інформації, вибору варіантів на основі наявних у працівника “фону умов та установок”. Поряд із діалогом, зафіксованим у програмі заздалегідь, програмне забезпечення повинно надавати можливість користувачеві ініціювати діалог в інших точках, які він вибирає під час розв'язування задачі.

Настійно необхідний пошук математичного апарата розв'язування управлінських задач із урахуванням зазначених особливостей їх постановки. Мабуть, назріла необхідність розробки математичної теорії розв'язування задач з постановкою, яка ітераційно уточнюється, і можливістю гнучкого задання й зміни параметрів в умові задачі. Характерною рисою математичних методів розв'язування управлінських задач повинна стати оцінка чутливості розв'язку до зміни умов задачі. У цьому напрямку багатообіцяючою стає розробка проблемно-орієнтованого програмно-математичного забезпечення у вигляді універсальних математичних алгоритмів розв'язування широкого класу економічних задач управління з автоматичним налаштуванням на індивідуальну задачу.

Універсальні проблемно-орієнтовані засоби розв'язування управлінських задач із використанням алгоритмів, які автоматично (у діалоговому режимі) адаптуються до змісту конкретної задачі, складу початкової і вихідної інформації, здатні революційним чином перетворити управлінську технологію, радикально прискорити її автоматизацію. Такі засоби дають можливість відмовитися від розробки методів і алгоритмів розв'язування кожної управлінської задачі окремо, тобто здійснити перехід від задачної технології формування управлінських рішень до “модульної”, у якій схема розрахунку генерується в

процесі його здійснення відповідно до змісту розв'язуваної задачі універсальним алгоритмом.

Для ефективного використання економіко-математичних моделей в управлінні важливо розрізнити моделі, які призначені для безпосереднього використання й вбудовування в управлінську технологію, і аналітичні, дослідницькі, що використовуються для проведення прогностно-аналітичних розрахунків і обґрунтувань. Аналітичні моделі покликані, по-перше, формувати первинні орієнтири, тобто значення економічних показників, використовуючи які працівники управління зможуть ефективніше та якісніше виробляти планово-управлінські рішення традиційними “немодельними” методами. Такі моделі використовуються для прогностно-аналітичних розрахунків, які випереджають або супроводжують практичне управління. Це моделі дослідницького типу, що “виробляють” попередню або допоміжну інформацію про керовані процеси, визначають орієнтовані значення показників або величини розрахункових показників, на підставі яких визначаються або уточнюються показники проектів, планів, програм, постанов. Крім того, відповідним чином побудовані теоретико-математичні моделі дозволяють одержувати якісні висновки про поведінку економічних об'єктів управління в тих чи інших умовах і ситуаціях. Робота над аналітичними моделями створює науковий заділ для подальшого вдосконалювання системи економіко-управлінських моделей. На цих моделях можуть експериментально перевірятися чимало пропозицій пошукового і дослідницького характеру.

Завдяки своїй автономії відносно регламентованого управлінського процесу аналітичні моделі піддаються безперервному вдосконалюванню. Ці моделі можна використовувати як одиничні, з них вдається формувати аналітичні модельні комплекси та аналітичні системи моделей.

Створення і впровадження в практику управління комп'ютерних мереж дають можливість ввести принципово новий елемент – автоматизоване робоче місце працівника органів управління, яке дозволяє забезпечити широкий набір послуг при роботі з інформацією, документами. Створення автоматизова-

ного робочого місця повинне здійснюватися з урахуванням функцій і характеру праці різних категорій працівників.

В умовах впровадження єдиної інформаційної мережі і системи автоматизованих робочих місць в управлінських органах відкриваються широкі можливості комплексного вдосконалення технології та організації управління. З погляду технології перераховані засоби створюють реальну основу для перекладання всього процесу управління на “безпаперову” технологію, при якій у вигляді паперових документів оформляються лише остаточні результати тієї чи іншої стадії робіт, а всі види проміжного обміну інформацією (насамперед всередині органу) виконуються за допомогою комп’ютерної мережі.

5.4. Основні види економіко-математичних моделей

Існує значна розмаїтість видів, типів економіко-математичних моделей, придатних для використання в управлінні економічними об’єктами і процесами й у тій чи іншій мірі застосовуваних на практиці. Економіко-математичні моделі діляться на аналітичні і прикладні, детерміновані і стохастичні, на макроекономічні і мікроекономічні залежно від рівня модельованого об’єкта управління, на динамічні, які характеризують зміну об’єктів управління в часі, і статичні, що описують взаємозв’язки між різними параметрами, показниками об’єкта в один і той же час. Дискретні моделі відображають стан об’єкта управління в окремі, фіксовані моменти часу, а неперервні характеризують неперервну зміну показників діяльності об’єкта в часі. Імітаційними називаються економіко-математичні моделі, які використовуються з метою імітації керованих економічних об’єктів і процесів із застосуванням засобів інформаційної та обчислювальної техніки. За типом математичного апарата, що застосовується в моделях, виділяються економіко-статистичні, кореляційно-регресійні моделі, моделі лінійного і нелінійного програмування, матричні моделі, мережеві моделі тощо. Можливі й інші способи класифікації економіко-математичних моделей.

Розглядувані нижче окремі види економіко-математичних моделей, які застосовуються в управлінні, виділені насамперед за ознакою сфери їх практичного застосування в задачах управління економікою. Короткий опис моделей, що входять у групу даного виду, дозволяє зрозуміти сутність і призначення моделей цієї групи, сферу їх використання.

5.4.1. Факторні моделі

До групи економіко-математичних факторних моделей відносяться моделі, які охоплюють, з одного боку, економічні фактори, від яких залежить стан і зміна керованого економічного об’єкта, а з другого боку, параметри (показники) стану об’єкта, які залежать від цих факторів. Якщо фактори відомі, задані, то модель дозволяє визначити шукані, невідомі параметри. Можлива і зворотна постановка задачі, при якій задаються бажані показники стану економічного об’єкта, а потрібно за допомогою моделі встановити значення факторів, які забезпечують досягнення необхідних показників. При подібній постановці фактори є шуканими керуючими впливами, здатними надати об’єктові управління бажаний стан, перевести його в цей стан. Факторні моделі найчастіше подаються досить простими в математичному відношенні лінійними або степеневими функціями, які характеризують зв’язок між факторами і залежними від них параметрами економічного об’єкта (процесу).

Приклад 1. Модель у вигляді виробничої функції. Виходимо з того, що валовий національний продукт країни *ВНП*, виражений у мільярдах гривень, залежить від кількості зайнятих економічною діяльністю людей *L* (у тисячах осіб) і обсягу вкладеного в економіку капіталу *K*, обчисленого в мільярдах гривень:

$$ВНП = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

Таку залежність в економіці прийнято називати **виробничою функцією**, у якій *L* і *K* відіграють роль факторів виробництва.

Нехай відомо, наприклад, що $A = 0,6$; $\alpha = 0,5$; $\beta = 0,5$; $L = 60000$. Потрібно знайти обсяг капіталовкладень *K*, який за-

безпечує одержання $VPH = 2000$ мільярдів гривень на рік. З умови випливає, що

$$2000 = 0,5\sqrt{60000K},$$

звідки знаходимо:

$$K = \frac{4 \times 10^6}{0,36 \times 6 \times 10^4} \approx 200 \text{ мільярдів гривень.}$$

Інший варіант постановки розглянутої задачі може полягати в тому, аби встановити, якою буде величина VPH , якщо збільшити капіталовкладення K в три рази, тобто прийняти $K = 600$ мільярдів гривень. Як впливає з розрахунку, у цьому випадку $VPH = 0,6 = 3600$ мільярдів гривень, тобто збільшення капіталу K на 400 мільярдів гривень дозволяє одержати збільшення VPH на $3600 - 2000 = 1600$ мільярдів гривень.

Приклад 2. Факторна модель продуктивності праці. Виходимо з того, що продуктивність праці працівника $ПП$, обчислена у вартості виробленої ним за одну годину робочого часу продукції, виражається формулою у вигляді лінійної залежності продуктивності від трьох факторів

$$ПП = a_1T + a_2\Phi + a_3ЗП,$$

де T – стаж роботи зі спеціальності в роках; Φ – фондооснащеність працівника, виражена у вартості використовуваних ним технічних засобів виробництва у гривнях; $ЗП$ – годинна заробітна плата працівника у гривнях.

Коефіцієнти a_1, a_2, a_3 відповідно дорівнюють: $a_1 = 0,5$; $a_2 = 0,001$; $a_3 = 3,0$.

Застосовуючи зазначену факторну модель і вважаючи, що працівник має стаж роботи $T = 20$ років, а вартість використовуваних ним технічних засобів виробництва складає $\Phi = 16000$ гривень, визначимо, яку годинну зарплату треба виплачувати працівникові, аби його продуктивність $ПП$ склала 50 гривень на годину. Підставляючи початкові дані у формулу моделі, одержуємо:

$$50 = 0,5 \times 20 + 0,001 \times 16000 + 3,0 \times ЗП.$$

$$\text{Звідси } ЗП = \frac{50 - 0,5 \times 20 - 0,001 \times 16000}{3} = 8 \text{ гривень за годину.}$$

Вказана модель дозволяє розв'язувати і ряд інших задач управління продуктивністю праці. Наприклад, можна за звітними даними фірми про значення $ПП, T, \Phi, ЗП$ обчислити коефіцієнти a_1, a_2, a_3 , які характеризують інтенсивність впливу різних факторів на продуктивність праці в даній фірмі. Нехай на прикладі трьох працівників фірми встановлено, що:

1) для працівника, який має стаж $T = 10$ років, фондооснащеність $\Phi = 20000$ гривень і зарплату 10 гривень на годину, продуктивність праці $ПП$ дорівнює 95 гривень на годину;

2) для другого працівника, що має стаж $T = 16$ років, фондооснащеність $\Phi = 15000$ гривень і зарплату 8 гривень на годину, продуктивність праці $ПП$ склала 78 гривень на годину;

3) для третього працівника, що має стаж $T = 20$ років, фондооснащеність $\Phi = 25000$ гривень і зарплату 12 гривень на годину, продуктивність праці $ПП$ склала 120 гривень на годину.

Тоді на підставі факторної моделі продуктивності праці виконуються такі співвідношення:

$$\begin{cases} 95 = 10a_1 + 20000a_2 + 10a_3, \\ 78 = 16a_1 + 15000a_2 + 8a_3, \\ 120 = 20a_1 + 25000a_2 + 12a_3. \end{cases}$$

В результаті одержана система трьох лінійних рівнянь із трьома невідомими, розв'язуючи яку, знаходимо:

$$a_1 = 0,5; a_2 = 0,002; a_3 = 5,0.$$

Знання цих, встановлених за дослідними даними значень коефіцієнтів інтенсивності дії факторів дозволяє менеджерам фірми прогнозувати рівень продуктивності праці на фірмі, керуючись формулою

$$ПП = 0,5T + 0,002\Phi + 5,0ЗП.$$

5.4.2. Балансові моделі

Балансові економіко-математичні моделі, як впливає з їхньої назви, виражають у математичній формі баланс певного виду економічного продукту, включаючи і кошти.

У загальному вигляді балансове співвідношення таке:

$$\text{Дохід} = \text{Витрата} \pm \text{Зміна запасів}.$$

У цьому співвідношенні під *дохід* розуміється загальне надходження економічного продукту з різних джерел за певний період часу, а *витрата* – сумарні витрати того ж продукту на різні потреби за той же час. Знак плюс відповідає випадкові, коли *дохід* більший за *витрати* і *запаси* (залишки) змінилися в бік збільшення, а знак мінус – випадку, коли *дохід* менший за *витрати* і *запаси* зменшилися, а то й виник дефіцит продукту.

Рівняння балансу або система рівнянь, коли складається багатопродуктовий баланс, характеризує наявність, виробництво, споживання, закупівлю, продаж, експорт, імпорт продукту певним господарюючим суб'єктом. Ним може бути держава (країна), регіон, підприємство, компанія, родина.

На перший погляд балансові моделі виглядають досить простими. Проте, коли доводиться складати баланси багатьох продуктів у матеріальній і грошовій формі на різні періоди часу, то співвідношення балансу, будучи в більшості випадків лінійними рівняннями відносно вхідних у них невідомих та шуканих величин, є досить складними системами рівнянь.

В управлінні економікою на різних рівнях балансові моделі дають можливість суб'єктові управління визначати, які обсяги виробництва чи надходження продуктів, товарів або величини і джерела грошових доходів необхідні для задоволення запитів, потреб, забезпечення витрат об'єкта управління на певний період часу. Крім того, балансові моделі дозволяють встановити необхідні співвідношення, пропорції між обсягами виробництва, виробничого споживання різних видів продукції, ресурсів, спільно застосовуваних у виробничих процесах. Такі моделі дозволяють встановити відповідність між об'ємними показниками в матеріально-речовинному (фізичному) і грошовому вимірі за допомогою цін. Балансові моделі є головним інструментом досягнення погодженості між виробництвом і споживанням, доходами і витратами, а також контролю, перевірки цільового використання ресурсів.

Отже, в більшості випадків балансові співвідношення можна назвати економіко-математичними моделями лише з певною

мірою умовності, тому в реальній практиці частіше говорять про балансові розрахунки, ніж про балансові моделі. Це відноситься, наприклад, до побудови планових і звітних балансів підприємств, балансів у вигляді державних, регіональних, місцевих, сімейних бюджетів, балансів грошових доходів і витрат населення. Разом із тим такі види балансів, як міжгалузевий баланс виробництва і використання продукції, багатопродуктові баланси, оптимізаційні баланси, що є системою багатьох пов'язаних між собою балансових співвідношень, правомірно віднести до економіко-математичних моделей.

Приклад. Найпростіша двопродуктова балансова модель. Вважасмо, що виготовляються два товари, один – у кількості x_1 , а другий – у кількості x_2 , вимірюваному в тих же одиницях. На виробництво першого товару витрачається 0,1 загального випуску цього ж товару (наприклад, на виробництво палива витрачається 10% виготовленого палива) і 0,15 одиниці іншого товару. Крім того, 3300 одиниць першого товару виготовляється на інші потреби. На виробництво одиниці другого товару витрачається 0,2 одиниці першого товару і 0,05 одиниці другого товару (наприклад, на виробництво металу витрачається 5% виготовленого металу). Крім того, 6600 одиниць другого товару виготовляється на інші потреби. Потрібно визначити x_1 і x_2 , тобто необхідні обсяги виробництва одного і другого товару.

Двопродуктова балансова модель виглядає так:

$$\begin{cases} x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + x_{1d}, \\ x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + x_{2d}. \end{cases}$$

У моделі прийняті позначення: x_1 – обсяг виробництва першого товару; x_2 – обсяг виробництва другого товару; a_{11} – частка першого товару, затрачувана на його ж виробництво; a_{12} – частка першого товару, затрачувана на виробництво другого; a_{21} – частка другого товару, затрачувана на виробництво першого; a_{22} – частка другого товару, затрачувана на його ж виробництво; x_{1d} – обсяг виробництва першого товару на інші потреби; x_{2d} – обсяг виробництва другого товару на інші потреби. Найпростіша балансова модель є системою двох лінійних рівнянь відносно невідомих x_1 і x_2 .

Відповідно до умов задачі $a_{11} = 0,1$; $a_{12} = 0,15$; $a_{21} = 0,2$; $a_{22} = 0,05$; $x_{1d} = 3300$; $x_{2d} = 6600$. У підсумку приходимо до системи рівнянь балансу:

$$\begin{cases} x_1 = 0,1x_1 + 0,15x_2 + 3300, \\ x_2 = 0,2x_1 + 0,05x_2 + 6600. \end{cases}$$

Розв'язуючи систему рівнянь, знаходимо шукані обсяги виробництва:

$$x_1 = 5000 \text{ одиниць}; \quad x_2 = 8000 \text{ одиниць}.$$

Описана модель може бути використана і для розв'язування інших задач. Невідомими, зокрема, можуть бути x_1 і x_{1d} або x_2 і x_{2d} при заданих значеннях інших величин, які входять у модель.

5.4.3. Оптимізаційні моделі

Великий клас економіко-математичних моделей утворюють оптимізаційні моделі, які дозволяють вибрати з усіх можливих рішень найкращий, оптимальний варіант. У математичному поданні **оптимальність** розуміється як досягнення екстремуму (максимуму чи мінімуму) критерію оптимальності, який називається **цільовою функцією**. Оптимізаційні задачі розв'язуються за допомогою застосування моделей математичного програмування, реалізованих, як правило, з використанням обчислювальної техніки.

Оптимізаційна модель формулюється у загальному вигляді так: "Потрібно відшукати значення управляючих параметрів (показників) x_1, x_2, \dots, x_n , які характеризують керований економічний об'єкт або процес і які забезпечують максимальне або мінімальне значення цільовій функції $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ при дотриманні обмежень, що накладаються на область зміни показників x_1, x_2, \dots, x_n і зв'язків між ними у вигляді $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq a$.

Якщо цільова функція, обмеження та зв'язки між шуканими показниками виражені у вигляді лінійних залежностей, то оптимізаційна модель зводиться до задачі **лінійного програмування**, і модель називається лінійною.

Оптимізаційні моделі найчастіше використовуються в задачах відшукування кращого способу використання економічних ресурсів, що дозволяє досягти максимального цільового ефекту. До речі, математичне програмування виникло на основі розв'язування задачі про оптимальний розкрій листів фанери, який забезпечує найбільш повне використання матеріалу. Сформулював цю задачу відомий російський математик і економіст академік Л. В. Канторович, який згодом був визнаний гідним Нобелівської премії з економіки.

Приклад 1. Найпростіша задача на максимізацію прибутку компанії. Компанія виготовляє два продукти в кількості x_1 і x_2 тонн за місяць відповідно. Тонна першого продукту приносить 12 тисяч гривень прибутку, а тонна другого продукту – 8 тисяч гривень. Виробничі потужності компанії дозволяють випускати не більше 100 тонн двох продуктів разом, при цьому виробництво першого продукту не може перевищувати більше як у три рази виробництво другого. Потрібно визначити оптимальний обсяг виробництва, що приносить компанії максимальний прибуток.

Відносно даної задачі цільова функція (критерій оптимальності) має вигляд:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = F(x_1, x_2) = 12x_1 + 8x_2 \text{ (тисяч гривень)}.$$

Обсяги випуску x_1 і x_2 є додатними величинами, тобто $x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 0$. Між значеннями x_1 і x_2 є такі зв'язки:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 100, \\ x_1 &\leq 3x_2. \end{aligned}$$

Таким чином, приходимо до типової задачі лінійного програмування, коли потрібно відшукати значення управляючих параметрів x_1, x_2 , які надають максимальне значення цільовій функції $12x_1 + 8x_2$ з урахуванням фіксованих зв'язків і обмежень.

Постановку і розв'язування цієї задачі зручно проілюструвати графічно, відобразивши зв'язки та обмеження в системі координат x_1, x_2 , як показано на рисунку 5.1.

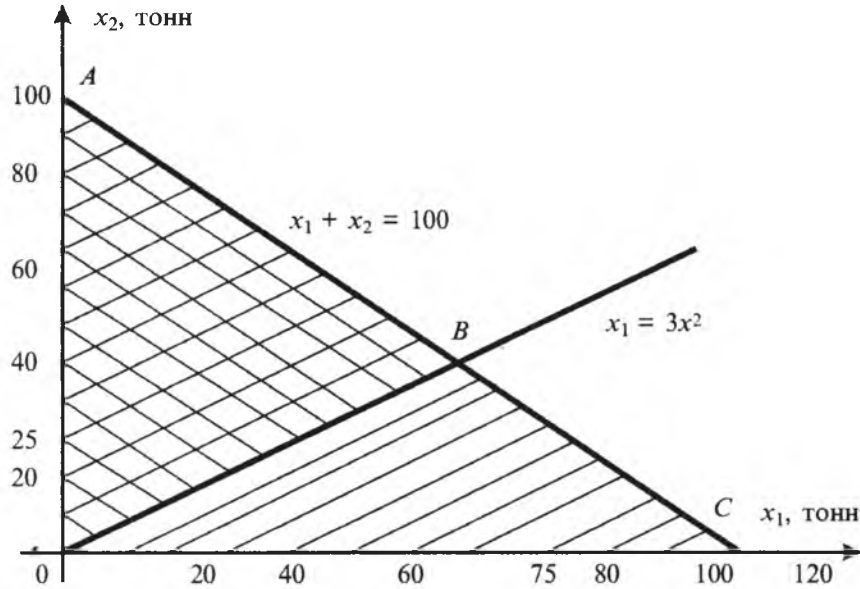


Рис. 5.1. Графічна інтерпретація задачі оптимізації

Оскільки значення x_1 і x_2 невід'ємні ($x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$), то розв'язок задачі варто шукати в першому квадранті. Обмеження сумарного випуску ($x_1 + x_2 \leq 100$) звужує область пошуку до тієї, що знаходиться всередині трикутника OAC , обмеженого зверху прямою $x_1 + x_2 = 100$. Обмеження $x_1 \leq 3x_2$ ще більше звужує область допустимих за умовою задачі значень x_1 і x_2 , вкладаючи її в трикутник OAB , обмежений знизу прямою $x_1 = 3x_2$. Серед усіх значень x_1 і x_2 , що знаходяться всередині області OAB , оптимальною є точка B . У цій точці, яка відповідає координатам $x_1 = 75$; $x_2 = 25$, досягається найбільше з допустимих значень x_1 , що дорівнює 75. До найбільшого значення x_1 потрібно прямувати, оскільки перший вид продукції приносить у розрахунку на одну тону більше прибутку, ніж другий ($12 > 8$), тобто потрібно вибрати найбільше з можливих, допустимих значень x_1 . Оптимальному розв'язку відповідає, таким чином, точка B , у якій цільова функція досягає свого максимального значення: $12x_1 + 8x_2 = 12 \cdot 75 + 8 \cdot 25 = 1100$ (тисяч гривень).

Легко перевірити, що всередині трикутника OAB будь-яке інше сполучення, крім $x_1 = 75$; $x_2 = 25$, забезпечує менший сумарний прибуток.

Приклад 2. Транспортна задача. Розглянемо спочатку загальну постановку цієї досить складної оптимізаційної задачі і побудуємо її економіко-математичну модель, яку проілюструємо простим прикладом.

Нехай є n постачальників товару і m його споживачів. Кожний i -й постачальник здатний постачати споживачам за певний час кількість товару, що дорівнює N_i , а кожний j -й споживач має потребу в кількості товару, що дорівнює M_j . Позначимо через x_{ij} кількість товару, яка постачається i -м постачальником j -му споживачу. Тоді загальний обсяг постачань Q дорівнює обсягові попиту всіх споживачів, що виражається співвідношенням:

$$Q = \sum_{i=1}^n N_i = \sum_{j=1}^m M_j, \quad (5.1)$$

де $N_i = \sum_{j=1}^m x_{ij}$ – сума постачань усім m споживачам i -м постачальником;

$M_j = \sum_{i=1}^n x_{ij}$ – сума потреб j -го споживача, яка задовольняється всіма n постачальниками.

Нехай вартість перевезення товару i -м постачальником j -му споживачу дорівнює c_{ij} . Тоді загальна вартість перевезень, яка залежить від прикріплення i -го постачальника до j -го споживача, тобто від значень x_{ij} , дорівнює

$$F(x_{ij}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}. \quad (5.2)$$

Оптимізаційна задача полягає в тому, аби знайти значення x_{ij} , тобто величини постачань (перевезень) товару від кожного постачальника до кожного споживача, при яких загальна вартість перевезень $F(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{nm})$ буде мінімальною.

Розв'язування задачі повинно задовольняти такі обмеження:

$$1) \text{ всі значення } x_{ij} \text{ невід'ємні, тобто} \\ x_{ij} \geq 0; \quad (5.3)$$

2) можливості перевезень і запити споживачів задовольняються повністю, що виражено співвідношенням (5.1).

Економіко-математична модель транспортної задачі, яка у поданому вигляді характеризується цільовою функцією (5.2) і обмеженнями (5.1), (5.3), є оптимізаційною моделлю задачі лінійного програмування. Розв'язування таких задач при великих значеннях кількості постачальників товару n і кількості споживачів товару m вимагає застосування складних математичних методів. Тому проілюструємо розв'язування транспортної задачі на простому прикладі, в якому відшукування оптимального розв'язку не вимагає великої роботи.

Нехай є два постачальники і три споживачі товару. Можливості постачання і попит споживачів, а також вартість перевезень одиниці вантажу наведені в таблиці 5.2.

Задача полягає в тому, аби знайти значення обсягів постачань x_{11} , x_{12} , x_{13} першого постачальника першому, другому і третьому споживачам та обсяги постачань x_{21} , x_{22} , x_{23} другого постачальника відповідно першому, другому і третьому споживачам, при яких сумарні витрати

$$F(x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}) = C_{11}x_{11} + C_{12}x_{12} + C_{13}x_{13} + C_{21}x_{21} + \\ + C_{22}x_{22} + C_{23}x_{23} = 10x_{11} + 9x_{12} + 11x_{13} + 8x_{21} + 10x_{22} + 9x_{23}$$

будуть найменшими. Одночасно повинні дотримуватися умови:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 100;$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 60;$$

$$x_{11} + x_{21} = 50;$$

$$x_{12} + x_{22} = 70;$$

$$x_{13} + x_{23} = 40,$$

які характеризують повне задоволення потреб споживачів і повне використання можливостей постачальників товару.

Таблиця 5.2

Споживачі	Потреба в товарі, тонн	Постачальники	Можливість перевезення, тонн	Вартість доставки одиниці товару споживачу, грн. за тону		
				Споживач 1	Споживач 2	Споживач 3
1	50	1	100	$C_{11} = 10$	$C_{12} = 9$	$C_{13} = 11$
2	70	2	60	$C_{21} = 8$	$C_{22} = 10$	$C_{23} = 9$
3	40					

Оскільки найдешевшою є вартість доставки одиниці товару другим постачальником першому споживачеві, то використовуємо цю можливість повністю й приймемо $x_{21} = 50$ тонн і тим самим повністю задовольнимо його потреби. Можливість доставки, що залишилася, $60 - 50 = 10$ тонн товару з боку другого постачальника надамо третьому споживачеві, тобто $x_{23} = 10$, оскільки витрата на доставку йому одиниці товару ($C_{23} = 9$) менша, ніж другому споживачеві ($C_{22} = 10$) і менша за доставку першим постачальником ($C_{13} = 11$). Звідси випливає, що $x_{23} = 10$ тонн. Можливості другого постачальника на цьому вичерпані і потреби, що залишилися, повинні бути задоволені першим постачальником. Він постачить другому споживачеві $x_{12} = 70$ тонн і третьому споживачеві $x_{13} = 30$ тонн, оскільки 10 тонн цей споживач уже одержав від другого постачальника. Постачання товару першим постачальником першому споживачеві, як і постачання другим постачальником другому споживачеві виявляються непотрібними, так що $x_{11} = 0$ і $x_{22} = 0$. У підсумку шуканий розв'язок задачі має вигляд:

$$x_{11} = 0; x_{12} = 70; x_{13} = 30; x_{21} = 50; x_{22} = 0; x_{23} = 10,$$

а сумарні витрати на постачання товарів дорівнюють:

$$0 \times 10 + 70 \times 9 + 30 \times 11 + 50 \times 8 + \\ + 0 \times 10 + 10 \times 9 = 1450 \text{ гривень}$$

і є мінімально можливими. Середня вартість перевезення однієї тонни товару складе $\frac{1450}{100 \times 60} \approx 9$ гривень за тонну, тим часом як при відсутності оптимізації середня ціна дорівнювала 6:

$$\frac{c_{11} + c_{12} + c_{13} + c_{21} + c_{22} + c_{23}}{6} = \frac{10 + 9 + 11 + 8 + 10 + 9}{6} = 9,5 \text{ гривень за}$$

тонну.

5.4.4. Моделі управління запасами

Моделі управління запасами покликані дати суб'єктиві управління відповідь на запитання про те, який рівень запасу ресурсів варто мати, як він повинен змінюватися в часі, поповнюватися в зв'язку з надходженням і витратою ресурсів, аби забезпечити безперебійність, надійність протікання економічних процесів і в той же час мінімізувати витрати, пов'язані з охороною, поповненням і витратою запасів. Оскільки рівень попиту виникаючих потреб у витраті ресурсів, які запасуються, носить найчастіше випадковий характер, то моделі управління запасами повинні бути стохастичними, ймовірнісними. Проте в спрощеній постановці можливе використання детермінованих моделей.

Найбільш поширені моделі управління складськими запасами. Розглянемо спочатку, як формується економіко-математична модель управління складськими запасами в загальній постановці.

Позначимо поточний рівень запасу продукту на складі в момент часу t величиною $C(t)$. Тоді справедлива рівність:

$$C(t) = C_{\text{поч}} + P(t) + R(t), \quad (5.4)$$

де $C_{\text{поч}}$ – початковий запас товарів на складі в момент $t = 0$;

$P(t)$ – надходження товарів на склад за час t ;

$R(t)$ – витрата товарів зі складу за час t .

Очевидно, що в будь-який момент запас товарів на складі не може бути від'ємним, тобто

$$C(t) > 0. \quad (5.5)$$

5. Особливості економіко-математичного моделювання 203

Надходження і витрата товарів зі складу, як правило, виконується партіями. Позначивши обсяг постачання в одній партії через p_i , а обсяг партії, що витрачається, через r_j , перетворимо співвідношення (5.4) до вигляду:

$$C = C_{\text{поч}} + \sum_{i=1}^n p_i + \sum_{j=1}^m r_j, \quad (5.6)$$

де n – кількість партій товару, що постачається; m – кількість партій товару, що витрачається.

Цю рівність можна розглядати як базисну в моделі управління запасами. Залежно від того, які величини та показники в ній задані, а які є шуканими, розрізняють різні види моделей управління запасами. В модель можуть входити також обмежувальні умови і додаткові зв'язки між показниками та змінними величинами. Часто в модель включаються показники, які характеризують витрати на постачання, збереження, відправлення товарів зі складу, і задача формулюється як задача мінімізації витрат. Замість одного виду товару іноді доводиться розглядати декілька видів, що ускладнює задачу.

Приклад. Задача мінімізації витрат на доставку і збереження товару на складі. Товар постачається на склад партіями, кожна партія має один і той же обсяг x . За доставку однієї партії товару склад сплачує C_1 гривень, величина C_1 не залежить від обсягу партії. За час T склад одержує кількість товарів, що дорівнює Q . Збереження одиниці обсягу товару за одиницю часу обходиться складові в C_2 гривень. Товар зі складу рівномірно постачається замовникам, які оплачують перевезення товарів зі складу. Потрібно встановити оптимальний обсяг партії постачання x , при якому сумарні витрати складу на доставку і зберігання товару будуть мінімальними.

Встановимо спочатку витрати на доставку товару за час T . Оскільки кількість партій дорівнює частці від ділення загального обсягу постачань Q на обсяг однієї партії x , то витрати дорівнюють $\frac{C_1 Q}{x}$. Витрати на збереження встановимо, виходячи з того, що одержана складом партія товару x витрачається рівномірно. Отже, на складі зберігається в середньому кількість

товару, що дорівнює половині постаченої партії, тобто $\frac{x}{2}$. Множачи цю кількість на час T і на питомі витрати збереження одиниці товару за одиницю часу, одержуємо, що загальні витрати на збереження дорівнюють $\frac{C_2 x T}{2}$. Таким чином, сумарні витрати C складають величину:

$$C = C_1 \frac{Q}{x} + C_2 \frac{x}{2} T = \frac{C_1 Q}{x} + \frac{C_2 T}{2} x.$$

Потрібно знайти значення обсягу партії x , при якому сумарні витрати C виявляться мінімальними. Як відомо, у точці екстремуму неперервної функції $C(x)$ похідна від неї по аргументу x дорівнює нулю. Отже,

$$\frac{dC}{dx} = \frac{C_1 Q}{x^2} + \frac{C_2 T}{2} = 0,$$

звідси знаходимо шукане значення x_0 , тобто оптимальний обсяг партії товару:

$$x_0 = \sqrt{\frac{2C_1 Q}{C_2 T}}.$$

Це і є розв'язком задачі.

Якщо, наприклад, $C_1 = 6000$ гривень за доставку партії товару, $C_2 = 300$ гривень за збереження тонни товару на складі протягом доби, загальний обсяг постачання $Q = 100$ тонн за час $T = 40$ діб, то

$$x_0 = \sqrt{\frac{2 \times 6000 \times 100}{300 \times 40}} = 10 \text{ тонн},$$

тобто для мінімізації витрат на доставку і збереження товару на складі потрібно постачати його на склад партіями по 10 тонн у кожній партії.

5.4.5. Ігрові моделі

Ігрові економіко-математичні моделі є математичним описом економічних ситуацій, у яких відбувається зіткнення,

протиставлення інтересів двох чи декількох протиборчих сторін (гравців), що переслідують різні цілі і діють таким чином, що способи дії одного з учасників залежать від дій іншого. Математична модель подібної конфліктної ситуації одержала назву *гри*, особи, які беруть у ній участь, називаються *гравцями*, а результат протистояння сторін називається *виграшем* чи *програшем*. Якщо виграш гравця дорівнює програшеві його супротивника, то така гра називається грою з нульовою сумою або антагоністичною.

Ігрові моделі дозволяють учасникам гри вибрати *оптимальну стратегію*, тобто встановити залежно від ситуації спосіб дій, який дозволяє максимізувати можливий виграш або мінімізувати можливий програш. Найбільш простий тип гри – парна скінченна гра двох гравців, у якій кожний має вибір зі скінченного числа стратегій. Опишемо модель такої гри в загальному вигляді, а потім проілюструємо її використання на прикладах.

Нехай у грі беруть участь гравці A і B . Гравець A має у своєму розпорядженні n стратегій, способів дій A_1, A_2, \dots, A_n , а гравець B має у своєму розпорядженні можливість реалізувати m стратегій B_1, B_2, \dots, B_m . Залежно від того, яку стратегію A_i ($i = \overline{1, n}$) вибере гравець A і яку стратегію B_j ($j = \overline{1, m}$) вибере гравець B , залежить результат гри кожного з них, тобто виграш a_{ij} одного з гравців i , відповідно, програш іншого. Таким чином, будь-якій парі стратегій (A_i, B_j) відповідає певне значення виграшу a_{ij} . Сукупність усіх можливих виграшів у даній грі утворює матрицю, стовпчики якої відповідають стратегії одного гравця, а рядки – стратегії іншого. Така матриця називається *платіжною матрицею* або *матрицею гри*. Загальний вигляд платіжної матриці, рядки якої відповідають стратегіям гравця A , а стовпчики – стратегіям гравця B , поданий на рисунку 5.2.

	B_1	B_2	...	B_m
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1m}
A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2m}
...
A_n	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nm}

Рис. 5.2. Платіжна матриця парної гри

При виборі своєї стратегії A_i з набору n можливих стратегій A_1, A_2, \dots, A_n гравець A повинен враховувати, що його суперник B вибере у відповідь стратегію B_j з набору можливих стратегій, прагнучи звести виграш гравця A до мінімуму. Нехай найменший з усіх можливих виграшів гравця A при виборі ним стратегії A_i , тобто найменше значення a_{ij} , у i -му рядку платіжної матриці дорівнює a_i : $a_i = \min a_{ij}$. Найбільше зі значень a_i ($i = \overline{1, n}$) позначимо через a : $a = \max a_i$. Таке максимальне значення з набору мінімальних виграшів гравця, які відповідають усьому спектрові застосовуваних ним стратегій, називається *нижньою ціною* або максимальним виграшем із мінімальних – *максиміном*. Максимін є гарантованим виграшем гравця A при будь-якій стратегії гравця B , оскільки гравець A може вибрати ту стратегію, яка приносить йому найбільший виграш з мінімально можливих.

Гравець B , прагнучи зменшити виграш гравця A і розуміючи, що A прагне до максимального виграшу, при виборі своєї стратегії аналізує насамперед максимально можливі виграші гравця A . Нехай серед усіх виграшів гравця A при виборі гравцем B стратегії B_j максимально можливе значення дорівнює b_j , тобто $b_j = \max a_{ij}$. Найменше з усіх можливих значень b_j ($j = \overline{1, m}$) позначимо через b : $b = \min b_j$. Таке мінімальне значення з набору максимальних виграшів гравця, що відповідає всьому спектрові застосовуваних ним стратегій, називається *верхньою ціною* гри або мінімальним виграшем із максимальних – *мінімаксом*. Мінімакс є неминучим програшем гравця B при будь-якій стратегії гравця A , оскільки гравець A буде прагнути максимізувати програш гравця B і відповідним чином вибирати свою стратегію.

Відомий у теорії ігор *принцип мінімаксу* рекомендує гравцям вибирати з міркувань обережності, зменшення ризику максимінну стратегію при намаганні одержати найбільший виграш або мінімаксу при намаганні мінімізувати програш. Проілюструємо цей висновок на простих прикладах.

Приклад. Модель гри Людини з Природою. У багатьох випадках результат діяльності людей залежить не тільки від вибору ними тієї чи іншої стратегії, а й від ситуацій, які скла-

даються у зовнішньому середовищі. Класичним випадком є вплив погодних умов, природних явищ на підсумки економічної діяльності. Люди грають із Природою, яка створює різні ситуації, що не сприяють одержанню людьми кращих результатів. Яку ситуацію “вибере” Природа у своїй грі з людьми важко передбачати і тому доводиться враховувати можливі ситуації.

Нехай Людина має у своєму розпорядженні можливість здійснювати три стратегії дій, а Природа здатна створити чотири види ситуацій, кожна з яких впливає тим чи іншим способом на величину прибутку. Складемо платіжну матрицю, у клітинах якої фіксуються розраховані певними методами величини можливого прибутку. Нехай, наприклад, матриця прибутків має вигляд, поданий на рисунку 5.3.

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	25	32	29	27
A_2	29	36	28	32
A_3	27	28	31	24

Рис. 5.3. Матриця прибутків (у тисячах гривень)

Застосуємо максимінну стратегію, прагнучи дістати найбільший прибуток. Виділимо в кожному рядковій матриці мінімальні значення прибутку, які можуть бути одержані при здійсненні однієї з можливих стратегій A_1, A_2, A_3 і несприятливих умовах, створюваних Природою. Це 25 тисяч гривень при стратегії A_1 , 28 тисяч гривень при стратегії A_2 і 24 тисячі гривень при стратегії A_3 . Максимальне з цих значень – 28 тисяч гривень відповідає максимінній стратегії A_2 , яку варто вибрати, забезпечивши тим самим гарантоване одержання цієї величини прибутку при будь-яких умовах, створюваних Природою.

Проілюструємо тепер мінімаксу стратегію, використовуючи платіжну матрицю, у клітинах якої зазначені величини втрат, що виникають при здійсненні стратегій A_1, A_2, A_3 в умовах B_1, B_2, B_3, B_4 . Нехай матриця має вигляд, поданий на рисунку 5.4.

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	53	55	48	51
A_2	49	52	50	56
A_3	51	53	52	47

Рис. 5.4. Платіжна матриця

Виділяємо в кожному рядкові матриці максимально можливі при здійсненні даної стратегії втрати. Це 55 – при стратегії A_1 , 56 – при стратегії A_2 і 52 – при стратегії A_3 . Мінімальне з цих значень дорівнює 52 і відповідає стратегії A_3 , що і є мінімаксною.

5.4.6. Мережеві моделі

Специфічна властивість і основна ознака цього виду моделей, що використовуються у плануванні та управлінні сукупністю взаємозалежних дій (операцій), полягає в тому, що вони подаються у формі мережевих графіків виконання робіт, які називаються *мережевими графами*. Головними елементами таких моделей є роботи і події. Під *роботою* у мережевій моделі розуміються будь-які дії, результатом яких є переведення керованого об'єкта з одного стану в інший. *Подія* відображає результат роботи, яка виконується на певному етапі.

На рисунку 5.5 наведений спрощений мережевий графік робіт із випуску книги, в якому літерами позначені роботи, а цифрами – події.

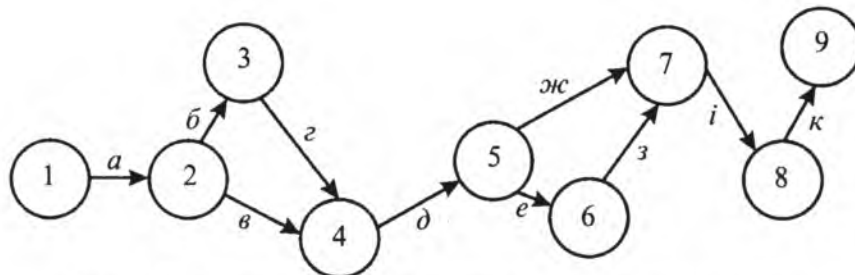


Рис. 5.5. Мережевий графік підготовки і випуску книги

Початкова подія 1 – виникнення ідеї, задуму в автора, за ним слідує робота a – підготовка матеріалів, написання першого варіанта рукопису, – що завершується подією 2 – появою початкового рукопису, з яким автор звертається у видавництво.

Рукопис книги видавництво передає на висновок рецензентові (робота b) і готує власний висновок (робота v) з урахуванням переданого висновку рецензента (робота z). Так що подія 3 – це висновок рецензента, а подія 4 – підсумковий висновок видавництва. При позитивному висновку готується договір із автором на видання книги (робота d), яка у завершеному вигляді є подією 5. Потім рукопис передається редактору (робота e), який виправляє її, доводячи до більш кондиційного стану, що характеризується як подія 6. Автор теж працює над рукописом паралельно з редактором (робота $ж$) і після передачі редактором доробленого рукопису (робота z) у видавництві настає подія 7 – готовий до набору рукопис книги. Видавництво передає рукопис у друкарню (робота i) у необхідному вигляді, що відображається подією 8, а друкарня друкує книгу (робота $к$), в результаті чого з'являється книга – завершальна подія 9.

Мережеві графіки є ефективним засобом погоджування робіт і подій у часі, встановлюючи період здійснення кожної роботи і час настання кожної події. Це сприяє управлінню ходом робіт, їх координації. При встановленні загальної тривалості всіх робіт і часу їх завершення за графіком велику роль відіграє поняття *критичного шляху*. Коли роботи розгалужуються, як, наприклад, роботи b , v , z у наведеному мережевому графіку, то час переходу від події 2 до події 4 буде залежати від того, який шлях триваліший у часі: $b + z$ чи v . Більш тривалий шлях називається *критичним*. Він лімітує загальний час проведення робіт, оскільки при наявності розгалужених робіт коротка за часом робота не прискорює підсумкову подію, адже доводиться чекати, поки буде завершеною паралельна більш тривала робота. Тому при розробці мережевих моделей велика увага приділяється виявленню критичного шляху і встановленню можливостей

його скорочення, що наближає термін завершення всіх робіт і настання кінцевої події.

На закінчення зазначимо, що більш докладно вказані моделі описані, зокрема, у роботі [14]. Там же розглядається можливість автоматизації розв'язування конкретних задач у рамках відповідних моделей.



ЕКОНОМІЧНІ ВИРОБНИЧІ ФУНКЦІЇ

Розглянемо побудову економіко-математичної факторної моделі на прикладі виробничої функції.

6.1. Поняття виробничої функції та її властивості

Виробнича функція

$$Y = F(K, L; t) \quad (6.1)$$

визначає взаємозв'язок випуску продукції Y із факторами виробництва: капіталом K і працею L . Цей взаємозв'язок може змінюватися з часом t .

Припущення про те, що випуск продукції описується виробничою функцією (6.1), означає, що величина Y передбачається залежною лише від K і L і не залежною від інших факторів та від передісторії. Відповідно до цього припущення з усієї множини можливих факторів виробництва визначальними є тільки два: K і L , причому саме в тому вигляді, в якому вони взяті.

Як правило, вважають, що:

- функція $F(K, L; t)$ неперервна;
- функція $F(K, L; t)$ двічі диференційовна по аргументах K і L ;
- виробництво неможливе при відсутності принаймні одного ресурсу, тобто $F(0, L; t) = F(K, 0; t) = 0$;

– збільшення витрат кожного із факторів при незмінних кількостях іншого приводить до збільшення випуску продукції,

$$\text{тобто } \frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial F}{\partial L} > 0;$$

– можна зберегти випуск продукції сталим, заміщаючи деяку кількість одного фактора додатковим використанням іншого, при цьому необхідна незменшувана кількість першого фактора для заміщення рівних кількостей другого, тобто

$$\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} \leq 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} \leq 0.$$

Останнє припущення про заміність, що є відображенням відомого закону спадної віддачі, визначає форму виробничої поверхні в просторі (Y, K, L) і постулює, що *ізокванти*, тобто залежності $(K, L)|_Y$ – криві рівного випуску, є монотонно спадними та опуклими функціями $K(L)$ або $L(K)$.

Як правило, вважають, що виробнича функція (6.1) – *однорідна* по аргументах K і L , тобто існує таке $\gamma > 0$ (міра однорідності), що для довільного $\lambda > 0$ справедливо:

$$F(\lambda K, \lambda L; t) = \lambda^\gamma F(K, L; t).$$

Досить часто вважають, що виробнича функція (6.1) є *лінійно-однорідною*, тобто, що пропорційне збільшення витрат факторів приводить до зростання випуску в тій же пропорції. У цьому випадку $\gamma = 1$. Можна показати, що для однорідної міри γ по аргументах K і L виробничої функції $F(K, L; t)$ у будь-якій точці області визначення виконується рівняння Ейлера:

$$\frac{\partial \ln F(K, L; t)}{\partial \ln K} + \frac{\partial \ln F(K, L; t)}{\partial \ln L} = \gamma$$

або

$$E_K + E_L = \gamma,$$

де E_K – еластичність випуску по фондах, E_L – еластичність випуску по праці.

Розглянемо деякі властивості не залежної явно від часу лінійно-однорідної виробничої функції

$$F(K, L). \quad (6.2)$$

Оскільки виробнича функція (6.2) – лінійно-однорідна, то її можна подати у вигляді

$$y = f(k)$$

або

$$g = q(l),$$

де $y = \frac{Y}{L}$ – середня продуктивність праці, $g = \frac{Y}{K}$ – середня фон-

довіддача, $k = \frac{K}{L}$ – середня фондоозброєність, $l = \frac{1}{k} = \frac{L}{K}$ – середня працевзабезпеченість фондів, $f(k) = F(k, 1)$, $q(l) = F(1, l)$.

Оскільки, згідно з припущенням, збільшення витрат кожного з факторів збільшує випуск, то функції $f(k)$ і $q(l)$ є монотонно зростаючими, тобто з урахуванням диференційовності (6.2) $f' > 0$, $g' > 0$. Згідно з припущенням про взаємну заміність і з урахуванням двічі диференційовності функції (6.2) маємо $f'' \leq 0$, $g'' \leq 0$. Відповідно до припущення про заміність ізокванти (лінії рівня) виробничої функції (6.2) функції $K(L)$ і $L(K)$ є монотонно спадними і опуклими.

Граничною нормою заміщення праці фондами називається величина

$$S = - \left(\frac{\partial K}{\partial L} \right)_t = \frac{\frac{\partial F}{\partial L}}{\frac{\partial F}{\partial K}},$$

а відносною капіталоемістю –

$$\kappa = - \left(\frac{\partial \ln K}{\partial \ln L} \right)_t = \frac{\frac{\partial \ln F}{\partial \ln L}}{\frac{\partial \ln F}{\partial \ln K}} = \frac{E_L}{E_K}.$$

Еластичністю заміщення праці фондами є величина:

$$\sigma = \frac{\partial \ln \kappa}{\partial \ln S}.$$

Відомо, що коли $\sigma \in (0, 1)$, то зі зростанням середньої фондоозброєності k спостерігається падіння до нуля еластичності

випуску по фондах E_K (і, відповідно, зростання еластичності випуску по праці $E_L = 1 - E_K$ до одиниці). Зі зменшенням σ крива (E_K, k) має більш круту сполучну ділянку аж до вертикальної при $\sigma = 0$. При $\sigma = 1$ $E_K = \text{const}$, а випадок $\sigma > 1$ характеризується зростанням E_K зі зростанням k .

Залежність еластичності випуску по праці E_L від середньої працевзабезпеченості фондів l описується аналогічно.

Справедливе співвідношення:

$$\frac{\partial \ln k}{\partial \ln l} = \frac{1}{\sigma} - 1.$$

Тому, коли $\sigma = \text{const}$, графік залежності $(\ln k, \ln l)$ є прямою лінією з кутовим коефіцієнтом, що дорівнює $\rho = \frac{1}{\sigma} - 1$.

Аналогічно, при $\sigma = \text{const}$ прямою лінією є і графік $(\ln k, \ln S)$, де S – гранична норма заміщення.

