Н. Л. Іващук

РИНОК ДЕРИВАТИВІВ

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЦІНОУТВОРЕННЯ

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

Н.Л. Іващук

РИНОК ДЕРИВАТИВІВ: ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЦІНОУТВОРЕННЯ

Львів
Видавництво Національного університету "Львівська політехніка"
2008

ББК 65.9 (4Укр)26
І 247
УДК 330.43+336.764.2

Рекомендувала Вчена рада
Національного університету "Львівська політехніка"
(протокол № 10 від 4.03.2008 р.)

Рецензенти:
Шевчук В.О., доктор екон. наук, професор, Львівська комерційна академія;
Лавренюк С.П., доктор фіз.-мат. наук, професор, Львівський національний університет імені І. Франка;
Алєксєєв І.В., доктор екон. наук, професор, Національний університет "Львівська політехніка"

Іващук Н.Л.
І 247 Ринок деривативів: економіко-математичне моделювання процесів ціноутворення: Монографія. – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2008. – 472 с.
ISBN 978-966-553-705-2

Досліджуються теоретико-методологічні аспекти функціонування ринку деривативів. Поряд з традиційними формами похідних інструментів розглядаються їхні інноваційні форми, а саме нестандартні опціони, кредитні та погодні деривативи. Основна увага приділяється розробленню нових підходів до моделювання процесів ціноутворення нестандартних опціонів. Також аналізуються особливості практичного застосування деривативів, які можуть використовуватися як з метою хеджування позицій, так і з метою отримання спекулятивних та арбітражних прибутків.

Монографія буде корисною для науковців, аспірантів та студентів, які бажають поглибити свої знання із сучасної теорії похідних інструментів, а також для практиків, зокрема, торговців цінними паперами, біржових брокерів, дилерів, фінансових аналітиків та менеджерів банківських установ, страхових компаній, інвестиційних фондів, підприємств.

ББК 65.9 (4Укр)26

ISBN 978-966-553-705-2

ВСТУП

Зміни, які відбуваються в останні роки у функціонуванні фінансових ринків як на державному рівні, так і у світовому масштабі, стали настільки істотними, що можна говорити про якісно новий етап їхнього розвитку. Глобалізація світової економіки привела до того, що фінансові ринки втратили національний характер і стали міжнародними ринками. Окрім цього, такі сегменти фінансових ринків, як грошовий, фондовий і валютний ринок, почали тісніше співпрацювати і у деяких секторах економіки навіть перекриватися. Відправною точкою перших змін на фінансових ринках стали деякі макроекономічні тенденції, які відзначалися на початку 70-х років минулого століття. До них варто зарахувати, передусім, глобалізацію економіки, нестабільність відсоткових ставок та валютних курсів, високу інфляцію, міжнародну боргову кризу та інші. Під натиском фінансових операцій міжнародного характеру, в умовах дедалі гострішої конкуренції між світовими фінансовими центрами у багатьох країнах було запроваджено дерегулятивні процеси у фінансових системах. Внаслідок цього учасникам фінансового ринку почала загрожувати все більша змінність ринкових умов та їхніх основних параметрів, що вимагало швидкої реакції господарських суб'єктів на ринкові зміни, з одного боку, і доступності еластичних інструментів для страхування позицій, з іншого.

У такій загальній ситуації однією з найуспішніших інновацій фінансових ринків стало розроблення похідних фінансових інструментів (деривативів), які давали певні можливості щодо страхування від небажаних наслідків описаної вище ринкової ситуації. Внаслідок цього почала підвищуватися роль фондових ринків і зменшуватися провідна роль банківського сектору. Головне економічне значення деривативів полягає у тому, що вони надають можливість усім без винятку суб'єктам господарювання ефективно та еластично управляти ризиком. Операції хеджування (hedging), які спочатку виникли на товарних ринках, з часом поширилися і на валютні та фондові ринки. Одночасно для деяких учасників строкового ринку головною метою стала ринкова спекуляція. У такий спосіб сформувалися дві сторони строкових контрактів. Одна з них намагалася застрахувати свої позиції від небажаних змін цін (значень) первинного інструменту, тоді як друга, роблячи протилежні прогнози, прагнула на цьому заробити. При здійсненні операцій з опціонами у спекулянтів з'явилася можливість застосовувати ефект важеля (leverage), що давало змогу заробити набагато більше, порівняно з вкладеним капіталом, тобто сплаченою ціною опціону під час його придбання. Ще одним мотивом укладання угод на строкових ринках став арбітраж (arbitrage), що означає можливість отримання прибутків від різниць цін тих самих інструментів на різних ринках. Отже, можна стверджувати, що 70-ті роки XX століття були плідними щодо появи різноманітних фінансових інновацій.

Загалом фінансові інновації можна розуміти як появу нових інструментів, які згладжують відмінності між різними сегментами фінансового ринку. Новостворені інструменти є еластичнішими і ліквіднішими порівняно з класичними фінансовими інструментами. На сучасному етапі вони обертаються на тих самих ринках, взаємно доповнюючи одні одних і поглиблюючи фінансовий ринок загалом. Головним завданням фінансових інновацій є забезпечення стабільності функціонування світової економіки за допомогою страхування від змінності основних параметрів фінансового ринку, зокрема таких, як відсоткові ставки та валютні курси. Власне з такою метою були впроваджені на ринок ф'ючерси, форварди, опціони та інші деривативи, які є предметами як біржового, так і позабіржового обігу.

Дериватив – це фінансовий контракт між двома або більше сторонами, в основу якого покладена майбутня ціна або значення базового активу. На початку деривативи були пов'язані з такими товарами, як цибульки тюльпанів (30-ті роки XVII століття – тюльпаноманія), рис (50-ті роки XVII століття – рисові купони) та пшениця. Товарно-сировинна продукція є базовим інструментом деривативів і в наші дні, однак, крім цього, базовими інструментами можуть бути практично будь-які інструменти, індикатори або параметри, як, наприклад, інший дериватив, кредитний ризик чи параметри погоди.

Похідні інструменти характеризуються такими основними рисами:

– існує різниця у часі між моментом укладення строкового контракту та моментом поставки і розрахунку за контрактом;

– неодмінним супутником цих інструментів є ефект важеля (фінансовий леверидж), що означає можливість як отримання непомірно високих прибутків порівняно з сумою інвестованого капіталу, так і значних збитків;

– високим ступенем ризику для їхніх власників.

У зв'язку з високим ризиком інвестицій у похідні інструменти термін їхньої дії зазвичай є доволі коротким, – як правило, декілька місяців (за винятком свопів), хоча трапляються на ринку також деривативи з довшим терміном дії. Чим довший термін дії деривативу, тим складніше передбачити поведінку базового інструменту, а отже, зростає ризик, у зв'язку з чим підвищується і ціна таких деривативів.

У ролі базових інструментів можуть виступати будь-які товари та фінансові інструменти, зокрема такі традиційні цінні папери, як облігації чи акції, а також інші похідні інструменти. Варто зазначити, що, крім вищеназваних інструментів, базовими активами можуть бути різні індекси, наприклад, фондові, товарні, ринкові тощо. Якщо у ролі базового активу виступає інший дериватив, то отримуємо похідний інструмент другого рівня. Серед останніх найпоширенішим є опціон на індексний ф'ючерс. Чим складніша структура деривативу другого рівня, тим складніше його оцінити, а тому він буде характеризуватися низькою ліквідністю на ринку.

Похідні інструменти, як правило, не виставляються на окремі базові інструменти. Строкові контракти зазвичай передбачають деяку порцію базового інструменту певного виду (акції конкретного товариства, серії облігацій, суми валюти, кількості нафти, ваги золота). Отже, можна стверджувати, що похідні інструменти мають дві основні риси:

– визначають конкретну кількість базового інструменту;

– базові інструменти є однорідними або їх легко перерахувати на однорідний інструмент.

В останньому випадку для перерахунку близьких інструментів на стандартні застосовують коефіцієнт конверсії. У такий спосіб можна отримати в міру стандартизований контракт. Похідні інструменти використовуються з двоякою метою:

– для управління ризиком портфеля активів;

– для отримання спекулятивних прибутків.

В процесі управління ризиком похідні інструменти виконують свого роду функцію страхування, яка уможливлює принаймні часткове відшкодування збитків внаслідок несприятливих для інвестора подій. Як і під час звичайного страхування, ціна набутого права визначається масштабом та ймовірністю збитків. Однак є одна істотна відмінність, яка відрізняє похідні інструменти від страхових полісів. У разі сплати страхових внесків їхній розмір протягом дії страхової угоди, як і сума відшкодування, є незмінними і не залежать від змін ринкових умов. Натомість у разі придбання похідних інструментів їхня ціна та дохід власника здебільшого залежать від актуальних змін ринкової ситуації.

Завдяки появі похідних інструментів ризик став предметом ринкового обігу. Його можна купувати і продавати, він має певну ціну. Внаслідок розвитку ринку похідних інструментів з'явилися нові види фінансових інституцій, такі, як хеджингові фонди, що на замовлення клієнтів професійно управляють ризиком їхніх портфелів. Натомість спекулятивні операції, єдиною метою котрих є отримання прибутку, виконують на ринку цілком іншу функцію. Завдяки таким операціям підвищується ліквідність як ринку похідних інструментів, так і ринку базових інструментів. Зазначимо, що ціни, які формуються на строковому ринку, зазвичай свідчать про тенденцію змін на ринку спот.

Усі похідні інструменти мають одну цікаву властивість. Незважаючи на те, що вони виставляються на базові інструменти, сторони строкового контракту не обов'язково повинні мати базовий інструмент. Тобто, укладаючи строковий контракт на збіжжя, продавець не зобов'язаний його мати. Розрахунок може відбуватися у готівковій формі, тобто без участі базового інструменту. Окрім того, утримування деяких базових інструментах у фізичному стані було б проблематичним. Це стосується, передусім, різних індексів, рівнів чи параметрів, таких як, наприклад, фондові індекси. До основних видів похідних інструментів зараховуються:

– форвардні контракти;

– ф'ючерсні контракти;

– опціонні контракти;

– контракти своп;

– варанти.

Форвардний контракт – це індивідуальна угода, в якій покупець і продавець домовляються про майбутню поставку базового інструменту визначеного виду в узгодженій кількості на дату закінчення терміну дії контракту. Ціна форвардного контракту може узгоджуватися у момент укладання угоди або у момент поставки за домовленістю сторін.

Ф'ючерсний контракт – це стандартизована угода між продавцем та покупцем, укладена за посередництвом біржі, про купівлю-продаж базового інструменту на фіксовану дату у майбутньому. Ціна контракту, яка змінюється залежно від кон'юнктури ринку, фіксується у момент укладання угоди. Оскільки контракт має стандартну специфікацію, то обом сторонам добре відомі усі параметри контракту, зокрема вид, якість і кількість товару (базового інструменту), а також дата поставки, які визначаються біржею.

Опціонний контракт дає право, але не зобов'язує купувати або продавати деякий базовий інструмент за заздалегідь узгодженою ціною в момент (або до) закінчення терміну його дії. За отримання такого права покупець опціону сплачує його продавцю опціонну премію.

Своп – це одночасні купівля і продаж того самого (або різних) базового активу або зобов'язання на еквівалентну суму, за якої обмін фінансовими умовами забезпечує обом сторонам угоди деякий фінансовий виграш.

Варантом називається похідний цінний папір, що надає його власнику право на купівлю визначеної кількості акцій певної корпорації за спеціальною фіксованою ціною упродовж установленого періоду (як правило, протягом кількох років).

Деривативи широко використовуються на різних сегментах фінансового ринку, зокрема на:

– валютному ринку;
– грошовому ринку;
– ринку боргових зобов'язань;
– ринку акцій;
– ринку товарів і послуг;
– ринку сировини;
– ринку енергії тощо.

Дериватив може застосувати будь-який учасник ринку, який прагне позбутися небажаного ризику, тобто хоче його перенести на іншу сторону, котра згоджується цей ризик взяти на себе за відповідних умов. На початку існування деривативів виробники товарів і сировини використовували форвардні та ф'ючерсні контракти тільки для хеджування своїх позицій на базовому ринку, тобто задля зниження цінового ризику. Така стратегія давала їм змогу прогнозувати виробничі витрати і підтримувати їхню стабільність. Однак останнім часом зростає кількість деривативних контрактів, які укладаються зі спекулятивною метою. Спекулянт займає протилежну до хеджера позицію і переймає на себе ризик, розраховуючи на отримання прибутку у разі сприятливих для нього змін цін (значень) базового інструменту. Окрім того, на ринку деривативів функціонують також арбітражери, які торгують деривативами з метою гри на різницях цін на різних ринках похідних інструментів або між деривативами та готівковими базовими активами. Разом з тим, із використанням деривативів пов'язано банкрутство низки відомих банків, а збитки оцінюються у мільярдах американських доларів. Деривативи неодмінно пов'язані з ризиком, бо саме ризик став причиною їхньої появи. З іншого боку, ризики, пов'язані з деривативами, необхідно ідентифікувати і вміло управляти ними.

Глобальний денний оборот за операціями з похідними інструментами сягає мільярдів американських доларів. Деривативи все ширше використовуються учасниками ринку, зокрема урядами, фінансовими директорами корпорацій, дилерами і брокерами, трейдерами, аналітиками фінансового ринку, банківськими спеціалістами, інституціональними інвесторами, менеджерами компаній, а також індивідуальними інвесторами.

Дослідження показали, що зростання обсягів обороту за деривативами в останні роки пояснюється все ширшим їхнім застосуванням з метою:

- зниження вартості міжнародного фінансування;
- забезпечення сприятливіших валютних курсів на міжнародних ринках;
- хеджування цінових ризиків;
- диверсифікації джерел фінансування та управління ризиками.

Деривативи мають дуже істотне значення для управління ризиками, оскільки дають змогу перерозподіляти та обмежувати їх. Вони використовуються для перенесення елементів ризику на інших учасників ринку і в такий спосіб виконують функцію страхування. Однак можливість перенесення ризиків для сторін контракту пов'язана з необхідністю ідентифікації усіх пов'язаних з ним ризиків ще до підписання контракту. Крім того, не можна забувати, що деривативи – це похідні інструменти, а тому ризики, пов'язані з їхньою торгівлею, залежать від того, що відбувається з базовим інструментом. Отже, якщо розрахункова ціна деривативу ґрунтується на готівковій ціні товару, яка щоденно коливається, то ризики, пов'язані з таким деривативом, також будуть змінюватися щодня. Іншими словами, ризики і позиції вимагатимуть неперервного моніторингу, оскільки як прибутки, так і збитки можуть бути значними.

Розглянуті вище питання ще мало досліджені в Україні, хоч загалом відзначається усвідомлення важливості проблематики ринків деривативів для функціонування вітчизняної економічної системи.

Ця монографія є результатом ґрунтовного дослідження та аналізу світового досвіду функціонування ринків деривативів, який склався в останні три десятиліття. Автором систематизовано основні теоретичні засади функціонування ринків деривативів, виявлено переваги та недоліки різних типів похідних інструментів, проаналізовано динаміку і структуру операцій з деривативами на світовому біржовому та позабіржовому ринках. Особливу увагу приділено ринку стандартних та нестандартних опціонів, які ще мало досліджені в Україні. У запропонованій роботі також опрацьовано методики оцінювання форвардних та ф'ючерсних контрактів. Досліджено нові форми свопів та варантів, а також розглянуто основи створення та особливості двох інноваційних груп деривативів, якими є кредитні та погодні деривативи.

Таке поглиблене дослідження дало змогу автору запропонувати підходи до вивчення деривативних ринків, дати визначення основним категоріям цих ринків, охарактеризувати особливості традиційних та інноваційних форм похідних інструментів, а також сформувати напрями становлення ринків деривативів в Україні, оскільки саме ринки деривативів створюють можливості та механізми ринкового прогнозування цін базових інструментів.

Дослідження містить шість розділів. У розділі 1 розглядаються дві основні групи деривативів з погляду їхньої інвестиційної привабливості, а саме ф'ючерси та опціони. Докладно характеризуються переваги та недоліки біржової та позабіржової форми торгівлі деривативами. Упроваджується також поняття ринку нестандартних деривативів, до яких належить велика група екзотичних опціонів.

Розділ 2 стосується стандартних опціонних контрактів, які були класифіковані з погляду базового інструменту. Окрім цього, досліджуються основні моделі ціноутворення опціонів, зокрема біноміальна модель та модель Блека–Шоулса, яка протестована автором на реальному прикладі базового інструменту.

У розділі 3 здійснено глибокий аналіз ринку нестандартних опціонів. Зокрема описано принципи їхньої дії, визначено функції виплати для власника таких опціонів, досліджено фактори впливу на формування цін нестандартних опціонів, а також особливості застосування найпопулярніших серед них. Основна увага приділяється розробленню моделей ціноутворення залежних від траєкторії опціонів для фіксованої та стохастичної дохідності базового інструменту.

Натомість у 4 розділі розглядаються усі інші класи нестандартних опціонів, зокрема велика група кореляційних опціонів, одинарні опціони та залежні від часу опціони. Похідні інструменти досліджуються під кутом зору визначення їхньої функції виплати та способів обчислення розміру опціонної премії, зокрема опрацьовано моделі ціноутворення для фіксованої та стохастичної відсоткової ставки без ризику.

У розділі 5 досліджуються сучасні форми інших похідних інструментів. Зокрема описано механізми дії ринків форвардних та ф'ючерсних трансакцій, досліджено класичні та інноваційні форми варантів і свопів, а також описано дві нові групи деривативів, до яких зараховано кредитні та погодні деривативи.

У розділі 6 проаналізовано різні форми ризику, які загрожують інвесторам ринку деривативів, способи їхнього виявлення та зниження.

Отже, монографія охоплює теоретико-методологічні основи функціонування ринків деривативів, визначення їхньої ролі та місця у світовій економіці, аналіз сучасних тенденцій розвитку цих ринків, концепцію ціноутворення похідних інструментів, а також особливості їхнього застосування.

Актуальність теми дослідження зумовлена необхідністю впровадження у сучасний менеджмент принципово нових ідей та методів управління різними проявами ризику. Створення таких методів вимагає нового ґрунтовного наукового дослідження. З іншого боку, таке дослідження сприятиме становленню стабільного й високоліквідного внутрішнього ринку деривативів як невід'ємної частини розвинутої економіки.

Монографія розрахована на широке коло читачів, які цікавляться ринком похідних інструментів. Вона буде корисною для трейдерів товарних ринків, торговців цінними паперами, спеціалістів з ризик-менеджменту банківських установ, страхових компаній, пенсійних фондів, брокерських фірм, хеджингових компаній, інвестиційних фондів, інших фінансових інституцій, а також підприємств різних форм власності, які намагаються знизити ризик у своїй діяльності. Книга може бути корисною для науковців, викладачів та студентів, які цікавляться проблематикою ринків деривативів.

Розділ 1. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ ФУНКЦІОНУВАННЯ РИНКІВ ДЕРИВАТИВІВ

1.1. Деривативи як інвестиційні інструменти строкового ринку

Інвестування є основою економічної діяльності усіх господарських суб'єктів. У ринковій економіці інвестиції стають однією з найважливіших умов її розвитку. Це стосується різноманітних видів інвестицій, зокрема і фінансових [7, 10, 11]. Одне з найкращих означень поняття „інвестиції" дав Й. Гіршлейфер (J. Hirschleifer) у 1965 році. Інвестиція є, власне кажучи, теперішнім зреченням задля майбутньої користі. Однак теперішнє є порівняно відомим, натомість майбутнє – завжди таємниця. Отже, інвестиція є відмовою від певного задля непевної вигоди [137].

Хоча таке означення є доволі узагальненим, проте воно підкреслює найважливіші риси інвестицій. По-перше, у цьому означенні акцентується психологічний аспект, пов'язаний з інвестуванням (бо є зречення). Тобто особа, яка інвестує, змушена відмовитися від теперішнього споживання. По-друге, в інвестуванні винятково важливим елементом є час. Інвестор відмовляється від нинішніх доходів або вигод заради майбутніх. По-третє, з інвестуванням дуже тісно пов'язаний ризик. Майбутнє є невідомим, а тому майбутня користь може з'явитися, але не обов'язково. Таке означення можна застосувати як до інвестицій у майно підприємств, до фінансових інвестицій (цінні папери), так і до інвестицій в людський чинник (знання, кваліфікація, досвід). Можна без перебільшення стверджувати, що наука про інвестиції і фінансові інструменти є однією із економічних дисциплін, які упродовж останніх десятиліть розвивалися найдинамічніше [18].

Переломним моментом для теорії фінансів була публікація у 1952 році в журналі „Journal of Finance" праці Гарі Марковіца (Harry Markowitz), яка стосувалася теорії портфеля інвестицій [163]. Згодом, у 1958 році цю теорію розвинув Джеймс Тобін (James Tobin), котрий удосконалив підхід Марковіца, враховуючи активи без ризику [212, с. *65–86*]. Одним із перших методів формування ціни акції була модель Гордона–Шапіро (Gordon–Shapiro), яка спиралася на праці Вільямса (Williams) [127, с. *102–110*]. У 60-ті роки XX ст. з'явилися такі два фундаментальні досягнення у цій галузі [24]:

1) у 1963 році – модель одного коефіцієнта (single-index model) Вільяма Шарпа (William Sharpe), у якій з'явився коефіцієнт бета. В. Шарп спростив класичний підхід Марковіца, встановлюючи залежність ставки доходу на акцію від ринкової ставки доходу;

2) модель рівноваги фондового ринку, яку називають CAPM (Capital Asset Pricing Model). Авторами цієї моделі були Вільям Шарп (1964 р.), Джон Лінтнер (John Lintner, 1965 р.) і Ян Моссін (Jan Mossin, 1966 р.). Ця модель дає відповідь на таке запитання: якщо інвестори на фондовому ринку будуть діяти раціонально, керуючись

засадами збільшення доходу і зменшення ризику, то як будуть формуватися ставки доходу акцій на ринку? Важливо зазначити, що САРМ і сьогодні є моделлю, яку найчастіше використовують для моделювання рівноваги фондового ринку.

Конкурентною до попередньої моделлю є так звана теорія цінового арбітражу APT (Arbitrage Pricing Theory), яку запропонував Стефен Росс (Stefen Ross) [189, с. *341–360*]. У 70-ті роки XX ст. спостерігався черговий бурхливий розвиток фінансів, причиною якого була значна змінність ринкових відсоткових ставок та валютних курсів. З метою страхування від цього ризику і були створені похідні фінансові інструменти, передусім, у 1972 році – фінансові ф'ючерсні контракти (financial futures), а у 1973 році – опціони (options).

Безсумнівно, найбільшим теоретичним досягненням у галузі похідних фінансових інструментів було створення моделі ціноутворення опціону, відомої в усьому світі як модель Блека–Шоулса (Black–Scholes) [90]. Для оцінки вартості опціонів використовується також біноміальна модель (binomial model), створена В. Шарпом, яку пізніше дещо узагальнили С. Росс, М. Рубінштейн і Дж. Кокс [79]. Останнім часом з'явилася низка нових моделей ціноутворення опціонів, які будуть розглянуті у наступних розділах.

Огляд та аналіз зарубіжних, а також вітчизняних теоретичних досягнень у сфері фінансів, передусім тих, які стосуються інвестицій у фінансові інструменти, показав, що основними концепціями у цій галузі є:

- оцінка ризику, бо саме бажання застрахуватися від ризику спонукало до багатьох фінансових інновацій, до яких треба зарахувати нові фінансові інструменти, а також таке теоретичне досягнення, як теорія портфеля [24];
- формування ціни (ціноутворення) цінних паперів, тобто методи оцінювання вартості певного фінансового інструменту, які ґрунтуються на обчисленні вартості грошей у часі.

У розвинутих ринкових економіках, в умовах дедалі гострішої конкуренції, щоразу більшої лібералізації банківської діяльності, а передусім значно частіших курсових, відсоткових та валютних змін на грошовому та фондовому ринку, виникла потреба у створенні нового інструментарію для обмеження впливу різних форм ризику [15]. Основною причиною необхідності пошуку нових розв'язань є значне збільшення елементів ринкового ризику, яке є наслідком волатильності (volatility) валютних курсів, відсоткових ставок, а також нестійкості курсів цінних паперів [22, 46].

Проблеми управління фінансовими інституціями стали в останні тридцять років XX століття предметом особливого зацікавлення з боку спеціалістів. Причиною цього є передусім ускладнення умов функціонування, яке є наслідком глобалізації та інтеграції світової економіки, а також зростання темпу економічного життя. Досягнення основних цілей (рентабельність, ліквідність), які стоять перед інституціями, великою мірою залежить від правильного здійснення окремих операцій, особливо активних. Реалізація згаданих цілей часто наражається на різні конфлікти інтересів, а саме протистояння прибутковості та ризику активів. Щоб подолати цей конфлікт, необхідно знайти такий компроміс, який був би основою оптимальної моделі вирішення цієї проблеми [12, 13, 14].

Початок третього тисячоліття, на жаль, теж характеризується нестабільністю світової економіки, що призводить до постійних коливань цін на енергоносії та інші стратегічні види сировини. Це, своєю чергою, впливає на нестабільність економічної ситуації у більшості країн світу і, як наслідок, зумовлює виникнення проблем у плануванні майбутньої діяльності підприємств, організацій та установ. Наприклад, нафтові „шоки" 1970, 1979–1981 і 2000 років повторилися і у 2004–2007 роках, що негайно викликало реакцію у вигляді кризових явищ на усіх без винятку ринках.

Така нестабільність, яку ще називають волатильністю, у глобальній економіці стала причиною коливань валютних курсів, потрясінь на товарних та фінансових ринках. Внаслідок цього інфляційні процеси повторяються все частіше, що негативно впливає як на окремі ринки, так і на світову економіку загалом. Від них потерпають не тільки фінансові інституції, але й підприємства різних форм власності [7, 17, 25]. Сучасний фінансовий ринок, зокрема строковий (похідних фінансових інструментів), є одним із ефективних методів страхування від ризиків різної природи [18, 23, 26].

Ринок похідних фінансових інструментів є доволі молодим сегментом фінансового ринку. Поява таких інструментів пов'язана із фінансовими змінами, які відбувались на американському ринку у 1971–1973 роках. Крах Бреттон-Вудської системи у 1971 році став причиною зростання ризику валютного курсу, а це, своєю чергою, спонукало до пошуку методів зниження його впливу. У цей час було впроваджено плаваючий валютний курс, внаслідок чого збільшився ризик інвестування у цінні папери. Крім того, 70-ті роки ХХ ст. були періодом значних коливань цін на ринку нафти, що також стало поштовхом до пошуку способів запобігання їхнім наслідкам. На жаль, цілком позбутися ризику не можливо. Його можна лише обмежити або перенести на інший суб'єкт. Власне задля зменшення ризику було створено новий тип фінансових інструментів, а саме похідні фінансові інструменти, які ще називають деривативами (derivatives). Переломним у їхньому розвитку був 1973 рік, коли офіційно була опублікована модель ціноутворення опціонів, які дають можливість страхувати фінансові інвестиції від змін цін тих активів, на які ці інструменти виставляються. Сьогодні на європейських та світових фінансових ринках можна відзначити пришвидшений розвиток строкових ринків, а також періодичну появу щоразу нових та привабливіших похідних фінансових інструментів.

<u>Похідний фінансовий інструмент</u> (дериватив) – це такий фінансовий інструмент, вартість якого залежить від вартості іншого (первинного, базового) інструменту (активу), на який цей похідний інструмент було виставлено. Похідні інструменти виконують три основні функції [18]:

1. Функцію страхування, тобто інвестори використовують такі інструменти з метою страхування від зростання або зниження вартості первинного інструменту.
2. Спекулятивну функцію, яка полягає у тому, що інвестори спекулюють з метою отримання фінансової вигоди від зростання або зниження вартості первинного інструменту.
3. Функцію забезпечення інвесторам бажаної структури доходів.

Загалом похідні фінансові інструменти можна зарахувати до однієї із двох основних груп деривативів:

- похідні інструменти, які ґрунтуються на ф'ючерсних контрактах, до яких зараховуємо, крім власне ф'ючерсів (futures), також контракти форвард (forward) та своп (swap);
- похідні інструменти, які ґрунтуються на опціонах, до яких належать опціони купівлі (call option), опціони продажу (put option), опціони на ф'ючерси, варанти (warrant) та різні їхні комбінації.

Ф'ючерсний контракт – це угода купівлі-продажу деяких активів (особливо фінансових інструментів або товарів), яка буде реалізована у певний момент часу в майбутньому, за заздалегідь узгодженою між сторонами контракту ціною. Найбільші біржі, на яких укладаються ф'ючерсні угоди, – це Chicago Board of Trade (CBOT) та Chicago Mercantile Exchange (CME).

Біржа Chicago Board of Trade (CBOT) була організована для продажу збіжжя ще у 1848 році. Спочатку її головним завданням була кількісна та якісна стандартизація зерна, котре було предметом продажу. Через кілька років були укладені перші ф'ючерсні контракти, які на початку називалися „контрактами поставки" (to-arrive contract). Зважаючи на вищу прибутковість трансакцій з ф'ючерсними контрактами порівняно з прибутками у традиційній торгівлі, цими деривативами дуже зацікавилися ринкові спекулянти. Сьогодні CBOT пропонує строкові контракти на кукурудзу, сою, овес, соєву олію, пшеницю, срібло, довгострокові і середньострокові казначейські облігації та індекс MMSI (Major Market Stock Index).

У 1874 році була створена біржа Chicago Produce Exchange, котра організувала торгівлю маслом, яйцями, продуктами птахівництва та іншою сільськогосподарською продукцією, що швидко псується. Однак дилери, які торгували маслом та яйцями, у 1898 році створили окрему біржу, яку назвали Chicago Butter and Egg Board. У 1919 році біржа була перейменована на Chicago Mercantile Exchange, а саму біржу реорганізували з метою пристосування до обігу строкових контрактів. Нині Chicago Mercantile Exchange пропонує ф'ючерсні контракти на різноманітні товари, серед яких свинина (з 1961 року), яловичина (з 1964 року), інше м'ясо (з 1966 року), молочна худоба (з 1971 року). У 1982 році біржа розпочала торгівлю ф'ючерсними контрактами на фондовий індекс S&P 500 (Standard and Poor 500).

Міжнародний грошовий ринок (International Monetary Market – IMM) є відділенням біржі Chicago Mercantile Exchange, яке було створене у 1972 році з метою організації обігу валютних ф'ючерсних контрактів. Сьогодні базовими інструментами таких контрактів є британські фунти стерлінгів, канадські долари, євро, японські єни, швейцарські франки, австралійські долари та інші валюти. Окрім цього, на IMM продаються ф'ючерсні контракти на золото, казначейські білети та євродоларові депозити.

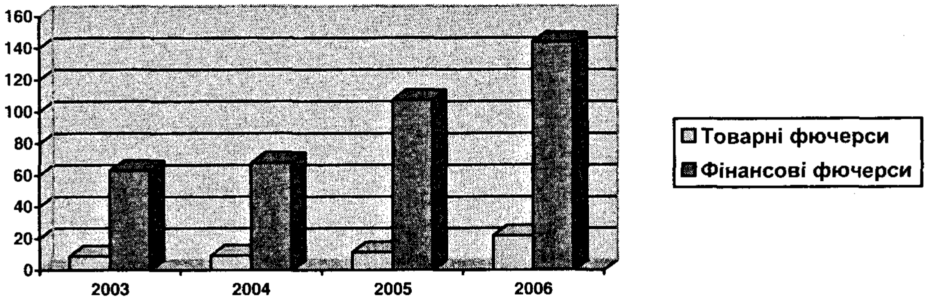

Рис. 1.1.1. Кількість ф'ючерсних контрактів, укладених на організованих біржах світу в 2003–2006 роках, мільйони контрактів

В останні роки в усьому світі зростає кількість бірж, які організували торгівлю строковими контрактами. Серед них найвідоміші – це New York Futures Exchange (NYFE), London International Financial Futures Exchange (LIFFE), Toronto Futures Exchange (TFE), Singapore International Monetary Exchange (SIMEX). Більшість укладених на цих біржах угод можна зарахувати до двох категорій: товарні ф'ючерсні контракти (commodity futures contracts), в яких предметом контракту є різноманітні товари, та фінансові ф'ючерсні контракти (financial futures contracts) (див. рис. 1.1.1), які ґрунтуються на фінансових інструментах, таких, як облігації, акції, відсоткові ставки, курси валют, фондові індекси тощо.

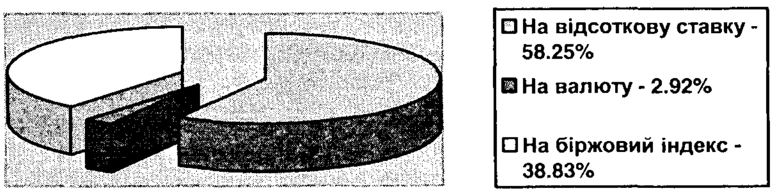

Рис. 1.1.2. Частки окремих видів фінансових ф'ючерсів у загальній кількості укладених на біржах фінансових ф'ючерсних контрактів, станом на кінець 2006 року, %

Якщо спочатку ф'ючерсні контракти ґрунтувалися виключно на товарно-сировинній продукції, то у біржовому обігу в останні роки, згідно із статистичними даними Банку міжнародних розрахунків, почали переважати фінансові ф'ючерсні контракти, в основу яких покладено відсоткові ставки, фондові індекси та валюти (рис. 1.1.2). Безперечно ринки похідних фінансових інструментів належать до найвдаліших інновацій у сфері фінансів.

Опціонний контракт – це угода, яка надає покупцю опціону право на купівлю (опціон типу call) або продаж (опціон типу put) певної кількості базового інструменту, в узгоджений між сторонами час у майбутньому, за наперед визначеною ціною, та зобов'язує продавця опціону до його реалізації на вимогу покупця. У зв'язку з цим основний поділ опціонів передбачає опціони *купівлі*, які надають право купити базовий інструмент у особи, яка виставила опціон на продаж, та опціони *продажу*, які підтверджують право їхнього власника продати базовий інструмент особі, яка цей опціон виставила на продаж і зобов'язана його реалізувати на вимогу власника опціону. Покупець (власник, утримувач) опціону (holder) сплачує у момент його придбання продавцю (емітенту) опціону (writer) деяку грошову суму, яку називають ціною опціону або опціонною премією.

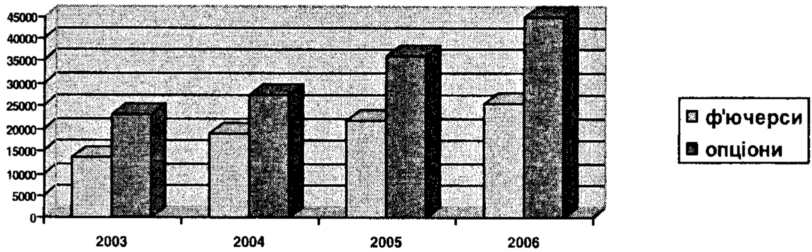

Рис. 1.1.3. Умовна вартість опціонів та ф'ючерсів, проданих на організованих біржах світу у 2003–2006 роках, мільярди доларів США

Предметом опціонного контракту найчастіше є акції, але також можуть бути облігації, курси валют, товари і сировина, фондові індекси, відсоткові ставки, інші похідні інструменти тощо. Останнім часом спостерігається тенденція до збільшення кількості та вартості укладених опціонних контрактів як на біржовому (рис. 1.1.3), так і на позабіржовому ринку (рис. 1.1.4). Частка опціонів у біржовому обороті сягає понад 60 % від загальної кількості біржових контрактів, тоді як у позабіржовому обороті близько 15 %. Така різниця пояснюється тим, що позабіржовий ринок похідних інструментів охоплює набагато більше різноманітних деривативів, ніж біржовий, а саме контракти форвард, свопи обміну валют, фінансові свопи, свопи кредитного дефолту та інші інноваційні форми похідних інструментів.

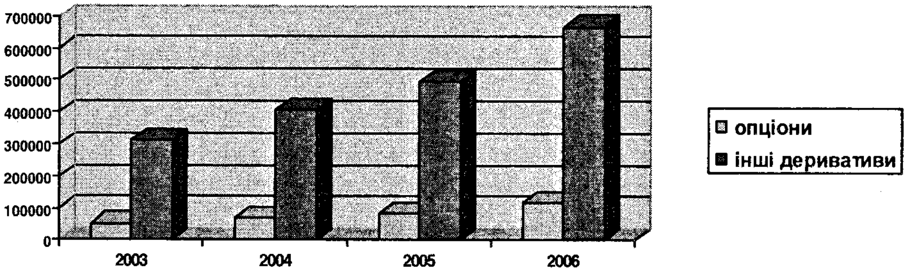

Рис. 1.1.4. Умовна вартість опціонів та інших деривативів, проданих на світовому позабіржовому ринку у 2003–2006 роках, мільярди доларів США

Сьогодні до основних змінних, які є базовими активами деривативів, зараховують ціни акцій, індекси ринків акцій, відсоткові ставки, курси валют та ціни товарів (рис. 1.1.5). Окрім них, базовими активами можуть бути будь-які змінні у часі величини. Як показав аналіз світового строкового ринку, за обсягами укладених угод на ньому переважають фінансові деривативи, на які припадає понад 90 % від загальної вартості укладених на біржових та позабіржових ринках угод.

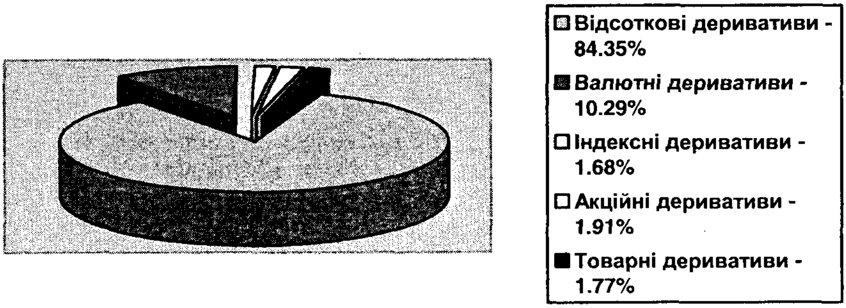

Рис. 1.1.5. Частки умовної вартості усіх деривативів світового строкового ринку (за базовими активами) станом на кінець 2006 року

Останніми роками інвестиційні банки, діючи на замовлення своїх клієнтів, створюють багато нових похідних інструментів. Здебільшого такі інструменти не стають предметами біржового обігу, а продаються інституціональним інвесторам на позабіржовому ринку або додаються до нових емісій акцій чи облігацій. Теоретично можливості створення нових інструментів є практично необмеженими, а тенденція до збільшення обсягів продажу похідних інструментів на світовому строковому ринку свідчить про те, що зростає також і зацікавленість інвесторів у цих нових фінансових інструментах, які до певної міри є універсальними.

1.2. Особливості біржової та позабіржової торгівлі деривативами

Важливо відзначити, що існують три основні способи торгівлі деривативами:

1) позабіржова торгівля;

2) торгівля у біржовій залі у вигляді відкритих торгів з оголошенням котирувань;

3) торгівля з використанням систем автоматизованого пошуку оферт, що збігаються.

Трейдери, які становлять найчисленнішу групу учасників строкового ринку, купують і продають деривативи від імені своїх клієнтів, за їхній рахунок, та від власного імені, за свій рахунок. Трейдери, які спеціалізуються на деривативах, можуть працювати на будь-яких ринках, здійснюючи операції з ф'ючерсами, опціонами, свопами та іншими інструментами. На деяких ринках паралельно функціонують брокери, що діють як посередники між трейдерами та клієнтами. Зазвичай брокери не торгують за власний рахунок, а отримують винагороду у вигляді комісійних від реалізованих ними угод.

Головне завдання біржі – створення безпечного торговельного середовища. Біржі видають дозволи на участь у торгах і визначають правила, які регулюють порядок торгівлі, вирішення спірних питань тощо.

Позабіржові ринки – це ринки, у яких немає конкретного місця перебування, на яких торгівля регулюється менш строго і які можуть бути за характером міжнародними. Угоди на них укладаються безпосередньо між принципалом і дилером по телефону або через комп'ютерну мережу, на відміну від торгів у біржовій залі.

Багато бірж використовують системи автоматичного порівняння оферт для підтримання і продовження торгової сесії. Ці системи є або спільними підприємствами, як, наприклад, GLOBEX, яка була створена Reuters/ MATIF/ SIMEX, або належать до однієї біржі, як Автоматизована система торгівлі в „ямі" (Automated Pit Traiding – APT) на LIFFE (The London International Financial Futures Exchange) [4, с. *26*].

В автоматизованих системах діють ті самі правила торгівлі, що й у біржовій залі. Крім того, вони забезпечують анонімність торгівлі, за що їх іноді називають „електронними брокерами". Такі системи характеризуються деякими особливостями:

– користувачі вводять свої оферти на купівлю або продаж у центральну базу;

– інформація про попит і пропозицію поширюється між усіма учасниками ринку;

– система ідентифікує оферти, що збігаються, або „парні", які підходять для укладання угоди, на підставі інформації про ціну, обсяг, кредит та інших правил, що діють на ринку.

Позабіржова торгівля за своєю природою є конфіденційною і деталі угод зазвичай не оприлюднюються. Біржові торги, навпаки, є відкритими, а трейдери обмінюються інформацією у біржовій залі за допомогою голосу та жестів.

Важливо відзначити, що біржовий та позабіржовий способи продажу похідних інструментів істотно відрізняються. Основні відмінності між ними наведено у табл. 1.2.1. Цим пояснюється деяка відмінність у видах деривативів, які перебувають в обігу на біржовому та позабіржовому ринках.

Хоч на біржах щомісячно продаються мільйони контрактів на суму, еквівалентну мільярдам доларів, значення позабіржового ринку зростає в міру поглиблення знань щодо сутності деривативів та змін фінансових потреб учасників ринку. Порівняємо загальну вартість біржових та позабіржових деривативів світового строкового ринку.

Таблиця 1.2.1

Відмінності між біржовими та позабіржовими деривативами

Біржові деривативи	Позабіржові деривативи
Види деривативів в обігу: • ф'ючерси • опціони	Види деривативів в обігу: • форварди • опціони • свопи • варанти
Угоди укладаються у біржовій залі під час відкритих торгів або за допомогою автоматизованої системи	Угоди укладаються конфіденційно під час прямих переговорів
Деривативні контракти є стандартизованими щодо кількості базового інструменту, його якості, дати та умов поставки тощо. Така інформація публікується в специфікації до контракту і є загальнодоступною	Відсутня будь-яка стандартизація щодо параметрів позабіржових контрактів. Деривативні контракти укладаються на індивідуальних засадах, а інформація про параметри цих контрактів є недоступною
Ціни деривативних контрактів є прозорими і легкодоступними	Ціни деривативних контрактів є менш прозорими
Ціна контракту встановлюється біржею на підставі відкритих торгів	Ціна узгоджується між контрагентами індивідуально для кожного контракту
Біржа встановлює денний ліміт на цінові коливання деривативних контрактів	Відсутність обмежень на коливання цін позабіржових деривативів
Сторони біржового контракту залишаються анонімними, оскільки усі трансакції здійснюються за посередництвом клірингової палати біржі	Сторони позабіржового контракту є взаємно відомими, оскільки на цьому ринку укладаються здебільшого прямі строкові угоди
Тривалість біржової сесії обмежена тривалістю робочого дня, а також робочого тижня. Час і дні роботи біржі повинні бути опубліковані, а торги відбуваються згідно з біржовими правилами кожної конкретної біржі, які теж повинні бути загальнодоступними	Стандартні товарні контракти продаються цілодобово, тоді як одноразові угоди з особливими умовами укладаються протягом робочого дня за місцевим часом
Предметами обігу є стандартні види опціонів, а також перевірені часом та позабіржовим ринком екзотичні форми цих деривативів	Предметами обігу можуть бути: стандартні опціони, будь-які відомі форми екзотичних опціонів, а також новостворені інноваційні види цих деривативів
Позиції легко ліквідовуються укладанням офсетної угоди з кліринговою палатою біржі	Позицію закрити складніше, оскільки необхідно знайти учасника ринку, який би перейняв цю позицію
Розрахунок за позиціями учасників біржового ринку здійснюється щоденно	Розрахунок здійснюється один раз, на момент закінчення терміну дії деривативного контракту
Розрахунок здійснюється кліринговою палатою біржі	Розрахунок здійснюється безпосередньо між контрагентами
Ризик невиконання деривативного контракту переймає на себе біржа	Ризик загрожує обом сторонам деривативного контракту
Високоліквідний ринок	Менш ліквідний ринок
Невелика частка контрактів існує до моменту погашення	Більшість контрактів існують до моменту погашення
Надзвичайно рідко контракт виконується у формі фізичної поставки базового інструменту. Зазвичай відбувається грошовий розрахунок між сторонами контракту	Більшість контрактів закінчується фізичною поставкою базового інструменту, однак розрахунок між контрагентами може відбуватися також і у грошовій формі
Датою поставки є певний інтервал часу, в якому можлива поставка базового інструменту, зазвичай цілий місяць	Як правило, конкретна дата поставки
Три сторони контракту – продавець, біржа і покупець	Дві сторони контракту – продавець і покупець

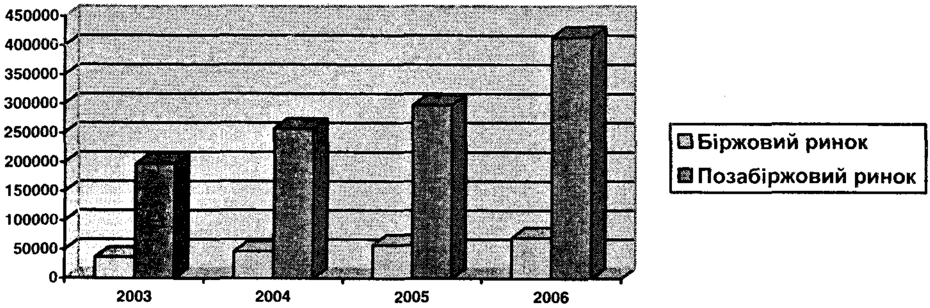

Рис. 1.2.1. Порівняння умовної вартості деривативів світового біржового та позабіржового ринків, проданих у 2003–2006 роках, мільярди доларів США

Як видно з рис. 1.2.1, домінує у загальносвітовому обороті деривативів позабіржовий ринок. На його частку припадає понад 80 % від загальної кількості проданих у 2003–2006 роках деривативів.

Треба також зазначити, що серед бірж існує спеціалізація за деякими видами деривативів, а крім того, вони постійно вводять нові продукти і відмовляються від старих, які не відповідають вимогам ринку. Тобто відбувається постійне оновлення предметів біржового обігу.

Біржовий ринок деривативів

Основними похідними інструментами, які перебувають у біржовому обігу, є ф'ючерси та опціони. Головною метою укладання опціонних контрактів є хеджування зайнятих позицій на ринку реальних товарів або хеджування портфеля придбаних активів. У найпростішому випадку хеджування означає купівлю опціону продажу з метою страхування від зниження ціни первинного інструменту у майбутньому або придбання опціону купівлі з метою страхування від зростання ціни первинного інструменту. Можливе також застосування складніших стратегій хеджування [54].

Опціонні контракти мають значно коротшу історію, ніж ф'ючерсні, однак вони останнім часом набули значної популярності серед інвесторів, як інституціональних, так і індивідуальних. Треба підкреслити, що придбання ф'ючерсного контракту не пов'язане з жодними початковими витратами, окрім обов'язку внесення страхового депозиту до розрахункової палати біржі, який у разі сприятливих для інвестора змін цін буде йому повернутий разом із доходом за цим контрактом. Натомість покупець опціонного контракту зобов'язаний внести початкову плату, тобто заплатити ціну контракту, яку ще називають опціонною премією (option premium).

Найдавнішими прототипами опціонів вважають контракти на використання пресів для витискання олії з оливок у Давній Греції. Римляни також застосовували опціони у торгівлі іспанським металом. Інші контракти, які можна вважати предками сучасних опціонів, з'являються у XVII столітті в Голландії під час торгівлі тюльпанами. Початок справжніх опціонних операцій припадає на XVIII століття, коли в Європі та Сполучених Штатах Америки кількість таких операцій вже була значною. Однак спочатку опціонні контракти не були дуже популярними, оскільки були пов'язані з корупцією. Їх часто давали деякі фірми брокерам як винагороду за їхню рекламу клієнтам.

На початку XX століття група фірм у Сполучених Штатах Америки створила товариство під назвою „Асоціація брокерів і маклерів опціонів купівлі та продажу"(Put and Call Brokers and Dealers Association), метою якого був пошук покупців та продавців опціонів та укладання угод між ними. Створений цим товариством ринок почали називати позабіржовим ринком (over-the-counter market – OTC), оскільки маклери насправді не зустрічалися особисто на жодному біржовому рингу. Однак позабіржовий ринок мав два істотні недоліки. По-перше, цей ринок не охоплював вторинного обігу опціонами, а тому покупець опціону не мав можливості продати його перед датою виконання. По-друге, не був розроблений механізм, який би гарантував виконання опціону його емітентом. Утримувач опціону мав єдину можливість домагатися реалізації своїх прав – тільки через суд, що було доволі дорогим і тривалим процесом.

У квітні 1973 року CBOT, маючи на меті організувати обіг опціонних контрактів на акції, створила нову біржу – Chicago Board Options Exchange (CBOE). Відтоді популярність опціонів значно зросла. У 1975 році торгівлю опціонами розпочали American Stock Exchange (AMEX) та Philadelphia Stock Exchange (PHLX), а у 1976 році їхнім шляхом пішла Pacific Stock Exchange (PSE) та у 1978 році – London Traded Options Market (LTOM). Популярність опціонів особливо зросла наприкінці 70-х років XX ст.

У 80-х роках XX століття були впроваджені у обіг нові види опціонів, які ґрунтувалися на іноземних валютах, фондових індексах та ф'ючерсних контрактах. Сьогодні майже у кожній європейській країні існують ринки опціонів та ф'ючерсів. Однак домінують у біржовому обігу опціонів Сполучені Штати Америки. Головною біржею, яка торгує валютними опціонами, є PHLX. На CBOE організовано обіг опціонами, виставленими на індекси S&P 100 і S&P 500, тоді як AMEX організовує торгівлю опціонами, виставленими на Major Market Stock Index, а New York Stock Exchange – опціонами на NYSE Index. Більшість бірж, які торгують ф'ючерсними контрактами, впровадила також і торгівлю опціонами на свої ф'ючерсні контракти. Наприклад, біржа CBOT пропонує опціони, основані на ф'ючерсах на кукурудзу, CME – опціони, що ґрунтуються на ф'ючерсах на велику рогату худобу, а IMM – опціони на валютні ф'ючерси.

Нині біржовий ринок деривативів розвивається доволі успішно, про що свідчать статистичні дані, наведені у табл. 1.2.2, які були опрацьовані нами на підставі інформації з [232]. Загальну тенденцію на біржовому ринку деривативів у останні роки ілюструє рис. 1.2.2, з якого видно, що динамічніше розвивається сегмент фінансових біржових деривативів.

Таблиця 1.2.2

Похідні інструменти, продані на організованих біржах світу у 2003–2007 роках, кількість контрактів у мільйонах

Дериватив/ базовий інструмент	Кількість контрактів					
	12/2003	12/2004	12/2005	12/2006	3/2007	6/2007
Фінансові ф'ючерси, зокрема	***62.8***	***68.2***	***107.3***	***143.7***	***156.8***	***150.9***
на відсоткову ставку	40.1	48.8	54.2	83.7	91.2	85.7
на валюту	2.6	2.0	4.1	4.2	5.9	6.2
на біржовий індекс акцій	20.1	17.4	49.0	55.8	59.7	59.0
Товарні ф'ючерси, зокрема	***8.9***	***9.4***	***11.3***	***21.9***	***23.2***	***22.0***
ринок США	3.6	4.4	5.4	14.3	14.9	15.1
інші ринки	5.3	5.0	5.9	7.6	8.3	6.9
Разом ф'ючерсів	**71.7**	**77.6**	**118.6**	**165.6**	**180.0**	**172.9**
Фінансові опціони, зокрема	***61.1***	***71.6***	***92.3***	***113.8***	***140.7***	***159.3***
на відсоткову ставку	21.4	24.7	31.6	38.3	48.3	58.1
на валюту	0.8	0.9	1.3	1.4	1.4	1.9
на біржовий індекс акцій	38.9	46.0	59.4	74.1	91.0	99.3
Товарні опціони	***4.4***	***5.6***	***7.4***	***14.5***	***17.6***	***17.3***
Ринок США	4.0	4.9	6.4	13.4	16.3	16.0
Інші ринки	0.4	0.7	1.0	1.1	1.3	1.3
Разом опціонів	**65.5**	**77.2**	**99.7**	**128.3**	**158.3**	**176.6**
Разом ф'ючерсів та опціонів	**137.2**	**154.8**	**218.3**	**293.9**	**338.3**	**349.5**
Разом фінансових деривативів	**123.9**	**139.8**	**199.6**	**257.5**	**297.5**	**310.2**
Разом товарних деривативів	**13.3**	**15.0**	**18.7**	**36.4**	**40.8**	**39.3**

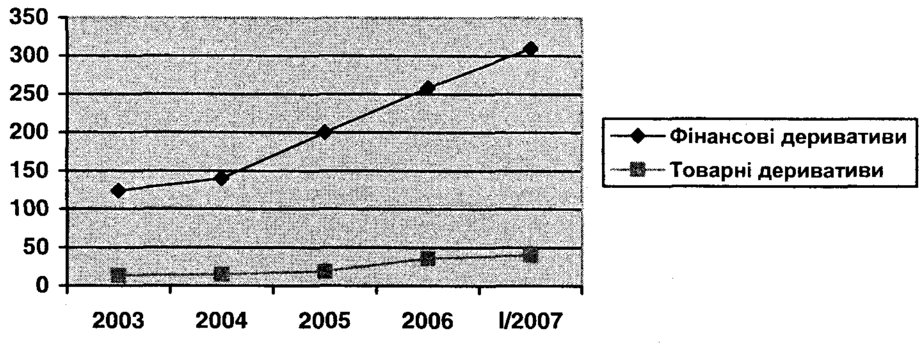

Рис. 1.2.2. Кількість проданих на організованих біржах світу у 2003–2007 роках фінансових і товарних деривативів, мільйони контрактів

Отже, впровадження на фінансові ринки опціонних контрактів мало великий успіх, що пояснюється тим, що такі контракти є не тільки дуже вдалим інструментом для хеджування позицій та обмеження евентуальних втрат від несприятливих ринкових змін, але й одночасно одним із найбезпечніших джерел отримання додаткового прибутку. Опціони вважають найеластичнішими похідними фінансовими інструментами. Завдяки опціонам можна страхуватися від ризику, купувати ризик (спекуляція) чи застосовувати арбітраж. Висока еластичність цих інструментів сприяє тому, що практично кожен інвестор може за допомогою опціону реалізувати свої наміри. Найбільшою у світі біржею опціонних контрактів є Chicago Board Option Exchange.