На практиці часто використовується виробнича функція, яка належить до класу CES-функцій, тобто виробнича функція зі сталою еластичністю заміщення

$$Y = A(bK^{-\rho} + (1-b)L^{-\rho})^{-\frac{\gamma}{\rho}},$$

$$A > 0, b \in [0,1], \rho \in [-1,0) \cup (0, +\infty), \gamma > 0. \quad (6.3)$$

Еластичність заміщення функції (6.3) стала і дорівнює $\sigma = \frac{1}{1+\rho}$. Поклавши в (6.3) $Y = \text{const}$, одержимо вираз для ізоквант CES-функції:

$$bK^{-\rho} + (1-b)L^{-\rho} = \left(\frac{Y}{A}\right)^{-\frac{\rho}{\gamma}}.$$

Можна показати, що ізокванти виробничої функції (6.3) є монотонно спадними опуклими функціями. Чим більше ρ (тобто чим менше σ), тим більша кривизна сполучної ділянки. Якщо $\sigma > 1$, то є можливість повного заміщення одного фактора виробництва іншим при збереженні випуску продукції незмінним, що суперечить припущенню про неможливість виробництва при

відсутності принаймні одного ресурсу. Якщо $\sigma \leq 1$, то можливість повного заміщення одного фактора іншим не існує.

Ряд ізоквант CES-функції для різних значень еластичності заміщення σ у координатах (K, L) поданий на рисунку 6.1. Має також інтерес аналіз ізоквант і в координатах (K^{-1}, L^{-1}) . Ряд ізоквант у координатах (K^{-1}, L^{-1}) поданий на рисунку 6.2.

Із (6.3) для еластичності випуску по фондах одержуємо:

$$E_K = \frac{\gamma}{1 + \frac{1-b}{b} k^\rho}. \quad (6.4)$$

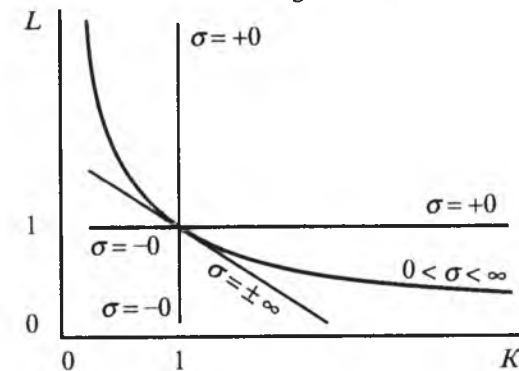


Рис. 6.1. Ізокванти CES-функції для різних значень еластичності заміщення σ у координатах (K, L)

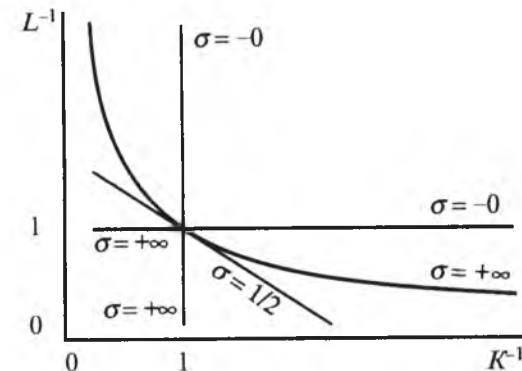


Рис. 6.2. Ізокванти CES-функції для різних значень еластичності заміщення σ у координатах (K^{-1}, L^{-1})

Отже, для CES-функції еластичність випуску по фондах E_K (як і еластичність випуску по праці E_L) є функцією середньої фондоозброєності k , причому монотонною функцією. Разом із тим не будь-яка монотонна залежність (E_K, k) може описуватися виробничою функцією, яка має традиційний набір властивостей. Так, неможливе зростання E_K зі зростанням k швидше, ніж лінійної виробничої функції, у якій $\sigma = \infty$, оскільки це означало б, що еластичність заміщення $\sigma < 0$, а це призводить до порушення вимоги про недодатність других частинних похідних виробничої функції, що випливає із закону спадної віддачі.

Із (6.4) і з рівняння Ейлера $E_K + E_L = \gamma$ одержуємо:

$$\kappa = \frac{E_L}{E_K} = \frac{1-b}{b} k^\rho, \quad (6.5)$$

тобто для CES-функції κ зв'язане із k степеневою залежністю, звідки

$$\ln \kappa = \ln \frac{1-b}{b} + \rho \ln k, \quad (6.6)$$

тобто графік $(\ln \kappa, \ln k)$ для CES-функції є прямою лінією. Накладанням додаткових обмежень на величину еластичності заміщення σ можна одержати деякі окремі види CES-функції.

Якщо в (6.3) величину ρ спрямувати до нуля, то (за правилом Лопітала) одержимо функцію Кобба-Дугласа

$$Y = AK^{b\gamma} L^{(1-b)\gamma}. \quad (6.7)$$

Їй відповідає значення $\sigma = 1$. Неважко переконатися, що в (6.7) показники ступеня $b\gamma$ і $(1-b)\gamma$ дорівнюють еластичностям випуску по відповідних факторах. Таким чином, у цьому випадку E_K і E_L сталі (не залежать від k).

Якщо в (6.3) величину ρ спрямувати до нескінченності, то одержимо виробничу функцію із фіксованими пропорціями (функцію Леонтьєва):

$$Y = \min(K, L)^\gamma,$$

яку частіше записують у вигляді

$$Y = \min\left(\frac{K}{K_0}, \frac{L}{L_0}\right)^\gamma. \quad (6.8)$$

Виробничу функцію Леонтьєва (6.8) не є диференційовною у точці $K = K_0$ і $L = L_0$. Цій точці відповідає значення $\sigma = 0$. У цьому випадку фактори виробництва мають властивість доповнюваності (на відміну від властивості заміщення при $\sigma > 0$, відповідно до якої між ними є певні пропорції, при відхиленні від яких надлишок фактора не робить внеску у випуск продукції). Цю властивість наочно демонструє графік ізокванти (рис. 6.1).

Якщо в (6.3) величину ρ вважати рівною -1 , одержимо виробничу функцію з лінійними ізоквантами

$$Y = A(bK + (1-b)L)^\gamma, \quad (6.9)$$

яку навіть при $\gamma \neq 1$ часто називають лінійною. Їй відповідає значення $\sigma = +\infty$, що свідчить про необмежені можливості заміщення (можливе навіть повне заміщення одного фактора іншим). Ізокванта виробничої функції (6.9) є прямою лінією (рис. 6.1).

Фактор часу у функції $F(K, L; t)$ вводиться, зокрема, для врахування впливу сукупності всіх інших, не фігуруючих безпосередньо у списку аргументів виробничої функції, факторів, які часто пов'язуються з *технічним прогресом*.

Оскільки

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial K} K' + \frac{\partial F}{\partial L} L',$$

де штрих позначає диференціювання за часом, то

$$\frac{Y'}{Y} = \frac{\partial \ln F}{\partial t} + \frac{\partial \ln F}{\partial \ln K} \frac{K'}{K} + \frac{\partial \ln F}{\partial \ln L} \frac{L'}{L}$$

або

$$\delta_Y = p + E_K \delta_K + E_L \delta_L,$$

де $\delta_Y = \frac{Y'}{Y}$, $\delta_K = \frac{K'}{K}$ і $\delta_L = \frac{L'}{L}$ – темпи випуску продукції, капіталу і праці відповідно, E_K і E_L – еластичності випуску продукції по фондах і праці відповідно, а $p = \frac{\partial \ln F}{\partial t}$ – член, який враховує внесок прогресу в темп випуску (він часто називається

темпом автономного технічного прогресу).

Якщо $p = \text{const}$, то виробнича функція (6.1) може бути поданою у вигляді:

$$Y = e^{pt} F(K, L).$$

Іноді вважають, що властивість заміщення виконується не в усій області визначення виробничої функції, а лише в межах деякої її підмножини, яка називається *економічною областю*. У цьому випадку при незмінному L збільшення K лише до деякого значення $K^*(L)$ приводить до збільшення випуску (рис. 6.3).

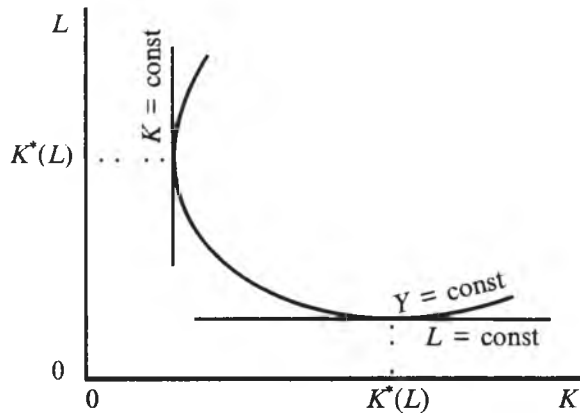


Рис. 6.3. Ізокванти виробничої функції з обмеженою економічною областю

Аналогічно, при незмінному K збільшення L лише до деякого $L^*(K)$ приводить до збільшення випуску (рис. 6.3). Економічною областю є множина таких точок (K, L) , для яких

$$\frac{\partial F}{\partial K} > 0$$

$$\text{і } \frac{\partial F}{\partial L} > 0 \text{ (рис. 6.4).}$$



Рис. 6.4. Обмежена економічна область виробничої функції

Для меж економічної області (розділяючих ліній) виконується співвідношення $\frac{\partial F}{\partial K} = 0$ або $\frac{\partial F}{\partial L} = 0$. Використання факторів

K і L у сполученнях, які не потрапляють в економічну область, безглуздо з економічної точки зору, оскільки за межами економічної області завжди можна заощадити на витратах, не зменшуючи випуск. У межах економічної області скорочення використання одного фактора при незмінній кількості іншого завжди призводить до зменшення випуску.

Ізокванти виробничої функції з обмеженою економічною областю (тобто з економічною областю, яка не збігається з областю означення виробничої функції) можна розглядати як функцію $K(L)$ або $L(K)$ лише в межах економічної області (рис. 6.3, 6.4).

З розглянутих виробничих функцій усі, за винятком виробничої функції Леонтьєва (6.8), мають необмежену економічну область. Економічна область виробничої функції Леонтьєва

вироджена в пряму $\frac{K}{K_0} = \frac{L}{L_0}$, за межами якої або $\frac{\partial F}{\partial K} = 0$ або

$\frac{\partial F}{\partial L} = 0$. Для виробничої функції Леонтьєва існує лише єдине

сполучення факторів, яке потрапляє в економічну область. Тому ця виробнича функція називається *виробничою функцією зі сталими (фіксованими) пропорціями*. У випадку, коли економічна область обмежена, але невироджена, існує певний діапазон сполучень факторів, які можуть бути в деякому розумінні раціональними.

Якщо виробнича функція $F(K, L)$ – лінійно-однорідна і має обмежену економічну область, то функція $y = f(k)$ обмежена зверху, тобто існує таке $\bar{y} \in (0, \infty)$, що для будь-якого k функція $f(k) \leq \bar{y}$. Аналогічно, обмежена зверху і функція $g = q(l)$, тобто існує таке $\bar{g} \in (0, \infty)$, що для будь-якого l $q(l) \leq \bar{g}$. Ця властивість відображає обмеженість можливостей заміщення одного фактора іншим і означає, що збільшенням фондоозброєності k не можна домогтися необмеженого зростання продуктивності праці y . Наслідком цієї властивості є зниження фондовіддачі g до нуля при необмеженому збільшенні фондо-

озброєності k , оскільки $g = \frac{Y}{K} = \frac{y}{k} \leq \frac{\bar{y}}{k}$. Аналогічно, збільшенням працевзабезпеченості фондів l не можна домогтися необмеженого зростання фондовіддачі g , а необмежене збільшення працевзабезпеченості фондів l призводить до зниження продук-

тивності праці y до нуля, оскільки $y = \frac{Y}{L} = \frac{g}{l} \leq \frac{g}{k}$.

Як правило, на практиці використовується виробнича функція із необмеженою економічною областю (виняток становить виробнича функція Леонтєва, яка хоча і має обмежену економічну область, але є границею послідовності виробничих функцій, що мають необмежену економічну область). Це, мабуть, обумовлено тим, що ринкова економіка, з наявністю на мікрорівні ефективних механізмів саморегулювання, якою не була б її виробнича функція, функціонує в межах економічної області. Тому не відіграє особливої ролі, як виробнича функція буде довізначеною в області тих значень (K, L) , для яких вона реально не існує. Аби визначити, чи обмежена економічна область, потрібно вийти за її межі. Тому проблема можливої обмеженості економічної області не є актуальною для випадку ринкової економіки.

У плановій економіці ситуація інша. Через відсутність на мікрорівні ефективних механізмів зворотного зв'язку, які повертають систему в рівновагу, у плановій економіці вихід за межі економічної області є цілком реальним. Добре відомо, що для радянської планової економіки характерні різні диспропорції, такі, як надлишкова зайнятість або надлишкові фонди.

У перехідній економіці апріорі не можна виключати можливості виходу за межі економічної області. По-перше, це обумовлено тим, що перехідна економіка певною мірою успадковує властивості планової економіки. По-друге, з початком ринкових реформ і виникненням обмежень на попит чимало ресурсів стають незатребуваними ринком, продовжуючи в той же час вимагати витрат на їхню підтримку (наприклад, зайнятість, яка штучно підтримується на надлишковому рівні з метою зниження соціальної напруженості, або недостатньо завантажене устаткування). По-третє, перехідна економіка може мати власні властивості, які відрізняють її як від планової, так і від ринкової економіки. Наприклад, виникаючі у процесі трансформації не-ефективні стійкі інститути – *інституціональні пастки* – можуть істотно знижувати ефективність функціонування економіки і, можливо, виводити її за межі економічної області. Такі *трансформаційні ефекти*, як трансформаційний спад і потужні структурні зрушення також можуть супроводжуватися виходом за межі економічної області. Нарешті, перехідний процес може бути настільки нерівноваговим, що виникає накладення *провалів ринку і провалів держави*, коли держава вже не справляється з управлінням, а ефективні ринкові механізми саморегулювання ще не сформувалися.

6.2. Побудова виробничих функцій

За винятком окремих випадків, початкові дані, які використовуються для побудови виробничої функції, повинні бути подані *індексами*, тобто відносними (а отже, безрозмірними) величинами. Ця вимога обумовлена тим, що в багатьох специфікаціях виробничої функції використовується операція підне-

сення до степеня, яке у загальному випадку не є цілим числом. Очевидно, ця операція є коректною лише для безрозмірних величин. У деяких випадках вимога використання індексів необхідна для узгодження розміру. Якщо з якихось причин необхідно використовувати дані, які не є безрозмірними, то виробничу функцію варто подавати у вигляді:

$$\frac{Y}{Y_0} = F\left(\frac{K}{K_0}, \frac{L}{L_0}; t\right),$$

де Y_0, K_0, L_0 – нормуючі константи, які можна вважати одиницями виміру. Це подання еквівалентне перекладу початкових даних у базисні індекси.

Відзначимо також, що оцінки деяких параметрів виробничих функцій залежать від нормування початкових даних, тобто від вибору констант Y_0, K_0 і L_0 (одиниць виміру), обумовленого, зокрема, вибором періоду, який використовується за базисний у часових рядах Y, K і L , і від вибору масштабу часу та початку його відліку. Наприклад, при оцінюванні параметрів CES-функції

$$Y = Ae^{pt} (bK^{-\rho} + (1-b)L^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}}$$

оцінка параметра A залежить від нормування початкових даних, а також від того, якому періоду відповідає початок відліку часу $t = 0$ і в яких одиницях він вимірюється (у роках, місяцях тощо). Оцінка параметра ρ залежить від вибору одиниці виміру часу, а оцінка параметра b – від нормування початкових даних (вибору одиниць виміру). Тому необхідно проявляти обережність при змістовній інтерпретації оцінок і особливо при зіставленні оцінок, одержаних із різних масивів даних.

Традиційна лінійно-однорідна виробнича функція $Y = F(K, L)$ є не тільки функцією, яка зв'язує індекс випуску продукції Y з індексами капіталу K і праці L , а функцією, що визначає індекс випуску продукції Y як *середнє* індексів капіталу K і праці L . Дійсно, відповідно до виразу для виробничої функції із лінійними ізоквантами

$$Y = A(bK + (1-b)L),$$

індекс випуску продукції Y є зваженим середнім арифметичним індексів капіталу K і праці L з вагами Ab і $A(1-b)$. В даному випадку сума ваг не дорівнює 1, але це не більше як питання вибору одиниць виміру. Завжди можна перенормувати початкові дані так, аби сума ваг дорівнювала 1 (у даному випадку для цього достатньо за ряд випуску продукції використовувати

$$Y_1 = \frac{Y(t)}{A}.$$

Функція Кобба-Дугласа

$$Y = AK^bL^{1-b}$$

визначає індекс випуску Y як зважене середнє геометричне індексів капіталу K і праці L з вагами b і $1-b$. Параметр A , як і в попередньому випадку, визначається нормуванням початкових даних, яке можна вибрати таким, аби цей параметр дорівнював 1.

Функція CES

$$Y = A(bK^{-\rho} + (1-b)L^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}}$$

визначає індекс випуску продукції Y як зважене середнє степеневе степеня $-\rho$ індексів капіталу K і праці L з вагами b і $1-b$.

Виробничі функції $F(\cdot)$ з показником однорідності γ , відмінним від одиниці, очевидно, можуть подаватися у вигляді: $F(\cdot) = F_1\gamma(\cdot)$, де $F_1\gamma(\cdot)$ – лінійно-однорідна виробнича функція, яка є функцією осереднення. У цьому випадку індекс

$Y_1 = Y^{\frac{1}{\gamma}}$ є середнім індексів капіталу K і праці L . Якщо ж

$Y = e^{pt} F_1^{\gamma}(K, L)$, то $Y_1 = (Ye^{-pt})^{\frac{1}{\gamma}}$ є середнім індексів капіталу K і праці L .

В тому, що традиційна виробнича функція є функцією осереднення факторів або може бути приведеною до такої функції простим перетворенням початкових даних, немає нічого дивного, оскільки основна ідея виробничої функції полягає в тому, що фактори виробництва у певних межах можуть замінювати один одного, зберігаючи результат (випуск) незмінним, а ця ідея знаходиться в основі функцій осереднення. Таким чином, з

формальної точки зору виробнича функція – не більше ніж функція осереднення факторів, яка визначає індекс випуску продукції Y як середнє індексів капіталу K і праці L .

З того факту, що $F(\cdot)$ є функцією осереднення, впливає, що, коли початкові дані Y_t , K_t і L_t подаються базисними індексами відносно одного й того ж періоду t_0 , то для будь-якого t_0 і всіх періодів t повинне виконуватися співвідношення:

$$Y_t \in [\min(K_t, L_t), \max(K_t, L_t)].$$

Іншими словами, на графіку залежностей базисних індексів Y , K і L від часу t часовий ряд індексу випуску продукції Y повинен бути розташований між часовими рядами індексів капіталу K і праці L .

Якщо у виразі $Y = F(K, L)$ перейти від абсолютних величин до темпів, то одержимо

$$\delta_Y = E_K \delta_K + E_L \delta_L, \quad (6.10)$$

де для лінійно-однорідної виробничої функції, відповідно до рівняння Ейлера, $E_L = 1 - E_K$ і, отже, вираз (6.10) визначає δ_Y як зважене середнє арифметичне δ_K і δ_L з невід'ємними вагами E_K і $1 - E_K$, які в сумі дорівнюють одиниці. Таким чином, лінійно-однорідна виробнича функція є функцією осереднення не тільки базисних індексів, а й їх темпів, звідки випливає, що на графіку залежностей δ_Y , δ_K і δ_L від часу часовий ряд δ_Y повинен бути розташований між часовими рядами δ_K і δ_L . Відзначимо, що в цьому випадку проблеми нормування (вибору одиниць виміру) не виникає.

Для виробничої функції з показником однорідності γ справедливе співвідношення:

$$\frac{1}{\gamma} \delta_Y = \frac{1}{\gamma} E_K \delta_K + \frac{1}{\gamma} E_L \delta_L,$$

тобто $\frac{1}{\gamma} \delta_Y$ є зваженим середнім арифметичним $\frac{1}{\gamma} E_K$ і $\frac{1}{\gamma} E_L$ з невід'ємними вагами δ_K і δ_L , які в сумі дорівнюють одиниці. Якщо ж виробнича функція враховує автономний технічний

прогрес із темпом p , то $\frac{\delta_Y - p}{\gamma}$ є середнім δ_K і δ_L . У цьому

випадку виробнича функція може бути приведеною до функції осереднення темпів простим перетворенням початкових даних.

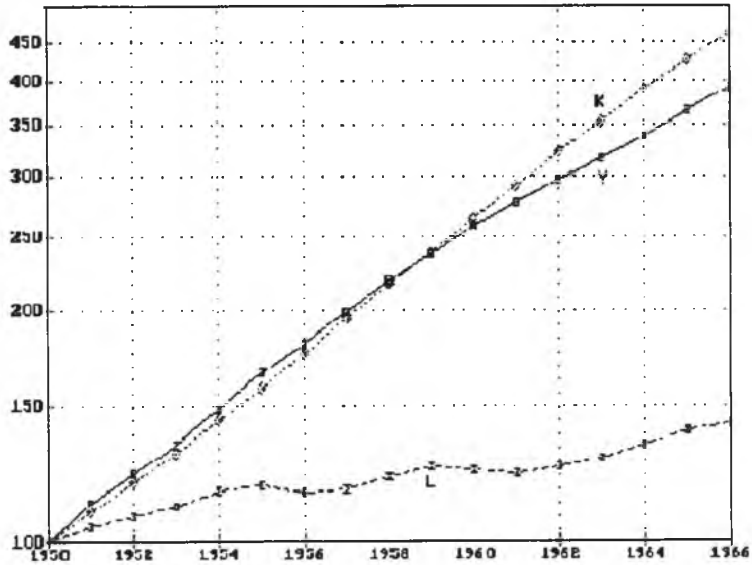
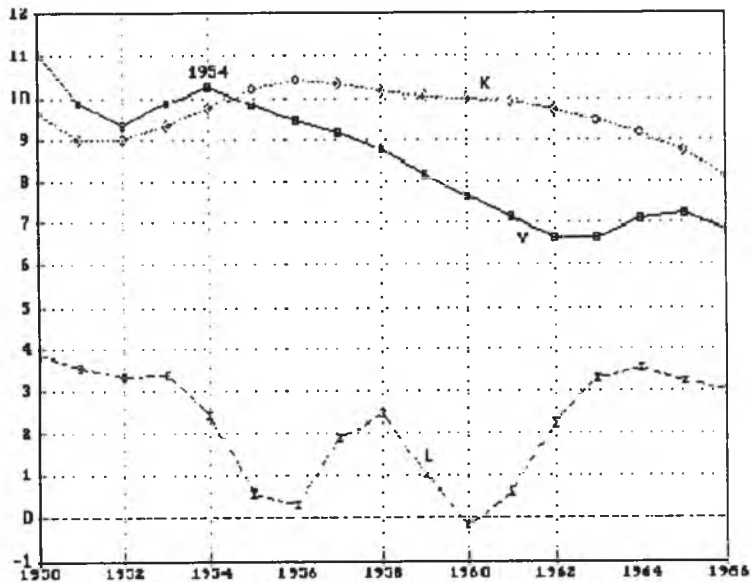
Для ілюстрації обговорених властивостей звернемося до прикладів.

За основу одного з прикладів використаємо дані по СРСР із роботи [25,52], де річні значення з 1950 по 1966 р. подані часовими рядами у відсотках до їх значення в 1960 р. Дані наведені в таблиці 6.1.

Таблиця 6.1

Індекси валового випуску, фондів і праці по СРСР
(1960 р. = 100)

Рік	Y	K	L
1950	38.84	37.87	80.79
1951	43.66	41.35	84.51
1952	47.47	45.13	87.09
1953	51.99	49.39	89.71
1954	57.80	54.30	93.87
1955	64.36	59.93	95.47
1956	70.26	66.55	93.65
1957	77.60	73.93	94.50
1958	84.71	81.86	98.10
1959	92.38	90.51	100.88
1960	100.00	100.00	100.00
1961	107.54	110.49	98.73
1962	115.51	121.96	100.96
1963	122.76	134.22	103.87
1964	131.12	147.33	108.01
1965	141.96	161.27	112.38
1966	151.97	175.86	114.90

Рис. 6.5. Приклад динаміки індексів Y , K і L Рис. 6.6. Приклад динаміки δ_Y , δ_K і δ_L

З цих даних випливає (рис. 6.5), що графік базисного індексу Y розташований поблизу межі області, яка задається графіками індексів K і L , причому в першій половині 1950-х рр. є зростання Y , хоча й незначне, але випереджаюче зростання K – найбільш швидко зростаючого фактора. Більш чітко це видно на графіку темпів (рис. 6.6).

Зауважимо, що темпи розраховуються за формулою центральних різниць:

$$\delta_{X,t} = \begin{cases} \frac{\tilde{X}_{t+1} - \tilde{X}_t}{\tilde{X}_t}, t = 1, \\ \frac{\tilde{X}_{t+1} - \tilde{X}_{t-1}}{2\tilde{X}_t}, t = \overline{2, n-1}, \\ \frac{\tilde{X}_t - \tilde{X}_{t-1}}{\tilde{X}_t}, t = n \end{cases} \quad (6.11)$$

після згладжування:

$$\tilde{X}_t = \begin{cases} \frac{3}{4}X_t + \frac{1}{2}X_{t+1} - \frac{1}{4}X_{t+2}, t = 1, \\ \frac{1}{4}X_{t-1} + \frac{1}{2}X_t + \frac{1}{4}X_{t+1}, t = \overline{2, n-1}, \\ -\frac{1}{4}X_{t-2} + \frac{1}{2}X_{t-1} + \frac{3}{4}X_t, t = n, \end{cases} \quad (6.12)$$

де X_t – значення базисного індексу періоду t , \tilde{X}_t – відповідне згладжене значення, $t = \overline{1, n}$, n – довжина часового ряду X_t .

Ваги методу згладжування (6.12) підібрані так, аби згладжування гасило часовий ряд із компонентами $a(-1)^t$, де a – довільна стала, і не спотворювало лінійного тренду. Диференціювання за формулами (6.11)-(6.12) дає більш точну апроксимацію логарифмічної похідної, ніж, наприклад, за формулою темпів приросту.

Повернемося до рисунку 6.6. У 1950-1954 рр. темп випуску був вищим за максимальний із темпів фондів і праці, після чого δ_Y перейшов в область між δ_K і δ_L . Оскільки до 1954 р. темп випуску δ_Y був вищим за темпи факторів δ_K і δ_L , то функція, яка зв'язує δ_Y із δ_K і δ_L , не може бути функцією осереднення, як не може бути функцією осереднення і функція, що зв'язує Y із K і L . Така спільна динаміка розглянутих часових рядів може бути описана лише виробничою функцією, яка має міру однорідності $\gamma > 1$, або виробничою функцією, яка враховує, крім K і L , інші фактори, що призводять до випереджального зростання випуску порівняно зі зростанням факторів K і L . Якщо внесок таких факторів описувати мультиплікативним членом e^{pt} при лінійно-однорідній функції $F(\cdot)$, тобто у вигляді:

$$Y = e^{pt}F(K, L),$$

то оцінка p у цьому випадку повинна бути додатною. Отже, можна говорити про існування додатного “залишку” у тому розумінні, що фактори K і L не повністю описують динаміку випуску Y . У будь-якому випадку, ситуація

$$\delta_{Y,j} > \max(\delta_{K,j}, \delta_{L,j}) \quad (6.13)$$

означає, що в околі періоду t розвиток економіки відбувається досить ефективно в розумінні використання факторів виробництва (зрозуміло, коли фактори вибрані раціонально зі змістовної точки зору й вимірянні досить точно). Така ситуація часто інтерпретується у термінах високої віддачі на масштаб ($\gamma > 1$) або додатного технічного прогресу, мірою якого можна вважати оцінку p . Навпаки, ситуація

$$\delta_{Y,j} < \min(\delta_{K,j}, \delta_{L,j}) \quad (6.14)$$

означає, що в околі періоду t фактори використовуються неефективно. У цьому випадку ситуацію можна пояснити у термінах низької віддачі на масштаб ($\gamma < 1$), або від'ємного технічного прогресу ($p < 0$). Обидві ситуації (6.13) і (6.14) означають, що в околі періоду t лінійно-однорідна виробнича функція незастосовна.

Ситуація

$$\delta_{Y,j} \in [\min(\delta_{K,j}, \delta_{L,j}), \max(\delta_{K,j}, \delta_{L,j})] \quad (6.15)$$

не суперечить гіпотезі заміщення й означає, що в околі періоду t не виключена можливість опису спільної динаміки часових рядів Y , K і L лінійно-однорідною виробничою функцією. Саме ця ситуація і спостерігається в розглянутому прикладі з 1955 р. (рис. 6.6). Таким чином, аналіз графіків базисних індексів Y , K і L та темпів δ_Y , δ_K і δ_L , наведених на рисунках 6.5-6.6, дозволяє вже на етапі попереднього аналізу даних відповісти на запитання про застосовність лінійно-однорідної виробничої функції на всьому аналізованому інтервалі часу і на окремих його підперіодах, а також одержати деяку інформацію про рівень і динаміку ефективності виробництва в термінах наявності неояснювального залишку і його знака.

Як уже відзначалося, коли виробнича функція $Y = F(K, L)$ є лінійно-однорідною, то її можна подати як у вигляді функції $y = f(k)$ – середньої продуктивності праці $y = \frac{Y}{L}$ від середньої фондозабезпеченості, $k = \frac{K}{L}$, так і у вигляді функції $g = q(l)$ – середньої фондовіддачі $g = \frac{Y}{K}$ від середньої працевзабезпеченості фондів $l = \frac{L}{K} = \frac{1}{k}$. Якщо ж така виробнича функція відповідає ще і стандартним вимогам $\frac{\partial F}{\partial K} > 0$, $\frac{\partial F}{\partial L} > 0$, $\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} \leq 0$, $\frac{\partial^2 F}{\partial L^2} \leq 0$, то $f' > 0$, $q' > 0$ і $f'' \leq 0$, $q'' \leq 0$.

Для перевірки виконання початковими даними припущення про додатність перших і недодатність других похідних функцій $f(k)$ і $q(l)$ достатньо припущення про лінійну однорідність виробничої функції: у випадку, коли залежності (y, k) і (g, l) будуть зростаючими і нестрого угнутими, то ці припущення виконуються. При цьому залежність будемо вважати опуклою, якщо множина, обмежена знизу графіком цієї залежності, є опуклою. Відповідно, угнутою будемо вважати залежність, якщо опуклою є множина, обмежена цією залежністю зверху.

Значимо, що оскільки початкові дані відповідають дискретним періодам часу, то на практиці без обмеження загальності

можна вважати виробничу функцію диференційованою необхідну кількість разів. Дійсно, дані в неперервному часі можуть одержуватися з початкових даних у дискретному часі лише з використанням методів інтерполяції або апроксимації, причому багатьма способами, серед яких завжди можна підібрати такі, що мають необхідні властивості (наприклад, можна використовувати апарат сплайн-функцій).

Рисунки 6.7, 6.8 ілюструють ці залежності для розглянутого прикладу. Залежність (y, k) демонструє зростання y зі зростанням k для всього аналізованого інтервалу часу. Залежність (g, l) , навпаки, демонструє зростання g зі зростанням l лише на інтервалі 1955-1966 рр. На інтервалі 1950-1955 рр. спостерігалось падіння g зі зростанням l , що не відповідає властивостям лінійно-однорідної виробничої функції із додатними першими похідними.

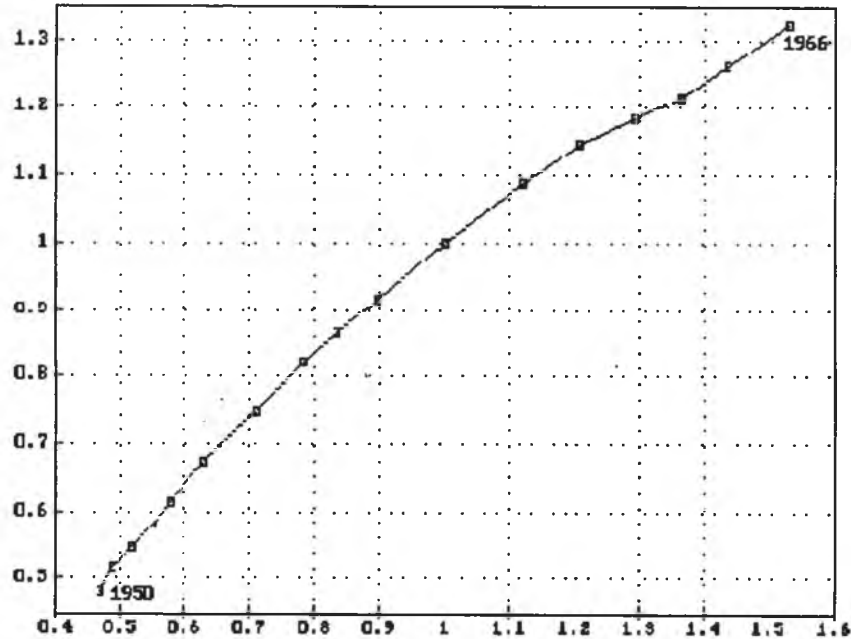


Рис. 6.7. Приклад залежності (y, k)

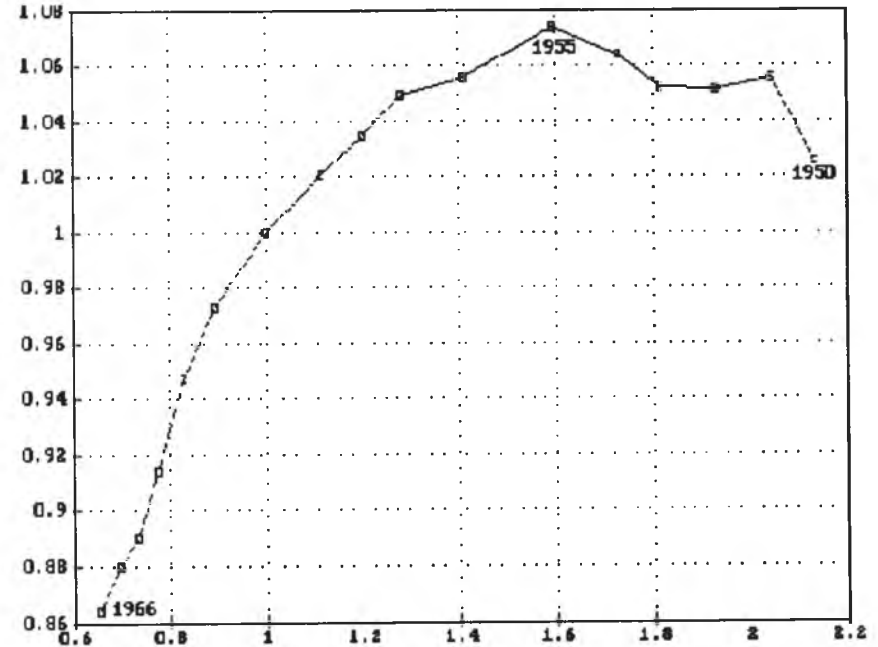


Рис. 6.8. Приклад залежності (g, l)

Залежності (y, k) і (g, l) , графіки яких подані на рисунках 6.7-6.8, є угнутими, що відповідає властивостям виробничої функції. Проте у 1951-1955 рр. і в 1962-1965 рр. ці залежності – опуклі (це особливо чітко помітно на графіку (g, l) , рис. 6.8), що не погоджується з припущенням про спадну віддачу.

Таким чином, аналіз залежностей (y, k) і (g, l) дозволяє констатувати, що в розглянутому випадку лінійно-однорідна виробнича функція із додатними першими похідними може бути побудована на інтервалі 1955-1966 рр. і не може бути побудована на інтервалі 1950-1955 рр. При цьому на інтервалі 1962-1965 рр. варто очікувати порушення властивості недовіддачі її других похідних, яка пов'язується із законом спадної віддачі. Спроба побудови лінійно-однорідної виробничої функції на всьому інтервалі свідомо приведе до невисокої якості апроксимації і додатної автокореляції залишків.

Якщо виробнича функція $Y = F(K, L)$ є лінійно-однорідною, то для довільного $c > 0$ $F\left(c\frac{K}{Y}, c\frac{L}{Y}\right) = c = \text{const}$. Отже, залеж-

ності $\left(c\frac{K}{Y}, c\frac{L}{Y}\right)$ для такої виробничої функції будуть ізоквантами (лініями рівного випуску). Оскільки ізокванти однорідної виробничої функції гомотетичні, то достатньо розглядати лише одну (кожну) з них, наприклад, криву $\left(\frac{K}{Y}, \frac{L}{Y}\right)$.

Отже, для побудови ізокванти для реальних даних достатньо лише тієї інформації про виробничу функцію, що вона є лінійно-однорідною. Тому залежність середньої працевзабезпеченості випуску $\frac{L}{Y}$ від середньої капіталоємності $\frac{K}{Y}$ можна використовувати на етапі попереднього аналізу даних для одержання інформації про можливий вид функції $F(K, L)$.

Так, близькість ізокванти, побудованої за реальними даними, до прямої лінії свідчить про високе значення еластичності заміщення σ . Навпаки, якщо така ізокванта має круту сполучну ділянку, то можна говорити про низький рівень заміщення,

тобто σ близьке до нуля. Якщо крива $\left(\frac{L}{Y}, \frac{K}{Y}\right)$ опукла, то $\sigma > 0$. Якщо ж ця крива угнута, то $\sigma < 0$, і, отже, виробнича функція із недодатними другими частинними похідними в даному випадку незастосовна.

Таким чином, аналізуючи графік залежності $\left(\frac{L}{Y}, \frac{K}{Y}\right)$, побудований за реальними даними, можна в рамках припущення про лінійну однорідність виробничої функції за напрямком опуклості визначати ділянки із $\sigma > 0$, $\sigma = \pm\infty$, $\sigma < 0$. Графік цієї залежності для розглянутого прикладу наведений на рисунку 6.9.

Аби реальну траєкторію $\{Y, K, L\}$, можна було описати лінійно-однорідною виробничою функцією, необхідно, щоби залежність задовольняла властивості ізоквант такої виробничої функції. Із рисунку 6.9 видно, що крива є монотонно спадною

лише на інтервалі 1955-1966 рр., причому в середині 1960-х рр. крива угнута, що відповідає від'ємній еластичності заміщення.

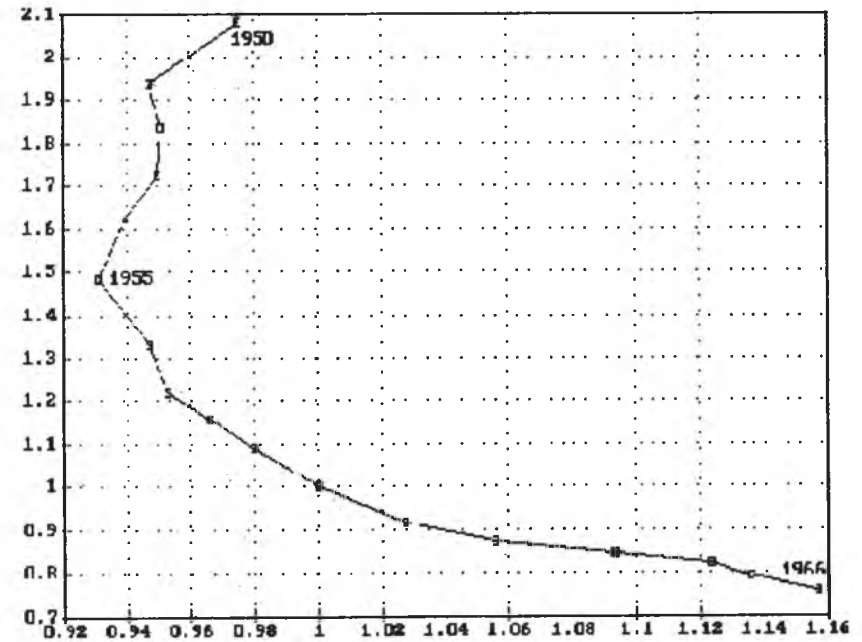


Рис. 6.9. Приклад залежності $\left(\frac{L}{Y}, \frac{K}{Y}\right)$

Нахил кривої на ділянці 1950-1955 рр. відповідає випадкові, коли випуск зберігається незмінним при зменшуваних витратах факторів, що не відповідає властивостям лінійно-однорідної виробничої функції. Той факт, що до 1960-х рр. ділянка ізокванти, побудованої при припущенні лінійної однорідності виробничої функції, стає майже горизонтальною, свідчить про те, що в ці роки праця стає лімітуючим фактором виробництва, тоді як у 1950-ті рр. лімітуючим фактором був капітал.

Оскільки залежності $\left(\frac{L}{Y}, \frac{K}{Y}\right)$ є ізоквантами лінійно-однорідної виробничої функції у координатах (L, K) , то залежності (y, g) будуть ізоквантами в координатах (L^{-1}, K^{-1}) .

Якщо у виразі CES-функції (6.3) вважати $\gamma = 1$, тобто якщо вона лінійно-однорідна, то

$$bg^{\rho} + (1-b)y^{\rho} = A^{\rho}.$$

Якщо, крім того, $\rho = 1$ (тобто $\sigma = \frac{1}{2}$), то

$$bg + (1-b)y = A,$$

тобто середня продуктивність праці y і середня фондовіддача g зв'язані в цьому випадку лінійною залежністю.

Таким чином, аналізуючи графік залежності (y, g) , побудований за реальними даними, можна в рамках припущення про лінійну однорідність виробничої функції за напрямком опуклості визначати ділянки з $\sigma > \frac{1}{2}$, $\sigma = \frac{1}{2}$ і $\sigma < \frac{1}{2}$. Отже, побудова залежності (y, g) становить інтерес для попереднього аналізу даних.

Графік (y, g) , побудований за даними розглянутого прикладу, наведено на рисунку 6.10. Судячи з напрямку опуклості,

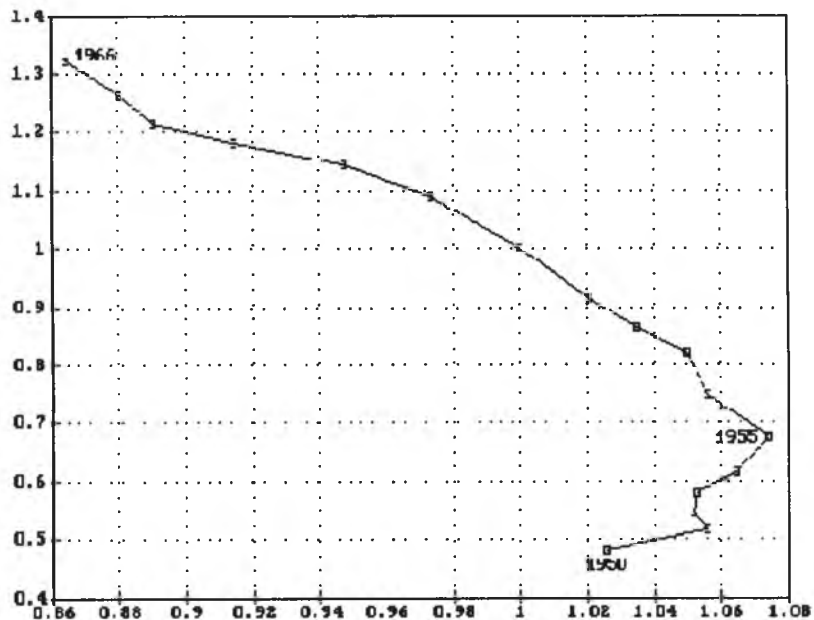


Рис. 6.10. Приклад залежності (y, g)

ділянка 1955-1966 рр. в цілому може бути описаною лінійно-однорідною виробничою функцією із $\sigma < \frac{1}{2}$. Ділянка 1950-1955 рр. характеризується одночасним зростанням середньої продуктивності праці і середньої фондовіддачі, що не відповідає властивостям лінійно-однорідної виробничої функції.

Таким чином, аналіз залежності (y, g) дозволяє зробити висновки, що коли вибирати виробничу функцію із класу CES, то еластичність заміщення такої функції повинна бути меншою за $\frac{1}{2}$. Це означає, зокрема, що функція Кобба-Дугласа (в якій еластичність заміщення дорівнює 1) не підходить для опису траєкторії $\{Y, K, L\}_t$ на розглянутому періоді.

Якщо виробничу функцію $Y = F(K, L)$ диференційовна і лінійно-однорідна, то справедливі рівності:

$$\begin{cases} \delta_{K,t} E_{K,t} + \delta_{L,t} E_{L,t} = \delta_{Y,t}, \\ E_{K,t} + E_{L,t} = 1, \end{cases} \quad (6.16)$$

які для кожного моменту часу t утворюють систему з двох лінійних рівнянь відносно $E_{K,t}$ і $E_{L,t}$. Ця система при $\delta_{K,t} \neq \delta_{L,t}$ має розв'язок

$$\begin{cases} E_{K,t} = \frac{\delta_{Y,t} - \delta_{L,t}}{\delta_{K,t} - \delta_{L,t}}, \\ E_{L,t} = \frac{\delta_{K,t} - \delta_{Y,t}}{\delta_{K,t} - \delta_{L,t}} = 1 - E_{K,t}. \end{cases} \quad (6.17)$$

Якщо в (6.17) підставити апроксимації логарифмічних похідних $\delta_{Y,t}$, $\delta_{K,t}$ і $\delta_{L,t}$, одержані з формул (6.11) і (6.12), дістанемо показники $\epsilon_{K,t}$ і $\epsilon_{L,t}$, які є оцінками факторних еластичностей $E_{K,t}$ і $E_{L,t}$ при умові лінійної однорідності виробничої функції. При цьому, якщо залежність (ϵ_K, k) відповідає одній із кривих, зображених на рисунку 6.11, то це свідчить про застосовність виробничої функції типу CES; в іншому разі CES-функція незастосовна. Якщо $\epsilon_K \approx \text{const}$, то можна використовувати функцію Кобба-Дугласа, а якщо ϵ_K монотонно спадає зі

зростанням k , то в цьому випадку траєкторія $\{Y, K, L\}_t$ на відповідному інтервалі повинна описуватися функцією CES із еластичністю заміщення $\sigma < 1$. Таким чином, аналізуючи графік залежності (ϵ_K, k) , побудований за реальними даними, можна в рамках припущень про диференційованість і лінійну однорідність виробничої функції визначати ділянки з $\sigma > 1$, $\sigma = 1$ і $\sigma < 1$.

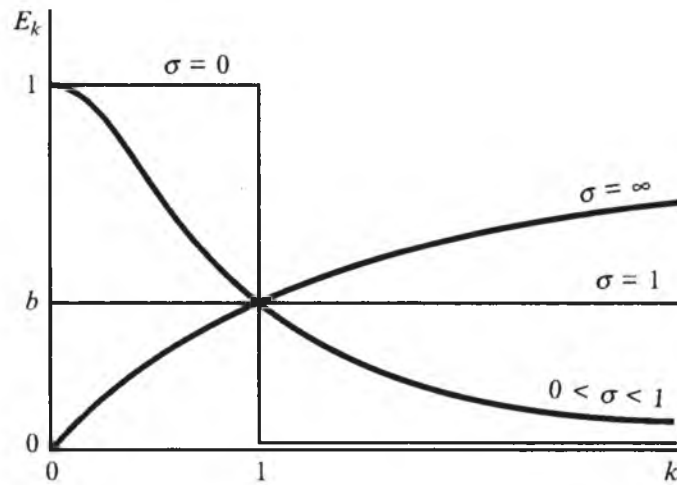


Рис. 6.11. Залежність (ϵ_K, k) для різних значень еластичності заміщення σ

Графік (ϵ_K, k) для розглядуваного прикладу наведений на рисунку 6.12. Видно, що до 1963 р. спостерігається різке падіння ϵ_K зі зростанням k . Це свідчить про те, що еластичність заміщення σ помітно менша за 1 і, отже, виробничу функцію Кобба-Дугласа не підходить для опису траєкторії $\{Y, K, L\}_t$ на даному інтервалі часу. При цьому до 1954 р. ϵ_K перевищувало 1, що не відповідає властивостям лінійно-однорідної виробничої функції і може інтерпретуватися в термінах технічного прогресу. На періоді 1963-1966 рр. спостерігається зростання ϵ_K зі зростанням k , що може бути описане CES-функцією, в якій еластичність заміщення перевищує 1 або від'ємна.

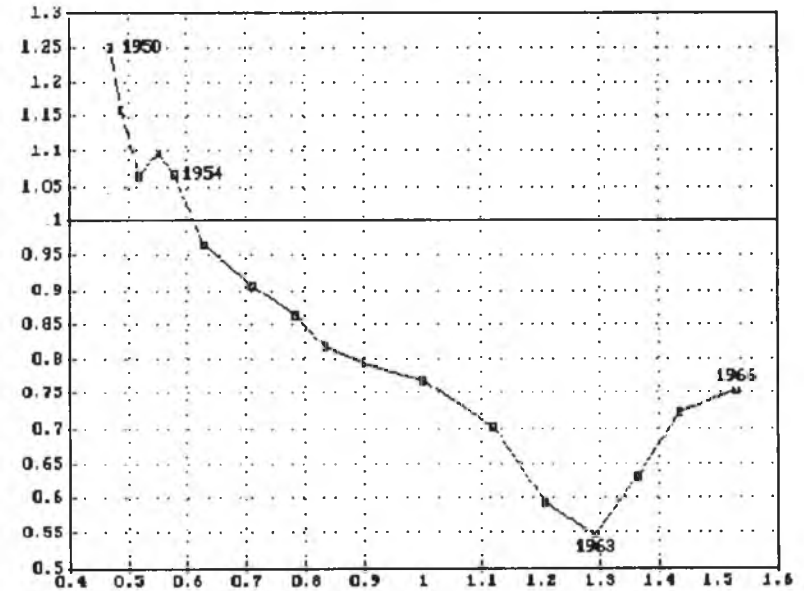


Рис. 6.12. Залежність (ϵ_K, k) для даних, поданих у табл. 6.1

Таким чином, аналіз залежності (ϵ_K, k) дозволяє зробити висновок, що лінійно-однорідна виробнича функція може бути побудована на інтервалі 1955-1963 рр., причому її еластичність заміщення менша за 1. Якщо включити в специфікацію виробничої функції член e^{pt} , то лінійно-однорідна виробнича функція із $0 < \sigma < 1$ може бути побудована на інтервалі 1950-1963 рр., причому оцінка параметра p буде додатною. Якщо ж замість цього включити міру однорідності γ у число оцінюваних параметрів, то оцінка γ буде більшою за 1. Період 1963-1966 рр. демонструє динаміку, характерну для виробничої функції із $\sigma > 1$ або $\sigma < 0$. Спроба побудови CES-функції на всьому розглядуваному інтервалі 1950-1966 рр. свідомо призведе до невисокої якості апроксимації і до додатної автокореляції залишків, оскільки CES-функція описує лише випадок монотонної залежності (ϵ_K, k) .

Якщо виробнича функція $Y = F(K, L)$ диференційована і

лінійно-однорідна, то $\frac{\partial \ln \kappa}{\partial \ln k} = c = \text{const}$, де $\kappa = \frac{E_L}{E_K}$ – відносна

капіталоємність, і графік залежності $(\ln k, \ln k)$ є прямою лінією з кутовим коефіцієнтом ρ . Проте якщо виробнича функція диференційована і лінійно-однорідна, то, згідно з (6.17):

$$k_t = \frac{\delta_{K,t} - \delta_{Y,t}}{\delta_{Y,t} - \delta_{L,t}}. \quad (6.18)$$

Якщо в (6.18) підставити апроксимації $\delta_{Y,t}$, $\delta_{K,t}$ і $\delta_{L,t}$ із формул (6.11), (6.12), то одержимо, що $\frac{\epsilon_L}{\epsilon_K}$ є оцінкою k при умові лінійної однорідності виробничої функції. Тому, коли залежність $(\ln \frac{\epsilon_L}{\epsilon_K}, \ln k)$ близька до лінійної, це свідчить про те, що еластичність заміщення близька до константи, тобто може бути використана CES-функція. За кутом нахилу залежності $(\ln \frac{\epsilon_L}{\epsilon_K}, \ln k)$ можна оцінити значення еластичності заміщення σ .

Таким чином, аналізуючи графік залежності $(\ln \frac{\epsilon_L}{\epsilon_K}, \ln k)$, побудо-

ваний за реальними даними, можна в рамках припущень про диференційованість і лінійну однорідність виробничої функції визначати ділянки зі сталою еластичністю заміщення.

Графік $(\ln \frac{\epsilon_L}{\epsilon_K}, \ln k)$ для розглядуваного прикладу наведений на рисунку 6.13. На інтервалі 1950-1954 рр. $\frac{\epsilon_L}{\epsilon_K} < 0$, тому $\ln \frac{\epsilon_L}{\epsilon_K}$ не визначений. Ділянки 1955-1963 рр. і 1963-1966 рр. можуть бути апроксимовані лінійними залежностями виду:

$$\ln \frac{\epsilon_L}{\epsilon_K} = \ln \frac{1-b}{b} + \rho \ln k, \quad (6.19)$$

де вільний член взятий у вигляді, зручному для порівняння з параметром b CES-функції. Значення параметрів ρ і b у рівнянні (6.19) легко оцінити методом лінійної регресії.

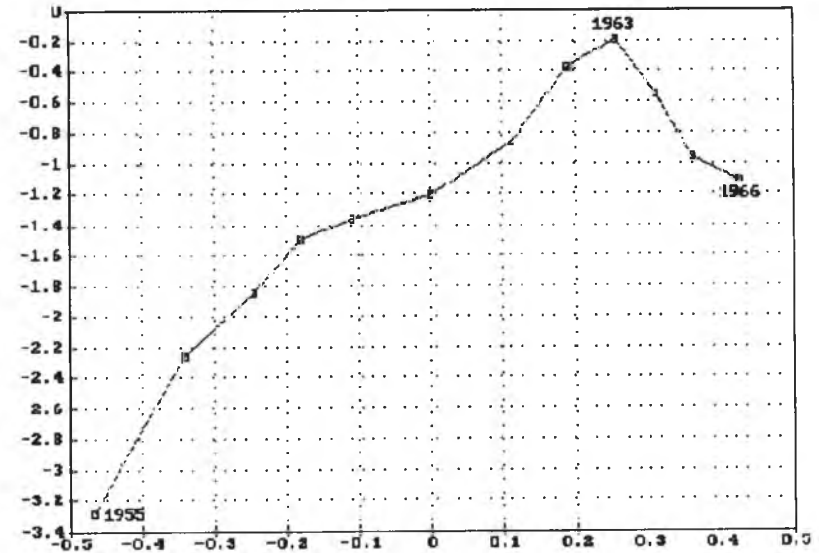


Рис. 6.13. Приклад залежності $\ln(\frac{\epsilon_L}{\epsilon_K}, \ln k)$

Таким чином, аналіз залежності $(\ln \frac{\epsilon_L}{\epsilon_K}, \ln k)$ дозволяє зробити висновок, що лінійно-однорідна CES-функція може бути побудована на інтервалі 1955-1963 рр., причому на цьому інтервалі $\rho > 0$ (тобто $\sigma = \frac{1}{1+\rho} < 1$). Також лінійно-однорідна CES-функція може бути побудована для 1963-1966 рр., причому на цьому інтервалі $\rho < 0$, хоча, очевидно, для ідентифікації її параметрів цей інтервал часу – занадто короткий.

Зазначимо, що останні два види попереднього аналізу даних (аналіз факторних еластичностей і відносної капіталоємності) висувають більш високі вимоги до якості початкових даних, оскільки вимагають диференціювання часових рядів початкових даних. Їх можна назвати методами першого порядку за числом необхідних операцій диференціювання, тоді як всі інші розглянуті методи можна вважати методами нульового порядку. Якщо

якість даних невисока, то методи першого порядку можуть нічого не дати для попереднього аналізу даних. Взагалі, використання темпових залежностей висуває більш високі вимоги до якості початкових даних.

Проведення попереднього аналізу даних дозволяє перейти до оцінювання параметрів CES-функції. Оскільки початкові дані подаються короткими часовими рядами, то результати оцінювання вимагають досить обережної інтерпретації.

Отже, описувана техніка аналізу охоплює проведення попереднього аналізу даних, яка передує етапу оцінювання параметрів специфікованої залежності. Фактично мова йде не просто про побудову виробничої функції, а про проведення аналізу макроекономічної динаміки із залученням понять і концепцій, розроблених у теорії виробничих функцій.

У даному випадку попередній аналіз даних дозволяє одержати основні змістовні висновки, минаючи етап ідентифікації параметрів виробничої функції. Але важливість проведення попереднього аналізу даних визначається не тільки цим. Попередній аналіз даних дозволяє виділити періоди, які характеризуються різною поведінкою початкових даних, ідентифікувати поворотні точки (межі періодів), тобто виявити хронологію процесу. Саме такого роду аналіз важко проводити на етапі ідентифікації параметрів.

Зміст попереднього аналізу даних полягає, по-перше, у проведенні періодизації (виявленні хронології), причому це – головне, і, по-друге, в одержанні інформації про застосовність конкретних специфікацій виробничих функцій на основі лише загальних припущень про властивості виробничої функції.

Наведена система індикаторів відповідає випадкові лінійно-однорідної виробничої функції, яка не залежить явно від часу. Вона легко може модифікуватися на випадок виробничої функції з іншими властивостями, наприклад, узагальнена для виробничої функції із довільно заданим значенням міри однорідності і/або для виробничої функції з автономним прогресом, заданим певним значенням відповідного параметра.

Аналіз індикаторів такої системи є не тільки допоміжним засобом для побудови виробничої функції, а й може мати са-

мостійну цінність, оскільки для відповіді на чимало запитань його достатньо.

Зупинимось на побудові виробничих функцій для радянської економіки за період з 1958 по 1990 р. Дані за цей період взяті у роботі [25] і подаються у відсотках до їх значення в 1970 р. (табл. 6.2).

Таблиця 6.2

Індекси випуску, фондів і праці СРСР (1970 р. = 100)

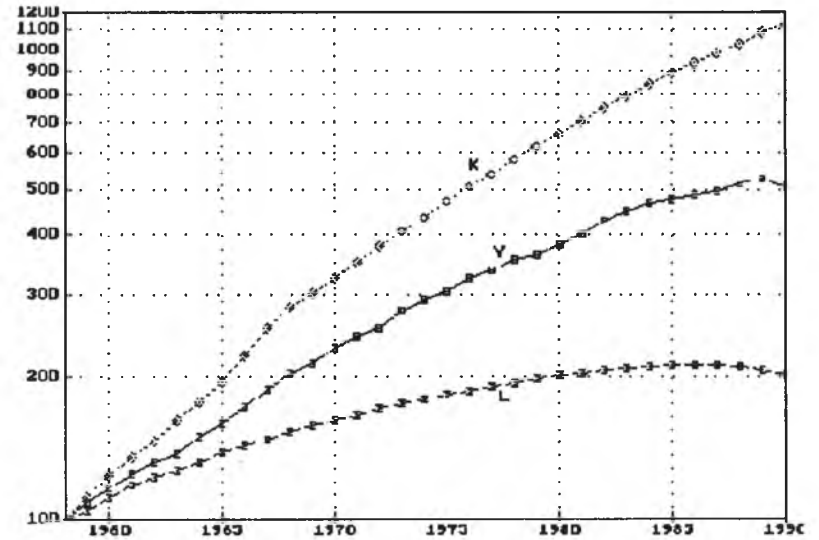
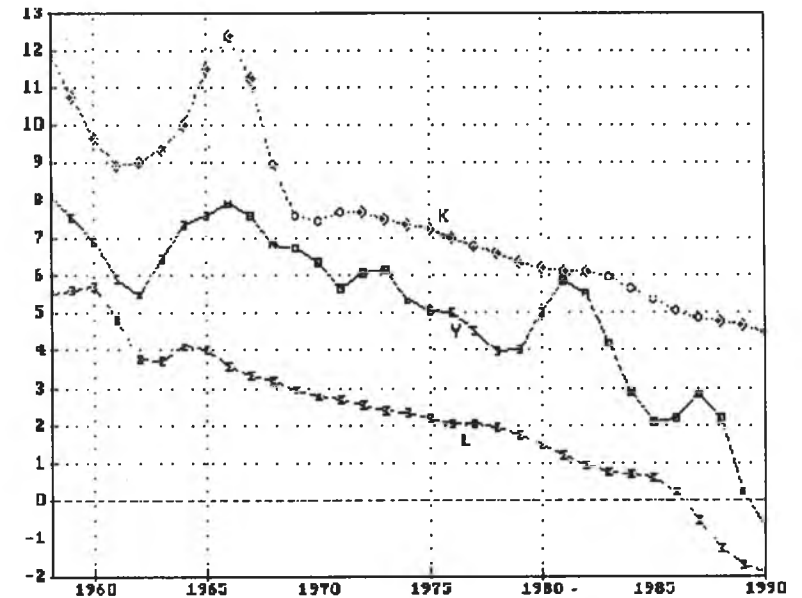
Рік	Y	K	L
1958	43.20	30.83	61.97
1959	46.45	33.94	64.19
1960	50.17	38.10	68.74
1961	53.59	41.59	73.06
1962	56.63	44.97	75.72
1963	58.90	49.79	78.16
1964	64.38	54.31	81.26
1965	68.81	60.16	85.25
1966	74.39	68.11	88.36
1967	80.85	78.00	91.24
1968	87.55	86.68	94.35
1969	91.68	93.01	97.45
1970	100.00	100.00	100.00
1971	105.65	107.84	102.88
1972	109.81	116.64	105.54
1973	119.62	125.98	108.09
1974	125.98	135.32	110.64
1975	131.73	145.69	113.30
1976	139.48	156.78	115.52

Продовження табл. 6.2

1977	145.81	167.69	117.96
1978	153.32	179.45	120.40
1979	157.10	191.56	122.62
1980	164.82	203.74	124.72
1981	173.55	216.58	126.39
1982	186.64	230.20	127.72
1983	195.43	244.73	128.71
1984	203.11	259.80	129.49
1985	206.29	274.32	130.60
1986	211.03	288.73	131.37
1987	214.41	303.50	131.49
1988	223.85	318.14	129.93
1989	229.43	333.94	127.94
1990	220.26	349.49	125.17

Із рисунка 6.14, побудованого за цими даними, видно, що графік базисного індексу Y розташований між графіками індексів K і L . Це спостерігається і для темпів δ_Y , δ_K і δ_L . Така спільна динаміка розглянутих часових рядів не суперечить можливості її опису лінійно-однорідною виробничою функцією.

Разом із тим динаміка δ_Y відрізняється більшою рухливістю від динаміки δ_K і δ_L (рис. 6.15). Це означає, що динаміка δ_Y не може бути точно описаною функцією осереднення δ_K і δ_L , оскільки часовий ряд δ_Y містить високочастотні складові, тоді як ряди δ_K і δ_L таких складових не містять. Це означає, що спроба побудови виробничої функції з незмінними параметрами для всього розглядуваного інтервалу часу неминуче приведе до високої автокореляції залишків.

Рис. 6.14. Динаміка індексів Y , K і L Рис. 6.15. Динаміка δ_Y , δ_K і δ_L

Можна використовувати, принаймні, два підходи до розв'язування цієї проблеми. Відповідно до першого більш висока рухливість темпу випуску може бути пояснена змінами параметрів виробничої функції з часом. Цей підхід полягає в побудові та аналізі *короткострокової* виробничої функції. Другий підхід допускає відмову від спроб пояснити більш високу рухливість темпу випуску еволюцією параметрів виробничої функції. Відповідно до цього будується *довгострокова* виробнича функція, параметри якої незмінні протягом досить тривалого періоду часу. Високочастотні складові темпу випуску залишаються в цьому випадку у складі залишку, який не пояснюється динамікою факторів виробництва. Динаміка цього залишку потім інтерпретується змістовно, при цьому зміни пояснюються причинами, не пов'язаними з динамікою факторів виробництва.

Зазначимо, що ці два підходи не суперечать один одному, незважаючи на те, що відповідно до них дістаються різні виробничі функції, оскільки короткострокова і довгострокова виробничі функції й не повинні збігатися.

Можливі й інші підходи. Так, можна йти шляхом ускладнення специфікації виробничої функції з надією описати за допомогою неї динаміку випуску. Цей підхід, по суті, еквівалентний першому з розглянутих. Можна спробувати ввести у виробничу функцію додаткові фактори для того, аби усунути непояснювальний залишок. Такий підхід близький до другого з розглянутих.

Зупинимося на аналізі відповідно до першого підходу.

Розпочнемо з проведення попереднього аналізу даних. Залежність (y, k) демонструє в цілому зростання y зі зростанням k (рис. 6.16), а залежність (g, l) зростання g зі зростанням l (рис. 6.17), що також відповідає властивостям лінійно-однорідної виробничої функції. Разом із тим, ці залежності мають ділянки, де графіки – опуклі, що не відповідає властивостям лінійно-однорідної виробничої функції, оскільки означає порушення припущення про спадну віддачу.

Залежність $\left(\frac{L}{Y}, \frac{K}{Y}\right)$ є спадною (рис. 6.18), що відповідає властивостям ізокванти лінійно-однорідної виробничої функції,

проте на графіку спостерігаються ділянки, де крива угнута, що суперечить властивостям такої виробничої функції, й означає, що на цих ділянках еластичність заміщення $\sigma < 0$.

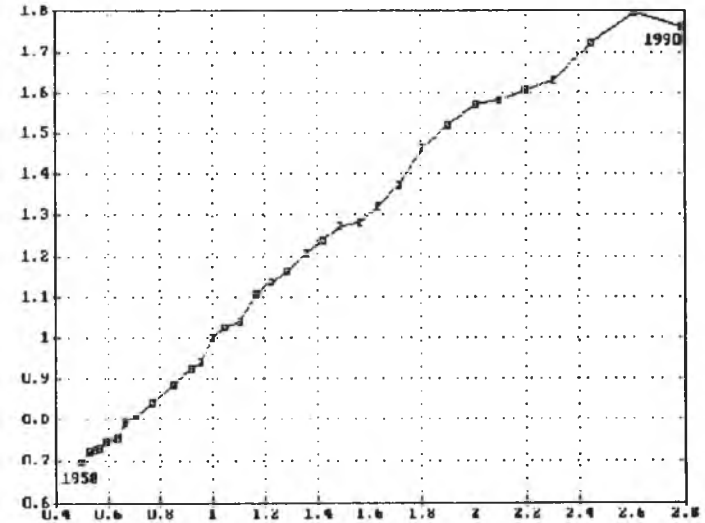


Рис. 6.16. Залежність (y, k)

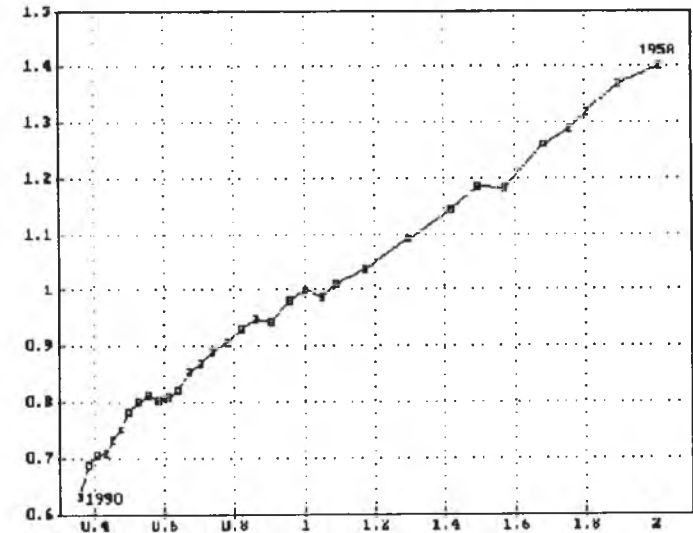


Рис. 6.17. Залежність (g, l)

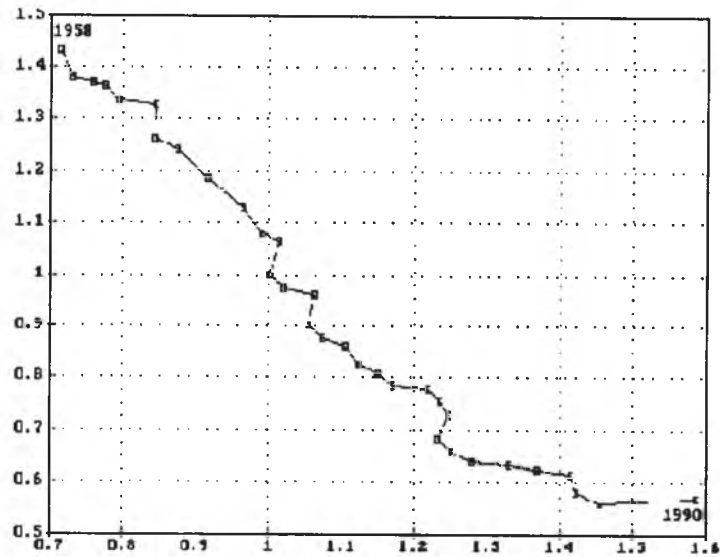


Рис. 6.18. Залежність $\left(\frac{L}{Y}, \frac{K}{Y}\right)$

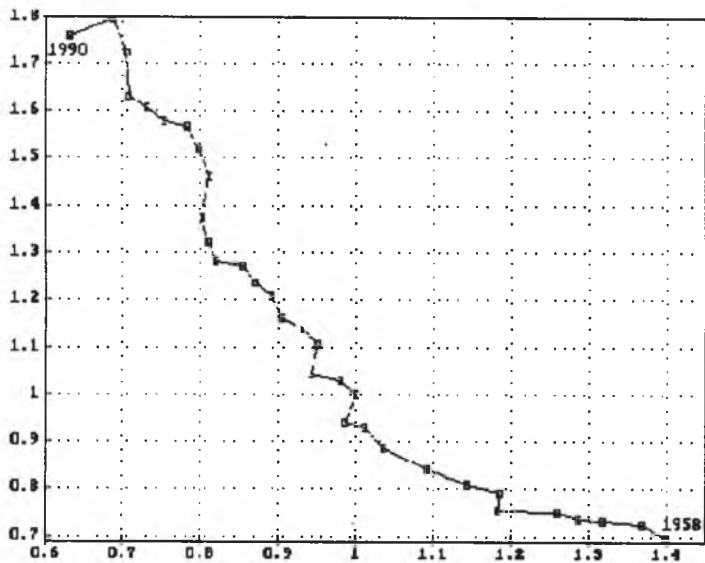


Рис. 6.19. Залежність (y, g)

Залежність (y, g) є в цілому спадною та опуклою (рис. 6.19), звідки випливає, що на всьому розглядуваному інтервалі еластичність заміщення $\sigma > \frac{1}{2}$, тобто досить висока. Разом із тим, на графіку (y, g) чітко проглядаються ділянки, на яких крива угнута, що відповідає значенням еластичності заміщення $\sigma < \frac{1}{2}$ на цих ділянках.

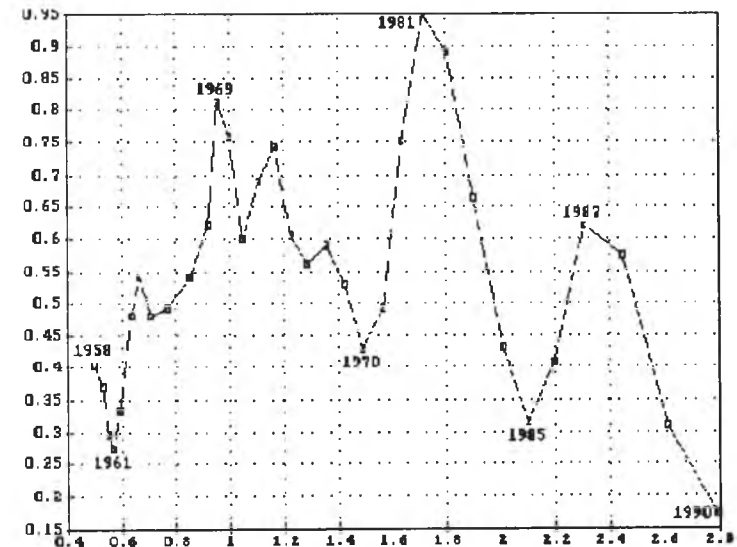


Рис. 6.20. Залежність (ϵ_k, k)

Найбільш інформативними є графіки, наведені на рисунках 6.20, 6.21. На обох графіках виділяються періоди, описувані виробничими функціями з істотно різними параметрами. Так, до 1961 р. спостерігалось падіння ϵ_k зі зростанням k (рис. 6.20) і, відповідно, зростання $\ln \frac{\epsilon_L}{\epsilon_K}$ зі зростанням $\ln k$ (рис. 6.21), що відповідає випадкові лінійно-однорідної виробничої функції із параметром $\rho > 0$ (тобто $0 < \sigma < 1$). Потім з 1961 р. по 1969 р. спостерігається період зростання ϵ_k зі зростанням k і падіння

$\ln \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_K}$ зі зростанням $\ln k$, що може бути описаний лінійно-однорідною виробничою функцією із параметром $\rho < 0$ (тобто з $\sigma > 1$ або $\sigma < 0$).

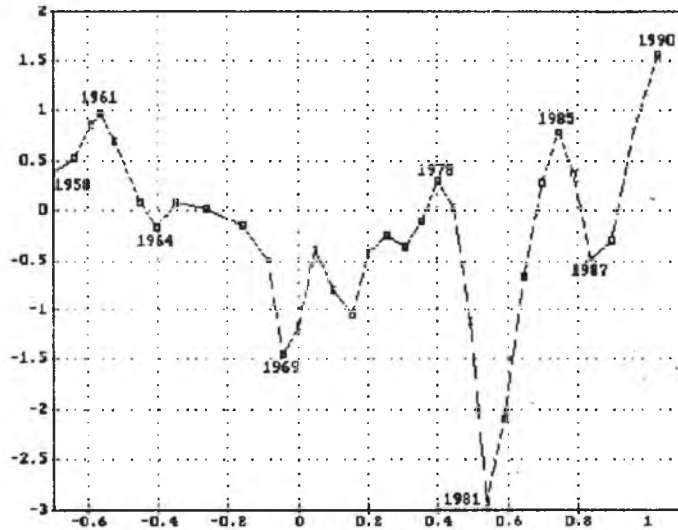


Рис. 6.21. Залежність $(\ln \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_K}, \ln k)$

Економічна динаміка на цих двох періодах цілком погоджується з попереднім прикладом (радянська економіка 1950-1966 років). Єдина відмінність полягає в ідентифікації моменту зміни тенденції: вище (рис. 6.12, 6.13) поворотна точка відповідає 1963 р., тут же (рис. 6.20, 6.21) вона відповідає 1961 р. У цій розбіжності немає нічого дивного, оскільки, по-перше, використані різні початкові дані, а по-друге, будь-яка оцінка, в тому числі й оцінка моменту зміни тенденції, має деяку похибку. Розбіжність між різними оцінками може дати деяке уявлення про їх точність. Обидва масиви даних дозволяють зробити висновок, що в околі 1962 р. відбулася зміна тенденції.

Наступна зміна тенденції відбулася в околі 1969 р. (рис. 6.20, 6.21), після чого до 1978-1979 рр. траєкторія $\{Y, K, L\}_t$ може бути описана лінійно-однорідною виробничою функцією з еластичністю заміщення $0 < \sigma < 1$. З кінця 1970-х рр. макроекономічна динаміка характеризується флуктуаціями значно більшого масштабу, ніж раніше (рис. 6.20, 6.21). Можна по-різному виділяти періоди для ідентифікації на них параметрів виробничої функції. Так, період із 1980 р. до 1990 р. може бути описаний лінійно-однорідною виробничою функцією із $0 < \sigma < 1$, причому оцінка еластичності заміщення на цьому періоді буде нижчою, ніж на інтервалі 1969-1979 р. і якість її оцінки буде гіршою через набагато більший масштаб флуктуацій. Можна оцінювати параметри лінійно-однорідної виробничої функції і на інтервалі 1969-1990 рр., причому й у цьому випадку варто очікувати, що $0 < \sigma < 1$, а якість оцінки буде невисокою. Крім того, оскільки оцінка параметра ρ визначається кутовим коефіцієнтом регресійної прямої на графіку $(\ln \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_K}, \ln k)$, то на інтервалі 1969-1990 рр. оцінка ρ буде нижчою (тобто оцінка σ вищою), ніж на інтервалі 1980-1990 рр. (рис. 6.21).

Нарешті, можна зробити спробу ідентифікації параметрів лінійно-однорідної виробничої функції і на всьому аналізованому інтервалі з 1958 р. по 1990 р., але, вірогідно, оцінка еластичності заміщення тут буде хоча й досить високою (не можна виключати можливості використання навіть виробничої функції Кобба-Дугласа), але ненадійною, оскільки виробничі функції зі сталою еластичністю заміщення описують лише випадок монотонної залежності ε_K від k .

Виділені періоди містять занадто мале число спостережень, тому відповідні оцінки параметрів CES-функції варто не проводити. Для всього аналізованого інтервалу спостерігається додатна автокореляція залишків, що узгоджується з висновками, одержаними на етапі попереднього аналізу даних. Оцінки параметрів виробничої функції Кобба-Дугласа для всього аналізованого інтервалу часу наведені в таблиці 6.3. Початкові дані для знаходження оцінок наведені в таблиці 6.2. У дужках таблиці 6.3 наведені t -статистики, двома зірочками позначені оцінки параметрів, які відрізняються від нуля при 1%-му рівні значимості.

Таблиця 6.3

Оцінки параметрів виробничої функції $\ln y = \ln A + b \ln k$

№	Інтервал	$\ln A$	b	$AR(1)$	R^2	DW
1	1958-1990	0.0061 (1.413)	0.5849** (72.60)	-	0.9942	0.6538
2	1959-1989	0.0025 (0.2327)	0.6091** (31.64)	0.6809** (5.656)	0.9976	2.1108

Статистика Дарбіна-Уотсона вказує на наявність додатної автокореляції залишків i , отже, на зміщеність оцінок (рядок 1). Використання процедури Кохрейна-Оркутта дозволяє усунути автокореляцію залишків (рядок 2). Відповідні оцінки для часових рядів темпів наведені в рядку 1 таблиці 6.4.

Таблиця 6.4

Оцінки параметрів виробничої функції

$$\delta^Y = p + b\delta_K + (1 - b)\delta_L$$

№	Інтервал	p	b	R^2	DW
1	1959-1989	0.0066 (0.5621)	0.4473* (2.242)	0.4302	2.2265
2	1959-1989	0.0064 (0.6757)	0.4331* (2.532)	0.6855	1.2584

Зазначимо, що при побудові цієї таблиці використані початкові дані, наведені в таблиці 6.2. У першому випадку за темпи використані звичайні темпи приросту, у другому випадку – темпи приросту за формулою центральних різниць. У дужках наведені t -статистики. Зірочкою позначені оцінки параметрів, що відрізняються від нуля при 5%-му рівні значимості.

Тут необхідно зазначити, що для різних задач доцільно використовувати різні формули, які апроксимують логарифмічні похідні. Для попереднього аналізу даних має сенс використовувати формулу центральних різниць (6.11), яка дає більш точну апроксимацію логарифмічної похідної, ніж звичайна формула темпів приросту після згладжування (6.12), що дозволяє змен-

шити вплив нерегулярної складової динаміки на оцінку темпу. Але для використання часових рядів темпів у регресійних залежностях таке диференціювання не достатньо добре, оскільки воно штучно привносить автокореляцію між сусідніми членами часового ряду, що погіршує якість економетричних оцінок i , зокрема, знижує значення критерію Дарбіна-Уотсона. Тому для проведення регресійного аналізу темпи краще апроксимувати за звичайною формулою темпів приросту.

Таблиця 6.4 демонструє вплив різних формул диференціювання на результати оцінювання. Порівняння рядків 1 і 2 цієї таблиці показує, що використання центральних різниць різко знижує значення критерію Дарбіна-Уотсона, хоча й збільшує оцінку R^2 .

Обговоримо одержані результати. Впадає в очі особливість радянської макроекономічної динаміки, яка полягає в наявності періодів, які описуються виробничими функціями з істотно різними наборами параметрів. Тривалі періоди з досить низькою еластичністю заміщення чергуються з періодами, коли спостерігається динаміка, аномальна з погляду властивостей виробничих функцій. Так, до початку 1960-х рр. спостерігалось низьке значення еластичності заміщення, потім на інтервалі 1960-1970 рр. оцінка параметра σ від'ємна, що є порушенням властивості спадної віддачі, потім протягом 1970-х рр. знову спостерігалось низьке значення σ , після чого на рубежі 1970-1980-х рр. відбулося різке зростання еластичності випуску за фондами, аномальне з погляду властивостей виробничої функції, яке змінилося тривалим періодом, що характеризується слабкими можливостями заміщення праці фондами. Добре видно вплив проведеної економічної політики на макроекономічну динаміку (що не дивно з огляду на плановий характер радянської економіки).

Зазначимо, що така неоднорідність протікання макроекономічних процесів впливає на техніку аналізу економічної динаміки, особливо в короткостроковому плані.

Наслідком наявності таких періодів є істотна залежність одержуваних оцінок параметрів виробничої функції від вибору інтервалу оцінювання і від заданого масштабу часу, на якому

проводиться ретроспективний аналіз. Істотна залежність оцінок параметрів виробничої функції від інтервалу оцінювання робить попередній аналіз даних не просто корисним, а й необхідним етапом побудови виробничої функції, а інакше можна одержати практично довільні оцінки параметрів із досить широкого діапазону.

Зазначимо також, що більшість оцінок еластичності заміщення σ , одержаних на основі часових рядів, менші за одиницю, тоді як оцінки, одержані за просторовими даними, як правило, вищі і близькі до одиниці. Таким чином, низькі оцінки еластичності заміщення для періоду планового розвитку відображають не тільки низькі можливості заміщення праці капіталом, а й, цілком імовірно, зсув, типовий для оцінок, одержуваних із часових рядів.

Таким чином, на інтервалах часу різного масштабу система демонструє різні властивості: локальна (на малих інтервалах) нестійкість оцінок параметрів виробничої функції сполучається з глобальною (протягом декількох десятиліть) стійкістю, коли оцінки параметрів змінюються в околі певного значення, не виходячи за межі певної області на множині значень параметрів (рис. 6.20, 6.21). Зазначимо, що така поведінка є типовою для складних нелінійних систем, які демонструють хаотичну динаміку.

Істотна залежність оцінок параметрів виробничої функції від аналізованого масштабу часу повинна враховуватися при її використанні як інструменту прогнозування. Горизонт прогнозу повинен бути погоджений із масштабом часу, якому відповідають використовувані оцінки параметрів. Для короткострокового прогнозування може використовуватися виробнича функція, оцінена на останньому виділеному періоді, для більш довгострокового прогнозування варто використовувати виробничу функцію, ідентифіковану на інтервалі більшої тривалості.

Заслугове обговорення питання про причини виникнення таких періодів у радянській економіці. Очевидно, причину цього феномена варто шукати в природі планової економіки, у якій на мікрорівні відсутні ефективні механізми зворотного зв'язку, властиві розвинутій ринковій економіці. У таких умовах

збільшення масштабу флуктуацій у системі є неминучим, оскільки зворотний зв'язок реалізується за допомогою регулярних корегувань економічної політики на макрорівні, тобто на найвищому рівні і на великих характерних часових інтервалах. Виконується "струс" всієї економічної системи (прикладів яких чимало в радянській історії), що породжує такі періоди. Збільшення масштабу флуктуацій економічної динаміки в 1980-х рр. (рис. 6.20, 6.21) також свідчить на користь такої гіпотези.

Спроби побудови агрегованої виробничої функції для економіки України нашоухуються на серйозні труднощі, обумовлені особливостями цієї економіки як об'єкта дослідження. Це пов'язано з наступним.

1. Крайня мізерність і недостатня вірогідність інформаційної бази, яка описує розвиток української економіки на макрорівні. Дані подаються досить короткими часовими рядами, що робить проблематичним одержання надійних економетричних оцінок.

2. Специфіка української економіки полягає в тому, що принципи її функціонування відрізняються від принципів функціонування ринкової економіки. Почасти це обумовлюється спадщиною планової економіки, в якій домінували ресурсні обмеження, а не обмеження на попит, почасти відіграють роль трансформаційні ефекти, властиві саме перехідній економіці. Відсутність ефективних механізмів, що приводять економіку до стану рівноваги, може сприяти виникненню тривалих за часом і значних за масштабами відхилень від рівноваги. Велика роль і більш значні можливості державного втручання в економіку збільшують цю проблему.

3. У плановій, а отже, і в перехідній економіці утруднене використання даних про частки капіталу і праці для прямих, тобто одержаних на основі відповідної статистичної інформації, а не шляхом проведення економетричних розрахунків, оцінок факторних еластичностей. Це звужує арсенал адекватних методів і утруднює аналіз сукупної факторної продуктивності. В ряді випадків стає проблематичною навіть ідентифікація довгострокових тенденцій сукупної факторної продуктивності. До цієї ж групи проблем відносяться проблеми адекватного виміру капіталу і праці.

4. Будь-яка економіка є системою, що розвивається, і це породжує труднощі проведення міжчасових зіставлень, створювані необхідністю порівняння, загалом, різних систем. Ця проблема різко збільшується в перехідній економіці, економіці швидких змін, процеси в якій різко інтенсифікуються порівняно з економіками, які стабільно розвиваються. Це відображає відомий загальносистемний принцип, відповідно до якого перехідні процеси в системах різної природи є скороминучими порівняно з періодами досить стабільного розвитку. У стабільній економіці цю проблему намагаються обходити, вважаючи, що темп змін у системі невисокий, тому система в кожному наступному періоді майже не відрізняється від системи в попередньому періоді, а існуючі відмінності можуть враховуватися шляхом введення незначних виправлень. Низькі темпи змін дозволяють одержати число членів часових рядів, що відповідають системі з майже незмінними властивостями, достатнє для проведення коректного економетричного аналізу.

У перехідній економіці ситуація істотно інша. Різка інтенсифікація процесів призводить до значно швидшої, ніж у стабільній економіці, втрати порівнянності між сусідніми членами часових рядів. У природничих науках і в техніці у таких випадках роблять згущення сітки шляхом збільшення частоти проведення вимірів, проте, у випадку аналізу макроекономічної динаміки можливості збільшення частоти вимірів обмежуються існуючою системою державної статистики.

Система державної статистики складалася десятиліттями і може бути адекватною лише до потреб економіки, яка стабільно розвивається. Зокрема, технології збирання та опрацювання інформації орієнтовані на характерні часи процесів, властиві стабільній економіці. У перехідній економіці процеси інтенсифікуються, їхні характерні часи зменшуються. В результаті виникаючої неузгодженості характерних часів об'єкта виміру і системи виміру частина інформації про об'єкт може виявитися за межами смуги пропускання системи виміру. В зв'язку з цим сусідні члени часових рядів можуть відповідати істотно різним системам, що різко утруднює використання економетричних методів.

6.3. Аналіз сукупної факторної продуктивності

Припущення про те, що динаміка випуску продукції Y описується динамікою лише факторів K і L , є досить сильним. Очевидно, на динаміку Y впливають технічний прогрес, накопичення людського капіталу, поліпшення організації виробництва і ряд інших факторів. Крім цього, існує проблема адекватного виміру динаміки випуску і факторів виробництва, коли необхідно зіставляти нові товари, які мають інші споживчі властивості, зі старими товарами, що втягуються у процес виробництва. Тут типовим є виникнення зсувів у часових рядах випуску і факторів виробництва.

Це призводить до того, що коли за факторні еластичності використовуються не їхні оцінки, одержані на основі застосування економетричних методів, а дані про частки факторів, то динаміка фондів K і праці L описує далеко не весь випуск, маючи значний залишок, не пояснюваний динамікою K і L . У цьому випадку у виробничу функцію часто вводять явну залежність від часу, наприклад, у формі

$$Y = A(t) F(K, L). \quad (6.20)$$

Оскільки

$$\frac{d(A(t)F(K, L))}{dt} = A'(t)F(K, L) + A(t) \frac{\partial F}{\partial K} K' + A(t) \frac{\partial F}{\partial L} L',$$

то

$$\frac{Y'}{Y} = \frac{A'(t)}{A(t)} + \frac{\partial \ln F}{\partial \ln K} \frac{K'}{K} + \frac{\partial \ln F}{\partial \ln L} \frac{L'}{L}$$

або

$$\delta_Y = p + E_K \delta_K + E_L \delta_L, \quad (6.21)$$

де $\delta_Y = \frac{Y'}{Y}$, $\delta_K = \frac{K'}{K}$ і $\delta_L = \frac{L'}{L}$ – темпи випуску, капіталу і праці відповідно, E_K і E_L – еластичності випуску по фондах і

праці, $p = p(t) = \frac{A'(t)}{A(t)}$ – член, що враховує внесок у темп випуску сукупності всіх інших, які не фігурують безпосередньо у спи-

ску аргументів виробничої функції, факторів, а також який враховує можливі зсуви в часових рядах випуску, фондів і праці.

Аналіз динаміки залишку $A(t)$ дозволяє досліджувати розвиток процесу в часі, коли в одні періоди вплив цих факторів є сильнішим, тоді як в інші – слабшим.

Із (6.20) випливає, що

$$A(t) = \frac{Y}{F(K, L)}, \quad (6.22)$$

тобто при відомій функції $F(K, L)$ можна одержати часовий ряд $A(t)$.

Оскільки $F(K, L)$ є середнім факторів K і L , то (6.22) є відношення індексу випуску (результату) до середнього індексів факторів (витрат). Таким чином, $A(t)$ є показником ефективності, причому – сукупним показником, який враховує обидва фактори виробництва. Тому $A(t)$ називається *сукупною факторною продуктивністю*, на відміну від окремих показників ефективності, якими є середня продуктивність праці $y = \frac{Y}{L}$ і серед-

ня фондівіддача $g = \frac{Y}{K}$.

Сукупна факторна продуктивність може бути виражена через осереднення часток виробничих факторів. Так, якщо $F(K, L)$ – лінійно-однорідна CES-функція, то

$$A(t) = \frac{Y}{(bK^{-p} + (1-b)L^{-p})^{-\frac{1}{p}}} = (bg^p + (1-b)y^p)^{\frac{1}{p}},$$

тобто $A(t)$ є зваженим середнім степеневим степеня ρ середньої фондівіддачі g і середньої продуктивності праці y .

Відповідно до (6.22) сукупна факторна продуктивність виражена в інтегральному вигляді, а відповідно до (6.21) вона може бути виражена й у диференціальному вигляді

$$p = \delta_Y - (E_K \delta_K + E_L \delta_L). \quad (6.23)$$

Вище для опису динаміки випуску функцією факторів виробництва використаний підхід, в якому допускалася зміна параметрів виробничої функції з часом. Відповідно до цього підхо-

ду будувалися виробничі функції, які можна охарактеризувати як короткострокові, оскільки при їхній побудові ставилася мета максимально точного опису поточних, короткострокових тенденцій. При такому підході будь-якого інформативного залишку не виникає, тому об'єктом змістовної інтерпретації є динаміка оцінок параметрів виробничої функції чи інформація про динаміку множини можливих значень параметрів виробничої функції та інформація про періоди часу, яким відповідають ті чи інші оцінки параметрів.

Використаємо інший підхід, згідно з яким будується довгострокова виробнича функція, причому параметри цієї функції вважаються незмінними на всьому аналізованому інтервалі часу. У цьому випадку, як правило, виникає залишок, найчастіше значний, який не описується такою виробничою функцією через її меншу, ніж у попередньому підході, гнучкість. Цей залишок, виражений відповідно до співвідношень (6.23) або (6.22), можна розглядати як сукупну факторну продуктивність у диференціальному чи інтегральному вигляді. Саме динаміка цього залишку є об'єктом змістовного аналізу в цьому випадку разом із набором параметрів довгострокової виробничої функції.

Як уже відзначено, у перехідній економіці (а до цього – у плановій) утруднене використання даних про частки капіталу і праці для одержання оцінок відповідних факторних еластичностей. Це призводить до необхідності використання економетричних оцінок факторних еластичностей для одержання динаміки сукупної факторної продуктивності. Проте використання економетричних оцінок факторних еластичностей замість прямих оцінок, одержаних на основі даних про частки факторів, може значно змістити динаміку сукупної факторної продуктивності.

Справа в тому, що практично завжди динаміку випуску в першому наближенні можна описати регресійною залежністю від динаміки факторів. Це легко показати, подавши часові ряди випуску і факторів (а краще – їхні логарифми чи темпи) у вигляді розкладу в ряди Тейлора з точністю до лінійних членів. Тоді коефіцієнтам регресії будуть відповідати змінні системи алгебраїчних рівнянь, що дістаються після прирівнювання коефіцієнтів при однакових ступенях розкладу. Ця система майже

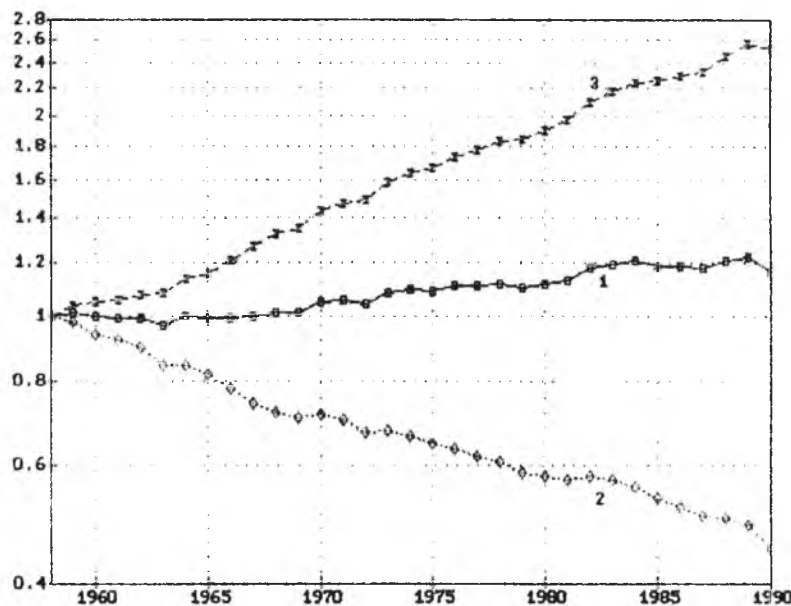


Рис. 6.23. Динаміка сукупної факторної продуктивності $A(t)$ (1) і часток продуктивностей g (2) і y (3) в інтегральному вигляді

Аби проілюструвати діапазон, у якому могли б знаходитися графіки сукупної факторної продуктивності при іншому виборі оцінок факторних еластичностей, на рисунках 6.22 і 6.23 показана динаміка окремих продуктивностей, для одержання яких знання факторних еластичностей не потрібні, і тому можливі зсуви оцінок факторних еластичностей не можуть зміщувати оцінки окремих продуктивностей факторів. Бачимо, що цей діапазон досить широкий, особливо при аналізі сукупної факторної продуктивності в інтегральному вигляді (рис. 6.23), коли зміна окремих продуктивностей задає для можливих оцінок сукупної факторної продуктивності діапазон від дворазового зниження до зростання в 2,5 рази.

Аналіз короткострокових тенденцій сукупної факторної продуктивності показує, що сукупна факторна продуктивність стрибкоподібно збільшилася наприкінці 1960-х рр. (рис. 6.22 і 6.24,

на якому $A(t)$ наведена в більш зручному для аналізу масштабі, ніж на рисунку 6.23), що, можливо, пов'язано з розпочатою в той час спробою проведення економічних реформ, які пов'язують з ім'ям А. М. Косигіна. Наступне стрибкоподібне збільшення сукупної факторної продуктивності можна датувати 1982-1984 рр. (можливо, це пов'язано зі спробами "наведення порядку" під час короткого періоду перебування Ю. В. Андропова при владі), а останнє – 1988-1989 рр., коли слідом за перебудовою розпочалось "прискорення".

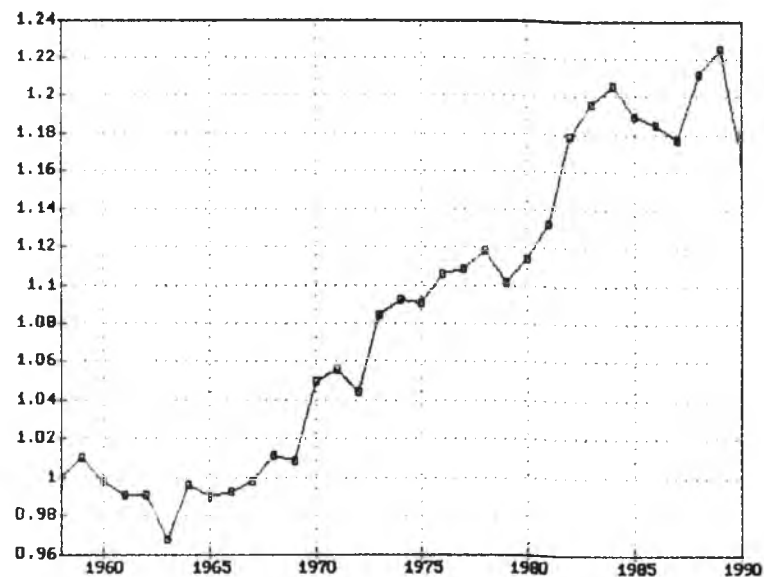


Рис. 6.24. Динаміка сукупної факторної продуктивності $A(t)$ в інтегральному вигляді

Усім цим періодам зростання передували зниження сукупної факторної продуктивності у диференціальному вигляді або стагнація сукупної факторної продуктивності в інтегральному вигляді (рис. 6.22, 6.24). Так, у середині 1960-х рр. зростання сукупної факторної продуктивності не спостерігалось, наприкінці 1970-х рр. мало місце навіть її зниження, як і в середині 1980-х рр. Усе це цілком відповідає простій схемі, відповідно до якої спроби проведення реформ є реакцією на погіршення ситуації.

робничі фонди є єдиним лімітованим фактором, який визначає випуск продукції. Мале підприємство функціонує при незмінній технології, що допускає сталість його фондовіддачі.

З урахуванням цих передумов виробнича діяльність описується однофакторною виробничою функцією типу Леонтьєва, а темпи розвитку підприємства визначаються динамікою основних виробничих фондів.