Позабіржовий ринок деривативів

А тепер проаналізуємо ситуацію на позабіржовому ринку деривативів. Основними видами похідних інструментів, які є предметами обігу на світовому позабіржовому ринку, вважають:

– форвардні контракти;
– опціонні контракти;
– свопи обміну валют (FX свопи);
– фінансові свопи;
– кредитні свопи.

Згідно з даними Банку міжнародних розрахунків [232] умовна вартість деривативів, проданих на світовому позабіржовому ринку, постійно зростає (див. табл. 1.2.3). З другої половини 2004 року на ньому обертаються кредитні деривативи, зокрема свопи кредитного дефолту.

Таблиця 1.2.3

Умовна вартість позабіржових деривативів світового строкового ринку у 2003–2006 роках, мільярди доларів США

Базові інструменти/ деривативи	Умовна вартість відкритих позицій (на кінець півріччя)							
	I/2003	II/2003	I/2004	II/2004	I/2005	II/2005	I/2006	II/2006
ВСІ КОНТРАКТИ	***169658***	***197167***	***220058***	***257894***	***281493***	***297670***	***369507***	***415183***
Валютні контракти:	**22071**	**24475**	**26997**	**29289**	**31081**	**31364**	**38091**	**40179**
форварди і FX свопи	12332	12387	13926	14951	15801	15873	19395	19828
валютні свопи	5159	6371	7033	8223	8236	8504	9669	10772
опціони	4580	5717	6038	6115	7045	6987	9027	9579
Контракти відсоткової ставки:	**121799**	**141991**	**164626**	**190502**	**204795**	**211970**	**261960**	**291987**
форварди	10271	10769	13144	12789	13973	14269	18117	18689
свопи	94583	111209	127570	150631	163749	169106	207042	229780
опціони	16946	20012	23912	27082	27072	28596	36800	43518
Контракти на акції:	**2799**	**3787**	**4521**	**4385**	**4551**	**5793**	**6782**	**7485**
форварди і свопи	488	601	691	756	1086	1177	1430	1764
опціони	2311	3186	3829	3629	3464	4617	5351	5721
Товарні контракти:	**1040**	**1406**	**1270**	**1443**	**2940**	**5434**	**6394**	**6938**
на золото	304	344	318	369	288	334	456	463
на інші товари:	736	1062	952	1074	2652	5100	5938	6475
форварди і свопи	458	420	503	558	1748	1909	2188	2813
опціони	279	642	449	516	904	3191	3750	3663
Свопи кредитного дефолту	–	–	–	**6396**	**10211**	**13908**	**20352**	**28838**

Загалом ***інвесторів світового строкового ринку*** можна класифікувати за різними критеріями. З погляду їхніх інвестиційних намірів інвесторів можна поділити на три основні категорії:

1. Інвесторів, які укладають угоди з метою страхування своїх активів (хеджери).

2. Інвесторів, які намагаються заробити на сприятливих для них ринкових змінах цін (спекулянти).

3. Інвесторів, які здійснюють арбітражні операції (арбітражери).

З іншого боку, учасників строкового ринку можна поділити на дві групи:

- неінституціональних інвесторів (фізичні особи, інститути спільного інвестування тощо);
- інституціональних інвесторів (інвестиційні та універсальні банки, пенсійні фонди, інвестиційні фонди, страхові компанії тощо).

Зрозуміло, що друга група відіграє на строковому ринку провідну роль, зважаючи на свої фінансові можливості. Натомість згідно із статистичними даними Банку міжнародних розрахунків, які стосуються учасників строкового ринку, їх поділяють згідно з іншими критеріями. А тому розрізняють (див. рис. 1.2.3):

– дилерів, які звітують;

– інші фінансові інституції;

– нефінансові інституції.

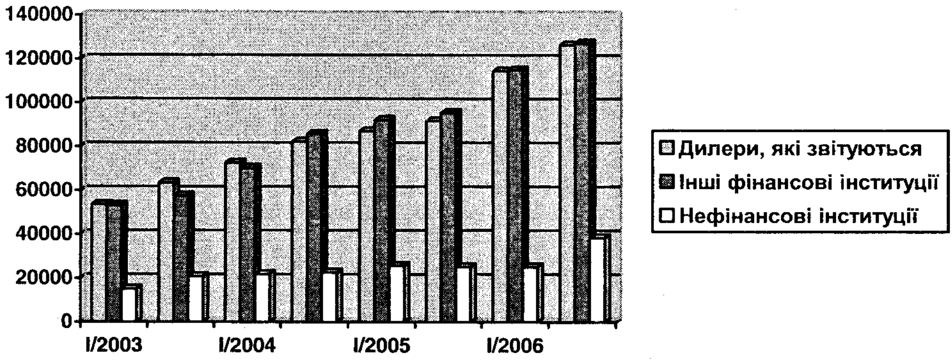

Рис. 1.2.3. Умовна вартість відкритих позицій позабіржових відсоткових деривативів у 2003–2006 роках (за контрагентами), мільярди доларів США

В останні роки інвестиційні банки, діючи на замовлення своїх клієнтів, створюють багато нових похідних інструментів. Здебільшого такі інструменти не стають предметами біржового обігу, а продаються інституціональним інвесторам на позабіржовому ринку або додаються до нових емісій акцій чи облігацій. Деякі з цих інструментів схожі на опціони та ф'ючерси, які обертаються та оцінюються на фондових біржах. Однак велика група деривативів є набагато складнішою в оцінюванні. Сьогодні можливості створення нових інструментів є практично необмеженими.

Одним із таких нововведень, наприклад, є контракт на верхню межу відсоткової ставки (interest rate caps), який ще називають опціоном cap. Такі контракти стали дуже популярними на позабіржових ринках. Вони страхують інституціональних позичальників від зростання плаваючих відсоткових ставок за кредитами вище від встановленої межі. Таку межу називають верхньою границею (cap rate). У ситуації, коли відсоткова ставка перевищує встановлену границю, емітент зобов'язаний виплатити утримувачу контракту різницю між фактичною відсотковою ставкою і встановленим граничним значенням. Отже, контракти на верхню межу відсоткової ставки гарантують інституціональному позичальнику, що виплачувані ним відсотки за кредитом не перевищать верхнього граничного значення. Трапляються також похідні інструменти, котрі гарантують, що середня відсоткова ставка за позикою упродовж усього терміну дії контракту не перевищить зазначеної верхньої межі.

Практично немає обмежень щодо інновацій на ринку похідних інструментів. Сьогодні до основних змінних, які є базовими активами деривативів, необхідно зарахувати ціни акцій, індекси ринків акцій, відсоткові ставки, курси валют та ціни товарів. Окрім них, базовими активами можуть бути будь-які величини, які змінюються у часі. Варто згадати, наприклад, фірму, що обслуговує лижні траси. Ця фірма випустила облігації, дохідність яких залежала від випадання снігу на лижному курорті. Цікавим також є приклад банку, який запропонував клієнтам депозити під відсоткову ставку, залежну від успіхів місцевої футбольної команди [139, с. *15*].

Як уже згадувалося, систематичний обіг опціонними контрактами розпочався у 1973 році у Сполучених Штатах Америки. Відтоді загальний обсяг обороту опціонів на усіх біржових ринках (табл. 1.2.4) і поза ними (рис. 1.2.4) досяг мільярдів доларів на день і сьогодні цей ринок є одним із найбільших за обсягом операцій ринком, який розвивається доволі динамічно.

Таблиця 1.2.4

Середній денний оборот опціонів, проданих на організованих біржах у 2005–2007 роках (за локалізацією), кількість контрактів у мільйонах

Тип опціонного контракту/ локалізація	Середній денний оборот (поквартально)						
	4 кв. 2005	1 кв. 2006	2 кв. 2006	3 кв. 2006	4 кв. 2006	1 кв. 2007	2 кв. 2007
Фінансові контракти:	**947.4**	**1018.7**	**998.2**	**926.5**	**825.1**	**1105.3**	**1149.2**
Північна Америка	105.7	135.1	167.9	149.9	137.9	164.7	179.5
Європа	94.4	115.0	131.0	114.1	118.8	160.7	156.3
Азія і Тихоокеанський басейн	721.7	738.0	670.8	630.2	538.4	742.4	774.0
Інші ринки	25.6	30.7	28.5	32.2	30.1	37.5	39.3
Товарні контракти:	**17.5**	**23.9**	**25.7**	**28.2**	**27.8**	**33.4**	**32.6**
Ринок США	14.1	20.7	23.4	26.4	25.4	30.8	29.7
Інші ринки	3.4	3.2	2.2	1.8	2.4	2.6	2.9

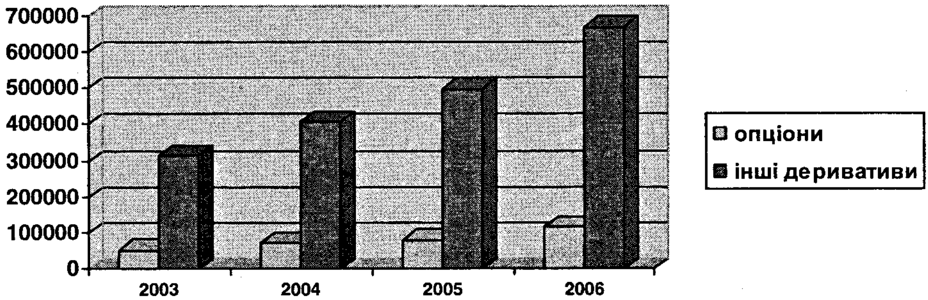

Рис. 1.2.4. Умовна вартість опціонів та інших деривативів, проданих на світовому позабіржовому ринку у 2003–2006 роках, мільярди доларів США

Натомість в Європі та Азії ринки опціонів розпочали діяльність на 10 років пізніше, а тому пов'язані з ними фінансові успіхи є ще не дуже істотними. Наприклад, у нашого найближчого західного сусіда – Польщі опціони є наймолодшими деривативами, які котируються на Варшавській біржі цінних паперів, починаючи з 22 жовтня 2003 року. Це опціонні контракти на фондовий індекс WIG20. В Україні ситуація, пов'язана з опціонними контрактами, є доволі проблематичною. Згідно з даними Державної комісії з цінних паперів та фондового ринку України [233] станом на 01.01.2006 р. у нашій країні було зареєстровано випусків опціонів лише на суму 470.98 млн. грн. (табл. 1.2.5).

Таблиця 1.2.5

Обсяги та кількість зареєстрованих в Україні опціонів у 2000–2005 роках

Рік	Обсяг, млн. грн.	Відносна зміна, % [приріст(+), спадання(-)]	Кількість, тис. шт.	Відносна зміна, % [приріст(+), спадання(-)]
2000	23.10		230.50	
2001	57.76	150.04	228.20	-1,00
2002	17.67	-69.41	43.30	-81.03
2003	99.69	464.18	315.43	628.48
2004	112.21	12.55	12375.28	3823.31
2005	160.55	43.09	4561.14	-63.14
Разом	**470.98**		**17753.85**	

Однак обнадійливим є те, що кількість опціонів на строковому ринку України хоч і повільно, але зростає. Проте загальна тенденція на вітчизняному ринку деривативів є невтішною. Їхня частка у загальній кількості укладених угод є незначною і становить останнім часом менше ніж 1 % (рис. 1.2.5).

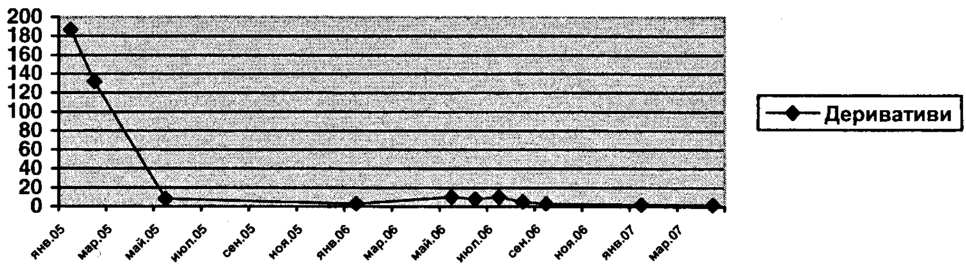

Рис. 1.2.5. Обсяг укладених угод з деривативами на організаторах торгівлі в Україні у 2005–2007 роках (за місяцями), мільйони гривень

Ринок нестандартних деривативів

Більшість опціонів, які є в обігу на вітчизняному ринку, мають стандартний тип. Однак опціони стандартного типу не завжди задовольняють очікування усіх суб'єктів, які намагаються обмежити свій фінансовий ризик. Передусім, з огляду на їхню високу ціну, а також через відсутність можливості еластично пристосовувати їх до конкретних потреб інвесторів. У зв'язку з цим з часом почали з'являтися наступні їхні різновиди, функції виплати яких дещо відрізняються від функції виплати стандартних опціонів (vanilla options). Такі деривативи називаються екзотичними, або нестандартними опціонами (exotic options).

Опціонний контракт, котрий гарантує іншу структуру доходу, ніж стандартні американські чи європейські опціони купівлі та продажу, називається ***екзотичним*** [139, с. *457*]. Більшість екзотичних опціонів є предметами обігу на позабіржовому строковому ринку. Вони краще ніж стандартні опціони відповідають потребам інвесторів, які прагнуть застрахуватися від несприятливих змін цін базових інструментів, а також потребам інвесторів, котрі намагаються використати сприятливі для них зміни майбутніх цін для отримання високих прибутків [29].

Початок торгівлі нестандартними деривативами можна датувати навіть 1966 роком, коли було зареєстровано перші трансакції з бар'єрними опціонами [172, с. *4*]. Однак до 1973 року торгівля цими похідними інструментами відбувалася тільки на позабіржовому ринку. Створені в середині 70-х років XX ст. біржі деривативів швидко перейняли більшу частину оборотів, оскільки інвесторів приваблювала безпека та ліквідність торгівлі стандартизованими опціонними контрактами. Наприклад, у 60-ті роки XX століття у США продавалося понад 10 тисяч новоемітованих позабіржових опціонів на рік, у 1972 році було виставлено на продаж вже близько 20 тисяч опціонних контрактів, а у 1973 році, коли була заснована CBOE, вона продала 110 тисяч, а роком пізніше 1,8 млн. опціонів [112, с. *42–43*]. Ці диспропорції ще більше посилюються разом із розвитком похідних інструментів в усьому світі. Однак до кінця 80-х років XX ст. трансакції з екзотичними похідними інструментами здійснювалися надзвичайно рідко.

Під кінець 80-х років XX ст. тенденція змінилася на протилежну. Те, що спочатку вважалося перевагою біржової торгівлі опціонами, поступово перетворювалося на її недолік. Стандартизація біржових контрактів не могла виконати усіх вимог інвесторів, котрим необхідні були такі деривативи, які б давали змогу, з одного боку, страхуватися від ризику, що був наслідком їхньої діяльності на багатьох ринках одночасно, а з іншого боку – займати таку позицію на ринку, яка б забезпечувала чітко визначену, нестандартну структуру доходу. Саме такі вимоги стали поштовхом до розвитку різних форм нестандартних опціонів, які були б краще пристосовані до індивідуальних потреб інвесторів.

Окрім можливості кращого пристосування до бажаного профілю ризику і доходу, екзотичні опціони є еластичнішими інструментами, з погляду терміну їхнього погашення та ціни їхнього виконання. Переважна більшість біржових опціонів має термін дії, що не перевищує одного року (рідше трапляється – до 2, 3, 5 років [108, с. *11–13*]), тоді як інвестори можуть мати намір забезпечити свою позицію на тривалішу перспективу. Під час хеджування такої позиції короткостроковими біржовими контрактами інвестор наражається на значний ризик відновлення стратегії страхування (rollover risk). Якщо ж йдеться про ціну виконання, то біржа нав'язує декілька цін виконання, зазвичай близьких до актуального ринкового курсу базового інструменту, що не завжди задовольняє інвесторів. Отже, інвестор, який має чітко визначений прогноз на майбутнє щодо заданого базового інструменту і намагається зайняти довгу позицію у дешевому опціоні, що тепер перебуває в позиції „глибоко без грошей", може не знайти відповідного опціону на біржовому ринку.

Усі стандартні опціони мають багато спільних рис, а саме:

– базовий інструмент для кожного контракту є лише один;

– термін дії опціону починається у момент укладання (підписання) опціонного контракту;

– тільки різниця між ціною виконання і ринковою ціною базового інструменту у момент реалізації контракту формують дохід за стандартним опціоном;

– у момент укладання опціонного контракту наперед відомо його тип, тобто чи це є опціон купівлі, чи опціон продажу, а також стиль виконання – європейський чи американський.

З цього випливає, що стандартний біржовий опціонний контракт не дає змоги еластично формувати його умов, з чим пов'язані недоліки цих деривативів. Кожен із різновидів екзотичних опціонів намагається подолати жорсткість згаданих умов.

У 80-ті роки XX ст., коли біржовий ринок стандартних опціонів достатньо розвинувся, поява на ньому екзотичних опціонів стала наступним етапом його розвитку. Інвесторам необхідні були інструменти, які б відповідали їхнім індивідуальним потребам. Спочатку були спроби отримати бажаний результат за допомогою лінійного поєднання стандартних біржових опціонних контрактів. Однак реалізація такої стратегії, з іншого боку, вимагала значних коштів, а з іншого – не давала бажаних результатів щодо профілю ризику та доходу. Отже, виникли передумови для створення нових форм похідних інструментів. Екзотичні опціони давали набагато більшу еластичність, до того ж часто бували значно дешевшими від різних комбінацій стандартних опціонів. Тобто сформувався певний попит на такі деривативи. Внаслідок цього на початку 90-х років XX ст розпочалося динамічне зростання обсягів обороту екзотичними опціонами та поява нових, складніших їхніх форм. Розвиток цього сегменту строкового ринку фундаментально змінив світові фінансові ринки.

Однак основним поштовхом до динамічного розвитку ринку опціонів, на думку багатьох вчених, була поява у 1973 році моделі Блека–Шоулса (Black–Scholes), на підставі якої почала дуже швидко розвиватися теорія оцінювання опціонів. Відтоді основні методи оцінювання, розроблені для стандартних європейських опціонів, виставлених на акції, на які не виплачуються дивіденди, були значно розширені. Розробки велися, передусім, у напрямку наближення моделі до реальності через відкидання доволі строгих і нереальних припущень. Так з'явилися нові моделі, серед яких на особливу увагу заслуговують:

- модель Мертона (Merton), яка враховує дивіденди та змінну відсоткову ставку;
- модель Інґерсолла (Ingersoll), що враховує оподаткування;
- модель Торпа (Thorpe), яка обмежує короткий продаж;
- модель Кокса (Cox) і Росса (Ross) для не неперервних змін цін базового інструменту;
- модель Джерроу (Jarrow) і Радда (Rudd) для базових активів, розподіл цін яких відрізняється від логарифмічно-нормального закону.

Були також опрацьовані розширення моделей на опціони з іншими, ніж акції, первинними інструментами, а саме:

- моделі Блека (Black) – на опціони, виставлені на ф'ючерсні контракти;
- моделі Ґармана (Garman) і Колхаґена (Kohlhagen) – на валютні опціони;
- моделі Ґраббі (Grabbe) – на валютні опціони.

З'явилися також моделі для оцінювання нових екзотичних опціонів, зокрема:

- модель Ґеске (Geske) – для „складених опціонів";
- модель Ґолдмана (Goldman) і Сосіна (Sosin) – для „зворотних опціонів";
- модель Ґато (Gato) – для „зворотних опціонів";
- модель Марґрабі (Margrabe) – для „опціонів обміну";
- модель Стульца (Stulz) – для „опціонів на максимум або мінімум двох базових інструментів".

Використовуючи згадані вище моделі, вже наприкінці 80-х років XX ст. найбільші фінансові інституції були здатні запропонувати ринку цілу низку нових екзотичних похідних інструментів. Для оцінювання багатьох із них існували точні аналітичні рівняння, натомість для інших були розроблені доволі складні процедури обчислень приблизних теоретичних значень. Більше того, поява ефективних та швидкодійних інформаційних систем, а також підвищення рівня знань в області похідних інструментів давали змогу одночасно аналізувати величезну кількість даних, що полегшувало процедури управління ризиком деривативів [53]. Так сформувалася друга сторона ринку екзотичних опціонів, тобто їхня пропозиція.

Отже, на початку 90-х років XX століття на ринку склався попит на опціонні екзотичні інструменти та їхня пропозиція. Це привело до динамічного зростання обсягів обороту, ліквідності цих інструментів та підвищення їхньої складності.

Підсумовуючи, як причини такого стану справ необхідно відзначити [21, 27]:

– все більшу здатність фінансових інституцій до створення складних екзотичних деривативів внаслідок розвитку теорії оцінювання похідних інструментів та стратегій хеджування;

– нижчу вартість екзотичних опціонів порівняно зі структурами, які є лінійною сумою стандартних опціонів;

– вищу еластичність екзотичних опціонів і краще їхнє пристосування до індивідуальних потреб інвесторів, ніж у разі стандартних опціонних контрактів;

– потенційний дохід з інвестицій у деривативи зазвичай перевищує потенційний дохід з інвестицій безпосередньо у базові інструменти, які покладено в основу таких деривативів;

– поширення інформації та поглиблення знань користувачів похідних інструментів, котрі управляють ризиком на підприємствах та в інвестиційних компаніях, розуміють складний профіль ризику своїх позицій, а тому намагаються шукати відповідні способи страхування ризику за допомогою нестандартних похідних інструментів;

– дедалі гострішу конкуренцію на ринку фінансових інституцій у 90-ті роки XX ст., яка призвела до необхідності впровадження нових форм деривативів, зокрема екзотичних опціонів, з метою залучення ширшого кола клієнтів;

– високу дохідність таких деривативів у разі правильних прогнозів інвестора щодо розвитку ринкової ситуації у майбутньому.

Сьогодні ринок нестандартних деривативів є сегментом світового строкового ринку, який розвивається найдинамічніше. Кількість інструментів, що з'являються, є величезною, а креативність фінансових інституцій у цій сфері не має меж. Для кожного клієнта фінансові інституції здатні приготувати декілька альтернативних варіантів, які б відповідали його потребам. Деякі варіанти приймаються і поширюються, а інші можуть використовуватися один або декілька разів, а потім з різних причин зникають як небезпечні або неефективні.

Дослідження показали, що український фондовий ринок лише тестує перші деривативи, зокрема ф'ючерси та опціони. Хоч їхня частка, за даними Державної комісії з цінних паперів та фондового ринку України, є ще незначною [233], однак у триваліший перспективі вони мають великий потенціал застосування, оскільки розвиток ринку похідних інструментів приводить до:

– підвищення ефективності та ліквідності фінансового ринку загалом;

– зростання кількості придатних для використання інвестиційних стратегій на фондовому ринку;

– швидшого поширення інформації та легшого до нього доступу для широкого загалу учасників ринку;

– зниження коштів фінансових трансакцій;
– розсіяння ризику, який неодмінно супроводжує фінансові інвестиції.

Поява та розвиток ринку деривативів спрямовують фінансовий ринок до ефективності у сенсі Парето (Pareto) [103, с. *427–474*]. Місце деривативів на ринку фінансових інструментів ілюструє рис. 1.2.6.

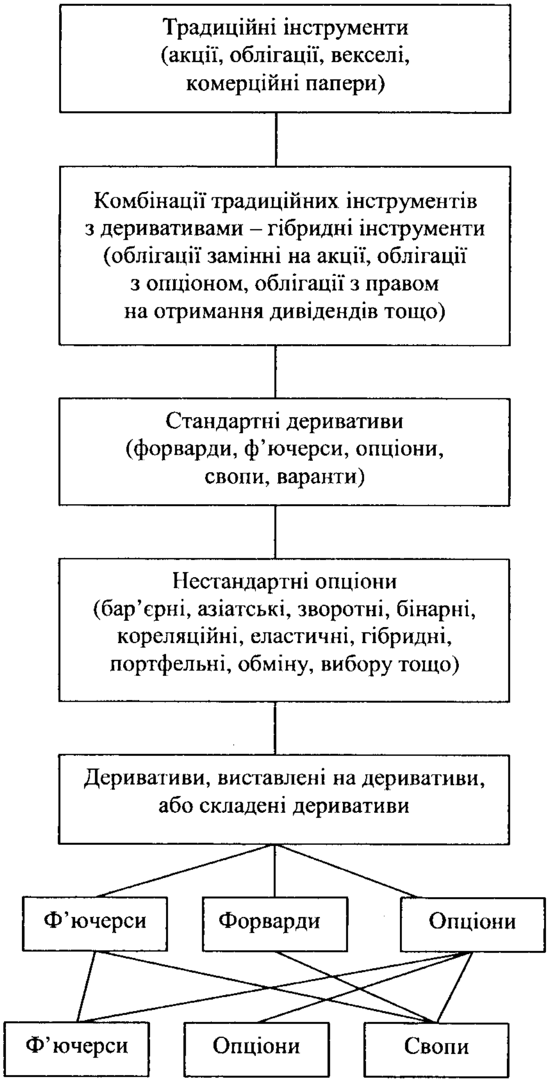

Рис. 1.2.6. Місце деривативів на ринку фінансових інструментів

На думку американських спеціалістів, на сучасному строковому ринку є понад 1200 різних видів похідних інструментів [210, с. *56*], які полегшують банкам, інвестиційним та пенсійним фондам, різноманітним фірмам та іншим інвесторам контроль над ризиком. Користь від використання таких інструментів є значно вищою від небезпеки, з ними пов'язаної. Власне процедури хеджування мають значний вплив на розвиток підприємництва, яке завжди було пов'язане з різними формами ризику. Саме інновації на фінансовому ринку, які проявлялися у вигляді нових фінансових інструментів та нових видів операцій, привели до того, що фінансовий ринок став неодмінним елементом у підприємницькій діяльності [27]. Це пояснюється тим, що нові види похідних інструментів не тільки страхують суб'єктів господарської діяльності від надмірного ризику, але й підвищують маневреність підприємств у сфері фінансів.

Зміни, які відбуваються у різних структурах фінансових систем, а також все більша їхня конвергенція значною мірою пояснюються впливом та абсорбцією фінансових інновацій. Крім того, дерегуляція більшості фінансових ринків сприяла експансії чергових форм деривативів, які поступово з'являлися на строковому ринку. Зазначимо, що впровадження інноваційних форм похідних інструментів у біржовий обіг, у зв'язку з чим вони були стандартизовані, привело до зменшення трансакційних витрат інвесторів, зниження їхнього ризику, а також підвищення ліквідності цих деривативів.

Ще одним чинником, який свідчить на користь впровадження в обіг похідних інструментів, є наявність ефекту важеля (левериджу) під час застосування таких інструментів, що дає змогу за невисоких витрат капіталу отримати значні доходи. Дія ефекту важеля у теорії похідних інструментів є аналогічною до ефекту важеля у класичному фінансовому аналізі. Особливо велике значення має цей ефект у поясненні популярності опціонних контрактів. На відміну від інших строкових контрактів, максимальні витрати, пов'язані з придбанням опціонів, обмежуються розміром сплаченої опціонної премії, тоді як існує можливість отримання значних прибутків за порівняно малих змін ціни базового інструменту. Отже, ефект важеля є одним із мотивів придбання інвесторами опціонних контрактів.

Деривативи відіграють позитивну роль у створенні „прозоріших" фінансових ринків. Завдяки можливості здійснення арбітражних операцій вони здатні поєднати окремі фінансові ринки у єдиний фінансовий механізм. У таких умовах зростає значення інформації, але не тільки тієї, яка стосується ринкових змін, але й тієї, яка стосується знань щодо усіх потенційних можливостей новостворених фінансових інструментів. У зв'язку з цим все більшого значення набувають знання і кваліфікація працівників фірм та фінансових установ, яким необхідно вміти аналізувати отриману інформацію, на її підставі створювати правильні прогнози і вміло використовувати можливості деривативів. Варто підкреслити, що нові фінансові інструменти характеризуються складнішими формами, а для їхнього оцінювання та грамотного застосування необхідно володіти знаннями не тільки у галузі економії та фінансів, але й також з математики та програмування [27, 53].

Однак попри всі переваги, якими характеризуються похідні фінансові інструменти, не можна забувати, що інвестиції в такі інструменти, як і в будь-які інші, пов'язані з деяким ризиком. А тому під час таких інвестицій треба також прогнозувати ступінь ризику та його види, які можуть загрожувати інвестору [23].

Усі види фінансових інструментів можна поділити на інструменти з симетричним та асиметричним ризиком. У першому випадку укладення контракту такого типу викликає появу зобов'язань з обох сторін. Це означає, що у терміни, визначені контрактом (терміни розрахунку), завжди спостерігається додатний грошовий потік. До цієї групи належать передусім контракти форвард, ф'ючерс і своп (swap). Своєю чергою, у похідних контрактах з асиметричним ризиком грошові потоки у терміни, визначені контрактом, не завжди відзначаються. Це пов'язано з тим, що контракт другого типу є правом для однієї сторони, а зобов'язанням – для другої. До цієї групи інструментів належать опціони, варанти, облігації з правом підписки на акції (bond with stock subscription right), права *придбання акцій (right to purchase shares).*

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

Похідні фінансові інструменти – це інноваційні форми інструментів строкового ринку, які виконують три основні функції: функцію страхування, тобто інвестори використовують такі інструменти з метою страхування від зростання або зниження вартості первинного інструменту; спекулятивну функцію, яка полягає у тому, що інвестори спекулюють з метою отримання фінансової вигоди від зростання або зниження вартості первинного інструменту; функцію забезпечення інвесторам бажаної структури доходів.

Стосовно ризику, пов'язаного з інвестиціями у похідні інструменти, можемо виділити дві основні їхні групи: похідні інструменти з симетричним ризиком та похідні інструменти з асиметричним ризиком. До першої з груп належать похідні інструменти, які ґрунтуються на ф'ючерсних контрактах, до яких зараховуємо, крім власне ф'ючерсів, також контракти форвард і своп. До другої – похідні інструменти, які ґрунтуються на опціонах, до яких необхідно зарахувати опціони купівлі, опціони продажу, підписні та опціонні варанти, а також та різні їхні комбінації. Дослідження показали, що ф'ючерси є винятково біржовими інструментами, тоді як опціони продаються як на біржовому, так і на позабіржовому ринках.

Аналіз становлення та розвитку строкових ринків показав, що сьогодні існують три основні способи торгівлі деривативами, а саме: позабіржова торгівля, торгівля у біржовій залі у вигляді відкритих торгів з оголошенням котирувань, торгівля з використанням систем автоматизованого пошуку оферт, що збігаються.

Сучасна біржа – це інституціонально організований ринок, на якому відбувається купівля–продаж товарів, цінних паперів та інших фінансових інструментів, згідно із встановленими правилами. Біржові контракти, як правило, стандартизовані за усіма параметрами, окрім ціни. Основними похідними інструментами біржового обігу є ф'ючерси та опціони. Біржові ціни є прозорими і загальнодоступними. Головне завдання біржі – створення безпечного торговельного середовища. Біржі видають дозволи на участь у торгах і встановлюють правила, які регулюють порядок торгівлі, вирішення спірних питань між учасниками біржових торгів тощо. Багато бірж використовують системи автоматичного порівняння оферт для підтримання і продовження торгової сесії. Предметами біржового обігу є ф'ючерси та опціони.

Сучасні позабіржові ринки – це ринки, у яких немає конкретного місця перебування, на яких торгівля регулюється менш строго і які можуть бути, за своїм характером, міжнародними. Угоди на них укладаються безпосередньо між принципалом і дилером по телефону або через комп'ютерну мережу, на відміну від торгів у біржовій залі. Предметами обігу на позабіржовому ринку є: форварди, опціони, свопи, кредитні та погодні деривативи.

Аналіз світового ринку деривативів свідчить, що сьогодні до основних змінних, які є базовими активами деривативів, належать ціни акцій, фондові індекси, відсоткові ставки, курси валют та ціни товарів, причому за обсягами укладених угод переважають фінансові деривативи, на які припадає понад 90 % від загальної вартості біржових та позабіржових контрактів.

Важливо відзначити, що біржовий та позабіржовий способи продажу фінансових інструментів істотно відрізняються між собою, зокрема, предметами обігу, ліквідністю, способом та термінами розрахунку між сторонами контрактів, прозорістю інформації щодо параметрів контрактів та учасників ринку тощо. Саме цим пояснюється деяка відмінність у видах деривативів, які перебувають в обігу на біржовому та позабіржовому ринках.

Як показали дослідження, в останні десятиліття на строковому ринку з'явилися і надалі з'являються інноваційні форми деривативів, такі, як екзотичні опціони, кредитні та погодні деривативи. Опціонний контракт, котрий гарантує іншу структуру доходу, ніж стандартні опціони, вважаємо нестандартним або екзотичним. Більшість екзотичних опціонів є предметами обігу на позабіржовому строковому ринку. Вони краще ніж стандартні опціони відповідають потребам інвесторів, які прагнуть застрахуватися від несприятливих змін цін базових інструментів, а також потребам інвесторів, котрі намагаються використати сприятливі для них зміни майбутніх цін з метою отримання високих прибутків.

Розділ 2. ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСАД ТА МОДЕЛЕЙ ЦІНОУТВОРЕННЯ СТАНДАРТНИХ ОПЦІОНІВ

2.1. Механізми дії ринків опціонних контрактів

Опціонний контракт дає право, але не зобов'язує купувати (опціон „call" – „кол") або продавати (опціон „put" – „пут") визначений базовий інструмент або актив за визначеною ціною – ціною виконання (strike price) – на визначену майбутню дату – дату закінчення дії (maturity date) – або до її настання. За отримання такого права покупець опціону сплачує його продавцю опціонну премію. Коротку історію існування опціонів подано у табл. 2.1.1 [4, с. *16*].

Таблиця 2.1.1

Коротка історія опціонів

Роки	Події
30-ті роки XVII століття	Поява у Голландії прообразу опціонів у вигляді контрактів на цибульки тюльпанів („тюльпаноманія")
20-ті роки XIX століття	На Лондонській фондовій біржі з'явилися перші опціони на акції
60-ті роки XIX століття	У США почав функціонувати позабіржовий ринок опціонів на товари та акції
70-ті роки XX століття	Поява моделі Блека–Шоулса для оцінювання стандартних опціонів купівлі європейського стилю виконання

Опціони можуть бути предметами обігу як позабіржового, так і біржового ринку деривативів. Торгівля опціонами на біржі у багатьох аспектах нагадує торгівлю ф'ючерсами, які є суто біржовими похідними інструментами. У торгівлі опціонами застосовується така сама система розрахунків і поставок за контрактами. Покупці та продавці біржових опціонів можуть закривати свої позиції укладанням офсетних угод до моменту закінчення терміну дії опціонного контракту аналогічно до того, як це відбувається під час біржових ф'ючерсних контрактів. Як і інші деривативи, опціони можуть використовуватися учасниками ринку з метою:

– хеджування і захисту від несприятливих змін цін базового інструменту;
– спекуляції на зростанні або зниженні ринкової ціни базового інструменту;
– здійснення арбітражних операцій на різних ринках і з різними інструментами.

Первинними (базовими) інструментами опціонних контрактів може бути широкий спектр фінансових інструментів та товарно-сировинних продуктів. Відомі такі основні види опціонів:

1. Відсоткові (опціони на відсоткові ф'ючерси, на угоди про майбутню відсоткову ставку, на відсоткові свопи, на облігації, на депозити).
2. Валютні (опціони на готівкову валюту, на валютні ф'ючерси, на крос-курс).

3. Фондові (опціони на акції, на фондові індекси, на індексні ф'ючерси).
4. Товарні (на фізичні товари і сировину, на товарні ф'ючерси).

Продавцями опціонів зазвичай є маркет-мейкери, котрі розраховують на те, що наявна інформація про ринок деривативів та механізми прогнозування цін на ньому дадуть змогу їм мінімізувати опціонні ризики. Більшість біржових опціонів мають американський стиль виконання. Натомість позабіржові опціони переважно характеризуються європейським стилем виконання. Американські опціони зазвичай дорожчі від європейських, оскільки характеризуються більшою еластичністю щодо термінів реалізації прав утримувача опціону.

Опціони, так, як і ф'ючерси, хеджери купують для управління ризиками, тобто з метою зменшення або ліквідації впливу несприятливих змін цін на базовому ринку. Однак, на відміну від ф'ючерсів, опціони, з одного боку, забезпечують захист їх власників, а з іншого – зберігають для них можливості отримання вигоди у разі сприятливого руху ціни на базовий інструмент. Другою стороною в опціонному контракті виступає продавець. На ринку опціонів функціонують п'ять видів продавців опціонів, а саме:

1) маркет-мейкери;
2) виробники;
3) споживачі;
4) спекулянти;
5) арбітражери.

Маркет-мейкери управляють ризиком своїх позицій, продаючи та купуючи опціони, котируючи двосторонні ціни. Вони забезпечують ліквідність ринків і отримують прибуток з незначних різниць між цінами купівлі та продажу опціонних контрактів. Виробники зазвичай займають довгу позицію у базовому інструменті, тобто мають його у наявності. У разі продажу опціону „кол" вони беруть на себе зобов'язання поставити базовий інструмент, який є їхньою власністю. Для споживачів, натомість, характернішою є коротка позиція у базовому інструменті, тобто його відсутність. У разі продажу опціону „пут" вони беруть на себе зобов'язання купити базовий інструмент. Спекулянти, своєю чергою, купуючи і продаючи опціони, переймають на себе ризик, якого намагаються позбутися хеджери. Спекулянти, використовуючи свої знання ринку, прогнозують майбутню поведінку цін і, зважаючи на це, застосовують такі стратегії, які б були для них прибутковими. Натомість саме арбітражери забезпечують високу ліквідність опціонних ринків. Вони отримують прибуток у результаті гри на різницях цін при одночасній купівлі–продажу подібних опціонів або базових інструментів.

Зміст та основні види опціонних контрактів

Досліджували сутність та основи функціонування опціонних контрактів багато зарубіжних та вітчизняних науковців. Наприклад, Л.О. Примостка вивчає макроекономічні аспекти функціонування фінансових деривативів, теоретичні основи їхнього бухгалтерського обліку, а також концептуальні засади та методику аналізу операцій хеджування [70]. Автор дає таке визначення опціонного контракту. Опціон – це угода, яка надає покупцеві опціону право (але не зобов'язання) на купівлю чи продаж фінансових інструментів за фіксованою ціною протягом деякого періоду або на визначену дату у майбутньому в обмін на опціонну премію [70, *с. 44*]. Автор також дає визначення валютного опціону та опціону відсоткових ставок, зокрема опціонів cap, floor, collar.

О.М. Сохацька досліджує суть торгівлі опціонами [74]. Автор у такий спосіб визначає опціон: „опціон – це контракт, який передбачає для його покупця право купити або продати зазначений у ньому актив у визначений час в майбутньому за ціною, погодженою в момент укладання контракту в обмін на сплату продавцеві премії" [74, *с. 136*].

В.М. Шелудько дає таке визначення опціону: „Опціон – один із видів строкових угод, які можуть укладатися як на біржовому, так і позабіржовому ринках. Залежно від прав, що надаються власнику (покупцю) опціону, останні поділяють на опціони PUT – „на продаж" та CALL – „на купівлю" [80, *с. 135*].

Узагальнюючи здійснені дослідження, а також враховуючи появу на строкових ринках екзотичних опціонів, кредитних опціонів та погодних опціонів, дамо визначення опціонного контракту. **Опціонний контракт** – це біржова або позабіржова угода, яка надає покупцю опціону за відповідну оплату право: або на купівлю (опціон типу call)/продаж (опціон типу put) певної кількості базового інструменту (активу, товару або сировини) за наперед визначеною ціною; або на отримання деякої змінної/фіксованої суми, обчисленої на підставі погодженої формули, залежної від значень деяких індексів або параметрів, в узгоджений між сторонами момент/період часу у майбутньому, та зобов'язує продавця опціону реалізувати його на вимогу покупця.

У зв'язку з наведеним означенням опціони можемо поділити на опціони типу *купівлі*, які надають право купити базовий інструмент у особи, яка виставила опціон на продаж, та опціони типу *продажу*, які підтверджують право їхнього власника продати базовий інструмент особі, яка цей опціон виставила на продаж і зобов'язана його реалізувати на вимогу власника опціону. Покупець (власник, утримувач) опціону (holder) сплачує у момент його придбання продавцю (емітенту) опціону (writer) деяку грошову суму, яку називають ціною опціону, або опціонною премією (option premium).

Опціонні контракти істотно відрізняються від форвардних, ф'ючерсних та свопових контрактів. Покупець опціону має право, але не обов'язок, на виконання певної операції, визначеної умовами опціонного контракту. Продавець опціону, своєю чергою, має обов'язок на виконання такої операції на вимогу покупця опціону. Натомість у разі ф'ючерсного, форвардного та свопового контрактів як покупець строкового контракту, так і його продавець зобов'язані виконувати умови підписаного контракту, оскільки такі деривативи є двосторонніми деклараціями виконання певних зобов'язань. Наступна відмінність полягає у тому, що укладення ф'ючерсної, форвардної та свопової угод не пов'язано з жодними початковими витратами, не враховуючи евентуальних втрат від неприбуткового розміщення деякої грошової суми як депозитного забезпечення виконання строкового контракту у розрахунковій палаті біржі, тоді як укладення опціонної угоди вимагає сплати опціонної премії з боку покупця опціону на користь його продавця.

Як показали дослідження, сьогодні на біржових та позабіржових ринках обертаються опціони, в основу яких покладено ціни акцій, ціни облігацій, значення відсоткових ставок та біржових індексів, валютні курси, ціни товарних ресурсів та сировини, інші деривативи, кредитний ризик, параметри погоди тощо. З огляду на це розрізняємо декілька видів опціонів:

- валютний опціон, в якому базовим інструментом є валютний курс;
- індексний опціон, виставлений на значення фондового індексу;
- відсотковий опціон, створений на основі відсоткових ставок;
- товарний опціон, який залежить від ціни товару або сировини;
- акційний опціон, виставлений на ціни акцій;
- складений опціон, виставлений на інший дериватив;
- змішаний, виставлений на декілька різних активів;
- кредитний опціон, який залежить від рівня кредитного ризику;
- погодний опціон, виставлений на параметри погоди.

Теоретично базовим активом (первинним інструментом) може бути будь-яка величина, яка змінюється в часі, і від змін якої необхідно застрахуватися.

На відміну від ф'ючерсів, форвардів та свопів, які прив'язані лише до одного сегменту строкового ринку, опціони продаються в обох сегментах строкового ринку – і на біржовому ринку, і на позабіржовому.

Стосовно належних власнику опціону прав виокремлюють два типи таких деривативів:

- опціони з правом купівлі базового активу (опціони типу call);
- опціони з правом продажу базового активу (опціони типу put).

Купівля опціону означає прийняття довгої позиції в опціоні, тоді як продаж опціону означає прийняття короткої позиції в опціоні. Залежно від типу опціону розрізняють:

– довгий опціон купівлі або довга позиція в опціоні купівлі;
– короткий опціон купівлі або коротка позиція в опціоні купівлі;
– довгий опціон продажу або довга позиція в опціоні продажу;
– короткий опціон продажу або коротка позиція в опціоні продажу.

Права та обов'язки сторін опціонного контракту, залежно від його типу, схематично показано на рис. 2.1.1.

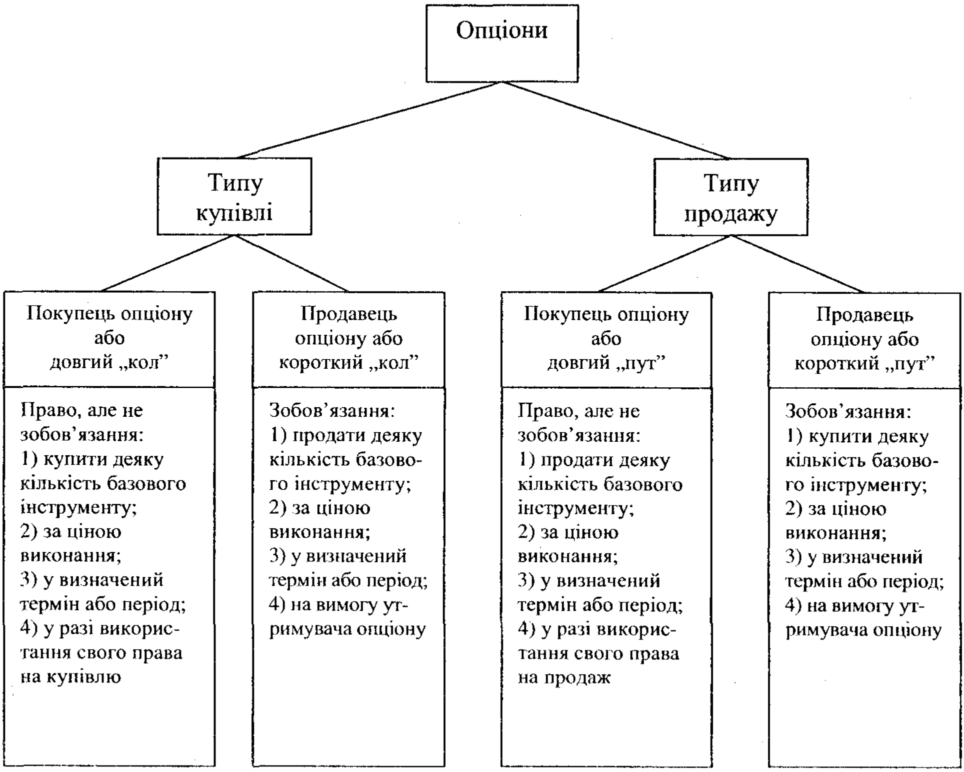

Рис. 2.1.1. Права та зобов'язання сторін опціонного контракту

Окрім цього, із урахуванням критерію часу, тобто моменту виконання опціону, ці деривативи поділяються на:

- опціони з європейським стилем виконання;
- опціони з американським стилем виконання.

Опціони з європейським стилем виконання, які ще називають просто європейськими, можна реалізувати тільки у день їхнього погашення. Натомість опціони американського стилю виконання (або американські опціони) відрізняються від опціонів європейського стилю виконання тим, що власник такого деривативу може його реалізувати у будь-який момент часу у межах терміну дії опціону. Ця різниця є дуже істотною, оскільки утримувач американського опціону може вибрати особливо вигідний момент для його реалізації. Фактично це означає, що американський опціон буде коштувати принаймні стільки само, як і європейський, або й більше. Така закономірність зберігається як для опціонів типу купівлі, так і для опціонів типу продажу. Назви опціонів, – європейський та американський, – мають тільки історичне значення і зовсім не пов'язані з місцем їхнього обігу чи походженням. Більшість опціонних контрактів, які перебувають в обігу на світових фінансових ринках, мають американський стиль виконання. Європейські опціони трапляються порівняно рідше, однак вони мають ту перевагу, що їх легше аналізувати та оцінювати, у зв'язку з чим дуже часто властивості американських опціонів виводяться з властивостей європейських опціонів, за аналогією, з урахуванням деяких відмінностей між ними. До того ж біржовий ринок спеціалізується у торгівлі переважно опціонами американського стилю виконання, тоді як на позабіржовому ринку продаються зазвичай опціони європейського стилю виконання.

Підсумовуючи викладене, дамо коротке визначення описаних видів опціонів. Отже, європейський опціон – це такий опціонний контракт, який можна реалізувати лише в останній день терміну його дії. Натомість американський опціон можна реалізувати у довільний момент між датою його придбання і датою закінчення терміну його дії, з останнім днем включно.

Враховуючи вищесказане, можна стверджувати, що опціон купівлі надає його власнику право купити базовий інструмент за зазначеною в опціонному контракті ціною до/в день закінчення терміну його дії (американський/європейський стиль виконання). Опціон продажу, натомість, надає його власнику право продати базовий інструмент за зазначеною в опціонному контракті ціною до/в день закінчення терміну його дії (американський/європейський стиль виконання). Права та зобов'язання сторін в опціонному контракті, залежно від його типу та стилю виконання, подамо у вигляді табл. 2.1.2.

Таблиця 2.1.2

Права та обов'язки сторін опціонного контракту

Тип опціону	***Стиль виконання опціону***	***Покупець опціону***		***Продавець опціону***	
		Початковий момент часу	***Протягом дії контракту***	***Початковий момент часу***	***Протягом дії контракту***
Опціон з правом купівлі базового активу	Європейський	Платить опціонну премію	Має право на купівлю в останній день дії контракту	Отримує опціонну премію	Зобов'язаний мати відповідну кількість базового активу в останній день дії контракту
	Американський	Платить опціонну премію	Має право на купівлю протягом дії контракту	Отримує опціонну премію	Зобов'язаний мати відповідну кількість базового активу протягом дії контракту
Опціон з правом продажу базового активу	Європейський	Платить опціонну премію	Має право на продаж в останній день дії контракту	Отримує опціонну премію	Зобов'язаний мати відповідну кількість готівки в останній день дії контракту
	Американський	Платить опціонну премію	Має право на продаж протягом дії контракту	Отримує опціонну премію	Зобов'язаний мати відповідну кількість готівки протягом дії контракту

Зазначимо, що усі опціони характеризуються певним терміном дії. Найдовший термін дії звичайного опціону, упродовж якого він є дійсним, сягає дев'яти місяців. Враховуючи критерій часу, розрізняють три важливі терміни для опціонів:

– термін виконання (або реалізації) опціону (exercise date);
– термін розрахунку за опціоном (settlement date);
– термін дії опціону (life time, maturity, expiration date, strike date).

Термін виконання – це термін, протягом якого власник (держатель, утримувач) може реалізувати своє право і виконати опціон. Термін розрахунку – це найчастіше два–три робочі дні, упродовж яких доходить до фактичного розрахунку між сторонами опціонного контракту. Термін дії опціону – це термін, після закінчення якого опціон втрачає чинність, тобто його власник втрачає набуте право на реалізацію цього деривативу.

Опціонна премія – це сума, яку сплачує покупець опціону його продавцю за можливість отримання права на купівлю або продаж базового активу. Опціонна премія є доходом продавця опціону. Натомість доходом (кінцевою виплатою, платежем) покупця є різниця між ринковою ціною базового активу та ціною виконання (strike price), яку ще називають страйковою ціною, або навпаки, залежно від типу опціону (купівлі чи продажу). Варто зазначити, що прибутком покупця опціону буде різниця між отриманим доходом за опціоном та сплаченою у момент його придбання опціонною премією. Здебільшого розрахунок між сторонами опціонного контракту відбувається не через поставку базового активу, а у вигляді грошової суми, яка розраховується на зазначених вище засадах, а її розмір описує функція виплати кожного з цих деривативів.

Функція виплати (розмір доходу) утримувача стандартного опціону матиме вигляд:

– для опціонів з правом купівлі

$$C = \max[S_T - K, 0];$$

– для опціонів з правом продажу

$$P = \max[K - S_T, 0],$$

де K – ціна виконання опціону;

S_T – ціна спот базового активу на момент реалізації опціону.