Залежності між основними змінними моделі малого підприємства подаються такою системою рівнянь:

$$P(t) = fA(t); \quad (7.1)$$

$$M^{об}(t) = (1 - c)P(t); \quad (7.2)$$

$$M(t) = M^{об}(t) - N(t); \quad (7.3)$$

$$N(t) = \tau P(t) + \tau_2 k_1 (1 - \xi) M(t); \quad (7.4)$$

$$\frac{dA}{dt} = \xi M(t) + I(t); \quad (7.5)$$

$$t \in [0, T]; \quad \xi \in [0, 1]; \quad k_1 \in [0, 1], \quad (7.6)$$

де $P(t)$ – випуск продукції в момент t у вартісному вираженні;

f – показник фондовіддачі;

$A(t)$ – вартість основних виробничих фондів;

$M^{об}(t)$ – загальний прибуток малого підприємства;

$M(t)$ – чистий прибуток за винятком податкових відрахувань;

$N(t)$ – сума податкових відрахувань;

τ, τ_2 – ставки оподаткування на обсяг випуску і прибуток відповідно;

$\xi(t)$ – частка чистого прибутку, що відраховується на реінвестування;

k_1 – коефіцієнт, що виражає частку реінвестованого прибутку, яка не має пільг із оподаткування (не всі реінвестовані кошти звільняються від податків) і яка оцінюється статистичним шляхом;

$I(t)$ – зовнішні інвестиції, що видаються підприємству на безоплатній основі.

При цьому рівняння визначають:

(7.1) – лінійну виробничу функцію малого підприємства;

(7.2) – процес формування його загального прибутку за винятком витрат виробництва;

(7.3) – величину чистого прибутку за винятком загальної суми податкових відрахувань;

(7.4) – спрощений алгоритм розрахунку податкових відрахувань, що складаються з податків двох видів:

– залежних від обсягів виробництва (з обігу, ПДВ);

– нарахованих на прибуток.

При цьому пільги, надані підприємствам, які реінвестують свій прибуток у виробництво, враховуються за допомогою частки інвестиційних відрахувань ξ і коефіцієнта k_2 (величина його, як правило, залежить від межі дії пільг);

(7.5) – динаміку приросту основних виробничих фондів за рахунок власних коштів і зовнішніх інвестицій.

Підставляючи рівняння (7.2) і (7.4) у співвідношення (7.3), одержуємо:

$$\begin{aligned} M(t) &= (1 - c)P(t) - \tau P(t) + \tau_2 k_1 (1 - \xi) M(t) = \\ &= P(t) [(1 - c) - \tau] + \tau_2 k_1 (1 - \xi) M(t). \end{aligned} \quad (7.7)$$

Виражаючи явно змінну $M(t)$ зі співвідношення (7.7), дістаємо:

$$M(t) = \frac{1 - c - \tau}{1 - \tau_2 k_1 (1 - \xi)} P(t). \quad (7.8)$$

Після підстановки (7.8) у (7.5) маємо:

$$\frac{dA}{dt} = \hat{a}P(t) + I(t), \quad (7.9)$$

де

$$\hat{a} = \frac{1 - c - \tau}{1 - \tau_2 k_1 (1 - \xi)}.$$

Або, з огляду на (7.1), одержуємо остаточно диференціальне рівняння, до якого зводиться система співвідношень (7.1)-(7.4):

$$\frac{dA}{dt} = aA(t) + I(t), \quad (7.10)$$

де $a = \hat{f}\hat{a}$.

Розглянемо три випадки динаміки інвестицій $I(t)$:

- 1) $I(t) = I_0 = \text{const}$;
- 2) $I(t) = \beta t$;
- 3) $I(t) = B \exp(\beta t)$.

(7.11)

Загальний розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння зі сталими коефіцієнтами (7.5) для розглянутих правих частин має відповідно вигляд:

$$A(t) = \left(A_0 + \frac{I_0}{a} \right) \exp(at) - \frac{I_0}{a}, \quad (7.12)$$

$$A(t) = \left(A_0 + \frac{\beta}{a^2} \right) \exp(at) - \frac{\beta}{a^2} (at + 1), \quad (7.13)$$

$$A(t) = \left(A_0 + \frac{B}{a - \beta} \right) \exp(at) - \frac{\beta}{a - \beta} \exp(\beta t). \quad (7.14)$$

Зіставляючи темпи зростання основних фондів для різних варіантів інвестування малого підприємства, переконуємося в тому, що вони, як і варто було очікувати, значно вищі при більш інтенсивній фінансовій підтримці. Проте вони залежать і від параметрів, які характеризують діяльність розглянутого економічного об'єкта. Так, при $t \rightarrow \infty$ темпи зростання основних

фондів визначаються змінними $\frac{I_0}{a}$, $\frac{\beta}{a^2}$, $\frac{B}{a - \beta}$, які істотно зале-

жать від структурних характеристик розглянутої системи (малого підприємства).

7.2. Модель із нелінійними виробничими функціями

Динаміка розвитку малих підприємств часто характеризується значною нелінійністю. Так, на перших стадіях можуть спостерігатися значні темпи розвитку, які потім згасають (рис. 7.1).

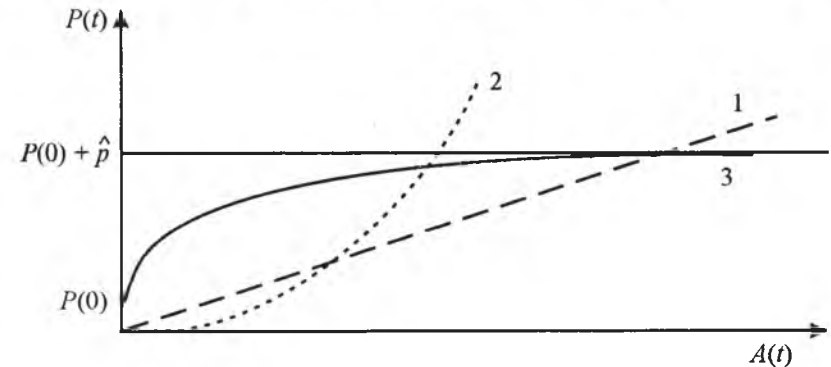


Рис. 7.1. Нелінійності в динаміці розвитку малих підприємств

Для опису функціонування новоствореного малого підприємства, яке заповнило відносно “вільну нішу” і має високий потенціал розвитку, може використовуватися степенева функція виду:

$$P(t) = \gamma A^\alpha(t). \quad (7.15)$$

Зазначимо, що ця функція є окремим випадком функції Кобба-Дугласа, яка має такий вигляд:

$$P(t) = \gamma A^\alpha(t) L^\lambda, \quad \alpha + \lambda = 1, \quad (7.16)$$

де γ — параметр цієї функції, L — трудові ресурси, α і λ — коефіцієнти еластичності заміни основних фондів і праці відповідно.

Використовуючи співвідношення (7.9), одержуємо основне рівняння динаміки малого підприємства у випадку степеневої виробничої функції:

$$\frac{dA}{dt} = \bar{a} \gamma A^\alpha(t) + I(t), \quad (7.17)$$

де $\bar{a} = \gamma \hat{a}$.

Аналіз рівняння (7.17) показує, що воно не завжди розв'язне в явному вигляді. Так, для випадків $I(t) = I_0 = \text{const}$ і $I(t) = \beta t$ це рівняння доцільно розв'язувати чисельними наближеними методами. В той же час для окремого випадку $I_0 = 0$ воно перетворюється в однорідне рівняння Бернуллі, розв'язок якого можна знайти методом підстановки:

$$x(t) = \frac{1}{A^\alpha(t)}. \quad (7.18)$$

Для малого підприємства можуть використовуватися також функції, які відображають процес насичення виробництва продукції:

$$P(t) = P(0) + \hat{\rho} [1 - \exp(-A(t))], \quad (7.19)$$

де $P(0)$ – початковий рівень виробництва, $\hat{\rho}$ – деяка межа насичення: $P(t) \rightarrow P(0) + \hat{\rho}$ при $t \rightarrow \infty$ (рис. 7.1).

Функція (7.18) відображає процес зростання малого підприємства до деякої межі (асимптоти), обумовленої зовнішніми умовами (наприклад, збутом продукції, максимально можливим рівнем інтенсифікації праці невеликого штату співробітників тощо). При цьому подальше падіння виробництва в умовах мобільності малого бізнесу майже завжди означає згортання виробництва й організацію нової справи; тому випадки зниження випуску продукції в даній моделі не розглядаються.

Використовуючи співвідношення (7.9), яке відображає зв'язок між динамікою основних виробничих фондів і виробничою функцією при наявності зовнішніх інвестицій, одержуємо:

$$\frac{dA}{dt} = \tilde{a}_1 - \tilde{a}_2 \exp\{-A(t)\} + I(t), \quad (7.20)$$

де $\tilde{a}_1 = \hat{a}(P(0) + \hat{\rho})$, $\tilde{a}_2 = \hat{a}\hat{\rho}$.

У тому випадку, коли динаміка зовнішніх інвестицій відома і задана відповідно співвідношеннями:

$$I(t) = \text{const}, \quad (7.21)$$

$$I(t) = \beta_1 \exp(\beta_2 t). \quad (7.22)$$

з нелінійного диференціального рівняння (7.20) одержуються такі варіанти динаміки основних виробничих фондів:

1) для сталих інвестицій $I(t) = I_0$:

$$A(t) = \ln \left[\tilde{c}(t) \exp(\tilde{a}_1 + I_0 - t) - \tilde{a}_2 t \right], \quad (7.23)$$

де

$$\tilde{c}(t) = -\tilde{a}_2 (\tilde{a}_1 + I_0) \left[\left(t + \frac{1}{\tilde{a}_1 + I_0} \right) \exp(-(\tilde{a}_1 + I_0) - t) \right];$$

2) для зростаючих із темпом β_2 інвестицій:

$$A(t) = \ln \left[\tilde{c}(t) \exp(\tilde{a}_1 + I_0 - t) - \tilde{a}_2 t \right], \quad (7.24)$$

де

$$\tilde{c}(t) = -\frac{\tilde{a}_2 \beta_2 t + 1}{\beta_2 - \tilde{a}_1 - I_0} \exp \left\{ \left[\beta_2 - (\tilde{a}_1 + I_0) \right] t \right\}.$$

7.3. Модель малого підприємства із рівномірним погашенням одноразового кредиту

Дослідимо динаміку малого підприємства, яке функціонує в умовах, підпорядкованих гіпотезам першої моделі (пункт 7.1), але без державної підтримки: $I(t) = 0$. При цьому розглянемо ситуацію одноразового кредитування малого підприємства, яке здійснює рівномірне погашення боргу з урахуванням відсотків. Це, безумовно, позначається на показниках прибутку (відшкодування основного боргу) підприємства і собівартості продукції (витрати, пов'язані з виплатою відсотка). Вважасмо, що надання одноразового кредиту в момент часу $t = 0$ у розмірі K_0 відображається в моделі шляхом збільшення вартості початкових основних виробничих фондів A_0 на суму кредиту K_0 . За кредит нараховуються складні відсотки. Таким чином, розмір боргового зобов'язання D , що погашається до моменту t , складає величину

$$D(t) = K_0 e^t; \quad \forall t = \overline{0, T}. \quad (7.25)$$

За умови рівномірного погашення боргу, виданого на період T , величина виплачуваної в кожний момент t суми боргових зобов'язань $Z(t)$ є сталою і розраховується так:

$$Z(t) = \frac{K_0 e^T}{T} = \text{const}. \quad (7.26)$$

Величина $A(t)$ подається у вигляді суми двох доданків: \hat{S} – частини основного боргу в момент t ; \hat{s} – відсотків, виплачуваних у цьому ж періоді:

$$Z(t) = \frac{K_0 e^T}{T} = \frac{K_0(e^T - 1) + K_0}{T} = \hat{S} + \hat{s}, \quad (7.27)$$

де

$$\hat{S} = \frac{K_0}{T}, \quad \hat{s} = \frac{K_0(e^T - 1)}{T}.$$

Константа \hat{S} зменшує прибуток малого підприємства $M(t)$ для кожного t , а константа \hat{s} – обумовлює зростання питомої собівартості:

$$\bar{c} = c + \frac{\hat{S}}{P(t)}, \quad (7.28)$$

де \bar{c} – нова питома собівартість.

З урахуванням вказаних припущень систему співвідношень моделі малого підприємства можна записати так:

$$\bar{A}_0 = A_0 + K_0; \quad (7.29)$$

$$P(t) = fA(t); \quad (7.30)$$

$$M^{об}(t) = (1 - c)P(t) - \hat{s}; \quad (7.31)$$

$$M(t) = M^{об}(t) - N(t); \quad (7.32)$$

$$N(t) = \tau_1 P(t) + \tau_2 k_2 (1 - \xi) M(t); \quad (7.33)$$

$$\frac{dA}{dt} = \xi [M(t) - \hat{S}]. \quad (7.34)$$

Відзначимо, що

$$M^{об}(t) = \left[1 - c - \frac{\hat{s}}{P(t)} \right] P(t) = (1 - c)P(t) - \hat{s}.$$

Очевидно, що розв'язок системи рівнянь (7.29)-(7.34) з точністю до константи збігається з одержаним раніше розв'язком системи (7.1)-(7.6) при $f = -\xi \hat{s}$ та $\bar{A}_0 = A_0 + K_0$ і є таким співвідношенням:

$$A(t) = \left[A_0 + K_0 - \frac{\xi \hat{s}}{a} \right] \exp(\hat{a}t) + \frac{\xi \hat{s}}{a}, \quad (7.35)$$

де

$$\bar{a} = \frac{1 - c - \hat{s} - T_1}{1 - T_2 k_2 (1 - \xi)} \xi f.$$

Аналіз співвідношення (7.35) свідчить про те, що темп зростання системи значною мірою визначається показником експоненти \bar{a} , який залежить, головним чином, від внутрішнього економічного механізму малого підприємства; проте співвідношення констант визначають умови кредитування, і формуючий співмножник експоненти може істотно вплинути на динаміку його основних виробничих фондів.

Таким чином, важливим питанням є дослідження доступності кредиту для малого підприємства.

Аналіз розглядуваної моделі свідчить про те, що для забезпечення зростання малого підприємства повинні виконуватися дві умови:

1) необхідна: величина відсотків не повинна перевищувати загального прибутку:

$$M^{об}(t) = (1 - c)P(t) - \hat{s} > 0.$$

2) достатня: величина чистого прибутку повинна перевищувати боргові зобов'язання:

$$\frac{dA}{dt} > 0 \quad \text{або} \quad M(t) - \hat{s} > 0, \quad \text{або} \quad M(t) > \hat{s}.$$

В економічних дослідженнях величина доступності кредиту, як правило, оцінюється індикатором $\mu(t)$, який обчислюється як відношення боргового зобов'язання $S(t)$ до величини $M(t)$:

$$\mu(t) = \frac{S(t)}{M(t)} = \frac{\hat{S}}{M(t)}. \quad (7.36)$$

При $\mu(t) \leq 1$ кредит у момент t є доступним, при $\mu(t) > 1$ – відповідно недоступним. Умова (7.36) визначає співвідношення параметрів, які входять у \hat{s} і $M(t)$, і кредитів, що забезпечують доступність для малого підприємства. У даному випадку маємо:

$$\mu(t) = \frac{\frac{K_0}{T}}{\frac{1 - c - \hat{s} - \tau_1}{1 - \tau_2 k_2 (1 - \xi)} f A(t)},$$

де $A(t)$ – розв'язок рівняння (7.35).

Таким чином, при досить швидкому зростанні $A(t)$ забезпечується $\mu(t) \leq 1$.

7.4. Загальна модель

Розглянемо деякі узагальнення розглянутих динамічних моделей розвитку малого бізнесу при його кредитуванні.

Як і раніше, вважаємо, що основним є рівняння динаміки фондів (капіталу) малого підприємства $A(t)$, пов'язане з вибуттям зношених фондів із темпом $\mu(t)$, інвестуванням у вигляді частки $\xi(t)$ від чистого прибутку, що позначається через $R(t)$, за винятком платежів за кредит, і кредитних ресурсів $I(t)$. У цих позначеннях маємо таке лінійне неоднорідне диференціальне рівняння першого порядку:

$$\frac{dA(t)}{dt} = \xi(t)R(t) + I(t) - \mu A(t). \quad (7.37)$$

Вважаючи, що існує прямий пропорційний зв'язок $R(t)$ із обсягом випуску продукції $P(t)$, а отже фондів $A(t)$ з коефіцієнтом пропорційності q , рівняння (7.37) запишемо у вигляді:

$$\frac{dA(t)}{dt} + \mu A(t) - \xi(t)qA(t) = I(t). \quad (7.38)$$

Розв'язок однорідного рівняння (7.38) має вигляд:

$$A(t) = C(t)e^{\int [q\xi(t) - \mu] dt}. \quad (7.39)$$

Використовуючи метод варіації довільної сталої, одержимо:

$$C'(t)e^{\int [q\xi(t) - \mu] dt} + C(t)[q\xi(t) - \mu]e^{\int [q\xi(t) - \mu] dt} + \mu C(t)e^{\int [q\xi(t) - \mu] dt} - q\xi(t)C(t)e^{\int [q\xi(t) - \mu] dt} = I(t). \quad (7.40)$$

Після скорочень у (7.40) маємо:

$$dC(t) = I(t)e^{\int [\mu - q\xi(t)] dt} dt,$$

$$C(t) = \int I(t)e^{\mu t} e^{-q \int \xi(t) dt} dt + C_0. \quad (7.41)$$

Підставляючи $C(t)$ із (7.41) у (7.39), одержимо загальний розв'язок рівняння (7.37):

$$A(t) = \left[\int I(t)e^{\mu t} e^{-q \int \xi(t) dt} dt + C_0 \right] e^{\int [q\xi(t) - \mu] dt}, \quad (7.42)$$

де стала C_0 визначається з початкової умови $A(0) = A_0$.

Тут можливі два випадки:

– $\xi(t)$ – відома функція (екзогенна змінна), зокрема $\xi(t) = \xi_0 = \text{const}$;
 – $\xi(t)$ – функція, яка повинна визначитися як результат моделювання (ендогенна змінна), наприклад, розв'язуванням певної оптимізаційної задачі.

У першому випадку, при відомій функції $\xi(t)$ знаходження $A(t)$ із співвідношення (7.42) зводиться до звичайного інтегрування, яке може здійснюватися аналітично (якщо це дозволяють функції $\xi(t)$ та $I(t)$), або чисельними методами.

Нагадаємо, що припущення про сталість лінійного зв'язку між випуском і витратами, випуском і прибутком, прибутком і фондами відображають розглянуті гіпотези про сталість питомих витрат на одиницю продукції, ставок оподаткування і деяких інших параметрів моделі, вибраної однофакторної виробничої функції зі сталою фондовіддачею.

Рівняння динаміки прибутку. Якщо відмовитися від припущення про сталість витрат на одиницю продукції, то при використанні однофакторної виробничої функції зі сталою фондовіддачею f рівняння витрат є в загальному випадку певною нелінійною функцією випуску $P(t)$, а отже, і $A(t)$:

$$\varphi_1(P(t)) = \varphi_2(A(t)).$$

Прибуток $M(t)$ залежить, з одного боку, від вартості реалізованої продукції $P(t)$ (з урахуванням функції попиту на цю продукцію) та індексу цін на неї, а з іншого боку – від витрат, включаючи процентні платежі і платежі за основний кредитний борг.

Якщо позначити в загальному вигляді через $\psi(A(t))$ функцію валового доходу від реалізації продукції від фондів $A(t)$ за період t , то залишаться вільні кошти підприємства $\pi(t)$ після виплати процентних платежів, податків, основного боргу та реінвестування (за рахунок власних вільних коштів):

$$\begin{aligned} \pi(t) &= R(t)(1 - \xi(t)) = (M(t) - d_2(t))(1 - \xi(t)) = \\ &= \left[(\psi(A(t)) - \varphi(A(t)) - d_1(t))(1 - \tau) - d_2(t) \right] (1 - \xi(t)), \end{aligned} \quad (7.43)$$

де $d_1(t)$ – процентні платежі за кредит у період t , що входять у собівартість продукції, τ – ставка оподаткування прибутку, $d_2(t)$ – платежі за рахунок погашення кредитного боргу, $\xi(t)$ – норма відрахувань на реінвестування.

Схема кредитування. Розглянемо один важливий клас кредитних схем, коли загальний обсяг кредитних ресурсів I_0 розподілений у часі за законом $I(t)$ так, що

$$\int_0^T I(t) dt = I_0, \quad (7.44)$$

де $[0, T]$ – період інвестування.

Нехай $I(t)$ розподілено в часі рівномірно:

$$I(t) = a + bt, \quad (7.45)$$

так що $I(T) = 0$, тобто $a = -bT$.

Тоді

$$\int_0^T (-bT + bt) dt = b \left(\frac{T^2}{2} - T^2 \right) = \frac{bT^2}{2} = I_0, \quad (7.46)$$

звідки

$$b = \frac{2I_0}{T^2}, \quad a = -\frac{2I_0}{T}. \quad (7.47)$$

Таким чином, для $I(t)$ маємо:

$$I(t) = \frac{2I_0}{T} \left(1 - \frac{t}{T} \right). \quad (7.48)$$

Оцінка обсягу кредитної заборгованості. Розглянемо оцінку нарощеної кредитної заборгованості, коли в періоді інвестування $t \in [0, T]$ кредитний борг не погашається, а борг нарощується за ставкою відсотка a . Тоді до моменту T закінчення кредитування загальний обсяг заборгованості D складає величину:

$$D = \int_0^T I(t) e^{a(T-t)} dt. \quad (7.49)$$

При схемі кредитування за законом (7.48) вона дорівнює:

$$D = \frac{2I_0}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{t}{T} \right) e^{a(T-t)} dt = \frac{2I_0}{T} \left(\int_0^T e^{a(T-t)} dt - \frac{1}{T} \int_0^T t e^{a(T-t)} dt \right). \quad (7.50)$$

Обчислимо кожний із інтегралів у виразі (7.50) окремо:

$$J_1 = \int_0^T e^{a(T-t)} dt = -\frac{1}{a} e^{a(T-t)} \Big|_0^T = \frac{e^{aT} - 1}{a}; \quad (7.51)$$

$$J_2 = -\frac{1}{T} \int_0^T t e^{a(T-t)} dt = -\frac{1}{T} \int_0^T (t - T + T) e^{a(T-t)} dt;$$

позначивши $a(T-t) = x$ і маючи при $t = T$ $x = 0$, а при $t = 0$ $x = aT$, дістанемо:

$$\begin{aligned} J_2 &= -\frac{1}{a^2 T} \int_{aT}^0 x e^x dx - \int_0^T e^{a(T-t)} dt = -\frac{1}{a^2 T} \left(x e^x \Big|_{aT}^0 - e^x \Big|_{aT}^0 \right) - \frac{1}{a} (1 - e^{aT}) = \\ &= \frac{1 - e^{aT}}{a^2 T} + \frac{e^{aT}}{a} - \frac{1 - e^{aT}}{a}. \end{aligned} \quad (7.52)$$

Підставляючи (7.51) і (7.52) у (7.50) і здійснюючи необхідні перетворення, остаточно одержимо:

$$\begin{aligned} D &= \frac{2I_0}{T} \left(\frac{e^{aT} - 1}{a} + \frac{1 - e^{aT}}{a^2 T} + \frac{e^{aT}}{a} + \frac{1 - e^{aT}}{a} \right) = \\ &= \frac{2I_0}{a^2 T^2} (e^{aT} (aT - 1) + 1). \end{aligned} \quad (7.53)$$

Значимо, що при обчисленні e^{aT} використане розкладання функції e^x в ряд Маклорена при обмеженні трьома членами ряду (при цьому похибка не перевищує величини першого відкинутого члена).

Погашення кредитної заборгованості. До цього розглядався випадок, коли на періоді інвестування заборгованість не погашається і не виплачуються процентні платежі. Розглянемо динаміку функціонування малого підприємства на періоді $[T, T + T_1]$, на якому відбувається погашення кредитної заборгованості.

Нехай у момент T завершення інвестування кредитних ресурсів на суму накопиченого боргу D використовується схема разового накопичення відсотка за щорічною ставкою r на весь період погашення тривалістю T_1 . Тоді нарощена сума боргу, що підлягає погашенню на періоді $[T, T + T_1]$, складе:

$$s = D(1 + rT_1) = \frac{2I_0}{a^2 T^2} (e^{aT} (aT - 1) + 1) (1 + rT_1). \quad (7.54)$$

При рівномірному погашенні s із m платежами на рік кожний платіж складе:

$$d = \frac{D}{mT_1} = \frac{D(1 + rT_1)}{mT_1} = \frac{D}{mT_1} + \frac{Dr}{m}. \quad (7.55)$$

Співвідношення (7.55) можна записати у вигляді:

$$d = d_1 + d_2, \quad (7.56)$$

де $d_2 = \frac{D}{mT_1}$ – регулярні платежі за рахунок основного боргу,

$d_1 = \frac{Dr}{m}$ – процентні платежі протягом усього періоду погашення.

В цій схемі погашення платежі не залежать від часу, що спрощує формулу розрахунку $\pi(t)$ в (7.43).

Умова доступності кредитів. У загальному випадку, відповідно до моделі (7.37)-(7.43), погашення кредиту може здійснюватися протягом усього розглядуваного періоду, а кредит надаватися в інших формах, наприклад, може бути не розподіленим у часі, а разовим у момент $t = 0$ в розмірі I_0 , а відрахування від прибутку $\xi(t)$ реінвестуватися протягом періоду $[0, T + T_1]$, якщо виконуються умови погашення кредиту і залишаються вільні кошти.

Отже, загальна умова доступності кредитів дістається із (7.43):

$$R(t) = (\psi(A(t)) - \varphi(A(t)) - d_1(t))(1-r) - d_2(t) \geq 0, \quad \forall t \in [0, T + T_1]. \quad (7.57)$$

Якщо $R(t) > 0$, то в моменти t , які відповідають цій умові, підприємство може здійснювати реінвестування з відрахуваннями частки $\xi(t)$ від $R(t)$:

$$\pi(t) = R(t)(1 - \xi(t)), \quad 0 < \xi(t) < 1$$

для усіх

$$t: \tilde{\pi}(t) > 0. \quad (7.58)$$

Розглянемо деякі можливі варіанти інвестування:

1) Нехай $\xi(t) = \xi = \text{const}$ для всіх t , а $I(t)$ підпорядковане розподілу (7.48). Кредит погашається рівномірно в наступному періоді після інвестування кредитних ресурсів згідно з (7.55).

Тоді, згідно з (7.42), рівняння динаміки фондів приймає вигляд:

$$\begin{aligned} A(t) &= \left[\frac{2I_0}{T} \int \left(1 - \frac{t}{T}\right) e^{\mu t} e^{-q\xi t} dt + C_0 \right] e^{(q\xi - \mu)t} = \\ &= \left[\frac{2I_0}{T} \left(\int e^{(\mu - q\xi)t} dt - \frac{1}{T} \int t e^{(\mu - q\xi)t} dt + C_0 \right) \right] e^{(q\xi - \mu)t} = \\ &= \left[\frac{2I_0}{T} \left(-\frac{e^{(\mu - q\xi)t}}{\mu - q\xi} + \frac{t e^{(\mu - q\xi)t}}{T(\mu - q\xi)} + \frac{e^{(\mu - q\xi)t}}{T(\mu - q\xi)^2} + C_0 \right) \right] e^{(q\xi - \mu)t}. \quad (7.59) \end{aligned}$$

При $t = 0$

$$A(0) = \frac{2I_0}{T} \left(\frac{1}{\mu - q\xi} + \frac{1}{T(\mu - q\xi)^2} + C_0 \right) = A_0,$$

звідки

$$C_0 = \frac{A_0 T}{2I_0} + \frac{1}{\mu - q\xi} - \frac{1}{T(\mu - q\xi)^2}. \quad (7.60)$$

Підставляючи C_0 із (7.60) у (7.59), одержимо остаточний вираз для $A(t)$ на періоді $t \in [0, T]$.

2) При $t \in [T, T + T_1]$ вираз для \hat{s} і рівняння динаміки фондів помітно спрощуються й дістаються з (7.59) аналогічно.

3) Нехай $\xi(t) = 0$ для $t \in [0, T]$. Тоді рівняння для $A(t)$ дістається з (7.59) і (7.60) шляхом підстановки $\xi = 0$.

4) Якщо в періоді $[0, T]$ немає погашення кредитної заборгованості, то $d_1 = d_2 = 0$ при $t \in [0, T]$. Тоді заміна чистого прибутку $R(t) = qA(t)$ в (7.37), що має усереднений характер, для періоду $[T, T + T_1]$ буде справедливою в середньому для іншого $q = q_1$, оскільки на цьому періоді буде здійснюватися погашення кредиту, тобто $R(t) = q_1 A(t)$ для $t \in [T, T + T_1]$.

Розв'язок рівняння (7.37) в цьому періоді буде також визначатися співвідношеннями (7.59) і (7.60) із заміною в них q на q_1 .

Постановка і розв'язування задачі оптимізації діяльності малих підприємств в умовах кредитування. Раніше були сформульовані й одержані дві важливі умови аналізу та моделювання функціонування малого підприємства:

- умова доступності кредитів у формі нерівності (7.57);
- умова можливості здійснення реінвестування у формі (7.58).

Виконання цих умов залежить від основних параметрів моделі функціонування підприємства: функції випуску, витрат, норми вибуття, параметрів схеми кредитування і погашення заборгованості, ставки оподатковування, частки відрахувань прибутку на реінвестування.

Побудована модель дозволяє розв'язувати різноманітні задачі дослідження впливу основних параметрів регулювання і типів функцій, що описують функціонування малого підприємства, на виконання сформульованих вище умов.

Виконання цих умов необхідне для оцінки ефективності кредитування малого підприємства, його доступності. Достатньою умовою є найкраще сполучення кредитування та реінвестування, які забезпечують максимальний ефект від їх сполучення на досить тривалому періоді планування діяльності підприємства. Критерієм ефективності такого сполучення може бути дисконтована вартість вільного чистого прибутку для всього періоду планування:

$$Q = \int_0^{T+T_1} \pi(t) e^{-\delta t} dt \rightarrow \max, \quad (7.61)$$

де δ – норма дисконтування.

У найпростішому випадку, коли вважати, що функції ψ та φ у (7.57) лінійні відносно $A(t)$, кредитування здійснюється за схемою (7.48), а погашення заборгованості D за (7.54) з варіантами (7.55) і (7.56), критерій (7.61) запишеться у вигляді:

$$Q = \int_0^T (f - cf) A(t) (1 - \tau) (1 - \xi(t)) e^{-\delta t} dt + \int_0^{T+T_1} \left\{ (f - cf - \tilde{d}_1) A(t) (1 - \tau) - d_2 \right\} (1 - \xi(t)) e^{-\delta t} dt \rightarrow \max, \quad (7.62)$$

де f – фондівіддача, c – питомі витрати на одиницю випуску,

$$\tilde{d}_1 = \frac{d_1}{A(t)}$$

В критерії Q у (7.62) шуканою є функція $\xi(t)$, що входить у функціонал як у явному виді, так і у функцію $A(t)$, обумовлену

співвідношеннями типу (7.42) і співвідношенням (7.60) в окремому випадку, коли $\xi(t) = \xi = \text{const}$. Якщо $A(t)$ розглядати як $A(\xi(t))$, то задача оптимізації (7.62) може бути сформульованою як пошук функції $\xi(t)$, при якій досягається максимум функціонала Q . Якщо перші множники підінтегральної функції позначити через

$$\psi(\xi(t)) = (f - cf) A(\xi(t)) (1 - \tau), \quad (7.63)$$

$$\Phi(\xi(t)) = (f - cf - \tilde{d}_1) A(\xi(t)) (1 - \tau) - d_2, \quad (7.64)$$

то (7.62) матиме вигляд:

$$Q = \int_0^T \psi(\xi(t)) (1 - \xi(t)) e^{-\delta t} dt + \int_0^{T+T_1} \Phi(\xi(t)) (1 - \xi(t)) e^{-\delta t} dt \rightarrow \max. \quad (7.65)$$

Тоді відповідно до рівняння Ейлера з варіаційного числення функція $\xi(t)$ визначається з умови:

$$\psi' \xi_{(t)} (\xi(t)) (1 - \xi(t)) e^{-\delta t} - \psi(\xi(t)) e^{-\delta t} + \Phi' \xi_{(t)} (\xi(t)) (1 - \xi(t)) e^{-\delta t} - \Phi(\xi(t)) e^{-\delta t} = 0. \quad (7.66)$$

Оскільки $e^{-\delta t} > 0$, то (7.66) дістане вигляд:

$$(\psi' \xi_{(t)} + \Phi' \xi_{(t)}) (1 - \xi(t)) - (\psi(\xi(t)) + \Phi(\xi(t))) = 0. \quad (7.67)$$

Розв'язування рівняння (7.67) у деяких випадках може здійснюватися аналітично. В інших випадках воно може бути розв'язане чисельними методами.

7.5. Модель динаміки інноваційно-орієнтованого малого підприємства

В умовах скорочення державних замовлень і фінансування фундаментальних та прикладних досліджень, пов'язаних із військово-промисловим комплексом, окремі життєздатні ланки – малі колективи – розпочали активно проявляти себе в сфері цивільного використання накопиченого потенціалу.

При побудові моделі динаміки розвитку такого підприємства будемо вважати, що мале підприємство поряд із поточною технічною діяльністю здійснює розробку, реалізацію і впровадження інноваційних проектів. Поточна технічна діяльність

знаходить своє відображення в тому, що відновлення і модернізація основного капіталу підприємства пов'язані з його витратними характеристиками, будучи одночасно працевозберігаючим і капіталозберігаючим фактором, а інноваційна діяльність підприємства пов'язана з якісним вдосконалюванням капіталу, яке кардинально змінює показники його ефективності. Така форма сполучення технічної та інноваційної діяльності властива як малим і середнім підприємствам, так і великим. Проте розробка та реалізація піонерних інноваційних проектів більш природна в рамках гнучких і адаптивних малих структур, а в рамках великих підприємств доцільне впровадження і тиражування цих проектів у разі їхньої успішності.

Таким чином, задача пошуку стратегії ефективного функціонування подібної малої структури полягає у визначенні:

– умов, які зв'язують динаміку поточного функціонування малих і середніх підприємств із паралельною інноваційною діяльністю;

– пропорцій між інвестиціями в ці процеси, які забезпечують прийнятні характеристики стійкого економічного зростання при екзогенно заданих обмеженнях на основні показники його функціонування.

Розглянемо спрощену модель динаміки розвитку інноваційно-орієнтованого малого підприємства, в якій змінна часу t з метою спрощення запису подається у вигляді індексу:

$$Y^t = F(L^t, K^t_p, K^t_i), \quad (7.68)$$

$$Y^t = Y^t + f^t_p \Delta K^t_p + f^t_i \Delta K^t_i, \quad (7.69)$$

$$I^t = \frac{du^t}{dt}, \quad (7.70)$$

$$K^t = K^t_p + K^t_i, \quad (7.71)$$

$$I^t_p = \frac{dK^t_p}{dt}, \quad (7.72)$$

$$I^t_i = \frac{dK^t_i}{dt}, \quad (7.73)$$

$$I^t = S^t Y^t, \quad (7.74)$$

$$I^t = I^t_p + I^t_i, \quad (7.75)$$

$$I^t_p = S^t_p Y^t, \quad (7.76)$$

$$I^t_i = S^t_i Y^t, \quad (7.77)$$

$$0 \leq S^t \leq 1, S^t_p + S^t_i = S^t. \quad (7.78)$$

Тут введені такі позначення:

Y^t – валовий випуск малого підприємства за період t ;

L^t – трудові ресурси на періоді t ;

K^t_p – основний капітал малого підприємства в період t ;

K^t_i – інноваційний капітал малого підприємства в періоді t ;

I – обсяг інвестицій у періоді t ;

I^t_p, I^t_i – інвестиції в розвиток основного капіталу малого підприємства (неінноваційний потенціал) і нові технології (інноваційний потенціал) у періоді t ;

f^t_p, f^t_i – фондовіддачі від основного та інноваційного капіталів у періоді t ;

$\Delta K^t_p, \Delta K^t_i$ – прирости основного та інноваційного капіталів у періоді t ;

S^t – загальна норма інвестиційних відрахувань;

S^t_p, S^t_i – відповідні норми відрахувань у розвиток основного та інноваційного капіталів у періоді t .

Співвідношення моделі характеризують:

(7.68) – основне співвідношення випуску – виробнича функція Кобба-Дугласа;

(7.69) – основне співвідношення динаміки випуску залежно від приростів інноваційного та неінноваційного капіталів;

(7.70) – (7.73) – співвідношення, які визначають процеси приросту капіталів (інноваційного та неінноваційного) залежно від інвестицій;

(7.74) – (7.78) – співвідношення, які визначають процес розподілу інвестицій відповідно до заданих норм відрахувань коштів на реінвестування.

Здійснимо модифікацію виробничої функції (7.68) відповідно до прийнятої гіпотези про сполучення технічної та інноваційної діяльності.

Нехай основний капітал K^t_p , орієнтований на відновлення та вдосконалювання основних фондів, знаходить своє відображення у виробничій функції у формі праце- і капіталозбереження.

типлікативного впливу двох факторів досягнутого рівня ΔY^t й співвідношення $\frac{Y^t}{Y}$ і монотонно зростає для кожного з аргументів.

Тоді для ΔY^t справедливе таке співвідношення:

$$\Delta Y^t = \int_0^T \left(g \left(\frac{Y^t}{Y} \right) - \psi(K_i^t) - \phi \left(\Delta Y^t, \frac{Y^t}{Y} \right) \right) dt. \quad (7.93)$$

Цим співвідношенням описується внесок кожного із факторів зростання (з урахуванням його додатного чи від'ємного впливу) на усунення сформованого розриву ΔY^t .

Умову рівновагового інноваційного розвитку малого підприємства визначимо з такої умови:

$$\Delta \bar{Y}^t = 0. \quad (7.94)$$

Із співвідношень (7.93) і (7.94) одержуємо:

$$g \left(\frac{Y^t}{Y} \right) - \psi(K_i^t) - \phi \left(\Delta Y^t, \frac{Y^t}{Y} \right) = 0. \quad (7.95)$$

Розкладаючи функції ψ , ϕ , g в ряди Тейлора й обмежуючись лінійними членами розкладання, дістанемо:

$$\begin{aligned} & \bar{g} + g' \left(\frac{Y^t}{Y} \right) \frac{Y^t}{Y} - \bar{\psi} - \psi'(K_i^t) K_i^t - \bar{\phi} - \\ & - \phi'_{\Delta Y^t} \left(\Delta Y^t, \frac{Y^t}{Y} \right) \Delta Y^t - \frac{1}{Y} \phi'_{Y^t} \left(\Delta Y^t, \frac{Y^t}{Y} \right) = 0, \end{aligned} \quad (7.96)$$

де \bar{g} , $\bar{\psi}$, $\bar{\phi}$ – сталі доданки у відповідних розкладаннях. Враховуючи, що в точці допустимого рівня відхилення ΔY^t і $\frac{Y^t}{Y}$ величини

$$\bar{g}, g' \left(\frac{Y^t}{Y} \right), \bar{\psi}, \psi'(K_i^t), \bar{\phi}, \phi'_{\Delta Y^t} \left(\Delta Y^t, \frac{Y^t}{Y} \right), \phi'_{Y^t} \left(\Delta Y^t, \frac{Y^t}{Y} \right),$$

сталі і, використовуючи позначення:

$$\bar{g} - \bar{\psi} - \bar{\phi} = A;$$

$$\begin{aligned} g' \left(\frac{Y^t}{Y} \right) &= g_p; \\ \psi'(K_i^t) &= \psi_i; \\ \phi'_{\Delta Y^t} \left(\Delta Y^t, \frac{Y^t}{Y} \right) &= \phi_1; \\ \frac{\phi'_{Y^t} \left(\Delta Y^t, \frac{Y^t}{Y} \right)}{Y} &= \phi_2, \end{aligned} \quad (7.97)$$

співвідношення (7.96) можна записати у вигляді:

$$A + g_p Y^t - \psi_i K_i^t - \phi_1 \Delta Y^t - \phi_2 Y^t = 0. \quad (7.98)$$

Диференціюючи рівняння (7.98), одержимо:

$$g_p Y^{t'} - \psi_i K_i^{t'} - \phi_1 \Delta Y^{t'} - \phi_2 Y^{t'} = 0. \quad (7.99)$$

З урахуванням (7.94) рівняння (7.99) набуває такого вигляду:

$$g_1 Y^{t'} - \psi_0 K_i^{t'} - \phi_2 Y^{t'} = 0. \quad (7.100)$$

або

$$(g_1 - \phi_2) Y_t' = \psi_0 K_i^{t'}. \quad (7.101)$$

Для $Y^{t'}$ із (7.101) маємо:

$$Y^{t'} = \frac{\psi_0}{g_1 - \phi_2} K_i^t \quad (7.102)$$

або в іншій формі:

$$Y^{t'} = \frac{\psi_0}{g_1 - \phi_2} I_i^t. \quad (7.103)$$

Умова рівновагового розвитку малого підприємства при здійсненні інноваційної діяльності матиме вигляд:

$$\frac{I_i^t}{L^t} = n_i^t \frac{g_1 - \phi_2}{\psi_i} \left[(\omega_L + \omega_i - \omega_p) + \omega_p \right] f \left(k^t \frac{n_p^t}{n_i^t} \right). \quad (7.104)$$

Ця умова називається інноваційно-економічною рівновагою. Вона показує, що

1) чим вищий рівень відставання $(g_1 - \phi_2)$ від передових досягнень із урахуванням мультиплікативного ефекту і чим вищі

7.6. Модель кредитування малих підприємств із урахуванням ризиків

Розглянемо модель кредитування малих і середніх підприємств, орієнтованих на здійснення певного класу інноваційних проектів.

Передбачається, що є достатньо велика множина малих підприємств, яким необхідні кредитні ресурси для виконання інноваційних проектів із певного класу. Під цим розуміється, що для виконання проектів потрібні інвестиції в неподільному обсязі I . Проте малі підприємства вважаються різними в розумінні можливостей успішної реалізації ними цих проектів.

Розглянемо задачу визначення умов кредитування малих і середніх підприємств, у якій математично досліджуються залежності між очікуваною прибутковістю кредиторів при різних процентних ставках і ризиках реалізації одного класу проектів.

Нехай j -те мале підприємство, $j \in J$, характеризується ймовірністю q_j успішної реалізації проекту з очікуваним доходом, що дорівнює G_j . В іншому разі з ймовірністю, що дорівнює $(1 - q_j)$, віддача від проекту буде низькою (може бути, навіть нульовою), однаковою для всіх малих підприємств і такою, що дорівнює \bar{G} . Припущення, що множина малих підприємств утворює відносно розглянутих проектів однорідний щодо ризиків клас, який відповідає монотонній залежності між прибутковістю і ризиками, можна записати так:

$$q_j G_j + (1 - q_j) \bar{G} = G \text{ для всіх } j \in J, \quad (7.112)$$

де G – середній очікуваний дохід від реалізації проектів для множини малих підприємств $j \in J$.

Позначимо через $f(q_j)$ щільність розподілу q_j на множині J . При цьому вважаємо, що для реалізації проектів необхідні ресурси (капітал) у розмірі I . Крім цього, вважаємо (на підставі однорідності розглядуваного класу підприємств), що власні фінансові можливості підприємств оцінюються однією й тією ж величиною K . Тоді фінансові потреби для реалізації проектів усіх підприємств складуть $I - K = F$. Питання кредитування та оцінка ризиків інвесторів є ключовим завданням для розвитку інноваційно-орієнтованого малого підприємництва. Якщо потен-

ційними споживачами їхньої продукції (послуг) або замовниками є великі фірми, то вони можуть виступати безпосередньо в ролі інвесторів або, за відсутності вільних коштів у них, у ролі гарантів для банків, які кредитують малі підприємства за процентною ставкою r . Відзначимо, що в умовах взаємних неплатежів і дефіциту вільних фінансових ресурсів навіть у великих фірм при їхній зацікавленості в реалізації інноваційних проектів банки можуть кредитувати малі підприємства під певні гарантії цих фірм. За гарантії при наданні позичок малим і середнім підприємствам можуть бути векселі великих фірм, застави акцій, які котируються на фондовому ринку (рис. 7.2).

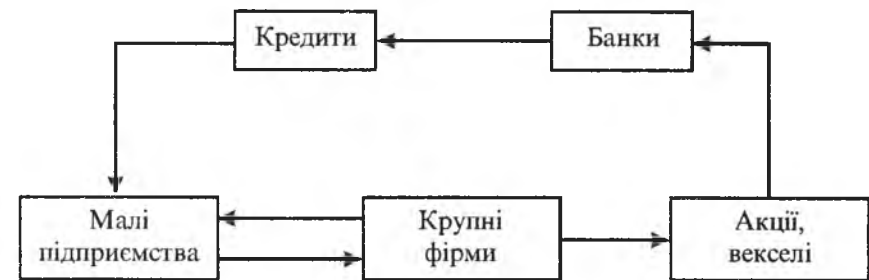


Рис. 7.2. Схема кредитування малих підприємств

При наданні кредиту в розмірі F при кредитній заборгованості $F(1 + r)$, очевидно, має виконуватися співвідношення:

$$G_j \geq F(1 + r) > \bar{G} \text{ для всіх } j \in J. \quad (7.113)$$

Якщо малі підприємства знають і можуть оцінювати ймовірність успішної реалізації проекту, то банкам, як позичальникам, вона невідома. У разі відсутності гарантій ризики кредитування помітно зростають і тоді з'являються елементи дискримінації відносно високоризикових проектів та позичальників, які їх представляють.

Нехай обидві сторони – малі підприємства і кредитори – нейтральні відносно ризику. Очікуване повернення коштів від реалізації проекту інвесторам, включаючи мале підприємство і фірму-споживача, від реалізації проекту складе:

$$M(w_j) = q_j [G_j - F(1 + r)], \quad (7.114)$$

очікувані платежі позичальників банкові-кредиторів такі:

$$M(w_j) = F(1+r) \int_0^q q_j f(q_j) dq_j + \bar{G} \int_0^q (1-q_j) f(q_j) dq_j, \quad (7.115)$$

де q – граничний рівень для ймовірності (оцінка кредиторів), із яким позичальники звертаються в банки.

Після перетворення виразу (7.114) з урахуванням (7.112) одержуємо:

$$\begin{aligned} M(w_j) &= q_j [G_j - F(1+r)] = G - (1-q_j)\bar{G} - q_j F(1+r) = \\ &= G - \bar{G} - q_j [F(1+r) - \bar{G}]. \end{aligned} \quad (7.116)$$

При сталих G і \bar{G} , як видно з (7.116), $M(w_j)$ є монотонно спадною функцією від ймовірності q_j (відзначимо: із (7.112) вишлює, що при низьких q_j зростає G_j при сталому G для всіх проектів).

Таким чином, (7.116) узгоджується з відомим положенням про те, що за високоризикові проекти інвестори готові платити більше, аби здійснити потрібні запозичення.

Зазначимо, що коли g – рівень гарантованої прибутковості на фінансовому ринку, то безпечна форма вкладень, віддача від реалізації проекту повинна відповідати такій умові:

$$M(w_j) \geq (1+q)K, \quad (7.117)$$

де K – сукупний капітал, включаючи заставні вкладення великих фірм і малих підприємств.

Важливо відзначити, що у випадку, коли в співвідношенні (7.117) досягається рівність, байдуже, яку форму вкладень коштів вибрати інвесторам – у проект або скористатися гарантованими фінансовими інструментами. Це означає, що $\frac{dq}{dr} < 0$, тобто зі зростанням процентної ставки ймовірність успішної реалізації для проектів знижується.

Для аналізу впливу зростання процентної ставки r на величину очікуваного повернення коштів кредиторам диференціюємо співвідношення (7.115) по цьому параметру. Одержимо рівняння:

$$\begin{aligned} \frac{dM(w_j)}{dr} &= F \int_0^q q_j f(q_j) dq_j + (1+r)Fqf(q) \frac{dq}{dr} + \bar{G}(1-q)f(q) \frac{dq}{dr} = \\ &= F \int_0^q q_j f(q_j) dq_j + \frac{dq}{dr} [(1+r)Fqf(q) + \bar{G}(1-q)f(q)] = 0. \end{aligned} \quad (7.118)$$

Перший член інтегро-диференціального рівняння (7.118) відображає очікуване зростання платежів із боку позичальників. Другий член у рівнянні (7.118) від'ємний, що відображає ситуацію зниження очікуваних доходів кредиторів зі зростанням процентної ставки. Як це відбувається, залежить від властивостей функції щільності розподілу. Розв'язок рівняння (7.118) визначає процентну ставку, при якій досягається максимум очікуваного доходу.