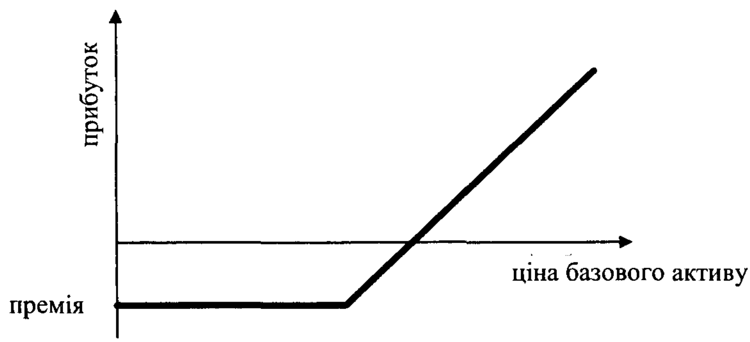

Рис. 2.1.2. Профіль прибутку, пов'язаного із придбанням європейського опціону з правом купівлі

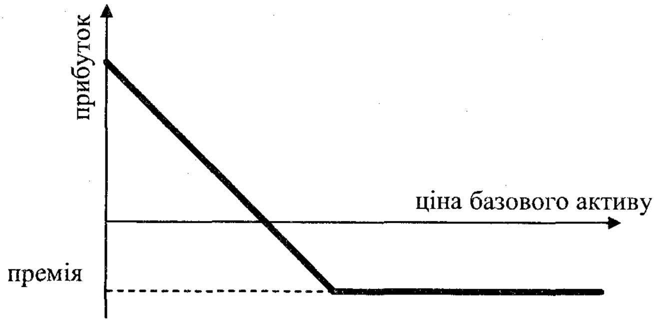

Рис. 2.1.3. Профіль прибутку, пов'язаного із придбанням європейського опціону з правом продажу

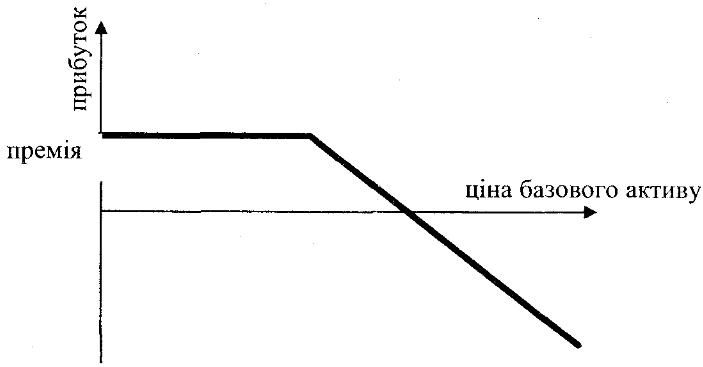

Рис. 2.1.4. Профіль прибутку, пов'язаного з продажем європейського опціону з правом купівлі

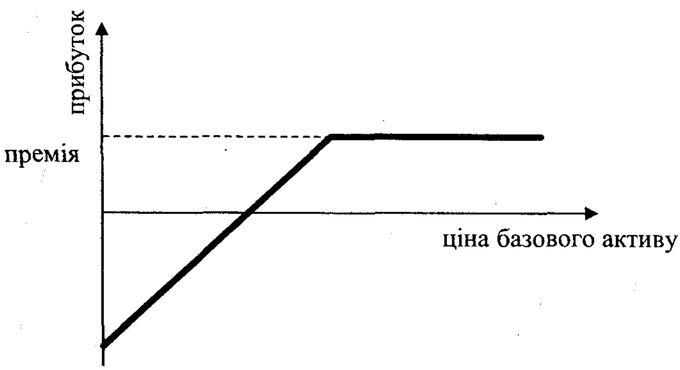

Рис. 2.1.5. Профіль прибутку, пов'язаного з продажем європейського опціону з правом продажу

Враховуючи вищесказане, можемо стверджувати, що опціон є правом, але не обов'язком для його власника, який скористається з цього права, тобто реалізує опціон лише тоді, коли це буде для нього вигідним. Натомість продавець опціону зобов'язаний реалізувати його на вимогу власника опціону. Отже, опціон є одностороннім зобов'язанням і не завжди реалізується, на відміну від ф'ючерсних, форвардних та свопових контрактів, котрі є двосторонніми зобов'язаннями і до їхньої реалізації доходить завжди.

Проаналізуємо вплив факторів на розмір опціонної премії (табл. 2.1.3–2.1.7). Зростання ціни базового інструменту викликає підвищення ціни опціону купівлі і зниження ціни опціону продажу (табл. 2.1.3).

Таблиця 2.1.3

Реакція опціонної премії на зміну ціни базового інструменту

Вид опціону	Зміна ціни базового інструменту	Зміна розміру опціонної премії
З правом купівлі (call)	↑	↑
	↓	↓
З правом продажу (put)	↑	↓
	↓	↑

Натомість у разі підвищення ціни виконання ціна опціону купівлі знижуватиметься, а опціону продажу – зростатиме (табл. 2.1.4).

Таблиця 2.1.4

Реакція опціонної премії на зміну ціни виконання опціону

Вид опціону	Зміна ціни виконання опціону	Зміна розміру опціонної премії
З правом купівлі (call)	↑	↓
	↓	↑
З правом продажу (put)	↑	↑
	↓	↓

Скорочення періоду до моменту погашення опціону призводить до зниження опціонної премії як опціонів купівлі, так і опціонів продажу (табл. 2.1.5).

Таблиця 2.1.5

Реакція опціонної премії на зміну терміну до моменту погашення опціону

Вид опціону	Зміна терміну до погашення опціону	Зміна розміру опціонної премії
З правом купівлі (call)	↑	↑
	↓	↓
З правом продажу (put)	↑	↑
	↓	↓

Натомість зниження ринкової відсоткової ставки без ризику приводить до здешевлення опціонів купівлі та подорожчання опціонів продажу (табл. 2.1.6).

Таблиця 2.1.6

Реакція опціонної премії на зміну відсоткової ставки без ризику

Вид опціону	Зміна відсоткової ставки без ризику	Зміна розміру опціонної премії
З правом купівлі (call)	↑	↑
	↓	↓
З правом продажу (put)	↑	↓
	↓	↑

Відомо, що існують два види волатильності (змінності):

1) історична волатильність (historical volatility);

2) евентуальна (або прогнозована, імплікована) волатильність (implied volatility).

Історична волатильність – це стандартне відхилення зміни історичних цін протягом деякого періоду, виражене у річному масштабі. Натомість евентуальна волатильність – це рівень майбутньої волатильності, який прогнозується і використовується у моделях ціноутворення опціонів. Отже, евентуальна волатильність – це прогноз відсоткового діапазону, в межах якого повинна перебувати ціна базового інструменту на момент закінчення терміну дії опціону. Волатильність зазвичай виражається у відсотках і являє собою стандартне відхилення, або рівень довіри для базового інструменту. Рівень довіри того, що прогноз буде правильним, для одного стандартного відхилення дорівнює 68 %, тоді як для подвійного стандартного відхилення – 95 %. Зростання волатильності на ринку базового інструменту викликає підвищення цін опціонів обох типів, – і опціонів купівлі, і опціонів продажу (табл. 2.1.7).

Таблиця 2.1.7

Реакція опціонної премії на зміну волатильності базового інструменту

Вид опціону	Зміна волатильності базового інструменту	Зміна розміру опціонної премії
З правом купівлі (call)	↑	↑
	↓	↓
З правом продажу (put)	↑	↑
	↓	↓

Отже, як бачимо, на формування розміру опціонної премії у різний спосіб впливають різноманітні чинники, серед яких найважливішими можна вважати: ціну базового інструменту, ціну виконання опціону, термін до погашення опціону, відсоткову ставку без ризику та волатильність базового інструменту.

Основні відмінності між біржовими та позабіржовими опціонами

Як уже згадувалося вище, характерною ознакою опціонів є те, що вони можуть продаватися як на біржовому, так і на позабіржовому ринках. Основні відмінності між біржовими та позабіржовими опціонами наведемо у вигляді табл. 2.1.8.

Біржові опціони – це стандартизовані опціонні контракти, параметри яких встановлює біржа. Вони є інструментами невисокого ризику, які створюють інвесторам можливість використання рухів цін окремих акцій, інших активів або у деякому секторі економіки, з метою отримання прибутку. Головним мотивом, який заохочує інвесторів до купівлі опціонних контрактів, є можливість отримання вищих від середнього прибутків, з одночасним страхуванням від небажаних рухів цін, що обмежує ризик таких інвестицій.

Натомість позабіржові опціони – це конфіденційні угоди між двома контрагентами. Параметри таких деривативів встановлюються індивідуально у ході переговорів між сторонами опціонних контрактів.

Таблиця 2.1.8

Основні відмінності біржовими та позабіржовими опціонами

Біржовий опціон	Позабіржовий опціон
Продається на біржовому ринку	Продається на позабіржовому ринку
Угода між біржею та учасником ринку	Конфіденційна угода між двома учасниками ринку (або з посередником)
Умови контрактів стандартизовані	Умови узгоджуються індивідуально між сторонами у ході переговорів
Умови контрактів прозорі	Умови контрактів непрозорі
Ціна є загальновідомою	Ціна конфіденційна
Контрагенти зберігають анонімність	Контрагенти повинні знати один одного
Контракти доступні для усіх, зокрема індивідуальних інвесторів	Контракти укладаються між інституціональними інвесторами
Виконання контракту гарантується кліринговою палатою біржі	Виконання контракту не гарантується
Ризик мінімізований	Ризикують обидві сторони контракту, ризик значний

Аналіз ринку деривативів показав, що у торгівлі опціонами спеціалізуються деякі окремі біржі. Перерахуємо основні з них і подамо у вигляді табл. 2.1.9. Окрім цього, більшість бірж, які торгують ф'ючерсами, зокрема The Chicago Board of Trade, The Chicago Mercantile Exchange, The New York Coffee, Sugar and Cocoa Exchange, The Commodity of New York, The New York Futures Exchange, The New York Mercantile Exchange, Kansas City Board of Trade, також пропонують опціони, виставлені на власні ф'ючерси, якими вони торгують.

Таблиця 2.1.9

Біржі, на яких здійснюється торгівля опціонами

Скорочена назва	Повна назва
ACC	AMEX Commodity Corporation
AMEX	American Stock Exchange
CBOE	Chicago Board Option Exchange
EUREX	European Derivatives Exchange
LONDON FOX	The London Futures and Options Exchange
MONEP	ZE Marchė des Options Negociables de Paris
NYSE	New York Stock Exchange
PHLX	Philadelphia Stock Exchange
PSE	Pacific Stock Exchange

Дослідження ринку опціонів показали, що найпопулярнішими опціонами, які перебувають в обігу, є опціони, виставлені на відсоткові ставки та іноземні валюти. Відсоткові опціони обертаються переважно у біржовому секторі ринку деривативів. Натомість більшість трансакцій з валютними опціонами здійснюються у позабіржовому секторі цього ринку. Найважливішою біржею, яка займається валютними опціонами, є PHLX. Вона пропонує опціони європейського та американського стилів виконання, виставлені на такі валюти: австралійський долар, фунт стерлінгів, канадський долар, євро, французький франк, японська єна, швейцарський франк. Величина одного контракту залежить від валюти, на якій він ґрунтується: наприклад, для британських фунтів один контракт дає можливість купити або продати 31250 фунтів стерлінгів, а для японської єни – 6.25 мільйона єн і т. д.

Опціони можуть виставлятися як на реально існуючі базові інструменти (товар, акція, облігація, валюта), так і на уявні базові інструменти (індекси, кредитний ризик, параметри погоди). Прикладом останніх можуть бути опціони на фондові індекси, які відрізняються від опціонів на реальні базові активи передусім тим, що поставка базового активу за таким опціоном є неможливою. А тому розрахунок за такими деривативами відбувається тільки у грошовій формі, залежно від рівня фондового індексу порівняно з його контрактним значенням та від базової грошової суми, на яку множиться отримане значення індексу. Однак у цих інструментів цілком інший економічний зміст. Наприклад, у разі придбання опціону на акцію інвестор намагається використати свої прогнози з метою купівлі у майбутньому конкретних акцій за вигідною ціною. Натомість у разі опціонів на фондові індекси інвестор прагне використати свої знання і вміння передбачати зміну кон'юнктури фондового ринку задля отримання спекулятивного доходу.

Наприклад, у США існують багато різних опціонів, виставлених на фондові індекси. Серед опціонів з найбільшою кількістю відкритих позицій відзначимо опціони на такі індекси: S&P 500 (на CBOE), S&P 100 (на CBOE) та Major Market Index (на AMEX). Серед цих деривативів трапляються як опціони європейського стилю виконання (контракти на S&P 500), так і американського стилю виконання (контракти на S&P 100 та Major Market Index). Кожен контракт передбачає купівлю або продаж 100 одиниць індексу за ціною виконання. Розрахунок відбувається не у вигляді фізичної поставки усіх акцій, що входять до складу портфеля індексу, а у вигляді виплати грошової суми, причому 1 пункт дорівнює 1 долару. Ця сума обчислюється множенням базової грошової суми на значення індексу у момент закриття біржової сесії, у день реалізації опціону.

Як показав аналіз ринку деривативів, терміни погашення біржових опціонних контрактів на індекси є зазвичай не довшими ніж 4 місяці. Тільки для фондових індексів S&P 500, S&P 100 та Major Market Index доступні опціонні контракти з довшими термінами дії. Такі довгострокові опціони називають опціонами LEAPS (Long-term Equity AnticiPation Securities). Цей термін був впроваджений біржею Chicago Board Option Exchange. Дата погашення опціонних контрактів LEAPS, виставлених на фондові індекси, завжди припадає на грудень, а термін дії може сягати трьох років. CBOE впровадила також опціони типу „flex", що у перекладі означає „гнучкі" або „еластичні", дата погашення та ціна виконання яких визначаються інвесторами і які можуть відрізнятися від встановлених біржею дат погашення та цін виконання.

Одним із найважливіших елементів, які визначають біржові опціони на акції, є місяць, на який встановлено дату погашення. Місяць погашення опціонів на акції визначається трьома циклами: січневим, лютневим і березневим. Січневий цикл охоплює такі місяці: січень, квітень, липень і жовтень, лютневий – лютий, травень, серпень і листопад, а березневий – березень, червень, вересень і грудень. Бувають також довгострокові опціони на деякі акції, тобто акційні опціони LEAPS, дата погашення яких завжди припадає на січень.

Дослідження американського ринку деривативів показали, що у разі біржових опціонів допустимі ціни виконання, які встановлює сама біржа, можуть змінюватися для акційних опціонів з інтервалом 2.5 $, 5 $ і 10 $. Може бути встановлений також інший інтервал, але як виняток, у разі здійснення спліту таких акцій або виплати дивідендів на такі акції. Як правило, біржі визначають ціни виконання: з інтервалом у 2.5 $, якщо ціни акцій нижчі від 25 $; з інтервалом у 5 $ – для цін акцій від 25 $ до 200 $; з інтервалом у 10 $ – для акцій, ціна яких перевищує 200 $. Коли впроваджуються у біржовий обіг опціони з новим терміном погашення, то біржа зазвичай встановлює для них дві ціни виконання, найближчі до актуальної ціни акції. Одночасно в обігу можуть перебувати різні опціонні контракти на той самий базовий актив, які відрізняються терміном погашення, ціною виконання, типом – купівлі чи продажу, а також стилем виконання – європейський чи американський. Тому для спрощення процедур торгівлі ними впроваджено поняття класу та серії опціонів.

Клас опціонів (option class) – це усі опціони певного типу, тобто або опціони купівлі, або опціони продажу. Наприклад, усі опціони з правом *купівлі* акцій компанії IBM становитимуть один клас опціонів, натомість усі опціони з правом *продажу* акцій компанії IBM утворюватимуть другий клас опціонів. Серія опціонів (option series) складається з усіх опціонів певного класу з тим самим терміном погашення та ціною виконання. Прикладом серії опціонів можуть бути 50-доларові жовтневі опціони з правом купівлі акцій компанії IBM.

Опціони дуже часто визначаються їхньою позицією на ринку (табл. 2.1.10). Використані у таблиці позначення: S – поточна ринкова ціна базового активу, K – ціна виконання опціону.

Таблиця 2.1.10

Позиція опціону на ринку

Позиція/ опціон	Опціон купівлі	Опціон продажу
„in-the-money" – ITM (у грошах)	Поточна ціна базового активу на момент виконання опціону перевищує ціну виконання опціону, тобто S > K	Поточна ціна базового активу на момент виконання опціону є нижчою від ціни його виконання, тобто S < K
„at-the-money" – ATM (при грошах)	Поточна ціна базового активу на момент виконання опціону дорівнює ціні виконання опціону, тобто S = K	Поточна ціна базового активу на момент виконання опціону дорівнює ціні його виконання, тобто S = K
„out-of-the-money" – OTM (без грошей)	Поточна ціна базового активу на момент виконання опціону є нижчою від ціни виконання опціону, тобто S < K	Поточна ціна базового активу на момент виконання опціону перевищує його ціну виконання, тобто S > K

Позиція „in-the-money" називається позицією „у грошах" і означає виплату певного доходу утримувачу опціону. Для утримувача опціону купівлі така виплата стає можливою лише коли S > K, тоді як для утримувача опціону продажу – коли S < K. Позиція „at-the-money", тобто позиція „при грошах", та позиція „out-of-the-money", яка називається позицією „без грошей", означають нульовий дохід для утримувача як опціону купівлі (коли S = K або S < K), так і опціону продажу (коли S = K або S > K). Позицію опціону можна легко зрозуміти, підставляючи значення поточної ціни базового активу на момент погашення та ціни виконання опціону у відповідну формулу функції виплати або для опціону купівлі або для опціону продажу.

Внутрішня вартість (intrinsic value) опціону – це вище з двох значень: нуля та ціни, яку можна отримати у разі негайного виконання опціону:

- для опціону купівлі внутрішня вартість дорівнює $\max(S-K,0)$;
- для опціону продажу внутрішня вартість дорівнює $\max(K-S,0)$.

Отже, мінімальна ціна, за якою продається опціон, є його внутрішньою вартістю і визначається як різниця між ціною опціону та поточною ціною базового інструменту. З цього випливає, що ціна, наприклад, американського опціону у позиції „in-the-money" повинна принаймні дорівнювати його внутрішній вартості, оскільки утримувач такого опціону може його негайно реалізувати. Однак часто оптимальним виходом для утримувача такого деривативу є затримати у себе опціон на деякий час. У такій ситуації вважають, що опціон має часову вартість (time value). Загальну вартість опціону можна подати як суму його внутрішньої та часової вартості.

Відомо, що на більшу частину акцій час від часу виплачуються дивіденди, а деякі акції періодично можуть підлягати спліту. Перші акції, які перебували у *позабіржовому обігу*, коригувалися на величину виплачуваних дивідендів. Якщо акціонерне товариство оголошувало про виплату дивідендів, то ціна виконання опціонів, виставлених на його акції, після настання дати виплати дивідендів зменшувалася на їхню величину. Опціони на акції також коригуються у разі виплати дивідендів у вигляді додаткових акцій. Натомість ціни виконання акційних опціонів, які перебувають у *біржовому обігу*, як правило, не коригуються під час виплати дивідендів на такі акції. Урахування чи неурахування виплачуваних дивідендів має істотний вплив на спосіб оцінювання опціонів, тобто спосіб визначення їхньої теоретичної ціни. У разі спліту акцій, тобто їхнього поділу на більшу кількість за незмінного акціонерного капіталу, опціони, які котируються на біржі, коригуються негайно.

Внаслідок спліту *„n до m"* (наприклад, „три до одного" – 1 акцію ділимо на три) ціна акції знижується до рівня *m/n* відносно попередньої вартості. Тому ціна виконання опціону теж зменшується до рівня *m/n* щодо попереднього значення ціни виконання. Якщо ціна виконання змінилася у передбачуваний спосіб, тобто під впливом ринкових чинників, то позиція як утримувача, так і емітента опціону залишиться незмінною.

Окрім опціонів на традиційні базові інструменти, в останні десятиліття на ринку стали популярними опціони, виставлені на інші деривативи, зокрема на ф'ючерсні контракти. Вперше вони з'явилися в обігу на американського строковому ринку у 1982 році після отримання дозволу від Commodity Futures Trading Commission. Однак регулярна торгівля ними налагодилася лише починаючи з 1987 року. У зв'язку з впровадженням в обіг деривативів, в основу яких покладено інший дериватив, з'явилося нове поняття *спот-опціону* (spot option). Купівля або продаж базового активу за спот-опціоном, тобто опціоном, виставленим на традиційні інструменти, відбувається негайно після закінчення терміну дії цього деривативу. Натомість купівля або продаж базового активу за опціоном, виставленим на ф'ючерсний контракт (який передбачає купівлю–продаж базового інструменту), можлива лише після закінчення терміну дії опціону та закінчення терміну дії ф'ючерсного контракту.

Зазначимо, що опціон, в основу якого покладено ф'ючерсний контракт, надає його утримувачу право на укладення ф'ючерсного контракту, за наперед узгодженою між сторонами ціною, у зазначений термін у майбутньому. Характерно, що опціон купівлі ф'ючерсного контракту дає його власнику змогу зайняти довгу ф'ючерсну позицію за визначеною ціною, натомість опціон продажу – коротку ф'ючерсну позицію. Це означає, що у першому випадку власник опціону типу купівлі (на його вимогу) автоматично у момент реалізації опціону стає тією стороною ф'ючерсного контракту, котра зобов'язується купити базовий актив. Натомість у другому випадку власник опціону типу продажу (на його вимогу) автоматично у момент реалізації опціону стає тією стороною ф'ючерсного контракту, котра зобов'язується продати базовий актив.

Під час укладання опціонного контракту покупець сплачує емітенту опціонну премію, яка є власне ціною опціону. У момент виконання опціону купівлі (якщо опціон у позиції „у грошах") власник опціону може негайно закрити свою позицію у ф'ючерсному контракті або утримати її. У першому випадку дохід з такої операції дорівнюватиме різниці між актуальною ціною ф'ючерсного контракту у момент виконання опціону та ціною виконання опціонного контракту. У другому випадку власник опціону стане утримувачем ф'ючерсу і повинен діяти згідно з правилами біржі щодо утримувачів ф'ючерсних контрактів.

Опціони на ф'ючерсні контракти є прикладом складених похідних фінансових інструментів, тобто похідних інструментів, базовим інструментом яких є дериватив. Найчастіше термін дії таких ф'ючерсних контрактів закінчується відразу після погашення опціону. Термін поставки ф'ючерсів зазвичай припадає на найближчу дату після дати погашення опціону. Опціони на ф'ючерси доступні для більшості активів, на яких ґрунтуються ф'ючерсні контракти. Коли утримувач опціону купівлі його реалізує, то він отримує довгу позицію у ф'ючерсному контракті, на якому ґрунтується цей опціон, а також суму, що дорівнює різниці між строковою ціною ф'ючерсу та ціною виконання опціону. Натомість утримувач опціону продажу під час його реалізації отримує коротку позицію у ф'ючерсному контракті, а також виплату, що дорівнюватиме різниці між ціною виконання опціону та строковою ціною ф'ючерсу. В обох випадках ф'ючерси мають нульову вартість і можна їх негайно закрити, укладаючи офсетну угоду. Отже, дохід за опціонами на ф'ючерси буде таким самим, як і для опціонів на акції, з тією різницею, що поточна ціна акції у функції виплати замінюється на строкову ціну ф'ючерсу. До найпопулярніших базових інструментів ф'ючерсів в опціонах на ф'ючерсні контракти належать: євродоларові депозити (на СМЕ), казначейські облігації (на СВОТ), а кукурудза, соя, нафта, золото і деякі валюти.

Враховуючи викладене, можемо записати функцію кінцевої виплати для власника опціону, виставленого на ф'ючерсний контракт, у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$C = \max\left[S_F - K, 0\right];$$

– для опціонів з правом продажу

$$P = \max\left[K - S_F,\ 0\right],$$

де K – ціна виконання опціону;

S_F – строкова ціна ф'ючерсу у день реалізації опціону.

Торгівля опціонами, наприклад, у Сполучених Штатах Америки, здійснюється за посередництвом Клірингової корпорації опціонів (Options Clearing Corporation – OCC). Функції, які на ринках опціонів виконує OCC, дуже близькі до функцій розрахункових палат на ринках ф'ючерсів. Корпорація OCC дає утримувачам опціонів змогу закривати свої позиції у довільний момент часу у межах терміну дії опціону, гарантуючи, що емітент опціону виконає свої зобов'язання, які випливають з опціонного контракту. Корпорація також веде облік усіх довгих та коротких позицій, зайнятих інвесторами на ринку опціонів. Розрахунок за кожною опціонною трансакцією повинен здійснюватися за посередництвом члена Корпорації OCC.

Як уже згадувалося вище, на ринках опціонів можна виділити чотири основні групи учасників, а саме:

1. Покупці опціонів з правом купівлі базового активу.
2. Продавці опціонів з правом купівлі базового активу.
3. Покупці опціонів з правом продажу базового активу.
4. Продавці опціонів з правом продажу базового активу.

Покупців опціонів називають учасниками, які займають довгу позицію (long position) в опціоні, тоді як продавців опціонів – учасниками, які займають коротку позицію (short position) в опціоні. Продаж опціону іноді ще називають також виставленням опціону.

Опціонний контракт вважається укладеним, якщо покупець (holder) і продавець (writer або grantor) опціону домовилися щодо його ціни та інших важливих параметрів (для позабіржового ринку). Для біржового ринку ці параметри стандартизовані біржею, а трансакції здійснюються за її посередництвом. Продавець (або емітент) опціону купівлі може не мати базових активів, на яких оснований опціон. У такому разі такий опціон називають „опціоном без покриття" (naked call). Якщо утримувач „опціону без покриття" вимагатиме його виконання, то емітент „опціону без покриття" зобов'язаний придбати на ринку відповідну кількість базових активів за ринковою ціною і продати їх утримувачу опціону за ціною виконання, встановленою в опціонному контракті. У разі продажу „опціону без покриття" за посередництвом біржі його емітент буде змушений внести гарантійний депозит до розрахункової палати біржі, який стане гарантією виконання зобов'язань емітента, що випливають з умов опціонного контракту. Опціон, емітент якого має базові активи в необхідній кількості, називається „опціоном з покриттям" (covered call).

Утримувач опціону купівлі або продажу має три можливі варіанти поведінки:

– чекати до дати виконання опціону (європейський стиль виконання);

– виконати опціон, тобто придбати/продати від емітента/емітенту опціону базові активи за ціною виконання (американський стиль виконання);

– закрити позицію на строковому ринку, продавши опціон за ринковою ціною.

Переваги та недоліки зайнятої позиції в опціонному контракті

Проаналізуємо переваги та недоліки відкритих позицій в опціонному контракті.

Користь від ***придбання опціону купівлі*** (так званий „довгий опціон купівлі"):

– обмежені втрати, тобто найвищі можливі втрати дорівнюють ціні опціону купівлі (сплаченій опціонній премії);

– теоретично необмежений дохід, який залежить винятково від темпів зростання ціни базового активу;

– невисока інвестиція, оскільки опціонна премія є значно нижчою порівняно з ціною пакета активів (наприклад, акцій), на які виставлено опціон;

– леверидж, який дає змогу отримати високі прибутки від інвестованого капіталу за порівняно невеликого зростання ціни базового інструменту.

Недоліки придбання опціону купівлі:

– втрати, що дорівнюють сумі сплаченої під час купівлі опціону опціонної премії, у разі неправильних прогнозів щодо формування ціни базового активу у майбутньому;

– неотримання евентуального доходу з інвестованого в опціон капіталу.

Користь від ***придбання опціону продажу*** (так званий „довгий опціон продажу"):

– можливість отримати дохід у разі спадної тенденції цін базового активу на ринку;

– обмеження втрат, тобто втрати обмежуються розміром виплаченої опціонної премії у момент придбання опціону;

– порівняно необмежені доходи, оскільки ціна базового інструменту не може впасти нижче від нуля;

– ефект левериджу, тобто можливість отримання високих прибутків, порівняно з затратами, за умови незначного зниження ціни базового активу.

Недоліки придбання опціону продажу:

– втрати, що дорівнюють сумі сплаченої під час купівлі опціону опціонної премії, у разі неправильних прогнозів щодо формування ціни базового активу у майбутньому;

– неотримання евентуального доходу з інвестованого в опціон капіталу.

Користь від ***продажу опціону купівлі*** (так званий „короткий опціон купівлі"):

– отримання опціонної премії у момент продажу опціону, яку емітент може інвестувати в інші потенційно прибуткові інструменти;

– фактор часу, який завжди діє на користь емітента опціону купівлі.

Недоліки продажу опціону купівлі:

– необхідність виконання опціону на вимогу його утримувача;

– необмежені втрати, якщо ціна базового інструменту зросте і перетне точку беззбитковості.

Користь від ***продажу опціону продажу*** (так званий „короткий опціон продажу"):

– отримання премії у момент продажу опціону, яку емітент може інвестувати в інші потенційно прибуткові інструменти;

– фактор часу, який завжди діє на користь емітента опціону купівлі.

Недоліки продажу опціону продажу:

– необхідність виконання опціону на вимогу його утримувача;

– порівняно необмежені втрати, якщо ціна базового інструменту знизиться і перетне точку беззбитковості, однак ціна не може набувати від'ємних значень.

Як бачимо, ризик для короткої позиції в опціоні продажу є аналогічним до ризику короткої позиції в опціоні купівлі. Єдина відмінність полягає у напрямку змін ціни базового активу, який є небезпечним для таких позицій. У короткому опціоні купівлі для емітента невигідним буде значне зростання ринкової ціни базового активу, натомість у короткому опціоні продажу невигідним буде її зниження. З цього випливає, що короткі опціони купівлі та продажу є симетричними, за умови, що збігається решта їхніх параметрів. Аналогічне твердження можна сформулювати і щодо довгих опціонів купівлі та продажу. Явище симетрії має істотне значення для вибору стратегії інвестування у такі похідні інструменти.

Вибір відповідного деривативу за різних прогнозів щодо зміни ціни базового активу та відповідні їм прибуток і ризик, залежно від зайнятої позиції, охарактеризовано у табл. 2.1.11.

Таблиця 2.1.11

Прибуток і ризик зайнятої позиції в опціонному контракті

Тип зайнятої позиції в опціоні	***Прогнозована інвестором зміна ціни базового активу***	***Ризик позиції в опціоні***	***Прибуток на позиції***
Короткий опціон купівлі	Стабільна ціна базового активу, незначне її зростання або значне зниження ціни	Теоретично необмежений ризик	Отримана премія
Короткий опціон продажу	Стабільна ціна базового активу, незначне її зниження або значне зростання ціни	Порівняно необмежений ризик	Отримана премія
Довгий опціон купівлі	Значне зростання ціни базового активу	Сплачена сума опціонної премії	Теоретично необмежений прибуток
Довгий опціон продажу	Значне зниження ціни базового активу	Сплачена сума опціонної премії	Порівняно необмежений прибуток

Залежність доходу інвестора, який зайняв позицію в європейських опціонах з ціною виконання К, від ціни базового активу на момент погашення опціону подано на рис. 2.1.6–2.1.9.

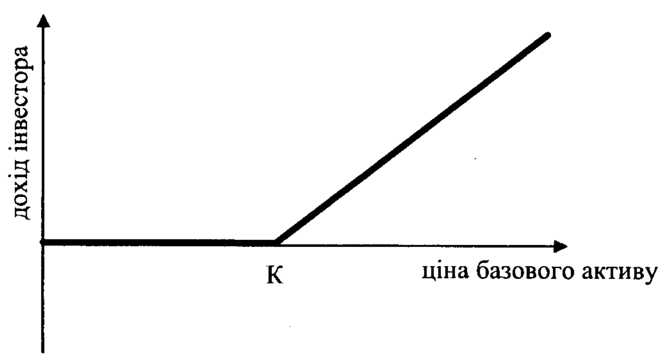

Рис. 2.1.6. Довгий опціон купівлі

Рис. 2.1.7. Короткий опціон купівлі

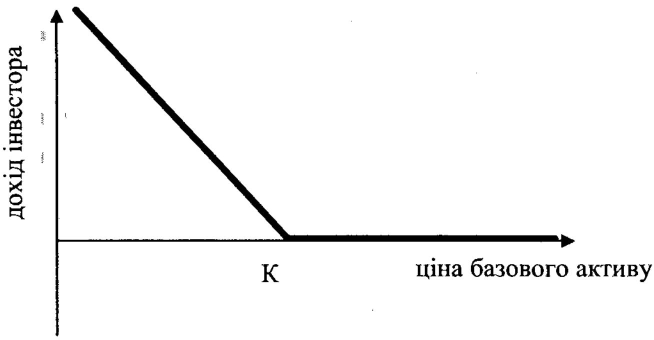

Рис. 2.1.8. Довгий опціон продажу

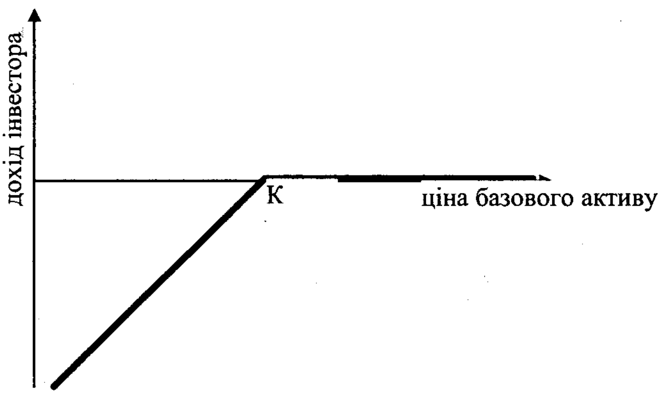

Рис. 2.1.9. Короткий опціон продажу

Часто опціонні контракти на валютні курси, відсоткові ставки та інші активи укладаються на позабіржовому ринку між двома фінансовими інституціями або фінансовою інституцією та її клієнтом. Недоліком трансакцій цього ринку є те, що з такими трансакціями пов'язані вищі витрати, причиною яких є прагнення фінансових інституцій отримати прибуток, а також труднощі у страхуванні від ризику таких операцій. Однак конкуренція між фінансовими інституціями призводить до зниження цін опціонів позабіржового обігу. З іншого боку, позабіржовий ринок має також істотні переваги, а саме:

– опціонні контракти не стандартизовані і можуть бути чітко пристосовані до індивідуальних потреб інвесторів;

– в обігу перебувають додатково нестандартні (екзотичні) опціони, які не завжди допускаються до біржової торгівлі;

– на позабіржовому ринку проходять апробацію новостворені інструменти, які згодом можуть з'являтися у біржовому обігу.

Коефіцієнти чутливості для опціонів

В управлінні ризиком та прийнятті опціонних позицій істотне значення має чутливість (вразливість) цін опціонів до зміни ринкових умов, тобто реакція ціни опціону на зміни окремих ринкових чинників. Ідея дослідження такої реакції зводиться до обчислення похідних функцій ціни опціону за тією змінною, залежність від впливу якої нас цікавить. Ці похідні фінансисти називають грецькими коефіцієнтами, і дуже часто їх трактують як міри ризику опціонів. З метою моніторингу ризику, пов'язаного з продажем опціонів, необхідно систематично їх оцінювати, оскільки ціни опціонів підлягають постійним змінам у часі.

Коефіцієнт *delta* показує, як зміниться вартість опціону внаслідок зміни ціни інструменту, на який він був виставлений. Цей коефіцієнт визначає кількість одиниць базового інструменту (наприклад, акцій), які інвестору необхідно придбати на один проданий опціон, щоб зберегти ризиконейтральну позицію, яку ще називають дельта-нейтральною стратегією (delta-neutral strategy). З метою її реалізації необхідно придбати або продати таку кількість базового інструменту, щоб евентуальні втрати від виставленого опціону були покриті прибутками, отриманими у результаті сприятливих змін ціни базового інструменту. Коефіцієнт *delta* можна обчислити за допомогою такої формули:

$$\Delta = \frac{dP}{dS},$$

де P – ціна опціону (або купівлі, або продажу);

S – ринкова ціна базового активу.

Для опціону купівлі цей коефіцієнт може набувати додатних значень з проміжку [0, 1], тоді як для опціону продажу – від'ємні значення з проміжку [-1, 0]. Цей факт пояснюється тим, що зростання ціни базового інструменту призводить до підвищення ціни опціону купівлі і до зниження ціни опціону продажу. Таку залежність легко зауважити, аналізуючи функції виплати згаданих опціонів. Взаємозв'язок коефіцієнта *delta* з ціною виконання наведено у табл. 2.1.12 [4, *с. 99*].

Таблиця 2.1.12

Взаємозв'язок коефіцієнта *delta* з ціною виконання

Вид позиції в опціоні	Значення коефіцієнта *delta*		
	Без грошей	При грошах	У грошах
Довгий кол та короткий пут	0	+0.5	+1.0
Короткий кол та довгий пут	0	-0.5	-1.0

Інтерпретуючи значення показника *delta,* можна стверджувати, що чим ближче його значення до нуля, тим глибше опціон у позиції „без грошей". Значення коефіцієнта, близьке до 0.5 для опціону купівлі або (-0.5) для опціону продажу, означає, що такий опціон наближається до позиції „при грошах". Натомість наближення значення коефіцієнта до 1.0 або (-1.0) для опціонів купівлі та продажу, відповідно, означає наближення до позиції „у грошах". Треба, однак пам'ятати, що значення коефіцієнта *delta* не є постійними і змінюються під час кожної зміни ціни базового інструменту.

Отже, якщо опціон „глибоко без грошей", то він характеризується низьким або нульовим коефіцієнтом *delta*, оскільки зміна ціни базового інструменту мало впливає на премію або не впливає взагалі. У такій ситуації для ринкового учасника ризик, пов'язаний з базовим ринком, буде незначним. Натомість опціон, який перебуває „глибоко в грошах", характеризується високим абсолютним значенням коефіцієнта *delta*, близьким до 1.0, причому коефіцієнт може набувати як додатних, так і від'ємних значень. Це пояснюється тим, що будь-яка зміна ціни базового інструменту викликає практично таку саму зміну розміру опціонної премії. Коефіцієнт *delta* можна розглядати як міру ймовірності того, що опціон у момент погашення перебуватиме „у грошах". Ймовірність виконання опціону з абсолютним значенням дельти, близьким до 1.0, є дуже високою, оскільки такий дериватив характеризується значним доходом для його утримувача. Натомість опціони з дельтою, близькою до нуля, як правило не виконуються. Значення коефіцієнта *delta*, що дорівнює (+0.5) або (-0.5), означає 50-відсоткову ймовірність того, що ціна базового інструменту може зрости або знизитися щодо ціни виконання. Хоча коефіцієнт *delta* і дельта-хеджування зазвичай мають найбільше значення для оцінки опціонних позицій, однак ними можна обмежуватися лише у разі порівняно невеликих змін ціни базового інструменту. Зв'язок між опціонною премією та зміною ціни базового інструменту не має лінійного характеру. Нелінійність коефіцієнта *delta* змушує обчислювати додаткові коефіцієнти вразливості для опціонів.

Коефіцієнт *gamma* показує ступінь вразливості коефіцієнта *delta* на зміну ціни базового інструменту. З математичного погляду цей коефіцієнт є другою похідною ціни опціону за ціною базового інструменту, тобто:

$$\Gamma = \frac{d^2 P}{dS^2}.$$

Коефіцієнт *gamma* набуває найвищі значення для опціонів „при грошах" і знижується до нуля для опціонів зі значними доходом або втратами. Для інвестора це може бути інформація про те, як необхідно модифікувати портфель, в який входить опціон, якщо настала зміна ціни базового інструменту. Коефіцієнт *gamma* часто називають кривиною опціону, тобто інформацією про те, чи швидкість змін показника *delta* зростає чи знижується. Опціони з високим показником *gamma* є доволі привабливими для покупців і одночасно доволі небезпечними для їхніх продавців. Приведення показника *gamma* до нульового значення є основним способом вирішення проблеми необхідності постійного коригування складу портфеля з метою забезпечення дельта-нейтральної стратегії.

Показник *theta* свідчить про зміну ціни опціонного контракту залежно від кількості днів, що залишилися до моменту його погашення. Цей показник є мірою реакції ціни опціону на зміну часу, а його значення можна обчислити як похідну ціни опціону за часом, тобто:

$$\Theta = \frac{dP}{dT},$$

де T – час до погашення опціону.

Цей коефіцієнт майже завжди набуває від'ємних значень, оскільки у міру наближення до дати погашення опціону його часова вартість зменшується.

Показник *vega* визначає, як змінюється вартість опціону залежно від параметра змінності базового інструменту, а його значення можна обчислити на підставі такої формули:

$$V = \frac{dP}{d\sigma},$$

де σ – змінність ціни базового активу.

Коефіцієнт *vega* набуває значення від 0 до безмежності і знижується з часом. Високе значення цих коефіцієнтів мають опціони „при грошах" з довгими термінами дії. Чим вища волатильність базового ринку, тим вищою буде ймовірність виконання опціону з прибутком і, відповідно, вища опціонна премія.

Якщо абсолютні значення коефіцієнта *vega* великі, то ціна опціону буде дуже вразливою навіть на невеликі коливання змінності базового інструменту, і навпаки. Отже, коефіцієнт *vega* показує відносну зміну ціни опціону щодо зміни параметра σ. Зазначимо, що значення параметра змінності σ буде однаковим як для опціону купівлі, так і для опціону продажу. У класичному аналізі змінність базового інструменту вимірюється середньоквадратичним відхиленням, яке обчислюється на підставі емпіричних даних.

Натомість показник *rho* інформує нас про зміни цін опціонів внаслідок змін відсоткової ставки без ризику. Його значення обчислюється як похідна ціни опціону за відсотковою ставкою без ризику:

$$\rho = \frac{dP}{dr},$$

де r – відсоткова ставка без ризику.

Зазвичай значення коефіцієнта *rho* є невеликим, за винятком опціонів з довгими термінами дії.

Стратегії з використанням опціонів

Існують кілька десятків стратегій, які є поєднанням опціону з іншим опціоном або з іншим інструментом. До найважливіших з них можна зарахувати:

1) стратегії, які використовують один опціон і одну акцію;
2) стратегії типу спред (spread): спред бика, ведмедя, метелика, календарний, діагональний;
3) комбіновані стратегії: straddle, strip, strap, strangle.

Розрізняємо чотири види стратегій, побудованих на одному опціоні і одній акції, а саме:

- зайняти довгу позицію в акції і коротку позицію в опціоні купівлі – так зване виставлення опціону купівлі з покриттям, оскільки опціон виконує функцію страхування інвестора від евентуального раптового зростання курсу акції;
- зайняти коротку позицію в акції і одночасно довгу позицію в опціоні купівлі – обернена до попередньої стратегія, тобто у такому разі опціон страхує від раптового падіння курсу акції;
- зайняти довгу позицію як в акції, так і в опціоні продажу – так звана стратегія protective put – страхування інвестора від евентуального падіння курсу акції;
- зайняти коротку позицію як в акції, так і в опціоні продажу – обернена до попередньої стратегії, тобто страхування інвестора від евентуального зростання курсу акції.

Усі інвестиційні стратегії типу „спред" полягають у відкритті позиції у двох або більше опціонах того самого типу, тобто у двох чи більше опціонах купівлі або у двох чи більше опціонах продажу. У цій групі найвідомішою є стратегія „спред бика" , яка полягає у придбанні опціону call з визначеною ціною виконання та одночасному продажу опціону call, який ґрунтується на тій самій акції, але з вищою ціною виконання. Дати погашення обох опціонів є ідентичними. Комбінація такого типу обмежує інвестиційний ризик, але також і зменшує евентуальні прибутки. Спред бика – це купівля опціону put з нижчою ціною виконання і виставлення на продаж опціону put з вищою ціною виконання. Очевидно, що дохід спекулянта, який використовує опціон продажу, буде меншим, ніж у разі застосування опціону купівлі. Однак інвестор, який застосовує спред бика, розраховує на зростання цін акцій, адже саме тоді він матиме можливість уникнути втрат і максимізувати свій прибуток. Натомість, якщо він передбачає спадну тенденцію на касовому ринку, тоді він повинен використати спред ведмедя, який полягає у придбанні опціону купівлі з визначеною ціною виконання і продажу опціону купівлі з іншою ціною виконання, однак у такому разі ціна виконання придбаного опціону є вищою, ніж ціна проданого опціону. Така стратегія, подібно як і попередня, може також бути застосована для опціонів продажу.

Наступною стратегією, яка призначена для мінімізації ризику, є спред метелика. Вона означає відкриття позиції в опціонах купівлі з трьома різними цінами виконання. Така стратегія забезпечує прибуток, якщо ціна акції залишається незмінною, натомість загрожує втратами, якщо настає значна зміна цін акцій. У зв'язку з цим її рекомендується застосовувати упродовж певного періоду горизонтального тренду. Спред метелика можна також сконструювати з опціонів продажу. У такому разі інвестор купує опціон продажу з низькою ціною виконання, опціон продажу з високою ціною виконання і виставляє два опціони продажу з середньою ціною виконання. Варто зазначити, що у разі використання у цій стратегії опціонів європейського типу дохідність буде такою самою, як для опціонів put, так і для опціонів call.

У стратегії календарного спреду опціони мають ідентичну ціну виконання, але різні терміни дії. Такий спред утворюється продажем опціону купівлі з визначеною ціною виконання і придбанням опціону купівлі з такою самою ціною виконання, але з довшим терміном дії. Опціон тим дорожчий, чим довший час до його погашення. Інвестор отримує прибуток, якщо ціна акції в день погашення коротшого опціону близька до ціни його виконання. Якщо ж ціна буде значно вищою або значно нижчою від ціни виконання коротшого опціону, тоді така стратегія призведе до збитків. Щодо діагонального спреду, то існують різні види цієї комбінації. Загалом, він полягає у використанні опціонів купівлі, які відрізняються як ціною виконання, так і датою погашення.

Якщо ж говорити про комбіновані стратегії типу straddle, strangle, strip і strap, то найпопулярнішою комбінацією у цій групі є так звана купівля стелажа (long straddle). Вона полягає в одночасному відкритті позиції в опціоні типу call та в опціоні типу put. Обидва похідні інструменти повинні мати таку саму ціну виконання і таку саму дату погашення. Спекулянт, який застосовує стратегію long straddle, сподівається на значні зміни цін на базовому ринку, незалежно від напрямку цих змін. Невигідною ситуацією при стелажу є горизонтальний тренд. У цьому разі інвестор зазнає збитків. Прибутки зі стратегії long straddle будуть тим вищими, чим більшою буде різниця між ринковою ціною базового інструменту у день погашення та ціною виконання опціону. Тому є дуже важливим, щоб інвестор прогнозував зростаючий або спадний тренд ціни в період своєї інвестиції. Якщо ж у день погашення ціна виконання опціону дорівнює або є близькою до ціни базового інструменту на касовому ринку, то інвестор зазнає збитків у розмірі виплачених премій за відкриття позицій в інструментах, які стали основою для побудови стратегії long straddle. Можливим є також конструювання стелажа у короткій позиції.

Наступною можливою для використання стратегією у разі передбачення значних змін цін на ринку є long strangle, зміст якої полягає у придбанні опціонів типу put і типу call з однаковими датами погашення. Ці інструменти повинні відрізнятися ціною виконання. Інвестор, використовуючи стратегію long strangle, не обов'язково повинен уміти передбачити, у якому напрямку змінюватимуться ціни на готівковому ринку. Єдиною умовою є те, щоб відхилення від ціни виконання придбаних опціонів були якомога більшими. Курс базового інструменту не повинен бути поміж цими цінами. Прибуток інвестора залежить від того, наскільки близькі між собою ціни виконання обох опціонів. Чим більша між ними дистанція, тим менша потенційна втрата, але й одночасно повинна також настати якомога більша зміна ціни акції, щоб спекулянт отримав значний дохід.

Наступним різновидом комбінованих стратегій, які можна будувати з використанням опціонів, є long strip і long strap. Strip полягає у відкритті довгої позиції в одному опціоні купівлі і двох опціонах продажу з тими самими ціною виконання та датою погашення. Натомість strap – це довга позиція у двох опціонах купівлі і одному опціоні продажу з тими самими ціною виконання та датою погашення. Застосовуючи комбінацію strip, інвестор передбачає, що станеться значна зміна ціни на базовому ринку і ймовірнішим є її зниження, а не зростання. Він отримає прибуток тоді, коли у день погашення опціону курс базового інструменту буде нижчим від ціни виконання інструментів, які слугували основою для побудови стратегії або коли курс базового інструменту буде значно вищим від цих цін виконання. Натомість, якщо в день погашення опціону курс інструменту на касовому ринку дорівнюватиме ціні виконання придбаних опціонів, то спекулянт зазнає максимальних збитків, які дорівнюватимуть сумі премій, виплачених за усі інструменти, які слугували побудові стратегії strip. Аналогічно можна побудувати цю стратегію у короткій позиції.

Застосовуючи стратегію strap, інвестор також сподівається на значну зміну цін базового інструменту, але цього разу він передбачає, що зростання цін на касовому ринку є ймовірнішим, ніж їхнє зниження. Стратегія long strap полягає у придбанні двох опціонів call і одного опціону put з тими самими строком реалізації і тією самою ціною виконання. Інвестор отримує прибуток, якщо ціна базового інструменту перевищить ціну виконання або якщо ціна на касовому ринку буде значно нижчою від ціни виконання інструментів, застосованих для побудови стратегії strap.

2.2. Опціони на акції

У другій половині минулого століття відзначався непорівнянний з попередніми періодами бурхливий розвиток ринків деривативів як у сенсі обсягів обороту, так і в сенсі предметів трансакцій та різноманітності строкових контрактів. Безсумнівно, сприяли цьому розвиток промисловості, міжнародних торговельних контактів, необхідність редукції ризику у міжнародних трансакціях, а також революційний поступ у галузі комп'ютеризації, зокрема передавання інформації. Услід за цими змінами на інвестиційних ринках зросла зацікавленість фінансовою математикою і відзначався швидкий розвиток цієї галузі у напрямку моделювання похідних інструментів, з великою часткою стохастичного моделювання.

Ринок опціонних контрактів розпочав систематичну діяльність у 1974 році в Сполучених Штатах Америки і сьогодні розвивається дуже динамічно. В Європі та Азії опціони з'явилися на десять років пізніше, а тому пов'язані з ними фінансові успіхи не є ще такими яскравими. Нині на світових ринках спостерігається пришвидшений розвиток наявних деривативів, а також періодична поява нових, цікавих і одночасно складніших похідних фінансових інструментів.

Динамічні економічні зміни, які в останні роки відбуваються в Україні, стали причиною бурхливого розвитку вітчизняного фінансового ринку, який є одним із найважливіших елементів ринкової економіки. Усі досягнення із сфери сучасних фінансів починають поступово впроваджуватися і використовуватися учасниками цього ринку. Наймолодшим сегментом фінансового ринку є ринок деривативів (ринок похідних інструментів).

Найпопулярнішими серед деривативів є ф'ючерсні та опціонні контракти, серед яких найменш дослідженими є опціони. Опціони можна поділити на дві великі групи. Першу з них становлять стандартні (або класичні) опціони, які вже протягом 30 років досліджують багато вчених. До другої групи, яку називають нестандартними (екзотичними) опціонами, зараховують десятки нових видів цих інструментів, які утворюються за допомогою різних модифікацій стандартних опціонів або додаванням до них інших структурних елементів та умов. Процес цей триває дотепер. Іноді новостворені інструменти називають екзотичними опціонами другої генерації. Головними причинами динамічних змін строкового ринку стали:

– швидкий розвиток промисловості та міжнародних торговельних контактів;
– науково-технічний прогрес у галузі комп'ютеризації та інформатизації;
– глобалізація та інтеграція світової економіки.

Основним призначенням опціонів є зниження ризику господарської діяльності для усіх економічних суб'єктів, яких називають інвесторами строкового ринку. Другу групу учасників цього ринку становлять емітенти, серед яких необхідно відзначити банківські установи, інвестиційні фонди, інститути спільного інвестування, страхові компанії, пенсійні фонди, інші фінансові інституції. Саме вони досліджують можливості опціонів та визначають способи їхнього оцінювання. Метою емісії похідних інструментів є отримання спекулятивних прибутків, які за сприятливих для емітента умов можуть бути вищими від середніх на ринку. Базовими інструментами опціонів можуть бути різноманітні активи, індекси та параметри.

Фактори впливу на формування цін стандартних опціонів

Проаналізуємо основні фактори, які безпосередньо чи посередньо впливають на формування цін стандартних опціонів, виставлених на акції. Подамо цей аналіз у вигляді табл. 2.2.1, опрацьованій на підставі [140, 183, 187].

Таблиця 2.2.1

Фактори впливу на формування цін стандартних опціонів

Фактори/ тип базового активу	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
Ступінь корисності базового активу					+
Ставка доходу базового активу (або очікувані дивіденди протягом терміну дії опціону)			+	+	
Відсоткова ставка без ризику за кордоном		+			
Відсоткова ставка без ризику у країні	+	+	+	+	+
Ціна (значення) базового активу	+	+	+	+	+
Ціна виконання опціонного контракту	+	+	+	+	+
Змінність ціни (значення) базового активу	+	+	+	+	+
Частота можливості виконання опціону (стиль виконання опціону)	+	+	+	+	+
Термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
Час до закінчення терміну дії опціону	+	+	+	+	+

Дослідимо, як впливає зміна кожного з цих факторів на ціну опціону, припускаючи незмінність інших факторів.

Ціна акції та ціна виконання опціону. Якщо опціон типу купівлі буде реалізований, то дохід утримувача опціону дорівнюватиме сумі, на яку актуальна ціна акції на ринку спот перевищує ціну виконання опціону, тобто різниці між ціною спот акції і ціною виконання опціону. У зв'язку з цим ціна опціону *купівлі* зростатиме у міру зростання ціни акції, знижуватиметься – у разі підвищення ціни виконання. Натомість у разі виконання опціону *продажу* дохід утримувача опціону дорівнюватиме сумі, на яку ціна виконання перевищує актуальну ціну акції, тобто різниці між ціною виконання опціону та ціною спот акції. З огляду на це ціна опціону продажу буде формуватися у протилежний спосіб до формування ціни опціону купівлі, тобто у міру зростання ціни акції вартість опціону продажу зменшуватиметься, а внаслідок підвищення ціни виконання вартість опціону продажу буде збільшуватися. Залежність цін опціонів купівлі та продажу від цін акцій та цін виконання цих опціонів подано на рис. 2.2.1–2.2.4.

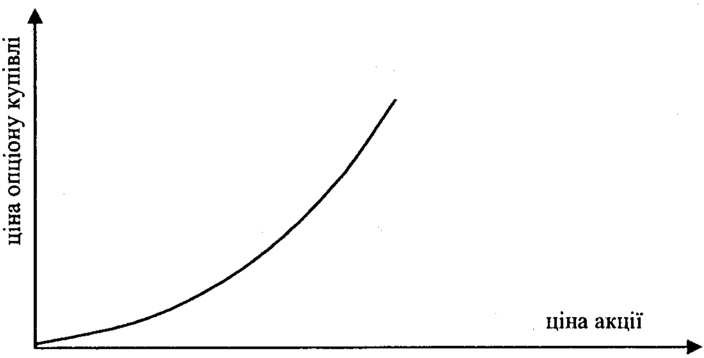

Рис. 2.2.1. Вплив зміни ціни акції на ціну опціону купівлі

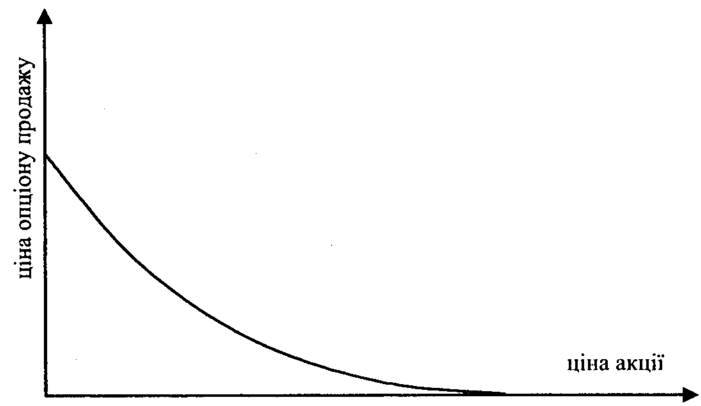

Рис. 2.2.2. Вплив зміни ціни акції на ціну опціону продажу

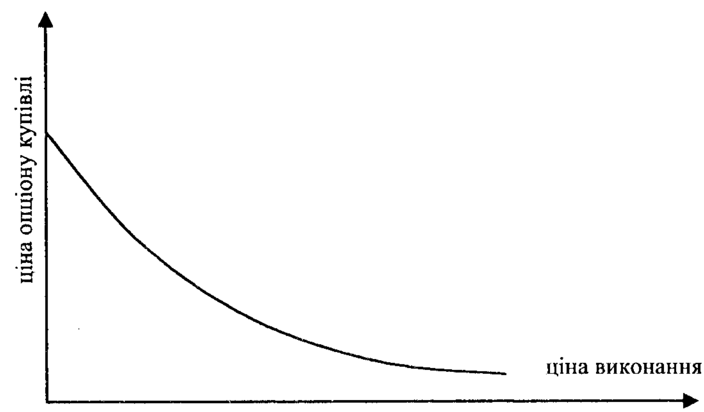

Рис. 2.2.3. Вплив зміни ціни виконання на ціну опціону купівлі

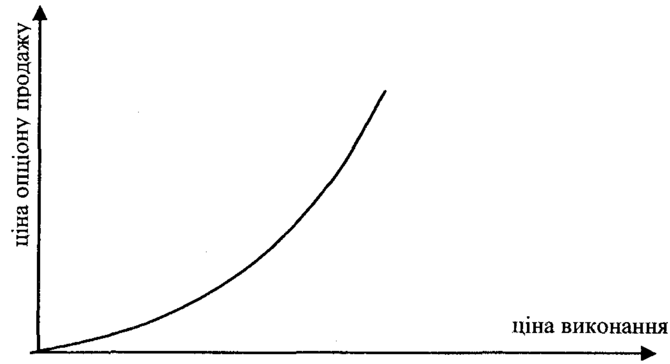

Рис. 2.2.4. Вплив зміни ціни виконання на ціну опціону продажу

Час до закінчення терміну дії опціону. Опціони можуть продаватися не тільки на первинному, але й на вторинному ринку. У зв'язку з цим термін до дати їхнього погашення не обов'язково дорівнюватиме терміну дії опціону, тобто він може бути коротшим. Розглянемо вплив періоду, який залишився до закінчення терміну дії опціону, на його вартість. Чим довший цей період, тим вищою буде вартість американських опціонів як типу купівлі, так і типу продажу. Це пов'язано із тим фактом, що утримувач опціону з довшим часом до дати погашення матиме більше можливостей вигідно його реалізувати, ніж утримувач, який набув опціон з коротшим часом до погашення опціону. На рис. 2.2.5 і 2.2.6 подано залежність цін американських опціонів купівлі та продажу від тривалості часу до моменту їхнього погашення. В обох випадках припускається, що актуальна ціна акції є нижчою від ціни виконання. Цим пояснюється той факт, що у момент погашення $t=0$ вартість опціону купівлі дорівнює нулю, а вартість опціону продажу – більша від нуля.

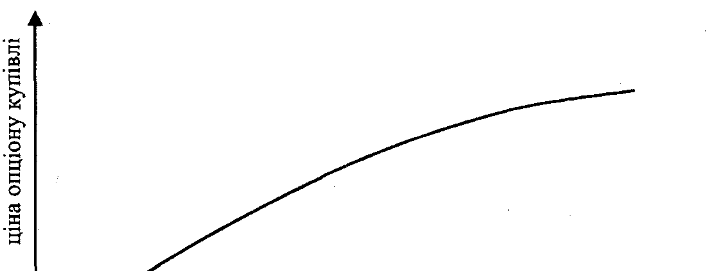

Рис. 2.2.5. Вплив зміни часу до погашення на ціну опціону купівлі

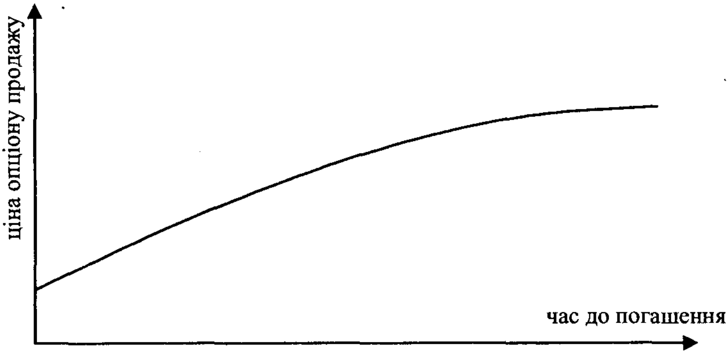

Рис. 2.2.6. Вплив зміни часу до погашення на ціну опціону продажу

Вартість європейських опціонів купівлі та продажу не має характерних рис попередніх опціонів, оскільки як утримувач опціону з коротшим, так і з довшим терміном до погашення мають тільки одну можливість виконання опціону, а саме у момент його погашення. Виняток становлять опціони на акції, на які упродовж терміну дії опціону виплачуватимуться дивіденди. У такому разі опціон на таку акцію буде дешевшим від опціону на акцію, на яку дивіденди не виплачуватимуться протягом дії опціону.

Змінність. Змінність (volatility) ціни акції – це міра непевності щодо формування майбутніх цін певної акції. Якщо змінність зростає, то відповідно підвищується ймовірність дуже вигідних або дуже невигідних змін цін цього активу. Для утримувача акції такі ефекти нейтралізуються. Однак для утримувача опціону ситуація виглядає цілком інакше. Прибутки утримувача опціону з правом *купівлі* акції зростатимуть у міру зростання ціни акції, а збитки, пов'язані з потенційним зниженням ціни акції, будуть обмеженими розміром сплаченої опціонної премії. За аналогією, прибутки утримувача опціону з правом *продажу* акції зростатимуть, коли ціна акції знижуватиметься, а збитки внаслідок зростання ціни акції будуть обмеженими розміром сплаченої опціонної премії. Тому ціна опціону купівлі, як і опціону продажу підвищуватиметься внаслідок зростання змінності ціни акції (див. рис. 2.2.7–2.2.8).

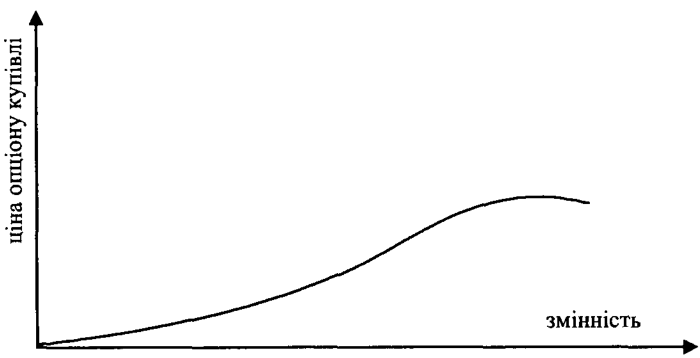

Рис. 2.2.7. Вплив зміни змінності на ціну опціону купівлі

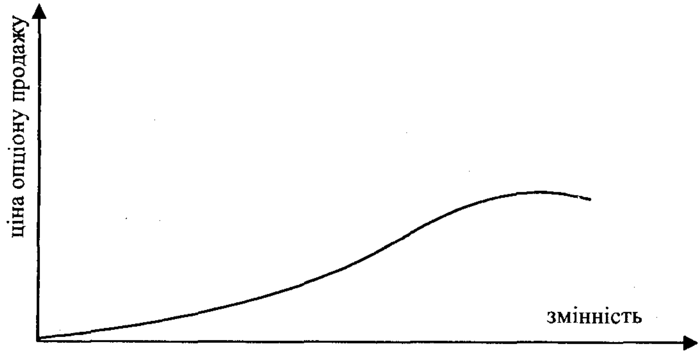

Рис. 2.2.8. Вплив зміни змінності на ціну опціону продажу

Відсоткова ставка без ризику. Залежність ціни опціону від відсоткової ставки без ризику не є такою однозначною, як у разі описаних вище факторів. Зростання відсоткової ставки без ризику, з одного боку, приводить до зростання дохідності акцій у майбутньому. З іншого боку, таке зростання означає зменшення сьогоднішньої вартості усіх майбутніх грошових потоків, які отримає власник опціону. Ці ефекти призводять до того, що ціни опціонів *продажу* знижуються, якщо відсоткова ставка без ризику зростає (див. рис. 2.2.10). Для опціонів *купівлі* перший ефект підвищує ціну опціону, а другий – знижує. Однак дія першого ефекту зазвичай є сильнішою. А тому ціни опціонів купівлі підвищуватимуться, коли зростатиме відсоткова ставка без ризику (див. рис. 2.2.9). На практиці трапляється, що реакція ціни акції буває протилежною до описаної вище, а тому ефекти можуть відрізнятися від описаних.

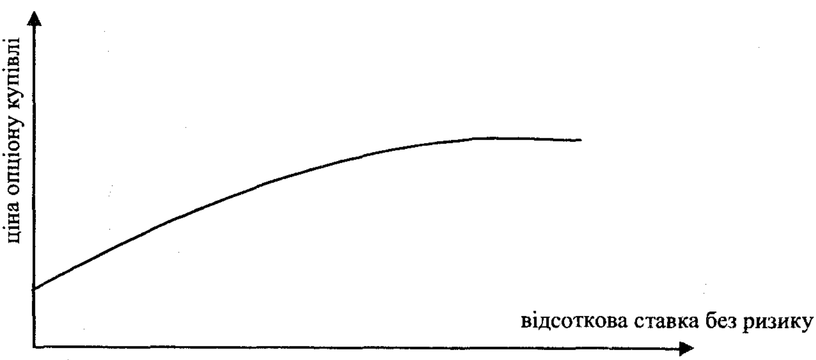

Рис. 2.2.9. Вплив зміни відсоткової ставки без ризику на ціну опціону купівлі

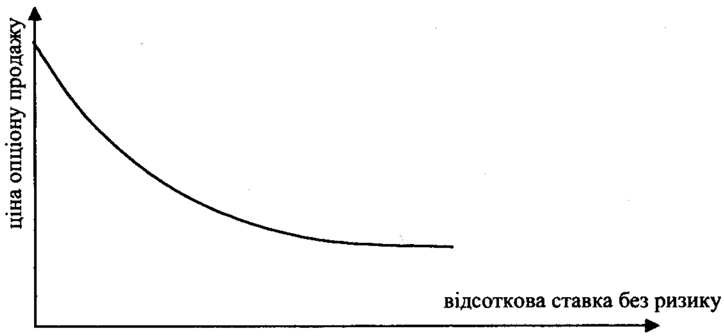

Рис. 2.2.10. Вплив зміни відсоткової ставки без ризику на ціну опціону продажу

Дивіденди. Наслідком виплати дивідендів є зниження ціни акції після настання дати їхньої виплати. Це має негативний вплив на вартість опціонів купівлі (вони дешевшають) і позитивний – на вартість опціонів продажу (вони дорожчають). Тому чим вищих дивідендів очікують, тим нижчою буде ціна опціону купівлі і вищою – ціна опціону продажу. Залежність між розміром виплачуваних дивідендів та ціною опціонів подамо на рис. 2.2.11 та 2.2.12.

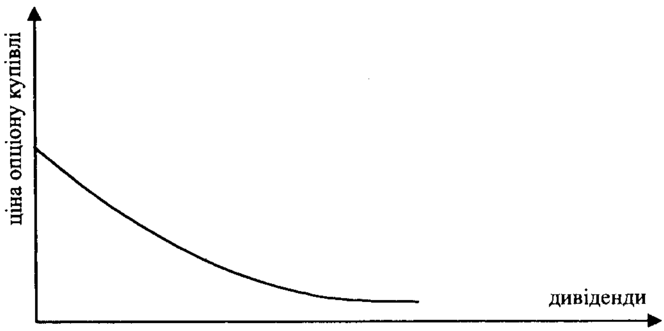

Рис. 2.2.11. Вплив зміни розміру дивідендів на ціну опціону купівлі

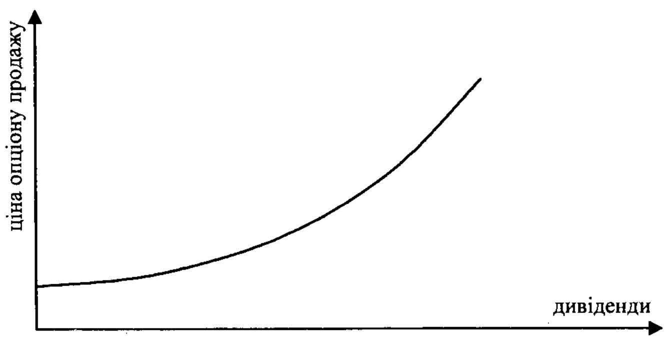

Рис. 2.2.12. Вплив зміни розміру дивідендів на ціну опціону продажу

Для спрощення подальшого аналізу поведінки цін опціонів зробимо деякі припущення, зокрема [140]:

- усі прибутки з інвестицій, враховуючи збитки, підлягають тій самій ставці оподаткування;
- трансакційні витрати, пов'язані з купівлею–продажем опціонів, дорівнюють нулю;
- існує можливість позичання та інвестування грошей під відсоткову ставку без ризику для усіх учасників ринку;
- відсутня можливість арбітражу.

Верхні і нижні межі цін опціонів. Американський та європейський опціони *купівлі*, виставлені на акцію, надають його власникові право на придбання однієї акції певного акціонерного товариства за ціною, узгодженою в опціонному контракті. Незалежно від ринкової ситуації один опціон не може коштувати більше ніж одна акція, яка є базовим активом такого опціону. Тому *верхня межа* ціни опціону купівлі визначається ціною акції, тобто:

$$c \leq S \text{ та } C \leq S \,,$$

де C – ціна американського опціону купівлі, виставленого на одну акцію;

c – ціна європейського опціону купівлі, виставленого на одну акцію;

S – актуальна ринкова ціна акції.

Якщо така залежність не виконується, то можна легко отримати прибуток за допомогою безризикової арбітражної операції за допомогою купівлі акції і продажу опціону купівлі, що суперечить нашому припущенню.

Американський та європейський опціони *продажу*, виставлені на акцію, надають його власнику право на продаж однієї акції акціонерного товариства за узгодженою в опціонному контракті ціною виконання. Незалежно від того, наскільки знизиться ціна акції, один опціон продажу не може мати більшої вартості, ніж ціна виконання. Звідси можна визначити *верхню межу* для опціонів типу продажу:

$$p \leq K \text{ та } P \leq K \,,$$

де P – ціна американського опціону продажу на одну акцію;

p – ціна європейського опціону продажу на одну акцію;

K – ціна виконання опціону.

Для європейського опціону відомо, що до моменту часу T опціон буде мати вартість, нижчу, ніж K, а це означає, що його актуальна вартість повинна бути нижчою від поточної вартості K, тобто:

$$p \leq Ke^{-rT} \,,$$

де T – час до закінчення терміну дії опціону;

r – номінальна відсоткова ставка без ризику для інвестиції, яка закінчується у момент часу T, причому $r > 0$.

Якщо ж така залежність не виконується, то уможливлюється отримання безризикового прибутку за допомогою здійснення арбітражної операції, яка полягає у продажу опціону та інвестуванні отриманої за нього суми під відсоткову ставку без ризику. Однак можливість арбітражу суперечить нашому припущенню.

Нижня межа ціни європейського опціону *купівлі*, виставленого на акцію, на яку не виплачуватимуться дивіденди упродовж терміну дії опціону, матиме вигляд:

$$c > \max(S - Ke^{-rT}, 0). \qquad (2.2.1)$$

Натомість *нижня межа* ціни європейського опціону *продажу* акції, на яку не виплачуються дивіденди протягом терміну дії опціону, матиме такий вигляд:

$$p > \max(Ke^{-rT} - S, 0). \qquad (2.2.2)$$

Паритет опціонів продажу і купівлі. Для опціонів, виставлених на акції, на які не виплачуються дивіденди, справедливими будуть такі співвідношення:

$$C = c \text{ і } P > p \text{, для } r > 0.$$

Для європейських опціонів продажу і купівлі можна вивести ще одну залежність, яку називають паритетом опціонів продажу і купівлі (put-call parity):

$$c + Ke^{-rT} = p + S. \qquad (2.2.3)$$

Така залежність означає, що ціну європейського опціону купівлі з деякою ціною виконання та терміном дії можна обчислити на підставі ціни європейського опціону продажу з тими самими ціною виконання і терміном дії, і навпаки.

Паритет опціонів продажу і купівлі справедливий лише для опціонів європейського стилю виконання. Однак можна визначити деякі залежності між цінами американських опціонів. Оскільки $P > p$, то з рівняння (2.2.3) випливає, що:

$$P > c + Ke^{-rT} - S,$$

а зважаючи на те, що $c = C$, то:

$$P > C + Ke^{-rT} - S,$$

тобто

$$C - P < S - Ke^{-rT}. \qquad (2.2.4)$$

Дослідимо тепер, як впливає виплата дивідендів під час терміну дії опціонів на їхні межі та паритет. Для європейського опціону з правом *купівлі* акції, на яку виплачуватимуть дивіденди величиною D, *нижню межу* ціни опціону можна визначити за формулою:

$$c > S - D - Ke^{-rT}.$$

Натомість для аналогічних опціонів з правом *продажу нижня межа* ціни опціону визначається за іншою формулою, а саме:

$$p > Ke^{-rT} - (S - D).$$

Для європейських опціонів, в основу яких покладено акції, на які виплачуються дивіденди, паритет опціонів продажу і купівлі записується так:

$$c + D + Ke^{-rT} = p + S.$$

Використання методу біноміальних дерев для визначення цін стандартних опціонів

Для визначення теоретичної ціни опціонів, виставлених на акції, часто використовується метод біноміального дерева (binomial tree), який ще називають біноміальною моделлю. Цей метод є дискретним методом оцінювання опціонів, тобто передбачає дискретні зміни часу.

Біноміальне дерево являє собою деякі цінові рівні, яких може досягти акція під час терміну дії опціону. Біноміальна модель була запропонована у 1976 році Дж. Коксом, С. Россом і М. Рубінштейном [102]. У цій моделі розглядається портфель, що складається з акції вартістю S та опціону, виставленого на ту саму акцію, вартістю f. Час до моменту погашення позначається через T. Далі у моделі робиться припущення, що ціна акції на момент T може зрости з рівня S до рівня Su, або знизитися з рівня S до рівня Sd, причому коефіцієнт пропорційного зростання ціни акції $u > 1$, а коефіцієнт зниження ціни акції $d < 1$. Пропорційне зростання ціни можна записати як $(u-1)$, а пропорційне зниження ціни акції – як $(1-d)$. Це означає, що зростання ціни на 10 % записуємо як $u = 1.1$, а зниження ціни на 10 % записуємо як $d = 0.9$. У разі зростання ціни акції до рівня Su припускаємо, що дохід за опціоном становитиме f_u, тоді як у разі зниження ціни до Sd дохід за опціоном дорівнюватиме f_d. Цю ситуацію можна подати графічно (рис. 2.2.13).

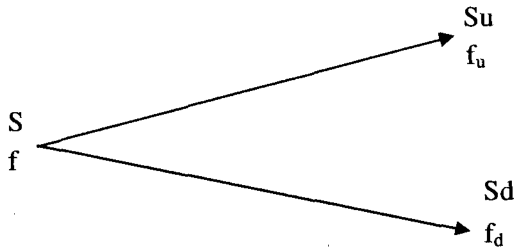

Рис. 2.2.13. Ціна опціону та акції в одноперіодичному біноміальному дереві

Нехай портфель складається з довгої позиції у Δ акціях і короткої позиції в опціоні купівлі, тобто купуємо Δ акцій і продаємо опціон купівлі на акцію. Обчислимо значення Δ, для якого такий портфель буде позбавлений ризику. У разі зростання ціни акції вартість портфеля дорівнюватиме $Su\Delta - f_u$. Якщо ж ціна акції знизиться, то вартість нашого портфеля у цей момент становитиме $Sd\Delta - f_d$. Припущення про те, що портфель є безризиковим, означає, що в обох ситуаціях його вартість повинна залишатися незмінною, тобто:

$$Su\Delta - f_u = Sd\Delta - f_d.$$

З останнього рівняння можна визначити шукану величину Δ, тобто кількість акцій, яку варто придбати, щоб портфель залишився безризиковим:

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{Su - Sd}. \qquad (2.2.5)$$

У такому разі портфель буде позбавлений ризику, у зв'язку з чим його дохідність повинна дорівнювати відсотковій ставці без ризику. Як випливає з (2.2.5), кількість акцій у такому портфелі дорівнює відношенню зміни ціни опціону до зміни ціни акції між двома вершинами біноміального дерева.

Якщо через r позначимо відсоткову ставку без ризику, то поточна вартість нашого портфеля дорівнюватиме $[Su\Delta - f_u]e^{-rT}$, а витрати, пов'язані із формуванням такого портфеля, становитимуть $S\Delta - f$. З цього випливає, що:

$$S\Delta - f = [Su\Delta - f_u]e^{-rT}.$$

Якщо в останнє рівняння замість Δ підставимо його значення з (2.2.5), то після спрощення отримаємо формулу для визначення ціни опціону:

$$f = [pf_u + (1-p)f_d]e^{-rT}, \tag{2.2.6}$$

$$p = \frac{e^{rT} - d}{u - d}. \tag{2.2.7}$$

Формули (2.2.6) і (2.2.7) дають можливість оцінювати опціони на акції за допомогою одноперіодичної біноміальної моделі. Під час виведення (2.2.6) не було прийнято жодних припущень щодо ймовірностей зростання чи зниження ціни акції. Змінну p можна трактувати як ймовірність зростання ціни, а змінну $(1-p)$ – як ймовірність зниження ціни акції. Вираз $[pf_u + (1-p)f_d]$ описує очікуваний дохід за опціоном. За такої інтерпретації значення p (2.2.6) показує, що сьогоднішня вартість опціону дорівнює його очікуваній вартості, дисконтованій згідно з відсотковою ставкою без ризику. Якщо ймовірність зростання ціни акції дорівнює p, то очікувана ціна акції у момент T визначається за формулою:

$$E(S_T) = pSu + (1-p)Sd\text{, тобто } E(S_T) = pS(u-d) + Sd.$$

Підставляючи замість p (2.2.7), отримаємо спрощений вираз для очікуваного значення ціни акції у момент T:

$$E(S_T) = Se^{rT}, \tag{2.2.8}$$

який показує, що середній темп зростання ціни акції дорівнює відсотковій ставці без ризику. Отже, припущення щодо ймовірності зростання ціни акції, яка дорівнює p, є рівнозначним з припущенням, що ставка доходу на акцію дорівнює відсотковій ставці без ризику.

Досліджуючи способи формування цін опціонів, часто роблять припущення, що усі інвестори байдужі до ризику. У таких умовах інвестори не вимагають жодної компенсації за ризик, а тому очікувана ставка доходу для кожного інструменту дорівнює відсотковій ставці без ризику. Отже, головним принципом визначення ціни опціону є правило *оцінювання в умовах загальної байдужості до ризику.* Воно передбачає, що під час оцінювання опціону можна без будь-яких наслідків припустити відсутність ризику. Ціни, отримані за такого припущення, будуть характерними не тільки для умов загальної байдужості до ризику, але й також для інших умов. Умови загальної байдужості відносно ризику спрощують аналізування, оскільки очікувана ставка доходу за усіма акціями є однаковою і дорівнює безризиковій відсотковій ставці. Опціони також можна оцінювати, дисконтуючи дохід згідно з відсотковою ставкою без ризику. Принцип загальної байдужості до ризику (безризикового середовища) використовується як у біноміальній моделі, так і в інших моделях оцінювання опціонів.

Двоперіодичні біноміальні дерева. Приклад біноміального дерева можна узагальнити, аналізуючи дерево, зображене на рис. 2.2.14.

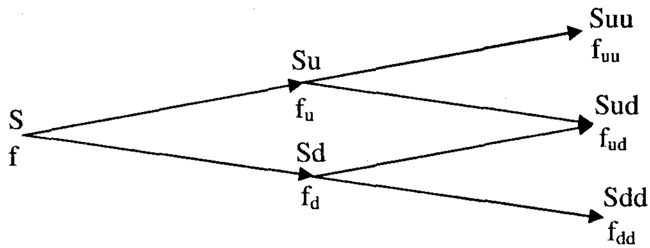

Рис. 2.2.14. Ціна опціону та акції у двоперіодичному біноміальному дереві

Позначимо через S початкову ціну акції, яка є базовим інструментом опціону. Протягом кожного часового інтервалу, який ділить дві вершини дерева, початкова ціна акції може зрости до величини, що є добутком деякого коефіцієнта зростання ціни u та її початкового значення S, або знизитися до величини, що є добутком коефіцієнта зниження ціни d та її початкового значення S. Шукану ціну опціону позначимо на рисунку через f, ціну опціону після зростання у першому інтервалі часу – через f_u, після зниження у цьому самому інтервалі – через f_d, ціну після зростання у другому часовому інтервалі – через f_{uu} і т. д. Відсоткову ставку без ризику позначимо через r, а довжину інтервалу часу між двома сусідніми по горизонталі вершинами біноміального дерева – ΔT. Причому r виражаємо у вигляді коефіцієнта, тобто 10 % як 0.1, а ΔT – у роках, наприклад, 3 місяці як 0.25 року.

Застосовуючи (2.2.6), можна виписати формули для цін опціонів у перших трьох вершинах, на підставі цін в останніх трьох вершинах:

$$f_u = \left[pf_{uu} + (1-p)f_{ud}\right]e^{-r\Delta T}, \tag{2.2.9}$$

$$f_d = \left[pf_{ud} + (1-p)f_{dd}\right]e^{-r\Delta T}, \tag{2.2.10}$$

$$f = \left[pf_u + (1-p)f_d\right]e^{-r\Delta T}. \tag{2.2.11}$$

Якщо у (2.2.11) підставимо (2.2.9) і (2.2.10), то отримаємо шукану ціну опціону у першій вершині:

$$f = e^{-2r\Delta T}\left[p^2 f_{uu} + 2p(1-p)f_{ud} + (1-p)^2 f_{dd}\right]. \qquad (2.2.12)$$

Останнє співвідношення є справедливим для принципу оцінювання в умовах загальної байдужості щодо ризику. Змінні p^2, $2p(1-p)$ і $(1-p)^2$ визначають відповідно ймовірність досягнення верхньої, середньої та нижньої кінцевих вершин дерева. Ціна опціону дорівнюватиме дисконтованій, згідно з безризиковою відсотковою ставкою, величині очікуваного доходу за опціоном, в умовах загальної байдужості щодо ризику. Якщо узагальнити модель біноміальних дерев додаванням наступних віток, то виявиться, що принцип оцінювання з припущенням загальної байдужості відносно ризику надалі зберігається, а ціна опціону завжди дорівнює очікуваному доходу за опціоном, дисконтованому згідно з відсотковою ставкою без ризику. Оцінювання європейських опціонів, виставлених на акції без виплати, за допомогою біноміальної моделі можна знайти також у [222, *с. 129–136*], натомість для європейських опціонів на акції, на які виплачуються фіксовані дивіденди, у [222, *с. 141–145*].

Американські опціони. Проаналізовані вище опціони мають європейський стиль виконання. Якщо йдеться про американські стандартні опціони, то загальний принцип їхнього аналізу полягає у перевірці в усіх вершинах біноміального дерева (починаючи з останніх і закінчуючи першою), чи дострокове виконання опціону є оптимальним виходом, тобто чи дострокове виконання опціону принесе вищий дохід, ніж європейський опціон. Ціна американського опціону в кінцевих вершинах буде такою самою, як і ціна європейського опціону. Натомість у попередніх вершинах ціна американського опціону дорівнюватиме максимальному значенню з двох можливих, а саме:

- значення, отриманого згідно з (2.2.6);
- доходу, одержаного від дострокового виконання опціону.

Ціну американського опціону можна обчислити за допомогою біноміальної моделі, використовуючи такі формули [222, *с. 146–147*]:

$$x_t = \max\left\{e^{-r\delta t}\left(q_t x_{t+1}^+ + (1-q_t)x_{t+1}^-\right), f_t\right\},$$

$$q_t = \frac{x_t e^{r\delta t} - x_{t+1}^-}{x_{t+1}^+ - x_{t+1}^-},$$

де x_{t+1}^+ – ціна опціону у наступний момент часу, у напрямку зростання;

x_{t+1}^- – ціна опціону у наступний момент часу, у напрямку спадання;

r – відсоткова ставка без ризику;

δt – дискретний час;

f_t – значення функції виплати у момент часу t.

Функція виплати f_t описується такими рівняннями:

– для опціону купівлі

$$f_t^{call} = \max\left[\left(S_t - K\right), 0\right];$$

– для опціону продажу

$$f_t^{put} = \max\left[\left(K - S_t\right), 0\right],$$

де K – ціна виконання опціону.

Як уже згадувалося, коефіцієнт дельта відіграє важливу роль в оцінюванні і побудові опціонних стратегій хеджування. Коефіцієнт дельта опціону, виставленого на акцію – це відношення зміни ціни опціону до зміни ціни акції. Економічний зміст коефіцієнта дельта – це кількість акцій, яку необхідно придбати у разі продажу одного опціону, задля формування досконалої стратегії хеджування, тобто стратегії з нульовим ризиком. Таку стратегію часто називають дельта-хеджуванням (delta-hedging). Коефіцієнт дельта – це наведений вище параметр Δ, який набуває додатних значень для опціону купівлі і від'ємних – для опціону продажу.

Подані біноміальні моделі є дуже спрощеними моделями. Причому біноміальна модель є моделлю з дискретним часом. Очевидно, що оцінювання опціону з припущенням щодо зміни ціни акції згідно з наведеними одноперіодичною та двоперіодичною моделями, може давати лише приблизний результат. На практиці використовуються найчастіше тридцятиперіодичні моделі або навіть моделі з більшою кількістю аналізованих періодів. У кожному з цих періодів зміна ціни акції аналізується на підставі біноміальної моделі. Якщо для одноперіодичного дерева необхідно обчислити дві кінцеві ціни, для двоперіодичного – три, то для тридцятиперіодичного дерева це означає необхідність визначення 31 кінцевої ціни акції і аналізування 2^{30}, тобто близько мільярда можливих траєкторій цін.

Значення u і d обчислюються на підставі коефіцієнта змінності ціни акції σ. Існує багато способів обчислення цих значень. Якщо, наприклад, період між двома вершинами позначимо через Δt, то відповідні формули матимуть вигляд:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \text{ та } d = \frac{1}{u}.$$

А тому з метою повного визначення параметрів біноміального дерева використовуються такі формули:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}},\ d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}},\ p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}.$$

Отже, якщо зміни ціни акції під час терміну дії опціону можна подати за допомогою одноперіодичного біноміального дерева, то уможливлюється створення безризикового портфеля, який складається з акцій та опціону. Якщо відсутня можливість здійснення прибуткових арбітражних операцій, то дохідність такого портфеля повинна дорівнювати відсотковій ставці без ризику. Такий підхід дає можливість визначити ціну опціону на підставі змін ціни акції. Варто зазначити, що у цій моделі відсутні будь-які припущення щодо ймовірності зростання чи зниження ціни акції у кожній з вершин дерева. Якщо ж зміни ціни акції подати як багатоперіодичні біноміальні дерева, то сьогоднішню ціну опціону можна визначити, аналізуючи окремо кожну вітку дерева, починаючи з кінцевих вершин, а закінчуючи початковою вершиною, в якій обчислюється шукане значення сьогоднішньої ціни опціону. Як і у попередньому випадку, припускаємо відсутність можливості арбітражу і не приймаємо жодних припущень щодо ймовірності змін ціни акції.

Як уже згадувалося, у методі біноміального дерева зміни часу описуються дискретним процесом. А тепер дослідимо способи оцінювання опціонів з неперервним часом.

Оцінювання опціонів, виставлених на акції, на які не виплачуються дивіденди

Дослідимо модель оцінювання опціонів з неперервним часом, яка є однією із найпопулярніших моделей у теорії оцінювання похідних фінансових інструментів, а саме, модель Блека–Шоулса [20]. Фішер Блек (Fisher Black – професор університету в Чикаго, партнер у фірмі Goldman Sachs) і Майрон Шоулс (Myron Sholes – професор-дослідник Університету в Стенфорді, працівник фірми Long Term Capital Management та хеджингового фонду в Коннектикуті) вивели формули для обчислення ціни європейського опціону з правом купівлі акції, яка не приносять дивідендів.

Класична модель Блека–Шоулса була розроблена за таких припущень:

- базові інструменти є досконало подільними;
- відсутність трансакційних втрат, пов'язаних з купівлею–продажем опціонів, тобто акції можна купувати і негайно продавати, нічого при цьому не втрачаючи;
- короткострокова відсоткова ставка без ризику r є фіксованою;
- учасники ринку мають негайний і повний доступ до ринкової інформації;
- трансакції купівлі–продажу акцій можна здійснювати неперервно;
- усі базові активи є доступними у кожен момент часу у довільній кількості;
- учасники фінансового ринку можуть позичати та інвестувати вільні грошові ресурси під таку саму відсоткову ставку;
- існує можливість негайного отримання кредиту на довільну суму для кожного учасника ринку;
- акції є досконало подільними у тому сенсі, що їх кількість у портфелі не обов'язково повинна бути цілим числом;
- на базові активи не виплачуються дивіденди;
- ціна базового активу описується стохастичним рухом Броуна;
- зміни цін акцій у часі описуються логарифмічно-нормальним законом, а параметри очікуваної дохідності акції μ та змінності ціни акції σ – сталі і наперед відомі;
- ринок є ефективним, а, отже, відсутня можливість здійснення арбітражних операцій;
- змінність ціни базового активу є фіксованою.

У цій моделі вартість опціонного контракту залежить від п'яти чинників, а саме [157, *с. 81*]:

1. Поточної ціни акції S.
2. Ціни реалізації опціону K.
3. Терміну дії опціону T.
4. Відсоткової ставки без ризику r.
5. Коефіцієнта змінності ціни акції σ.

Значення вищевказаних чинників використовуються у моделі Блека–Шоулса для розрахунку теоретичної ціни стандартного опціону купівлі європейського стилю виконання. Однак самої тільки інформації щодо основних чинників, які впливають на ціну опціону, а також напрямку їхнього впливу, недостатньо для того, щоб правильно визначити ціну опціонного контракту. У короткому проміжку часу розподіл змін цін акцій підпорядковується нормальному закону, натомість для довільного моменту у майбутньому такі ціни мають логарифмічно-нормальний розподіл. Нормальний та логарифмічно-нормальний розподіли враховують чинник ризику, завдяки чому модель Блека–Шоулса дає добрі результати під час обчислення цін опціонів.

Нормальний розподіл – це один із найважливіших розподілів неперервної випадкової змінної, який відіграє значну роль у застосуваннях статистичних методів. Вважається, що випадкова змінна x має нормальний розподіл з параметрами μ і σ, якщо її функція густини описується формулою [208, *с. 204*]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}, \text{ для } x \in (-\infty, +\infty),$$

де μ – математичне сподівання;

σ – стандартне (середньоквадратичне) відхилення.

Нормальний розподіл змінної u з математичним сподіванням $\mu = 0$ і стандартним відхиленням $\sigma = 1$ називається стандартизованим нормальним розподілом і описується такою функцією густини [208, *с. 205*]:

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2}.$$

Отже, нормальний розподіл можна перетворити на стандартизований нормальний розподіл заміною змінної x на змінну u, для якої доступні стандартні табличні значення. Для визначення нормального розподілу денної ставки доходу на акцію необхідно обчислити її математичне сподівання та стандартне відхилення (змінність ціни акції) за такими формулами відповідно [148, *с. 121–122*]:

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i. \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2},$$

де n – кількість спостережень випадкової змінної;

x_i – i-те значення випадкової змінної.

Для оцінювання змінності ціни акції використовуються дані щодо цін акцій з минулих періодів, причому спостереження здійснюються з однаковим часовим інтервалом, тобто раз на день, раз на тиждень, раз на місяць і т. д. Маючи такі дані, можна обчислити денну ставку доходу на акцію за допомогою формули [139, *с. 295–297*]:

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right),$$

де S_i – ціна акції на кінець i-го періоду, причому $i = 0,1,2,\ldots,n$.

Використовуючи формулу для стандартного відхилення, можна оцінити річну змінність ціни акції як:

$$s = \sigma\sqrt{\tau}\,,$$

де τ – кількість сесійних днів у році (зазвичай встановлюється такою, що дорівнює 250 або 252).

Змінна з логарифмічно-нормальним розподілом набуває тільки додатних значень і, аналогічно до попереднього, описується математичним сподіванням (ставка доходу на акцію) μ та стандартним відхиленням (змінністю ціни акції) σ. Математичне сподівання виражається у вигляді середньорічної ставки доходу у короткому інтервалі часу, а її величина залежить від рівня ризику базового інструменту (у цьому випадку – акції), тобто чим вищий ризик, тим вищою буде ставка доходу. Величина μ залежить також від рівня ринкових відсоткових ставок: чим вища відсоткова ставка без ризику, тим вищими будуть сподівання щодо ставки доходу на акцію. Змінність σ є мірою непевності щодо формування ціни акції у майбутньому.

Змінна з логарифмічно-нормальним розподілом характеризується тим, що її натуральний логарифм $(\ln S_T)$ має нормальний розподіл, де S_T – ціна акції у момент T у майбутньому.

Стандартне відхилення для $(\ln S_T)$ та математичне сподівання, відповідно, матимуть такий вигляд:

$$\sigma_{S_T} = \sigma\sqrt{T}\,, \quad \mu_{S_T} = \ln S + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T\,,$$

де S – актуальна ціна акції;

μ – очікувана річна ставка доходу на акцію;

σ – річна змінність ціни акції.

Щоб перевірити, наскільки статистичні дані задовольняють вимоги нормального розподілу, перевіримо ставки доходу на акції за допомогою непараметричного тесту χ^2. Цей тест, який є одним із найперших тестів істотності, був розроблений у 1899 році К. Пірсоном (K. Pearson). Його назва пов'язана зі статистикою, що застосовується під час верифікації гіпотези щодо відповідності вибірки результатів до розподілу випадкової змінної, який має асимптотичний характер, причому вибірка повинна бути значною і нараховувати не менше ніж 30 значень. Тест відповідності χ^2 дає можливість перевірити гіпотезу, чи досліджуване явище характеризується нормальним розподілом.

У класичній моделі Блека–Шоулса дохід базового активу опціону описується логарифмічно-нормальним законом. Передбачається, що поведінка ціни базового активу S відповідає геометричному броунівському руху:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz(\tau),$$

де $z(\tau)$ – стандартний процес Гаусса–Вінера.

Це означає, що $z(\tau)$ є нормальною змінною з математичним сподіванням, яке дорівнює нулю, і дисперсією, що дорівнює різниці між майбутнім і теперішнім часом. Іншими словами, стандартний процес Гаусса–Вінера $z(\tau)$ має нормальний розподіл з нульовим математичним сподіванням (середнім) і дисперсією τ.

Дослідимо зв'язок між теоретичною ціною та фактичною ринковою ціною європейського опціону з правом купівлі акцій, з метою їхнього порівняння. На підставі такого дослідження можна зробити висновки щодо можливості застосування вибраної моделі для прогнозування цін опціонних контрактів, використовуючи дані з минулих періодів.

Розглянемо класичну версію опціону, а саме європейський опціон з правом купівлі акцій, на які не виплачуються дивіденди. З метою оцінювання вартості такого опціону скористаємося моделлю Блека–Шоулса [90, *с. 637–654*]. Дослідження здійснимо на підставі котирувань акцій акціонерного банку City Bank з проміжку часу від 01.10.2003 р. до 31.12.2003 р. Розрахунки виконано за допомогою програми Microsoft Excel. Курси акцій банку City Bank у вищевказаному періоді наведено у табл. 2.2.2.

Таблиця 2.2.2

Котирування акцій банку City Bank у період 01.10.2003 р. – 31.12.2003 р.

Дата	Курс ($)	*Дата*	Курс ($)	*Дата*	Курс ($)
01.10.2003	47.00	*03.11.2003*	48.04	*01.12.2003*	47.56
02.10.2003	47.25	*04.11.2003*	48.32	*02.12.2003*	47.22
03.10.2003	47.11	*05.11.2003*	48.50	*03.12.2003*	46.95
06.10.2003	47.31	*06.11.2003*	48.89	*04.12.2003*	47.19
07.10.2003	47.83	*07.11.2003*	47.75	*05.12.2003*	46.58
08.10.2003	47.56	*10.11.2003*	47.95	*08.12.2003*	47.37
09.10.2003	47.88	*11.11.2003*	47.39	*09.12.2003*	47.09
10.10.2003	47.90	*12.11.2003*	47.39	*10.12.2003*	47.36
13.10.2003	48.93	*13.11.2003*	47.10	*11.12.2003*	47.57
14.10.2003	49.00	*14.11.2003*	46.43	*12.12.2003*	47.55
15.10.2003	48.88	*17.11.2003*	46.30	*15.12.2003*	47.78
16.10.2003	49.00	*18.11.2003*	45.56	*16.12.2003*	47.94
17.10.2003	48.38	*19.11.2003*	45.94	*17.12.2003*	47.49
20.10.2003	48.14	*20.11.2003*	45.77	*18.12.2003*	47.89
21.10.2003	47.57	*21.11.2003*	46.34	*19.12.2003*	48.27
22.10.2003	47.20	*24.11.2003*	46.74	*22.12.2003*	48.50
23.10.2003	47.78	*25.11.2003*	46.91	*23.12.2003*	48.07
24.10.2003	47.60	*26.11.2003*	46.95	*24.12.2003*	47.85
27.10.2003	46.70	*27.11.2003*	47.00	*26.12.2003*	47.86
28.10.2003	47.58	*28.11.2003*	47.03	*29.12.2003*	48.37
29.10.2003	47.59			*30.12.2003*	48.43
30.10.2003	47.52			*31.12.2003*	48.54
31.10.2003	47.40				

Виконуючи одне з припущень моделі Блека–Шоулса, перевіряємо, чи ціни акцій змінювалися у досліджуваному проміжку часу згідно з логарифмічно-нормальним законом. На підставі постійних спостережень за цінами акцій обчислено денну ставку доходу цих фінансових інструментів за формулою:

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right),$$

де S_i – ціна акцій у сесійний день i;

S_{i-1} – ціна акцій у попередній сесійний день.

Таблиця 2.2.3

Денні ставки доходу на акції у період 01.10.2003 р. – 31.12.2003 р.

Жовтень			*Листопад*			*Грудень*		
Курс ($)	S_i / S_{i-1}	u_i	Курс ($)	S_i / S_{i-1}	u_i	Курс ($)	S_i / S_{i-1}	u_i
47.00	–	–	48.04	1.013502	0.013412	47.56	1.011269	0.011206
47.25	1.0053191	0.005305	48.32	1.005828	0.005812	47.22	0.992851	-0.00717
47.11	0.9970371	-0.00297	48.50	1.003725	0.003718	46.95	0.994282	-0.00573
47.31	1.0042454	0.004236	48.89	1.008041	0.008009	47.19	1.005112	0.005099
47.83	1.0109913	0.010931	47.75	0.976682	-0.02359	46.58	0.987074	-0.01301
47.56	0.9943550	-0.00566	47.95	1.004188	0.004181	47.37	1.016960	0.016818
47.88	1.0067283	0.006706	47.39	0.988321	-0.01175	47.09	0.994089	-0.00593
47.90	1.0004177	0.000418	47.39	1.000000	0.000000	47.36	1.005734	0.005717
48.93	1.0215031	0.021275	47.10	0.993881	-0.00614	47.57	1.004434	0.004424
49.00	1.0014306	0.001431	46.43	0.985775	-0.01433	47.55	0.999580	-0.00420
48.88	0.9975512	-0.00245	46.30	0.997211	-0.00283	47.78	1.004837	0.004825
49.00	1.0024551	0.002452	45.56	0.984017	-0.01611	47.94	1.003349	0.003343
48.38	0.9873469	-0.01273	45.94	1.008341	0.008306	47.49	0.990613	-0.00943
48.14	0.9950393	-0.00497	45.77	0.996298	-0.00371	47.89	1.008423	0.008388
47.57	0.9881595	-0.01191	46.34	1.012454	0.012377	48.27	1.007935	0.007904
47.20	0.9922220	-0.00781	46.74	1.008632	0.008595	48.50	1.004765	0.004754
47.78	1.0122881	0.012213	46.91	1.003637	0.003631	48.07	0.991134	-0.00891
47.60	0.9962327	-0.00377	46.95	1.000853	0.000852	47.85	0.995423	-0.00459
46.70	0.9810924	-0.01909	47.00	1.001272	0.001268	47.86	1.000209	0.000209
47.58	1.0188437	0.018668	47.03	1.001704	0.001702	48.37	1.010656	0.010600
47.59	1.0002102	0.00021				48.43	1.001240	0.001240
47.52	0.9985291	-0.00147				48.54	1.002271	0.002269
47.40	0.9974747	-0.00253						

Отримані денні ставки доходу дали змогу оцінити очікуване значення ставки доходу (математичне сподівання) μ і змінність ціни акції (стандартне відхилення) σ. Отже, з розрахунків випливає, що ці величини набувають таких значень відповідно:

$$\mu = \frac{1}{63}\sum_{i=1}^{63} x_i \approx 0.0005, \qquad \sigma = \sqrt{\frac{1}{63}\sum_{i=1}^{63}(x_i - \mu)^2} \approx 0.0091.$$

Для перевірки, чи розподіл денних ставок доходу на акції є логарифмічно-нормальним розподілом з параметрами μ і σ, виконуємо тест χ^2 (див. табл. 2.2.4).

Таблиця 2.2.4

Значення статистики χ^2

x_i	n_i	u_i	$F(x_i)$	p_i	np_i	$(n_i - np_i)^2$	$(n_i - np_i)^2 / np_i$
-0.0089055	10	-1.03	0.15	0.15	9.45	0.3025	0.032011
-0.0037073	10	-0.46	0.32	0.17	10.71	0.5041	0.047068
0.0004176	10	-0.01	0.50	0.18	11.34	1.7956	0.158342
0.0041797	10	0.40	0.66	0.16	10.08	0.0064	0.000635
0.0079035	10	0.81	0.79	0.13	8.19	3.2761	0.400012
0.0212752	13	–	–	0.21	13.23	0.0529	0.003998
сума	63			1.00	63.00		0.642067

У таблиці прийнято такі позначення: x_i – значення правого кінця i-го інтервалу, $i = 1,2,...,k$; n_i – кількість класів; u_i – стандартизоване значення правого кінця i-го інтервалу, причому $u_i = (x_i - \mu)/\sigma$; $F(x_i)$ – значення функції стандартизованого розподілу у точці u_i; p_i – теоретична ймовірність для кожного класу; np_i – очікувана кількість в i-му класі; $\left[\sum (n_i - np_i)^2 / np_i\right]$ – статистика χ^2.

Отримана функція густини розподілу χ^2 з трьома степенями свободи і рівнем значущості (істотності) $\alpha = 0.05$ підтвердила припущення про те, що наші статистичні дані підпорядковуються логарифмічно-нормальному закону розподілу. Одержано значення статистики $\chi^2 = 0.642067$. Оскільки $\chi^2 = 0.642067 < 7.817 = \chi^2_\alpha$, то діє логарифмічно-нормальний закон розподілу. Відповідність розподілу котирувань акцій акціонерного банку City Bank логарифмічно-нормальному закону дає нам змогу застосувати модель Блека–Шоулса для прогнозування ціни європейського опціону з правом купівлі акцій зазначеного вище банку, на які не виплачуються дивіденди.

У моделі Блека–Шоулса ціна стандартного європейського опціону купівлі описується за допомогою формули:

$$c = SN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2), \qquad (2.2.13)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left[r + \frac{\sigma^2}{2}\right]T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left[r - \frac{\sigma^2}{2}\right]T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T},$$

де S – поточна ринкова ціна акції;

K – ціна виконання опціону;

r – річна відсоткова ставка без ризику;

σ – стандартне відхилення (змінність) ціни акції;

T – час до моменту закінчення терміну дії опціону, роки.

Причому $N(d_1)$ – значення функції стандартизованого нормального розподілу для випадкової змінної d_1, а $N(d_2)$ – значення функції стандартизованого нормального розподілу для випадкової змінної d_2.

Обчислимо ціну акційного опціону купівлі європейського стилю виконання для таких початкових даних: час до погашення становить три місяці, $T = 0.25$ року, ціна виконання опціону $K = 40$ доларів США, актуальна ціна акції у початковий момент часу $S = 48.5$ долара США, відсоткова ставка без ризику становить $r = 8\ \%$ річних, а змінність ціни акції становить $\sigma = 0.91\% \times \sqrt{250} \approx 14\%$ річних.

Обчислюючи значення d_1 і d_2, отримуємо:

$$d_1 = \frac{\ln(48.5/40) + \left[0.08 + 0.5 \cdot (0.14)^2\right] \cdot 0.25}{0.14 \cdot \sqrt{0.25}} \approx 3.06,$$

$$d_2 = 3.06 - 0.14 \cdot \sqrt{0.25} \approx 2.99.$$

Маючи значення d_1 та d_2, можна знайти відповідні їм табличні значення функції стандартизованого нормального розподілу. Вони дорівнюють відповідно:

$$N(d_1) = N(3.06) \approx 0.998893, \qquad N(d_2) = N(2.99) \approx 0.998605.$$

Далі, повертаючись до моделі Блека–Шоулса, можна розпочати визначення теоретичної ціни європейського опціону купівлі акцій:

$$c = 48.5 \cdot 0{,}998893 - 40 \cdot e^{-(0.08) \cdot 0.25} \cdot 0.998605 \approx 9.30\$.$$

Отже, згідно з нашими розрахунками, опціон купівлі на дату 5 січня 2004 року повинен коштувати 9.30 долара.

Треба додати, що для довільного моменту часу t у майбутньому (у межах терміну дії опціону) згідно з моделлю Блека–Шоулса ціна стандартного європейського опціону купівлі дорівнюватиме:

$$c_t = S_t N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2),$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left[r + \frac{\sigma^2}{2}\right](T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t},$$

де S_t – курс акції на момент t, причому $0 < t < T$.

Обчислені ціни опціону відповідно на кожний сесійний день, для моменту $(T-t)$, подано у табл. 2.2.5.

Таблиця 2.2.5

Обчислені значення ціни європейського опціону купівлі на акції акціонерного банку City Bank у період 05.01.2004 р. – 31.03.2004 р.