У загальному випадку для довільної функції щільності розподілу $f(q)$ розв'язок рівняння (7.118) в аналітичній формі не існує. Диференціюючи це рівняння, одержуємо звичайне диференціальне рівняння другого порядку:

$$\begin{aligned} Fqf(q) \frac{dq}{dr} + \frac{dq}{dr} \left\{ \left[q + (1+r) \frac{dq}{dr} \right] f(q) + (1+r)qf'(q) \frac{dq}{dr} - \right. \\ \left. - \bar{G}f(q) \frac{dq}{dr} + \bar{G}(1-q)f'(q) \frac{dq}{dr} \right\} + \\ + \frac{d^2q}{dr^2} [(1+r)Ff(q) + \bar{G}(1-q)f(q)] = 0. \end{aligned} \quad (7.119)$$

Після необхідних перетворень рівняння (7.119) набуває такого вигляду:

$$A(q) \frac{d^2q}{dr^2} + B(q) \frac{dq}{dr} + C(q) \frac{dq}{dr} = 0, \quad (7.120)$$

де

$$A(q) = f(q) [(1+r)F + \bar{G}(1-q)]; \quad (7.121)$$

$$B(q) = (1+r)f(q) + (1+r)qf'(q) - \bar{G}f(q); \quad (7.122)$$

$$C(q) = qf(q)(F+1). \quad (7.123)$$

Розв'язок нелінійного рівняння (7.120) для довільної функції $f(q)$, як відзначалося раніше, не існує. У загальному вигляді розв'язок рівняння (7.120) може бути знайдений тільки чисельними методами, наприклад, методом Рунге-Кутта.

Зупинимось докладніше на аналізі співвідношень (7.114) і (7.117), які стосуються питань кредитного нормування малих і

середніх підприємств. Застосування терміна “нормування” кредитних ресурсів, як правило, є вираженням їхнього неоптимального розподілу.

Звичайна стратегія поведінки як кредиторів, так і позичальників (малі підприємства та їхні гаранті) полягає в тому, що вони бажають бути нейтральними до ризиків, тобто аби було забезпечене повернення їхніх коштів за ставкою не меншою, ніж за ставкою гарантованої прибутковості g .

Для розглянутих вище проектів перша умова оптимальності (допустимості) з усіх проектів полягає в тому, щоби їхня прибутковість була не нижчою, ніж повернення вкладених інвестицій за ставкою g , тобто аби було справедливим співвідношення:

$$q_j G_j + (1 - q_j) I \geq (1 + g)I, \quad \forall j \in J. \quad (7.124)$$

Умова фінансування проектів полягає в тому, щоби виконувалося співвідношення:

$$q_j [G_j - (1 + r)F] \geq (1 + g)K, \quad \forall j \in J, \quad (7.125)$$

тобто аби очікувана прибутковість проектів (після оплати кредитної заборгованості) була не нижчою, ніж вартість власних коштів, включаючи фонди гарантування, за тією ж ставкою g . У випадку, коли в правій частині нерівності (7.125) замість g розглянути ставку кредитування v , то прибутковість проекту для малого підприємства буде не нижчою, ніж ринкова вартість власних і залучених коштів.

Для маргінальних проектів у нерівностях (7.124) і (7.125) досягається рівність:

$$q_j G_j = (1 + g)I - (1 - q_j)\bar{G}, \quad (7.126)$$

$$q_j G_j = q_j(1 + v)F + (1 + g)K. \quad (7.127)$$

З порівняння (7.126) і (7.127) одержуємо:

$$q_j(1 + v)F + (1 + g)K = (1 + g)I - (1 - q_j)\bar{G}.$$

Оскільки $I = K + F$, то

$$q_j(1 + v)F + (1 - q_j) - (1 + g)F = 0. \quad (7.128)$$

Рівняння (7.128), справедливе для маргінальних проектів, реалізованих малими підприємствами, свідчить про їхню низьку прибутковість, яка не перевищує гарантовану. Така стратегія фінансування інноваційно-орієнтованих малих і середніх

підприємств не може реалізовуватися без державної підтримки пріоритетних напрямків науково-технічного прогресу, а з погляду кредитного нормування ресурсів – підтримки в обсязі K і гарантування зворотності кредитів в обсязі F , що сприяє зниженню ставки кредитування v , свідчить про їх неоптимальне використання.

Таким чином, усі ці проекти потрапляють у групу ризикових. У випадку, коли рівняння (7.128) не виконується, очікуваний дохід від реалізації проектів перевищує рівень гарантованої зворотності:

$$M(w_j) = q_j(1 + r)F + (1 - q_j) - (1 + g)F, \quad (7.129)$$

$$M(w_j) > 0 \quad \text{для} \quad \forall j \in J.$$

Неоптимальність рівноваги при кредитному нормуванні не є загальним принципом розміщення вільних фінансових ресурсів, а є конструкцією, при якій інноваційна діяльність малих підприємств підпорядкована великому корпоративному (державному чи іншому) інтересу з виправданими ризиками, які виникають у процесі технологічної модернізації сучасного виробництва, розробки і впровадження передових технологій.



ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ ЕКОНОМІКИ

8.1. Фінансові потоки в динамічній моделі макроекономіки

Розглянемо досить просту динамічну модель фінансових потоків у замкнутій економіці, за допомогою якої можна структурувати економічну систему і якісно описати виникаючі в ній фундаментальні тенденції (тренди). Для цього виділимо:

- змінні, які описують стан системи;
- фактори, що визначають поведінкові аспекти суб'єктів економічної системи;
- управляючі параметри, що є предметом вибору державних регуляторних органів;
- мету (критерії якості) управління.

Моделюючи економічні процеси, абстрагуються від перехідних процесів, які відіграють істотну роль в економіці і, в теоретичному плані, означають рух до певного ніколи досяжного урівноваженого стану (можливо, змінного в часі). В динамічних моделях такі процеси накладаються на загальні тенденції розвитку економіки. Для вивчення якісних особливостей таких довгострокових тенденцій і використовується описувана модель.

Вважаємо, що основними ланками економічної системи є центральний банк, уряд, банки, виробництво і населення. Не враховуємо перехідні процеси, а лише осереднені довгострокові

тенденції розвитку. Ризикові аспекти економіки в моделі мають опосередковане відображення.

Функціонування економічної системи можна розкласти на декілька паралельно протікаючих процесів. Виробники залучають кошти із фінансового ринку (беруть кредити в банках) під певний відсоток. Ці кошти у формі заробітної плати розподіляються серед населення. Одночасно виробляється продукція, яка реалізується населенню, а виручені від продажу продукції кошти повертаються кредиторам.

Не всі кошти, одержані населенням у вигляді зарплати, витрачаються на покупку продукції. Частина з них зберігається і переміщується в банківську сферу, а частина залишається на руках. Переведені в банки кошти можуть використовуватися як надані виробничій сфері кредити. Банки, крім того, можуть обмінюватися грошовими ресурсами з центральним банком і відповідно до певних правил запозичати в нього додаткові кошти для наступного кредитування виробництва.

У реальній економіці виробники лише частково використовують для своєї діяльності непряме фінансування, запозичаючи кошти у банках. Вони застосовують і пряме фінансування, емітуючи облігації та акції. Проте простіше вважати, що при кожному запозиченні виробниками коштів у населення як посередник бере участь банк. Залишаємо поза розглядом і вексельне кредитування виробниками один одного, вважаючи всі питання кредитування такими, що стосуються банківської сфери.

Спочатку обмежимося перерахованими агентами фінансової системи, а потім введемо і такий важливий агент, як урядові органи.

Час позначаємо символом t . Введемо змінні, які характеризують стан економіки в довільний момент часу t . Виробничий потенціал системи характеризується єдиним скалярним показником, який означає одночасно і рівень технологічного розвитку суспільства, і масштаби виробництва. Його позначимо через $Q(t)$. У цьому параметрі зосереджений результат всього попереднього розвитку і тому у формальному плані певні запізнення в системі не передбачаються.

До змінного стану системи варто також віднести такі агреговані показники, як $A(\tau)$ – обсяг сумарної заборгованості виробничої сфери перед банківською системою, $S(\tau)$ – обсяг сумарної заборгованості банківської сфери перед населенням, що збігається в даному випадку із загальною схильністю населення до заощадження, і $M(\tau)$ – обсяг наявної грошової маси.

Із введеними показниками пов'язані змінні потокового типу, які визначають динаміку системи. Особливу роль у моделі, як взагалі в економіці, відіграє рівень національного доходу y , що розуміється як миттєвий дохід. Його подамо у вигляді

$$y = pq, \quad (8.1)$$

де p – рівень цін, q – узагальнений показник обсягу виробництва за одиницю часу в натуральному вираженні.

Будемо вважати, що обсяг q однозначно визначається рівнем Q розвитку економіки на розглядуваний момент часу. Тому надалі ототожнюємо їх між собою:

$$q = Q. \quad (8.2)$$

З обсягом наявної грошової маси M пов'язаний потік μ , який характеризує швидкість зміни M . Він визначається співвідношенням

$$\mu(\tau) = M'(\tau). \quad (8.3)$$

Швидкість відтоку грошової маси від населення в банківську сферу у формі заощаджень позначимо через σ (деPOSITНЕ нетто). Аби пов'язати його з обсягом депозитів S , варто врахувати, що цей потік складається з двох компонентів, які мають протилежні напрямки: потік процентних виплат, що дорівнює $r(\tau)$, де r – процентна ставка, і депозитного бруто, яке повинно дорівнювати $S'(\tau)$. У неперервному випадку ставка r означає границю при $\Delta\tau \rightarrow 0$, де r' – процентна ставка, що виплачується за депозитами на термін часу $\Delta\tau$. Тому

$$\sigma(\tau) = S'(\tau) - r(\tau). \quad (8.4)$$

Аналогічно вводиться кредитне нетто α . Якщо r_a – процентна ставка з позичок, то потік α і заборгованість A виробників перед банками пов'язані співвідношенням

$$\alpha(\tau) = A'(\tau) - r_a A(\tau). \quad (8.5)$$

Відповідно до введених означень за додатний напрямком для депозитного нетто приймається напрямком від населення до банків, а для кредитного – від банків до виробників.

Хоча нетто (кредитного і депозитного) достатньо, не зайве нагадати, що кредитне нетто допускає подання у вигляді алгебраїчної суми двох протилежних потоків, один із яких означає кредитне бруто, а другий – миттєвий дохід y , що повертається населенням виробникам при розрахунку за товари і послуги. Саме така структура потоків дозволяє пояснити значення грошового обігу та утворення товарних цін.

Введені характеристики визначаються багатьма факторами, проте виділимо лише ті, які здаються найбільш важливими. Це – рівень інфляції i , а також банківський позичковий відсоток r_a (для A і α) і банківський депозитний відсоток r (для S і σ). Під i в неперервній схемі розуміється логарифмічний темп зростання цін:

$$i = \frac{p'}{p}. \quad (8.6)$$

Будемо вважати, що ці параметри не залежать від часу. Хоча конкретні види залежностей $A(r_a, i)$ і $S(r, i)$ не є важливими, проте природно вважати, що чим більша реальна ставка відсотка $r_a - i$ ($r - i$) при фіксованому i або чим більше i при фіксованій різниці $r_a - i$ ($r - i$), тим менше A (більше S).

Використання кредитів приводить до економічного розвитку, який характеризується логарифмічним темпом зростання виробництва:

$$g(r_a, i) = \frac{Q'}{Q}. \quad (8.7)$$

Тут мається на увазі, що характеристика зростання g визначається параметрами r_a та i . Прийнято вважати, що g залежить також від обсягу кредитних ресурсів, але якщо врахувати, що i сам обсяг кредитних ресурсів залежить від r_a та i , то приходимо до зазначеної залежності $g(r_a, i)$.

Вважаємо, що наявні кошти знаходяться на руках у населення, а в банківській сфері й у касах підприємств наявні кошти не затримуються.

Використовуючи введені потоки для довільного моменту часу τ , можна записати балансове співвідношення, що зрівнює грошові потоки в сфері споживання:

$$\alpha = \mu + \sigma,$$

яке за допомогою співвідношень (8.3)–(8.5) можна записати у вигляді

$$A' - r_a A = M' + S' - r. \quad (8.8)$$

Очевидно, що збільшення наявної грошової маси відбувається за рахунок емісії, здійснюваної центральним банком. Позначаючи емісійний потік у довільний момент часу τ через $e(\tau)$, маємо:

$$e = M'.$$

Ця емісія реалізується центральним банком у формі кредитів, наданих центральним банком комерційним банкам за ставкою рефінансування (дисконтною ставкою), яку для простоти зрівняємо з банківською ставкою за депозитами r .

Введемо додаткові спрощувальні припущення про характер залежності величин A , S , M від параметрів r , r_a , i . Будемо розглядати їх пропорційно залежними від рівня доходу y з коефіцієнтами a , s , m відповідно, обумовленими лише параметрами r , r_a та i . А саме:

$$A = a(r_a, i)y, \quad (8.9)$$

$$S = s(r, i)y,$$

$$M = m(r, i)y. \quad (8.10)$$

Підставимо ці подання у балансове співвідношення (8.8). Оскільки, за припущенням, параметри r , r_a та i не залежать від часу, то одержуємо рівняння

$$a(r_a, i)y' - r_a a(r_a, i)y = m(r, i)y' + s(r, i)y' - rs(r, i)y.$$

Поділимо обидві частини цього рівняння на y . Skorиставшись співвідношенням

$$\frac{y'}{y} = \frac{p'Q}{y} + \frac{pQ'}{y} = \frac{p'}{p} + \frac{Q'}{Q} = i + g(r_a, i),$$

яке впливає з (8.1), (8.2), (8.6) і (8.7), одержуємо балансове співвідношення у формі

$$a(r_a, i)(i + g - r_a) = m(r, i)(i + g) + s(r, i)(i + g - r). \quad (8.11)$$

Вважаємо, що $r_a = r$. Тоді замість балансового співвідношення (8.11) будемо мати його спрощений варіант:

$$(a(r, i) - s(r, i))(i + g(r, i) - r) = m(r, i)(i + g(r, i)). \quad (8.12)$$

Одержане співвідношення зв'язує два макроекономічні параметри r та i . Тому воно може слугувати лише виявленню залежності між ними. Один із цих параметрів залишається вільним і підлягає вибору регулювальними органами. Доцільно вважати керуючим параметром ставку відсотка r ; на загальний рівень ставок відсотка впливає ставка рефінансування, яка знаходиться в розпорядженні центрального банку. При кожному значенні r параметр i може бути знайдений із рівняння (8.12) як функція $i = I(r)$. Параметр r може при цьому вибиратися з різних міркувань. Прикладом може бути критерій максимуму темпу економічного зростання g . У формальних термінах мова йде про знаходження параметра r_0 такого, що

$$r_0 = \operatorname{argmax} g(r, I(r)).$$

Як альтернативу можна використовувати критерій максимуму “багатства”, що приводить до задачі максимізації характеристики m .

Проаналізуємо одержаний результат. У будь-який момент часу величину $A(\tau)$ можна розглядати як сумарні активи банківської системи, породжені кредитами банків виробникам, а величину $S(\tau)$ – як зобов'язання банківської системи перед своїми вкладниками.

Виділення власного капіталу E із усіх залучених ресурсів банків пов'язане в основному з питаннями надійності функціонування банківської системи в цілому. Оскільки ці питання в рамках пропонованої моделі не розглядаються, вважаємо, що в банківській системі встановлена вимога

$$E = 0. \quad (8.13)$$

Тим самим, лише підкреслимо, що власний капітал не може стати від'ємним.

Що ж означає різниця $S'' = A - S$, коли вона не дорівнює нулю? У випадку, коли ця різниця додатна, вона може означати лише величину заборгованості банківської системи перед центральним банком, тобто відсутні пасиви компенсуються за позиченнями банківською системою грошових ресурсів у цент-

рального банку. Мається на увазі, що в разі необхідності банки можуть залучати не тільки кошти населення, а й беручи кредити в центральному банку за ставкою r . У разі, якщо різниця $A - S$ від'ємна, дотримання рівняння (8.12) вимагає, аби банківська система "кредитувала" центральний банк, тобто створювала депозити в центральному банку. Балансове співвідношення (8.12) можна записати у вигляді

$$s''(r, i) (i + g(r, i) - r) = m(r, i) (i + g(r, i)), \quad (8.14)$$

де

$$s''(r, i) = a(r, i) - s(r, i).$$

Ця форма балансових співвідношень показує, що основними визначальними фундаментальними трендами економічного розвитку є виражені в частках національного доходу залежності від ставок відсотка і темпів інфляції обсяги наявної грошової маси і заборгованості банківської системи перед центральним банком. Варто звернути увагу й на ту обставину, що співмножники при коефіцієнтах s'' і m у співвідношенні (8.14) не збігаються, внаслідок чого не можна очікувати, що може існувати розв'язок (варіант економічного розвитку), обумовлений сполученням параметрів r та i , і залежний лише від різниці $r - i$, тобто від реальної ставки відсотка. Важливими виявляються як реальна ставка відсотка $r - i$, так і абсолютне значення темпу інфляції i .

Цікавим є і те, що інфляція $i = I(r)$ визначається неявно як розв'язок рівняння (8.12) (або (8.14)), а не в результаті явного розрахунку збільшення ціни, що відповідає збільшенню грошової маси. Справа в тому, що головним при визначенні інфляції є не емісійні заходи, які призводять до зростання грошової маси, а мотиви поведінки економічних суб'єктів, що знаходить своє втілення в коефіцієнтах $a(r, i)$, $s(r, i)$ і $m(r, i)$ і призводить до неявної залежності i від r .

Неважко бачити, що для рівняння (8.12) можливі чотири принципово різних варіанти розв'язку. При цьому маються на увазі якісно різні розв'язки, а не множинність розв'язків рівняння (8.12), обумовлена можливим складним характером функцій a і s . Розглянемо ці розв'язки.

Перший варіант розв'язку, який є найбільш типовим, виникає, коли всі співмножники, що входять у співвідношення (8.12),

додатні. Це означає, зокрема, що пари (r, i) , які задовольняють рівняння (8.12), породжують у системі додатні кредитні (які йдуть від банків до виробників) і депозитні (які йдуть від населення до банків) нетто, додатне кредитне нетто, що йде від центрального до комерційних банків, а також, що номінальний рівень національного доходу зростає і загальна заборгованість виробників перед банківською сферою перевищує заборгованість банківської сфери перед населенням.

Якщо ставка r встановлена центральним банком на досить низькому рівні, то такий варіант розв'язку є цілком очікуваним – при будь-якому природним чином встановленому в системі рівні інфляції норма заощадження невелика, а попит на кредити високий, і свідомо виконується нерівність $a(r, i) > s(r, i)$, при цьому співмножник $i + g - r$ також буде додатним і додатною буде ліва частина рівняння (8.12), а це можна розглядати як рівняння відносно i , тобто яке має розв'язок $i = I(r)$.

У такому випадку додатковий попит на кредитні ресурси з боку виробників задовольняється центральним банком. А що відбудеться при зростанні ставки r ? Величина $s(r, I(r))$ може поступово зближатися з $a(r, I(r))$, а співмножник $i + g - r$ зменшуватися. Проте якщо функції a і s не змінюються стрибкоподібно, то від'ємним цей коефіцієнт стати не може, оскільки спочатку повинен був би стати нулем коефіцієнт $i + g$ у правій частині рівняння. Це означає, що при зростанні ставки r значення функції $I(r)$ повинне змінюватися таким чином, аби різниця $a(r, I(r)) - s(r, I(r))$, як і співмножник $i + g - r$, залишалася додатною.

Це може трапитися, коли за зростанням r розпочинає зростати $i = I(r)$. Якщо врахувати, що при сталій реальній ставці $(r - i)$ зі зростанням r більш природним є зменшення різниці $a(r, i) - s(r, i)$, то для компенсації цього зменшення реальна ставка повинна знижуватися, тобто інфляція i повинна зростати швидше номінальної ставки відсотка.

Проведений аналіз демонструє, що на рівні фундаментальних трендів існує потенційна можливість першого варіанта розв'язку для довільної ставки r . І чим більше r , тим більше урівноважене значення інфляції i . При цьому емісія ніколи не

припиняється. Чи буде реалізованою ця можливість – є запитанням, відповідь на яке залежить від перехідних процесів і від погоджених дій учасників ринку.

Другий варіант розв'язку одержимо так. Зростання ставки r у рамках одержання неперервних по r розв'язків не призводить до припинення емісії. Проте є інша можливість. Можна уявити собі схему функціонування грошово-фінансової системи таким чином, що штучно перекривається канал надходження готівки з боку центрального банку. У цьому випадку рівняння (8.12) розпадається на два самостійних рівняння, які не суперечать йому в сукупності. Відсутність емісії зводиться до виконання рівняння:

$$i + g(r, i) = 0,$$

а неможливість кредитування банківської сфери центральним банком – до рівняння:

$$a(r, i) - s(r, i) = 0.$$

Таким чином, одержуємо два співвідношення з двома невідомими параметрами r та i . З них можуть бути знайдені обидва параметри. Параметр $r = r_1$ (разом із параметром $i = i_1$, що відповідає одержаній системі рівнянь) фактично відшукується банківською системою (без участі центрального банку). При цьому грошові потоки мають напрямок інший, ніж у початковій схемі, а саме: депозитне нетто спрямоване від банків, а кредитне нетто спрямоване до банків. Можливо, що параметр r_1 є в певному розумінні критичним. Коли параметр r не перевищує r_1 , у системі встановлюється перший варіант розв'язку. Коли ж ставка центрального банку r перевищує рівень r_1 , то банківською системою відшукується інша ставка (відмінна від ставки центрального банку), а саме r_1 , і система розпочинає функціонувати начебто незалежно від дій центрального банку. В усякому разі, при відкритому з боку центрального банку каналі кредитування зі ставкою $r < r_1$ навряд чи банківська система відмовиться від використання більш дешевих кредитів центрального банку (за ставкою r) на користь відшукування незалежної від центрального банку ставки r_1 .

Ще два варіанти розв'язку рівняння (8.12), які не реалізуються, в усякому разі, для зростаючої економіки, пов'язані з мож-

ливістю зміни знаків співмножників, які входять у нього. Третій варіант виникає, коли $i + g < 0$ і, тому (із-за $r > 0$) повинне бути $i + g - r < 0$, а четвертий – коли $i + g > 0$, але $i + g - r < 0$. Зі співвідношення (8.12) та умови $m(r, i) > 0$ зрозуміло, що в третьому варіанті справедлива нерівність $a(r, i) - s(r, i) > 0$, а в четвертому варіанті остання нерівність змінює знак на протилежний: $a(r, i) - s(r, i) < 0$. Отже, у третьому варіанті виконуються нерівності:

$$\begin{aligned} i + g(r, i) &< 0, \\ i + g(r, i) - r &< 0, \\ a(r, i) - s(r, i) &> 0. \end{aligned}$$

Сукупність цих нерівностей означає, що номінальний рівень національного доходу знижується, всі потоки змінюють напрямок (порівняно з першим варіантом розв'язку), тобто кредитне нетто спрямоване від виробника до банків і далі від банків до центрального банку, а депозитне нетто спрямоване від банків до населення. При цьому функції центрального банку не змінюються – він продовжує кредитувати банківську систему, додаючи до пасивів банку відсутню до обсягу активів частину зобов'язань. Емісія є від'ємною і за величиною дорівнює кредитному нетто, спрямованому від банківської системи до центрального банку, тобто дорівнює потоку $(i + g)m(r, i)$, взятому зі знаком "мінус".

У четвертому варіанті розв'язку повинні виконуватися такі нерівності:

$$\begin{aligned} i + g(r, i) &> 0, \\ i + g(r, i) - r &< 0, \\ a(r, i) - s(r, i) &< 0. \end{aligned}$$

Сукупність цих нерівностей означає, що номінальний рівень національного доходу зростає, всі потоки змінюють свій напрямок (порівняно з першим варіантом розв'язку), тобто кредитне нетто спрямоване від виробника до банків і далі від банків до центрального банку, а депозитне нетто спрямоване від банків до населення. Але при цьому (на відміну від третього варіанта розв'язку) функції центрального банку змінюються – він перестає кредитувати банківську систему, а навпаки, запозичає в неї кошти за ставкою r , додаючи тим самим до активів банку

відсутню за обсягом пасивів частину активів. Емісія в цьому варіанті розв'язку має місце і дорівнює за величиною $(i + g) m(r, i)$. Проте тепер (на відміну від першого варіанта розв'язку) вона реалізується іншим каналом, а саме за допомогою депозитного, а не кредитного нетто, спрямованого від центрального банку до банків. Такий варіант розв'язку має місце лише при законодавчо закріпленій можливості такої взаємодії центрального банку з банками. В іншому разі від четвертого варіанта розв'язку доводиться відмовитися.

В рамках описаної моделі, виходячи із введених характеристик, можна визначити такий важливий параметр фінансової системи, як швидкість обігу грошей. Швидкість обігу грошей V визначається з рівняння обміну $MV = y$ (під y у цьому рівнянні варто розуміти миттєвий дохід у довільний момент часу t). Крім того, потрібно зазначити, що під M у рівнянні обміну не завжди розуміється одна й та ж грошова величина. За таку в описуваній моделі можна розглядати обсяг готівки (власне M) чи сумарний обсяг готівки і депозитів (тобто $M + S$). Підставляючи подання (8.9) і (8.10) у рівняння обміну для різних означень грошової маси, одержимо:

$$V = \frac{1}{m(r, I(r))}$$

або

$$V = \frac{1}{m(r, I(r)) + s(r, I(r))}$$

Зі зростанням ставки r при інших рівних умовах варто очікувати зниження коефіцієнтів m і s й тому зростання швидкості обігу. З урахуванням розв'язків розглянутої вище задачі можна одержати остаточний вираз для швидкості обігу грошей, підставляючи в останні формули значення $r = r_0$.

Виконаємо тепер узагальнення розглянутих конструкцій на системи, у яких будемо розрізняти наявні кошти, що знаходяться на руках у населення (включаючи кошти в касах підприємств) і в межах банківської сфери. Потік коштів населення будемо як і раніше позначати μ (відповідний йому обсяг – M), але додатко-

во введемо позначення ще двох потоків. Це μ_1 – потік наявних коштів, пов'язаний із утворенням поточних і розрахункових рахунків підприємств у банках (M_1 – відповідний залишок на розрахункових і поточних рахунках, тобто $\mu_1 = M_1'$), і μ_2 – потік наявних коштів, які акумулюються у межах банківської сфери (M_2 – відповідний касовий залишок, $\mu_2 = M_2'$). При наявності таких додаткових потоків неприпустимо зрівнювати позичковий відсоток r_a з відсотком за депозитами r . Дотримуючись логіки одержання основного балансового співвідношення (8.8) і вводячи співвідношення, аналогічні (8.10), для величин M_1 і M_2 :

$$M_1 = m_1(r, i)y,$$

$$M_2 = m_2(r, i)y,$$

одержуємо потокове співвідношення

$$A' - ra = M' + M_1' + S' - r,$$

або, більш детально,

$$\begin{aligned} & a(r_a, i)(i + g - r_a) = \\ & = m(r, i)(i + g) + m_1(r, i)(i + g) + s(r, i)(i + g - r). \end{aligned} \quad (8.15)$$

Це співвідношення зв'язує три макроекономічні параметри – r , r_a та i . Оскільки лише один із них можна вибрати як керуючий параметр, то цього співвідношення недостатньо для визначення всіх інших параметрів системи, тобто r_a та i . Зв'яжемо їх ще одним співвідношенням, обумовленим необхідною емісією. Вважаємо, що в разі необхідності банки можуть залучати не тільки кошти населення, а й брати кредити в центральному банку за ставкою r . Борг банківської системи перед центральним банком визначається різницею $S'' = (A + M_2) - (S + M_1)$. За її допомогою можна записати балансове співвідношення (8.14) у формі

$$S'' - r'' = M' + M_2',$$

або

$$A' + M_2' - S' - M_1' - r(A + M_2 - S - M_1) = M' + M_2'.$$

Останнє співвідношення розшифровується так:

$$\begin{aligned} & (a(r_a, i) + m_2(r, i) - s(r, i) - m_1(r, i))(i + g - r) = \\ & = (m(r, i) + m_2(r, i))(i + g). \end{aligned} \quad (8.16)$$

Це співвідношення є другим балансовим співвідношенням, яке визначає рівновагу в банківській сфері. Отже, одержали систему двох рівнянь (8.15) і (8.16) з трьома невідомими пара-

метрами r , r_a та i . Задаючи параметр r , можна з цих співвідношень визначити r_a та i , як функції від r :

$$r_a = R_a(r), \quad i = I(r).$$

Після визначення цих функцій залишається проблема вибору керуючого параметра r . Як і в спрощеній моделі, мова може йти, наприклад, про знаходження параметра r_0 такого, що

$$r_0 = \operatorname{argmax} g(R_a(r), I(r)).$$

Як і вище, на основі одержуваних розв'язків можна визначити швидкість обігу грошей V . При цьому можна запропонувати два визначення залежно від того, що розуміється під грошовою масою – обсяг готівки ($M + M_2$) чи сумарний обсяг готівки і депозитів ($M + M_2 + S + M_1$). Одержуємо:

$$V = \frac{1}{m(r, I(r)) + m_2(r, I(r))}$$

або

$$V = \frac{1}{m(r, I(r)) + m_2(r, I(r)) + s(r, I(r)) + m_1(r, I(r))}.$$

Розширимо розглядувану модель введенням операцій уряду на ринку казначейських зобов'язань, звертаючи увагу лише на фундаментальні тренди. При цьому для простоти будемо вважати, що існує рівність усіх процентних ставок у системі, зокрема, вважаємо, що $r_a = r$, тобто всі наявні кошти знаходяться поза банківською сферою і $M_1 = M_2 = 0$. Суть впливу уряду на фінансові ринки полягає в організації та обслуговуванні державного боргу з метою регулярного запозичення коштів у населення для задоволення суспільних потреб.

За аналогією з наведеними вище конструкціями участь уряду варто вводити заданням для довільного моменту часу t сумарної заборгованості уряду перед населенням. Позначимо її через $T(t)$. Така заборгованість породжує чистий грошовий потік θ , спрямований від населення до уряду:

$$\theta = T' - r.$$

Будемо вважати, що величина $T(t)$ прямо пропорційна доходу у з коефіцієнтом t , тобто $T = ty$. Тоді потік θ можна подати у вигляді:

$$\theta = t(i + g(r, i) - r). \quad (8.17)$$

Тут коефіцієнт t фігурує без звичних аргументів r та i , оскільки він не є поведінковою характеристикою, а використовується як керуючий вплив.

Уряд запозичає кошти населення для того, аби повернути їх йому ж у вигляді пенсій, допомоги, субсидій, зарплати державних службовців тощо. Іншими словами, мова йде лише про перерозподіл коштів між різними прошарками населення. Це означає, що, оскільки відсутня диференціація населення за прошарками, введений грошовий потік не повинен фігурувати в балансовому співвідношенні (8.8) чи (8.12) безпосередньо як самостійний потік. Проте такий грошовий потік впливає на поведінку системи в цілому. Чому це так?

Справа в тому, що уряд, здійснюючи емісію цінних паперів, задовольняє частину схильності населення до заощадження. Тому загальна схильність населення до заощадження, яка задається величиною $S(t)$, не буде збігатися з обсягом банківських депозитів населення – на банківську систему буде припадати обсяг депозитів $S(t) - T(t)$. Таким чином, відволікаючи кошти населення від вкладення в банки, уряд тим самим відволікає кошти і від вкладення коштів населення у виробництво.

Зазначимо, що тут не розглядаємо можливість того, що частину запозичених у населення коштів уряд може направляти у виробництво, хоча ефективність таких вкладень може бути сумнівною. Є і позитивний момент участі уряду на фінансових ринках, пов'язаний із високою надійністю емітованих ним цінних паперів. Тому можна говорити про існування у врівноваженому стані певного “оптимального” співвідношення між розміром внутрішнього боргу T і сумою банківських депозитів $S - T$, до якого уряд повинен прагнути.

Залишається ще питання про вплив на фінансові потоки в системі закупівель урядових цінних паперів комерційними банками. Неважко бачити, що в рамках описаної моделі такі операції банків еквівалентні придбанням цих паперів населенням. Фактично банки в цих операціях відіграють роль посередників, але цього разу між населенням та урядом, запозичаючи кошти в населення у формі депозитів, банки розміщують їх, придбаваючи цінні папери уряду. Таким чином, під величиною $T(t)$

варто розуміти сумарний обсяг запозичень уряду в населення і банківської системи (за винятком запозичень у центрального банку).

Отже, для визначення варіанта економічного розвитку в рамках описаної моделі з урахуванням емісії урядових цінних паперів на додаток до коефіцієнтів $a(r, i)$, $s(r, i)$ і $m(r, i)$ варто задати параметр урядових запозичень t . Тоді рівняння, яке повинна задовольняти динаміка розвитку економіки, запишеться (відповідно до балансового співвідношення (8.12) і попереднього обговорення) у вигляді:

$$(a(r, i) - s(r, i) + t)(i + g(r, i) - r) = m(r, i)(i + g(r, i)). \quad (8.18)$$

Як і раніше, можна використовувати написане співвідношення для визначення залежності $i = I(r)$. Далі знаходиться оптимальний параметр

$$r_0 = \operatorname{argmax} g(r, I(r)).$$

Наявність параметра t у рівнянні (8.18) призводить до того, що пари (r, i) , які задовольняють рівняння (8.12), не задовольняють рівняння (8.18), оскільки ліва частина останнього рівняння перевищує праву за рахунок доданка t . Це означає, що залежність $i = I(r)$ у даному випадку буде іншою. З використанням введених позначень потік від центрального банку до банків визначається в даному випадку коефіцієнтом

$$s''(r, i) = a(r, i) - s(r, i) + t, \quad (8.19)$$

у якому i знаходить висвітлення той факт, що при тих же значеннях r та i емісія в розглянутому випадку перевищує емісію у випадку, коли казначейські зобов'язання в системі не використовуються. Фактичний обсяг додаткової емісії при заданому t залежить від характеру залежностей коефіцієнтів a і s від r та i .

При фіксованому r вирівнювання обох частин рівняння (8.18) при $t > 0$ може відбуватися за рахунок зниження інфляції порівняно з інфляцією, що є розв'язком рівняння (8.12), тобто за рахунок збільшення реальної ставки відсотка. Справа в тому, що це сприяє збільшенню схильності до заощадження населення і скороченню попиту на кредити, яке, в свою чергу, може призвести до зниження темпів економічного розвитку. В принципі аналогічний ефект може досягатися і збільшенням ставки r зі збереженням попередніх темпів інфляції i . При цьому також

підвищується схильність до заощаджень і знижується потреба в кредитах і грошовій масі, яка вирівнює обидві частини балансового співвідношення (8.18).

Проте визначити, чи буде ставка r_0 у випадку $t > 0$ нижчою за ставку r_0 у випадку $t = 0$, в рамках описаної моделі не є можливим, поки функції a , s і m не будуть конкретно заданими.

Таким чином, участь уряду на ринку цінних паперів призводить до зміни врівноважених значень макроекономічних параметрів системи, тобто ставок відсотка, темпів зростання, інфляції тощо.

Перейдемо тепер до більш повного обговорення ролі центрального банку в управлінні економічним розвитком за допомогою регулювання грошово-фінансової сфери економіки. В розпорядженні центрального банку знаходиться, як правило, три основних способи регулювання обсягу грошової маси. Це:

- надання банкам кредитів, регульоване процентною ставкою;
- облік векселів, здійснюваний центральним банком і регульований ним за допомогою процентної ставки;
- здійснення операцій на відкритому ринку.

Перші дві можливості фактично означають одне й те ж. Облік банківських векселів, здійснюваний центральним банком, є нічим іншим, як видачею центральним банком кредитів банкам під дисконтну ставку відсотка через "облікове вікно". Тому не будемо розрізняти операції центрального банку першого і другого типу, а будемо використовувати для надання кредитів обома способами єдиної процентної ставки. Регулювання такого типу розглянуто вище.

Третій спосіб допускає проведення центральним банком фінансових операцій на відкритому ринку. Він може, як і рядовий учасник ринку казначейських зобов'язань, купувати і продавати цінні папери. У практичній діяльності центрального банку велике значення мають одноразові операції подібного типу, які повинні корегувати диспропорції у фінансовій сфері, що час від часу виникають у системі. Проте такі процеси відносяться до розряду перехідних процесів, а такі не розглядаються. Обмежимося лише операціями на відкритому ринку, які носять

довгостроковий характер. При цьому виявимо ефект, який виникає від постійного використання центральним банком певної довгострокової стратегії купівлі (і продажу) цінних паперів казначейства.

Зрозуміло, що в рамках описуваної моделі заходи центрального банку на ринку казначейських зобов'язань за зовнішніми ознаками повинні відрізнятися від дій рядових учасників цього ринку. На відміну від останніх, операції яких призводять лише до перерозподілу коштів, участь центрального банку означає явну емісію грошової маси, яка повинна знайти своє відображення в балансовому співвідношенні типу (8.12) чи (8.18). Візьmemo за основу співвідношення (8.18), у якому врахована наявність ринку казначейських зобов'язань, щоправда, без участі центрального банку, і доповнимо його впливом. За аналогією з попереднім викладом участь центрального банку будемо вводити, задаючи для довільного моменту часу t обсяг сумарної заборгованості уряду перед центральним банком. Позначимо його через $T''(t)$. Така заборгованість породжує чистий грошовий потік, спрямований від центрального банку до уряду, величиною

$$t'' = T'' - r''.$$

Вважаючи, що величина заборгованості $T''(t)$ прямо пропорційна величині національного доходу u з коефіцієнтом t'' , можна подати цей потік у вигляді:

$$t'' = t''(i + g(r, i) - r). \quad (8.20)$$

Тут коефіцієнт t'' , як і коефіцієнт t , введений раніше, із зрозумілих причин фігурує без звичних аргументів r та i .

Спробуємо визначити, як у рамках спрощеної моделі наявність подібного втручання центрального банку в систему вплине на її функціонування. По-перше, природно вважати, що величина t'' при заданих r та i безпосередньо не впливає на сумарну схильність до заощаджень, яка задається коефіцієнтом $s(r, i)$. Отже, вимога $t < s(r, i)$ зберігається без змін. По-друге, потік t'' (8.20) через уряд потрапляє до населення. Тому балансове співвідношення (8.18) для цього випадку доповниться новим членом:

$$\begin{aligned} (a(r, i) - s(r, i) + t + t'')(i + g(r, i) - r) = \\ = m(r, i)(i + g(r, i)). \end{aligned} \quad (8.21)$$

Використовуючи співвідношення (8.19) для коефіцієнта кредитної емісії s'' , можна записати це балансове співвідношення у вигляді:

$$(s''(r, i) + t'')(i + g(r, i) - r) = m(r, i)(i + g(r, i)),$$

де в лівій частині рівності фігурує загальна емісія - як кредитна, так і пов'язана з операціями на відкритому ринку.

Спробуємо порівняти вплив на економічну систему взаємодії уряду з різними суб'єктами економічної системи - населенням і центральним банком. Ці взаємодії знаходять висвітлення в появі в лівій частині рівності (8.21) двох параметрів t і t'' .

Через симетрію входження доданків t і t'' у ліву частину співвідношення (8.21) напрошується висновок, що в широкому класі випадків задачі управління при обох способах впливу будуть еквівалентними. Дійсно, якщо мова йде про перший і основний варіант розв'язування задачі управління, при якому всі співмножники у рівності (8.21) додатні, то при обох способах впливу буде використовуватися те саме співвідношення. У цьому випадку при фіксованому значенні ставки r і однакових значеннях t і t'' для знаходження темпу інфляції будуть застосовуватися ідентичні співвідношення, що приведе до однієї й тієї функції $I(r)$ при обох способах управління і, як наслідок, до однакових оптимальних значень ставки відсотка r_0 .

Різниця в двох способах управління полягає в наступному. У першому з них ($t'' = 0$) емісія центрального банку реалізується за кредитними каналами центрального банку в обсязі, пропорційному $a - s + t$. В другому випадку ($t = 0$) емісія тими ж каналами здійснюється в обсязі, пропорційному тільки $a - s$, а частина залишкової емісії, пропорційна t'' , реалізується в результаті операцій на відкритому ринку. Модель цієї різниці не охоплює, хоча її не можна не враховувати. Крім того, розгляд не стосується одноразових інтервенцій центрального банку, коли ефекти можуть бути зовсім іншими.

Результати будуть відмінними при реалізації інших варіантів розв'язків, зокрема, коли канал надходження кредитних ресурсів центрального банку переключений.

Дійсно, якщо $t'' = 0$, то рівень r встановлюваних ринком врівноважених ставок визначається (разом із темпом інфляції) системою рівнянь

$$\begin{aligned} a(r, i) - s(r, i) + t &= 0, \\ m(r, i)(i + g(r, i)) &= 0. \end{aligned}$$

З огляду на те, що коефіцієнт $m(r, i)$ не може дорівнювати нулю, одержуємо систему співвідношень

$$\begin{aligned} a(r, i) - s(r, i) + t &= 0, \\ i + g(r, i) &= 0. \end{aligned}$$

Друга з наведених рівностей говорить про те, що або інфляція, або темпи зростання повинні бути від'ємними (випадок одночасної рівності нулю того й іншого малоймовірний).

Якщо ж $t = 0$, то система рівнянь для визначення врівноважених r та i буде такою:

$$\begin{aligned} a(r, i) - s(r, i) &= 0, \\ t''(i + g(r, i) - r) &= m(r, i)(i + g(r, i)). \end{aligned}$$

Виписані системи рівнянь різні, тому і врівноважені значення параметрів r та i повинні різнитися при двох способах управління. Із загальних міркувань щодо характеру залежностей функцій a , s і m від параметрів r та i можна очікувати, що реальна ставка відсотка $r - i$ при першому способі буде вищою, ніж при другому (оскільки в першому випадку $a < s$, тоді як у другому $-a = s$).

Можна формально співвіднести задачі управління з емісією коштів центральним банком кредитними каналами і в результаті операцій на відкритому ринку й переконатися в їх різниці. Для цього у співвідношенні (8.21) достатньо зафіксувати параметр t і, не обмежуючи загальності міркувань, вважати його рівним нулю. Формальне розмежування цих двох задач проводиться так. У першій із них варто покласти параметр t'' рівним нулю, при цьому за керуючий вплив використати ставку відсотка r . В другій задачі потрібно перекрити канал надходження кредитних ресурсів центрального банку, а за керуючий вплив застосувати параметр t'' .

У першій задачі маємо канонічне балансове співвідношення

$$(a(r, i) - s(r, i))(i + g(r, i) - r) = m(r, i)(i + g(r, i)), \quad (8.22)$$

де r виконує роль керуючого параметра, і задача оптимального управління формулюється звичайним чином.

У другій задачі маємо систему співвідношень

$$a(r_1, i) = s(r_1, i), \quad (8.23)$$

$$t''(i + g(r_1, i) - r_1) = m(r_1, i)(i + g(r_1, i)),$$

де параметр r_1 є рівноваговим значенням ставки відсотка, а t'' – керуючим параметром. Різниця одержаних співвідношень, які описують можливу динаміку економіки в цих двох задачах управління, говорить про різницю їх розв'язків. Залежність $i = I(r)$ у першій задачі, обумовлена співвідношенням (8.22), очевидно, відрізняється від залежності $i = I(r_1)$, обумовленої першим зі співвідношень (8.23), що говорить про різницю двох розв'язків. Провести повноцінний аналіз різниць цих розв'язків важко, якщо не конкретизувати вид введених макроекономічних характеристик.

Формальне розв'язування задачі максимізації темпів зростання економіки у другому випадку здійснюється так. Для кожного фіксованого коефіцієнта t'' розв'язується система рівнянь (8.23) і знаходяться параметри r_1 та i як функції від t'' :

$$r_1 = R_1(t''), \quad i = I(t'').$$

Після цього оптимальний параметр t_0'' знаходиться за правилом

$$t_0'' = \operatorname{argmax} g(R_1(t''), I(t'')).$$

Будуть різними і задачі управління економічною системою, для яких при $t = 0$ та одній і тій же ставці відсотка r в одній із цих задач допускаються операції центрального банку на відкритому ринку, а в іншій – ні. Аби в цьому переконатися, достатньо порівняти канонічне балансове співвідношення (8.12) з балансовим співвідношенням (8.21) при $t = 0$.

Наведені конструкції дозволяють у єдиному ключі розглянути проблему фінансових пірамід. У чому їх суть? Якщо повернутися до найпростішої із розглянутих конструкцій, то можна відзначити таку обставину. Фінансові потоки забезпечують необхідний обіг коштів. Гроші, внесені як депозит на банківські рахунки, відразу направляються у вигляді позичок у виробничий сектор. А чи могло бути інакше? Відразу зазначимо, що введена умова (8.13) однозначно вимагає такої поспішності. Якщо

допускається порушення цієї умови, то окремо взятий банк може не впливати на банківську сферу в цілому і в принципі прекрасно існувати при врівноваженому розвитку економіки, нічого не направляючи у виробничий сектор. У цьому випадку його власний капітал повинен дорівнювати його борговим зобов'язанням, взятим зі знаком "мінус". Фактично цей банк існував би винятково за рахунок того, що нові депозитні надходження в банк перевищують сумарний обсяг його процентних виплат. Умова (8.13) саме і припиняє подібну можливість. Як неважно здогадатися, фінансова піраміда і є фінансовою конструкцією, яка означає зростаючу в часі систему боргових зобов'язань, підтримувану зростаючими в часі грошовими надходженнями.

З розглянутих вище побудов випливає, що подібна конструкція могла б існувати нескінченно довго, якби обсяг зобов'язань зростав не занадто швидко, а саме, якби відношення цього обсягу до доходу залишалось в розумних межах. До речі, саме з такою конструкцією мають справу з фінансовими потоками, які проходять через уряд. Відзначимо, що тільки уряд має законодавче право вести фінансові справи таким чином, що фактично умова (8.13) порушується. Запозичені урядом кошти у населення визначаються відповідно до формули (8.17) додатним нетто θ при стабільному (залежному тільки від часу лише через y) обсязі його зобов'язань і умовою цього є нерівність:

$$i + g - r > 0.$$

Цей потік, як правило, направляється на покриття дефіциту бюджету. Як випливає з (8.17), при заданому у формі потоку дефіциту бюджету d (у частках від національного доходу) параметр t заборгованості уряду перед населенням повинен визначатися зі співвідношення:

$$t(i + g - r) = d, \quad (8.24)$$

при цьому відповідно до обговорення, розглянутого вище, подібна конструкція здійсненна, якщо виконується нерівність $t \leq s$, або

$$\frac{d}{i + g - r} \leq s.$$

Треба мати на увазі, що при бажанні провести оцінку перевірку виконання даного співвідношення за параметр дефіциту

d не можна безпосередньо використовувати відповідну статтю бюджету. Справа в тому, що в бюджеті виплати відсотків із державного боргу включаються у видаткові статті, в той час як відповідно до розглянутих побудов їх потрібно об'єднати із запозиченнями в єдину конструкцію – фінансову піраміду. Неважко бачити, що необхідна для цього корекція бюджетного дефіциту приведе до зниження показника дефіциту.

Порушення рівняння (8.24) означає, що фінансова піраміда знаходиться в невірноваженому стані – параметр t обсягу державного боргу не є сталим. Він або зростає, або падає. При цьому, коли права частина рівняння (8.24) перевищує ліву, то параметр t буде зростати, що є свідченням зростання частки державного боргу в національному продукті, і навпаки. При спробі підвищити залучення коштів за рахунок підвищення ставки r відбувається порушення рівняння (8.24) (його ліва частина може стати навіть від'ємною) і відношення державного боргу до доходу зростає.

Хоча під ставкою r розуміється певна ставка, що є усередненою для всіх ставок, які фігурують на фінансових ринках, "конструктори" конкретної фінансової піраміди можуть застосовувати свою ставку. Проблема лише в тому, що чим більше ця ставка перевищує переважну ставку на ринку (тобто чим більше бажання конструкторів піраміди залучити кошти), тим швидше піраміда припинить своє існування.

8.2. Сценарій оптимальної реформи пенсійної системи

Ринкові перетворення в Україні, як і в інших посткомуністичних країнах, негативно вплинули на систему соціального забезпечення. Хоча ця система і страждала від недоліків, власних плановій економіці, але забезпечувала певний рівень соціальних гарантій широким прошаркам населення. У процесі реформування економіки держава змушена була виключити із системи соціальних гарантій множину послуг, які раніше вважалися невід'ємною частиною цієї системи.

Ринкові перетворення призвели до часткової або повної приватизації таких сфер соціального забезпечення, як охорону здоров'я, освіту, систему страхування і навіть, певною мірою, систему пенсійного забезпечення. Зростаюча диференціація доходів зробила недоступною окремі послуги для багатьох низько- і середньозабезпечених груп населення. Тому сьогодні гостро стоїть питання про реформу у сфері соціального забезпечення.

В зв'язку з цим розглянемо деякі питання, пов'язані з реформуванням пенсійної системи з метою збільшення її ефективності і зниження гостроти конфліктів при перерозподілі доходів.

На сьогодні в Україні функціонує розподільна пенсійна система. Є намагання перейти до накопичувальної пенсійної системи.

Зупинимося на аналізі перехідного періоду від розподільної до накопичувальної пенсійної системи, оцінімо, наскільки такий перехід здійснений у найближчому майбутньому, а також дістанемо практичні рекомендації відносно політики переходу. Розгляд виконаємо на основі аналізу спрощеної моделі і в рамках чисельного моделювання порівняємо декілька сценаріїв переходу.

За основу виберемо класичну модель загальної рівноваги перекриваючих поколінь, у якій для надання більшої гнучкості збільшимо число періодів і знімемо обмеження на демографічну структуру населення. При цьому будемо вважати, що система соціального забезпечення має змішаний характер, тобто не є суто розподільною і не є суто накопичувальною. Такий підхід дозволяє реалістично відобразити період трудової діяльності індивіда і період його перебування на пенсії.