Дата	*Курс акції ($)*	*T-t*	d_1	d_2	$N(d_1)$	$N(d_2)$	*Ціна опціону купівлі ($)*
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
05.01.2004	48,50	0,252	3,06	2,99	0,998893	0,998605	**9,30**
06.01.2004	48,46	0,248	3,07	3,00	0,998930	0,998650	9,25
07.01.2004	48,45	0,244	3,09	3,02	0,998999	0,998736	9,22
08.01.2004	48,49	0,240	3,12	3,05	0,999096	0,998856	9,25
09.01.2004	47,54	0,236	2,85	2,78	0,997814	0,977282	9,08
12.01.2004	47,89	0,232	2,98	2,91	0,998559	0,993193	8,82
13.01.2004	47,59	0,228	2,91	2,84	0,993193	0,997744	8,08
14.01.2004	47,65	0,224	2,94	2,88	0,998359	0,998012	8,36
15.01.2004	46,98	0,220	2,75	2,68	0,997020	0,996319	7,68
16.01.2004	46,44	0,216	2,59	2,53	0,995201	0,994297	7,13
19.01.2004	46,39	0,212	2,59	2,53	0,995201	0,994297	7,06
20.01.2004	46,30	0,208	2,58	2,52	0,995060	0,994132	6,96
21.01.2004	46,73	0,204	2,75	2,69	0,997020	0,996427	7,38
22.01.2004	46,51	0,200	2,70	2,63	0,996553	0,995731	7,15
23.01.2004	46,87	0,196	2,84	2,78	0,993193	0,977282	8,07
26.01.2004	46,40	0,192	2,70	2,64	0,996553	0,995855	7,01
27.01.2004	46,52	0,188	2,77	2,71	0,997197	0,996636	7,12
28.01.2004	46,30	0,184	2,71	2,65	0,996636	0,995975	6,89
29.01.2004	46,15	0,180	2,68	2,62	0,996319	0,995604	6,73
30.01.2004	45,96	0,176	2,63	2,58	0,995731	0,995060	**6,52**
02.02.2004	46,13	0,172	2,72	2,66	0,996736	0,996093	6,68
03.02.2004	46,18	0,168	2,77	2,71	0,997197	0,996636	6,72
04.02.2004	46,49	0,164	2,91	2,86	0,993193	0,997882	6,78
05.02.2004	46,58	0,160	2,98	2,92	0,998559	0,998250	7,09
06.02.2004	46,55	0,156	3,00	2,94	0,998650	0,008359	7,05
09.02.2004	46,77	0,152	3,11	3,06	0,999065	0,998893	7,25
10.02.2004	46,98	0,148	3,23	3,18	0,999381	0,999264	7,45
11.02.2004	46,87	0,144	3,23	3,17	0,999381	0,999238	7,33
12.02.2004	46,99	0,140	3,31	3,26	0,999534	0,999443	7,44
13.02.2004	47,80	0,136	3,69	3,64	0,999888	0,999864	8,23
16.02.2004	47,76	0,132	3,72	3,67	0,999901	0,999879	8,18
17.02.2004	47,98	0,128	3,86	3,81	0,999943	0,999931	8,39
18.02.2004	47,42	0,124	3,68	3,63	0,999883	0,999925	7,81
19.02.2004	47,56	0,120	3,79	3,74	0,999925	0,999908	7,94
20.02.2004	46,69	0,116	3,46	3,41	0,999730	0,999675	7,06
23.02.2004	47,89	0,112	4,06	4,01	0,999976	0,999969	8,25
24.02.2004	47,91	0,108	4,13	4,09	0,999982	0,999978	8,25
25.02.2004	48,05	0,104	4,27	4,22	0,999990	0,999988	8,38
26.02.2004	48,25	0,100	4,44	4,39	0,999996	0,999994	8,57
27.02.2004	48,00	0,096	4,40	4,36	0,999996	0,999993	8,31
01.03.2004	48,44	0,092	4,70	4,66	0,999995	0,999998	8,73
02.03.2004	48,23	0,088	4,70	4,65	0,999998	0,999998	8,51
03.03.2004	48,17	0,084	4,77	4,73	0,999999	0,999999	8,44
04.03.2004	48,03	0,080	4,80	4,76	0,999999	0,999999	8,29

Продовження табл. 2.2.5

1	2	3	4	5	6	7	8
05.03.2004	48,09	0,076	4,95	4,91	0,999999	0,999999	8,33
08.03.2004	48,00	0,072	5,03	4,99	1,000000	0,999999	8,23
09.03.2004	48,25	0,068	5,30	5,27	1,000000	1,000000	8,47
10.03.2004	47,57	0,064	5,06	5,02	1,000000	1,000000	7,77
11.03.2004	47,55	0,060	5,20	5,16	1,000000	1,000000	7,74
12.03.2004	47,04	0,056	5,05	5,01	1,000000	1,000000	7,22
15.03.2004	47,59	0,052	5,59	5,56	1,000000	1,000000	7,76
16.03.2004	47,55	0,048	5,78	5,75	1,000000	1,000000	7,70
17.03.2004	47,41	0,044	5,93	5,89	1,000000	1,000000	7,55
18.03.2004	47,29	0,040	6,11	6,08	1,000000	1,000000	7,42
19.03.2004	47,23	0,036	6,38	6,35	1,000000	1,000000	7,35
22.03.2004	47,12	0,032	6,66	6,63	1,000000	1,000000	7,22
23.03.2004	47,58	0,028	7,51	7,49	1,000000	1,000000	7,67
24.03.2004	46,89	0,024	7,43	7,41	1,000000	1,000000	6,97
25.03.2004	46,79	0,020	8,01	7,99	1,000000	1,000000	6,85
26.03.2004	46,87	0,016	9,03	9,01	1,000000	1,000000	6,92
29.03.2004	46,67	0,012	10,13	10,11	1,000000	1,000000	6,71
30.03.2004	46,83	0,008	12,65	12,63	1,000000	1,000000	6,86
31.03.2004	46,79	0,004	17,75	17,74	1,000000	1,000000	6,80

У міру наближення до закінчення терміну дії опціону значення d_1 та d_2 зростають, а отже, значення $N(d_1)$ та $N(d_2)$ наближаються до 1. Тому значення функції стандартизованого нормального розподілу записано як 1.000000. Максимальна ціна опціону купівлі становитиме 9.30 долара, а мінімальна – 6.52 долара. У нашому випадку можна стверджувати, що зміни цін опціону купівлі впливали на курси акцій.

Отримані внаслідок обчислень значення ціни опціону купівлі є теоретичними значеннями, а тому порівнюємо їх із фактичними цінами опціону, які склалися у цей період на біржі. Порівняння теоретичних і фактичних цін показано на рис. 2.2.15 (темна крива – теоретична ціна, світла – фактична ціна).

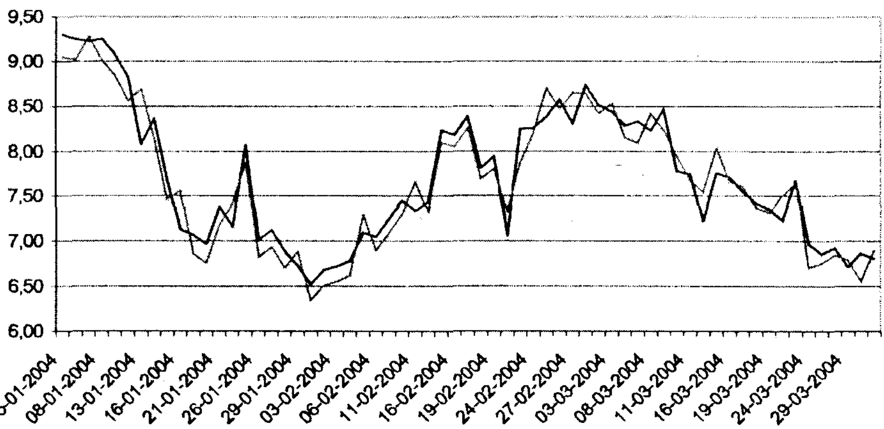

Рис. 2.2.15. Теоретична та фактична ціна європейського опціону купівлі акцій акціонерного банку City Bank

На підставі виконаних досліджень можна стверджувати, що ціни опціону купівлі, які формувалися на біржі, здебільшого були нижчими від теоретичних цін, обчислених за допомогою моделі Блека–Шоулса. Причиною цього факту могли бути ринкові умови, які у той час відзначалися на фінансових ринках. Однак ця модель наближає теоретичні ціни до фактичних ринкових цін, а тенденції змін збігаються, що є важливішим для опціонів, ніж конкретні значення цін. Математики та біржові аналітики постійно працюють над удосконаленням розглянутої моделі з метою точнішого наближення теоретичної ціни до фактичної ринкової ціни. Саме тому модель Блека–Шоулса постійно аналізується і підлягає різним модифікаціям. Проте вона не втрачає своєї актуальності.

Модель Блека–Шоулса розроблено для визначення ціни стандартного опціону купівлі, однак її можна використати також для оцінювання опціонів продажу, завдяки застосуванню паритету опціонів купівлі і продажу (2.2.3). Отже, отримуємо формулу для обчислення ціни стандартного європейського опціону з правом продажу акцій, на які не виплачуються дивіденди:

$$p = Ke^{-rT}N(-d_2) - SN(-d_1), \tag{2.2.14}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left[r + \frac{\sigma^2}{2}\right]T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left[r - \frac{\sigma^2}{2}\right]T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

Оцінювання опціонів на акції, на які виплачуються дивіденди

Проаналізуємо як можна застосувати результати, отримані для європейських стандартних опціонів на акції, на які не виплачуються дивіденди, для оцінювання європейських опціонів на акції, на які виплачуються дивіденди за наперед відомою ставкою. Для цього спочатку порівняємо акції акціонерного товариства, яке виплачує дивіденди неперервно за річною ставкою q, та акції товариства, яке не виплачує дивідендів. Як уже згадувалося, виплата дивідендів призводить до зниження ціни опціонів на суму виплачених дивідендів. Неперервна виплата дивідендів за ставкою q призводить до того, що показник зростання ціни акції буде нижчим на величину, що дорівнює q, від показника, який би характеризував аналогічну акцію товариства, що не виплачує дивідендів. Якщо припустимо, що у разі виплати дивідендів за ставкою q ціна акції зростає у момент T з величини S до величини S_T, то ціна акції товариства, що не виплачує дивідендів, зросла б у момент T з величини S до величини $S_T e^{qT}$. Можна також припустити, що для таких акцій їхня ціна зросла б у момент T з величини Se^{-qT} до величини S_T. Отже, можна стверджувати, що розподіл ймовірності ціни акції у момент T буде ідентичним у двох випадках [139, *с. 320–323*]:

- для акцій товариств, що неперервно виплачують дивіденди за ставкою q, початкова ціна яких дорівнює S;
- для акцій товариств, що не виплачують дивідендів, початкова ціна яких дорівнює Se^{-qT}.

Звідси випливає, що для оцінювання європейського опціону з терміном до погашення, що дорівнює T, виставленого на акції товариства, що виплачує дивіденди у неперервний спосіб за наперед відомою річною дивідендною ставкою q, можна використати формули для оцінювання опціонів на акції без виплати дивідендів, за умови зменшення актуальної ціни акції S до значення Se^{-qT}.

Застосувавши останнє твердження, можна визначити межі цін для європейського стандартного опціону на акції товариства, що виплачує дивіденди за фіксованою дивідендною ставкою q. Для цього у нерівності (2.2.1) замінимо значення S на значення Se^{-qT}. Тоді отримаємо таку нерівність, яка визначає *нижню межу* ціни аналізованого опціону купівлі:

$$c > Se^{-qT} - Ke^{-rT}. \tag{2.2.15}$$

Для обчислення *нижньої межі* ціни європейського опціону продажу p аналогічно замінимо значення S на значення Se^{-qT} у нерівності (2.2.2):

$$p > Ke^{-rT} - Se^{-qT}. \tag{2.2.16}$$

Якщо у (2.2.3) замінити S на значення Se^{-qT}, то можна одержати паритет стандартних європейських опціонів продажу і купівлі акцій, на які виплачуються дивіденди за ставкою q у неперервний спосіб:

$$c + Ke^{-rT} = p + Se^{-qT}. \tag{2.2.17}$$

Якщо замінимо значення S на значення Se^{-qT} у формулах Блека–Шоулса, тобто у рівняннях (2.2.13) і (2.2.14), то отримаємо формули для обчислення теоретичної ціни європейського опціону купівлі c та європейського опціону продажу p, в основу яких покладено акції товариства, що неперервно виплачує дивіденди за річною ставкою q:

$$c = Se^{-qT}N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2), \tag{2.2.18}$$

$$p = Ke^{-rT}N(-d_2) - Se^{-qT}N(-d_1). \tag{2.2.19}$$

Якщо врахувати, що

$$\ln\frac{Se^{-qT}}{K} = \ln\frac{S}{K} - qT,$$

то значення d_1 та d_2 можна буде обчислити за допомогою таких формул:

$$d_1 = \frac{\ln\frac{S}{K} + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_2 + \sigma\sqrt{T},$$

$$d_2 = \frac{\ln\frac{S}{K} + \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

Останні формули вперше були виведені Р. Мертоном у 1973 році [167]. Для спрощення процедури оцінювання опціонів дивіденди можна трактувати як зменшення ціни акції на величину, що дорівнює оголошеній сумі дивідендів на одну акцію. Якщо упродовж терміну дії опціону дивідендна ставка не є фіксованою, то рівняння (2.2.18) і (2.2.19) можна застосовувати, підставляючи замість q середнє значення дивідендної ставки протягом року.

Обчислимо ціну стандартного європейського опціону з правом купівлі акції, на які виплачуються дивіденди неперервно. Припустимо, що відсоткова ставка без ризику $r = 20\,\%$, дивідендна ставка $q = 5\,\%$, час до погашення опціону становить $T = 0.5$ року, ціна виконання опціону $K = 105\,\$$, поточна ціна акції $S = 100\,\$$, а змінність ціни акції становить $\sigma = 30\%$. Підставляючи ці дані у три попередні формули, отримуємо:

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{100}{105}\right) + \left[0.20 - 0.05 - \frac{0.30^2}{2}\right]0.5}{0.30\sqrt{0.5}} = 0.0175,$$

$$d_1 = 0.0175 + 0.30\sqrt{0.5} = 0.2296,$$

$$c = 100e^{-0.05\times 0.5} \times 0.5908 - 105e^{-0.2\times 0.5} \times 0.2296 = 9.455\$.$$

Дослідимо, як зміняться формули для оцінювання опціонів за допомогою біноміального методу, за умови урахування виплачуваних на акції протягом дії опціону дивідендів. Припустимо спочатку, що початкова ціна акції може змінитися у двоякий спосіб: або зрости до рівня Su, або знизитися до рівня Sd, причому, як і раніше, припускаємо, що $u > 1$, а $d < 1$. Застосувавши правило заміни S на Se^{-qT}, отримаємо аналогічне до рис. 2.2.13 одноперіодичне біноміальне дерево, в якому шуканим значенням у початковий момент часу буде Se^{-qT} замість S. Тоді рівняння одноперіодичної біноміальної моделі оцінювання стандартних європейських опціонів, виставлених на акції, на які виплачуються дивіденди у неперервний спосіб за ставкою q, можна описати так:

$$f = e^{-rT}\left[pf_u + (1-p)f_d\right], \qquad (2.2.20)$$

$$p = \frac{e^{(r-q)T} - d}{u - d}. \qquad (2.2.21)$$

2.3. Відсоткові опціони

Відсоткові опціони – це опціони, дохід яких у певний спосіб залежить від рівня відсоткових ставок. В останні роки ці деривативи набувають все більшої популярності. На біржових та позабіржових ринках продається багато різновидів таких опціонів. Згідно із статистичними даними Банку міжнародних розрахунків умовна вартість відкритих позицій у відсоткових опціонах зростає з року у рік. До відсоткових опціонів можна зарахувати такі фінансові інструменти:

– опціони на облігації;
– опціони на депозити;

- опціони на ф'ючерси; в основу яких покладено облігації;
- опціони на ф'ючерси; в основу яких покладено депозитні ставки;
- опціони на відсоткові свопи;
- вбудовані в інші інструменти опціони;
- деякі різновиди іпотечних цінних паперів;
- опціони на верхню межу відсоткової ставки;
- опціони на нижню межу відсоткової ставки;
- опціони на верхню та нижню межу відсоткової ставки тощо.

Біржові та позабіржові опціони на облігації

Найпростішим видом відсоткових опціонів є опціони, в основу яких покладено ціну облігації. Це можуть бути облігації державної позики, корпоративні облігації, муніципальні облігації та інші їхні види. Однією із моделей, яку можна використати для оцінювання опціону, виставленого на облігацію, є модель Блека–Шоулса. Якщо базовим активом стандартного європейського опціону є облігація з нульовим купоном, то ціну такого опціону з правом купівлі, згідно з моделлю Блека–Шоулса, можна обчислити за допомогою такої формули [139, *с. 449*]:

$$c = BN(d_1) - e^{-RT} KN(d_2), \tag{2.3.1}$$

тоді як ціну опціону з правом продажу можна обчислити за іншою формулою, а саме:

$$p = e^{-RT} KN(-d_2) - BN(-d_1), \tag{2.3.2}$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{B}{K} + \left(R + \frac{\sigma^2}{2} \right) T}{\sigma \sqrt{T}},$$

$$d_2 = \frac{\ln \frac{B}{K} + \left(R - \frac{\sigma^2}{2} \right) T}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T},$$

де B – актуальна ціна облігації у початковий момент часу;

T – час до погашення опціону;

σ – змінність ціни облігації;

K – ціна виконання опціону;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної;

R – поточна відсоткова ставка для інвестицій без ризику з відповідним часовим інтервалом, що дорівнює T.

Що стосується стандартного американського опціону купівлі облігації з нульовим купоном, то його не варто реалізовувати достроково, а тому можна його трактувати як стандартний європейський опціон, виставлений на облігацію.

Якщо протягом терміну дії опціону будуть виплачуватися купонні платежі за облігаціями (тобто маємо справу з купонними облігаціями), то перед застосуванням формул (2.3.1) і (2.3.2) від значення B необхідно відняти поточну вартість цих платежів, а замість параметра змінності σ поставити параметр для ціни облігації, зменшеної на величину купонних платежів. Дуже важливим моментом в оцінюванні опціонів, виставлених на купонні облігації, є точна їхня характеристика. Якщо ціна виконання опціону визначається як сума, яку отримає власник опціону взамін за облігацію у момент виконання опціону, то саме ця сума повинна підставлятися у формули (2.3.1) і (2.3.2) замість K. Якщо ж ціна виконання – це курс облігації у день виконання опціону (як для опціонів на облігації, що котируються на біржі), то замість K у формули (2.3.1) і (2.3.2) необхідно підставляти ціну виконання, збільшену на суму нарахованих відсотків за період до дня виконання опціону.

У моделі Блека–Шоулса робиться припущення, що змінність ціни облігації є сталою величиною. Насправді змінність залежить від періоду, який залишився до моменту викупу облігації. Чим довший цей період, тим вищою буде змінність ціни. Шафер і Шварц доводять у праці [200], що змінність ціни облігації є пропорційною до терміну її дії. Це означає, що змінність ціни десятирічної облігації буде вдвічі вищою від змінності ціни п'ятирічної облігації. У ситуації, коли термін дії опціону короткий порівняно з терміном дії облігації, на яку опціон виставлено (що характерно для більшості біржових опціонів на облігації), можна припустити, що протягом терміну дії опціону змінність ціни облігації є сталою величиною. У такому разі можна використати залежність між терміном дії та змінністю. Якщо, наприклад, необхідно визначити вартість тримісячного опціону на облігацію з терміном дії 5 років та місячного опціону на облігацію з терміном дії 10 років, то різницею між термінами дії опціонів можна знехтувати, оскільки вони короткі порівняно з термінами дії облігацій. Тоді у моделі Блека–Шоулса необхідно врахувати тільки різницю між термінами дії облігацій, тобто змінність другої облігації повинна бути вдвічі вищою від змінності першої облігації.

Для опціонів з довшими термінами дії припущення щодо сталості параметра змінності σ ціни облігації, упродовж терміну дії опціону не справджується. У такому разі змінність можна встановити пропорційно до середньої ціни облігації протягом дії опціону. У ситуації, коли термін дії опціону є істотним порівняно з терміном до викупу облігації, існує ще один спосіб оцінювання європейських опціонів, виставлених на облігації. Він полягає у тому, що можна вважати такий опціон виставленим на строкову ціну облігації, котра буде поставлена у разі виконання опціону. Це означає, що опціон виставляється на строкову ціну облігації з терміном дії від дати погашення опціону до дати викупу облігації. У момент погашення опціону строкова ціна облігації дорівнюватиме базовій ціні облігації. Звідси випливає, що аналізований опціон, виставлений на ф'ючерс на облігацію, буде коштувати стільки само, скільки й шуканий спот-опціон на облігацію. Такий підхід дає можливість застосувати модель Ф. Блека оцінювання опціонів, в основу яких покладено ф'ючерсний контракт [88].

Змінність строкової ціни залежить від тривалості періоду між датою погашення опціону і датою викупу облігації, а також від терміну дії самого опціону. Чим довший термін дії опціону, тим меншою буде змінність строкової ціни. Відповідні формули для оцінювання опціонів на облігації матимуть вигляд:

– для опціонів з правом купівлі

$$c = e^{-RT}\left[FN(d_1) - KN(d_2)\right]; \qquad (2.3.3)$$

– для опціонів з правом продажу

$$p = e^{-RT}\left[KN(-d_2) - FN(-d_1)\right], \qquad (2.3.4)$$

$$d_1 = \frac{\ln\frac{F}{K} + \frac{\sigma^2}{2}T}{\sigma\sqrt{T}},$$

$$d_2 = \frac{\ln\frac{F}{K} + \frac{\sigma^2}{2}T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T},$$

де F – строкова ціна облігації;

σ – змінність ціни облігації.

Найпопулярнішими відсотковими опціонами, які котируються на біржах, є опціони, базовими інструментами яких є ф'ючерси на довгострокові та середньострокові казначейські облігації, а також ф'ючерси на євродоларові депозити. У біржових котируваннях ціни таких інструментів, як правило, подаються у вигляді відсотка від номінальної вартості базового боргового інструменту. Для євродоларових депозитів ціна подається з точністю до двох знаків після коми, а один опціонний контракт передбачає поставку ф'ючерсу на номінальну суму 1 мільйон доларів США. Якщо йдеться про довгострокові і середньострокові казначейські облігації, то ціна подається з точністю до 1/64 відсотка, а опціонний контракт передбачає поставку ф'ючерсу з номінальною вартістю 100 000 доларів США.

Відомо, що у разі зростання ринкових відсоткових ставок ціни облігацій знижуються. Натомість у разі зниження ринкових відсоткових ставок ціни облігацій починають зростати. Інвестор, який сподівається на зростання короткострокових відсоткових ставок, може спекулювати, купуючи опціони з правом продажу євродоларових ф'ючерсів, тоді як інвестор, який передбачає зниження короткострокових відсоткових ставок, може спекулювати, купуючи опціон з правом купівлі євродоларових ф'ючерсів. Інвестор, який переконаний у зростанні довгострокових відсоткових ставок, може спекулювати, купуючи опціони продажу довгострокових або середньострокових казначейських облігацій, тоді як інвестор, що припускає зниження довгострокових відсоткових ставок, матиме можливість спекулювати, купуючи опціони з правом купівлі довгострокових або середньострокових казначейських облігацій. Аналогічна ситуація щодо формування цін опціонів спостерігається на ринку опціонів, виставлених на депозити та на ф'ючерси, в основу яких покладено депозити.

Згадані вище відсоткові опціони можуть бути предметами торгівлі як на біржових, так і на позабіржових ринках. Окрім опціонів, в основу яких покладено ф'ючерси на довгострокові та середньострокові казначейські облігації, а також ф'ючерси на євродоларові депозити, існують інші різновиди фінансових інструментів, які можна зарахувати до групи відсоткових опціонів.

Вбудовані опціони

Значна кількість облігації містить у собі вбудовані опціони купівлі або продажу. Наприклад, облігацій з опціоном дострокового викупу на вимогу *емітента* містить додаткове застереження, яке дає змогу емітенту достроково викупити таку облігацію за заздалегідь узгодженою фіксованою ціною у визначений момент часу у майбутньому. Це означає, що покупець такої облігації теоретично продає її емітенту опціон з правом купівлі облігації. Вартість такого опціону буде відображена у ставці доходу облігації, у зв'язку з чим облігації з опціоном дострокового викупу на вимогу її емітента характеризуються вищою дохідністю порівняно з облігаціями без вбудованого опціону.

Облігації з опціоном дострокового викупу на вимогу *утримувача* облігації містять у собі застереження, яке дає власнику такого інструменту змогу вимагати від емітента дострокового викупу облігації за наперед визначеною ціною, у передбачений опціонним контрактом день у майбутньому. Тобто покупець такої облігації теоретично купує разом з самою облігацією також опціон її продажу. Вартість такого опціону також буде відображена у ставці доходу облігації, у зв'язку з чим облігації з опціоном дострокового викупу на вимогу її утримувача характеризуються нижчими ставками доходу, ніж облігації без вбудованого опціону.

Існують також інші інструменти, в які вбудовано різноманітні опціони. Привілей дострокової ліквідації депозиту з фіксованою відсотковою ставкою є рівнозначним до облігації з опціоном дострокового викупу на вимогу її емітента. Тобто власник депозиту матиме право на передчасну „купівлю" депонованої ним грошової суми. Натомість привілей дострокової сплати кредиту за фіксованою відсотковою ставкою є аналогом до облігації з опціоном дострокового викупу на вимогу утримувача. Це означає, що позичальник отримує право передчасного „продажу" позиченої грошової суми. Опціонами продажу є також зобов'язання, які випливають з іпотечних кредитів, пропонованих банками та іншими фінансовими інституціями.

Один із різновидів опціонів на відсоткові ставки вбудовано також у так звані іпотечні цінні папери (mortgage-backed securities – MBS). Такі фінансові інструменти в останні роки стали доволі популярними, а їхніми емітентами є фінансові інституції, які мають намір продати частину свого портфеля іпотечних позик зовнішнім інвесторам. З тієї частини позик, яку фінансова інституція планує продати, утворюють закритий фонд, який називається „pool". На величину такого фонду емітуються спеціальні іпотечні цінні папери, які продаються інвесторам. Пізніше такі інструменти вільно обертаються на вторинному фондовому ринку, що підвищує їхню ліквідність. Інвестор, який став власником *x%* згаданого фонду іпотечних цінних паперів, має право на *x%* від номінальної вартості фонду та *x%* належних відсотків на іпотечні цінні папери, які входять до складу закритого фонду.

Іпотечні позики, які входять до складу фонду „pool", зазвичай застраховані, а тому інвестори не наражаються на ризик невиконання умов позики. У зв'язку з цим MBS можна трактувати як стандартні цінні папери з фіксованим доходом. Однак позики з фонду MBS мають привілей дострокової сплати. А це означає, що власник MBS дає позичальнику опціон типу продажу, пов'язаний з відсотковою ставкою. Інвестори, як правило, вимагають вищу відсоткову ставку за такими іпотечними цінними паперами, ніж за стандартними інструментами з фіксованою відсотковою ставкою. Вища відсоткова ставка повинна компенсувати евентуальний ризик, пов'язаний з достроковою виплатою позики і недоотриманим прибутком власників іпотечних цінних паперів.

Свопові опціони

Свопові опціони (swaptions – свопціони) – це такі опціони, в основу яких покладено відсоткові свопи. Такий тип відсоткових опціонів стає дедалі популярнішим на світових фінансових ринках. Свопціони надають їхньому утримувачу право (але не зобов'язують) зайняти деяку позицію у відсотковому свопі у наперед визначений момент часу у майбутньому. Продавцями свопціонів найчастіше бувають великі фінансові інституції, які займаються обігом відсоткових свопів, а покупцями – інституціональні клієнти.

Щоб проаналізувати потенційні можливості використання свопових опціонів, розглянемо приклад компанії, яка через три місяці має намір взяти трирічну позику за плаваючою відсотковою ставкою, а потім використати відсотковий своп з метою заміни своєї позики на позику за фіксованою відсотковою ставкою. Виплативши опціонну премію, компанія може зайняти довгу позицію у своповому опціоні, завдяки чому отримає право обміну плаваючої відсоткової ставки на фіксовану відсоткову ставку на рівні, наприклад, 10 % річних. У нашому випадку своп буде мати термін дії три роки, які почнуть відраховуватися у момент, віддалений від моменту купівлі свопціону на три місяці. Якщо через три місяці виявиться, що ринкова фіксована ставка у трирічних свопах є нижчою від 10 %, то компанія не буде реалізовувати своїх прав, які випливають з опціону, що буде для неї невигідним, а укладе своповий контракт на ринкових умовах. У разі ж, коли через три місяці ринкова відсоткова ставка перевищить 10 %, то компанія матиме можливість виконати опціон і укласти контракт своп на вигідніших умовах, ніж ринкові.

Для фірм, які опинились у схожій ситуації, свопові опціони є доволі привабливими інструментами, що становлять альтернативу строковим свопам, які ще називають „свопами із запізненням", що означає встановлення початку дії свопу на деяку дату у майбутньому. На відміну від свопціонів, останні інструменти не зумовлюють жодних початкових витрат, однак зобов'язують фірму до виконання укладеного контракту своп. Використовуючи ж свопціони, фірма матиме можливість отримати прибуток зі сприятливих для неї змін ринкових відсоткових ставок, з одночасним страхуванням від несприятливих змін таких ставок. Однак треба пам'ятати, що укладання свопціону, як і звичайного опціонного контракту, вимагає сплати покупцем опціонної премії на користь продавця свопціону. Отже, можна стверджувати, що різниця між своповим опціоном та строковим опціоном є аналогічною до різниці, наприклад, між валютним опціоном та валютним форвардним контрактом.

Відсоткові свопи можна трактувати як угоди обміну облігацій з фіксованою відсотковою ставкою на облігації з плаваючою відсотковою ставкою. У момент укладання угоди своп вартість облігації з плаваючою відсотковою ставкою завжди дорівнює номінальній вартості свопу. У зв'язку з цим своповий опціон можна інтерпретувати як опціон обміну облігації з фіксованою відсотковою ставкою на номінальну вартість свопу. Якщо свопціон надає його власнику право здійснювати платежі згідно з фіксованою відсотковою ставкою, а одержувати платежі згідно з плаваючою відсотковою ставкою, то його можна вважати опціоном продажу, виставленим на облігацію з фіксованою ставкою, ціна виконання якого дорівнює номінальній вартості свопу. Якщо ж свопціон надає його власнику право здійснювати платежі згідно з плаваючою відсотковою ставкою, а отримувати платежі згідно з фіксованою відсотковою ставкою, то маємо справу з опціоном купівлі, виставленим на облігацію з фіксованою ставкою, ціна виконання якого дорівнює номінальній вартості свопу.

Опціонні контракти на верхню та нижню межі відсоткової ставки

Іншим видом відсоткових опціонів, які зазвичай продають фінансові інституції на позабіржовому ринку, є ***опціонні контракти на верхню межу відсоткової ставки*** (interest-rate cap). Інструменти такого типу були створені з метою страхування від зростання плаваючих відсоткових ставок за позиками вище від зазначеного рівня. Такий рівень ще називають верхньою межею відсоткової ставки (cap rate). Дію опціонного контракту на верхню межу відсоткової ставки подано на рис. 2.3.1. Штрихова лінія означає теоретично можливий рівень відсоткової ставки без застосування верхнього обмеження. Натомість суцільна потовщена лінія відображає фактичний рівень відсоткової ставки, яку платитиме позичальник.

Цей фінансовий інструмент побудовано так, щоб у кожний момент часу він гарантував відсоткову ставку за позикою на рівні, який визначається мінімальним з двох значень: ринкової відсоткової ставки та верхньої межі відсоткової ставки.

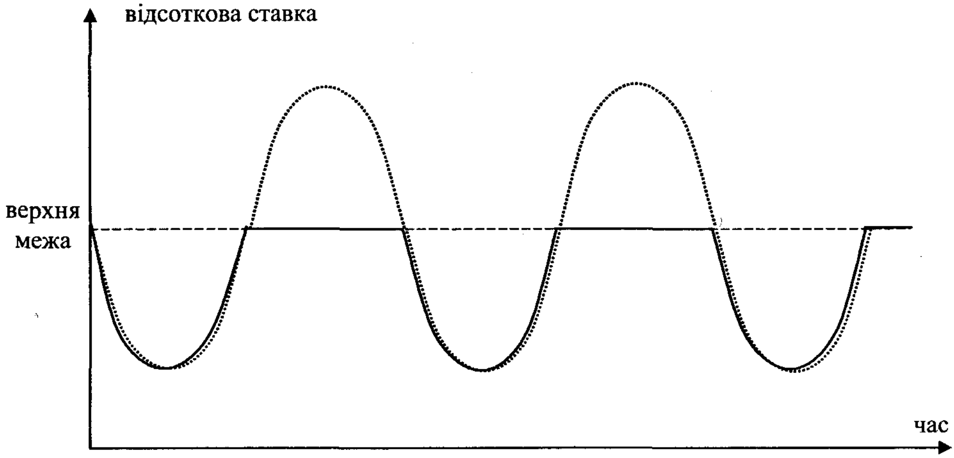

Рис. 2.3.1. Ефективна відсоткова ставка позичальника у разі використання опціонного контракту на верхню межу відсоткової ставки

Якщо верхню межу відсоткової ставки позначимо через R_X, номінальний капітал (тобто суму позики) позначимо через L, а платежі відсотків здійснюються у моменти часу $\tau, 2\tau, ..., n\tau$, то сторона, яка виставила опціон на верхню межу відсоткової ставки, зобов'язана виплатити іншій стороні у момент часу $k\tau$ суму, що дорівнює:

$$payoff_{k\tau} = \tau L \times \max(R_{k-1} - R_X, 0), \tag{2.3.5}$$

де R_{k-1} – відсоткова ставка (наприклад, LIBOR) у момент часу $(k-1)\tau$.

Нехай F – строкова відсоткова ставка для проміжку часу між $(k-1)\tau$ та $k\tau$. Ставку F можна використати як дисконтну ставку для платежів, описаних (2.3.5), внаслідок чого отримуємо формулу для обчислення суми цього платежу у момент часу $(k-1)\tau$:

$$payoff_{(k-1)\tau} = \frac{\tau L}{1+\tau F} \max(R_{k-1} - R_X, 0). \tag{2.3.6}$$

Якщо і опціон на верхню межу відсоткової ставки, і пов'язану з ним позику, пропонує та сама фінансова інституція, то ціна такого опціонного контракту, як правило, враховується у величині відсоткової ставки. Якщо ж ці два фінансові інструменти пропонуються різними фінансовими інституціями, то за придбаний опціонний контракт на верхню межу відсоткової ставки необхідно сплатити початковий внесок – опціонну премію.

Розглянемо модель оцінювання опціонних контрактів на верхню межу відсоткової ставки [139, *с. 445–449*]. З (2.3.6) можна одержати модель оцінювання контрактів на верхню межу відсоткової ставки. У момент $k\tau$ виконується залежність $F_k = R_k$. Завдяки цьому опціон на верхню межу відсоткової ставки, що відповідає часовому інтервалу між $(k-1)\tau$ та $k\tau$, можна трактувати як європейський опціон купівлі, виставлений на F_k, а не на R_k. Якщо припустимо, що строкова відсоткова ставка F_k характеризується фіксованою змінністю σ_F, то, використовуючи модель Ф. Блека для опціону на ф'ючерси [88], отримуємо формулу для обчислення ціни опціону:

– з правом купівлі

$$CAP_{call}^{k\tau} = \frac{\tau L}{1+\tau F_k} e^{-rk\tau}\left[F_k N(d_1) - R_X N(d_2)\right]; \tag{2.3.7}$$

– з правом продажу

$$CAP_{put}^{k\tau} = \frac{\tau L}{1+\tau F_k} e^{-rk\tau}\left[R_X N(-d_2) - F_k N(-d_1)\right], \tag{2.3.8}$$

$$d_1 = \frac{\ln\frac{F_k}{R_X} + \frac{\sigma_F^2}{2}k\tau}{\sigma_F\sqrt{k\tau}}, \quad d_2 = \frac{\ln\frac{F_k}{R_X} - \frac{\sigma_F^2}{2}k\tau}{\sigma_F\sqrt{k\tau}} = d_1 - \sigma\sqrt{k\tau},$$

де r означає відсоткову ставку без ризику для інструментів з терміном до викупу, що дорівнює $k\tau$. Якщо ж через r позначимо відсоткову ставку без ризику для інструменту з терміном до викупу, що дорівнює $(k+1)\tau$, то отримаємо еквівалентні до (2.3.7) і (2.3.8) вирази, що описують ціни опціонів на верхню межу відсоткової ставки:

– з правом купівлі

$$CAP_{call}^{(k+1)\tau} = \tau L e^{-r(k+1)\tau}\left[F_k N(d_1) - R_X N(d_2)\right];$$

– з правом продажу

$$CAP_{put}^{(k+1)\tau} = \tau L e^{-r(k+1)\tau}\left[R_X N(-d_2) - F_k N(-d_1)\right].$$

Модель Ф. Блека використовує припущення, що значення σ_F є незмінним. Таке припущення доволі приблизно описує реальність. Якщо період до дати реалізації форвардного контракту є доволі довгим, то значення F порівняно слабко реагує на зміни актуальних відсоткових ставок, а, отже, характеризується низькою змінністю. У міру наближення до моменту реалізації форвардного контракту величина F стає щораз вразливішою на зміни поточних відсоткових ставок, а тому її змінність зростає. У зв'язку з цим найкращим виходом буде використати у моделі Ф. Блека середнє значення змінності строкової ціни упродовж терміну дії опціону. Рис. 2.3.2 показує зміни σ_F протягом часу, який залишився до моменту реалізації опціону.

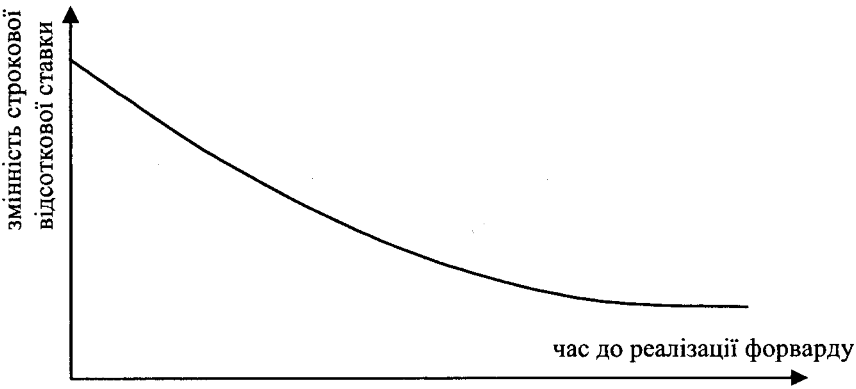

Рис. 2.3.2. Змінність строкової відсоткової ставки у період до моменту реалізації форвардного контракту

На практиці, щоб обминути перешкоди, пов'язані із використанням моделі Ф. Блека, необхідно застосувати таку процедуру. У разі використання котирувань опціонів на євродоларові ф'ючерсні контракти обчислюються імпліковані параметри змінності строкових відсоткових ставок, а отримані значення використовуються для оцінювання окремих опціонів, з яких побудований контракт на верхню межу відсоткової ставки. Імплікована змінність – це змінність, прогнозована (очікувана) учасниками ринку. Наприклад, тримісячний опціон оцінюється на підставі імплікованої змінності, визначеної через ціну опціону на євродоларові ф'ючерси з приблизним терміном реалізації, що дорівнює три місяці. Шестимісячний опціон на верхню межу відсоткової ставки оцінюється на підставі імплікованої змінності, визначеної через ціну опціону на євродоларові ф'ючерси з приблизним терміном погашення, що дорівнює шість місяців і т. д. Таке двоступеневе використання моделі (яке полягає в обчисленні імплікованої змінності для цін опціонів, що котируються на біржі, та оцінюванні вартості позабіржових опціонів на підставі обчисленої змінності) допомагає зменшувати похибки, пов'язані з недосконалістю моделі, і забезпечувати відповідність обчислених теоретичних цін цінам опціонів, що котируються на біржі.

Дані, що стосуються імплікованої змінності відсоткових ставок і цін опціонів на євродоларові ф'ючерси з різними термінами до погашення, регулярно публікують інвестиційні фірми. З огляду на те, що більшість контрактів на верхню межу відсоткової ставки мають термін дії, довший від найдовших євродоларових опціонів, які перебувають в обігу, то залежність між змінністю та періодом до погашення цих опціонів необхідно екстраполювати. Інвестори, які використовують модель Ф. Блека, враховуючи згадану двоступеневу процедуру, пристосовують параметр змінності σ_F до термінів дії окремих опціонів, що входять до складу контракту, на верхню межу відсоткової ставки. Альтернативний метод полягає у застосуванні тієї самої змінності для усіх опціонів, що входять до складу цього контракту, але із застосуванням різних змінностей для різних термінів дії контракту.

Опціонні контракти на нижню межу та на нижню і верхню межі відсоткової ставки. Контракти на нижню межу відсоткової ставки (floor) та контракти на верхню і нижню межі (одночасно) відсоткової ставки (collar, floor-ceiling) можна визначити аналогічно до контракту на верхню межу відсоткової ставки. Перший з таких контрактів визначає нижній ліміт застосованої відсоткової ставки, тоді як другий з них визначає як верхню, так і нижню межі такої ставки одночасно. А отже, контракт на нижню межу відсоткової ставки є портфелем відсоткових опціонів з правом *продажу*, виставлених позичальником, який взяв кредит під змінну відсоткову ставку. Контракт на верхню і нижню межі відсоткової ставки є поєднанням контракту на верхню межу з контрактом на нижню межу. Його, зазвичай, будують так, щоб ціна опціонного контракту на верхню межу ставки дорівнювала ціні опціонного контракту на нижню межу відсоткової ставки, завдяки чому витрати-нетто опціону на верхню і нижню межі дорівнюють нулю.

2.4. Валютні опціони

Фондова біржа Philadelphia Stock Exchange розпочала торгівлю валютними опціонами ще у 1982 році. З того часу обсяги обороту на ринку валютних опціонів значно зросли. Наприклад, у 1993 році в обігу перебували опціони на такі валюти: австралійський долар, фунт стерлінгів, канадський долар, німецька марка, французький франк і швейцарський франк. Для більшості цих валют Philadelphia Stock Exchange впровадила в обіг стандартні опціони як європейського, так і американського стилю виконання. Сьогодні валютними опціонами торгують багато різних бірж у всіх куточках світу. Валютні опціони стали також предметами обігу позабіржового строкового ринку.

Багато банків та інших фінансових інституцій купують та продають валютні опціони з цінами виконання і термінами погашення, встановленими на індивідуальне замовлення клієнтів. Для фірм, які шукають способів страхування від курсових ризиків, валютні опціони становлять цікаву альтернативу валютним форвардним контрактам. Фірма, яка планує одержати у певний визначений момент часу платіж в іноземній валюті (наприклад, у євро), може застрахуватися від курсового ризику, купуючи опціони продажу євро з терміном погашення, що припадає на дату отримання платежу. Така трансакція не тільки дає гарантію того, що ціна євро при обміні на іншу валюту не буде нижчою від ціни виконання опціону, але й дає можливість одержати прибуток у разі вигідних для утримувача опціону змін обмінного валютного курсу. Аналогічно фірма, яка у деякий наперед визначений момент часу повинна буде здійснити видатки, виражені у євро, може застрахуватися від курсового ризику, придбавши валютний опціон купівлі з датою погашення, ідентичною до дати належного платежу, вираженого в європейській валюті. У такий спосіб витрати, пов'язані з придбанням у майбутньому деякої кількості євровалюти, яку фірма повинна виплатити своєму контрагенту, не перевищать деякої наперед відомої суми, а крім того, у разі сприятливих курсових змін можна отримати додатковий прибуток. Опціони є вигідною формою страхування від несприятливих курсових змін, тоді як форвардні, ф'ючерсні та свопові контракти заморожують курс обміну на певному рівні. З іншого боку, укладення форвардної, ф'ючерсної та свопової угоди не спричиняє жодних початкових витрат, тоді як у разі придбання опціону необхідно сплатити опціонну премію у момент придбання цього деривативу.

Для оцінювання валютних опціонів через S позначимо вартість однієї одиниці іноземної валюти, вираженої у вітчизняній валюті. Припустимо, що іноземна валюта нагадує акцію з наперед відомою дивідендною ставкою. Власник іноземної валюти отримує „дивіденду ставку”, що дорівнює відсотковій ставці без ризику r_f для цієї валюти. Тоді, за аналогією до попередніх формул, можна записати нерівності для визначення нижніх меж цін валютних опціонів європейського стилю виконання:

– для нижньої межі ціни валютного опціону з правом купівлі

$$c > Se^{-r_f T} - Ke^{-rT};$$

– для нижньої межі ціни валютного опціону з правом продажу

$$p > Ke^{-rT} - Se^{-r_f T},$$

де S – значення актуального готівкового курсу обміну валют;
K – ціна виконання опціону;
σ – змінність значення індексу;
r_f – відсоткова ставка без ризику для цієї іноземної валюти;
r – відсоткова ставка без ризику у цій країні;
T – термін до погашення опціону.

Формулу паритету валютних опціонів продажу і купівлі європейського стилю виконання можна записати у вигляді:

$$c + Ke^{-rT} = p + Se^{-r_f T}. \tag{2.4.1}$$

За аналогією можна отримати формули для оцінювання валютних опціонів європейського стилю виконання [140]:

– для опціонів з правом купівлі

$$c = Se^{-r_f T} N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2); \tag{2.4.2}$$

– для опціонів з правом продажу

$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - Se^{-r_f T} N(-d_1), \tag{2.4.3}$$

$$d_1 = \frac{\ln\frac{S}{K} + \left(r - r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_2 + \sigma\sqrt{T},$$

$$d_2 = \frac{\ln\frac{S}{K} + \left(r - r_f - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

Будемо вважати, що як вітчизняна відсоткова ставка без ризику r, так і закордонна відсоткова ставка без ризику r_f є величинами фіксованими і однаковими для усіх термінів погашення. Валютні опціони купівлі і продажу є симетричними, а це означає, що опціон продажу валюти А за валюту В з ціною виконання K такий самий, як опціон купівлі валюти В за валюту А з ціною виконання $1/K$.

Обчислимо, скільки коштуватиме європейський опціон типу купівлі, який дає змогу обміняти єни на долари, за ціною виконання 90 єн за 1 долар, з терміном дії півроку, тобто $T = 0.5$. Нехай нині обмінний курс долара США на японську єну становить $1\$ = 85$ єн. Відсоткова ставка без ризику в Японії $r_f = 3\,\%$, а в США $r = 8\,\%$, змінність валютного курсу становить $\sigma = 15\,\%$.
Обчислимо спочатку S і K.

$$S = 1/85 = 0.0175\,\$,\ K = 1/90 = 0.01111\,\$.$$

Наступним кроком буде визначення ціни опціону:

$$d_2 = \frac{\ln\frac{0.0175}{0.01111} + \left(0.08 - 0.03 + \frac{0.15^2}{2}\right)0.5}{0.15\sqrt{0.5}} = 4.466,$$

$$d_1 = 4.466 + 0.15\sqrt{0.5} = 4.572,$$

$$c = 0.0175 \times e^{-0.03\times0.5} \times N(4.572) - 0.01111 \times e^{-0.08\times0.5} \times N(4.466) = 0.00657\$.$$

Існують також інші моделі оцінювання валютних опціонів. Розглянемо дві з них. Перша – модель Ґраббі [128] для валютних опціонів. Згідно з цією моделлю ціну валютного опціону з правом купівлі можна обчислити на підставі таких формул [222, *с. 198*]:

$$CALL = e^{-r(T-t)}\left[F_t N(d_1) - KN(d_2)\right],$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_t}{K}\right) + \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F_t}{K}\right) - \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},\quad F_t = e^{(r-u)(T-t)}Q_t,$$

де F_t – ціна форвардного контракту у момент t, виражена у вітчизняній валюті;

u – вітчизняна відсоткова ставка без ризику;

r – закордонна відсоткова ставка без ризику;

t – початковий момент часу;

T – момент погашення опціону;

$(T-t)$ – термін дії опціону;

K – ціна виконання опціону;

Q_t – курс обміну вітчизняної валюти на іноземну.

За аналогією можна записати формулу для визначення ціни опціону продажу:

$$PUT = e^{-r(T-t)}\left[KN(-d_2) - F_t N(-d_1)\right].$$

Друга модель – це модель Ґармана–Колхаґена [118] для валютних опціонів. Згідно з цією моделлю формули для визначення ціни опціону з правом купівлі матимуть такий вигляд [222, *с. 199*]:

$$CALL = Q_t e^{-u(T-t)} N(d_1) - Ke^{-r(T-t)} N(d_2),$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{Q_t}{K}\right) + \left(r - u + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{Q_t}{K}\right) + \left(r - u - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

де u – вітчизняна відсоткова ставка без ризику;

r – закордонна відсоткова ставка без ризику;

t – початковий момент часу;

T – момент погашення опціону;

$(T-t)$ – термін дії опціону;

K – ціна виконання опціону;

Q_t – курс обміну вітчизняної валюти на іноземну.

За аналогією можна виписати формулу для визначення ціни валютного опціону з правом продажу:

$$PUT = Ke^{-r(T-t)} N(-d_2) - Q_t e^{-u(T-t)} N(-d_1),$$

де всі позначення такі, як у попередніх формулах.

2.5. Опціони на індекси та ф'ючерсні контракти

Як у позабіржовому, так і в біржовому обігу трапляються опціони, в основу яких покладено фондові індекси. Однак більша частина обігу індексних опціонів припадає на організовані біржі світу. Деякі з індексів описують усі зміни, що відбуваються на ринках акцій, натомість інші відображають тільки зміни цін акцій тих акціонерних товариств, що належать до окремих секторів економіки. Найчастіше опціони виставляються на такі фондові індекси: S&P 100 та S&P 500 (США), Major Market Index (США), FTSE/ASE-20 (ADEX), OBX (Осло), BEL-20 (EURONEXT, Брюссель), KFX (Копенгаген), BUX (Будапешт), PSI20 (Лісcабон), ATX (Відень), HEX-25 (EUREX), NEMAX50 (EUREX), TecDAC (EUREX), DJ EURO STOXX50 (EUREX), CAC40 (EUREX Париж), DAX30 (EUREX), FTSE 100 (EURONEXT-LIFFE), OMX (OM), SMI (EUREX), AEX (EURONEXT, Амстердам), MIB30 (IDEM), IBEX35 (MEFF RV), TA25 (TASE), WIG20 (GPW) та інші.

Аналіз показує, що більшість опціонів на фондові індекси мають короткостроковий характер, однак бувають також і довгострокові опціонні контракти, які називаються LEAPS. Як уже згадувалося вище, опціони LEAPS – це довгострокові опціони, які перебувають у біржовому обігу, а термін їхньої дії не перевищує трьох років. Для визначення котирувальної ціни виконання та власної ціни опціону значення індексу ділять на 10. Дати погашення опціонів LEAPS, виставлених на фондові індекси, припадають виключно на грудень. Опціони LEAPS на S&P 100 та на Major Market Index мають американський стиль виконання, тоді як опціони LEAPS на S&P 500 мають європейський стиль виконання. Chicago Board Option Exchange, а також декілька інших бірж впровадили у обіг опціони LEAPS, виставлені на акції. Терміни погашення таких опціонів визначені на січень.

Наступною інновацією Chicago Board Option Exchange були так звані опціони типу „cap", які ґрунтуються на індексах S&P 100 та S&P 500. Дохід за такими опціонами обмежений сумою 30 доларів. Опціони „cap" мають європейський стиль виконання, а їхня реалізація відбувається автоматично, тобто для опціонів з правом купівлі – якщо рівень індексу у момент закриття сесії перевищить рівень ціни виконання на 30 доларів, натомість для опціонів з правом продажу – якщо рівень закриття індексу знизиться більше ніж на 30 доларів стосовно ціни виконання. Одним із найновіших похідних інструментів, які з'явилися на Chicago Board Option Exchange, є опціони типу „flex". Для цих деривативів інвестори самостійно визначають дату погашення, ціну виконання, способи розрахунку за опціонами, а також їхній стиль виконання – європейський чи американський.

Проаналізуємо, як формуються ціни індексних опціонів та методи їхнього обчислення. Для спрощення аналізу фондовий індекс будемо трактувати як цінний папір, що дає дивіденди за наперед відомою ставкою q. Причому для розрахунку значення q необхідно враховувати лише ті дивіденди, для яких дата встановлення прав на дивіденди припадає на термін дії опціону. А тому для визначення верхньої та нижньої цін індексних опціонів європейського стилю виконання можна використати такі формули:

– для нижньої межі ціни індексного опціону з правом купівлі

$$c > Se^{-qT} - Ke^{-rT};$$

– для нижньої межі ціни індексного опціону з правом продажу

$$p > Ke^{-rT} - Se^{-qT},$$

де S – значення індексу;

K – ціна виконання опціону;

σ – змінність індексу;

r – відсоткова ставка без ризику;

T – термін до погашення опціону;

q – середньорічна ставка дивідендів для індексу під час терміну дії опціону.

Використовуючи ті самі позначення, можна отримати паритет опціонів продажу і купівлі європейських індексних опціонів:

$$c + Ke^{-rT} = p + Se^{-qT}.$$

Для визначення цін індексних опціонів європейського стилю виконання можна застосувати такі формули [139, *с. 333*]:

– для опціонів з правом купівлі

$$c = Se^{-qT}N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2);$$

– для опціонів з правом продажу

$$p = Ke^{-rT}N(-d_2) - Se^{-qT}N(-d_1);$$

$$d_1 = \frac{\ln\frac{S}{K} + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}},$$

$$d_2 = \frac{\ln\frac{S}{K} + \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

Аналіз фондового ринку Сполучених Штатів Америки показав, що дні встановлення прав на отримання дивідендів призначаються, зазвичай, на перший тиждень лютого, травня, серпня і листопада. А тому правильне визначення величини q залежить від терміну дії опціону. Така залежність спостерігається також і в інших країнах. Наприклад, в Японії акціонерні товариства також намагаються визначати ті самі дати для встановлення прав на отримання дивідендів.

Якщо припустимо, що розмір дивідендів відомий в абсолютному значенні, а не у вигляді відсоткової ставки, то для оцінювання такого індексного опціону можна використати основну формулу Блека–Шоулса, в якій початкову ціну акції S необхідно зменшити на суму виплачуваних дивідендів. Однак застосування цього методу може бути пов'язане з великою кількістю розрахунків, якщо до складу індексу входить багато різних акцій, дивіденди з яких необхідно буде врахувати.

За деяких обставин дострокове виконання американських опціонів з правом продажу індексу може бути оптимальним виходом для власника такого опціону. Це стосується також і американських опціонів з правом купівлі, але меншою мірою. А тому американські опціони на індекси завжди трохи дорожчі від аналогічних європейських опціонів.

Відомо, що опціони, базовими інструментами яких є акції, індекси, валюти, відсоткові ставки та товари, надають їхнім власникам право на купівлю або продаж цих активів на визначену наперед дату (європейський стиль виконання) або до визначеної дати включно (американський стиль виконання). Такі опціони можна ще назвати спот-опціонами (spot options або options on spot), оскільки операція купівлі або продажу базового активу відбувається негайно, тобто під час виконання цього опціону.

Дослідимо тепер інший вид опціону, власник якого внаслідок його реалізації отримує право на купівлю або продаж активів за наперед визначеною ціною, але не відразу після виконання опціону, а у деякий момент у майбутньому. Таким деривативом є опціон, виставлений на ф'ючерсний контракт (futures options або options on futures), який, своєю чергою, передбачає купівлю–продаж базового активу. Комісія з торгівлі товарними ф'ючерсами (Commodity Futures Trading Commission) дала дозвіл на експериментальну торгівлю опціонами на ф'ючерсні контракти ще у 1982 році. Натомість у постійному обігу ці деривативи з'явилися лише у 1987 році, і від того часу їхня популярність серед інвесторів дуже швидко зростає.

Опціон на ф'ючерс дає право, але не зобов'язує до укладення ф'ючерсного контракту за наперед узгодженою між сторонами контракту ціною у визначений термін у майбутньому. Опціон купівлі ф'ючерсу дає право його покупцю зайняти довгу позицію у ф'ючерсі, тоді як опціон продажу – зайняти коротку позицію у ф'ючерсі, за узгодженою в опціонному контракті ціною. Більшість опціонів на ф'ючерси мають американський стиль виконання, а це означає, що їх можна реалізувати у довільний момент під час терміну дії опціону. Дата погашення для таких опціонів встановлюється зазвичай на кілька днів коротшою від першого дня поставки за ф'ючерсним контрактом, який покладено в основу опціону.

Основною причиною популярності таких деривативів є те, що їхня ліквідність здебільшого є вищою від ліквідності базових активів. Окрім того, обіг цих інструментів є значно простішим. Ще однією перевагою опціонів на ф'ючерси є більша доступність інформації щодо строкових біржових цін порівняно з доступністю інформації щодо спотових цін первинних активів ф'ючерсів. Наприклад, ринок ф'ючерсних контрактів на довгострокові казначейські облігації США характеризується значно вищою активністю, ніж готівковий ринок цих облігацій. Це пояснюється тим, що про поточні ціни ф'ючерсів на казначейські облігації можна дізнатися, наприклад, з щоденних котирувань біржі CBOT, тоді як про актуальні ринкові ціни самих облігацій можна дізнатися лише у одного або кількох дилерів, з якими необхідно налагодити безпосередній контракт (співпрацю). Ще одним яскравим прикладом може бути ф'ючерсний контракт на поставку великої рогатої худоби. Зрозуміло, що інвестори виберуть поставку ф'ючерсу, а не фізичну поставку худоби.

Отже, можна зробити висновок, що важливою рисою опціонів, виставлених на ф'ючерси, є те, що їхнє виконання не пов'язане з фізичною поставкою базових активів, оскільки більшість позицій у ф'ючерсних контрактах закривається укладанням офсетної угоди перед терміном поставки. А тому розрахунки за опціонами на ф'ючерси відбуваються, як правило, у готівковій формі, що збільшує привабливість таких інструментів для інвесторів, яким бракує вільних грошових засобів для купівлі відповідної кількості первинних активів на випадок виконання опціону.

Наступною перевагою опціонів на ф'ючерси є те, що їхній обіг відбувається на тій самій біржі, що й обіг ф'ючерсів, на яких вони ґрунтуються. А це полегшує здійснення як хеджингових, так і арбітражних та спекулятивних операцій з такими похідними інструментами, що підвищує ефективність функціонування цього ринку. Окрім того, укладання опціонних контрактів на ф'ючерси пов'язано здебільшого з нижчими витратами на їхнє придбання, ніж укладання спот-опціонних контрактів.

Паритет стандартних *європейських* опціонів продажу і купівлі, виставлених на ф'ючерсні контракти, можна записати так:

$$c + Ke^{-rT} = p + Fe^{-rT}, \qquad (2.5.1)$$

де K – ціна виконання;

F – строкова ціна;

T – термін до погашення;

r – відсоткова ставка без ризику;

c – ціна європейського опціону купівлі ф'ючерсу;

p – ціна європейського опціону продажу ф'ючерсу.

Паритет стандартних *американських* опціонів продажу і купівлі, виставлених на ф'ючерсні контракти, матиме інший вигляд, а саме:

$$Fe^{-rT} - K < C - P < F - Ke^{-rT}, \qquad (2.5.2)$$

де C – ціна американського опціону купівлі ф'ючерсу;

P – ціна американського опціону продажу ф'ючерсу.

Паритет опціонів продажу і купівлі, описаний рівнянням (2.5.1), визначає межі європейських опціонів купівлі і продажу. Оскільки ціна опціону продажу p повинна завжди бути більшою від нуля, то з рівняння (2.5.1) випливає, що:

$$c + Ke^{-rT} > Fe^{-rT}, \text{ тобто } c > (F - K)e^{-rT}. \qquad (2.5.3)$$

За аналогією до попереднього, ціна опціону купівлі c повинна бути вищою від нуля, а тому з (2.5.1) можемо отримати:

$$Ke^{-rT} < p + Fe^{-rT}, \text{ звідки } p > (K - F)e^{-rT}. \qquad (2.5.4)$$

Ціни європейських опціонів купівлі і продажу будуть близькими до своїх нижніх меж, якщо цей опціон є глибоко „у грошах". Це твердження випливає з рівняння (2.5.1). Розглянемо для прикладу опціон купівлі. Якщо цей опціон є глибоко „у грошах", то відповідний йому опціон продажу буде глибоко „без грошей", а це означає, що p є близьким до нуля. Оскільки різниця між c та його нижньою межею дорівнює p, то ціна опціону купівлі повинна бути дуже близькою до своєї нижньої межі. Аналогічно можна довести твердження для опціону продажу.

З огляду на те, що у разі американських опціонів їхній власник може вимагати реалізації опціону у довільний момент часу протягом дії опціону, такі опціони повинні задовольняти такі нерівності:

$$C > F - K \text{ та } P > K - F.$$

Це означає, що коли відсоткові ставки є додатними, то нижня межа ціни американського опціону є завжди вищою від нижньої межі ціни європейського опціону, що не суперечить принципу, що завжди існує деяка ймовірність дострокового виконання американського опціону.

З метою оцінювання опціонів на ф'ючерси за допомогою біноміальних дерев застосуємо метод, аналогічний до оцінювання опціонів на акції. Основна відмінність між такими опціонами полягає лише у тому, що початкові витрати, пов'язані з придбанням ф'ючерсного контракту, дорівнюють нулю. Нехай початкова строкова ціна F через період T може зрости до рівня Fu або знизитися до рівня Fd. Припустимо, що дохід за опціоном, термін дії якого закінчується у момент T, становить f_u у разі зростання ціни, або f_d – у разі зниження ціни базового інструменту [139, *с. 349*]. Така ситуація зображена на рис. 2.5.1.

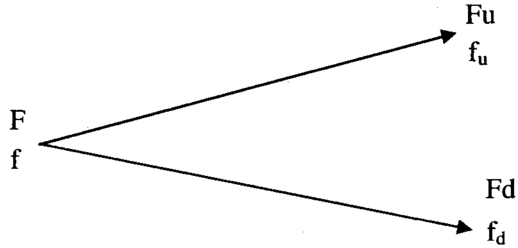

Рис. 2.5.1. Строкова ціна і ціна опціону на ф'ючерсний контракт у моделі одноперіодичного біноміального дерева

Безризиковий портфель у такому разі буде складатися з короткої позиції в одному опціоні на ф'ючерс і довгої позиції у Δ ф'ючерсних контрактах. Причому:

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{Fu - Fd},\ u > 1,\ d < 1.$$

Незалежно від того, як зміниться строкова ціна *F*, вартість портфеля у момент *T* завжди дорівнюватиме $(Fu - F)\Delta - f_u$. Якщо через *r* позначимо відсоткову ставку без ризику, то поточна вартість сформованого портфеля буде дорівнювати $[(Fu - F)\Delta - f_u]e^{-rT}$. Іншим виразом, що визначає поточну вартість портфеля, є $(-f)$, де f – це актуальна вартість опціону. З цього випливає, що

$$-f = [(Fu - F)\Delta - f_u]e^{-rT}.$$

Підставляючи в останнє рівняння вираз для Δ і спрощуючи його, отримаємо формулу для визначення ціни опціону, виставленого на ф'ючерс:

$$f = e^{-rT}\left[pf_u + (1-p)f_d\right]; \tag{2.5.5}$$

$$p = \frac{1-d}{u-d}. \tag{2.5.6}$$

Зважаючи на той факт, що поведінка строкових цін є дуже близькою до поведінки цін акцій, на які дивіденди виплачуються неперервно (дивідендна ставка дорівнює внутрішній відсотковій ставці без ризику *r*), опціони на ф'ючерси можна аналізувати аналогічно до опціонів на акції, на які дивіденди виплачуються неперервно.

Таку аналогію можна зауважити, порівнюючи формули (2.5.5) і (2.5.6) з (2.2.20) та (2.2.21). Ці формули будуть ідентичними за умови, що $q = r$. Якщо припустимо, що $q = r$, і замінимо строкову ціну *F* на ціну акції *S*, то співвідношення, які визначають нижні межі цін та паритет опціонів продажу і купівлі ф'ючерсів, теж будуть ідентичними до аналогічних співвідношень для опціонів на акції, на які неперервно виплачуються дивіденди за дивідендною ставкою q. Це пояснюється тим, що початкові витрати, пов'язані з інвестицією у ф'ючерсні контракти, є нульовими. За умови, що ми знехтуємо загальним ризиком, очікуваний прибуток з позиції, відкриття якої не вимагає жодних початкових витрат, повинен дорівнювати нулю. Іншими словами, очікуваний показник зростання строкової ціни в умовах загальної байдужості щодо ризику повинен дорівнювати нулеві. За таких умов ціна акції з дивідендною ставкою q зростає з темпом $(r-q)$. Якщо припустимо, що $q=r$, то очікуване зростання ціни акції дорівнюватиме нулю, внаслідок чого ціни акцій стануть схожими до строкових цін.

Проаналізуємо тепер, як можна застосувати модель Блека–Шоулса для оцінювання європейських опціонів, виставлених на ф'ючерси. Таке дослідження виконав Фішер Блек, тобто розширив модель Блека–Шоулса на європейські опціони на ф'ючерсні контракти, а результати опублікував у 1976 році у статті [88]. Ф. Блек спочатку припустив, що строкова ціна ф'ючерсу має такий самий логарифмічно-нормальний розподіл, як і ціни акцій, а далі довів, що ціни європейських опціонів купівлі ф'ючерсів c та ціни європейських опціонів продажу ф'ючерсів p можна описати за допомогою формул (2.2.18) і (2.2.19), якщо спотову ціну акції S замінити на строкову ціну ф'ючерсу F, за умови, що виконується припущення $q=r$. Тоді можна отримати [139, *с. 351*]:

$$c=e^{-rT}\left[FN(d_1)-KN(d_2)\right]; \tag{2.5.7}$$

$$p=e^{-rT}\left[KN(-d_2)-FN(-d_1)\right]; \tag{2.5.8}$$

$$d_1=\frac{\ln\frac{F}{K}+\frac{\sigma^2}{2}T}{\sigma\sqrt{T}}=d_2+\sigma\sqrt{T}\ ,$$

$$d_2=\frac{\ln\frac{F}{K}-\frac{\sigma^2}{2}T}{\sigma\sqrt{T}}=d_1-\sigma\sqrt{T}\ ,$$

де σ – змінність строкової ціни ф'ючерсу.

Обчислимо скільки коштуватиме європейський опціон купівлі, виставлений на індексний ф'ючерс S&P 500 з ціною виконання 515 \$ та терміном дії 5 місяців. Ціна березневого ф'ючерсу на індекс S&P 500 становить 510 \$, його змінність становить 18 %, відсоткова ставка без ризику в США дорівнює 7 %. Підставляючи $F=510$ \$, $K=515$ \$, $\sigma=0.18$, $r=0.07$ та $T=5/12$ року, отримуємо:

$$d_2=\frac{\ln\frac{510}{515}-\frac{0.18^2}{2}\times\frac{5}{12}}{0.18\sqrt{\frac{5}{12}}}=-0.14\,;$$

$$d_1=-0.14+0.18\sqrt{5/12}=-0.03\,.$$

Нагадаємо, що оскільки стандартизований нормальний розподіл є симетричним відносно нуля, то можна використати таку тотожність:

$$N(z)+N(-z)=1 \text{ або } N(z)=1-N(-z).$$

Як бачимо, значення аргументів функції стандартизованого нормального розподілу d_1 та d_2 набули від'ємних значень. Тому, щоб скористатися табличними значеннями функції нормального розподілу, необхідно, використавши останню формулу, здійснити такі перетворення:

$$N(d_2)=1-N(0.03)=1-0.512=0.488;$$

$$N(d_1)=1-N(0.14)=1-0.5557=0.4443.$$

Тоді ціна опціону з правом купівлі ф'ючерсу становитиме:

$$c=e^{-0.07\times5/12}[510\times0.488-515\times0.4443]=11.27\$.$$

Порівняємо ціни опціонів на ф'ючерси та ціни спот-опціонів. Дохід власника опціону за європейським спот-опціоном типу купівлі з ціною виконання *K* становить:

$$payoff_{call}=\max(S_T-K,0),$$

де S_T – готівкова ціна базового активу у момент погашення опціону *T*.

Дохід власника опціону за європейським опціоном з правом купівлі ф'ючерсів, з тією самою ціною виконання *K*, дорівнюватиме:

$$payoff_{call}^{fut}=\max(F_T-X,0),$$

де F_T – строкова ціна ф'ючерсу у момент погашення опціону *T*.

Якщо дата погашення європейського опціону на ф'ючерси збігається у часі з датою реалізації ф'ючерсного контракту, то $F_T=S_T$, а обидва опціони теоретично будуть еквівалентними. Якщо термін дії європейського опціону з правом купівлі ф'ючерсу закінчується перед терміном реалізації ф'ючерсного контракту, то його вартість буде вищою від вартості відповідного йому спот-опціону в умовах нормального ринку (тобто ринку, на якому строкові ціни завжди вищі від спотових цін), але нижчою від вартості відповідного йому спот-опціону в протилежних ринкових умовах (коли строкові ціни нижчі від спотових цін). Під відповідним спот-опціоном до опціону на ф'ючерс розуміємо опціон з тією самою ціною виконання і датою погашення. За аналогією європейський опціон з правом продажу ф'ючерсу коштуватиме стільки само, як і відповідний йому спот-опціон, якщо дата погашення опціону збігатиметься з датою реалізації ф'ючерсного контракту. Якщо ж термін дії європейського опціону з правом продажу ф'ючерса закінчується перед датою реалізації ф'ючерсного контракту, то його вартість буде нижчою від вартості відповідного йому спот-опціону в умовах нормального ринку, але вищою – в умовах оберненого ринку.

Опціони на ф'ючерси, які перебувають в обігу, здебільшого мають американський стиль виконання. Припускаючи, що значення відсоткової ставки без ризику $r>0$, завжди існує деяка ймовірність того, що дострокове виконання американського опціону на ф'ючерс буде оптимальним виходом для його утримувача. У зв'язку з цим американські опціони на ф'ючерси завжди коштують більше ніж їхні європейські аналоги. Отже, можна зробити висновок, що навіть у ситуації, коли дата реалізації ф'ючерсного контракту і дата погашення опціону збігаються, то вартість американських опціонів на ф'ючерси часто відрізняється від вартості відповідних їм американських опціонів, виставлених безпосередньо на базові активи.

Проаналізуємо для прикладу нормальний ринок, на якому строкові ціни завжди вищі від спотових цін у проміжку часу перед датою реалізації. З таким ринком маємо справу для більшості фондових індексів, золота, срібла, валют з низькою дохідністю та деяких товарів. Вартість американського опціону з правом купівлі ф'ючерсу повинна бути вищою, ніж вартість відповідного йому американського спот-опціону купівлі. Це випливає з того факту, що за деяких обставин дострокове виконання такого опціону може бути оптимальним виходом, пов'язаним з можливістю отримання власником опціону вищого прибутку. Аналогічно, американський опціон з правом продажу ф'ючерсу повинен коштувати менше, ніж відповідний йому американський спот-опціон продажу. В умовах оберненого ринку, коли строкові ціни завжди нижчі від спотових цін, ситуація буде протилежною. Вартість американських опціонів з правом купівлі ф'ючерсу є нижчою від вартості відповідних їм американських спот-опціонів купівлі, натомість вартість американських опціонів з правом продажу ф'ючерсу є вищою від вартості відповідних їм американських спот-опціонів продажу базових активів. Обернений ринок характерний для високодохідних валют та деяких товарів.

Аналіз ринку деривативів показав, що наведені вище відмінності між американськими опціонами на ф'ючерси та американськими спот-опціонами на базові активи будуть справедливими як у разі, коли дата реалізації ф'ючерсного контракту є пізнішою від дати погашення опціонного контракту, так і тоді, коли ці дати збігаються. Чим пізніша дата реалізації ф'ючерсного контракту, тим більшими будуть такі різниці.

2.6. Моделі оцінювання опціонів

Вчені почали застосовувати стохастичні процеси для описання різноманітних суспільних явищ ще у XVII столітті. У 1662 році Джон Ґраунт (Graunt) опублікував працю „Observations on the London bills of mortality", а в 1693 році Едмунд Галлей (Edmund Halley) опублікував „An estimate of the degree of the mortality of making drawn from the data of the Breslau hospital", в яких вони спробували описати деякі суспільні процеси за допомогою стохастичних процесів [222, *с. 19–20*].

Вперше застосовувати стохастичні процеси у фінансах, зокрема для описання поведінки цін на паризькій біржі, запропонував у 1900 році у своїй докторській дисертації „Теорія спекуляції" Луіс Башлєр (Louis Bachelier). Він спробував описати зміни цін акцій за допомогою арифметичного руху Броуна (Brown). Назва цього процесу походить від прізвища англійського ботаніка Роберта Броуна (Robert Brown), котрий у 1827 році зауважив, що занурені у рідину частинки пилку безперервно хаотично рухаються.

У 1955–1959 роках П. Самуельсон (P. Samuelson) і М. Осборн (M.F.M. Osborn), незалежно один від одного, впровадили так званий геометричний рух Броуна, який описали так:

$$S_t = S_0 \exp(\mu t + \sigma B_t), \tag{2.6.1}$$

де S_0 – ціна цінного паперу у момент $t = 0$;

μ – коефіцієнт зростання ціни;

σ – коефіцієнт змінності ціни;

B_t – процес руху Броуна.

Ці праці, а також результати досліджень способів оцінювання акцій, виконаних у 1961–1964 роках К. Спренкле (Case Sprenkle) та А. Бонессом (A. James Boness), стали переломними у теорії оцінювання фінансових інструментів, зокрема акцій. У 1973 році Ф. Блек і М. Шоулс запропонували модель ринку у вигляді системи двох рівнянь. Перше з рівнянь описує вартість безкупонної облігації або стан банківського рахунку за фіксованої відсоткової ставки:

$$dS_t = \sigma S_t dB_t + \mu S_t dt, \tag{2.6.2}$$

де S_t – ціна акції у момент часу t.

Важливо відзначити, що формула (2.6.1) є розв'язком рівняння (2.6.2). Натомість друге з рівнянь у моделі Блека–Шоулса є стохастичним диференціальним рівнянням (2.2.13), яке описує поточну ціну акції. У цій моделі стандартизований рух Броуна має вигляд:

$$B(t+dt) = B(t) + z(t+dt), \text{ причому } B(0) = B_0,$$

де $z(t)$ – стохастичний процес з неперервним часом, який складається з незалежних випадкових змінних з однаковим нормальним розподілом $N(0, dt)$, який ще називають „білим шумом" (white noise). Це також можна записати у вигляді:

$$B(t) = B_0 + \int_0^t dB(s).$$

Модель Блека–Шоулса оцінювання європейських стандартних опціонів зацікавила багатьох дослідників. На її підставі упродовж наступних років було опрацьовано багато інших моделей, які розширювалися у різних напрямках. Розглянемо деякі з них.

Модель Мертона для опціонів з випадковою відсотковою ставкою [167]. Згідно з цією моделлю динаміка зміни ціни акції описується стохастичним диференціальним рівнянням (2.6.2). Натомість динаміка формування ціни безкупонної облігації описується іншим рівнянням, а саме:

$$dP(t,T) = P(t,T)\left[b(t,T)d\overline{B}_t + a(t,T)dt\right],$$

де $\overline{B}_t$ – стандартний процес Броуна, який корелює з процесом B_t з коефіцієнтом кореляції ρ;

$P(t,T)$ – ціна безкупонної облігації;

t – початковий момент часу;

T – момент погашення опціону;

$a(t,T)$ – ставка доходу за облігацією;

$b(t,T)$ – змінність ціни облігації.

Ціну європейського опціону купівлі з випадковою відсотковою ставкою Р. Мертон описав у такому вигляді:

$$c = S_t N(d_1) - KP(t,T)N(d_2); \tag{2.6.3}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) - \ln P(t,T) + \frac{\upsilon^2(t,T)}{2}}{\upsilon(t,T)};$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) - \ln P(t,T) - \frac{\upsilon^2(t,T)}{2}}{\upsilon(t,T)};$$

$$\upsilon^2(t,T) = \int_t^T \left[\sigma^2 - 2\rho\sigma b(u,T) + b^2(u,T)\right]du,$$

де K – ціна виконання опціону;

σ – змінність ціни акції;

$N(d)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної d.

За аналогією можна записати формулу для обчислення ціни європейського опціону продажу з випадковою відсотковою ставкою:

$$p = KP(t,T)N(-d_2) - S_t N(-d_1).$$

Порівняємо тепер формулу Р. Мертона (2.6.3) з класичною формулою Блека–Шоулса (2.2.13). Зазначимо, що невипадкова відсоткова ставка (яка передбачається у моделі Блека–Шоулса) відповідає ситуації, коли змінність ціни облігації задовольняє умову $b(t,T) \equiv 0$ для усіх $t \le T$. Крім того, щоб задовольнялася умова щодо відсутності арбітражу на ринку облігацій, необхідно припустити, що усі облігації з різними термінами погашення мають однакові ставки доходу. Отже, формально припускаємо, що $a(t,T) = a(t,T_1)$ для усіх термінів дії $t \le \min(T,T_1)$ та довільних термінів погашення T, T_1. Тоді можемо отримати формулу для визначення ціни облігації:

$$P(t,T) = \exp\left(-\int_t^T r(u)du\right), \qquad t \in [0,T],$$

де $r(t) = a(t,t)$ – відсоткова ставка без ризику для будь-якого $t \le T$.

Тоді ціну європейського опціону з невипадковою відсотковою ставкою $r(t)$ можна описати за допомогою (2.6.3), причому значення аргументів d_1 і d_2 стандартизованого нормального розподілу необхідно обчислювати за іншими формулами, а саме:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \int_t^T r(u)du + \frac{\sigma^2(T-t)}{2}}{\sigma\sqrt{T-t}};$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \int_t^T r(u)du - \frac{\sigma^2(T-t)}{2}}{\sigma\sqrt{T-t}}.$$

Якщо відсоткова ставка $r(u) = r$ є фіксованою, то отримаємо класичну формулу Блека–Шоулса (2.2.13) для оцінювання стандартних європейських опціонів купівлі.

Модель Фішера [113] з невизначеною ціною виконання (Uncertain Strike Prices) була розроблена у 1978 році. С. Фішер припустив, що ціна виконання *K* має характер геометричного броунівського руху, аналогічно до ціни базового активу *S* у моделі Блека–Шоулса, тобто:

$$dK = \alpha_x K dt + \sigma_x K dz_x(\tau),$$

де $z_x(\tau)$ – стандартний процес Гаусса–Вінера (Gauss–Wiener);

τ – час до закінчення терміну дії опціону;

x – випадкова змінна;

t – час;

α_x – математичне сподівання (середнє) у певний момент часу;

σ_x – стандартне відхилення у певний момент часу.

Модель фіксованої еластичності (Constant Elasticity Model). У загальній моделі фіксовано-еластичної змінності (Constant Elastic Volatility – CEV) припускається, що ціна базового активу описується дифузійним процесом вигляду:

$$dS = \mu S dt + \delta S^{\frac{\beta}{2}} dz,$$

де β – параметр еластичності, який відображає чутливість ціни базового активу;

S – спотова ціна базового активу;

t – час;

μ – математичне сподівання (середнє) ціни базового активу у певний момент часу;

δ – стандартне відхилення ціни базового активу у певний момент часу (іноді називається змінністю ціни базового активу).

Ця модель була опрацьована Дж. Коксом і С. Россом у 1976 році [101], а у 1989 році М. Шредер її дещо узагальнив [201].

Модель ціноутворення з трансакційними витратами (A Pricing Model with Transaction Cost). Як уже згадувалося, у класичній моделі Блека–Шоулса припускається, що трансакційні витрати дорівнюють нулю, тобто відсутні. Робилось багато спроб ввести трансакційні витрати у теорію оцінювання стандартних опціонів. Однією з таких моделей є модель Г. Ліланда [159], у якій дохід за опціоном за наявності трансакційних витрат залежить від рівня цих витрат та періоду між черговими перевірками складу портфеля. Автор ввів додаткові параметри, регулюючи змінність у формулі Блека–Шоулса. Г. Ліланд вважав, що хеджингова стратегія залежить від відсоткового співвідношення трансакційних витрат і частоти перегляду та перебудови портфеля. Центральним моментом цієї моделі є така модифікація функції дисперсії, яка використовується як функція трансакційних витрат:

$$\hat{\sigma}^2\left(\sigma^2, k, \Delta t\right) = \sigma^2\left[1 + kE\left|\frac{\Delta S}{S}\right| / \left(\sigma^2 \Delta t\right)\right] = \sigma^2\left[1 + k\sqrt{(2/\pi)} / \left(\sigma\sqrt{\Delta t}\right)\right],$$

де k – повторювані (round-trip) трансакційні витрати, які виражаються як частка від загального обсягу угод;

σ^2 – дисперсія базового активу;

Δt – часовий інтервал між переглядами портфеля;

$E|.|$ – очікуване значення.

Застосовуючи модифіковану функцію дисперсії та модифіковані повторювані стратегії, Г. Ліланд отримав таку формулу для обчислення ціни європейського опціону типу купівлі із урахуванням трансакційних витрат:

$$\hat{c}\left(S; K, \sigma^2, r, \tau, k, \Delta t\right) = SN\left(\hat{d}_1\right) - Ke^{-r\tau}N\left(\hat{d}_1 - \hat{\sigma}\sqrt{\tau}\right);$$

$$\hat{d}_1 = \left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + r\tau\right] / \left(\hat{\sigma}\sqrt{\tau} + \frac{1}{2}\hat{\sigma}\sqrt{\tau}\right),$$

де усі позначення такі самі, як у попередній моделі.

Модель стохастичної змінності (Stochastic Volatility Model). Модель оцінювання опціонів Блека–Шоулса, а також інші її розвинення припускають, що змінність є сталою величиною. Насправді параметр змінності часто змінюється у часі, на усіх ринках. Деякі дослідники намагаються ввести коливання змінності у моделі оцінювання опціонів. Так, збіглося, що три добре відомі статті були опубліковані у 1987 році на ту саму тему: Дж. Гулла і А. Уайта [142], Л. Скотта [203], Дж. Уіггінса [223]. Серед цих досліджень найбільш відомою та зрозумілою є праця Дж. Гулла та А. Уайта. Автори припустили, що ціні базового активу відповідає геометричний броунівський рух (аналогічне припущення застосували Ф. Блек і М. Шоулс), з винятком щодо сталості значення параметра змінності σ. Дж. Гулл і А. Уайт припустили, що поточній дисперсії $V = \sigma^2$ відповідає стохастичний процес, який описується формулою:

$$dV = \eta V dt + \xi V dw,$$

де η – поточне зміщення дисперсії V;

ξ – стандартне відхилення дисперсії V ;

w – стандартний процес Гаусса–Вінера, який корелює з геометричним рухом Броуна, що також описується процесом Гаусса–Вінера, з коефіцієнтом кореляції ρ.

Змінні η та ξ можуть залежати від σ та t, але припускається, що вони не залежать від спотової ціни базового активу S. Фактичний процес, якому відповідає стохастична дисперсія, є доволі складним. Оскільки дисперсія має логарифмічно-нормальний розподіл, то вона не може набувати від'ємних значень. Середню дисперсію можна записати у такому вигляді:

$$\overline{V} = \frac{1}{\tau}\int_0^T \sigma^2(t)dt.$$

Оскільки $\ln(S_\tau / S_0)$ має нормальний розподіл з дисперсією $\overline{V}_\tau$, за умови, що S і V у кожний момент часу нескориговані, то вартість опціону, поданого середньою змінністю, можна обчислити за формулою [227, *с. 69*]:

$$C(\overline{V}) = SN(\overline{d}_1) - Ke^{-r\tau}N(\overline{d}_2),$$

де $\overline{d}_1 = \dfrac{\ln(S/K)+(r+\overline{V}/2)\tau}{\sqrt{\overline{V}\tau}}$,

$\overline{d}_2 = \overline{d}_1 - \sqrt{\overline{V}\tau}$.

Строкова структура відсоткової ставки (The Term Structure of Interest Rate). У класичній моделі Блека–Шоулса та її розвиненнях припускається, що відсоткова ставка є незмінною у часі. Якщо йдеться про інструменти з терміном дії до 1 року, то таке припущення можна прийняти. Однак для довгострокових опціонів (таких, як LEAPS з терміном дії до 2 років), які обертаються на біржах, таке припущення не буде адекватним. Окрім цього, припущення щодо сталості відсоткової ставки немає сенсу застосовувати навіть до опціонів на короткострокові відсоткові ставки, котрі становлять більшу частину обігу деривативів, з огляду на їхню вищу чутливість до коливань ринкової відсоткової ставки.

Р. Мертон у 1973 році [167] вперше розробив модель визначення ціни опціону зі стохастичною відсотковою ставкою. У цій моделі стохастична відсоткова ставка моделюється опосередковано через ціни дисконтних облігацій, поведінка яких відповідає геометричному руху Броуна. Ціна опціону у такій моделі записується у вигляді формули, яка часто використовується в інших дослідженнях деривативів на відсоткову ставку. Ф. Ямшідіан [149] у 1989 році ввів явну формулу для обчислення ціни європейських опціонів на дисконтні облігації, у „модель повернення до середнього" (mean-reverting model) відсоткової ставки. Повернення до середнього – це стохастичний процес, у якому стохастичні змінні мають тенденцію рухатися до свого середнього значення.

Перші дослідження, у яких вивчалася строкова структура відсоткової ставки, які ґрунтувалися на теорії рівноваги, такі: праця О. Васіцка „An Equilibrium Charakterization of the Term Structure" [215]; праця Дж. Кокса, Дж. Інґерсолла і

С. Росса „A Theory of the Term Structure of Interest Rate" [100]. Т.С. Го (T.S. Ho) та С.Ф. Лі (C.F. Lee) у 1986 році зробили ще один важливий крок у вивченні строкової структури відсоткової ставки, а саме ввели у модель аргумент без арбітражу (arbitrage-free argument). Як і в класичній моделі Блека–Шоулса, де поточна спотова ціна задається, а ціни опціонів отримуються для безарбітражного аргументу, Т.С. Го і С.Ф. Лі задали криву поточного доходу як відому величину і застосували аргумент безарбітражності до визначення цін усіх видів відсоткових деривативів. Модель Дж. Гулла і А. Уайта [141], розроблена у 1990 році, є істотним розвиненням моделей О. Васіцка [215] та Дж. Кокса, Дж. Інґерсолла та С. Росса [100], яка охоплює процес повернення до середнього, припускаючи, що крива поточного доходу є відомою.

Моделі Ф. Блека, Е. Дермана і У. Тойа [89], модель Дж. Гулла і А. Уайта [141], а також модель Т.С. Го і С.Ф. Лі – усі є однофакторними моделями. У 1992 році Д. Гет, Р. Джерроу і А. Мортон [134] розробили багатовимірну модель, у якій численні випадкові змінні впроваджено так, що гарантовані облігації з різними термінами погашення можуть давати додатні, але недосконало скорельовані доходи. Окрім того, у модель було введено неперервний продаж, що значно спростило оцінювання параметрів. Ця модель використовує форвардні ставки замість спотових ставок, як і більшість інших моделей. Нині модель Д. Гета, Р. Джерроу і А. Мортона є найпоширенішою серед усіх відомих моделей строкової структури відсоткової ставки і дає змогу застосовувати гнучку строкову структуру волатильності.

Оцінювання опціонів з використанням мартингалів. Для практичного оцінювання акцій американського стилю виконання застосовується доволі складний „метод мартингалів" [222, *с. 149–156*]. Він ґрунтується на обчисленні значень умовного сподівання від стохастичної зміни цін. Якщо стохастичний процес, складений із значень таких умовних сподівань для зміни цін акцій, є мартингалом (так звані мартингали утворюють спеціальний клас стохастичних процесів), то є відомим алгоритм оцінювання опціонів американського стилю, який зазвичай реалізується за допомогою спеціалізованих комп'ютерних програм (наприклад, відомої програми MatLab).

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2

Аналіз ринку опціонів показав, що організація біржової торгівлі опціонами є аналогічною до засад торгівлі ф'ючерсними контрактами, зокрема вони стандартизовані, а розрахунок за ними відбувається щоденно. Натомість позабіржові опціони – це індивідуальні контракти, за якими розрахунок може відбуватися лише один раз на вимогу утримувача опціону.

Опціони, як і ф'ючерси, купують хеджери для управління ризиками, тобто з метою зменшення або ліквідації впливу несприятливих змін цін на базовому ринку. Однак, на відміну від ф'ючерсів, опціон не тільки забезпечує захист його власника від несприятливих змін цін, але й зберігає для нього можливість отримання вигоди у разі сприятливої зміни ціни на ринку базового інструменту.

Як показали дослідження, сьогодні на біржових та позабіржових ринках обертаються опціони, в основу яких покладено ціни акцій, ціни облігацій, значення відсоткових ставок та біржових індексів, валютні курси, ціни товарних ресурсів та сировини, інші деривативи, кредитний ризик, параметри погоди тощо. Треба відзначити, що більшість біржових опціонів мають американський стиль виконання. Натомість позабіржові опціони здебільшого характеризуються європейським стилем виконання. Американські опціони зазвичай дорожчі від європейських, оскільки характеризуються більшою еластичністю щодо термінів реалізації прав утримувача опціону, а, отже, і вищою дохідністю.

Узагальнюючи виконані дослідження, а також враховуючи появу на строкових ринках екзотичних опціонів, кредитних опціонів та погодних опціонів, дамо визначення опціонного контракту. Опціонний контракт – це біржова або позабіржова угода, яка надає покупцю опціону за відповідну оплату право: або на купівлю (опціон типу call)/продаж (опціон типу put) певної кількості базового інструменту (активу, товару або сировини) за наперед визначеною ціною; або на отримання деякої змінної/фіксованої суми, обчисленої на підставі погодженої формули, залежної від значень деяких індексів або параметрів, в узгоджений між сторонами момент/період часу у майбутньому, та зобов'язує продавця опціону до його реалізації на вимогу покупця.

Враховуючи вищесказане, можемо стверджувати, що опціон є правом, але не обов'язком для його власника (держателя, утримувача), який скористається з цього права, тобто реалізує опціон, лише тоді, коли це буде для нього вигідним. Натомість продавець опціону зобов'язаний до його реалізації на вимогу власника опціону. Отже, опціон є одностороннім зобов'язанням і не завжди реалізується, на відміну від ф'ючерсних, форвардних та свопових контрактів, котрі є зобов'язаннями двосторонніми і до їхньої реалізації доходить завжди.

На формування розміру опціонної премії у різний спосіб впливають різноманітні чинники, серед яких найважливішими можемо вважати: ціну базового інструменту, ціну виконання опціону, термін до погашення опціону, відсоткову ставку без ризику та волатильність базового інструменту.

Дослідження ринку опціонів показали, що найпопулярнішими опціонами, які перебувають в обігу, є опціони, виставлені на відсоткові ставки та іноземні валюти. Відсоткові опціони переважно обертаються у біржовому секторі ринку деривативів. Натомість більшість трансакцій з валютними опціонами здійснюються у позабіржовому секторі цього ринку.

Окрім опціонів на традиційні базові інструменти, в останні десятиліття на ринку стали популярними опціони, виставлені на ф'ючерсні контракти, котрі зараховуємо до складених похідних інструментів. На строковому ринку також обертаються інші види складених деривативів, серед яких треба відзначити свопціони та складені опціони. Свопціони – це опціони, виставлені на свопи, тоді як складені опціони – це опціони, виставлені на інші опціони.

Відкриття позиції в опціонному контракті має певні переваги та недоліки, а тому інвесторам строкового ринку необхідно детально аналізувати ризик своїх позицій. В управлінні ризиком під час купівлі–продажу опціонних контрактів істотне значення має чутливість (вразливість) цін опціонів на зміну ринкових умов, тобто реакція ціни опціону на зміни окремих ринкових чинників. Ідея дослідження такої реакції зводиться до обчислення похідних функцій ціни опціону за змінною, залежність від впливу якої нас цікавить. Такі похідні фінансисти називають грецькими коефіцієнтами, і дуже часто їх трактують як міри ризику опціонів. Для моніторингу ризику, пов'язаного з продажем опціонів, необхідно систематично обчислювати коефіцієнти чутливості, оскільки ціни опціонів, як і базових активів, підлягають постійним змінам у часі.

З метою зниження ризику власних позицій також можна використовувати різні стратегії, які будуються з декількох опціонів у різноманітних комбінаціях, або з опціонів та базових інструментів. До найважливіших з них можна зарахувати: стратегії, які використовують один опціон і одну акцію; стратегії типу спред (spread): спред бика, ведмедя, метелика, календарний, діагональний; комбіновані стратегії: straddle, strip, strap, strangle.

Для визначення теоретичної ціни опціонів на акції часто використовують метод біноміального дерева, який ще називають біноміальною моделлю. Цей метод є дискретним методом оцінювання опціонів, тобто передбачає дискретні зміни часу. Біноміальне дерево являє собою деякі цінові рівні, яких може досягти акція під час терміну дії опціону. Натомість моделлю з неперервним часом є модель Блека–Шоулса для обчислення ціни європейського опціону з правом купівлі акції, яка не приносить дивідендів. Існують також адаптації цієї моделі для акцій, на які виплачуються дивіденди.

Відомо, що до відсоткових опціонів належать опціони, виставлені на облігації. Однією із моделей, яку можна використати для оцінювання опціону на облігацію, є модифікована модель Блека–Шоулса, яку можна застосувати для оцінювання стандартного європейського опціону на облігацію з нульовим купоном. Іншим видом відсоткових опціонів є опціон на верхню межу відсоткової ставки. Для його оцінювання можемо використати модифіковану модель Ф. Блека для опціону на ф'ючерси. Існують також моделі оцінювання валютних опціонів, зокрема модель Ґраббі та Ґармана–Колхаґена, а також інші, складніші моделі.

РОЗДІЛ 3. ДОСЛІДЖЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАНДАРТНИХ ОПЦІОНІВ З ФІКСОВАНИМ ТА СТОХАСТИЧНИМ ДОХОДОМ БАЗОВОГО ІНСТРУМЕНТУ

3.1. Сутність та класифікація нестандартних опціонів

Починаючи з кінця 80-х років минулого століття, спостерігається доволі бурхливий розвиток світового ринку похідних фінансових інструментів (деривативів), зокрема нестандартних (екзотичних) опціонів. Причиною цього стала можливість їхнього універсального застосування. Основною метою створення таких інструментів є страхування від ризику, який посилюється внаслідок змінності сучасного світового ринку та його оточення. Така ситуація вимагає створення новіших та складніших форм похідних інструментів, які б відповідали вимогам потенційних інвесторів. Тому сьогодні все більшої популярності на строковому ринку набувають інструменти, „шиті за розміром" (tailor made). Саме такими інструментами є клас екзотичних (нестандартних) опціонів.

Як показує аналіз світового ринку деривативів, вони можуть обертатися як на інституційно-організованих біржах, так і на позабіржовому ринку. Проте екзотичні опціони здебільшого є предметами торгівлі на позабіржовому ринку. Причиною цього є нестандартизована форма цих похідних інструментів, що є їхньою перевагою порівняно зі стандартними опціонними контрактами. Екзотичні опціони приваблюють інвесторів саме тим, що можуть забезпечити їм індивідуальну функцію доходу, яка хеджуватиме їхню позицію на ринку у базовому інструменті від вибраних форм ризику.

Екзотичні опціони є модифікацією та розвиненням стандартних опціонних контрактів. Від стандартних опціонів вони відрізняються тим, що в них не виконуються деякі принципи, які стосуються дати погашення, ціни опціону, ціни реалізації або виду базового інструменту. Іншими словами, кожен опціон, який не є стандартним, вважається екзотичним. Однак це дуже узагальнене твердження. Стандартний опціон визначається такими характеристиками, як вид, ціна виконання, ринкова ціна і термін дії опціонного контракту. Такі параметри для стандартного опціону визначаються наперед, тобто під час укладання опціонного контракту. У разі ж екзотичних опціонів цього принципу не завжди дотримуються. Рішення щодо встановлення параметрів опціону може бути прийняте пізніше щодо моменту його придбання [29].

Одну із класифікацій опціонів запропонував І. Нелькен [172, *с. 10–11*]. Він поділяє екзотичні опціони згідно з такими критеріями:

- структура функції виплати;
- величина фінансового левериджу;
- ступінь залежності виплати від траєкторії зміни ціни базового інструменту;
- кореляція між базовими інструментами;
- тривалість часу на вибір типу опціону і ціни його виконання;
- види додаткових елементів, вбудованих в опціон.

Інший підхід демонструє К. Ревіндрен [187, *с. 67–68*]. Він ділить стандартні та екзотичні опціони на складові частини (building blocks), а потім розміщує їх у трьох основних групах, які відрізняються між собою стилем виконання:

1. Європейські (European-style).
2. Середньоатлантичні (Mid-Atlantic-style).
3. Американські (American-style).

Окрім цього, екзотичні опціони автор додатково поділяє ще на 11 підгруп, залежно від структури функції виплати за цими деривативами:

– опціони на спред (spread options);
– азіатські опціони (average options);
– кошикові опціони (basket options);
– опціони типу „готівка або нічого" (cash-or-nothing options);
– опціони вибору (chooser options);
– складені опціони (compound options);
– опціони із запізнюючим стартом (deferred strike options);
– зворотні опціони (lookback options);
– нелінійні опціони (nonlinear payoff options);
– опціони типу quanto (quanto options);
– бар'єрні опціони (barrier або sudden birth/death options).

Натомість М. Онг (M. Ong) [176, *с. 10–13*] пропонує інший поділ опціонів. Він класифікує екзотичні опціони згідно з такими критеріями:

– структура функції виплати;
– неперервність функції доходу за опціоном;
– нелінійна структура функції доходу за опціоном;
– ступінь залежності вартості опціону від ціни базового активу протягом терміну дії опціону;
– кількість базових інструментів і ступінь кореляції між ними;
– тривалість часу для можливого вибору ціни виконання опціону;
– вид базового інструменту, яким може бути як традиційний, так і похідний фінансовий інструмент.

На підставі перелічених вище критеріїв автором виділено такі групи екзотичних опціонів:

– сингулярні опціони (singular payoff options) – це опціони з не неперервною функцією доходу;
– залежні від часу опціони (time-depended options), тобто такі, які дають інвестору змогу вибирати час реалізації опціону або точніше визначати деякі його параметри;
– складені опціони (compound options), для яких базовим інструментом є інший опціон;
– нелінійні опціони (nonlinear payoff options) – це опціони, ціна яких нелінійно залежить від ціни базового активу;
– кореляційні опціони (correlation options), котрі мають більше ніж один базовий інструмент;

– залежні від траєкторії (path-depended options), вартість яких залежить від того, як формувалася ціна базового активу протягом усього терміну дії опціону.

Історично так склалося, що, крім систематизації опціонів згідно з різними критеріями, їх було поділено на дві великі групи залежно від часу їхньої появи на ринку. Ті, котрі з'явилися раніше, часто називають опціонами першої генерації. Серед них можна відзначити: бар'єрні, бінарні, коридорні, опціони типу cliquet, азіатські, опціони з діапазоном, кошикові. Треба відзначити, що на строковому ринку постійно з'являються нові види опціонів, які стають щоразу складнішими. Новостворені опціони дослідники і учасники строкового ринку називають опціонами другої генерації.

Враховуючи вищесказане, опціони загалом можна поділити на декілька великих груп:

- залежні від траєкторії, або умовні опціони (path-depended options);
- сингулярні, або одинарні опціони (singular payoff options);
- залежні від часу, або еластичні опціони (time-depended or preference options);
- кореляційні, або багатофакторні опціони (multivariate options);
- складені опціони (nested or compounded options);
- опціони з левериджем (leveraged options);
- вбудовані опціони (embeddos options).

До кожної з цих груп можна зарахувати низку нестандартних опціонів як з першої, так і з другої генерації. Отже, до групи ***умовних*** опціонів можна зарахувати такі їхні види:

1) бар'єрні опціони (barrier options);
2) зворотні опціони (lookback options);
3) ступінчаті опціони (ladder options);
4) западні, або храповикові опціони (ratchet or cliquet options);
5) опціони „на окрик" (shout options);
6) азіатські опціони (average or Asian options);
7) опціони з накладкою (capped options);
8) опціони з шапочкою (cap options);
9) опціони з підлогою (floor options);
10) опціони з коридором (collar options);
11) one-clique опціони (one-clique options).

Деякі з цих видів мають розширення, тобто існують у декількох модифікованих версіях.

Однак існують інші погляди на групу умовних опціонів та на їхній поділ. Наприклад, С. Смітсон [205, *с. 65*] умовні опціони поділяє на: залежні від середнього (mean-dependent) і залежні від екстремумів (extremum-dependent). Своєю чергою, до залежних від середнього (mean-dependent) автор зараховує опціони, залежні від середньої ціни (average price) та середньої ціни виконання (average strike), або так званої страйкової ціни. Натомість залежні від екстремумів опціони (extremum-dependent) поділяються на:

– бар'єрні внутрішні опціони (barrier inside options);
– бар'єрні зовнішні опціони (barrier outside options);

– опціони з накладкою (capped options);
– зворотні опціони (lookback options);
– ступінчаті опціони (ladder options);
– західні опціони (ratchet options);
– опціони „на окрик" (shout options).

Деякі автори до групи умовних опціонів зараховують також і бінарні опціони (binary/digital options).

Сингулярні, своєю чергою, поділяються на:

1) опціони з умовною премією (contingent premium options);
2) бінарні, або цифрові опціони (digital options);
3) бар'єрні бінарні опціони (digital barrier options).

До ***залежних від часу*** опціонів належать такі їхні модифікації:

1) американські опціони (american options);
2) середньоатлантичні опціони (Mid-Atlantic або quasi-american options);
3) опціони вибору (chooser options);
4) опціони із запізнюючим стартом, або стартом у майбутньому (forward-start options);
5) західні, або храповикові опціони (ratchet options).

Кореляційні, своєю чергою, поділяються на:

1) кошикові опціони (basket options);
2) веселкові опціони (rainbow options);
3) опціони „кращий/гірший з n активів або готівка" (best/worst of n assets or cash options);
4) опціони на мінімальне або максимальне значення з n активів (minimum or maximum of n assets options).

До ***складених*** опціонів зараховуємо:

1) опціони вибору (simple chooser options);
2) прості складені опціони (simple compound options);
3) комплексні складені опціони (complex compound options);
4) опціони caption (caption options);
5) опціони floortion (floortion options).

Опціони ***з левериджем*** поділяються на:

1) степеневі опціони (power options);
2) криволінійні опціони (curvilinear options);
3) обернені плаваючі опціони (inverse floater options).

Натомість до ***вбудованих*** зараховуємо такі їхні різновиди:

1) плаваючі без левериджу опціони (delivered floater options);
2) плаваючі з подвійним індексом опціони (dual-index floater options);
3) плаваючі з оберненим левериджем опціони (levered inverse floater options);
4) плаваючі з пов'язаними індексами опціони (index-linked floater options);
5) реверсні плаваючі вверх-вниз опціони (high-low floater reverse options);
6) основні, пов'язані з облігаціями опціони (principal FX-linked bonds options);
7) плаваючі покрокові з шапочкою/підлогою (stepped cap/floor floater options);
8) опціони на індекси основних свопів (index principal swap options);

9) змішані, або неоднорідні опціони (miscellaneous options);
10) плаваючі у діапазоні опціони (range floater options);
11) змінні у діапазоні опціони (range rover options);
12) плаваючі западні опціони (ratchet floater options).

Підсумовуючи, можна стверджувати, що екзотичні опціони обертаються, переважно, на позабіржовому ринку. Найпопулярнішими серед них є: азіатські, бар'єрні, кошикові, бінарні та опціони з умовною премією. Рідше трапляються зворотні, окрикові, опціони вибору, із запізнюючим стартом, западні, ступінчаті, з шапочкою, веселкові. Решта опціонів з'являються в обігу дуже рідко, на індивідуальне замовлення клієнтів. Деякі різновиди опціонів трапляються також і в біржовому обігу, проте основна їхня частка припадає на товарні азіатські та товарні кошикові опціони. Щодо типу базового інструменту, то найпопулярнішими є відсоткові, валютні, акційні і товарні опціони. Наведемо тепер нашу класифікацію видів нестандартних опціонів (див. табл. 3.1.1).

Таблиця 3.1.1

Класифікація екзотичних (нестандартних) опціонів

Клас екзотичних опціонів	**Вид екзотичних опціонів**	**Модифікація екзотичних опціонів**
1	2	3
Залежні від траєкторії (умовні) опціони	Азіатські опціони	Геометричні азіатські опціони
		Арифметичні азіатські опціони
		Азіатські опціони з середньою ціною
		Азіатські опціони з середнім опціонним курсом
		Повні азіатські опціони
		Часткові азіатські опціони
		Дискретні азіатські опціони
		Неперервні азіатські опціони
		Еластичні азіатські опціони
	Класичні бар'єрні опціони	Активізаційні бар'єрні опціони
		Дезактивізаційні бар'єрні опціони
		Ребатні з негайною виплатою
		Ребатні з відтермінованою виплатою
		Бар'єрні опціони з фіксованим бар'єром
	Екзотичні бар'єрні опціони	Бар'єрні опціони з плаваючим бар'єром
		Бар'єрні опціони з подвійним фіксованим бар'єром
		Бар'єрні опціони з подвійним плаваючим бар'єром
		Азіатські бар'єрні опціони
		Бар'єрні опціони із запізнюючим стартом
		Бар'єрні опціони із примусовим запізнюючим стартом
		Бар'єрні опціони з вікном
		Зовнішні бар'єрні опціони
		Зовнішні азіатські бар'єрні опціони
		Коридорні бар'єрні опціони

Продовження табл. 3.1.1

1	2	3
	Зворотні опціони	Повні з фіксованою ціною виконання
		Повні з плаваючою ціною виконання
		Часткові з фіксованою ціною виконання
		Часткові з плаваючою ціною виконання
	Інші види умовних опціонів	Опціони одного удару
		Опціони „на окрик”
		Ступінчаті з фіксованою ціною виконання
		Ступінчаті з плаваючою ціною виконання
		Західні опціони
Сингулярні (одинарні) опціони	Бінарні опціони	Стандартні бінарні опціони
		Комплексні бінарні опціони
		Опціони типу „готівка або нічого”
		Опціони типу „актив або нічого”
		Опціони типу „суперфонд”
		Кореляційні бінарні опціони
		Амплітудні бінарні опціони
		Бінарні оцпіони з мегапремією
		Граничні бінарні опціони
		Подвійні бінарні опціони
	Опціони з умовною премією	Прості опціони з умовною премією
		Обернені опціони з умовною премією
		Повні опціони з умовною премією
		Часткові опціони з умовною премією
		Часткові обернені опціони з умовною премією
		Опціони з відкладеною премією
		Обернені опціони з відкладеною премією
		Опціони з гарантією повернення грошей
	Опціони з гепом	
Кореляційні (багатофакторні) опціони	Опціони обміну	
	Кореляційні бінарні опціони	
	Опціони типу „кращий/гірший з кількох активів”	
	Опціони типу „більш дохідний”	
	Опціони на частку	
	Опціони на екстремальне значення	
	Опціони на спред	
	Опціони на спред між веселками	
	Кошикові опціони	
	Кошикові бінарні опціони	
	Портфельні опціони	
	Опціони на добуток	
	Опціони на іноземні акції	

1	2	3
	Опціони на валютний курс, пов'язаний з акцією	
	Кількісні опціони	
	Альтернативні опціони	
	Опціони з двома цінами виконання	
Залежні від часу опціони	Бермудські опціони	
	Опціони вибору	Простий
		Комплексний
	Опціони із запізнюючим стартом	
	Західні опціони	
	Опціони на виплату	
Гібридні опціони	Ступінчаті опціони	
	Опціони Бостон	
	Опціони Cap	
	Опціони Floor	
	Опціони Collar	
Нелінійні опціони	Степеневі опціони	Симетричні
		Асиметричні
	Експоненціальні опціони	
	Логарифмічні опціони	
Вкладені опціони	Складені опціони	Прості
		Комплексні
	Опціони вибору	Прості
		Комплексні

Аналіз показує, що під кінець 90-х років XX століття почали виникати складніші різновиди екзотичних опціонів стосовно їхнього оцінювання та страхування. До групи найпоширеніших на ринку екзотичних опціонів **другого** покоління належать [185, *с. 97*]:

- акумулятори, або хижаки (accumulator or predator options) – принцип їхньої дії такий самий, як і опціонів типу cliquet з правом купівлі, хоча нижнє обмеження стосується виключно суми вибраних котирувань, а не усіх, як це передбачено в опціоні типу cliquet. Однак страхування опціонів-хижаків є складнішим від страхування опціонів типу cliquet;
- опціони Еверест (Everest options) – у момент закінчення терміну дії такого опціону функція виплати ґрунтується на гіршому з активів, з яких складений кошик акцій чи індексів. Попередньою схожою до цієї конструкцією були „опціони на гірший з двох або трьох індексів", які оберталися у Лондоні в 1996–1997 роках. Різниця між цими двома категоріями деривативів полягає у тому, що „Everest option" є довгостроковим (10–15 років) опціоном, а окрім цього, виставленим на багато акцій (10–25 штук);
- створений індивідуально кошик (individual-cap basket option) – це опціон купівлі, в основу якого покладено кошик активів, кожна складова якого вибирається у певній кількості;

- опціон атлас (atlas option) – це опціон купівлі, виставлений на кошик активів, причому на момент погашення опціону частина найкращих і найгірших активів вилучається з нього;
- опціон Алтіпано (Altipano option) – це опціон, який дає право отримати великий дохід за умови, що жодна з вибраних акцій не досягне у зазначений момент часу встановленого рівня. У протилежному випадку функція виплати буде ідентичною до функції виплати стандартного кошикового опціону купівлі;
- опціон Гімалаї (Himalaya option) – це опціон купівлі на середню ціну акцій, які мають найвищі котирування. Найкращу з акцій вилучають після кожного їхнього порівняння [177].