Життя кожного індивіда будемо чітко ділити на два періоди: коли він є працездатним і коли він перебуває на пенсії. Оскільки рішення індивідів про обсяги споживання і заощаджень у кожний момент часу залежать від їх очікувань щодо доходів у майбутні моменти часу, існування певної рівноваги вимагає, аби існувала однозначна залежність між змінними в сусідні моменти часу.

Початкове формулювання моделі накладає досить жорсткі обмеження на демографічну структуру населення. З одного боку,

це дозволяє одержати явні розв'язки для змінних моделі. З другого боку, така модель приблизно відображає реальні економічні процеси.

Спроба збільшення числа періодів життя індивідів вимагає додаткових припущень про характер їх очікувань відносно змінних моделі в майбутньому. Найпростішим рішенням є переформулювання оптимізаційної задачі індивіда в терміни очікуваної корисності. Джерелом невизначеності в цьому випадку є стохастичні шоки у виробничій функції.

Включення ризиків у модель розглядається лише як спосіб боротьби з невизначеністю рівноваги. Вивчення ризиків вимагає наявності в моделі фінансових ринків і більш докладної моделі уряду. Уряд у такому випадку досить часто розглядається як емітент безризикових активів, у той час як ринкові процентні ставки є випадковими. Виникає питання про оптимальний портфель активів пенсійної системи та оптимальні пенсійні схеми (фіксовані внески або фіксовані виплати).

Загалом розв'язок для оптимального вибору споживання і заощаджень не є лінійним і часто не може бути одержаним у вигляді явної функції від інших змінних моделі. Існують два підходи до цієї проблеми: спрощення моделі і чисельне моделювання. На жаль, обидва ці підходи обмежують можливість проведення теоретичного аналізу ризиків.

Намагаючись відмовитися від гіпотези прийнятого допущення, можна вважати, що ризики в моделі існують у формі мультиплікативних стохастичних шоків виробничої функції:

$$\bar{F}(K, L) = uF(K, L), \quad (8.25)$$

де u – невід'ємна випадкова змінна з певною функцією розподілу.

Якщо допустити, що виробнича функція має вигляд функції Кобба-Дугласа, ставка відсотка і заробітна плата в рівновазі будуть мати ту саму стохастичну природу.

Індивіди в моделі максимізують очікувану дисконтовану корисність. Стохастичне динамічне програмування зводить багатоперіодну задачу до послідовності простих двохперіодних задач. Рівняння Беллмана, яке характеризує оптимальний міжчасовий вибір споживача, має вигляд:

$$U'(c_t) = \beta E_t R_{t+1} U'(c_{t+1}), \quad (8.26)$$

де β – індивідуальний дисконтуючий множник, R_{t+1} – валова ставка відсотка між моментами часу t і $t+1$.

Розв'язок описаної вище проблеми в явному вигляді може бути одержаний тільки у випадку досить жорстких обмежень на вид функції корисності або на стохастичну природу заробітної плати і ставок відсотка. Зокрема, такий розв'язок існує в двох випадках: коли ризик заробітної плати є диверсифікованим і коли функція корисності має квадратичний вигляд.

Проте припущення про детерміновану природу заробітної плати не відповідає характеристикам виробничого сектора моделі. У випадку квадратичної функції корисності розв'язок про споживання має властивість еквівалентної визначеності і є сталою часткою від дисконтованого доходу індивіда.

Оскільки дисконтований дохід індивіда є дисконтованою сумою майбутніх випадкових заробітних плат, навіть найсуворіші припущення про природу стохастичних процесів, які знаходяться в основі заробітної плати w_t і ставки відсотка R_t , не дозволяють одержати поточне споживання у вигляді досить простої функції поточного рівня капіталу або випуску в економіці. Таким чином, потрібно спростити модель до випадку, коли індивіди живуть два періоди.

Отже, у запропонованій моделі індивіди живуть два періоди: вони працюють протягом першого періоду життя і перебувають на пенсії протягом другого періоду. Одночасно в моделі існують два покоління: покоління молодих і покоління літніх. У кожний момент часу t народжується нове покоління молодих індивідів, чисельність якого L_t у $1+n$ раз більше чисельності попереднього покоління L_{t-1} , народженого в момент часу $t-1$ (змінна n стала в часі і відображає темп зростання населення).

Ринок праці в моделі нееластичний. У перший період свого життя t індивіди пропонують одну працю, одержують заробітну плату w_t і платять внесок у пенсійну систему τ_t . Вони одержують корисність від споживання в перший період життя c_t^1 і в другий період c_{t+1}^2 . Аби профінансувати своє споживання на пенсії, індивіди роблять заощадження s_t у перший період жит-

тя. В другому періоді життя з урахуванням віддачі на вкладені кошти вони одержують дохід $s_t R_t$, а також пенсію b_{t+1} .

Індивіди максимізують свою дисконтовану корисність V_t , вважаючи рівень заробітної плати, ставку відсотка і параметри пенсійної політики τ_t і b_{t+1} заданими:

$$V_t = U(c_t^1) + \beta U(c_{t+1}^2) \rightarrow \max \quad (8.27a)$$

при обмеженнях

$$c_t^1 = w_t - \tau_t - s_t, \quad (8.27b)$$

$$c_{t+1}^2 = s_t R_{t+1} + b_{t+1}. \quad (8.27c)$$

Виробничий сектор у моделі задається функцією Кобба-Дугласа:

$$Y_t = F(K_t, L_t) = AKat^{1-a}. \quad (8.28)$$

Пропозиція праці нееластична і пропорційна чисельності покоління молодих L_t у момент часу t . Пропозиція капіталу K_t у момент часу t визначається рішенням про заощадження в момент часу $t-1$ і капіталом пенсійної системи, якщо такий є:

$$K_t = s_{t-1} L_{t-1} + K_t^s. \quad (8.29)$$

Виробнича функція Кобба-Дугласа дозволяє записати випуск в економіці у подушному вираженні:

$$y_t = ak_t^a, \quad (8.30)$$

де k_t – показник капіталоемності праці.

Загальний випуск в економіці ділиться на споживання та інвестиції:

$$K_{t+1} + L_t c_t^1 + L_{t-1} c_t^2 = Y_t = AKat^{1-a}. \quad (8.31)$$

Аби записати цей баланс фізичного продукту в подушних величинах, поділимо обидві частини рівності на L_t :

$$(1+n)k_{t+1} + c_t^1 + \frac{1}{n+1} c_t^2 = y_t = Ak_t^a. \quad (8.32)$$

У даному випадку передбачається повна амортизація. Можна вважати, що зношення капіталу враховується у виробничій функції. Крім того, пенсійна система має динамічне бюджетне обмеження. Вважається, що в момент часу t пенсійній системі притаманний запас капіталу K_t^s – соціальний капітал. Внески, що сплачуються молодими індивідами в пенсійну систему, збільшують запас соціального капіталу в економіці. Пенсії, виплачувані літнім індивідам, зменшують запас соціального капіталу.

Соціальний капітал і окремі заощадження формують загальний запас капіталу в економіці, що передається виробничою функцією. Віддача на соціальний капітал, таким чином, дорівнює ринковій процентній ставці.

Міжчасове бюджетне обмеження пенсійної системи задається рівнянням

$$K_{t+1}^s = L_t \tau_t - L_{t-1} b_t + R_t K_t^s. \quad (8.33)$$

У подушних величинах бюджетне обмеження пенсійної системи (8.33) виглядає так:

$$(1+n)k_{t+1}^s = \tau_t - \frac{1}{n+1} b_t + R_t k_t^s. \quad (8.34)$$

Наведена специфікація моделі дозволяє окремим заощадженням бути від'ємними у випадку, коли запас соціального капіталу додатний. Через ідентичність усіх індивідів у моделі агреговані заощадження в економіці також будуть від'ємними. У цьому випадку весь капітал постачається у виробничий сектор пенсійною системою. Проте подібна ситуація вкрай нереалістична, тому передбачається, що частки заощадження невід'ємні. Таким чином, вважається, що $s_t \geq 0$.

Конкурентною рівновагою в моделі буде траєкторія $\{c_t^1, c_t^2\}_{\infty}$, коли виконуються такі умови:

1. При заданих параметрах пенсійної політики $\{\tau_t, b_t\}_{\infty}$ і врівноважених ставках відсотка та заробітної плати траєкторія $\{c_t^1, c_t^2\}$ є розв'язком індивідуальної оптимізаційної задачі (8.27) для всіх t . Умова першого порядку для задачі індивіда при цьому має вигляд:

$$U'(c_t^1) = \beta R_{t+1} U'(c_{t+1}^2). \quad (8.35)$$

2. Ціни факторів виробництва

$$R_t = f'(k_t) = a A k_t^{a-1}, \quad (8.36)$$

$$w_t = f(k_t) - k_t R_t = (1-a) A k_t^a, \quad (8.37)$$

є конкурентними для всіх t .

3. Бюджетне обмеження пенсійної системи (8.34) виконується для всіх t .

4. Баланс фізичного продукту (8.32) виконується для всіх t .

Варто відзначити, що баланс фізичного продукту (8.32) має на увазі одночасно і баланс на ринку капіталу:

$$(1+n)(k_{t+1} - k_t^s) = s_t(w_t, R_{t+1}, \tau_t, b_{t+1}). \quad (8.38)$$

Рівняння (8.38) разом із бюджетним обмеженням пенсійної системи (8.34) дозволяє дістати рівняння динаміки соціального капіталу і загального капіталу в економіці при конкурентній рівновазі.

Конкурентна рівновага дозволяє мати в певному розумінні будь-яку пенсійну політику. В рамках моделі передбачається, що економіка знаходиться в стаціонарному стані з розподільною пенсійною системою. В такій рівновазі внесок у пенсійну систему τ^{PAYG} визначається необхідним розміром пенсій b^{PAYG} і темпом зростання населення n :

$$\tau^{\text{PAYG}} = \frac{1}{1+n} b^{\text{PAYG}}. \quad (8.39)$$

Соціальний оптимум в економіці визначає такий розподіл ресурсів, який забезпечується при центральному плануванні з урахуванням корисності всіх майбутніх поколінь. При цьому максимізується дисконтована сума корисності всіх поточних і майбутніх поколінь:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \gamma^{t-1} [U(c_t^1) + \beta U(c_{t+1}^2)] \rightarrow \max \quad (8.40)$$

при виконанні балансу фізичного продукту (8.32):

$$(1+n)k_{t+1} + c_t^1 + \frac{1}{n+1} c_t^2 = y_t = A k_t^a.$$

Умови першого порядку для задачі центрального планування виглядають так:

$$\beta(1+n)U'(c_t^2) = \gamma U'(c_t^1), \quad t = t_0, \dots, \infty, \quad (8.41)$$

$$(1+n)U'(c_t^1) = \gamma f'(k_t)U'(c_{t+1}^2), \quad t = t_0, \dots, \infty. \quad (8.42)$$

Умова (8.41) визначає оптимальний розподіл ресурсів між поколіннями, які живуть в один і той же період часу, а умова (8.42) – оптимальний розподіл ресурсів у часі.

Після нескладних перетворень умови першого порядку в задачі центрального планування (8.41) і (8.42) дають умову першого порядку в оптимізаційній задачі індивіда (8.35). Іншими словами, і індивід, і орган центрального планування розподіляють ресурси в часі ефективно. Джерелом неефективності є розподіл ресурсів між поколіннями, які живуть в один і той же

момент часу. Таким чином, завданням пенсійної системи є оптимальний розподіл споживання між молодими і літніми, в той час як ринок забезпечує оптимальний міжчасовий розподіл. Оскільки обумовлений індивідом із задачі (8.27) вибір споживання в кожний момент часу залежить від змінних $\{w_t, R_{t+1}, \tau_t, b_{t+1}\}$, завданням пенсійної системи є вибір параметрів пенсійної системи $\{\tau_t, b_{t+1}\}$ таких, що виконується умова першого порядку задачі центрального планування:

$$\begin{aligned} \beta(1+n)U'(c_t^2(w_{t-1}, R_t, \tau_{t-1}, b_t)) = \\ = \gamma U'(c_t^1(w_t, R_{t+1}, \tau_t, b_{t+1})) \end{aligned} \quad (8.43)$$

при заданому рівнянні динаміки загального і соціального капіталу й рівновазі на ринку факторів виробництва.

Варто відзначити, що вибір оптимальної пенсійної політики зводиться до вибору приведеної вартості пенсійного пакета $\frac{b_{t+1}}{R_{t+1}} - \tau_t$. Якщо уряд не змінює приведену вартість пакета, не-

змінними залишаються бюджетні обмеження індивіда й, отже, вибір індивідами обсягів споживання та заощаджень. У цьому випадку може змінюватися лише структура заощаджень.

Частка соціальних заощаджень у загальному обсязі заощаджень збільшується зі зростанням внеску в пенсійну систему τ_t . Це можна бачити, підставивши баланс пенсійної системи (8.34) у рівняння балансу капіталу в економіці (8.38). Таким чином, вибір оптимальної пенсійної політики визначається рівнянням

$$\begin{aligned} \beta(1+n)U' \left[c_t^2 \left(w_{t-1}, R_t, \frac{b_t}{R_t} - \tau_{t-1} \right) \right] = \\ = \gamma U' \left[c_t^1 \left(w_t, R_{t+1}, \frac{b_{t+1}}{R_{t+1}} - \tau_t \right) \right]. \end{aligned} \quad (8.44)$$

Відзначимо, що рівняння (8.44), так само як і умова першого порядку в задачі центрального планування, не дає явного розв'язку для оптимальної пенсійної політики, а визначає лише динаміку змінної управління.

Аби одержати розв'язок рівняння (8.44) у явному вигляді, необхідні додаткові припущення про форму функції кориснос-

ті. Оскільки вибір оптимальної пенсійної політики визначається умовами першого порядку задачі центрального планування, для одержання розв'язку в явному вигляді необхідно, щоби задача центрального планування мала розв'язок в явному вигляді. Існування розв'язку в явному вигляді можливе у випадку, коли переваги індивідів є логарифмічними.

Припущення про логарифмічну функцію корисності дозволяє одержати розв'язок задачі центрального планування методом динамічного програмування. Розв'язок для оптимального споживання молодих і літніх у задачі центрального планування виглядає так:

$$c_t^1 = \frac{\gamma(1-\gamma a)}{\gamma + \beta} A k_t^a, \quad (8.45)$$

$$c_t^2 = \frac{\beta(1-\gamma a)(1+n)}{\gamma + \beta} A k_t^a. \quad (8.46)$$

Щоб одержати розв'язок для приведеної вартості пенсійного пакета $\frac{b_t}{R_t} - \tau_{t-1}$, підставимо розв'язок оптимізаційної задачі індивіда у розв'язок задачі центрального планування (8.45) і (8.46). Розв'язок оптимізаційної задачі індивіда має вигляд

$$c_t^{1,ind} = \frac{1}{1+\beta} \left(w_t - \tau_t = \frac{b_{t+1}}{R_{t+1}} \right), \quad (8.47)$$

$$c_t^{2,ind} = \frac{\beta R_{t+1}}{1+\beta} \left(w_t - \tau_t = \frac{b_{t+1}}{R_{t+1}} \right). \quad (8.48)$$

Тепер можна визначити умову оптимальної пенсійної політики:

$$\frac{1}{1+\beta} \left(w_t - \tau_t = \frac{b_{t+1}}{R_{t+1}} \right) = \frac{\gamma(1-\gamma a)}{\gamma + \beta} A k_t^a. \quad (8.49)$$

Виражаючи k_{t+1} і R_{t+1} через k_t з використанням балансу фізичного продукту, одержимо умову для приведеної вартості пенсійного пакета:

$$\left[\frac{\gamma(1+\beta)(1-\gamma a)}{\gamma + \beta} - (1-a) \right] A k_t^a = \frac{b_{t+1}}{R_{t+1}} - \tau_t. \quad (8.50)$$

Крім того, вважаємо, що внесок у пенсійну систему τ_t пропорційний заробітній платі:

$$\tau_t = \pi_t w_t,$$

а пенсійні виплати пропорційні заробітній платі в момент часу $t + 1$:

$$b_{t+1} = \phi w_{t+1},$$

тобто зрушена в часі норма заміщення стала в часі. У цьому випадку оптимальний внесок у пенсійну систему π_t визначається рівнянням:

$$\pi_t = \phi \frac{\gamma}{1+n} - \frac{\gamma(1+\beta)(1-\gamma a)}{(\gamma+\beta)(1-a)} + 1. \quad (8.51)$$

Таким чином, оптимальний внесок у пенсійну систему сталий у часі. Якщо протягом переходу до накопичувальної пенсійної системи передбачається підтримувати розмір пенсій, пропорційний середній заробітній платі в економіці, оптимальною стратегією є фіксування ставки відрахувань у пенсійну систему на певному оптимальному рівні і дозвіл економіці самостійно накопичувати капітал.

З'ясуємо, як оптимальна ставка відрахувань у пенсійну систему залежить від параметрів моделі. Для цього визначимо знаки похідних π_t за темпом зростання населення n , індивідуальним і соціальним дисконтуючими множниками β і γ , параметром виробничої функції a і нормою заміщення ϕ . Передбачається, що β , γ і a додатні і не перевищують одиницю й що норма заміщення ϕ також невід'ємна величина. Темп зростання населення може мати будь-який знак, але не може бути меншим за -1 . З урахуванням введених припущень приходимо до таких результатів.

$$1. \frac{d\pi}{dn} = -\phi \frac{\gamma}{(1+n)^2} < 0.$$

Це цілком природний результат. Більш високий темп зростання населення дозволяє обійтися меншими відрахуваннями у пенсійну систему при сталому розмірі пенсійних платежів, оскільки зростає відношення числа працюючих до числа пенсіонерів і, отже, знижується навантаження на кожного працюючого, пов'язане з фінансуванням пенсій для покоління літніх.

$$2. \frac{d\pi}{d\phi} = \frac{\gamma}{1+n} > 0.$$

Тут зв'язок між змінними також очевидний. Більш високий розмір пенсій вимагає більш високих ставок відрахувань у пенсійну систему.

$$3. \frac{d\pi}{d\beta} = \frac{\gamma(1-\gamma)(1-a\gamma)}{(\gamma+\beta)^2(1-a)} > 0.$$

Зі зростанням індивідуального дисконтуючого множника β корисність майбутнього періоду у функції корисності кожного індивіда присутня із більшою вагою. На оптимальній траєкторії споживання пенсіонерів збільшується зі зростанням β . Відрахування в пенсійну систему також зростають, аби забезпечити більш високий рівень споживання для пенсіонерів.

$$4. \frac{d\pi}{d\gamma} = \frac{1}{n+1} \phi + (1+\beta) \frac{\gamma^2 a + 2\gamma a \beta - \beta}{(\gamma+\beta)^2(1-a)}.$$

Для визначення знака похідної вважаємо, що індивідуальний дисконтуючий множник β менший за соціальний дисконтуючий множник γ і що частка капіталу a у загальному обсязі випуску знаходиться між 0,5 і 1. У цьому випадку виконується співвідношення:

$$(1+\beta) \frac{\gamma^2 a + 2\gamma a \beta - \beta}{(\gamma+\beta)^2(1-a)} \geq (1+\beta) \frac{3a\beta^2 - \beta}{(\gamma+\beta)^2(1-a)}.$$

Чисельник дробу $3a\beta^2 - \beta$ невід'ємний, коли $\beta \geq \frac{1}{3a}$. Для $a = 0,5$ індивідуальний дисконтуючий множник β повинен бути більшим за $\frac{2}{3}$, аби знак похідної $\frac{d\pi}{d\gamma}$ був додатним. Цьому ре-

зультату можна запропонувати таке пояснення. Більш високий соціальний дисконтуючий множник γ має на увазі більш високий рівень капіталу в стаціонарному стані або більш швидке його накопичення на перехідній траєкторії. У цьому випадку необхідна більш висока ставка відрахувань у пенсійну систему, аби підтримувати рівень капіталу на оптимальному рівні.

$$5. \frac{d\pi}{da} = (1 + \beta) \frac{\gamma(\gamma - 1)}{(\gamma + \beta)(1 - a)^2} < 0.$$

Коли частка капіталу a збільшується, виробнича функція стає ближчою до лінійної. Відбувається перерозподіл випуску між факторами виробництва на користь капіталу. При цьому споживання працюючого покоління падає швидше, ніж пропонує умова оптимального розподілу. Аби компенсувати зниження споживання працюючих, ставка відрахувань у пенсійну систему зі зростанням a повинна знижуватися.

Стационарний стан моделі, що розвивається оптимальною траєкторією, характеризується врівноваженою ставкою відсотка, близькою до суми темпу зростання населення і ставки соціального дисконту $\frac{1 + \gamma}{\gamma}$:

$$R^* = \frac{1 + n}{\gamma}. \quad (8.52)$$

У стационарному стані (8.52) запас капіталу в економіці визначається рівнянням

$$k^{opt} = \left(\frac{\gamma a A}{1 + n} \right)^{\frac{1}{1-a}}. \quad (8.53)$$

Рівень капіталоемності (8.53) відповідає модифікованому “золотому правилу”. Якщо ставка соціального дисконту наближається до нуля (соціальний дисконтуєчий множник $\gamma = 1$), запас капіталу в стационарному стані визначається “золотим правилом”:

$$k^{GR} = \left(\frac{\gamma a A}{1 + n} \right)^{\frac{1}{1-a}}. \quad (8.54)$$

Рівень капіталу (8.54) максимізує споживання на душу населення. При цьому корисності всіх майбутніх поколінь у задачі центрального планування враховуються з однаковою вагою. Загалом, коли ставка соціального дисконту менша за одиницю, запас капіталу в стационарному стані менший, ніж запас капіталу, обумовлений “золотим правилом”, а врівноважена ставка відсотка, навпаки, вища.

У стационарному стані приведена вартість пенсійного пакета як частка заробітної плати задається рівнянням:

$$PV = -1 + \gamma(1 + \beta) \frac{1 - a\gamma}{(\gamma + \beta)(1 - a)}. \quad (8.55)$$

Неважко перевірити, що приведена вартість пенсійного пакета (8.55) у стационарному стані додатна і стає рівною нулю, коли соціальний дисконтуєчий множник досягає одиниці й економіка переходить у стационарний стан, обумовлений “золотим правилом”.

Оскільки окремі заощадження і заощадження пенсійної системи в моделі є замінними, у рівновазі може існувати будь-яка структура капіталу. Наприклад, якщо ставка відрахувань у пенсійну систему така, що дохід після внесків цілком споживається в перший період:

$$\tau = \frac{\beta}{1 + \beta}$$

(у цьому випадку окремі заощадження дорівнюють нулю), весь капітал в економіці належить пенсійній системі. Частка капіталу пенсійної системи в загальному обсязі капіталу в економіці в стані рівноваги за “золотим правилом” визначається рівнянням:

$$s(t) = 1 - \frac{1 - a}{a} \left(\frac{\beta}{1 + \beta} - \tau \right). \quad (8.56)$$

Аналогічно, частка соціального капіталу за модифікованим “золотим правилом” описується рівнянням:

$$s^{MGR}(\tau) = 1 - \frac{1}{a\gamma} \left[(1 - \tau)(1 - a) - \gamma \frac{1 - \gamma a}{\gamma + \beta} \right]. \quad (8.57)$$

Легко бачити, що частка соціального капіталу (8.57) зростає зі збільшенням внеску в пенсійну систему τ .

Для різних значень параметрів виробничого сектора та індивідуальних переваг частка соціального капіталу $s(\tau)$ може бути оцінкою того, наскільки економіка здатна розвиватися за оптимальною траєкторією без втручання держави. Так, при інших рівних умовах економіка з виробничою функцією, більш близь-

кою до лінійної, вимагає більшої частки соціального капіталу і, отже, більшого втручання держави.

Подібний висновок дозволяє дістати рівняння, яке визначає врівноважену ставку відсотка в конкурентній рівновазі економіки без пенсійної системи як

$$r^{CE} = \frac{a(1+\beta)(1+n)}{\beta(1-a)}. \quad (8.58)$$

Ставка відсотка в конкурентній рівновазі вища за темп зростання населення і тому врівноважений рівень капіталу нижчий за рівень капіталу в рівновазі згідно із “золотим правилом”.

З рівняння (8.58) випливає, що чим вища частка капіталу у випуску, тим нижчий рівень капіталу в стаціонарному стані і тим більше втручання держави потрібне, аби забезпечити оптимальний (з погляду соціального планування) розподіл ресурсів. Що стосується індивідуального дисконтуючого множника β , то зі зростанням β споживання пенсіонерів у соціальному оптимумі зростає і, отже, необхідний більший запас соціального капіталу, щоб підтримувати загальний запас капіталу економіки на оптимальному рівні.

У стаціонарному стані економіка з розподільною пенсійною системою не має соціального капіталу. У цьому випадку виконується рівність:

$$\tau = \frac{\beta}{1+n}. \quad (8.59)$$

Рівень капіталу в стаціонарному стані можна визначити з рівняння:

$$(1+n)k^{PAYG} = w(k^{PAYG}) - \tau - \frac{1}{1+\beta} \left[w(k^{PAYG}) - \tau + \tau \frac{1+n}{R(k^{PAYG})} \right], \quad (8.60)$$

де k^{PAYG} – стаціонарний рівень капіталу економіки з розподільною пенсійною системою.

Права частина рівняння (8.60) є загальним обсягом заощаджень економіки і є спадною функцією від внеску в пенсійну систему τ .

Розглядаючи k^{PAYG} як неявну функцію від τ , легко встановити, що знак похідної $\frac{dk^{PAYG}}{d\tau}$ також є від’ємним. Таким чином,

збільшення ставки відрахувань у пенсійну систему призводить до падіння окремих заощаджень і знижує стаціонарний рівень капіталу. Приведена вартість пенсійного пакета в стаціонарному стані як частка заробітної плати є розв’язком рівняння:

$$PV^{PAYG} = \tau \frac{n - r^{PAYG}}{1 + r^{PAYG}}. \quad (8.61)$$

Оскільки ставка відсотка в стаціонарному стані економіки з розподільною пенсійною системою вища за темп зростання населення, приведена вартість пенсійного пакета від’ємна.

Збільшення ставки відрахувань у пенсійну систему призводить до подальшого падіння приведеної вартості пенсійного пакета. Негативний вплив розподільної пенсійної системи на добробут індивідів пов’язаний із тим, що внутрішня віддача на інвестиції всередині пенсійної системи, яка дорівнює темпу зростання населення, нижча за врівноважену ставку відсотка економіки. Рівняння (8.61) дає оцінку неявного податку, який змушені платити індивіди, аби фінансувати пенсію першому поколінню, що не платило внесків у пенсійну систему.

Для порівняння впливу різних пенсійних схем на темп накопичення капіталу запишемо рівняння агрегованих заощаджень і динаміки капіталу. Оптимальна пенсійна система змушує економіку зберігати частку λ від загального обсягу випуску. Динаміка капіталу визначається рівнянням:

$$k_{t+1} = \frac{\lambda \gamma}{1+n} A k_t^a. \quad (8.62)$$

Економіка без пенсійної системи зберігає лише частку $\frac{1-a}{(1+n)(1+\beta)}$ від загального обсягу випуску. Таким чином, запас капіталу в конкурентній рівновазі економіки без пенсійної системи еволюціонує відповідно до рівняння:

$$k_{t+1} = \frac{1-a}{(1+n)(1+\beta)} A k_t^a. \quad (8.63)$$

Для однакових значень капіталу k_t економіка з оптимальною пенсійною системою зберігає в $\frac{a\gamma(1+\beta)}{(1-a)}$ раз більше, ніж економіка без пенсійної системи. Оскільки розподільна пенсійна система знижує окремі заощадження, темп зростання капіталу економіки з розподільною системою ще нижчий, ніж економіки без пенсійної системи.

Через простоту демографічної структури населення двохперіодна модель дозволяє досягти first-best-розподілу, використовуючи лише одну змінну управління. Це пов'язано з тим, що пенсійна політика повинна забезпечувати лише оптимальний вибір споживання для літніх і молодих поколінь, які проживають в один і той же період часу. Ефективний розподіл ресурсів у часі забезпечується ринком.

У випадку, коли індивіди в моделі живуть більше двох періодів, пенсійна система повинна забезпечувати оптимальний вибір споживання для кожного із поколінь, використовуючи лише дві змінні управління. Задача центрального планування, проте, залишається колишньою – максимізувати дисконтовану суму корисностей поточних і майбутніх поколінь.

Умови першого порядку (8.39) і (8.40) легко модифікуються для випадку багатьох періодів. First-best-розподіл характеризується $2(N-1)$ рівняннями. Перші $N-1$ рівнянь описують оптимальний розподіл ресурсів у часі:

$$(1+n)U'(c_{t-1,j-1}) = \lambda(1+f'(k_t))U'(c_{t,j}), j = 2, \dots, N, \quad (8.64)$$

де $c_{t-1,j-1}$ – споживання покоління, яке має вік $j-1$, у момент часу $t-1$.

Умови на оптимальний розподіл ресурсів між поколіннями в кожний момент часу виглядають так:

$$\gamma m_{j+1}U'(c_{t,j}) = \beta m_j U'(c_{t,j+1}), j = 1, \dots, N-1, \quad (8.65)$$

де m_j – частка покоління, яке має вік j , у загальній чисельності населення.

Якщо вважати, що структура населення не залежить від часу, рівняння (8.64) і (8.65) дають такі умови:

$$U'(c_{t,j}) = \beta(1+r_{j+1})U'(c_{t+1,j+1}), j = 1, \dots, N-1. \quad (8.66)$$

Зазначимо, що умови (8.66) збігаються з умовою першого порядку оптимізаційної задачі індивіда, яка характеризує оптимальний розподіл споживання в часі.

Таким чином, ринок забезпечує оптимальний міжчасовий вибір. Задачею пенсійної системи є оптимальний розподіл ресурсів між поколіннями, які проживають в один і той же період часу. Загалом first-best-розподіл у багатоперіодній моделі досяжний лише при ставках відрахувань у пенсійну систему, які змінюються з віком індивіда.

На етапі чисельного моделювання передбачається, що економіка знаходиться в стаціонарному стані з розподільною пенсійною системою. Уряд оголошує політику переходу до пенсійної системи, яка складається з послідовності ставок відрахувань у пенсійну систему і виплат із неї. Після цього економіка розпочинає рух до нового стаціонарного стану з накопичувальною системою, в якому запас соціального капіталу відмінний від нуля.

Модель задовольняє зазначені вище гіпотези. У цьому випадку виникає проблема невизначеності рівноваги в багатоперіодній моделі, оскільки очікування індивідів відносно майбутніх процентних ставок і заробітної плати не визначені.

Запас капіталу k_t у період часу t залежить від обсягу окремих заощаджень у момент часу t , які, в свою чергу, залежать від очікувань індивідів відносно віддачі на капітал у моменти часу $t+1, \dots, t+N-1$. Аналогічно, рішення індивідів про заощадження у майбутні моменти часу залежать від їх очікувань відносно рівня процентної ставки і заробітної плати в більш віддалені періоди часу.

Передбачається, що економіка після певного моменту часу досягає стаціонарного стану. Задачею чисельного моделювання є знаходження стійкої траєкторії накопичення капіталу, яке погоджується з очікуванням індивідів у моделі.

Запас капіталу в новому стаціонарному стані залежить від параметрів пенсійної системи і може бути визначеним або аналітично, або при підстановці конкретних значень параметрів у комп'ютерну модель. Це дозволяє сформулювати очікування індивідів у моделі і розв'язати проблему невизначеності в рівновазі.

Період часу T , після закінчення якого економіка досягає стаціонарного стану, може бути і повинен бути значно далі періоду часу N , після якого закінчується здійснення політики переходу.

Одним із найважливіших моментів є чутливість моделі до періоду часу, після закінчення якого передбачається, що економіка досягає стаціонарного стану. Тривалість реформ також не є строго заданою і залежить від стійкості траєкторії переходу.

Нехай індивіди в моделі живуть протягом 15 періодів, що відповідає вікові 20–65 років. Таким чином, кожні три роки життя індивіда поєднуються в один період життя в моделі. У моделі передбачається, що індивіди працюють протягом перших 11 періодів і знаходяться на пенсії протягом останніх 4 періодів.

Початкові ваги поколінь у загальній чисельності населення визначаються відповідно до даних про статево-вікову структуру України. Після налаштування моделі відношення числа працюючих до числа пенсіонерів складає 1.7:1, що близько до наявної оцінки.

У кожний період часу народжується нове покоління. Будемо вважати, що нове покоління в $1 + n(t)$ раз більше попереднього. Хоча темп зростання населення в Україні на сьогодні від'ємний, будемо вважати, що він збільшуватиметься в часі до 0,03, а це відповідає реальному темпу зростання населення близько 1% на рік.

Кожний індивід, який має вік j , у перший період свого життя вибирає послідовність споживань у кожний момент часу з метою максимізації дисконтованої корисності, вважаючи параметри пенсійної політики заданими:

$$V_i = \sum_{j=1}^N \prod_{t=1}^j \beta_t U(c_{t+j-1,j}). \quad (8.67)$$

Будемо вважати, що індивідуальний дисконтуючий множник також змінюється з віком індивідів. Це припущення нагадує концепцію геометричного дисконтування.

Ряд досліджень свідчить про те, що в короткостроковому періоді ставка дисконту набагато вища порівняно з довгостро-

ковим. З урахуванням цієї гіпотези індивідуальний дисконтуючий множник β_j збільшується в часі, тобто індивідуальна ставка

дисконтування $\frac{1-\beta_j}{\beta_j}$ зменшується з віком.

У класичних роботах з гіперболічного дисконтування передбачається така форма функції корисності:

$$U = u(c_t) + \beta \sum_{j=1}^{T-t} \delta u(c_{t+j}). \quad (8.68)$$

Гіперболічне дисконтування має на увазі неспроможність споживчого вибору в часі.

Аби уникнути зайвого ускладнення моделі, вважаємо, що переваги індивідів спроможні в часі і що індивідуальна ставка дисконтування збільшується з віком індивіда. Отже, кожний індивід знає про те, що дисконт між двома періодами в майбутньому більший, ніж між поточним і майбутнім періодами. Це суперечить концепції гіперболічного дисконтування, в якій вважається, що ставка дисконтування між двома періодами в майбутньому менша, ніж між поточним і майбутнім періодами.

Емпіричні дослідження показують, що люди старшого покоління демонструють велику схильність до заощаджень, при цьому віддаючи перевагу більш обережній стратегії. В Україні, наприклад, пенсіонери не схильні до покупки депозитних сертифікатів чи інших видів ринкових активів. Найбільша частина заощаджень старшого покоління зберігається у вигляді готівки на руках, не приносячи якогось доходу і не беручи участь у формуванні капіталу в економіці. Більше того, для індивідів старшого покоління середнє значення схильності до внесків близьке до нуля, оскільки їхній наявний дохід досить низький, аби дозволити собі заощадження як такі.

Будемо вважати, що початкове значення дисконтуючого множника $\beta_1 = 0,9$ і зменшується до 0,78 до кінця життя індивіда. Така гіпотеза дозволяє більш точно відобразити короткозорі поведінку індивідів, у той час як переваги залишаються спроможними в часі.

Функція корисності є ізоеластичною, при цьому коефіцієнт відносної неохочливості до ризику змінюється з віком індивідів:

$$U_{t,j} = \frac{1}{1-\sigma(j)} C_{t,j}^{1-\sigma(j)}. \quad (8.69)$$

Вибір коефіцієнта $\sigma(j)$ є окремою задачею. На сьогодні не існує єдиної думки про числове значення цього параметра. Зазначимо, що граничне значення коефіцієнта $\sigma = 1$ визначає ефект, який превалює у поведінці індивідів: ефект доходу чи ефект заміщення. У випадку $\sigma > 1$ ефект доходу виявляється сильнішим і окремі заощадження зменшуються зі зростанням ставки відсотка. Значення коефіцієнта $\sigma > 1$ можуть почасти відобразити ряд позитивних реалій, пов'язаних із накопиченням капіталу. Зокрема, незважаючи на те, що більш високий запас капіталу в економіці веде до зниження врівноваженої віддачі на капітал, супутній розвиток фінансової інфраструктури стимулює окремі інвестиції.

Передбачається, що початкове значення коефіцієнта σ не перевищує одиниці, а це відповідає досить високій еластичності заощаджень за ставкою відсотка. З віком індивіда коефіцієнт σ зростає і поведінка індивідів відносно заощаджень стає більш консервативною. В описуваній моделі початкове значення коефіцієнта σ дорівнює 0,6 і з віком значення коефіцієнта σ збільшується до 1,2.

Виробничий сектор у моделі задається функцією Кобба-Дугласа $Y = AKa^{1-a}$. Передбачається, що частка капіталу a у випуску дорівнює 0,6, а частка праці складає 0,4. Такий вибір параметрів визначається статистичними даними про структуру випуску в Україні. Вхідний у функцію Кобба-Дугласа множник A – це параметр масштабу, який може містити також технічний прогрес. Разом із тим, вважаємо, що множник A не змінюється в часі. Норма амортизації в моделі приймається рівною 0,15.

Будемо вважати, що ставка відрахувань у пенсійну систему є ефективною, тобто враховує ухиляння від сплати податків. Ставка відрахувань у моделі прийнята рівною 20%. Норма заміщення в моделі встановлена на рівні 32%.

Описані початкові значення параметрів моделі визначають стаціонарний стан економіки з розподільною пенсійною системою.

Метою реформи пенсійної системи може бути і досягнення рівноваги за “золотим правилом”, проте орієнтуємося на альтернативні стаціонарні стани, які досяжні на розумному часовому горизонті. Аналіз стаціонарного стану за “золотим правилом” свідчить про те, що частка капіталу пенсійної системи в загальному обсязі капіталу в економіці перевищує 50% для будь-яких параметрів індивідуальних переваг, що не зовсім узгоджується з уявленнями про ринкову економіку.

Кінцева ставка відрахувань у пенсійну систему встановлена на рівні 5%, аби максимально знизити негативний вплив податків. Хоча накопичувальна пенсійна система дозволяє мати в стаціонарному стані фактично будь-яку норму заміщення, обмежимо нормою заміщення в стаціонарному стані значенням 50%. У цьому випадку частка капіталу пенсійної системи в загальному обсязі капіталу в економіці не перевищує 14%.

Початковий стаціонарний стан моделі з розподільною пенсійною системою характеризується віддачею на капітал, рівною 59%, що відповідає ставці відсотка 17% у річному обчисленні. Споживання і дохід індивідів протягом життя в моделі з розподільною пенсійною системою подані на рисунку 8.1. Зазначимо, що на цьому рисунку, як і на інших, один період у моделі відповідає трьом рокам життя індивідів, а значення величин подаються в умовних одиницях.



Рис. 8.1. Споживання і дохід індивідів у моделі з розподільною пенсійною системою

Як видно з рисунка 8.1, максимальний рівень споживання припадає на період життя індивідів між 45 і 55 роками.

Обсяг накопичених заощаджень індивідів протягом життя в моделі з розподільною пенсійною системою поданий на рисунку 8.2.

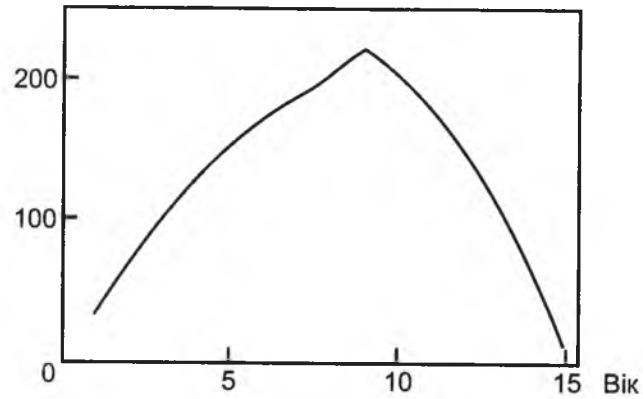


Рис. 8.2. Накопичені заощадження індивідів у моделі з розподільною пенсійною системою

Запас капіталу в стаціонарному стані економіки з накопичувальною пенсійною системою на 8,9% вищий, ніж в економіці з розподільною пенсійною системою. Капітал пенсійної системи складає 13,7% від загального обсягу капіталу в економіці. Віддача на капітал дорівнює 0,53, або близько 15% у річному обчисленні.

Споживання і дохід індивідів протягом життя в моделі з накопичувальною пенсійною системою подані на рисунку 8.3.

Для порівняння на рисунку 8.4 подані профілі споживання і доходу в моделях із розподільною та накопичувальною пенсійними системами.

Споживання кожного індивіда протягом усього періоду життя з переходом до накопичувальної системи збільшується на 11,7%, проте після переходу до нового стаціонарного стану дисконтована користь зростає лише на 5,8%.

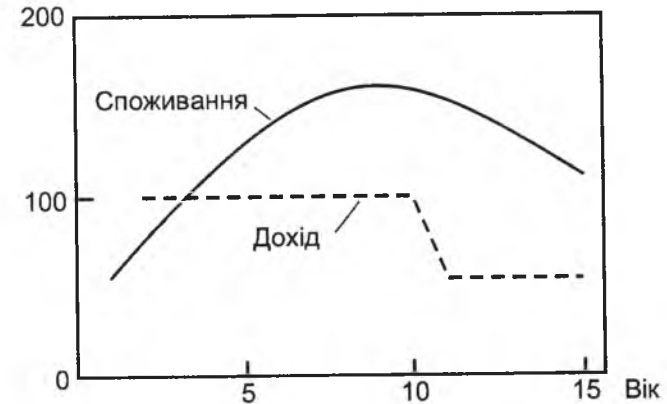


Рис. 8.3. Споживання і дохід індивідів у моделі з накопичувальною пенсійною системою

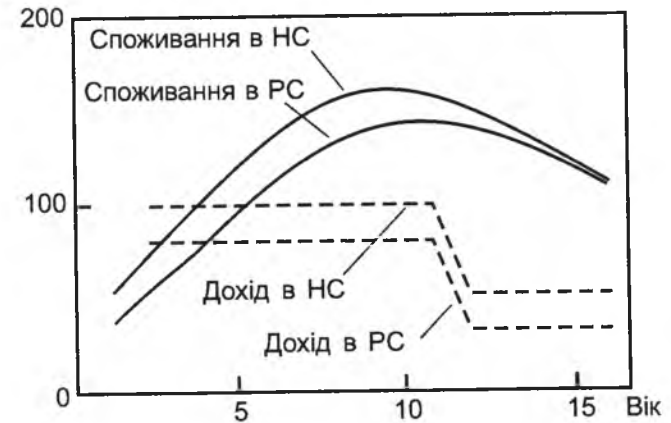


Рис. 8.4. Споживання і дохід індивідів у моделях з розподільною (РС) і накопичувальною (НС) пенсійними системами

Окремі заощадження в стаціонарному стані економіки з накопичувальною системою на 6,3% нижчі, ніж у стаціонарному стані економіки з розподільною системою. При цьому падіння окремих заощаджень компенсується пенсійною системою, яка підтримує загальний запас капіталу на оптимальному рівні.

Накопичені заощадження індивідів в обох стаціонарних станах подаються на рисунку 8.5.

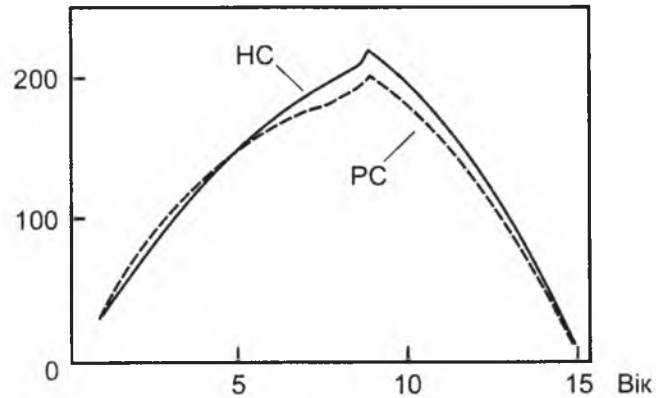


Рис. 8.5. Накопичені заощадження індивідів у моделях з розподільною (PC) і накопичувальною (HC) пенсійними системами

Дисконтований дохід індивідів збільшується на 24,6% з переходом до накопичувальної пенсійної системи як за рахунок зростання заробітної плати і зниження ставки відрахувань у пенсійну систему, так і за рахунок зменшення врівноваженої ставки відсотка. При цьому покоління молодих при накопичувальній системі зберігає майже стільки, скільки і при розподільній системі, а заощадження покоління літніх знижуються. Це пов'язано з ефектом заміщення, яке нівелює збільшення заощаджень, викликане зростанням доходу індивідів. Крім того, пенсіонери при новій пенсійній системі одержують більш високі пенсії і не мають потреби у значних власних накопиченнях до моменту виходу на пенсію.

Важливе обмеження на вибір сценарію переходу накладається перевагами індивідів. Розв'язок індивідуальної оптимізаційної задачі такий, що похідні поточних агрегованих часток заощаджень по змінних запасу капіталу в майбутньому від'ємні і за абсолютним значенням зменшуються тим більше, чим більш віддалена за часом змінна загального запасу капіталу.

Спроба прискорити накопичення капіталу шляхом підвищення ставки відрахувань у пенсійну систему веде до витіснення

окремих заощаджень, оскільки більш високий запас капіталу, очікуваний індивідами в майбутньому, знижує поточні окремі заощадження і поточний запас капіталу в економіці. Така властивість моделі виключає можливість існування "поганих" врівноважених траєкторій, на яких, наприклад, запас капіталу "продається" до нульового значення, і це погоджується з очікуваннями індивідів у моделі.

Розглянемо три сценарії переходу до накопичувальної пенсійної системи. Для кожного зі сценаріїв передбачається, що норма заміщення розпочинає зростати на початку перехідного періоду і збільшується на 0,02 кожний період до значення 0,5. Норма заміщення, таким чином, досягає свого стаціонарного значення через десять періодів.

Перший сценарій описує прискорений перехід до накопичувальної пенсійної системи. Протягом перших п'яти періодів ставка відрахувань у пенсійну систему знаходиться на рівні 28%, потім вона послідовно знижується до 25, 10, 7% і, нарешті, до 5%. Після закінчення семи періодів ставка відрахувань у пенсійну систему досягає стаціонарного рівня.

У сценарії помірному переходу ставка відрахувань у пенсійну систему збільшується до 25% і знаходиться на цьому рівні протягом восьми періодів. Потім вона рівномірно знижується до 5%, опускаючись кожний період на 5 процентних пунктів.

Сценарій повільного переходу до накопичувальної пенсійної системи допускає початкове збільшення ставки відрахувань лише на 3 процентних пункти. Ставка відрахувань залишається на цьому рівні протягом десяти періодів, а потім рівномірно знижується на 2 процентні пункти кожний період.

Усі сценарії переходу до накопичувальної пенсійної системи подані на рисунку 8.6.

Сценарій повільного переходу до накопичувальної пенсійної системи допускає найбільшу тривалість перехідного періоду. Ставки відрахувань і пенсійних виплат змінюються протягом 20 періодів, що відповідає 60 рокам. У сценарії прискореного переходу до накопичувальної системи тривалість перехідного періоду приблизно в два рази коротший.

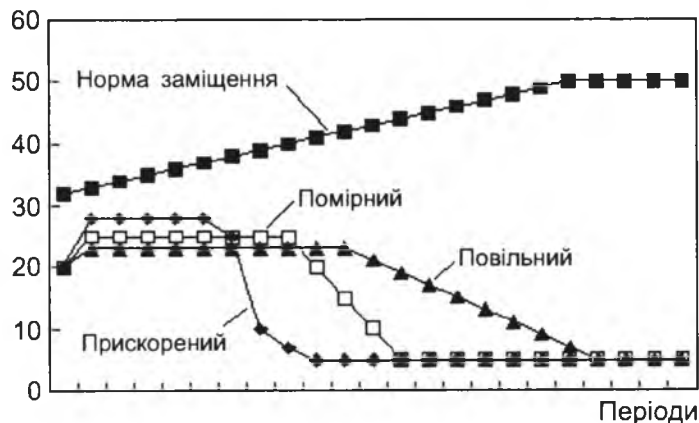


Рис. 8.6. Ставки внесків у трьох сценаріях переходу до накопичувальної пенсійної системи і норма заміщення (у відсотках)

Динаміка загального запасу капіталу для різних сценаріїв переходу до накопичувальної пенсійної системи подається на рисунку 8.7.



Рис. 8.7. Динаміка запасу капіталу для різних сценаріїв переходу до накопичувальної пенсійної системи

Запас капіталу досягає рівня 90% від стаціонарного значення між дев'ятим і п'ятнадцятим періодами для всіх трьох сценаріїв переходу до накопичувальної пенсійної системи. Що стосується впливу переходу від розподільної до накопичувальної пенсійної системи на добробут індивідів, то найбільше страждають індивіди передпенсійного віку, оскільки вони змушені платити більш високі внески в пенсійну систему, а не встигають одержати більш високі пенсії.

Дисконтовані корисності різних поколінь, які беруть участь у переході від розподільної до накопичувальної пенсійної системи, подаються на рисунку 8.8.