Описані види опціонів, назва котрих походить від назв гірських масивів, називаються ще „гірськими опціонами" (mountain range options). Це найвитонченіші різновиди кошикових опціонів, однак в реальності їхня функція виплати часто не залежить від кошика базових активів, а здебільшого від найкращого чи найгіршого з них, у визначений момент часу [177, *с. 101*].

Перевагою екзотичних опціонів є те, що вони дають можливість краще ніж стандартні опціони пристосовувати їхні параметри до потреб інвесторів. Такі опціони застосовують з метою спекуляції та хеджування. Спекулювати можна, наприклад, на середньому курсі (азіатські опціони) або на досягненні базовим активом певного рівня ціни (бар'єрні опціони) у певному проміжку часу. Натомість хеджувати можна від зростання чи зниження курсу базового інструменту, оскільки екзотичні опціони зазвичай дешевші від стандартних опціонів. З огляду на низьку ліквідність і обмежений доступ до ринку поки що складно застосувати до екзотичних опціонів арбітраж. Однак цей ринок постійно розвивається і можна сподіватися, що у майбутньому з'явиться ще немало різноманітних нестандартних опціонів, котрі будуть цілком ліквідними і завдяки цьому стануть привабливішими для інвесторів.

Загальний підхід до моделювання цін екзотичних опціонів

Банки та інші фінансові інституції часто формують свої хеджингові стратегії із застосуванням опціонів, зокрема екзотичних, здійснюють оцінювання цих інструментів і активну торгівлю ними. Треба відзначити, що сьогодні обіг переважної більшості екзотичних опціонів відбувається на позабіржовому ринку, зазвичай міжбанківському, хоча деякі їхні різновиди з'являються також і на біржах. Наприклад, на фондовій біржі New York Mercantile Exchange (NYMEX) обертаються „опціони на спред". Однак торгівля такими деривативами становить лише невелику частку у загальній кількості усіх екзотичних опціонів, що обертаються на строковому ринку. З приводу невисокої прозорості позабіржового ринку екзотичні опціони й надалі залишаються екзотичними для багатьох інвесторів, навіть для тих, для яких стандартні опціони не мають жодних таємниць. Хоча більшість похідних фінансових інструментів перебувають в обігу на регульованих ринках, екзотичні опціони є винятком. Причина полягає в унікальності їхнього характеру, що робить неможливою стандартизацію цих інструментів і впровадження їх на біржовий ринок. На відміну від деривативів, які перебувають у біржовому обігу, екзотичні опціони можуть довільно пристосовуватися до індивідуальних потреб інвесторів.

Якщо говорити про інвесторів, то найбільший попит на екзотичні опціони створюють такі групи інвесторів:

- інвестори, які управляють активами;
- дилери похідних інструментів;
- фінансові інституції, які не займаються дилерською діяльністю;
- нефінансові інституції (наприклад, підприємства).

Першу з перелічених груп можна поділити на інвесторів професійних (інституціональних) і непрофесійних. Постійно управляючи різними видами фінансових активів, професіонали дуже добре орієнтуються у ринковій ситуації. Натомість непрофесіонали є пасивнішими учасниками ринку, оскільки вони цікавляться котируваннями тільки тих активів, які містяться у їхніх портфелях. Отже, похідні інструменти на строковому ринку пристосовуються до потреб згаданих категорій учасників, а тому їх можна поділити на активні і пасивні інструменти. Активні інструменти вимагають систематичного спостереження за усіма змінами ринкової ситуації, натомість для пасивних це не обов'язково. Активні продукти створюються спеціально для постійних і активних учасників строкового ринку і, як правило, не продаються індивідуальним інвесторам.

Натомість дилерів, які займаються похідними інструментами, цікавить прибуток з премій, який залежить як від розміру цих премій, так і від обігу згаданих інструментів.

До фінансових інституцій, які не здійснюють дилерської діяльності, можна зарахувати комерційні банки, довірчі товариства, пенсійні та інвестиційні фонди, страхові компанії, інститути спільного інвестування тощо. Ці та інші інституції можуть використовувати екзотичні опціони для управління ризиком неузгодженості структури своїх активів та пасивів. У випадку страхових компаній спочатку створюється фонд страхових внесків, з якого у міру необхідності будуть здійснюватися виплати страхових відшкодувань. У зв'язку з цим страхова компанія повинна реалізовувати стратегію управління активами і пасивами, яку успішно можуть доповнювати операції з екзотичними опціонами. Натомість комерційні банки залучають на депозитні рахунки кошти клієнтів, за якими, як правило, виплачують відсотки згідно з короткостроковою відсотковою ставкою. Водночас банки інвестують залучені засоби у довгострокові активи. З цього випливає, що для банку вигідно позичати згідно із короткостроковою відсотковою ставкою, а розміщувати – згідно із довгостроковою. У результаті таких дій найчастіше можна отримати прибуток. Однак у разі появи несприятливих і непередбачуваних змін ринкових відсоткових ставок банк може зазнати значних втрат. Власне для страхування від таких ризиків банківські установи використовують екзотичні похідні інструменти.

Підприємства, своєю чергою, можуть застосовувати екзотичні опціони для побудови стратегій хеджування, які б обмежували ризик їхньої діяльності. Припустімо, що деяка фірма продає свої товари у різних країнах світу і планує вийти на нові ринки, які характеризуються нестабільною економічною ситуацією. У такій ситуації підприємство наражається на валютний ризик, відсотковий, політичний та інші прояви ризику. Одним зі способів хеджування таких ризиків є застосування екзотичних опціонів.

Проаналізуємо загальні принципи оцінювання екзотичних опціонів [30]. Найважливішим і одночасно найскладнішим етапом під час здійснення оцінки опціонів є правильне оцінювання змінності (волатильності) базового інструменту. Проблема полягає у тому, що емпіричні значення волатильності не завжди збігаються з їхнім теперішнім або майбутнім значенням, внаслідок чого обчислене значення ціни опціону буде неточним. Змінність ціни інструменту є мірою непевності щодо формування майбутніх змін її величини. Змінність ціни акції – це середньоквадратичне (стандартне) відхилення ставки доходу за цією акцією протягом одного року, причому капіталізація доходу відбувається неперервно. Отже, змінність ціни акцій ґрунтується на відхиленнях доходів з акцій, а не їхніх реальних цін. У протилежному випадку ми б отримали малоймовірні результати, оскільки стандартне відхилення змінюється разом зі зміною ціни.

Варто пригадати, що стандартне відхилення – це квадратний корінь з дисперсії, яка визначає ступінь розсіяння значення випадкової змінної навколо її математичного сподівання. У разі зростання змінності збільшується ймовірність того, що цей фінансовий інструмент у майбутньому значно змінить свою ціну. Така зміна може бути як вигідною для власника фінансового інструменту, так і невигідною.

Можна використати також поняття імплікованої змінності, яка оцінюється на підставі даних про ціни опціонів. Наприклад, підставляючи у відповідну модель ринкову ціну опціону та інші задані параметри, отримуємо імпліковане значення змінності. Варто додати, що у довгому проміжку часу спостерігається явище повернення до середнього. Якщо у ролі базового інструменту виступає відсоткова ставка, то існує висока ймовірність її зниження найближчим часом, якщо на цей момент відсоткова ставка є доволі високою. І навпаки, якщо вона є низькою, то з високою ймовірністю можна сподіватися на її зростання. А це означає, що традиційний спосіб механічного перенесення змінності у коротких періодах на довші періоди може призвести до похибки у розрахунках цього параметра. Очевидно, що чим довший період, на який виставлено опціон, тим більше значення матиме така загроза.

Загальноприйнятою мірою змінності є вищезгадане стандартне відхилення. І справді, цей метод є одним із найпростіших, однак він не враховує явища „повернення до середнього”, а, отже, його використання є обмеженим. Тому, окрім стандартного відхилення, можна застосовувати інші методи вимірювання змінності, серед яких на увагу заслуговують: просте квадратне середнє рухоме; метод „percentyli” (історична симуляція); експоненціально зважене середнє рухоме (EWMA) змінності; метод GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity). Рівняння середнього рухомого для обчислення змінності має такий вигляд:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=n}^{t=1}(X_t)^2}{n}},$$

де X_t – відсоткова зміна ціни для t-го дня;

$t=1$ – зміна ціни у попередній день;

$t=2$ – зміна ціни два дні тому і т. д.;

n – кількість днів, для яких вимірюється середнє рухоме.

У методі історичної симуляції ряд відсоткових змін цін є впорядкований за зростанням. Показник змінності визначається зміною ціни, що відповідає квантилю, який дорівнює заданому рівню довіри. Перевагою такого методу є те, що не приймається жодних припущень щодо розподілу досліджуваного ряду. Натомість припускається, що у майбутньому буде такий самий розподіл дохідності, як і в минулому, що не завжди відповідає дійсності.

У моделі змінності, яка будується за допомогою експоненціально зваженого середнього рухомого, останнім аналізованим дням приписуються більші ваги, ніж попереднім. Відсутнє припущення щодо нормальності розподілу змін цін. Рівняння для оцінювання змінності за допомогою EWMA має такий вигляд:

$$\sigma=\sqrt{(1-\lambda)\sum_{t=n}^{t=1}\lambda^{t}(X_t-\mu)^2}\ ,$$

де λ – коефіцієнт старіння інформації, який описує величини ваг для останніх доходів, а також швидкість, з якою міра змінності повернеться до нижчого рівня після досягнення високого доходу;

n – кількість днів, використана для визначення змінності;

X_t – відсоткова зміна ціни для t-го дня;

μ – середнє значення у розподілі (як правило, припускається таким, що дорівнює нулю).

На фінансових ринках часто використовується модель GARCH, однак оцінювання параметрів цим способом є складним процесом. Найчастіше вимагаються дані за останні три роки. Параметри повинні перераховуватися раз на місяць. У разі великої кількості інструментів це означає необхідність значної кількості обчислень. У цій моделі, яка була розроблена Боллерслевим (Bollerslev) у 1986 році як загальний випадок моделі ARCH, сума доходу за фінансовими інструментами обчислюється так:

$$Z_t=\sqrt{h_t}\varepsilon_t\ ;$$

$$h_t=c_0+\sum_{i=1}^{q}c_iZ_{t-i}^2+\sum_{i=1}^{p}b_ih_{t-i}\ ,$$

де Z_t – сума повернення;

h_t – умовна дисперсія;

ε_t – шум із середнім значенням, що дорівнює нулю;

i,t – час (дискретний);

c_0,c_q,b_p – невід'ємні сталі коефіцієнти;

p,q – параметри моделі.

Найістотнішою перевагою моделі GARCH є те, що вона передбачає явище повернення до середнього. Це явище має зв'язок із тим фактом, що ціни деяких фінансових активів осцилюють навколо деякого довгострокового значення.

Екзотичні опціони трапляються на строковому ринку рідше від своїх класичних аналогів, однак використовуються, передусім, в операціях на дуже великі суми, для яких класичні способи хеджування стають невигідними. Замість хеджування позиції складними комбінаціями класичних опціонів, моніторингу їхніх ринкових цін, зміни стратегії хеджування і великої кількості інших супровідних операцій вигіднішим може виявитися продаж (або купівля) опціону спеціального типу, який би відповідав вимогам партнера (іншої сторони опціонного контракту).

Ринок деривативів, враховуючи пришвидшений темп глобалізації фінансових оборотів, концентрацію банків і все частішу появу особливо великих контрактів, має перспективи розвитку. Банки та інші фінансові інституції, як правило, утримують цілий штат спеціалістів та експертів, які спеціалізуються на трансакціях з похідними фінансовими інструментами і мають у своєму розпорядженні великий потенціал математичного та програмного забезпечення для грамотного здійснення операцій на строковому ринку, зокрема світовому. Завдяки цьому спреди (різниці між курсами купівлі і продажу) екзотичних опціонів будуть зменшуватися, а ліквідність – підвищуватися. Зазначимо, що на американському ринку сьогодні спреди екзотичних опціонів у три рази вищі, ніж спреди їхніх стандартних аналогів. Спреди останніх становлять близько шести базових пунктів.

Як уже згадувалося, першою моделлю оцінювання опціонів була модель Блека–Шоулса, яка давала змогу за деяких припущень визначати ціну стандартного європейського опціону купівлі акцій, на які не виплачувалися дивіденди. Р. Мертон розширив класичну модель оцінювання опціонів Блека–Шоулса, включаючи випадок, коли функція доходу базового активу є розривною стрибкоподібною функцією [166]. Як і в багатьох інших економічних моделях, розривність моделюється за допомогою процесу Пуассона. У моделі зроблено припущення, що дохід базового активу є розривною функцією, яка залежить від надходжень. Р. Мертон припустив, що базовому активу опціону відповідає такий стохастичний процес:

$$\frac{dS}{S}=(\mu-\lambda\zeta)dt+\sigma dz+dq\,,$$

де μ – математичне сподівання для доходу базового активу без стрибків;

σ – стандартне відхилення для доходу базового активу без стрибків;

z – стандартний процес Гаусса–Вінера;

q – незалежний процес Пуассона, причому dz і dq припускаються незалежними;

λ – середня кількість надходжень доходу на одиницю часу;

$$\zeta=E(Y-1),$$

де $(Y-1)$ – зміна відсоткової частки випадкової змінної у ціні базового активу, якщо відзначається пуассонівський випадок;

E – оператор математичного сподівання від випадкової змінної Y , $Y\geq 0$;

$\{Y\}$ – множина стрибків, які є незалежними та ідентично розподіленими.

Використовуючи описані вище припущення, Р. Мертон отримав вираз для оцінювання стандартного європейського опціону купівлі з ціною виконання K:

$$\pi_{\lambda,Y}(C_{bs})=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[C_{bs}\left(SY_ne^{-\lambda\zeta\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right], \qquad (3.1.1)$$

де Y_n має такий самий розподіл, як добуток n незалежних та ідентично розподілених випадкових змінних Y, $Y_0=1$;

E_n – оператор математичного сподівання від розподілу Y_n;

$n!$ – факторіал-функція, яка означає добуток усіх цілих чисел від 1 до n;

$C_{bs}(W,K,\tau,r,\sigma)$ – стандартна формула Блека–Шоулса для оцінювання європейського опціону купівлі акцій зі спотовою ціною W та ціною виконання K;

τ – час до погашення опціону;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

σ – змінність ціни (значення) базового активу.

Аналогічно отримуємо формулу для оцінювання стандартного європейського опціону з правом продажу базового активу:

$$\pi_{\lambda,Y}(P_{bs})=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[P_{bs}\left(SY_ne^{\lambda\xi\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right], \qquad (3.1.2)$$

$$\xi=E(1-Y),$$

де $P_{bs}(W,K,\tau,r,\sigma)$ – стандартна формула Блека–Шоулса для оцінювання європейського опціону продажу акцій зі спотовою ціною W та ціною виконання K.

Використовуючи теорію стохастичних процесів зі стрибками, викладену в монографії [96], яка математично обґрунтовує і розвиває, зокрема, підхід Мертона до розширення класичної моделі Блека–Шоулса на випадок стрибкоподібної функції доходу за базовими інструментами, розробимо низку нових економіко-математичних моделей для нестандартних (екзотичних) опціонів європейського стилю виконання.

Окрім того, розширимо класичну модель оцінювання опціонів Блека–Шоулса на випадок, коли відсоткова ставка без ризику є розривною стрибкоподібною функцією. Скористаємося тим, що в багатьох економічних та фізичних моделях розривність моделюється за допомогою процесу Пуассона. Припускаємо, що базовий актив опціону описується стохастичним рівнянням Блека–Шоулса:

$$\frac{dS}{S}=\mu dt+\sigma dz,$$

де μ – математичне сподівання для доходу базового активу;

σ – стандартне відхилення для доходу базового активу;

z – стандартний процес Гаусса–Вінера.

У такому разі отримуємо такий вираз для оцінювання стандартного європейського опціону купівлі з ціною виконання K:

$$\chi_{\lambda,Z}(C_{bs}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[C_{bs}\left(S, KZ_n e^{\lambda\varepsilon\tau}, \tau, g, \sigma\right)\right]; \qquad (3.1.3)$$

$$\varepsilon = E(1-Z),$$

де g – фіксована ставка доходу за базовим інструментом опціону;

λ – середня кількість стрибків відсоткової ставки без ризику на одиницю часу;

$(1-Z)$ – випадкова змінна у відсотковій ставці без ризику, якщо ця випадкова змінна розподілена згідно з пуассонівським законом;

E – оператор математичного сподівання від випадкової змінної Z, $Z \geq 0$;

$\{Z\}$ – множина стрибків, які є незалежними та ідентично розподіленими згідно з процесом Пуассона, причому припускається, що прирости цього процесу Пуассона і прирости процесу Гаусса–Вінера із вихідного рівняння Блека–Шоулса є незалежними;

Z_n має такий самий розподіл, як добуток n незалежних та ідентично розподілених випадкових змінних Z, $Z_0 = 1$;

E_n – оператор математичного сподівання від розподілу Z_n;

$C_{bs}(S, V, \tau, g, \sigma)$ – стандартна формула Блека–Шоулса для оцінювання європейського опціону купівлі акцій зі спотовою ціною S та ціною виконання V;

τ – час до погашення опціону.

Аналогічно отримуємо формулу для оцінювання стандартного європейського опціону з правом продажу базового активу:

$$\chi_{\lambda,Z}(P_{bs}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[P_{bs}\left(S, KZ_n e^{-\lambda\omega\tau}, \tau, g, \sigma\right)\right]; \qquad (3.1.4)$$

$$\omega = E(Z-1),$$

де $P_{bs}(S, V, \tau, g, \sigma)$ – стандартна формула Блека–Шоулса для оцінювання європейського опціону продажу акцій зі спотовою ціною S та ціною виконання V.

Подібно, як для стрибкоподібної функції доходу базового інструменту, ґрунтуючись на теорії стохастичних процесів зі стрибками, викладеній у монографії [96], розробимо декілька нових економіко-математичних моделей для найвживаніших кореляційних опціонів для стрибкоподібної випадкової зміни відсоткової ставки без ризику.

3.2. Моделі азіатських опціонів

Сутність та різновиди азіатських опціонів

Опціони, залежні від траєкторії (path-depended options), які ще називають умовними опціонами, є найпопулярнішою групою деривативів серед екзотичних опціонів. Умовні опціони здебільшого обертаються на позабіржових ринках, однак їх можна також зустріти і в біржовому обігу. В останні роки відбулося значне зростання кількості цих похідних фінансових інструментів, що позитивно відобразилося на їхній ліквідності та на обсягах їхніх оборотів. А це, своєю чергою, призвело до зменшення спредів таких опціонів. Характерною рисою усіх умовних опціонів є те, що дохід за цими деривативами залежить не тільки від рівня ціни базового інструменту на момент погашення опціону, як у випадку стандартного опціону, але й також від того, як формуються ціни базового інструменту протягом усього терміну дії (часу життя – life time) опціону [40].

Проаналізуємо загальні принципи оцінювання умовних опціонів [56]. Можна виділити такі чотири способи оцінки таких деривативів:

- аналітичний метод, у якому інструмент оцінюється розв'язанням диференціального рівняння Блека–Шоулса (F. Black, M.J. Scholes), яке описує ціну кожного конкретного опціону;
- метод аналітичних апроксимацій, який вперше був застосований у 1991 році С. Турнбуллом (S. Turnbull) і Л. Уейкменом (L. Wakemen) для оцінювання азіатських опціонів, в основу яких було покладено середнє арифметичне значення цін базових інструментів. Авторами було виконано швидку аналітичну апроксимацію, за допомогою якої обчислювалися два моменти розподілу ймовірності середнього арифметичного, а потім робилося припущення, що для цих двох перших моментів розподіл середнього арифметичного має логарифмічно-нормальний характер;
- біноміальний метод, який є одним із найуніверсальніших методів оцінювання опціонів. Біноміальна модель є дискретним аналогом моделі Блека–Шоулса. У цьому методі робиться припущення, що у кожний момент часу ціна активу може змінюватися у двох напрямках, а саме вгору (тобто зростати) або вниз (тобто знижуватися). Вартість опціону обчислюється, починаючи від його ціни на момент погашення і закінчуючи початковим моментом терміну його дії (тобто у зворотній послідовності), без урахування фактора ризику;
- симуляція Монте-Карло (Monte-Carlo). У цьому методі використовується комп'ютерна програма генератора випадкових значень ціни базового інструменту в часі і відповідних їм платежів від реалізації опціонів. У разі великої кількості ітерацій оцінювана вартість опціону може бути встановлена усередненням всіх результатів.

Азіатські опціони (Asian options) є одними із найпопулярніших умовних екзотичних опціонів, які купують господарські суб'єкти з метою хеджування своїх позицій. Переважну частину їхніх покупців становлять підприємства. Наприклад, у 2000 році вони становили 3/4 покупців [179, *с. 49*]. Назва цих деривативів походить від того, що першою інституцією, яка виставила їх на продаж, був Bankers Trust у Токіо [155, *с. 608*].

Дослідження показали, що, починаючи з другої половини 80-х років XX століття, ці деривативи стали одними з найчастіше використовуваних екзотичних опціонів. Ще у 1977 році з'явилися азіатські опціони як складові комбінованих структур, передусім „пов'язаних з товаром облігацій" (commodity-linked bonds). Це були Mexican Petrobonds – облігації з виплатою купонів, залежних від ціни бензину (нафти). Одними із найцікавіших конструкцій такого типу були емітовані у 1985 році облігації нідерландської фірми Oranje Nassau, за якими сума виплати дорівнювала максимальному значенню з двох можливих, а саме номінальної ціни облігації або середнього значення ціни 10,5 бареля нафти протягом останнього року перед терміном погашення облігацій. Що ж спонукало цю фірму до випуску саме таких інструментів? По-перше, прибуток фірми корелював з ціною нафти, а тому у разі її зростання фірма не мала би проблем з виплатою вищих купонів за облігаціями. По-друге, це дало їй змогу зменшити величину виплачуваних купонів на 1 % щодо ринкової ціни. По-третє, застосування структури азіатського опціону дало змогу застрахуватися від маніпуляцій ціною нафти безпосередньо перед терміном погашення облігацій.

Як уже згадувалося, спільною рисою усіх азіатських опціонів є залежність їхнього доходу не тільки від ціни базового активу у день виконання опціону, але й від середнього значення ціни у певний визначений період під час терміну дії опціону. Оскільки на середнє значення впливають багато даних зі спостережень за ціною базового активу, здійснених протягом певного проміжку часу, то вартість опціону залежатиме від емпіричних (історичних) значень ціни базового активу упродовж усього життя опціону. Саме тому азіатські опціони зараховують до групи залежних від траєкторії опціонів. Точніше кажучи, це екзотичні опціони, зумовлені середньою ціною базового інструменту. З огляду на два способи обчислення середнього значення будемо розрізняти арифметичні (arithmetic Asian options) та геометричні азіатські опціони (geometric Asian options).

Азіатські опціони називають також ***опціонами середньої ціни*** або середнього значення чи ставки (average-price чи average rate options). До цієї групи деривативів також зараховують ***опціони з середньою ціною виконання*** (average-strike options) або середнім опціонним курсом, ціна виконання яких не є сталою і наперед відомою величиною, як у разі стандартних опціонів, а залежною від траєкторії базового активу. Завдяки тому, що ціна таких опціонів не залежить від ціни базового інструменту виключно в один день, вони менш піддаються маніпуляціям курсом базового інструменту з метою отримання вигоди, оскільки такі маніпуляції упродовж довшого періоду часу є малоймовірними.

Дж. Гулл підкреслює, що опціони з середньою ціною виконання можуть гарантувати, що середня ціна, заплачена за базовий актив під час його регулярного обігу в певний період часу, не буде вищою від кінцевої ціни, а також, за аналогією, що середня ціна, отримана за базовий актив, не буде нижчою, ніж кінцева ціна [138, *с. 399*]. Більше того, У. Леві [160, *с. 474*] звертає увагу на той факт, що на ринках, інструменти яких характеризуються високою змінністю, усереднення їхньої ціни дає змогу „згладжувати" різкі зміни цін.

Якщо період спостереження за ціною базового інструменту збігається з тривалістю життя опціону, то такий інструмент називається ***<u>повним</u> азіатським опціоном***. Натомість, якщо котирування базового активу, які використовуються для визначення середнього значення, вибирають тільки з деякого періоду протягом життя опціону, то такий інструмент називається ***<u>частковим</u> азіатським опціоном*** (partial Asian option).

Наступна класифікація азіатських опціонів ґрунтується на частоті спостережень за ціною базового активу. Якщо моніторинг здійснюється неперервно, тобто середня ціна визначається з усіх значень ціни базового активу, то такий похідний інструмент називається ***неперервним азіатським опціоном*** (continuous Asian option). В обігу трапляються також і ***дискретні азіатські опціони***, в яких спостереження за ціною базового активу здійснюються лише у наперед визначені моменти часу, наприклад, один раз на день, раз на три дні і т. д.

Як середнє арифметичне, так і середнє геометричне можуть мати характер простого значення (коли всім цінам приписуються однакові вагові коефіцієнти) або середньозваженого (коли окремим цінам базового активу приписуються різні вагові коефіцієнти). Розглянуті вищі опціони передбачають використання у функції виплати простого середнього значення. Натомість опціони, в основу функції виплати яких покладено середньозважене значення цін базового активу, отримали назву ***еластичних азіатських опціонів*** (flexible Asian options). Такі деривативи характеризуються диверсифікованішими способами визначення середнього значення, яке є основою для обчислення розміру кінцевого платежу за таким опціоном. Сторони опціонного контракту можуть узгодити певні деталі, як, наприклад, приписування окремим значенням ціни з наперед визначених дат різних вагових коефіцієнтів. У такому разі обчислене значення буде середньозваженим.

Азіатські опціони, конструкція яких передбачає обчислення середньозваженого значення, з'явилися на ринку лише у 1994 році. Саме з цього періоду походять перші теоретичні розробки еластичних азіатських опціонів [228]. Такі опціони, завдяки їхній додатковій еластичності, можна легше пристосувати до індивідуальних потреб інвестора. Використовуючи еластичні азіатські опціони, можна застрахувати грошові потоки різної величини. Припустімо, що деяке підприємство отримуватиме оплату за товар сумами різної величини, однак наперед відомо, якої саме величини і у якій послідовності. У такій ситуації вигіднішим буде опціон, що ґрунтується на середньозваженому, а не простому середньому значенні. Вищі вагові коефіцієнти необхідно приписати тим періодам, в яких надходитимуть вищі суми оплат.

Загалом період усереднення ціни базового інструменту триває до кінця терміну дії опціону, однак не обов'язково починається у перший день його існування. Це означає, що моніторинг ціни базового активу може розпочатися ще до моменту підписання опціонного контракту між його сторонами або пізніше від цього моменту. Особливим випадком є ситуація, коли період усереднення починається саме у момент підписання контракту.

Аналіз показує, що азіатські опціони є особливо популярними на світових позабіржових товарних ринках. Вони є інвестиційно-привабливими інструментами як для продавців, так і для покупців цих деривативів, з огляду на те, що зменшують змінність ціни базового активу. Внаслідок цього знижується ризик можливості втрат інвестора у разі несприятливих для нього, зокрема спекулятивних, змін на готівковому ринку, тобто зменшується ймовірність того, що придбаний опціон закінчить своє існування у позиції „без грошей" (out-of-the-money). У зв'язку з тим, що азіатські опціони характеризуються меншим ризиком, з погляду їхніх емітентів вони теоретично також характеризуються і нижчими опціонними преміями, порівняно зі своїми стандартними аналогами. Однак на практиці ці деривативи не завжди бувають дешевшими [174, *с. 53*]. Загалом тут діє певне правило, а саме: азіатські опціони купівлі майже завжди дешевші від стандартних опціонів, натомість азіатські опціони продажу зазвичай дорожчі від своїх стандартних аналогів [231, *с. 284–285*]. Це пояснюється тим, що змінність середнього значення базового активу є нижчою, ніж змінність його ціни, а також тим, що майбутнє значення середньої ціни є, як правило, нижчим від майбутнього значення ринкової ціни, що впливає на зниження ціни опціону типу купівлі і підвищення ціни опціону типу продажу.

Залежно від того, який з елементів, що впливає на значення кінцевого платежу за опціоном, ціну виконання чи актуальну ціну базового активу, замінити у функції виплати на середнє значення, розрізняємо два види азіатських опціонів: ***опціони з середньою ціною*** (average rate options, AROs, average price options) та ***опціони з середньою ціною виконання*** (average strike options), які ще називають ***опціонами з середнім опціонним курсом***.

Геометричні азіатські опціони

Нагадаємо, що функція кінцевої виплати стандартного опціону європейського стилю виконання визначається так:

– для опціону купівлі (call): $\max(S_T - K, 0)$;

– для опціону продажу (put): $\max(K - S_T, 0)$,

де K – ціна виконання опціону;

S_T – актуальна ціна базового активу на ринку спот у момент погашення опціону T.

Щоб визначити значення функції платежу за *азіатським опціоном з середньою ціною*, необхідно замість ціни базового інструменту S_T у момент погашення опціону підставити середнє значення ціни, визначене згідно з умовами опціонного контракту. У такому разі функція кінцевої виплати набуває такого вигляду:

– для опціону купівлі: $\max(S_{av} - K, 0)$;

– для опціону продажу: $\max(K - S_{av}, 0)$,

де S_{av} – середня ціна базового активу протягом терміну дії опціону.

Якщо ж у функції виплати стандартного опціону ціну виконання K замінимо на середнє значення цін базового інструменту, то отримаємо функцію кінцевої виплати *азіатського опціону з середнім опціонним курсом,* яку можна записати так:

– для опціону купівлі: $\max(S_T - S_{av}, 0)$;

– для опціону продажу: $\max(S_{av} - S_T, 0)$.

Отже, функцію виплати азіатського опціону з середньою ціною базового активу отримуємо, замінивши у функції виплати для стандартного опціону ціну базового інструменту у день погашення на середнє (арифметичне або геометричне) значення його ціни, залежно від конструкції цього опціону. Натомість для азіатського опціону з середнім опціонним курсом необхідно замінити ціну виконання на середнє значення базового інструменту, досягнуте ним упродовж життя опціону.

В опціонному контракті можна зазначити один із двох способів визначення середньої ціни базового інструменту: середнє геометричне або середнє арифметичне. Якщо в опціонному контракті передбачається визначення середнього геометричного, то такий опціон називатимемо ***геометричним** азіатським опціоном* (geometric Asian option), у разі ж використання середнього арифметичного – ***арифметичним** азіатським опціоном* (arithmetic Asian option). В обігу зустрічаються переважно інструменти, що ґрунтуються на середньому арифметичному, котре є читабельнішим для інвесторів. Однак оцінювання азіатських опціонів, в основу яких покладене арифметичне середнє, є значно складнішим, ніж оцінювання опціонів, оснований на геометричному середньому. Тому спочатку детальніше розглянемо геометричні азіатські опціони.

Азіатські опціони відрізняються від решти екзотичних опціонів тим, що мають найрізноманітніші методи оцінювання. Чинниками, які визначають вибір певного способу оцінювання, є вид опціону (геометричний чи арифметичний) та частота спостережень за ціною базового інструменту. Не менш важливими є також швидкість обчислень та їхня точність.

Як уже згадувалося, азіатські опціони можуть стосуватися або інструментів з середньою ціною базового активу, або з середньою ціною виконання. Ціну європейського опціону з середньою геометричною ціною можна обчислити за допомогою формули Блека–Шоулса для стандартного опціону, замінивши дивідендну ставку та параметр змінності на такі вирази [164, *с. 455*]:

а) для дискретного тестування базового інструменту через рівні проміжки часу:

$$g^* = \frac{1}{2}\left[r\frac{N-1}{N} + \left(g + \frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{N+1}{N} - \frac{\sigma^2}{N^2}\frac{(N+1)(2N+1)}{6}\right],$$

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{N}\sqrt{\frac{(N+1)(2N+1)}{6}};$$

б) для неперервного тестування базового інструменту ($N \to \infty$):

$$g^* = \frac{1}{2}\left(r + g + \frac{\sigma^2}{6}\right),$$

$$\sigma^* = \sigma\sqrt{\frac{1}{3}},$$

де r – відсоткова ставка без ризику;

σ – змінність базового інструменту;

g – фіксована ставка доходу за базовим інструментом опціону (в акційних опціонах – дивідендна ставка), причому для стрибкоподібного доходу $g = 0$;

N – кількість спостережень за ціною базового інструменту.

Ціну азіатського геометричного опціону з середньою ціною виконання можна також обчислити, модифікуючи формули оцінювання стандартних опціонів, однак необхідно додатково розрахувати коефіцієнт кореляції між середнім та кінцевим значенням базового інструменту. Окрім цього, у формулах Блека–Шоулса для стандартних опціонів необхідно здійснити такі зміни [164, *с. 455–456*]:

а) відсоткову ставку без ризику замінити на дивідендну ставку;

б) параметр змінності визначити за формулою:

$$\sigma^{**} = \sigma\sqrt{T}\sqrt{1+\frac{(N+1)(2N+1)}{6N^2}} - \rho\sqrt{\frac{(N+1)(2N+1)}{6N^2}},$$

де T – час до погашення опціону;

ρ – кореляція між натуральним логарифмом кінцевої ціни базового активу та середнім значенням, яка обчислюється за виразом:

$$\rho = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{6(N+1)}{2N+1}};$$

в) замість ціни виконання необхідно використати актуальну ціну базового активу;

г) дивідендну ставку залишити без змін.

Європейські опціони із середньою ціною, які використовують формулу середнього геометричного, можна оцінювати за допомогою аналітичних формул моделі Мертона (Merton) [139, *с. 465–467*].

Геометричні азіатські опціони з середньою ціною

Розглянемо **дискретний процес** спостереження за ціною базового інструменту. Загальновідомо, що стандартне середнє арифметичне (AA) з n додатних значень $a_1, a_2, ..., a_n$ визначається як

$$AA(n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i, \; i = 1,2,3,...,n, \qquad (3.2.1)$$

де n – кількість спостережень;

a_i – значення i-го спостереження.

Натомість стандартне середнє геометричне (GA) з n додатних значень $a_1, a_2, ..., a_n$ обчислюється за формулою:

$$GA(n) = \left(\prod_{i=1}^{n} a_i\right)^{\frac{1}{n}}, \; i = 1,2,3,...,n. \qquad (3.2.2)$$

Треба також нагадати, що:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

та

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Згідно з припущеннями моделі Блека–Шоулса ціна базового активу $S(\tau)$ описується геометричним броунівським рухом з дивідендною ставкою g. Тоді ціну базового активу у будь-який момент часу T між теперішнім часом t і деяким часом у майбутньому t^* можна описати таким виразом:

$$S(T) = S\exp\left[\left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma z(T)\right], \qquad (3.2.3)$$

де t – теперішній час (момент укладання опціонного контракту), $t < T < t^*$;

t^* – час до погашення опціону;

S – ціна спот (значення) базового активу у початковий момент часу;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику (для стрибкоподібної відсоткової ставки без ризику $r = 0$);

g – фіксована дохідність базового активу (для випадку стрибкоподібної функції доходу базового активу $g = 0$);

σ – змінність ціни (значення) базового активу;

$z(T)$ – стандартний процес Ґаусса–Вінера.

Згідно з моделлю Блека–Шоулса припустимо, що кожна з n цін описується рівнянням броунівського руху (3.2.3) з частотою спостережень h, що можна записати у вигляді:

$$a_i = S[\tau - (n-i)h] = S\exp\left\{\left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)[\tau - (n-i)h] + \sigma z[\tau - (n-i)h]\right\}, \qquad (3.2.4)$$

де $i = 1,2,...,n$;

h – частота спостережень;

$\tau = t^* - t$ – час до погашення опціону.

З рівняння (3.2.4) видно, що період усереднення ціни починається у момент першого спостереження ($i = 1$), тобто у момент $T = \tau - (n-1)h$, і закінчується у момент останнього спостереження ($i = n$), тобто у момент $T = \tau$. Проаналізуємо спочатку азіатські опціони, в основу яких покладено **середнє геометричне** значення цін базового активу. Якщо усереднені значення описуються рівнянням (3.2.4), то натуральний логарифм від $GA(n)/S$ (тобто $\ln[GA(n)/S]$) має нормальний розподіл з дисперсією $\sigma^2 T_{n-j}^{sa}$ та середнім

$$\left(r - g - \sigma^2/2\right)T_{\mu,n-j}^{sa} + \ln B^{sa}(S,j), \tag{3.2.5}$$

$$B^{sa}(S,0) = 1,$$

$$B^{sa}(S,j) = \left(\prod_{i=1}^{j} \frac{S[\tau-(n-i)h]}{S}\right)^{\frac{1}{n}}, \text{ для } 1 \le j \le n, \tag{3.2.6}$$

$$T_{\mu,n-j}^{sa} = \frac{n-j}{n}\left[\tau - \frac{h(n-j-1)}{2}\right], \tag{3.2.7}$$

$$T_{n-j}^{sa} = \tau\left(\frac{n-j}{n}\right)^2 - \frac{(n-j)(n-j-1)(4n-4j+1)}{6n^2}h, \tag{3.2.8}$$

де S – ціна спот (значення) базового активу у початковий момент часу;

n – кількість спостережень, зазначена у контракті;

$T_{\mu,n-j}^{sa}$ – функція ефективного середнього часу для геометричного опціону;

T_{n-j}^{sa} – функція дисперсійного часу (змінності часу) для геометричного опціону;

h – частота спостережень або часовий інтервал між двома спостереженнями;

$B(S,j)$ – середнє геометричне значення;

τ – термін до погашення опціону.

Дослідимо вплив стрибкоподібної функції доходу базового інструменту на формування ціни ***дискретного** геометричного азіатського опціону з середньою ціною,* європейського стилю виконання. Враховуючи формулу (3.1.1), а також той факт, що усереднені значення описуються рівнянням (3.2.4), ціну такого опціону можна обчислити за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c_0^{sa}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[c_0^{sa}\left(SY_n e^{-\lambda\zeta\tau}, K, \tau, r, \sigma\right)\right],$$

$$c_0^{sa}(W,K,\tau,r,\sigma) = WA^{sa}(j)N\left(d_{n-j}^{sa} + \sigma\sqrt{T_{n-j}^{sa}}\right) - K\exp[-r\tau]N\left(d_{n-j}^{sa}\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$\pi_{\lambda,Y}\left(p_0^{sa}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[p_0^{sa}\left(SY_n e^{\lambda\xi\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$p_0^{sa}(W,K,\tau,r,\sigma)=-WA^{sa}(j)N\left(-d_{0,n-j}^{sa}-\sigma\sqrt{T_{n-j}^{sa}}\right)+K\exp[-r\tau]N\left(-d_{0,n-j}^{sa}\right),$$

$$A^{sa}(j)=\exp\left[-r\left(\tau-T_{\mu,n-j}^{sa}\right)-\sigma^2\left(T_{\mu,n-j}^{sa}-T_{n-j}^{sa}\right)/2\right]B^{sa}(W,j),$$

$$d_{0,n-j}^{sa}=\left\{\ln\left(\frac{W}{K}\right)+\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T_{\mu,n-j}^{sa}+\ln\left[B^{sa}(W,j)\right]\right\}\Big/\left(\sigma\sqrt{T_{n-j}^{sa}}\right),$$

де S – ціна базового активу у початковий момент часу;

K – ціна виконання опціону;

λ – середня кількість надходжень доходу на одиницю часу, $\zeta=E(Y-1)$;

$(Y-1)$ – зміна процентної частки випадкової змінної у ціні базового інструменту, якщо відзначається стрибкоподібна функція доходу (пуассонівський випадок);

E – оператор математичного сподівання від випадкової змінної Y, $Y\geq 0$;

$\{Y\}$ – множина стрибків, які є незалежними та ідентично розподіленими;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

σ – змінність ціни (значення) базового інструменту;

τ – термін до погашення опціону.

Для фіксованої дохідності базового інструменту $Y=g=const$ формули оцінювання дискретних геометричних азіатських опціонів з середньою ціною, європейського стилю виконання, приймуть такий вигляд:

– для опціонів з правом купівлі

$$c^{sa}(S,K,\tau,r,\sigma)=$$

$$=SA^{sa}(j)\exp\left[-gT_{\mu,n-j}^{sa}\right]N\left(d_{n-j}^{sa}+\sigma\sqrt{T_{n-j}^{sa}}\right)-K\exp[-r\tau]N\left(d_{n-j}^{sa}\right); \quad (3.2.9)$$

– для опціонів з правом продажу

$$p^{sa}(S,K,\tau,r,\sigma)=$$

$$=-SA^{sa}(j)\exp\left[-gT_{\mu,n-j}^{sa}\right]N\left(-d_{n-j}^{sa}-\sigma\sqrt{T_{n-j}^{sa}}\right)+K\exp[-r\tau]N\left(-d_{n-j}^{sa}\right),$$

$$A^{sa}(j)=\exp\left[-r\left(\tau-T_{\mu,n-j}^{sa}\right)-\sigma^2\left(T_{\mu,n-j}^{sa}-T_{n-j}^{sa}\right)/2\right]B^{sa}(S,j), \quad (3.2.10)$$

$$d_{n-j}^{sa}=\left\{\ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T_{\mu,n-j}^{sa}+\ln\left[B^{sa}(S,j)\right]\right\}\Big/\left(\sigma\sqrt{T_{n-j}^{sa}}\right),$$

де g – фіксована ставка доходу базового інструменту.

Обчислимо теоретичну ціну азіатських опціонів купівлі та продажу з ціною виконання 400 \$, терміном дії 1 рік, в основі якого лежить середнє геометричне значення місячної ціни золота, ціна спот якого становить 390 \$ за унцію, відсоткова ставка без ризику 7 %, ставка доходу на золото 0 %, змінність доходу на золото 20 %.

Отже, маємо: кількість спостережень $n=12$, частота спостережень $h=1/12$, термін дії опціону ще не почався $j=0$, термін до погашення $\tau=1$, ціна спот $S=390$, ціна виконання $K=400$, відсоткова ставка без ризику $r=0.07$, дохідність золота $g=0$, змінність $\sigma=0.20$, $B^{sa}(S,0)=1$.

$$T_{\mu,n-j}^{sa}=\frac{12-0}{12}\left[1-\frac{(1/12)\times(12-0-1)}{2}\right]=0.542\,\text{року},$$

$$T_{n-j}^{sa}=1\times\left(\frac{12-0}{12}\right)^2-\frac{(12-0)(12-0-1)(4\times12-4\times0+1)}{6\times12^2}\times\frac{1}{12}=0.376\ \text{року},$$

$$d_{n-j}^{sa}=\left\{\ln\left(\frac{390}{400}\right)+\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times0.20^2\right)\times0.542+\ln(1)\right\}/\left[0.20\times\sqrt{0.376}\right]=0.0145\,.$$

Ціна азіатського геометричного опціону європейського стилю виконання з правом купівлі становитиме:

$$c^{sa}=390\times\exp\left[-0.07\times(1-0.542)-0.20^2\times(0.542-0.376)/2\right]\times1\times N(0.1372)-$$

$$-400\times\exp[-0.07]\times N(0.0145)=390\times0.9652\times0.5546-400\times0.9324\times0.5058=20.117\$\,,$$

тоді як ціна аналогічного опціону з правом продажу повинна дорівнювати

$$p^{sa}=-390\times\exp\left[-0.07\times(1-0.542)-0.20^2\times(0.542-0.376)/2\right]\times1\times N(-0.1372)+$$

$$+400\times\exp[-0.07]\times N(-0.0145)=-390\times0.9652\times(1-0.5546)+$$

$$+400\times0.9324\times(1-0.5058)=16.637\$\,.$$

Припустимо, що спостереження ціни базового активу здійснювалися один раз на день, щоденно, за незмінних інших параметрів. Тоді, $n=253$ сесійні біржові дні, $h=1/253$.

$$T_{\mu,n-j}^{sa}=\frac{253-0}{253}\left[1-\frac{(1/253)\times(253-0-1)}{2}\right]=0.502\,\text{року},$$

$$T_{n-j}^{sa}=1\times\left(\frac{253-0}{253}\right)^2-\frac{(253-0)(253-0-1)(4\times253-4\times0+1)}{6\times253^2}\times\frac{1}{253}=0.335\ \text{року},$$

$$d_{n-j}^{sa}=\left\{\ln\left(\frac{390}{400}\right)+\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times0.20^2\right)\times0.502+\ln(1)\right\}\Big/\left[0.20\times\sqrt{0.335}\right]=-0.0019\,.$$

Тоді ціна опціону з правом купівлі дорівнюватиме

$$c^{sa}=390\times\exp\left[-0.07\times(1-0.502)-0.20^2\times(0.502-0.335)/2\right]\times1\times N(0.1139)-$$

$$-400\times\exp[-0.07]\times N(-0.0019)=18.519\$\,,$$

а опціону продажу становитиме

$$p^{sa}=-390\times\exp\left[-0.07\times(1-0.502)-0.20^2\times(0.502-0.335)/2\right]\times1\times N(-0.1139)+$$

$$+400\times\exp[-0.07]\times N(0.0019)=16.091\$\,.$$

А тепер розглянемо **неперервний процес** моніторингу ціни (значення) базового активу. Неперервне середнє арифметичне (САА) ціни базового активу $S(\tau)$ між деяким моментом часу у майбутньому s та моментом погашення опціону $t*$ можна обчислити за допомогою такої інтегральної формули:

$$CAA(s,t*)=\frac{1}{t*-s}\int_{s}^{t*}S(T)dT,$$

де $S(T)$ наведено у формулі (3.2.3).

За аналогією, неперервне середнє геометричне (CGA) ціни базового активу $S(\tau)$ між деяким моментом часу у майбутньому s та моментом погашення опціону $t*$ можна обчислити за допомогою такої формули:

$$CGA(s,t*)=\exp\left\{\frac{1}{t*-s}\int_{s}^{t*}\ln[S(T)]dT\right\}.$$

Якщо в останню формулу підставити вираз (3.2.3), то отримаємо:

$$CGA(s,t*)=S\exp\left\{\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{\tau}{2}+\frac{\sigma}{t*-s}\int_{s}^{t*}z(T)dT\right\},$$

де $z(T)$ – стандартний процес Ґаусса–Вінера.

Решта позначень такі самі, як у попередніх формулах.

Наведемо спосіб визначення ціни ***неперервного** геометричного азіатського опціону з середньою ціною* (continuous Asian options), європейського стилю виконання, зі стрибкоподібною функцією доходу базового інструменту. Якщо період усереднення ціни є неперервним і розпочинається у певний момент часу t, то ціну такого опціону можна описати за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c_0^{csa}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[c_0^{csa}\left(SY_n e^{-\lambda\zeta\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$c_0^{csa}(W,K,\tau,r,\sigma)=$$

$$=W\exp\left[-\left(r\tau+\frac{\sigma^2}{6}\right)\Big/2\right]N\left(d_0^{csa}+\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}\right)-K\exp[-r\tau]N\left(d_0^{csa}\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$\pi_{\lambda,Y}\left(p_0^{csa}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[p_0^{csa}\left(SY_ne^{\lambda\xi\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$p_0^{csa}(W,K,\tau,r,\sigma)=$$

$$=-W\exp\left[-\left(r\tau+\frac{\sigma^2}{6}\right)\Big/2\right]N\left(-d_0^{csa}-\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}\right)+K\exp[-r\tau]N\left(-d_0^{csa}\right);$$

$$d_0^{csa}=\left[\ln\left(\frac{W}{K}\right)+\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{\tau}{2}\right]\Big/\left(\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}\right).$$

Для фіксованої дохідності базового інструменту, яка є частковим випадком попереднього методу, формули оцінювання наберуть такого вигляду:

– для опціонів з правом купівлі

$$c^{csa}(S,K,\tau,r,\sigma)=$$

$$=S\exp\left[-\left(r\tau+\frac{\sigma^2}{6}\right)\Big/2-\frac{g\tau}{2}\right]N\left(d^{csa}+\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}\right)-K\exp[-r\tau]N\left(d^{csa}\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$p^{csa}(S,K,\tau,r,\sigma)=$$

$$=-S\exp\left[-\left(r\tau+\frac{\sigma^2}{6}\right)\Big/2-\frac{g\tau}{2}\right]N\left(-d^{csa}-\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}\right)+K\exp[-r\tau]N\left(-d^{csa}\right),$$

$$d^{csa}=\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{\tau}{2}\right]\Big/\left(\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}\right).$$

Обчислимо, скільки коштуватимуть опціони купівлі та продажу (тобто їхню опціонну премію) з попереднього прикладу за неперервного способу спостережень за ціною базового активу. Підставляючи в останні три формули такі вхідні дані:

$$S=390,\ K=400,\ r=0.07,\ g=0,\ \sigma=0.20,\ \tau=1,$$

отримаємо:

$$d^{csa}=\left[\ln\left(\frac{390}{400}\right)+\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times0.20^2\right)\times\frac{1}{2}\right]\Big/\left(0.20\sqrt{\frac{1}{3}}\right)=-0.027434.$$

Ціна опціону купівлі становитиме:

$$c^{csa} = 390 \times \exp\left[-\left(0.07 \times 1 + \frac{0.20^2}{6} \right) \Big/ 2 - \frac{0 \times 1}{2} \right] \times N(0.112727) -$$

$$- 400 \times \exp[-0.07 \times 1] \times N(-0.027434) = 18.440 \, \$,$$

тоді як опціону продажу –

$$p^{csa} = -390 \times \exp\left[-\left(0.07 \times 1 + \frac{0.20^2}{6} \right) \Big/ 2 - \frac{0 \times 1}{2} \right] \times N(-0.112727) +$$

$$+ 400 \times \exp[-0.07 \times 1] \times N(0.027434) = 16.064 \, \$.$$

На прикладі табл. 3.2.1 з даними обчислень для різних способів спостережень розглянемо різницю між дискретними та неперервними геометричними азіатськими опціонами європейського стилю виконання.

Таблиця 3.2.1

Порівняння результатів обчислень ціни геометричного азіатського опціону купівлі з дискретним та неперервним спостереженням

n	*Частота спостережень*	*Частота спостережень (на рік)*	*Дискретний спосіб*	*Абсолютна різниця*	*Відносна різниця, %*
12	Щомісячно	0.083333	20.117	1.677	9.094360
52	Щотижнево	0.019230	18.825	0.385	2.087852
253	Щоденно	0.003952	18.519	0.079	0.428416
506	2 рази/день	0.001976	18.479	0.039	0.211496
1012	4 рази/день	0.000988	18.459	0.019	0.103036
1518	6 рази/день	0.000658	18.453	0.013	0.070498
2024	8 рази/день	0.000494	18.449	0.009	0/048806
∞	Неперервний спосіб	0	18.440	0	0

Геометричні азіатські опціони з середньою ціною виконання

Для того, щоб здійснити оцінювання ***азіатського опціону з середнім геометричним ціни виконання***, необхідно знайти коефіцієнт кореляції ρ між логарифмічно-нормально розподіленим доходом базового активу та логарифмічно-нормально розподіленим доходом середнього геометричного, описаного формулою (3.2.2):

$$\rho = \frac{\left\{ \sigma^2 + \left[r - g - \frac{1}{2}\sigma^2 \right] \tau \right\} \left(\tau - \frac{n-1}{2} h \right) - \left[r - g - \frac{1}{2}\sigma^2 \right]^2 \tau T^{sa}_{\mu,n-j}}{\sigma^2 \sqrt{\tau T^{sa}_{n-j}}},$$

де $T^{sa}_{\mu,n-j}$ – ефективний середній час (3.2.7);

T^{sa}_{n-j} – функція дисперсії часу (3.2.8).