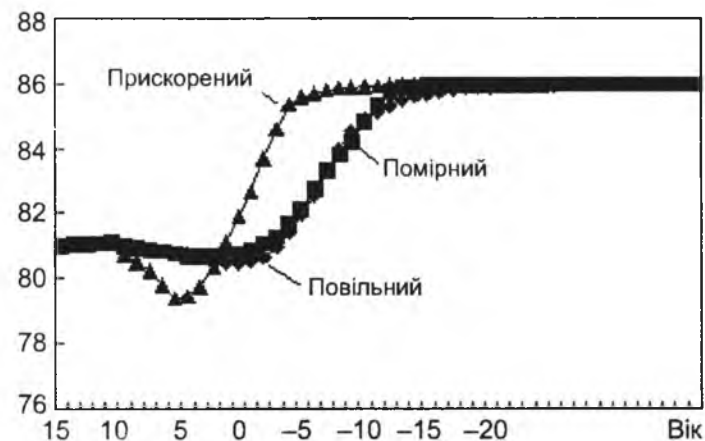


Рис. 8.8. Дисконтована корисність індивідів при переході від розподільної до накопичувальної пенсійної системи (вік покоління зазначений у момент початку переходу)

Корисність індивідів, які у момент початку реформ виходять на пенсію або вже є пенсіонерами, збільшується завдяки зростанню норми заміщення. Тому для індивідів, вік яких у моделі складас від десяти до п'ятнадцяти періодів, дисконтована корисність зростає порівняно зі стаціонарним станом. Навпаки, індивіди, які виходять на пенсію в той момент, коли ставка відрахувань у пенсійну систему знижується після початкового збільшення, мають більш низьку дисконтовану корисність.

У сценарії прискореного переходу до накопичувальної пенсійної системи майже всі індивіди, які працюють у момент початку реформ, зазнають падіння рівня корисності. З урахуванням того, що чисельність індивідів знижується з віком, мабуть, такий сценарій переходу до нової пенсійної системи навряд чи буде підтриманий більшістю населення. Сценарії помірною і повільного переходів одержать ще меншу підтримку серед населення через більш тривалий період збільшених ставок відрахувань у пенсійну систему.

Найбільший тягар для індивідів, пов'язаний із початком переходу до накопичувальної пенсійної системи і виражений у зниженні дисконтованої корисності порівняно зі стаціонарним станом економіки з розподільною пенсійною системою, виникає в сценарії прискореного переходу. Він оцінюється в 2% дисконтованої корисності індивіда. Для сценаріїв помірною і повільного переходів до накопичувальної пенсійної системи цей тягар складає, відповідно, 0,4 і 0,2% від дисконтованої корисності індивіда. Проте запропоновані оцінки не повинні розглядатися як надійний критерій при виборі політики переходу, оскільки вони істотно залежать від переваг індивідів.

Ще одним показником тягара переходу є зміна дисконтованого доходу індивідів. Розрахунки показують, що сценарій прискореного переходу до накопичувальної пенсійної системи призводить до падіння дисконтованого доходу максимум на 5%, у той час як сценарії помірною і повільного переходів допускають падіння дисконтованого доходу на 3 і 2% відповідно.

У запропонованій моделі передбачається, що значення соціального дисконтуючого множника дорівнює 0,9. У цьому випадку зважена сума дисконтованих корисностей усіх поточних і майбутніх поколінь досягає максимуму в сценарії помірною переходу до накопичувальної пенсійної системи. З погляду суспільного добробуту сценарій прискореного переходу є менш привабливим, а сценарій повільного переходу забезпечує найбільш низький рівень добробуту.

Незважаючи на те, що тягар, який у сценарії прискореного переходу змушені нести індивіди передпенсійного віку, відносно великий, у майбутньому він компенсується більш швидким

зростанням дисконтованих корисностей нових індивідів. Якщо соціальний дисконтуючий множник перевищує 0,92, сценарій прискореного переходу до накопичувальної пенсійної системи стає кращим із погляду суспільного добробуту. Сценарій повільного переходу забезпечує найменший рівень добробуту при тих же значеннях дисконтуючого множника.

Перехід до накопичувальної пенсійної системи забезпечує у стаціонарному стані рівень корисності індивідів на 5,8% вищий, ніж у стаціонарному стані економіки з розподільною системою. Проте рівень суспільного добробуту, оцінюваний як зважена сума дисконтованих корисностей усіх поколінь, в результаті переходу до накопичувальної системи збільшується лише на 0,8%. Це пов'язано з досить помірною глибиною реформ. Капітал пенсійної системи в новому стаціонарному стані складає лише близько 14% від загального обсягу капіталу в економіці. В той же час, наприклад, у Великобританії активи пенсійних фондів нараховують до половини від загальної капіталізації ринку акцій. Для США аналогічний показник близький до 25%.

Більш радикальні реформи, які ведуть до більш високої частки капіталу пенсійної системи в загальному обсязі капіталу в економіці, дозволяють досягти оптимального значення капіталу за "золотим правилом". Зростання суспільного добробуту в цьому випадку буде вищим. Проте це виконується, коли і окремий капітал, і соціальний капітал однаково ефективно з погляду виробничої функції. Якщо ж, наприклад, капітал пенсійної системи має меншу продуктивність, накопичення капіталу може призвести до падіння загального випуску в економіці.

Хоча перехід до накопичувальної пенсійної системи забезпечує зростання суспільного добробуту, такий перехід не є парето-поліпсуючим. Деякі покоління в перехідному періоді змушені нести подвійний тягар відрахувань у пенсійну систему, і зростання норми заміщення виявляється недостатнім, аби компенсувати падіння дисконтованої корисності, пов'язане з високим оподаткуванням.

9

БАЗОВІ СИСТЕМИ СТИМУЛЮВАННЯ

9.1. Формальний аналіз індивідуального стимулювання

Розглянемо організаційну систему (ОС), що складається з одного керуючого органу – *центра* – на верхньому рівні ієрархії й одного керованого суб'єкта – *агента* – на нижньому рівні. Учасники організаційної системи (центр і агент) мають властивість *активності*, тобто здатність самостійного вибору дій (стратегій).

Стратегією агента є вибір дії u , що належить множині допустимих дій A : $u \in A$. Дією агента може бути кількість годин, що відпрацьовуються, обсяг виготовленої продукції тощо. Множина допустимих дій є набором альтернатив, із яких агент виконує свій вибір, наприклад, діапазон можливої тривалості робочого часу, невід'ємний та який не перевищує технологічних обмежень обсяг виробництва тощо.

Стратегією центра є вибір *функції стимулювання* $s(y)$, яка належить допустимій множині M : $s(y) \in M$ і яка ставить у відповідність дії агента певну невід'ємну винагороду, що виплачується центром. Множина допустимих винагород може обмежуватися як законодавчо (наприклад, як мінімальним розміром оплати праці), так і розуміннями економічної ефективності діяльності центра, тарифно-кваліфікаційними вимогами до оплати праці даного агента і т.п.

Вибір дії $u \in A$ вимагає від агента *витрат* $c(y)$ і приносить центру *дохід* $H(y)$. Інтереси учасників організаційної системи (центра та агента) відображаються їхніми *цільовими функціями* відповідно $F(y)$ і $f(y)$ (функціями виграшу, корисності і т.п.), які представляють: для агента – різницю між стимулюванням і витратами:

$$f(y) = s(y) - c(y) \quad (9.1)$$

і для центра – або дохід від діяльності агента (*задача стимулювання першого роду*):

$$F_I(y) = H(y), \quad (9.2)$$

або різницю між доходом і *витратами центра на стимулювання* – винагородою, виплачуваною агенту (*задача стимулювання другого роду* чи детермінована задача теорії контрактів):

$$F_{II}(y) = H(y) - s(y). \quad (9.3)$$

Введемо ряд означень. *Механізмом функціонування* організаційної системи називається сукупність правил, законів і процедур, які регламентують взаємодію учасників системи. *Механізмом стимулювання* називається правило прийняття рішень центром щодо стимулювання агента. Механізм стимулювання містить *систему стимулювання*, яка може бути визначеною *функцією стимулювання*. Надалі при побудові моделей терміни “механізм стимулювання”, “система стимулювання” і “функція стимулювання” вживаються як синоніми.

Після того, як ввели цільові функції, що відображають переваги учасників організаційної системи, доцільно обговорити різницю в описі морального і матеріального стимулювання. Наявність скалярної цільової функції передбачає існування єдиного еквівалента, в якому вимірюються всі компоненти цільових функцій (витрати агента, дохід центра і, природно, самостимулювання).

У випадку коли мова йде про матеріальну винагороду агента, таким еквівалентом є гроші. Інтерпретації доходу центра при цьому очевидні. Складніше справа йде із витратами агента, адже не завжди можна адекватно виразити в грошових одиницях, наприклад, задоволення агента роботою і т.п. З економічної точки зору витрати агента можна інтерпретувати як грошовий еквівалент тих зусиль, які агент повинен витратити

для виконання тієї чи іншої дії. В рамках такої інтерпретації цілком природною виглядає ідея компенсації витрат – винагорода з боку центра повинна як мінімум компенсувати витрати агента.

Якщо витрати агента вимірюються в певних одиницях “корисності” (яка враховує, наприклад, фізичну втому, моральне задоволення від результатів праці тощо), відмінних від грошових одиниць, то для можливості додавати чи віднімати корисності при введенні цільової функції типу (9.1) необхідно визначити корисність винагороди. Наприклад, якщо використовується матеріальне стимулювання, то можна ввести функцію корисності $\tilde{u}(a(y))$, яка відображала б корисність грошей для розглядуваного агента. Цільова функція агента при цьому набирає вигляду:

$$f(y) = \tilde{u}(a(y)) - c(y).$$

Введемо ряд припущень.

A.1. Множина допустимих дій агента є невід’ємними дійсними числами (кількість відпрацьованих годин, обсяг виготовленої продукції тощо).

A.2. Функція витрат агента не є спадною. Звідси випливає, що вибір великих дій вимагає не менших витрат, наприклад, витрати можуть зростати зі зростанням обсягу продукції, яка випускається.

A.2'. Функція витрат агента неперервна, витрати від вибору нульової дії дорівнюють нулю. З цього припущення випливає, що крім зростання витрат, “нульова” дія (відсутність діяльності агента) не вимагає витрат.

A.2". Функція витрат агента неперервно диференційована, опукла і має в нулі нульове значення похідної. Припущення A.2" додатково вимагає, аби витрати змінювалися досить плавно, причому граничні витрати зростають зі зростанням дії, тобто кожний наступний приріст дії на ту саму величину вимагає все більших витрат. При цьому слід зазначити, що на сьогоднішній день ні в економіці, ні в психології, ні в теорії управління не існує задовільних методів побудови подібних функцій корисності. Крім того, необхідно підкреслити, що згадана функція корисності не має явного відношення до аксіо-

матики фон-Неймана і функцій корисності, які відображають відношення агента до ризику у ймовірнісних задачах стимулювання.

A.3. M – множина додатнозначних кусково-неперервних функцій.

A.3'. M – множина додатнозначних кусково-неперервних функцій, обмежених зверху C .

Припущення A.3 і A.3' накладають обмеження на можливі залежності винагороди агента від його дії – ці залежності повинні бути або “не дуже” разривними (припущення A.3), або, на додаток, обмежені зверху (припущення A.3'). Величина C (обмеження механізму стимулювання) може інтерпретуватися як фонд заробітної плати.

A.4. Функція доходу центра неперервна і $H(0) = 0$, $H(y) \geq 0$. Це припущення накладає мінімальні обмеження на функцію доходу центра, вимагаючи, аби при виборі агентом нульової дії (яка через припущення A.2' вимагає від останнього нульових витрат, тобто відповідає відсутності взаємодії з центром) центр не мав доходу, але й не мав збитків.

Раціональна поведінка учасника організаційної системи полягає в максимізації вибором стратегії цільової функції з урахуванням усієї наявної інформації.

Визначимо *інформованість гравців і порядок функціонування*. Будемо вважати, що на момент ухвалення рішення (вибору стратегії) учасникам організаційної системи відомі всі цільові функції і всі допустимі множини. Специфіка теоретико-ігрової задачі стимулювання полягає в тому, що в ній фіксований порядок ходів. Центр – метагравець – має право першого ходу, повідомляючи агенту вибрану ним функцію стимулювання, після чого при відомій стратегії центра агент вибирає свою дію, яка максимізує його цільову функцію.

В економіці граничними витратами прийнято називати похідну функції витрат.

Інформованість гравця називається та інформація, яку він має на момент прийняття рішень. *Порядком функціонування* називається послідовність одержання інформації і вибору стратегій учасниками організаційної системи.

Приклад 1. Розглянемо спрощену модель *трудового контракту*, який укладається між працівником (агентом) і певною організацією (центром), який є, як правило, документом, у якому відображене таке: центр зобов'язується забезпечити умови роботи і виплатити винагороду, прямо або опосередковано залежну від результатів діяльності (дій) агента. Крім цього, в контракті обумовлюються права та обов'язки працівника, в тому числі – які дії він може і зобов'язується виконувати і т.п.

Таким чином, стратегією центра є вибір системи стимулювання, стратегією агента – вибір дії. Умови контракту (його зміст) відомі обом сторонам. Інформованість учасників така. На момент прийняття рішень про встановлювану систему стимулювання для того чи іншого працівника центр має певну інформацію про те, які дії цей працівник може виконувати (множину його допустимих (можливих) дій) і про переваги працівника (його цільової функції) на цій множині. Крім цього, центрові, безумовно, відомі власні переваги та обмеження на множині допустимих функцій стимулювання. Агент на момент ухвалення рішення про те, яку дію йому варто виконати, знає свої переваги і множину своїх можливих дій, а також вибрану центром систему стимулювання, тобто функціональну залежність винагороди від дій. Порядок функціонування такий: складається контракт, потім працівник виконує свою дію, після чого відбуваються виплати.

Оскільки значення цільової функції агента залежить як від його власної стратегії – дії, так і від функції стимулювання, то в рамках прийнятої гіпотези раціональної поведінки агент буде виконувати дії, які при заданій системі стимулювання максимізують його цільову функцію. Зрозуміло, що множина таких дій, яка називається множиною *реалізованих дій*, залежить від використуваної центром системи стимулювання. Основна ідея стимулювання саме й полягає в тому, аби, варіюючи систему стимулювання, центр міг спонукати агента виконати ті чи інші дії.

Оскільки цільова функція центра залежить від дії, вибраної агентом, то *ефективністю системи стимулювання* називається максимальне або мінімальне значення цільової функції центра на множині дій агента, реалізоване даною системою стимулювання.

Отже, задача стимулювання полягає в тому, аби вибрати оптимальну систему стимулювання, тобто систему стимулювання, яка має максимальну ефективність. Наведемо формальні означення.

Множина дій агента, яка забезпечує максимум його цільової функції, називається *множиною рішень гри* або *множиною дій, реалізованих даною системою стимулювання*:

$$P(s) = \text{Arg} \max_{y \in A} \{s(y) - c(y)\}. \quad (9.4)$$

Знаючи, що агент вибирає дії з множини (9.4), центр повинен знайти систему стимулювання, яка максимізувала б його власну цільову функцію. Оскільки множина $P(s)$ може містити більше однієї точки, необхідно до визначити (з погляду припущень центра про поведінку агента) вибір агента. Якщо виконано *гіпотезу доброзичливості*, яка, будемо вважати, має місце, то агент вибирає з множини (9.4) найбільш сприятливу для центра дію. Альтернативою для центра є розрахунок на найгірший для нього вибір агента з множини розв'язків гри.

Гіпотеза доброзичливості полягає в наступному: якщо агент байдужий між вибором декількох дій (наприклад, дій, на яких досягається глобальний максимум його цільової функції), то він вибирає з цих дій ту, яка найбільш сприятлива для центра, тобто дію, яка надає максимум цільовій функції центра.

Відповідно, розрізняють ефективність системи стимулювання $s \in M$:

$$K(s) = \max_{y \in P(s)} F(y) \quad (9.5)$$

і її гарантовану ефективність

$$K_g(s) = \min_{y \in P(s)} F(y), \quad (9.6)$$

де $F(y)$ визначається або із (9.2), або із (9.3) (відповідно, до задачі стимулювання першого чи другого роду).

Пряма задача синтезу оптимальної системи стимулювання полягає у виборі допустимої системи стимулювання, яка має максимальну ефективність (або максимальну гарантовану ефективність):

$$K(s) \rightarrow \max_{s \in M}; \quad (9.7)$$

$$K_g(s) \rightarrow \max_{s \in M}. \quad (9.8)$$

Відзначимо, що розв'язки задач (9.7) і (9.8) у загальному вигляді не збігаються.

Обернена задача стимулювання полягає у пошуку множини систем стимулювання, які реалізують задану дію, або в більш загальному випадку – задану множину дій $A^* \in A$. Наприклад, у рамках допущення А.3' при $A^* = \{y^*\}$ обернена задача може полягати в пошуку множини $M(y^*)$ систем стимулювання, які реалізують цю дію, тобто $M(y^*) = \{s \in M \mid y^* \in P(s)\}$. Визначивши $M(y^*)$, центр має можливість знайти в цій множині “мінімальну” систему стимулювання, тобто реалізуючу задану дію з мінімальними витратами на стимулювання, або систему стимулювання, якій притаманні якісь інші задані властивості, наприклад – монотонність, лінійність і т.п.

Варто зазначити, що введені припущення погоджені в такому розумінні. Агент завжди може вибрати нульову дію, яка не вимагає від нього витрат (припущення А.2') і яка приносить нульовий дохід центру (припущення А.4). В той же час, центр має можливість нічого не платити агенту за вибір цієї дії (припущення А.3).

В усіх змістовних інтерпретаціях теоретико-ігрових моделей стимулювання передбачається, що в агента є альтернатива – зберегти статус-кво, тобто не вступати у взаємини з центром (не укладати трудового контракту). Відмовляючись від участі в даній організаційній системі, агент не одержує винагороди від центра і завжди має можливість вибрати нульову дію, забезпечивши собі не додатне (точніше – нульове) значення цільової функції.

Якщо поза даною організаційною системою агент може гарантовано одержати корисність $U \geq 0$ (обмеження допомоги з безробіття або обмеження резервної заробітної плати в термінології теорії контрактів), то і при участі в даній організаційній системі йому повинен бути гарантований не менший рівень корисності.

Зробивши маленький відступ, обговоримо більш детально модель процесу прийняття рішень агентом. Вважаємо, що якийсь агент прагне влаштуватися на роботу на певне підприємство. Йому пропонується контракт $\{s(y), y^*\}$, у якому обумов-

люється залежність $s(y)$ винагороди від результатів його діяльності (y) , а також те, які конкретні результати від нього очікуються (y^*) . При яких умовах агент підпише контракт, якщо обидві сторони – і агент, і підприємство (центр) – приймають рішення про підписання контракту самостійно і добровільно? Розглянемо спочатку принципи, якими може керуватися агент.

Перша умова – *умова погодженості стимулювання*, яка полягає в тому, що при участі в контракті вибір саме дії y^* (а не якоїсь іншої допустимої дії) доставляє максимум його цільовій функції (функції корисності). Іншими словами, це умова того, що система стимулювання погоджена з інтересами і перевагами агента.

Друга умова – *умова участі в контракті* (іноді її називають *умовою індивідуальної раціональності*), яка полягає в тому, що, укладаючи даний контракт, агент очікує одержати корисність, більшу, ніж він міг би одержати, уклавши інший контракт на іншому підприємстві (з іншим центром). Уявлення агента про свої можливі доходи на ринку праці відображає *резервна заробітна плата*. Зупинимося на цьому понятті більш докладно.

Нехай агент (безробітний або особа, що збирається змінити роботу) має свої суб'єктивні уявлення про розподіл пропонованої на ринку праці заробітної плати (або ставки заробітної плати). Позначимо щільність цього розподілу ймовірності $p(s)$, k^* – рівень кваліфікації даного агента. Гіпотетична крива розподілу наведена на рисунку 9.1.

Зрозуміло, що в середньому більш високій кваліфікації відповідає більш висока оплата. Якби агент мав повну інформацію про вимоги $s^*(k)$ до кваліфікації, які пропонуються на ринку праці для одержання відповідної заробітної плати, і якби достовірна інформація про його кваліфікацію k^* була доступною всім потенційним роботодавцям (центрам), то він був би, фактично, позбавлений вибору і погоджувався б на існуючий однозначний ринковий рівень заробітної плати $s^*(k^*)$, що відповідає його кваліфікації. Вся проблема полягає в тому, що інформація про ринок праці недосконала, тобто і агент, і центр діють в умовах неповної інформованості.

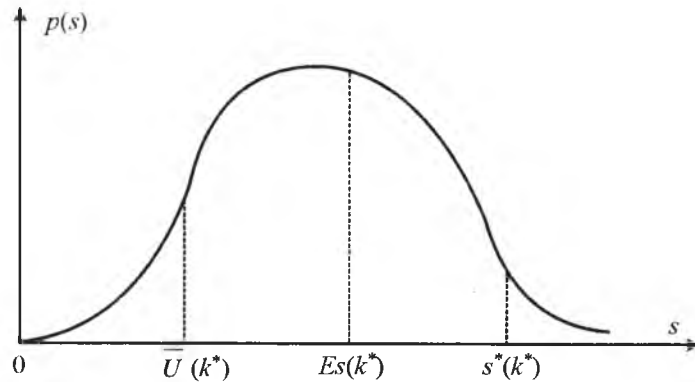


Рис. 9.1. Резервна, очікувана та максимальна заробітна плата

Нехай агент має свої суб'єктивні уявлення про мінімальний рівень заробітної плати $\bar{U}(k^*)$, за якої він згодний працювати при його кваліфікації. Величина $\bar{U}(k^*)$ називається *резервною заробітною платою*. Тоді процес пошуку роботи можна уявити так: одержуючи інформацію про пропонувані умови роботи і її оплати, агент погоджується з першою пропозицією, яка перевищує його резервну заробітну плату (у випадку зміни роботи за резервну заробітну плату може виступати, наприклад, величина зарплати на старому місці роботи або величина допомоги з безробіття і т.п.).

Оскільки одержання заробітної плати, більшої за $s^*(k^*)$, для даного агента неможливе (тому величина $s^*(k^*)$ іноді називається *максимальною заробітною платою*), то очікувана заробітна плата буде дорівнювати такій величині:

$$Es(k^*) = \int_{\bar{U}(k^*)}^{s^*(k^*)} sp(s)ds.$$

Повернемося до аналізу умов взаємовигідності укладання трудового контракту.

Аналогічні наведеним для агента умови погодженості та індивідуальної раціональності можна сформулювати для центра. Якщо є єдиний агент – претендент на укладання контракту, то контракт буде вигідним для центра, коли виконані дві умови.

Перша умова відображає погодженість системи стимулювання з інтересами і перевагами центра, тобто застосування фігуруючої в контракті системи стимулювання повинне доставляти максимум цільовій функції (функції корисності) центра (порівняно з використанням будь-якої іншої допустимої системи стимулювання).

Друга умова для центра аналогічна умові участі для агента, а саме – укладання контракту з даним агентом вигідно для центра порівняно зі збереженням статус-кво, тобто відмовленню від укладання контракту взагалі. Наприклад, коли вважати, що прибуток підприємства (значення цільової функції центра) без укладання контракту дорівнює нулю, то при укладанні контракту прибуток повинен бути невід'ємним.

Якісно обговоривши умови укладання взаємовигідного трудового контракту, повернемося до формального аналізу.

Легко бачити, що в рамках введених допущень при участі агента в розглянутій організаційній системі йому гарантується мінімальне нульове значення корисності. Умова невід'ємності корисності агента:

$$\text{якщо } y \in P(s), \text{ то } f(y) \geq 0 \quad (9.9)$$

є “умовою участі” або “умовою індивідуальної раціональності”. Отже, як мінімум, реалізованими будуть такі дії, при виборі яких значення цільової функції агента будуть невід'ємними:

$$P_0(s) = \{y \in A \mid s(y) \geq c(y)\} \in P(s). \quad (9.10)$$

З цього випливає, що вибір величини витрат від нульової дії агента та обмежень в умовах індивідуальної раціональності може бути виконаний відносно довільно, щоправда, при погодженні з умовою індивідуальної раціональності та обмеженнями на стимулювання.

Пояснимо останнє твердження. Більш коректно (тобто з урахуванням умови індивідуальної раціональності) множину реалізованих дій варто визначити як множину таких точок максимуму цільової функції агента, в яких виконується умова індивідуальної раціональності:

$$P(s) = \underset{y \in A}{\text{Arg max}} \{s(y) - c(y)\} \subset \{y \in A \mid f(y) \geq \bar{U}\}. \quad (9.11)$$

Розглянемо двох агентів. Нехай витрати першого агента задовольняють припущення А.2', а витрати другого агента всюди на ту саму величину d (додатню чи від'ємну, причому, як правило, вважають, що $d = \bar{U}$) відрізняються від витрат першого агента, тобто $c_2(y) = c_1(y) + d$, $c_2(0) = d$ (величина $c(0)$ іноді називається *індивідуальним нулем корисності*). Позначимо $P_1(s)$ і $P_2(s)$ – відповідні множини реалізованих дій при одних і тих же обмеженнях на стимулювання. Якщо певна дія $y^* \in A$ належить множині $P_1(s)$, то вона належить і множині $P_2(s)$, і навпаки, що впливає безпосередньо з означення (9.4) реалізованої дії – відповідних систем нерівностей, які називаються “умовами узгодження”:

$$\text{якщо } y \in A, \text{ то } s(y^*) - c(y^*) \geq s(y) - c(y), \quad (9.12)$$

і не змінюються від додавання до обох частин константи (рис. 9.2, на якому C – обмеження механізму стимулювання, $y^1(C)$ – права межа множини $P(C)$ реалізованих дій).

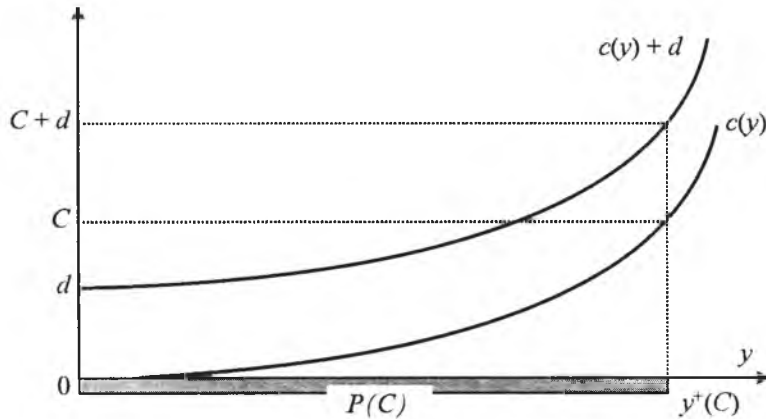


Рис. 9.2. Інваріантність множини реалізованих дій відносно “зрушення” функції витрат агента

Складнішим залишається питання щодо індивідуальної раціональності. Якщо розуміти під множиною реалізованих дій (9.11), то (9.10) отримує вигляд

$$P_0(s) = \{y \in A \mid s(y) \geq c(y) + \bar{U}\}.$$

Зрозуміло, що для того, аби зміна обмеження індивідуальної раціональності і “вертикальне зрушення” витрат не змінювали множину P_0 , варто змінювати використовувану центром систему стимулювання так: додати до неї відповідну константу (\bar{U} і/або d). При цьому треба мати на увазі, що при фіксованих обмеженнях на функцію стимулювання збільшення, наприклад, величини \bar{U} може призвести до звуження множини реалізованих дій (припущення А.3).

Таким чином, справедливе наступне твердження.

Твердження 1. Всі агенти, функції витрат і/або резервні зарплати яких відрізняються на одну й ту ж величину, еквівалентні з погляду умов реалізованості за умови відповідних змін механізму стимулювання.

Отже, врахування змін індивідуального нуля корисності агента (“зрушення” його витрат по вертикалі) і врахування змін обмежень індивідуальної раціональності призводять до незначної, легко виконуваної в кожному конкретному випадку, модифікації основних характеристик задачі стимулювання (множини реалізованих дій, обмежень на фонд заробітної плати і т.п.). Тому в подальшому будемо вважати, що $\bar{U} = 0$, і обмежимося введеними припущеннями, в рамках яких умову індивідуальної раціональності можна не враховувати.

Повернемося до аналізу задачі синтезу оптимальної функції стимулювання.

Той факт, що реалізованими є ті дії, які щонайменше забезпечують агентів невід'ємну корисність, істотно спрощує аналіз задачі стимулювання. Фіксуємо довільну дію агента $y^* \in A$ і розглянемо таку систему стимулювання:

$$s_{QK}(y^*, y) = \begin{cases} c(y^*), & y = y^* \\ 0, & y \neq y^* \end{cases}, \quad (9.13)$$

яка називається *квазікомпенсаторною (QK-типу)*.

Очевидно, що $y^* \in P_0(s_{QK}(y^*))$. Якщо виконується припущення А.3, тобто на абсолютні значення заохочень не накладено ніяких обмежень, то дія y^* реалізується системою стимулювання (9.13) (іншими словами, в рамках А.3 реалізується будь-яка

допустима дія агента). Якщо ж виконане припущення А.3', то повинне виконуватися:

$$C \geq s(y) \geq c(y).$$

Позначимо максимальну множину дій, які реалізуються при заданих обмеженнях:

$$P(C) = \{y \in A \mid c(y) \leq C\}. \quad (9.14)$$

В рамках припущення А.3' виконано: $P(C) = [0; y^+(c)]$ (рис. 9.2), де $y^+(c) = C$.

Оскільки в означенні ефективності системи стимулювання максимум обчислюється на множині реалізованих дій, то чим ширша ця множина, тим більше відповідне максимальне значення. Отже, з розширенням множини реалізованих дій збільшується ефективність стимулювання. Іншими словами, якщо одна система стимулювання (точніше – клас систем стимулювання) має більш широку множину реалізованих дій, ніж інша система стимулювання (інший клас систем стимулювання), то й ефективність першої системи стимулювання вища, ніж другої. Отже, максимальну ефективність має клас систем стимулювання, який має максимальну множину реалізованих дій.

З цього випливає, що розв'язування задачі стимулювання можна поділити на два етапи. На *першому етапі* розв'язується *задача узгодження* – визначаються множини реалізованих при заданих обмеженнях дій. На *другому етапі* розв'язується *задача оптимального погодженого планування* – відшукується реалізована дія, найкраща з погляду центра. Подібна ідеологія розв'язування задачі управління організаційними системами широко використовується в теорії активних систем і в теорії контрактів.

З того, що система стимулювання QK -типу має максимальну множину реалізованих дій, випливає, що вона є розв'язком задачі синтезу оптимальної функції стимулювання в прямій задачі стимулювання першого роду.

Відзначимо, що вираз (9.13) задає параметричний (параметр y^*) клас систем стимулювання. Тому твердження про оптимальність тих чи інших систем стимулювання (класів систем стимулювання, у даному випадку – квазікомпенсаторних) варто розуміти так: існує значення параметра, при якому функція сти-

мулювання із заданого класу має максимальну на множині M ефективність.

Знаючи, що оптимальну систему стимулювання варто шукати в класі квазікомпенсаторних, а також те, що при використанні системи стимулювання $s_{QK}(y^*, y)$ агент вибирає дію, яка збігається з дією y^* , центр може “забути” про умови узгодження і розв'язувати задачу оптимального погодженого планування, тобто шукати реалізуючу дію агента, яка максимізує дохід або цільову функцію центра:

$$F(y) \rightarrow \max_{y \in P(C)}. \quad (9.15)$$

В оптимальній (що максимізує ефективність) квазікомпенсаторній системі стимулювання параметр y^* є розв'язком задачі (9.15).

В задачах стимулювання першого роду оптимальними виявляються не тільки квазікомпенсаторні системи стимулювання, а й компенсаторні, стрибкоподібні і квазістрибкоподібні.

Квазікомпенсаторні системи стимулювання реалізують дії з мінімальними витратами на стимулювання: $s_{minQK}(y^*) = s_{QK}(y^*, y^*) = c(y^*)$, тобто $f(y^*) = 0$, тому вони є оптимальними в задачах стимулювання другого роду. Задача оптимального погодженого планування в цьому випадку полягає в пошуку реалізуючої дії агента, яка максимізує різницю між доходом центра і мінімальними витратами на стимулювання, які збігаються в розглядуваній моделі з витратами агента:

$$H(y) - c(y) \rightarrow \max_{y \in P(C)}. \quad (9.16)$$

Якщо відсутні обмеження на величину винагороди агента (припущення А.3), то максимумами в (9.15) і (9.16) варто знаходити для всієї множини допустимих дій агента.

При використанні систем стимулювання QK -типу центр компенсує витрати агента при виборі зазначеної дії, не виплачуючи ніякої винагороди при виборі агентом інших дій, тобто квазікомпенсаторні системи стимулювання погоджені з умовою індивідуальної раціональності: при їх використанні корисність агента дорівнює нулю принаймні у двох точках – при виборі реалізованої дії і нульової дії, причому корисність агента ніде не набуває строго додатних значень.

Істотним “плюсом” квазікомпенсаторних систем стимулювання є їх простота і висока ефективність, істотним “мінусом” – абсолютна нестійкість відносно можливих збуджень параметрів моделі. Дійсно, якщо центр неточно знає функцію витрат агента, то як завгодно мала неточність може призвести до значних змін реалізованих дій.

Уміючи розв’язувати пряму задачу стимулювання, досить просто знайти розв’язок відповідної оберненої задачі. Наприклад, вираз (9.14) дозволяє визначити мінімальні обмеження на стимулювання, які дозволяють реалізовувати задані дії.

Якщо одна й та ж дія може реалізовуватися декількома системами стимулювання, то, мабуть, що більшу ефективність має та з них, яка характеризується меншими витратами на стимулювання. Іншими словами, оптимальним є клас систем стимулювання, який реалізує будь-яку дію агента з мінімальними витратами центра на стимулювання. Це твердження, незважаючи на свою очевидність, дає універсальний інструмент розв’язування задач стимулювання. Наведемо коректне обґрунтування.

Мінімальними витратами на стимулювання з реалізації дії $y \in P_M$ у класі допустимих систем стимулювання M називається така величина:

$$s_{\min}(y) = \min_{s \in M} \{s(y) \mid y \in P(s)\}, \quad (9.17)$$

тобто мінімальна допустима винагорода, яка спонукає агента вибрати задану дію. Для тих дій, які у рамках припущення А.2 не можуть бути реалізованими в класі M , віднесемо мінімальні витрати на стимулювання, що дорівнюють нескінченності.

Очевидно, що в рамках припущення А.2 виконується:

$$\text{якщо } y \in P_M, \text{ то } s_{\min}(y) = c(y). \quad (9.18)$$

Мінімальні витрати на стимулювання є надзвичайно важливим поняттям. Їх дослідження дозволяє розв’язувати задачу синтезу оптимальної функції стимулювання, вивчати властивості оптимального розв’язку тощо.

Якщо для задачі стимулювання першого роду критерієм порівняння ефективностей систем стимулювання є максимальні множини реалізованих ними дій, то мінімальні витрати на сти-

мулювання є критерієм для задач і першого, і другого роду. Обґрунтуємо це твердження. Для цього позначимо максимальну в класі $M_i \in M$ ефективність управління:

$$K_{M_i} = \max_{s \in M_i} K(s), \quad i = 1, 2.$$

Твердження 2. Нехай $M_1 \in M, M_2 \in M$ – два класи допустимих систем стимулювання і виконано:

$$\text{якщо } y \in A, \text{ то } s_{\min 1}(y) \leq s_{\min 2}(y). \quad (9.19)$$

Тоді для задач стимулювання першого і другого роду справедливо:

$$K_{M_1} \geq K_{M_2}.$$

Дійсно, позначимо $P_i = \bigcup_{s \in M_i} P(s), i = 1, 2$ – максимальні мно-

жини дій, які реалізуються відповідними класами систем стимулювання. Нехай $y \in P_{M_2}$. Оскільки виконано (9.19), то за означенням мінімальних витрат на стимулювання маємо:

$$y \in P_{M_1}.$$

Іншими словами, якщо виконано умову твердження 2, то на основі означення мінімальних витрат на стимулювання має місце співвідношення:

$$P_2 > P_1,$$

тобто системи стимулювання, які характеризуються меншими витратами на стимулювання, реалізують більші множини дій, що доводить справедливість твердження 2 для задач першого роду.

Розглянемо задачу стимулювання другого роду. Ефективність стимулювання може бути визначена і через мінімальні витрати на стимулювання, причому на підставі (9.19) має місце співвідношення, яке доводить справедливість сформульованого твердження:

$$K_{M_2} = \max_{y \in A} \{H(y) - s_{\min}(y)\} \leq \max_{y \in A} \{H(y) - s_{\min 1}(y)\} = K_{M_1}.$$

Відзначимо, що за умов твердження 2 потрібно, аби певне співвідношення між мінімальними витратами на стимулювання виконувалося для будь-яких допустимих дій агента.

Отже, модель X досліджуваної організаційної системи задається такими параметрами: $X = \{A, M, H(), c()\}$. Розв’язування задачі стимулювання передбачає знаходження величини:

$$S = \{s^* \in M, y^* \in A, K_M\},$$

де s^* – оптимальна система стимулювання, y^* – оптимальна реалізована дія, K_M – ефективність оптимальної системи стимулювання.

Якщо фіксувати всі компоненти організаційної системи, за винятком множини допустимих систем стимулювання, то, коли виконано (9.19), задача порівняння ефективностей управлінь у різних організаційних системах, тобто ефективностей різних класів систем стимулювання, зводиться до оцінки величин:

$$\begin{aligned} D_0(M_1, M_2) &= K_{M1} - K_{M2}, \\ D(M_1, M_2) &= s_{\min 1}(y^*) - s_{\min 2}(y^*), \end{aligned} \quad (9.20)$$

або

$$D_0(M_1, M_2) = \frac{K_{M1}}{K_{M2}}, \quad D(M_1, M_2) = \frac{s_{\min M1}(y^*)}{s_{\min M2}(y^*)}, \quad (9.21)$$

або

$$D_0(M_1, M_2) = \frac{K_{M1} - K_{M2}}{K_{M1}}, \quad (9.22)$$

$$D(M_1, M_2) = \frac{s_{\min M1}(y^*) - s_{\min M2}(y^*)}{s_{\min M1}(y^*)}.$$

Зупинимось більш докладно на обговоренні обмежень на стимулювання, що накладаються припущеннями А.3. і А.3'. При визначенні мінімальних витрат на стимулювання (9.17) передбачалося, що витрати на стимулювання з реалізації нереалізованих у рамках А.3' дій дорівнюють нескінченності. В той же час, з погляду формального аналізу, бажано, аби мінімальні витрати на стимулювання не залежали від абсолютних обмежень на величину індивідуального заохочення. Це можна виконати, згадавши, що дотепер не накладалися обмеження на функцію доходу центра.

Розглянемо таку задачу – нехай для певної організаційної системи X виконане припущення А.3. Тоді в ній реалізуються будь-які дії агента, а мінімальні витрати на стимулювання (9.17) можуть бути нескінченними лише при нескінченних витратах агента. Якщо в тій же організаційній системі на систему стиму-

лювання накладене обмеження C , то мінімальні витрати на стимулювання є нескінченними не тільки при нескінченних витратах агента, а й при його витратах, які перевищують величину обмеження на стимулювання (9.14).

Цього можна уникнути так: визначимо “нову” функцію доходу центра:

$$H_s(y) = \begin{cases} H(y), & s(y) \leq C \\ -\infty, & s(y) > C \end{cases} \quad (9.23)$$

Позначимо X_s' – організаційну систему, яка відрізняється від X функцією доходу центра (9.23). Якщо в організаційній системі X виконувалося А.3', то в організаційній системі X_s' матиме місце умова А.3. Легко бачити, що розв'язки задач синтезу оптимальних функцій стимулювання в обох організаційних системах збігаються, причому мінімальні витрати на стимулювання в організаційній системі X_s' визначаються вже більш просто:

$$s_{\min M}(y) = \min_{s \in M} \{s(y) \mid y \in P(s)\}, \quad y \in A. \quad (9.24)$$

Отже, справедливий такий результат.

Твердження 3. Розв'язок задачі стимулювання в організаційній системі з обмеженням А.3' і мінімальними витратами на стимулювання (9.17)–(9.18) еквівалентний розв'язку задачі стимулювання в організаційній системі з обмеженням А.3 за умови (9.23) і витратами на стимулювання (9.24).

Оскільки результат твердження справедливий при будь-яких цільових функціях центра, справедливе таке твердження.

Твердження 4. Нехай $M_1 \in M$, $M_2 \in M$ – два підкласи допустимих систем стимулювання, для яких виконане (9.19), де мінімальні витрати на стимулювання визначаються (9.24). Тоді $K_{M1} \geq K_{M2}$.

Аналіз задач стимулювання (твердження 1–4), показує, що для встановлення порівняльної ефективності тієї чи іншої системи стимулювання (у прямих і обернених задачах першого й другого роду при практично будь-яких комбінаціях припущень про властивості параметрів організаційної системи) достатньо проаналізувати мінімальні витрати на стимулювання (9.24) у рамках припущень А.1, А.2 і А.3. Всі інші розширення цієї моделі (наявність

альтернативного рівня гарантованої корисності агента, його індивідуального нуля корисності, зовнішніх обмежень на абсолютну величину стимулювання) або безпосередньо до неї зводяться (еквівалентні), або вимагають незначних модифікацій.

Приклад 2. Наведемо графічну інтерпретацію описаного методу розв'язування задач стимулювання другого роду. На рисунку 9.3 зображені графіки функцій: $H(y)$ і $c(y) + \bar{U}$; область дій, реалізованих із погляду як індивідуальної раціональності ($s(y^*) \geq c(y^*) + \bar{U}$) та узгодженості стимулювання (якщо $y \in A$, то $s(y^*) - c(y^*) \geq s(y) - c(y)$), так і з погляду незаперечності цільової функції центра (не укладаючи контракт, центр завжди має можливість одержати нульову корисність, оскільки в рамках припущення А.4 $H(0) = 0$).

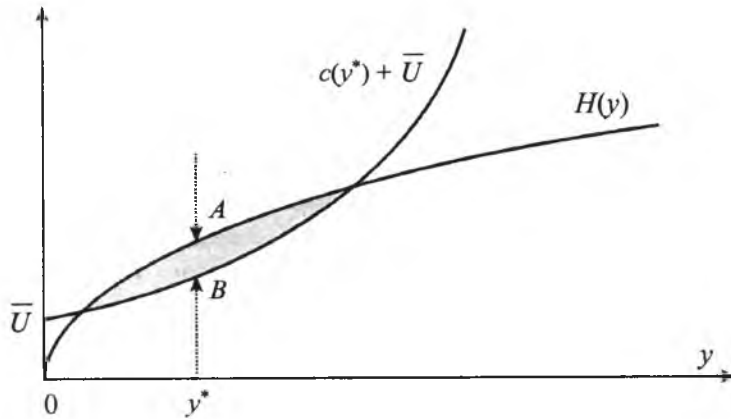


Рис. 9.3. Оптимальний розв'язок детермінованої задачі стимулювання другого роду

Множина дій агента і відповідних значень цільових функцій, що задовольняють одночасно всі перераховані обмеження (узгодження, індивідуальну раціональність тощо як для центра, так і для агента), тобто “область компромісу”, заштрихована на рисунку 9.3.

Оптимальною реалізованою дією y^* є дія, яка максимізує в області компромісу різницю між доходом центра і витратами

агента. Можна бачити, що при незмінних функціях доходу і витрат зі зростанням величини \bar{U} область компромісу вироджується.

Область компромісу є надзвичайно важливим із методологічної точки зору поняттям. Її непустота відображає можливість узгодження інтересів центра й агента в існуючих умовах. Пояснимо це твердження.

У формальній моделі стратегії учасників обмежені відповідними допустимими множинами. Врахування обмежень індивідуальної раціональності агента (умовно можна вважати, що параметр резервної зарплати \bar{U} , який фігурує в умові участі, відображає обмеження ринку праці) і центра (умовно можна вважати, що незаперечність цільової функції центра відображає обмеження фінансової ефективності діяльності центра – витрати на стимулювання агента не повинні перевищувати дохід від результатів його діяльності), а також умов узгодження, призводять до того, що множина “раціональних” стратегій – область компромісу – виявиться досить вузькою.

Фактично, компроміс між центром і агентом полягає в розподілі корисності, що дорівнює різниці корисностей у точках A і B (рис. 9.3). Виконуючи перший хід (пропонуючи контракт), центр “забирає” цю різницю собі, змушуючи агента погодитися з резервним значенням корисності. Можна перевірити, що в протилежній ситуації, коли перший хід виконує агент, пропонуючи контракт центру, нульову корисність одержує центр, а агент “забирає” різницю корисності між точками A і B собі.

Умова оптимальності в розглянутій моделі (у припущенні диференційовності функцій доходу і витрат, а також угнутості функції доходу центра й опуклості функції витрат агента) має вигляд:

$$\frac{dH(y^*)}{dy} = \frac{dc(y^*)}{dy}$$

Величина $\frac{dH(y^*)}{dy}$ в економіці називається граничною про-

дуктивністю агента (MRP), а величина $\frac{dc(y^*)}{dy}$ – його гранични-

ми витратами (MC). Умова оптимальності ($MRP = MC$) – визначає ефективну заробітну плату.

Як впливає зі сказаного, в рамках введених припущень система стимулювання QK -типу є оптимальним розв'язком задач стимулювання першого і другого роду.

До цього вважалося, що квазікомпенсаторна система є допустимою (припущення А.3 і А.3'). Проте, на практиці це не завжди так – центр може бути жорстко обмеженим деяким фіксованим класом систем стимулювання, причому ці обмеження можуть бути як екзогенними – наприклад, визначатися правовими нормами, які регулюють оплату праці, так і ендогенними – з тих чи інших причин центр може бути схильним до використання, наприклад, відрядної чи погодинної оплати, а не до простої компенсації витрат. Тому одна із задач полягає в тому, аби оцінити ефективність різних базових систем стимулювання.

Базовими називаються найпростіші і в той же час широко розповсюджені на практиці системи стимулювання.

Дослідження базових систем стимулювання виконується в рамках такого загального підходу: для фіксованого класу систем стимулювання визначаються мінімальні витрати на стимулювання, потім порівнюються витрати на стимулювання для різних класів. Априорі можна сказати, що оскільки “ідеалом” є “абсолютно оптимальні” квазікомпенсаторні системи стимулювання, то ефективність будь-якої системи стимулювання буде не вищою (а витрати на стимулювання, відповідно, не нижчими), ніж у систем QK -типу. Проте важливе не тільки якісне співвідношення ефективностей, оскільки ключовим є питання саме про кількісні втрати в ефективності (приросту в мінімальних сумарних витратах на стимулювання) – тільки знаючи величину цих втрат управляючий орган може приймати рішення про доцільність використання конкретної системи стимулювання. Так, наприклад, використання уніфікованих (однакових для всіх агентів багатоелементної організаційної системи) систем стимулювання не тільки зменшує інформаційне навантаження на центр, а й призводить до зниження ефективності самого стимулювання. Рішення про розумність компромісу між вибором в інформаційному навантаженні і втратами в ефективності вимагає оцінки цих величин.

Основним інструментом оцінки втрат ефективності є наведені результати про співвідношення ефективності і мінімальних витрат на стимулювання, тому достатніми виявляються обчислення різниці або відношення показників ефективності чи відповідних витрат на стимулювання.

Перелічимо тепер базові системи стимулювання в одноелементних детермінованих, тобто функціонуючих в умовах повної інформованості про всі істотні зовнішні і внутрішні параметри, організаційні системи.

Стрибокподібні системи стимулювання (S -типу) характеризуються тим, що агент одержує сталу винагороду (яка, як правило, дорівнює максимально можливому або заздалегідь встановленому значенню), за умови, що вибрана ним дія не менша заданої, і нульову винагороду, при виборі менших дій (рис. 9.4):

$$s_c(x, y) = \begin{cases} C, & y \geq x \\ 0, & y < x \end{cases} \quad (9.25)$$

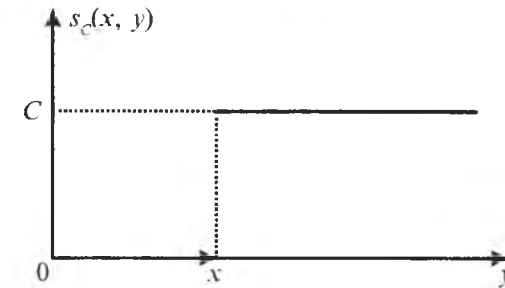


Рис. 9.4. Стрибокподібна система стимулювання

Параметр $x \in X$ називається планом – бажаним із погляду центра станом (дією, результатом діяльності тощо) агента.

Системи стимулювання S -типу змістовно можуть інтерпретуватися як *акордні*, що відповідають фіксованій винагороді при заданому результаті (наприклад, обсязі робіт не нижче обумовленого заздалегідь, часу тощо). Інша змістовна інтерпретація відповідає випадкові, коли дією агента є кількість відпрацьованих годин, тобто винагорода відповідає, наприклад, фіксованому окладові без надбавок і оцінці якості діяльності.

Більшість базових систем стимулювання є параметричними – наприклад, клас $M_C \in M$ визначається заданням, крім (9.25), множини допустимих планів X (щодо яких, як правило, передбачається, що вони збігаються з множиною допустимих дій агента $X = A$, або з множиною дій, реалізованих при заданих обмеженнях механізму стимулювання).

Квазістрибокподібні системи стимулювання (QC-типу) відрізняються від стрибкоподібних тим, що винагорода виплачується агентіві тільки при точному виконанні плану (рис. 9.5):

$$s_{QC}(x, y) = \begin{cases} C, & y = x \\ 0, & y \neq x \end{cases} \quad (9.26)$$

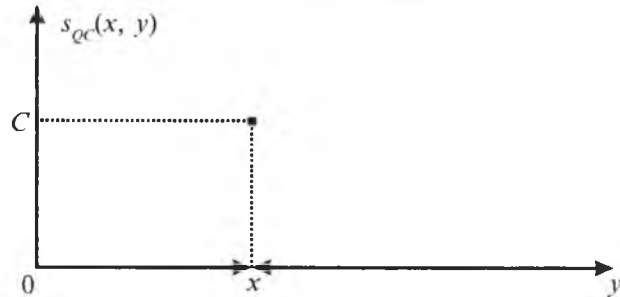


Рис. 9.5. Квазістрибокподібна система стимулювання

Слід зазначити, що системи стимулювання QC-типу є досить екзотичними (особливо в умовах невизначеності незрозуміло, що розуміти під точним виконанням плану) і рідко використовуються на практиці.

Відзначимо, що про стрибкоподібні і квазістрибокподібні системи стимулювання має сенс говорити в рамках припущення А.3'. Якщо на абсолютну величину винагороди агента не накладено ніяких обмежень (припущення А.3), то необхідно довизначити, що розуміти під величиною C в (9.25) і (9.26), тобто амплітуда "стрибка", як і план, може бути змінною величиною.

Компенсаторна система стимулювання (K-типу) характеризується тим, що агентіві компенсують витрати за умови, що

його дії належать заданому діапазону, наприклад, обмеженнями на абсолютну величину індивідуальної винагороди:

$$s_K(x, y) = \begin{cases} c(y), & y \leq x \\ 0, & y > x \end{cases} \quad (9.27)$$

де в рамках припущення А.2' $x \leq c^{-1}(C)$, $c^{-1}()$ – функція, обернена функції витрат агента, тобто центр може компенсувати агентіві витрати при $y \leq x$ і не оплачувати вибір більших дій (рис. 9.6).

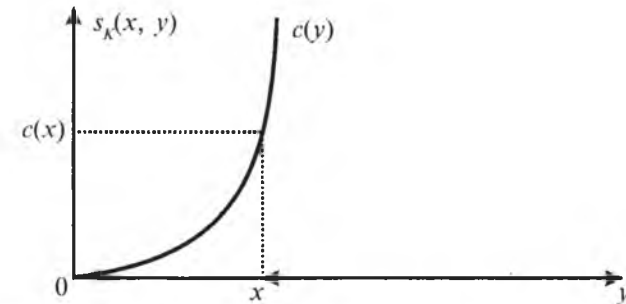


Рис. 9.6. Компенсаторна система стимулювання

Квазікомпенсаторні системи стимулювання (QK-типу) відрізняються від компенсаторних тим, що винагорода виплачується агентіві тільки при точному виконанні плану (рис. 9.7):

$$s_{QK}(x, y) = \begin{cases} c(y), & y = x \\ 0, & y \neq x \end{cases} \quad (9.28)$$

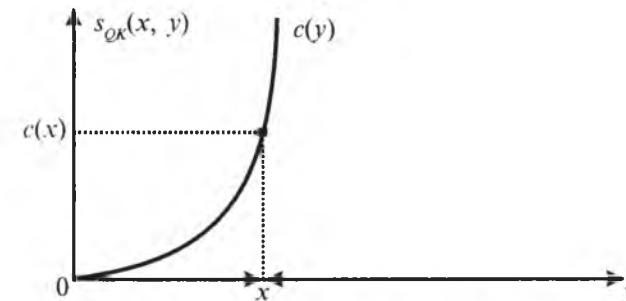


Рис. 9.7. Квазікомпенсаторна система стимулювання

Пропорційні системи стимулювання (*L*-типу). На практиці досить поширені системи оплати праці, які ґрунтуються на використанні сталих ставок оплати: погодинна оплата має на увазі існування *ставки оплати* одиниці робочого часу (як правило, години або дня), відрядна оплата – існування ставки оплати за одиницю продукції тощо. Поєднує ці системи оплати те, що винагорода агента прямопропорційна його дії (кількості відпрацьованих годин, обсягові випущеної продукції і т.п.), а ставка оплати $a \geq 0$ є коефіцієнтом пропорційності (рис. 9.8):

$$s_L(y) = ay. \quad (9.29)$$

У більш загальному випадку можливо, що частина винагороди агенту виплачується незалежно від його дій, тобто пропорційна система може мати вигляд $s(y) = s_0 + ay$.

Системи стимулювання, які ґрунтуються на перерозподілі доходу (*D*-типу), використовують таку ідею. Оскільки центр виражає інтереси системи в цілому, то можна умовно ідентифікувати його дохід із доходом від діяльності всієї організаційної системи. Тому можна при стимулюванні агента спиратися на величину доходу центра – вважати винагороду агента такою, що дорівнює певній (наприклад, сталій) частці доходу центра:

$$s(y) = x(y), \quad (9.30)$$

де $x \in [0; 1]$. На сьогодні формальні моделі зі змінною часткою $x(y)$, на жаль, не досліджені.

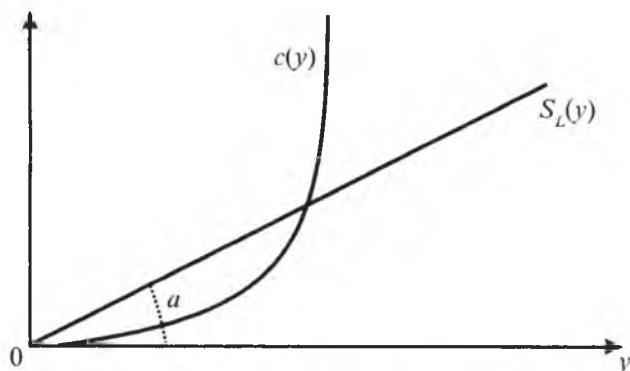


Рис. 9.8. Пропорційна система стимулювання

Ще раз відзначимо, що системи стимулювання *C*, *K*, *L* і *D*-типу є параметричними: для визначення конкретної стрибкоподібної системи стимулювання достатньо задати пари (x, C) ; конкретна компенсаторна система стимулювання однозначно визначається функцією витрат агента (*i*, можливо, планом x); для визначення конкретної пропорційної системи стимулювання достатньо задати ставку оплати a ; для визначення конкретної системи стимулювання, яка ґрунтується на перерозподілі доходу, достатньо задати норматив x .

Степеневі системи стимулювання є досить штучною конструкцією, коли винагорода агента певною мірою пропорційна його витратам:

$$s(y) = ac^b(y), \quad (9.31)$$

де $b \in (0; 1]$. Використання степеневих систем стимулювання виявляється ефективним у багатоелементних організаційних системах із невизначеністю.

За аналогією з тим, як це виконувалося для стрибкоподібних і компенсаторних систем стимулювання, можна ввести квазілінійні системи стимулювання (*QL*-типу), при використанні яких агент одержує винагороду, пропорційну плану, у випадку його виконання, і нульову винагороду в усіх інших випадках. Аналогічно визначаються системи стимулювання *QD*-типу.

Перераховані системи стимулювання як елементи можна використовувати при побудові інших більш складних систем стимулювання. Для можливості такого “конструювання” необхідно визначити операції над базовими системами стимулювання. Для одноелементних детермінованих організаційних систем достатньо обмежитися операціями таких трьох типів.

Перший тип операції – винагорода вважається такою, що дорівнює нулю всюди, за винятком дії, що збігається з планом. У детермінованих організаційних системах “обнуління” стимулювання в усіх точках, крім плану, у рамках гіпотези доброзичливості практично не змінює властивостей системи стимулювання, тому в подальшому не будемо акцентувати увагу на різниці деякої системи стимулювання і системи стимулювання, що дістається з початкової застосуванням операції першого типу.

Другий тип операції – розбивка множини можливих дій на декілька підмножин і використання різних базових систем стимулювання на різних підмножинах. Одержані в результаті застосування операцій другого типу системи стимулювання називаються складеними і позначаються послідовним записом позначень її компонент.

Наприклад, центр може фіксувати плани x_1 і x_2 ($x_1 \leq x_2$) і використовувати систему стимулювання C -типу зі стрибком у точці x_1 при діях агента, менших x_2 , і пропорційну систему стимулювання при діях агента, що перевищують план x_2 . Ескіз системи стимулювання, яка при цьому дістається, CL -типу наведений на рисунку 9.9.

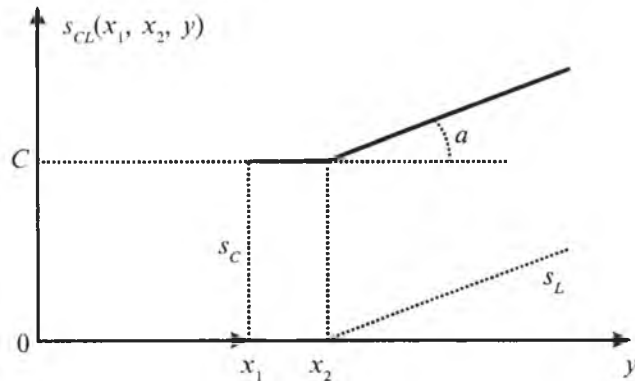


Рис. 9.9. Система стимулювання CL -типу (складена)

Зрозуміло, що до однієї й тієї системи стимулювання можна застосовувати операцію другого типу декілька разів. Можливе також застосування операції другого типу до результатів її попереднього застосування тощо. Наприклад, застосовуючи операцію другого типу до системи стимулювання CL -типу, зображеної на рисунку 9.9, тобто додаючи умову, що система стимулювання є стрибкоподібною при $y \geq x_3 \geq x_2$, одержимо систему стимулювання CLC -типу. Застосовуючи до неї, в свою чергу, наприклад, операцію першого типу, одержимо систему стимулювання $QCLC$ -типу і т.д.

Третій тип операції – алгебраїчне підсумовування двох систем стимулювання (що допустимо, оскільки стимулювання входить у цільові функції учасників системи адитивно). Результат застосування операції третього типу називається сумарною системою стимулювання і позначається “сумою” початкових систем стимулювання. Ескіз системи стимулювання $C + L$ -типу, що дістається в результаті застосування операції третього типу до систем стимулювання C -типу і L -типу, зображений на рисунку 9.10.

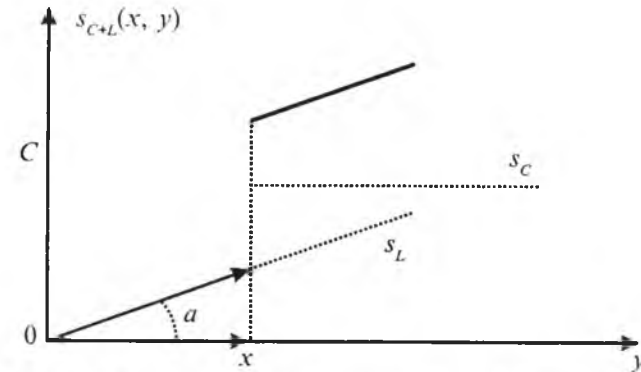


Рис. 9.10. Система стимулювання $C + L$ -типу (сумарна)

Операцію третього типу також можна застосовувати послідовно до результатів попередніх її застосувань, одержуючи, наприклад, системи стимулювання $C + L + K$ -типу тощо. Можливе також її комбіноване застосування з операціями першого і другого типу. Системи стимулювання, які дістаються в результаті послідовного застосування скінчене число раз операцій першого, другого чи третього типу до систем C -типу, K -типу, L -типу, D -типу (які називаються основними), а також до результатів попередніх їх застосувань, називаються похідними від основних (початкових).

Базовими називаються системи стимулювання C -типу, K -типу, L -типу і D -типу, а також усі похідні від них системи стимулювання.

Отже, базові системи стимулювання, одержані в результаті застосування тільки операцій другого типу, називаються складеними. Базові системи стимулювання, одержані в результаті за-

стосування тільки операцій третього типу, називаються *сумарними*. Основні, складені і сумарні системи стимулювання вважаються *простими базовими*. Сумарні складені системи стимулювання називаються *складними базовими* системами стимулювання.

Число різних сумарних систем стимулювання визначається елементарно. Є такі варіанти: M_{C+C} , M_{C+K} , M_{C+L} , M_{C+D} , M_{K+L} , M_{K+D} , M_{L+D} (клас M_{K+K} еквівалентний класові M_K , а клас M_{L+L} еквівалентний класові M_L), M_{C+K+L} , M_{C+K+D} , M_{C+L+D} , M_{K+L+D} , $M_{C+K+L+D}$. З огляду на те, що класи $M_{A_1+A_2}$ і $M_{A_2+A_1}$, де $A_1, A_2 \in \{C, K, L, D\}$, еквівалентні, одержуємо дванадцять класів сумарних систем стимулювання.

Складнішою залишається справа зі складеними системами стимулювання – їх число залежить від числа точок розбивок множини допустимих дій агента. Тому обмежимося складеними системами стимулювання, які охоплюють не більше двох комбінацій. Враховуючи, що комбінація компенсаторної системи стимулювання із собою еквівалентна початковій, одержуємо п'ятнадцять пар: M_{CC} , M_{CK} , M_{CL} , M_{CD} , M_{KC} , M_{KL} , M_{KD} , M_{LL} , M_{LC} , M_{LK} , M_{LD} , M_{DD} , M_{DC} , M_{DK} , M_{DL} , тобто п'ятнадцять класів складених систем стимулювання.

Підсумовуючи чотири основних, дванадцять сумарних і п'ятнадцять складених (подвійних), одержуємо 31 просту базову систему стимулювання.

Таким чином, перелічивши стрибкоподібну, компенсаторну, пропорційному і засновану на перерозподілі доходу системи стимулювання й визначивши три операції над ними, одержуємо можливість генерувати значне число різних систем стимулювання.

9.2. Математичні моделі заробітної плати

Системою оплати праці називається спосіб визначення розмірів винагороди залежно від витрат, результатів праці тощо.

Ті чи інші конкретні системи оплати праці виділяються в рамках більш загальних *форм оплати праці*. Тому розглянемо

спочатку форми заробітної плати, а потім для кожної із форм перелічимо основні системи оплати.

Розрізняють такі форми індивідуальної заробітної плати:

- *тарифна*, при використанні якої індивідуальна винагорода агента не пов'язана явно з кількісними показниками його діяльності, а визначається її змістом, кваліфікаційними вимогами та іншими нормативами. Для оплати праці керівників і фахівців може використовуватися *окладно-преміальна* система оплати, в якій індивідуальна винагорода складається з окладу (тарифна система) і премії, що визначається за результатами діяльності організації, підрозділу тощо. Різновидом тарифної форми оплати є *плаваючі оклади*, при використанні яких показники тарифної системи на кожний період розраховуються з урахуванням результатів діяльності в попередніх періодах;

- *погодинна*, при використанні якої індивідуальна винагорода залежить від відпрацьованого часу з урахуванням кваліфікації та якості праці;

- *відрядна*, при використанні якої індивідуальна винагорода залежить від кількості виготовленої продукції;

- *участь у доході (участь у прибутках, виплати бонусу)*, наприклад – придбання акцій компанії (*опціони*);

- *премії* – додаткова порівняно із заробітною платою винагорода, що виплачується у певних випадках.

Окремою формою заробітної плати, що стимулює продаж, є *комісійні*.

Погодинна форма заробітної плати може реалізовуватися у вигляді таких *систем оплати*:

- *проста погодинна*;
- *почасово-преміальна*.

Відрядна форма (поштучна) заробітної плати може реалізовуватися у вигляді таких *систем оплати*:

- *пряма відрядна*;
- *відрядно-преміальна*;
- *відрядно-прогресивна*;
- *непрямо-відрядна*;
- *акордна*.

Зв'язок між погодинною і відрядною формами оплати може бути встановлений так. Якщо у відрядній оплаті фіксовані норми часу на виконання певних завдань, то її можна розглядати як погодинну. При цьому на практиці, якщо працівник справляється зі своїм завданням (з виконанням вимог не тільки кількості, а й якості) швидше відведеного часу, то йому може оплачуватися весь час за нормою, незалежно від фактично витраченого часу.

Розглянемо перераховані системи оплати більш докладно.

Проста погодинна система оплати відповідає використанню фіксованих (сталих, тобто не залежних від певних показників діяльності агента) ставок оплати за одиницю часу. Якщо під дією агента розуміти відпрацьований час, то даній системі оплати відповідає система стимулювання L -типу.

При використанні *почасово-преміальної системи оплати* до суми заробітку за тарифом (за умови виконання і/або перевиконання нормативів, наприклад – плану x) додається премія (позначимо її ставку Da), що вимірюється, наприклад, у відсотках до тарифної ставки. Такій системі оплати відповідає система стимулювання LL -типу (рис. 9.11).

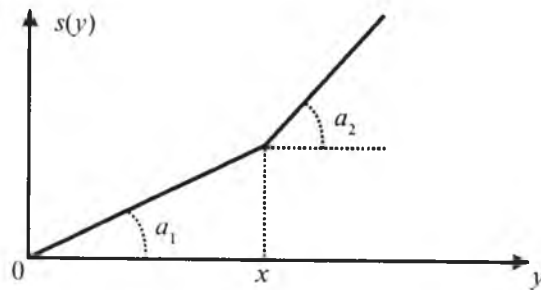


Рис. 9.11. Почасово-преміальна система оплати (норматив – x ; $a_2 = (1 + Da)a_1$ або $a_2 = a_1 + Da$)

Пряма відрядна система оплати (проста погодинна система оплати) характеризується прямопропорційною залежністю величини винагороди від обсягу випуску (кількості виготовленої продукції) за єдиними жорсткими відрядними розцінками (став-

ками), які не залежать від обсягу випуску тощо. Якщо під дією агента розуміти кількість виготовленої продукції, то цій системі оплати відповідає система стимулювання L -типу.

При використанні *відрядно-преміальної системи оплати*, крім базового тарифу, виплачується премія, наприклад, за перевиконання нормативів тощо (рис. 9.12). Цій системі оплати відповідає система стимулювання $L + C$ -типу або в більш загальному випадку, наведеному на рисунку 9.12 ($a_1 \leq a_2$), система стимулювання $LL + C$ -типу.

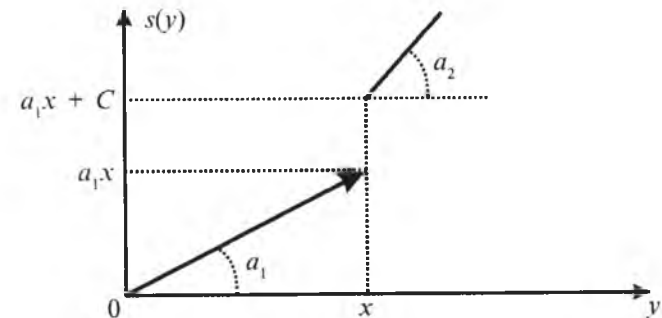


Рис. 9.12. Відрядно-преміальна система оплати (норматив – x)

Відрядно-прогресивна система оплати, в рамках якої виробництво понад встановлену норму оплачується за підвищеними розцінками, з погляду формального аналізу аналогічна почасово-преміальній системі оплати (з точністю до конкретизації міри праці), і їй відповідає система стимулювання LL -типу.

Непрямо-відрядна система оплати використовується, наприклад, для оплати праці допоміжних робітників. При цьому розмір їхнього заробітку може складати певний відсоток від заробітку основних робітників, які ними обслуговуються. Цій системі оплати відповідає система стимулювання, яка ґрунтується на перерозподілі доходу – D -типу.

При використанні *акордної системи оплати* сукупний індивідуальний заробіток виплачується за фіксовані стадії роботи або за виконання повного комплексу робіт. Цій системі оплати відповідає система стимулювання C -типу. Різновидом акордної

системи оплати є *акордно-преміальні системи оплати*, в яких додаткова премія виплачується за якість робіт, скорочення термінів тощо.

Участь у доході (прибутку) як форма індивідуальної заробітної плати збігається із системою стимулювання *D*-типу.

Специфічна форма заробітної плати, що стимулює продаж, тобто – *комісійні*, може розглядатися або як система стимулювання, яка ґрунтується на перерозподілі доходу (чи прибутку) від продажів (системи стимулювання *D*-типу), або як пропорційна система стимулювання (якщо дохід від продажу одиниці товару заданий, то фіксування комісійних означає встановлення прямопропорційної залежності між величиною заохочення і кількістю проданих товарів, яка відіграє в даному випадку роль дії агента). Якщо винагорода визначається як фіксований відсоток від прибутку, то при трактуванні дії агента як величини прибутку, участь у прибутку є прямою відрядною системою оплати (пропорційна система стимулювання). Такий підхід охоплює використовувані на практиці комісійні форми, зокрема фіксовану грошову суму за кожну продану одиницю продукції, фіксований відсоток від маржі за контрактом, фіксований відсоток від обсягу реалізації, фіксований відсоток від базової зарплати при виконанні плану з реалізації.

На закінчення обговоримо таку форму індивідуальної заробітної плати, як *премія*. Будемо розрізняти премії, передбачені системою оплати праці в організації, тобто “регулярні”, і премії заохочувального характеру – одноразові (виплачувані організацією за рахунок власних коштів), що не є обов’язковими (наприклад, премії до ювілейних дат і т.п.). Найчастіше премії ґрунтуються на підставі результатів довгострокових досягнень працівника. Діапазони часу, що враховуються при цьому, у зарубіжній практиці обмежуються, як правило, трьома-п’ятьма роками.

Розрізняють регулярні премії таких двох видів.

У першому випадку абсолютна величина премії, наприклад, при виконанні і/або перевиконанні планових завдань обумовлена заздалегідь і відповідає системі стимулювання *A + C*-типу, де

A – деяка базова система стимулювання. Величина премії, зокрема, може бути пропорційною базовому окладу (без врахування преміальних, прогресивних та інших надбавок).

У другому випадку абсолютна величина премії визначається як заздалегідь встановлений відсоток від заробітку за обліковий період. Такі складні системи преміювання використовуються досить рідко. Для їх формального опису варто було б ввести додаткову (четверту) операцію над базовими системами стимулювання – “зміни масштабу” на певних підмножинах множини допустимих дій агента. Теоретико-ігровий аналіз таких (“сильно розривних”) систем стимулювання досить трудомісткий.

Важливу роль, крім основної заробітної плати, відіграє *додаткова заробітна плата* у формі різних доплат (доплати за суміщення, понаднормову роботу тощо), надбавок (за кваліфікацію, вислугу років, стаж роботи в даній організації і т.п.) та одноразових винагород. На відміну від премій, наприклад, надбавки включаються до складу заробітної плати регулярно. Основні і додаткова заробітні плати спільно можуть розглядатися як певна єдина сумарна система стимулювання.

Короткий огляд основних використовуваних на практиці систем оплати праці дозволяє зробити висновок, що переважна більшість з них охоплюється множиною розглянутих моделей базових систем стимулювання. При цьому можна стверджувати, що такі форми індивідуальної заробітної плати, як погодинна, відрядна, участь у доході, преміальна (і відповідні їм системи оплати: проста погодинна, почасово-преміальна, пряма відрядна, відрядно-преміальна, відрядно-прогресивна, непрямо-відрядна, акордна тощо) можуть відносно адекватно описуватися такою множиною систем стимулювання: *L*, *LL*, *L + C* чи *LL + C*, *D*, *C*.

Встановивши в першому наближенні якісний взаємозв’язок теоретичних моделей систем стимулювання з формами заробітної плати, можна перейти до вивчення порівняльної ефективності тих чи інших простих базових систем стимулювання в одноеlementних детермінованих організаційних системах.

9.3. Ефективність базових систем стимулювання

Розглянемо перераховані базові системи стимулювання, акцентуючи основну увагу на їхній ефективності (тобто на мінімальних витратах на стимулювання з реалізації ними тих чи інших дій агента). Паралельно з теоретичним дослідженням будемо розглядати ілюстративний приклад – модель стимулювання в одноелементній детермінованій організаційній системі, в якій функція доходу центра дорівнює: $H(y) = by$, $b > 0$, а функція витрат агента дорівнює: $c(y) = ay^2$, $a > 0$.

Будемо вважати виконаними припущення А.1, А.2, А.3 і А.4.

Оскільки було доведено, що компенсаторні (і квазікомпенсаторні) системи стимулювання оптимальні, тобто мають максимальну ефективність, то необхідно порівняти ефективність інших базових систем стимулювання з ефективністю квазікомпенсаторних.

Стрибокподібні системи стимулювання (С-типу).

Як уже відзначалося, коли не накладено обмежень на абсолютну величину індивідуального заохочення (припущення А.3), то при дослідженні стрибкоподібних систем стимулювання амплітуду стрибка C (тобто величину винагороди у разі виконання плану) варто вважати змінною величиною, встановлюваною центром, поряд із планом.

У багатьох випадках можна виконати заміну змінних, ідентифікуючи дію агента і дохід центра (з точністю до мультиплікативної константи), тобто “лінеаризувати” функцію доходу центра, що іноді спрощує викладення і чисельні розрахунки. В той же час таку заміну варто виконувати з певною обережністю, перераховуючи та інтерпретуючи одиниці виміру витрат і стимулювання, а також стежачи за виконанням введених допущень.

Множина дій, які реалізуються системами стимулювання С-типу, має вигляд:

$$P(C) = \{y \in A \mid c(y) \leq C\}.$$

В тому числі, в рамках припущення А.3'

$$P(C) = [0; y^+(C)],$$

де $c(y^+) = C$.

Мінімальні витрати на стимулювання дорівнюють:

$$s_{minC}(y) = C, \quad y \in P(C).$$

Отже, коли $y \in P(C)$, має місце співвідношення:

$$D(C; K) = C - c(y) \geq 0. \quad (9.32)$$

При використанні квазістрибокподібних систем стимулювання оцінка (9.32) також залишається справедливою.

Таким чином, стрибкоподібні системи стимулювання мають ефективність, яка не перевищує ефективність компенсаторних, і збігається з ними при реалізації дій, що знаходяться на межі множини реалізованих дій, обумовлених обмеженнями механізму стимулювання.

Графік цільової функції агента при використанні центром системи стимулювання $s_C(x, y)$ (при деякому $x \in P(C)$) наведений на рисунку 9.13 (для наочності функція витрат агента зображується з оберненим знаком).

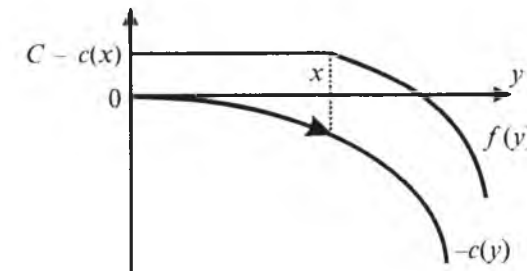


Рис. 9.13. Цільова функція агента при використанні центром системи стимулювання С-типу

Якщо обмеження C фіксоване, то при монотонній функції доходу центра оптимальною є реалізація максимальної дії $y^+(C)$, при цьому $s_{minC}(y^+(C)) = s_{minQK}(y^+(C))$. У розглянутому прикладі

$$y^* = \sqrt{\frac{C}{a}}.$$

Відзначимо також, що при оптимальному підборі центром відповідних параметрів системи стимулювання СС-типу і С+С-типу еквівалентні деякій базовій системі стимулювання С-типу, тому докладно розглядати перші дві з них немає сенсу.

Компенсаторні системи стимулювання (*K*-типу).

При використанні компенсаторних (або квазікомпенсаторних) систем стимулювання мінімальні витрати на стимулювання дорівнюють витратам агента.

Отже:

$$s_{\min K}(y) = c(y), y \in P(C).$$

Очевидно, $D(K; K) = 0$. У розглядуваному прикладі в рамках припущення А.3 виконано:

$$y^* = \arg\{by - ay^2\} = \frac{b}{2a},$$

тобто

$$K_{QK} = F(y^*) = \frac{b^2}{4a};$$

в рамках припущення А.3' маємо:

$$K_{QK} = \max\{F(y^*), F(y^+(C))\},$$

де $F(y^+(C)) = b\sqrt{\frac{C}{a}} - C$, причому, якщо максимум цільової функції центра досягається в точці $y^+(C)$ (використовується весь "розмах" функції стимулювання), то оптимальними є також і стрибкоподібні системи стимулювання з обмеженням C .

Графік цільової функції агента при використанні центром системи стимулювання $s(x, y)$ (при деякому $x \in P(C)$) наведений на рисунку 9.14.

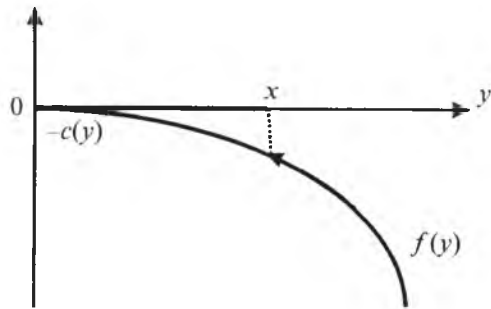


Рис. 9.14. Цільова функція агента при використанні центром системи стимулювання *K*-типу

Пропорційні системи стимулювання (*L*-типу).

При використанні пропорційних (лінійних) або квазілінійних систем стимулювання і неперервно диференційовної монотонної опуклої функції витрат агента вибрана ним дія визначається таким виразом: $y^* = c^{-1}(a)$, де $c^{-1}(a)$ – функція, обернена похідній функції витрат агента.

При цьому величина

$$D(L, K) = s_{\min L}(y^*) - s_{\min K}(y^*) = y^* c'(y^*) - c(y^*) \quad (9.33)$$

завжди (при будь-яких $a \geq 0$ і, отже, при будь-яких $y^* \geq 0$) невід'ємна. У розглянутому прикладі $s_{\min L}(y^*) = 2(y^*)^2$, тобто коли $y^* \in A'$, виконується співвідношення:

$$\frac{s_{\min L}(y^*)}{s_{\min K}(y^*)} = 2.$$

Таким чином, при опуклих функціях витрат агента ефективність пропорційних систем стимулювання не вища, ніж компенсаторних. Графік цільової функції агента при використанні центром пропорційної системи стимулювання наведений на рисунку 9.15.

Якщо функція витрат агента увігнута, то для будь-якої компенсаторної системи стимулювання виконано $s(y) = c(y)$, і для будь-якої дії, вибраної агентом, існує система стимулювання *L+C*-типу, що залежить від дії агента, не меншої ефективності (рис. 9.16).

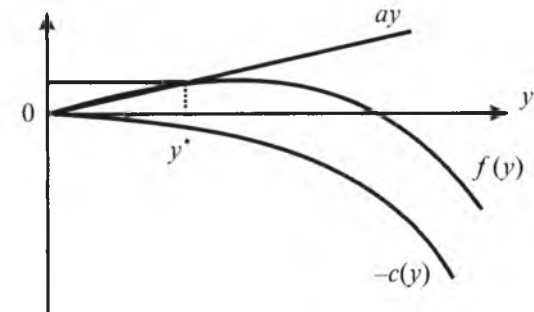


Рис. 9.15. Цільова функція агента при використанні центром системи стимулювання *L*-типу

Дійсно, нехай агент при використанні компенсаторної системи стимулювання вибирає дію y^* . Система стимулювання $L+C$ -типу з параметрами $x = 0$, $C(y^*) = c(y^*) - c'(y^*)y^*$, $a(y^*) = c'(y^*)$, реалізує дію y^* з тими ж витратами на стимулювання, що й початкова компенсаторна система стимулювання (рис. 9.16).

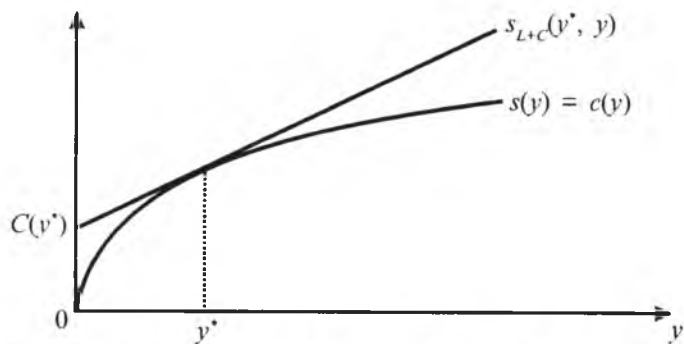


Рис. 9.16. Лінеаризація увігнутої функції стимулювання

Описаний прийом переходу від увігнутої компенсаторної до пропорційної системи стимулювання називається *лінеаризацією* системи стимулювання.

Системи стимулювання, які ґрунтуються на перерозподілі доходу (D -типу).

Можна показати, що використання систем стимулювання, які ґрунтуються на перерозподілі доходу, неефективне порівняно з компенсаторними системами стимулювання.

Іншими словами, коли $y^* \in A$ величина

$$D(D, K) = s_{\min D}(y^*) - s_{\min QK}(y^*) \quad (9.34)$$

завжди невід'ємна. У розглянутому прикладі, оскільки функція доходу центра лінійна за дією агента, то перерозподіл доходу еквівалентний використанню пропорційних систем стимулювання – при цьому ставка оплати $a = xb$, тобто:

$$s_{\min D}(y^*) = s_{\min L}(y^*) = 2(y^*)^2, \quad x(y^*) = \frac{2ay^*}{b}, \quad \text{отже } y^* \leq \frac{b}{2a}.$$

Ефективність системи стимулювання D -типу може бути такою, як і ефективність “абсолютно оптимальної” квазікомпенсаторної системи стимулювання. Для цього достатньо, наприклад, “однотипності” функції витрат агента і функції доходу центра.

Якщо в розглянутому прикладі $H(y) = by^2$, де $b > a$, то $K_D = K_{QK}$ (коли $a > b$, то системами стимулювання D -типу не можна реалізувати ніяких дій, крім нульової).

Системи стимулювання LL -типу.

При використанні центром систем стимулювання LL -типу цільова функція агента має вигляд:

$$f(y) = \begin{cases} a_1 y - c(y), & y \leq x \\ a_2 y + (a_1 - a_2)x - c(y), & y \geq x \end{cases}, \quad (9.35)$$

де x – величина дії, при перевищенні якої збільшується ставка оплати (див. рис. 9.11).

Нехай функція витрат агента задовольняє припущення А.1, А.2” і А.3. Позначимо $y_1^* = c'^{-1}(a_1)$, $y_2^* = c^{-1}(a_2)$. Зауважимо, що в рамках введених припущень ці точки існують і єдині, крім того, завжди виконано $y_1^* \leq y_2^*$, $x \leq y_2^*$. При цьому можливі такі випадки:

1. $y_1^* \leq x \leq y_2^*$, $f(y_1^*) \geq f(y_2^*)$ (у розглянутому прикладі цьому відповідає виконання $a_1 + a_2 \leq 4ax$), тоді агент вибере дію y_1^* , тобто другий “шматок” (зі ставкою a_2) функції стимулювання “не працює”, при цьому система стимулювання еквівалентна пропорційній;

2. $y_1^* \leq x \leq y_2^*$, $f(y_1^*) \leq f(y_2^*)$ (у розглянутому прикладі цьому відповідає виконання $a_1 + a_2 \geq 4ax$), тоді агент вибере дію y_2^* , тобто перший “шматок” (зі ставкою a_1) функції стимулювання “не працює”, але при цьому система стимулювання не еквівалентна пропорційній;

3. $y_1^* \leq y_2^* \leq x$, тобто одержуємо, практично, перший випадок.

4. $x \leq y_1^* \leq y_2^*$, $f(y_1^*) \leq f(y_2^*)$, тобто одержуємо, практично, другий випадок.

Отже, інтерес становлять (через відмінність від систем L -типу) другий і четвертий із описаних випадків. Очевидно, $s_{\min LL}(y_2^*) \leq s_{\min L}(y_2^*)$. Для розглянутого прикладу має місце:

$$s_{\min L}(y_2^*) - s_{\min LL}(y_2^*) = (a_2 - a_1)x. \quad (9.36)$$

З виразу (9.36) видно, що ефективність системи стимулювання LL -типу зростає зі зростанням параметра $x \leq y_2^*$. Якщо відсутні обмеження на ставки оплати, то одержуємо, що при $a_1 = 0$ і “прямуванні” x до y_2^* система стимулювання LL -типу “прямує” до системи стимулювання C -типу зі стрибком у точці x .

Змістовно максимально ефективною є неоплата (оплата з нульовою ставкою) дій, менших за план, і компенсація витрат при точному виконанні (і/або перевиконанні плану) або пропорційна оплата зі ставкою, що дорівнює граничним витратам агента в точці плану.

Якісно більш високу порівняно із системами стимулювання L -типу ефективність систем LL -типу з послідовно зростаючими ставками оплати можна пояснити тим, що останні “ближче” (“точніше апроксимують”) до опуклої функції витрат агента. Кусково-лінійні системи стимулювання LLL -типу, $LLLL$ -типу і т.п. з послідовно зростаючими ставками оплати будуть ще точніше апроксимувати зростаючу опуклу функцію витрат агента і, отже, будуть мати ще вищу ефективність, наближаючись (зі збільшенням числа складових) до ефективності компенсаторної системи стимулювання.

Системи стимулювання CC -типу і $C+C$ -типу, мабуть, еквівалентні (мають ту ж ефективність і ті ж мінімальні витрати на стимулювання) базовим стрибкоподібним системам стимулювання (з одним стрибком), тому детально їх не розглядаємо.

Системи стимулювання $L+C$ -типу і $LL+C$ -типу.

Нехай функція витрат агента задовольняє припущення А.1-А.3 і $c'(0) = 0$. Позначимо $y_1^* = c^{-1}(a_1)$, $y_2^* = c^{-1}(a_2)$. Система стимулювання $LL+C$ -типу залежно від співвідношення параметрів може реалізовувати одну з трьох дій: y_1^* , x або y_2^* , де x – точка стрибка.

За аналогією з дослідженням систем LL -типу, для цього класу систем стимулювання можна показати, що їх ефективність не нижча за ефективність систем L -типу і, отже, не вища, ніж у систем K -типу і C -типу.

Системи стимулювання $C+D$ -типу.

Змістовно при використанні систем стимулювання $C+D$ -типу винагорода агента складається з окладу (що виплачується за

умови виконання, наприклад, посадових обов'язків – тарифна система оплати праці) і компоненти, що залежить від результатів діяльності всієї організаційної системи, точніше кажучи – від доходу центра, що виражає інтереси системи в цілому.

Позначимо $\tilde{c} = c(y) - x(y)$. Тоді цільова функція агента може бути записана у вигляді:

$$f(x, y) = s(y) - \tilde{c}(x, y). \quad (9.37)$$

Після заміни змінних (витрат) одержується параметрична (параметр – x) задача синтезу оптимальної стрибкоподібної системи стимулювання в організаційній системі з цільовою функцією агента, обумовленою виразом (9.37), методи розв'язування якої детально досліджені. Таким чином, задача пошуку оптимальної системи стимулювання $C + D$ -типу розв'язується в два етапи. На першому етапі для фіксованого x відшукується оптимальна система стимулювання C -типу. На другому етапі відшукується оптимальне значення параметра $x \in [0; 1]$.

Системи стимулювання $K+A$ -типу і $C+A$ -типу.

Щодо сумарних систем стимулювання варто зробити таке загальне зауваження. Нехай A і B – класи компонентів (доданків) певної сумарної системи стимулювання з класу $A+B$. Умова реалізованості дії $y^* \in A'$ має вигляд:

$$\text{коли } y \in A', \text{ то } s_{A+B}(y^*) - c(y^*) \geq s_{A+B}(y) - c(y)$$

Відзначимо, що функція $c(x, y)$ може не задовольняти ті припущення, які задовольняє функція витрат $c(y)$. При цьому мінімальні витрати на стимулювання з реалізації дії y^* дорівнюють:

$$s_{\min(A+B)}(y^*) = s(y^*) + s(y^*). \quad (9.38)$$

Властивість аддитивності мінімальних витрат на стимулювання, відображене виразом (9.38), дозволяє зробити важливий висновок про властивість сумарних систем стимулювання, у яких однією з компонент є компенсаторна або оптимальна стрибкоподібна системи стимулювання. Оскільки одна із компонент (оптимальна C -типу чи K -типу) системи стимулювання $C+A$ -типу або $K+A$ -типу компенсує витрати агента на вибір деякої дії, то компонента A є “зайвою” з погляду реалізованості цієї дії, відіграючи роль додаткової мотивації. З вищесказаного і спів-

відношення (9.38) впливає, що має місце така оцінка: коли $u \in A$, має місце співвідношення:

$$D(K+A, K) = D(C+A, C) = s_A(v^*). \quad (9.39)$$

Вираз (9.39) дає можливість оцінити “економічні” втрати від використання систем стимулювання $C+A$ -типу або $K+A$ -типу порівняно із системами стимулювання C -типу або K -типу.

Змістовно (9.39) означає, що агент вибирає дію, при якій досягається максимум “додаткової” (з урахуванням компенсованих витрат) винагороди $s(v)$. Тому аналіз систем стимулювання $C+A$ -типу або $K+A$ -типу вироджується і полягає в пошуку системи стимулювання A , яка буде:

1) мати максимум у точці, яку намагається реалізувати центр;

2) мати достатній мотивуючий ефект;

3) мати в точці максимуму мінімальне значення (з урахуванням другого пункту вимог).

На закінчення зауважимо, що для встановлення зв'язку між теорією і практикою потрібно вказати, звідки “беруться” ті чи інші параметри, які фігурують у теоретико-ігрових моделях стимулювання в організаційних системах.

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Абакумова Н.Н. Политика доходов и заработной платы. М.: ИНФРА-М, 1999. – 223 с.
2. Ануфриев И.К., Бурков В.Н., Вилкова Н.И., Рапацкая С.Т. Модели и механизмы внутрифирменного управления. – М.: ИПУ РАН, 1994. – 72 с.
3. Артемов Ю.М., Карастелин С.А. Материальное стимулирование в системе финансовых отношений. – М.: Финансы и статистика, 1988. – 190 с.
4. Баркалов Н.Б. Производственные функции в моделях экономического роста. – М.: МГУ, 1981. – 128 с.
5. Бурков В.Н., Ириков В.А. Модели и методы управления организационными системами. – М.: Наука, 1994. – 270 с.
6. Верховцев А.В. Заработная плата. – М.: ИНФРА-М, 1998. – 136 с.
7. Винер Н. Кибернетика, или Управление и связь в животном и машине. – М., 1968.
8. Виханский О.С. Стратегическое управление. – М.: МГУ, 1995. – 252 с.
9. Виханский О.С., Наумов А.И. Менеджмент: человек, стратегия, организация, процесс. – М.: Изд-во МГУ, 1996. – 416 с.
10. Волгин Н.А., Плакся В.И. Доходы и занятость: мотивационный аспект. – М.: РАУ, 1994. – 262 с.
11. Гермейер Ю.Б. Игры с противоположными интересами. – М.: Наука, 1976. – 327 с.

12. Дитрих Я. Проектирование и конструирование: Системный подход. – М.: Мир, 1981.
13. Егорова Н.Е., Майн Е.Р. Малый бизнес в России: экономический анализ и моделирование. – М.: ЦЭМИ РАН, ИСЭПН РАН, 1997.
14. Зацеркляний М.М. Методологія і методи підтримки прийняття рішень. – Харків: XIV, 2005. – 240 с.
15. Клейнен Дж. Статистические методы в имитационном моделировании. – М.: Статистика, 1978. – 221 с.
16. Клейнер Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 238 с.
17. Кононенко А.Ф., Халезов А.Д., Чумаков В.В. Принятие решений в условиях неопределенности. – М.: ВЦ АН СССР, 1991. – 197 с.
18. Кочиева Т.Б., Новиков Д.А., Чижов С.А. Экономика труда и теоретико-игровые модели стимулирования в организационных системах / Материалы международной конференции “Управление большими системами”. – Тбилиси, 2000.
19. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем / Под ред. Т.М. Нейлора. – М.: Мир, 1975. – 501 с.
20. Менар К. Экономика организаций. – М.: ИНФРА-М, 1996. – 160 с.
21. Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф. Основы менеджмента. – М.: Дело, 1998. – 800 с.
22. Мильнер Б.З., Евенко Л.И., Раппопорт В.С. Системный подход к организации управления. – М.: Экономика, 1983. – 224 с.
23. Морозова Л.Л. Труд и заработная плата. – СПб.: “ИЧП-Актив”, 1997. – 382 с.
24. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. – М.: Мир, 1991. – 464 с.
25. Народное хозяйство СССР, статистические ежегодники. – М.: Статистика, 1963 – 1989.
26. Нейман Д., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. – М.: Наука, 1970. – 707 с.
27. Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. – М., 2000.

28. Петров А.А. Экономика. Модели. Вычислительный эксперимент. – М.: Наука, 1996.
29. Плакунов М.К., Раяцкас Р.Л. Производственные функции в экономическом анализе. – Вильнюс: Минтас, 1984.
30. Поварич И.П., Прошкин Б.Г. Стимулирование труда: системный подход. – Новосибирск: Наука, 1990. – 193 с.
31. Травин В.В., Дятлов В.А. Основы кадрового менеджмента. – М.: Дело, 1997. – 336 с.
32. Уткин Э.А. Мотивационный менеджмент. – М.: ЭКМОС, 1999. – 256 с.
33. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
34. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. – М.: Наука, 1984. – 336 с.
35. Шекшня С.В. Управление персоналом современной организации. – М.: Бизнес-школа “Интел-синтез”, 1997. – 336 с.
36. Шеннон К.Е. Математическая теория связи. Работы по теории информации и кибернетике. – М., 1963.
37. Шеннон Р. Дж. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.: Мир, 1978. – 418 с.
38. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. – М.: Мир, 1975. – 688 с.
39. Яковлев Р.А. Оплата труда на предприятии. – М.: Центр экономики и маркетинга, 1999. – 248 с.
40. Armstrong M. Reward management. – London, 2000. – 804 p.
41. Cartter A.M. Theory of wages and employment. – Boston: Homewood, 1959. – 193 p.
42. Fudenberg D., Tirole J. Game theory. – Cambridge: MIT Press, 1995. – 579 p.
43. Killingworth M. Labor supply. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1983. – 493 p.
44. Laffont J.J. Fundamentals of public economics. – Cambridge: MIT Press, 1989. – 289 p.
45. Laffont J.J. The economics of uncertainty and information. – Cambridge: MIT Press, 1989. – 289 p.
46. Moulin H. Cooperative microeconomics: a game-theoretical introduction. – London: Prentice Hall, 1995. – 454 p.

47. Myerson R.B. Game theory: analysis of conflict. – London: Harvard Univ. Press, 1991. – 568 p.
48. Perlman R. Labor theory. – N.Y.: Wiley, 1969. – 237 p.
49. Sapsford D., Tzannatos Z. The economics of the labor market. – London: Macmillan, 1993. – 463 p.
50. Schmidt-Sorensen J.B. Essays on efficiency wages. – Aarhus: Center for labor economics, 1990. – 264 p.
51. Wakker P.P. Additive representation of preferences. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1989. – 192 p.
52. Weitzman M.L. Soviet Postwar Economic Growth and Capital-Labor Substitution // American Economic Review. 1970. Vol. 60. No. 4. P. 676 – 692.

Зацеркляний М.М., Мельников О.Ф.

- 3-38 Основи економічної кібернетики: Навч. посібник. – Чернівці: ТОВ «Видавництво «Наші книги», 2008. – 392 с.
ISBN 978-966-482-008-7.

У посібнику викладені основи економічної кібернетики, при цьому особлива увага звернута на побудову економіко-математичних моделей.

Розрахований на студентів економічних спеціальностей вищих закладів освіти України.

ББК 65.050.030.4



Навчальне видання

ЗАЦЕРКЛЯНИЙ Микола Мілентійович
МЕЛЬНИКОВ Олександр Федорович

ОСНОВИ ЕКОНОМІЧНОЇ КІБЕРНЕТИКИ

Навчальний посібник

Редактор *Л. В. Звенигородська*
Обкладинка *Д. І. Чевка*

З питань придбання звертатись:
(0372) 585357, 583357;
моб. (050) 374-43-41
e-mail: books_prof@mail.ru
<http://www.our-books.com.ua>

Видано за сприяння приватних підприємців
Москалюка В.М. та Москалюк Н.М.,
м. Чернівці

Підписано до друку 30.11.2007. Формат 60 x 84/16.
Друк офсетний. Гарнітура Times New Roman.
Умов. друк. арк. 22,78. Зам. 009. Тираж 500 прим.

ТОВ «Видавництво «Наші книги»
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єкта видавничої справи
ДК № 2821 від 12.04.2007 р.
58000 Чернівці, вул. 28 Червня, 44, офіс 307,
тел. 8 (0372) 58-53-57

М.М. Зацеркляний
О.Ф. Мельников
**Основи економічної
кібернетики**

ISBN 978-966-482-008-7

НБ ПНУС



771387