Розглянемо спочатку **дискретний спосіб** спостережень за ціною базового активу. Ціну ***дискретного геометричного азіатського опціону з середньою ціною виконання,*** європейського стилю реалізації, із стрибкоподібною функцією доходу базового інструменту, можна обчислити за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c_0^{ka}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[c_0^{ka}\left(SY_n e^{-\lambda\zeta\tau},\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$c_0^{ka}(W,\tau,r,\sigma)=W\left\{N\left(D_{0,g1}\right)-A^{sa}(j)N\left(D_{0,g2}\right)\right\};$$

– для опціонів з правом продажу

$$\pi_{\lambda,Y}\left(p_0^{ka}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[p_0^{ka}\left(SY_n e^{\lambda\xi\tau},\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$p_0^{ka}(W,\tau,r,\sigma)=-W\left\{N\left(-D_{0,g1}\right)-A^{sa}(j)N\left(-D_{0,g2}\right)\right\},$$

$$D_{0,g2}=\frac{-\ln\left[B^{sa}(W,j)\right]+\left(r-\dfrac{1}{2}\sigma^2\right)\left(\tau-T_{\mu,n-j}^{sa}\right)+\sigma^2\left(\rho\sqrt{\tau T_{n-j}^{sa}}-1\right)}{\sigma\sqrt{\tau_e}},$$

$$D_{0,g1}=D_{0,g2}+\sigma\sqrt{\tau_e},$$

$$\tau_e=\tau-2\rho\sqrt{\tau T_{n-j}^{sa}}+T_{n-j}^{sa},$$

причому $A^{sa}(j)$, $B^{sa}(W,j)$, $T_{\mu,n-j}^{sa}$, T_{n-j}^{sa} описані раніше.

Для фіксованої дохідності базового інструменту $g=const$ формули оцінювання набудуть такого вигляду:

– для опціонів з правом купівлі

$$c^{ka}(S,K,\tau,r,\sigma)=S\left\{\exp[-g\tau]N\left(D_{g1}\right)-A^{sa}(j)\exp\left[-gT_{\mu,n-j}^{sa}\right]N\left(D_{g2}\right)\right\};$$

– для опціонів з правом продажу

$$p^{ka}(S,K,\tau,r,\sigma)=-S\left\{\exp[-g\tau]N\left(-D_{g1}\right)-A^{sa}(j)\exp\left[-gT_{\mu,n-j}^{sa}\right]N\left(-D_{g2}\right)\right\},$$

$$D_{g2}=\frac{-\ln\left[B^{sa}(j)\right]+\left(r-g-\dfrac{1}{2}\sigma^2\right)\left(\tau-T_{\mu,n-j}^{sa}\right)+\sigma^2\left(\rho\sqrt{\tau T_{n-j}^{sa}}-1\right)}{\sigma\sqrt{\tau_e}},$$

$$D_{g1}=D_{g2}+\sigma\sqrt{\tau_e},$$

$$\tau_e=\tau-2\rho\sqrt{\tau T_{n-j}^{sa}}+T_{n-j}^{sa}.$$

Обчислимо ціну азіатських опціонів купівлі та продажу із середньогеометричною ціною виконання європейського стилю для попередніх вхідних даних. Спочатку знайдемо коефіцієнт кореляції ρ, якщо $\tau=1$, $r=0.07$, $g=0$, $\sigma=0.20$, $T^{sa}_{\mu,n-j}=0.542$, $T^{sa}_{n-j}=0.376$:

$$\rho=\frac{\left\{0.20^2+\left[0.07-0-\frac{1}{2}\times0.20^2\right]1\right\}\left(1-\frac{12-1}{2}\times\frac{1}{12}\right)-\left[0.07-0-\frac{1}{2}\times0.20^2\right]^2\times1\times0.542}{0.20^2\sqrt{1\times0.376}}=$$

$$=0.883.$$

Підставляючи значення $S=390$, отримуємо:

$$\tau_e=1-2\times0.883\times\sqrt{1\times0.376}+0.376=0.4583,$$

$$D_{g2}=\frac{\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times0.20^2\right)(1-0.542)+0.20^2\times\left(0.883\times\sqrt{1\times0.376}-1\right)}{0.20\times\sqrt{0.4583}}=0.042,$$

$$D_{g1}=0.042+0.20\times\sqrt{0.4583}=0.151.$$

Ціна опціону купівлі становитиме

$$c^{ka}=390\{\exp[-0\times1]\times N(0.151)-0.9652\times\exp[-0\times0.542]\times N(0.042)\}=23.76\ \$,$$

тоді як опціон продажу повинен коштувати

$$p^{ka}=-390\{\exp[-0\times1]\times N(-0.151)-0.9652\times\exp[-0\times0.542]\times N(-0.042)\}=10.20\ \$.$$

Натомість за **неперервного способу** спостережень за ціною базового активу ціну ***неперервного геометричного азіатського опціону з середньою ціною виконання*** європейського стилю із стрибкоподібною функцією доходу базового інструменту можна обчислити за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c_0^{cka}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[c_0^{cka}\left(SY_ne^{-\lambda\zeta\tau},\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$c_0^{cka}(W,\tau,r,\sigma)=W\left\{N\left(D_{0,cg1}\right)-\exp\left[-\left(r\tau+\frac{\sigma^2}{6}\right)\Big/2\right]N\left(D_{0,cg2}\right)\right\};$$

– для опціонів з правом продажу

$$\pi_{\lambda,Y}\left(p_0^{cka}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[p_0^{cka}\left(SY_ne^{\lambda\xi\tau},\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$p_0^{cka}(W,\tau,r,\sigma)=-W\left\{N\left(-D_{0,cg1}\right)-\exp\left[-\left(r\tau+\frac{\sigma^2}{6}\right)\Big/2\right]N\left(-D_{0,cg2}\right)\right\},$$

$$D_{0,cg2}=\frac{\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{\tau}{2}+\sigma^2\left(\frac{\tau}{2}-1\right)}{\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}},$$

$$D_{0,cg1}=D_{0,cg2}+\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}.$$

Для фіксованої дохідності базового інструменту формули для визначення ціни неперервного геометричного азіатського опціону з середньою ціною виконання набувають такого вигляду:

– для опціонів з правом купівлі

$$c^{cka}=S\left\{\exp[-g\tau]N(D_{cg1})-\exp\left[-\left(r\tau+\frac{\sigma^2}{6}\right)\Big/2-\frac{g\tau}{2}\right]N(D_{cg2})\right\};$$

– для опціонів з правом продажу

$$p^{cka}=-S\left\{\exp[-g\tau]N(-D_{cg1})-\exp\left[-\left(r\tau+\frac{\sigma^2}{6}\right)\Big/2-\frac{g\tau}{2}\right]N(-D_{cg2})\right\},$$

$$D_{cg2}=\frac{\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{\tau}{2}+\sigma^2\left(\frac{\tau}{2}-1\right)}{\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}},$$

$$D_{cg1}=D_{cg2}+\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}.$$

Обчислимо ціну аналогічного опціону з неперервним часом спостереження для вхідних даних з попереднього прикладу, тобто

$\tau=1$, $r=0.07$, $g=0$, $\sigma=0.20$, $T^{sa}_{\mu,n-j}=0.542$, $T^{sa}_{n-j}=0.376$, $\rho=0.883$, $S=390$.

$$D_{cg2}=\frac{\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times0.20^2\right)\frac{1}{2}+0.20^2\left(\frac{1}{2}-1\right)}{0.20\sqrt{\frac{1}{3}}}=0.0433,$$

$$D_{cg1}=0.0433+0.20\times\sqrt{\frac{1}{3}}=0.1588.$$

Ціна неперервного геометричного азіатського опціону з правом купівлі, з середньою ціною виконання становитиме:

$$c^{cka}=390\left\{\exp[-0\times1]\times N(0.1588)-\exp\left[-\left(0.07\times1+\frac{0.20^2}{6}\right)/2-\frac{0\times1}{2}\right]\times N(0.0433)\right\}=$$

$$=25.45\$,$$

тоді як ціна аналогічного опціону з правом продажу дорівнюватиме

$$p^{cka} = -390\left\{\exp[-0\times1]\times N(-0.1588) - \exp\left[-\left(0.07\times1+\frac{0.20^2}{6}\right)/2-\frac{0\times1}{2}\right]\times N(-0.0433)\right\} =$$

$$= 25.45\$.$$

Арифметичні азіатські опціони

Якщо конструкція азіатського опціону використовує формулу для *середнього арифметичного*, то визначення точних теоретичних цін буде складнішим. Це пов'язано з тим фактом, що середнє арифметичне значення змінної, яка має логарифмічно-нормальний характер, не матиме ані логарифмічно-нормального розподілу, ані інших властивостей, які б можна було використати для виведення формули ціни такого опціону. На практиці єдиним ефективним методом оцінювання вважається симуляція. А отже, теоретичні значення цін азіатських опціонів, які використовують формулу середнього арифметичного, можна визначити тільки приблизно. Опишемо декілька методів, які дають змогу здійснити таку оцінку:

- симуляція Монте-Карло (Monte-Carlo);
- метод Ворста (Vorst);
- метод Леві (Levy);
- метод Турнбулла–Уейкмана (Turnbull–Wakeman);
- метод Роджерса–Ші (Rogers–Shi) та інші.

Сьогодні не знайдено явної формули для оцінювання арифметичних опціонів, а тому для визначення ціни арифметичних азіатських опціонів у наближеному методі управляючих змінних Монте-Карло використовується явна формула оцінювання геометричних опціонів, однак лише як початкове значення. Вперше у фінансовій математиці це зробив П.П. Бойл у 1977 році [91]. Були також зроблені спроби апроксимувати змінні арифметичних азіатських опціонів, використовуючи явні формули, отримані для геометричних азіатських опціонів. Застосовуючи логарифмічно-нормальний розподіл до апроксимації середнього арифметичного логарифмічно-нормальних змінних, Турнбулл і Уйекман (Turnbull, Wakeman) у 1991 році впровадили алгоритм оцінювання арифметичних азіатських опціонів європейського стилю виконання. Точність цього алгоритму може бути дуже високою, якщо кількість змінних у період усереднення є або дуже великою, або дуже малою, однак точність стає значно нижчою, коли кількість змінних лежить у межах деякого фіксованого діапазону.

Оцінювання арифметичного азіатського опціону за допомогою симуляції Монте-Карло полягає у генеруванні середніх цін базового інструменту, з подальшим дисконтуванням суми середнього платежу, який призначається власникові опціону. Метод Монте-Карло ніколи не дає однозначної оцінки, а крім того дає похибку у розмірі стандартного відхилення. Однак існують способи, які дають змогу зменшити дисперсію, коренем квадратним котрої є стандартне відхилення. Так можна підвищити точність оцінки. Точність результатів симуляції, яка вимірюється значенням стандартного відхилення, є найвищою для опціону, виставленого на базовий інструмент з низькою змінністю, як, наприклад, валютний курс. Результати, які можна отримати за допомогою решти методів оцінювання арифметичних азіатських опціонів, як правило, порівнюються з результатами симуляції Монте-Карло [217, *с. 181*]. Однак симуляція Монте-Карло, запропонована вченими А. Кемна і А. Ворст [153, *с. 113–129*], характеризується одним істотним недоліком, а саме необхідністю використання доволі дорогого програмного забезпечення.

Е. Леві, своєю чергою, у 1992 році апроксимував арифметичні азіатські опціони, використовуючи інше ідентичне середнє геометричне, котре має такі самі два перші моменти (1-й момент – це математичне сподівання, 2-й момент – дисперсія), як і відповідне середнє арифметичне. Е. Леві наводить у своїй статті [160, *с. 475*] симуляцію розподілу функції густини середнього арифметичного, доводячи, що для заданих ринкових цін базового інструменту використання логарифмічно-нормального розподілу дає добре наближені результати, але одночасно автор підкреслює, що це справджується тільки для обмеженої кількості параметрів змінності та деяких періодів, що залишилися до моменту погашення. А тому цього методу не можна узагальнювати. У методі Леві дійсний розподіл середнього арифметичного апроксимується логарифмічно-нормальним розподілом. Використовуючи відповідні формули, Леві переходить від змінної, яка не відповідає вимогам моделі Блека–Шоулса, до змінної, яка задовольняє припущення щодо логарифмічно-нормального розподілу ціни базового інструменту. Точність апроксимації Леві є наближеною до точності, яка досягається у методі Ворста [217, *с. 185*].

Ворст вивів формулу апроксимації типу Блека–Шоулса, причому його формула цілком залежить від нерівності, що є, по суті, зміною того факту, що середнє геометричне є завжди нижньою границею для відповідного середнього арифметичного [218]. Оцінювання методом Ворста полягає у коригуванні ціни виконання у такий спосіб, щоб урахувати різницю між середнім арифметичним та середнім геометричним значеннями. Завдяки одночасній операції заміни середнього і коригування ціни виконання уможливлюється застосування формул оцінювання геометричних азіатських опціонів для опціонів, що ґрунтуються на середньому арифметичному. Аналогічно, як і для симуляції Монте-Карло, найкращі результати можна отримати для низьких рівнів змінності. Тоді різниця між результатами, одержаними методом Ворста і симуляцією Монте-Карло, не перевищуватиме 1 % [217, *с. 184*]. Результати, отримані за допомогою методу Ворста, можуть бути доволі точними, якщо різниця між арифметичним середнім і відповідним йому геометричним середнім є дуже малою, однак вони стають неточними, коли ця різниця стає значною.

Відомі моделі оцінювання азіатських опціонів були створені: або для довільної фіксованої кількості врівноважених моментів середнього арифметичного і відповідого йому середнього геометричного, а саме, для перших двох моментів – розроблені Леві у 1992 році та для перших чотирьох моментів (математичне сподівання, дисперсія, асиметрія, ексцес) – опрацьовані Турнбуллом та Уейкманом у 1991 році; або для довільної приведеної ефективної ціни виконання – розроблені Ворстом у 1992 році.

Метод, розроблений Турнбуллом і Уейкманом, є певною мірою модифікова-им методом Леві. Модель Леві побудована на припущенні, що середнє значення і дисперсія обох розподілів, апроксимованого і апроксимуючого, є рівні між собою. Виконання цієї умови не означає, однак, що обидва розподіли мають ті самі параетри. Метод Турнбулла–Уейкмана враховує інші параметри розподілу, ніж середнє значення та дисперсія. Тому результат, отриманий за допомогою цього методу, буде точнішим, ніж результат методу Леві. Покращання оцінки вартості опціону особливо помітне для опціонних інструментів за високої змінності [217, *с. 186*].

Йор (Yor) у 1992 році вивів формули для перетворення Лапласа арифметичих азіатських опціонів, а також вперше дослідив зворотне перетворення Лапласа для таких опціонів. Роджерс та Ші (Rogers, Shi) опрацювали два методи оцінювання азіатських опціонів, які не ґрунтуються на моделі Блека–Шоулса. Визначення ціни опціону в цих методах полягає у розв'язанні диференціальних рівнянь. Роджерс та Ші у 1995 році впровадили метод для обчислення нижньої межі ціни азіатського опціону. Чаласамі, Та і Варікаоті (Chalasami, Tha, Varikaoty) у 1997 році покращали метод Роджерса і Ші, вибираючи незалежними базисні випадкові змінні.

Існують також інші дослідження арифметичних азіатських опціонів. Наприкад, Руттіенс (Ruttiens) у 1990 році досліджував способи визначення ціни арифмеичого азіатського опціону із застосуванням симуляції Монте-Карло, а Кемна і Ворст [153] досліджували азіатські опціони європейського стилю виконання та оцінювали їх, застосовуючи метод Монте-Карло. Як стандартну управляючу змінну вони використовували опціон, в основу якого покладено відповідне середнє геометричне.

Своєю чергою, В. Лінетскі запропонував формулу оцінювання арифметичних азіатських опціонів, які тестуються неперервно [161]. Однак її можна застосовувати лише у разі низької змінності базового активу. Робилися також спроби оцінювання цих деривативів за допомогою часткових диференціальних рівнянь [216, *с. 113–116*]. Хоча багато авторів пропонують різні вирішення цієї проблеми, однак сьогодні не існує єдиного загальноприйнятого методу оцінювання арифметичних азіатських опціонів, з огляду на згадані вище обмеження.

Оцінювання арифметичних азіатських опціонів

Як уже згадувалося, оцінювання опціонів з середнім арифметичним не є простою справою, з огляду на прийняття деяких припущень. Тому такі обчислення будуть деякою мірою наближеними. Описаний нижче метод можна застосувати лише до початку терміну дії опціону. Для оцінки вартості такого інструменту необхідно обчислити перші два моменти (математичне сподівання і дисперсію) реального розподілу ймовірності середнього арифметичного, а потім припустити, що розподіл середнього має логарифмічно-нормальний характер. Перший і другий моменти середнього арифметичного у момент часу $t=0$ на період T дорівнюатимуть KM_1 та K^2M_2 відповідно, причому [160]:

$$M_1 = \frac{e^{(r-g)T}-1}{(r-g)T},$$

$$M_2 = \frac{2e^{\left[2(r-g)+\sigma^2\right]T}}{\left(r-g+\sigma^2\right)\left(2r-2g+\sigma^2\right)T^2} + \frac{2}{(r-g)T^2}\left[\frac{1}{2(r-g)+\sigma^2} - \frac{e^{(r-g)T}}{r-g+\sigma^2}\right],$$

де K – ціна базового інструменту;

σ – фактична змінність базового інструменту;

g – фактична дохідність базового інструменту (фіксована);

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

T – термін дії опціону.

Азіатські опціони з середнім арифметичним європейського типу можна оцінити, застосувавши модель Блека–Шоулса, однак у такому разі необхідно зробити деякі заміни, а саме параметр змінності необхідно замінити на такий:

$$\sigma' = \sqrt{\ln(M_2)/T - 2(r-g)},$$

а дивідендну ставку замінити на:

$$g' = r - \ln(M_1)/T .$$

Підсумовуючи, зазначимо, що не існує єдиного стандартного методу оцінювання арифметичних опціонів, а подані формули є одним із можливих способів їхньої оцінки і дають лише приблизний результат. Зрозуміло, що це не всі відомі сьогодні методи визначення теоретичної ціни арифметичних азіатських опціонів. Наприклад, існують моделі оцінювання азіатських опціонів, що ґрунтуються на дискретному способі вимірювання ціни базового інструменту, а також моделі оцінювання часткових азіатських опціонів. У разі опціону з дискретним моніторингом ціни базового інструменту часто використовують формули, розроблені для опціонів з неперервним вимірюванням ціни. Така операція має теоретичне пояснення, оскільки різниці у результатах оцінювання, за великої кількості спостережень, будуть нескінченно малі, що дає змогу ними знехтувати.

Розглянемо детальніше спосіб оцінювання арифметичних азіатських опціонів. Під час оцінювання як геометричних, так і арифметичних опціонів використовуються формули для обчислення середнього значення. Введемо поняття узагальненого середнього значення (general mean), яке можна записати так:

$$M(\gamma|a) = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i^{\gamma}\right)^{1/\gamma} = \left(\frac{\sum a^{\gamma}}{n}\right)^{1/\gamma}, \tag{3.2.11}$$

де a_i – дійсні додатні числа ($i = 1,2,3,...,n$);

n – кількість спостережень;

γ – дійсне число, яке визначає характеристики узагальненого середнього $M(\gamma|a)$, причому для спрощення будемо використовувати запис $M(\gamma)$ замість $M(\gamma|a)$.

Спочатку дослідимо деякі спеціальні випадки для узагальненого середнього (3.2.11). Якщо $\gamma = 1$, то $M(1)$ – це арифметичне середнє $AA(a)$, представлене формулою (3.2.1); якщо $\gamma = 2$, то $M(2)$ стає квадратичним середнім, яке ще називають середньоквадратичним; натомість коли $\gamma = -1$, то $M(-1)$ – це гармонічне середнє. Якщо γ прямує до нуля, то ми отримуємо такий граничний результат:

$$\lim_{\gamma\to 0} M(\gamma) = \lim_{\gamma\to 0}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i^{\gamma}\right)^{1/\lambda} = \left(\prod_{i=1}^{n} a_i\right)^{1/n}, \tag{3.2.12}$$

котрий точно відповідає геометричному середньому $GA(a)$, поданому (3.2.2). Отже, визначаємо:

$$M(0) = GA(a).$$

Опишемо також такі два випадки:

$$\lim_{\gamma\to +\infty} M(\gamma) = \lim_{\gamma\to +\infty}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i^{\gamma}\right)^{1/\lambda} = \max(a_1, a_2, ..., a_n), \tag{3.2.13}$$

$$\lim_{\gamma\to -\infty} M(\gamma) = \lim_{\gamma\to -\infty}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i^{\gamma}\right)^{1/\lambda} = \min(a_1, a_2, ..., a_n). \tag{3.2.14}$$

Таблиця 3.2.2

Спеціальні і граничні випадки для узагальненого середнього

Значення γ	$M(\gamma)$	Результат
$-\infty$	$\min(a)$	Найменше число
-1	$\dfrac{1}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+...+\frac{1}{a_n}}$	Гармонічне середнє
0	$GA = \left(\prod_{i=1}^{n} a_i\right)^{1/n}$	Геометричне середнє
1	$AA = \frac{1}{n}\sum_{i-1}^{n} a_i$	Арифметичне середнє
2	$\left(\frac{1}{n}\sum_{i-1}^{n} a_i^2\right)^{1/2}$	Квадратичне середнє
$+\infty$	$\max(a)$	Найбільше число

У загальному випадку ми повинні задати a_i у вигляді геометричного броунівського руху. Тоді величина $V(\ln a)$ стане дисперсією n доходів базових активів. Якщо усі значення a_i мають логарифмічно-нормальний розподіл і взаємно корелюють, то $V(\ln a)$ теж буде стохастичною змінною, причому

$$V(\ln a) = E[\ln a - AA(\ln a)]^2 = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i+1}^{n}[\ln(a_i/a_j)]^2 =$$

$$= \frac{1}{2n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}[\ln(a_i/a_j)]^2,$$

де $V(\ln a)$ – дисперсія логарифма від n заданих додатних чисел з рівними вагами;

$GA(a)$ – геометричне середнє цих чисел.

Якщо усі n спостережень описуються геометричним броунівським рухом, то перші два моменти (математичне сподівання і дисперсія відповідно) від $V(\ln a)$ при $\gamma = 0$ мають вигляд:

$$E[V(\ln a)] = \frac{(n^2-1)h}{6}\left[\frac{1}{2}\left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)h + \frac{1}{n}\sigma^2\right], \qquad (3.2.15)$$

$$Var[V(\ln a)] = \frac{(n^2-1)(3n^2-2)}{15n^3}\left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)^2\sigma^2 h^3, \qquad (3.2.16)$$

де $E[V(\ln a)]$ – математичне сподівання;

$Var[V(\ln a)]$ – дисперсія;

h – частота спостережень.

Апроксимація арифметичних азіатських опціонів із середньою ціною через геометричні азіатські опціони

Враховуючи вищесказане, функцію виплати азіатських опціонів з середньою ціною, європейського стилю виконання, в основу яких покладено узагальнене середнє, можна записати у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$\max[M(\gamma) - K, 0];$$

– для опціонів з правом продажу

$$\max[K - M(\gamma), 0],$$

де $M(\gamma)$ – узагальнене середнє;

K – ціна виконання опціону.

Розглянемо метод визначення ціни арифметичного азіатського опціону, європейського стилю виконання, з **дискретним способом** спостереження за ціною базового активу, функція доходу якого має стрибкоподібний вигляд. Якщо припустити, що поведінка ціни базового активу відповідає геометричному броунівському руху, то ціну ***дискретного арифметичного азіатського опціону з середньою ціною***, враховуючи вирази (3.1.1) і (3.1.2), можна апроксимувати за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c_0^{aa}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[c_0^{aa}\left(SY_ne^{-\lambda\zeta\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$c_0^{aa}(W,K,\tau,r,\sigma)\cong kWA^{sa}(j)N\left(d_{0,n-j}^{aa}+\sigma\sqrt{T_{n-j}^{sa}}\right)-Ke^{-r\tau}N\left(d_{0,n-j}^{aa}\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$\pi_{\lambda,Y}\left(p_0^{aa}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[p_0^{aa}\left(SY_ne^{\lambda\xi\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$p_0^{aa}(W,K,\tau,r,\sigma)\cong -kWA^{sa}(j)N\left(-d_{0,n-j}^{aa}-\sigma\sqrt{T_{n-j}^{sa}}\right)+Ke^{-r\tau}N\left(-d_{0,n-j}^{aa}\right),$$

$$d_{0,n-j}^{aa}=\left[\ln\left(\frac{kW}{K}\right)+\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T_{\mu,n-j}^{sa}+\ln B^{sa}(W,j)\right]\Big/\left(\sigma\sqrt{T_{n-j}^{sa}}\right),$$

де $A^{sa}(j)$, $B^{sa}(W,j)$ визначаються формулами (3.2.10) і (3.2.6), а коефіцієнт апроксимації визначається з формули $AA(a)\cong kGA(a)$ як

$$k=1+E(v+v^2)=1+\frac{1}{2}E[V(\ln a)]+\frac{1}{4}\{Var[V(\ln a)]+E[V(\ln a)]\}^2,$$

причому $E[V(\ln a)]$ та $Var[V(\ln a)]$ подані формулами (3.2.15) та (3.2.16).

Для фіксованої дохідності базового інструменту формули оцінювання *дискретного арифметичного азіатського опціону з середньою ціною* можемо записати у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$c^{aa}\cong kSe^{-gT_{\mu,n-j}^{sa}}A^{sa}(j)N\left(d_{n-j}^{aa}+\sigma\sqrt{T_{n-j}^{sa}}\right)-Ke^{-r\tau}N\left(d_{n-j}^{aa}\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$p^{aa}\cong -kSe^{-gT_{\mu,n-j}^{sa}}A^{sa}(j)N\left(-d_{n-j}^{aa}-\sigma\sqrt{T_{n-j}^{sa}}\right)+Ke^{-r\tau}N\left(-d_{n-j}^{aa}\right),$$

$$d_{n-j}^{aa}=\left[\ln\left(\frac{kS}{K}\right)+\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T_{\mu,n-j}^{sa}+\ln B^{sa}(j)\right]\Big/\left(\sigma\sqrt{T_{n-j}^{sa}}\right).$$

Обчислимо ціну арифметичного азіатського опціону купівлі та ціну арифметичного азіатського опціону продажу, з європейським стилем виконання та дискретним способом спостереження, для вхідних даних з попередніх прикладів, тобто $\tau=1$, $n=12$, $h=1/12$, $r=0.07$, $g=0$, $j=0$, $\sigma=0.20$, $T^{sa}_{\mu,n-j}=0.542$, $T^{sa}_{n-j}=0.376$, $S=390$, $K=400$.

Спочатку необхідно визначити математичне сподівання та дисперсію:

$$E[V(\ln a)]=\frac{\left(12^2-1\right)/12}{6}\left[\frac{1}{2}\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times0.20^2\right)\frac{1}{12}+\frac{1}{12}\times0.20^2\right]=0.006827,$$

$$Var[V(\ln a)]=\frac{\left(12^2-1\right)\left(3\times12^2-2\right)}{15\times12^3}\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times0.20^2\right)^2\times0.20^2\times\left(\frac{1}{12}\right)^3=$$
$$=0.0013728\times10^{-4}.$$

Далі необхідно визначити коефіцієнт апроксимації

$$k=1+\frac{1}{2}\times0.006827+\frac{1}{4}\times(0.0013728\times10^{-4}+0.006827)^2=1.003425$$

та величину d^{sa}_{n-j}:

$$d^{sa}_{n-j}=\left[\ln\left(\frac{1.003425\times390}{400}\right)+\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times0.20^2\right)\times0.542+\ln(1)\right]\Big/\left(0.20\times\sqrt{0.376}\right)=$$
$$=0.3966.$$

Тепер можна обчислити ціну опціону купівлі:

$$c^{aa}=1.0034\times390\times\exp\left[-0.07\times(1-0.542)-0.20^2\times(0.542-0.376)/2\right]N(0.4988)-$$
$$-400\times\exp(-0.07)\times N(0.3966)=31.472\$.$$

Натомість ціна опціону продажу становитиме:

$$p^{aa}=-1.0034\times390\times\exp\left[-0.07\times(1-0.542)-0.20^2\times(0.542-0.376)/2\right]N(-0.4988)+$$
$$+400\times\exp(-0.07)\times N(-0.3966)=9.900\$.$$

Тепер розглянемо арифметичні азіатські опціони, європейського стилю виконання, з **неперервним моніторингом** ціни базового інструменту. Функцію виплати ***неперервного арифметичного азіатського опціону із середньою ціною*** можна подати за допомогою таких виразів:

– для опціонів з правом купівлі

$$\max[CAA(n)-K,0];$$

– для опціонів з правом продажу

$$\max[K-CAA(n),0],$$

де $CAA(n)$ входить в (3.2.9).

Ціну неперервного арифметичного азіатського опціону з середньою ціною, який характеризується стрибкоподібною функцією доходу базового активу та неперервним способом спостереження можна апроксимувати за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c_0^{caa}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[c_0^{caa}\left(SY_n e^{-\lambda\zeta\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$c_0^{caa}(W,K,\tau,r,\sigma)\cong k_{0,c}W\exp\left[\frac{-\left(r\tau+\sigma^2/6\right)}{2}\right]N\left(d_{0,n-j}^{caa}+\sigma\sqrt{\tau/3}\right)-$$

$$-K\exp[-r\tau]N\left(d_{0,n-j}^{caa}\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$\pi_{\lambda,Y}\left(p_0^{caa}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[p_0^{caa}\left(SY_n e^{\lambda\xi\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$p_0^{caa}(W,K,\tau,r,\sigma)\cong -k_{0,c}W\exp\left[\frac{-\left(r\tau+\sigma^2/6\right)}{2}\right]N\left(-d_{0,n-j}^{caa}-\sigma\sqrt{\tau/3}\right)+$$

$$+K\exp[-r\tau]N\left(-d_{0,n-j}^{caa}\right),$$

$$d_{0,n-j}^{caa}=\left[\ln\left(\frac{k_cW}{K}\right)+\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{\tau}{2}\right]\bigg/\left(\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}\right),$$

причому коефіцієнт апроксимації для неперервних опціонів визначається за формулою:

$$k_{0,c}=1+\frac{1}{24}\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)^2T_{ap}^2+\frac{1}{576}\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)^4T_{ap}^4,$$

коли частота спостережень наближається до нуля, а період усереднення T_{ap} є фіксованим.

Для фіксованої дохідності базового інструменту отримуємо такі вирази для визначення величини опціонної премії *неперервного арифметичного азіатського опціону з середньою ціною*:

– для опціонів з правом купівлі

$$c^{caa}\cong k_cS\exp\left[\frac{-g\tau-\left(r\tau+\sigma^2/6\right)}{2}\right]N\left(d_{n-j}^{caa}+\sigma\sqrt{\tau/3}\right)-K\exp[-r\tau]N\left(d_{n-j}^{caa}\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$p^{caa} \cong -k_c S \exp\left[\frac{-g\tau-\left(r\tau+\sigma^2/6\right)}{2}\right] N\left(-d_{n-j}^{caa}-\sigma\sqrt{\tau/3}\right)+K\exp[-r\tau] N\left(-d_{n-j}^{caa}\right),$$

$$d_{n-j}^{caa}=\left[\ln\left(\frac{k_c S}{K}\right)+\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{\tau}{2}\right] \bigg/ \left(\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}\right),$$

$$k_c=1+\frac{1}{24}\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)^2 T_{ap}^2+\frac{1}{576}\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)^4 T_{ap}^4 .$$

Визначимо розмір опціонної премії, яку повинен заплатити покупець емітенту неперервного арифметичного азіатського опціону з середньою ціною. Спочатку обчислимо значення коефіцієнта апроксимації та коефіцієнта d_{n-j}^{caa} для таких вхідних даних:

$$T_{ap}=1,\ r=0.07,\ g=0,\ \sigma=0.20,\ \tau=1,\ S=390,\ K=400 .$$

$$k_c=1+\frac{1}{24}\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times 0.20^2\right)^2\times 1^2+\frac{1}{576}\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times 0.20^2\right)^4\times 1^4=1.000105 ,$$

$$d_{n-j}^{caa}=\left[\ln\left(\frac{1.000105\times 390}{400}\right)+\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times 0.20^2\right)\frac{1}{2}\right] \bigg/ \left(0.20\sqrt{\frac{1}{3}}\right)=-0.0268 .$$

Далі обчислимо ціни опціонів купівлі та продажу:

$$c^{caa}=1.000105\times 390\times\exp\left[\frac{-0\times 1-\left(0.07\times 1+0.20^2/6\right)}{2}\right] N(-0.0268+0.1155)-$$

$$-400\times\exp[-0.07\times 1]\times N(-0.0268)=20.749\$,$$

$$p^{caa}=-1.000105\times 390\times\exp\left[\frac{-0\times 1-\left(0.07\times 1+0.20^2/6\right)}{2}\right] N(0.0268-0.1155)+$$

$$+400\times\exp[-0.07\times 1]\times N(0.0268)=7.427\$.$$

Арифметичні азіатські опціони із середньою ціною виконання

Функцію виплати ***арифметичного азіатського опціону із середньою ціною виконання***, європейського стилю реалізації, можна виразити за допомогою узагальненого середнього:

– для опціонів з правом купівлі

$$\max[S(\tau)-M(\gamma),0];$$

– для опціонів з правом купівлі

$$\max[M(\gamma)-S(\tau),0],$$

де $M(\gamma)$ – узагальнене середнє;

$S(\tau)$ – ціна (значення) базового активу у момент погашення опціону.

Розглянемо спочатку **дискретний спосіб** спостереження за ціною базового активу. Ціну ***дискретного арифметичного азіатського опціону з середньою ціною виконання*** та стрибкоподібною функцією доходу базового активу можна апроксимувати у такий спосіб:

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c_0^{ak}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[c_0^{ak}\left(SY_ne^{-\lambda\zeta\tau},\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$c_0^{ak}(W,\tau,r,\sigma)\cong W\left\{kN\left(D_{0,a1}\right)-A^{sa(j)}N\left(D_{0,a2}\right)\right\};$$

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(p_0^{ak}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[p_0^{ak}\left(SY_ne^{\lambda\xi\tau},\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$p_0^{ak}(W,\tau,r,\sigma)\cong -W\left\{kN\left(-D_{0,a1}\right)-A^{sa(j)}N\left(-D_{0,a2}\right)\right\},$$

$$D_{0,a2}=\left\{-\ln\left[kB^{sa}(W,j)\right]+\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\left(\tau-T_{\mu,n-j}^{sa}\right)+\sigma^2\left(\rho\sqrt{\tau T_{n-j}^{sa}}-1\right)\right\}\Big/\sigma\sqrt{\tau_e},$$

$$D_{0,a1}=D_{0,a2}+\sigma\sqrt{\tau_e},$$

$$\tau_e=\tau-2\rho\sqrt{\tau T_{n-j}^{sa}}+T_{n-j}^{sa}.$$

Ціну аналогічного опціону з фіксованою ставкою доходу базового інструменту можна апроксимувати за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$c^{ak}\cong S\left\{k\exp[-g\tau]N\left(D_{a1}\right)-A^{sa(j)}\exp\left[-gT_{\mu,n-j}^{sa}\right]N\left(D_{a2}\right)\right\};$$

– для опціонів з правом продажу

$$p^{ak}\cong -S\left\{k\exp[-g\tau]N\left(-D_{a1}\right)-A^{sa(j)}\exp\left[-gT_{\mu,n-j}^{sa}\right]N\left(-D_{a2}\right)\right\},$$

$$D_{a2}=\left\{-\ln\left[kB^{sa}(j)\right]+\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\left(\tau-T_{\mu,n-j}^{sa}\right)+\sigma^2\left(\rho\sqrt{\tau T_{n-j}^{sa}}-1\right)\right\}\Big/\sigma\sqrt{\tau_e},$$

$$D_{a1}=D_{a2}+\sigma\sqrt{\tau_e},$$

$$\tau_e=\tau-2\rho\sqrt{\tau T_{n-j}^{sa}}+T_{n-j}^{sa}.$$

Обчислимо ціну арифметичного азіатського опціону з середньою ціною виконання та дискретним часом спостереження для таких вхідних даних: $B^{sa}(0)=1$, $A^{sa}(0)=0.9652$, $k=1.003425$, $\tau=1$, $n=12$, $h=1/12$, $r=0.07$, $g=0$, $j=0$, $\sigma=0.20$, $\rho=0.883$, $T_{\mu,n-j}^{sa}=0.542$, $T_{n-j}^{sa}=0.376$, $S=390$, $K=400$.

$$\tau_e=1-2\times0.883\times\sqrt{1\times0.376}+0.376=0.4583,$$

$$D_{a2}=\left\{-\ln[1.003425\times 1]+\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times 0.20^2\right)(1-0.542)+0.20^2\times\left(0.883\sqrt{1\times 0.376}-1\right)\right\}/$$

$$/\,0.20\times\sqrt{0.4583}=0.042\ ,$$

$$D_{a1}=0.042+0.20\times\sqrt{0.4583}=0.177\ .$$

Ціна опціону купівлі становитиме:

$$c^{ak}\cong 390\times\{1.003425\times\exp[-0\times 1]\times N(0.177)-0.9652\times\exp[-0\times 0.542]\times N(0.042)\}=$$
$$=23.76\$,$$

тоді як опціон продажу повинен коштувати

$$p^{ak}\cong -390\times\{1.003425\times\exp[-0\times 1]\times N(-0.177)-0.9652\times\exp[-0\times 0.542]\times N(-0.042)\}=$$
$$=10.20\ \$.$$

У разі **неперервного моніторингу** ціни базового активу ціну європейського ***неперервного арифметичного азіатського опціону із середньою ціною виконання*** та стрибкоподібною функцією доходу за базовим інструментом можна апроксимувати за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c_0^{cak}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[c_0^{cak}\left(SY_n e^{-\lambda\zeta\tau},\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$c_0^{cak}(W,\tau,r,\sigma)\cong W\left\{N\left(D_{0,ca1}\right)-k_c\exp\left[\frac{-\left(r\tau+\sigma^2/6\right)}{2}\right]N\left(D_{0,ca2}\right)\right\};$$

– для опціонів з правом продажу

$$\pi_{\lambda,Y}\left(p_0^{cak}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[p_0^{cak}\left(SY_n e^{\lambda\xi\tau},\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$p_0^{cak}(W,\tau,r,\sigma)\cong -W\left\{N\left(-D_{0,ca1}\right)-k_c\exp\left[\frac{-\left(r\tau+\sigma^2/6\right)}{2}\right]N\left(-D_{0,ca2}\right)\right\},$$

$$D_{0,ca2}=\left[\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{\tau}{2}+\sigma^2\left(\frac{\tau}{2}-1\right)-\ln k_c\right]\Big/\left(\sigma\sqrt{\tau/3}\right),$$

$$D_{0,ca1}=D_{0,ca2}+\sigma\sqrt{\tau/3}\ .$$

Натомість ціну аналогічних опціонів з фіксованою дохідністю базового інструменту можна апроксимувати за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$c^{cak}\cong S\left\{\exp[-g\tau]N\left(D_{ca1}\right)-k_c\exp\left[\frac{-g\tau-\left(r\tau+\sigma^2/6\right)}{2}\right]N\left(D_{ca2}\right)\right\};$$

– для опціонів з правом продажу

$$p^{cak} \cong -S\left\{\exp[-g\tau]N(-D_{ca1}) - k_c \exp\left[\frac{-g\tau - \left(r\tau + \sigma^2/6\right)}{2}\right]N(-D_{ca2})\right\},$$

$$D_{ca2} = \left[\left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{\tau}{2} + \sigma^2\left(\frac{\tau}{2} - 1\right) - \ln k_c\right] \Big/ \left(\sigma\sqrt{\tau/3}\right),$$

$$D_{ca1} = D_{ca2} + \sigma\sqrt{\tau/3}\,.$$

Обчислимо ціну арифметичних азіатських опціонів з середньою ціною виконання та неперервним часом спостереження для таких вхідних даних: $k_c = 1.000105$, $\tau = 1$, $r = 0.07$, $g = 0$, $\sigma = 0.20$, $\rho = 0.883$, $T^{sa}_{\mu,n-j} = 0.542$, $T^{sa}_{n-j} = 0.376$, $S = 390$.

$$D_{ca2} = \left[\left(0.07 - 0 - \frac{1}{2}\times 0.20^2\right)\times\frac{1}{2} + 0.20^2\times\left(\frac{1}{2} - 1\right) - \ln 1.000105\right] \Big/ \left(0.20\times\sqrt{1/3}\right) = 0.0427,$$

$$D_{ca1} = 0.0427 + 0.20\times\sqrt{1/3} = 0.1582\,.$$

Ціна опціону з правом купівлі становитиме:

$$c^{cak} \cong 390\times\left\{\exp[-0\times 1]\times N(0.1582) - \right.$$

$$\left. 000105\times\exp\left[\frac{-0\times 1 - \left(0.07\times 1 + 0.20^2/6\right)}{2}\right]\times N(0.0427)\right\} = 11.399\ \$,$$

тоді як ціна опціону з правом продажу дорівнюватиме

$$p^{cak} \cong -390\left\{\exp[-0\times 1]\times N(-0.1582) - \right.$$

$$\left. -1.000105\times\exp\left[\frac{-0\times 1 - \left(0.07\times 1 + 0.20^2/6\right)}{2}\right]\times N(-0.0427)\right\} = 18.069\ \$.$$

Еластичні арифметичні азіатські опціони

Незважаючи на той факт, що розглянуті геометричне середнє та арифметичне середнє дуже відрізняються, вони характеризуються однією спільною рисою, а саме рівним зважуванням чисел (результатів спостережень за ціною базового активу), які входять до складу середнього значення. Іншими словами, усі спостереження є однаково важливими для обчислення середнього геометричного та середнього арифметичного. З одного боку, це спрощує застосування формул для визначення середнього значення, а з іншого, однакове трактування усіх спостережень не завжди задовольняє інвесторів, котрі будують стратегії хеджування з використанням азіатських опціонів. Наприклад, якщо експортер передбачає отримання щомісячних грошових потоків у іноземній валюті, причому наперед відомо, що грошові потоки матимуть різну величину, то використання звичайного середнього з однаковими ваговими коефіцієнтами для усіх потоків буде для нього невигідним. У такій ситуації експортер будуватиме свою стратегію хеджування на валютних опціонах, в основу яких покладено середньозважене значення (арифметичне або геометричне).

Є ще один вид середнього значення, яке могло б задовольнити згаданих вище експортерів, зокрема рухоме середнє, яке використовують більшість трейдерів на майже усіх ринках. Рухоме середнє (moving average) застосовується у технічному аналізі для знаходження і подання трендів цін або ринкових індексів. Рухоме середнє з різними вагами має явні переваги над середнім з рівними вагами, оскільки більші ваги у ньому приписуються ближчим спостереженням, а менші – віддаленішим. Іншими словами, це середнє зі змінними числами, на підставі яких воно обчислюється. Наприклад, десятиденне щоденне середнє рухоме передбачає введення у формулу для його обчислення значень з 10 спостережень, причому з часом найстарше спостереження вилучається з формули для обчислення середнього, натомість додається кожне нове. Це пояснюється тим, що ближчі спостереження краще описують тенденцію на ринку і можуть стати кориснішими для прогнозування майбутнього.

П. Занг [230] почав розглядати еластичні азіатські опціони ще у 1993 році. Наступного року він опрацював концепцію еластичних опціонів і вивів формули оцінювання для тих, котрі основані на геометричному середньому, у межах припущень моделі Блека–Шоулса [228]. Згодом автор вивів явні формули для апроксимації цін арифметичних азіатських опціонів [229]. Треба зазначити, що еластичні арифметичні опціони – це не тільки теоретичні розробки. Такі опціони, починаючи з 1994 року, успішно продають багато банків на строкових ринках усього світу.

Найузагальненіше еластичне середнє можна обчислити за такою формулою:

$$W(n,i)=\frac{q(i)}{\sum_{i=1}^{n} q(i)}, \tag{3.2.17}$$

де $q(i)$ – будь-яка невід'ємна функція від i-го спостереження;

n – кількість спостережень, що розглядаються.

Функція $q(i)$ може бути експоненціальною, логарифмічною, степеневою або будь-якою іншою. Якщо виберемо $q(i)=\varepsilon^{i}$, де $|\varepsilon|\le 1$, $i=1,2,3,\dots,n$, то вагова функція (3.2.17) стане експоненціальною ваговою функцією. Якщо виберемо $q(i)=i^{\alpha}$, то (3.2.17) набере такого вигляду:

$$W(n,\alpha,i)=\frac{i^{\alpha}}{\sum_{i=1}^{n} i^{\alpha}}, \qquad i=1,2,3,\dots,n. \tag{3.2.18}$$

Формула (3.2.18) є точною мірою узагальненого зваженого рухомого середнього. Для формул (3.2.17) і (3.2.18) можна також вивести загальніше середнє (General Weighted Average – GWA):

$$GWA(n,\alpha)=\sum_{i=1}^{n}W(n,i)a_i\ ,\ i=1,2,3,...,n\ , \tag{3.2.19}$$

де a_i означає i-те спостереження.

Еластичне середнє геометричне (Flexible Geometric Average – FGA) обчислюється за такою формулою:

$$FGA(n)=\prod_{i=1}^{n}(a_i)^{w(i)}=(a_1)^{w(1)}\times(a_2)^{w(2)}\times...\times(a_n)^{w(n)}\ , \tag{3.2.20}$$

де n – кількість спостережень;

a_i – i-те спостереження, $i=1,2,3,...,n$;

$w(i)$ може бути або $W(n,i)$, описане в (3.2.17), або $W(n,\alpha,i)$, описане в (3.2.18).

Аналогічно, еластичне середнє арифметичне (Flexible Arithmetic Average – FAA) обчислюється за формулою:

$$FAA(n)=\sum_{i=1}^{n}w(i)a_i=w(1)a_1+w(2)a_2+...+w(n)a_n\ . \tag{3.2.21}$$

Функція виплати ***еластичних геометричних азіатських опціонів з середньою ціною,*** європейського стилю виконання, матиме такий вигляд:

– для опціонів з правом купівлі

$$\max[FGA(n)-K,0];$$

– для опціонів з правом продажу

$$\max[K-FGA(n),0], \tag{3.2.22}$$

де $FGA(n)$ входить у (3.2.20);

K – ціна виконання опціону.

Припустимо, що ціна спот базового активу S описується геометричним броунівським рухом. Тоді логарифм $\ln[FGA(N)/S]$ – нормально розподілений, з математичним сподіванням $(r-g-\sigma^2/2)T^f_{\mu,n-j}+\ln B^f(j)$ та дисперсією $\sigma^2T^f_{n-j}$, причому:

$$B^f(0)=1,$$

$$B^f(j)=\prod_{i=1}^{j}[\tau-(n-j)h]^{w(i)}\ \text{для}\ i\le j\le n, \tag{3.2.23'}$$

$$T^f_{\mu,n-j}=\sum_{i=j+1}^{n}w(i)[\tau-(n-i)h], \tag{3.2.23}$$

$$T^f_{n-j}=\sum_{i=j+1}^{n}w^2(i)[\tau-(n-i)h]+\sum_{i=j+1}^{n-1}\sum_{k=i+1}^{n}w(i)w(k)[\tau-(n-k)h], \tag{3.2.24}$$

де $B^f(j)$ – зважене середнє геометричне загального доходу від спостережень;

τ – час до закінчення терміну дії опціону.

Функції $T^f_{\mu,n-j}$ та T^f_{n-j} можна інтерпретувати як функції ефективного середнього та змінності часу (функції ефективного середнього часу та дисперсійного часу) для еластичних геометричних азіатських опціонів.

Обчислимо ефективне середнє та значення часової змінності для 12 спостережень. У геометричному середньому $n=12$ час до закінчення терміну дії опціону становить 1 рік, тобто $\tau=1$, частота спостережень – місячна, $h=1/12$, період усереднення ще не почався, $j=0$, ваговий параметр $\alpha=0.50$. Обчислимо значення вагових коефіцієнтів $w(i)$ за формулою (3.2.18). Для спрощення спочатку обчислимо знаменник

$$\sum_{i=1}^{12} i^{\alpha} = 1^{0.5}+2^{0.5}+3^{0.5}+4^{0.5}+5^{0.5}+6^{0.5}+7^{0.5}+8^{0.5}+$$

$$+9^{0.5}+10^{0.5}+11^{0.5}+12^{0.5}=29.248\ .$$

Далі знаходимо значення $w(i)$:

$$w(1)=W(12,0.5,1)=\frac{1^{0.5}}{29.248}=0.034=3.4\ \%\ ,$$

$$w(2)=W(12,0.5,2)=\frac{2^{0.5}}{29.248}=0.048=4.8\ \%\ ,$$

$$w(3)=0.059=5.9\ \%\ ,\ w(4)=0.068=6.8\ \%\ ,$$

$$w(5)=0.076=7.6\ \%\ ,\ w(6)=0.084=8.4\ \%\ ,$$

$$w(7)=0.090=9.0\ \%\ ,\ w(8)=0.097=9.7\ \%\ ,$$

$$w(9)=0.103=10.3\ \%\ ,\ w(10)=0.108=10.8\ \%\ ,$$

$$w(11)=0.113=11.3\ \%\ ,\ w(12)=0.118=11.8\ \%\ .$$

Тепер можна обчислити значення $T^f_{\mu,n-j}$ та T^f_{n-j} згідно з (3.2.23) і (3.2.24):

$$T^f_{\mu,n-j}=\sum_{i=1}^{n} w(i)\left[1-(12-i)/12\right]=0.629\ ,$$

$$T^f_{n-j}=\sum_{i=1}^{n} w^2(i)\left[1-(12-i)/12\right]+2\sum_{i=1}^{11}\sum_{k=i+1}^{12} w(i)w(k)\left[1-(12-k)/12\right]=0.476\ ,$$

де $T^f_{\mu,n-j}$ та T^f_{n-j} – функції ефективного середнього часу та дисперсійного часу.

Якщо числа, які підлягають усередненню, описуються геометричним броунівським рухом, то ціну ***еластичних геометричних азіатських опціонів із середньою ціною,*** європейського стилю виконання зі стрибкоподібною функцією доходу базового інструменту можна визначити за такими формулами:

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c^f_{0,ga}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[c^f_{0,ga}\left(SY_ne^{-\lambda\zeta\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$c^f_{0,ga}(W,K,\tau,r,\sigma)=WA^{fa}(j)N\left(d^{fa}_{0,n-j}+\sigma\sqrt{T^f_{n-j}}\right)-Ke^{-r\tau}N\left(d^{fa}_{0,n-j}\right); \quad (3.2.25)$$

– для опціонів з правом продажу

$$\pi_{\lambda,Y}\left(p^f_{0,ga}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[p^f_{0,ga}\left(SY_ne^{\lambda\xi\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$p^f_{0,ga}(W,K,\tau,r,\sigma)=-WA^f(j)N\left(-d^{fa}_{0,n-j}-\sigma\sqrt{T^f_{n-j}}\right)+Ke^{-r\tau}N\left(-d^{fa}_{0,n-j}\right),$$

$$A^f(j)=\exp\left[-r\left(\tau-T^f_{\mu,n-j}\right)-\sigma^2\left(T^f_{\mu,n-j}-T^f_{n-j}\right)/2\right]B^f(j),$$

$$d^{fa}_{0,n-j}=\left[\ln\left(\frac{W}{K}\right)+\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T^f_{\mu,n-j}+\ln B^f(j)\right]\Big/\left(\sigma\sqrt{T^f_{n-j}}\right).$$

Для фіксованої дохідності базового інструменту, ціну еластичного геометричного азіатського опціону з середньою ціною можна визначити за такими формулами:

– для опціонів з правом купівлі

$$c^f_{ga}=SA^{fa}(j)N\left(d^{fa}_{n-j}+\sigma\sqrt{T^f_{n-j}}\right)-Ke^{-r\tau}N\left(d^{fa}_{n-j}\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$p^f_{ga}=-SA^f(j)N\left(-d^{fa}_{n-j}-\sigma\sqrt{T^f_{n-j}}\right)+Ke^{-r\tau}N\left(-d^{fa}_{n-j}\right),$$

$$A^f(j)=\exp\left[-r\left(\tau-T^f_{\mu,n-j}\right)-\sigma^2\left(T^f_{\mu,n-j}-T^f_{n-j}\right)/2\right]B^f(j),$$

$$d^{fa}_{n-j}=\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T^f_{\mu,n-j}+\ln B^f(j)\right]\Big/\left(\sigma\sqrt{T^f_{n-j}}\right).$$

Обчислимо ціну еластичних геометричних азіатських опціонів з середньою ціною, європейського стилю виконання, для таких вхідних даних: $\tau=1$, $r=0.07$, $g=0$, $j=0$, $\sigma=0.20$, $\alpha=0.5$, $T^f_{\mu,n-j}=0.629$, $T^f_{n-j}=0.476$, $S=390$, $K=400$.

$$d^{fa}_{n-j}=\left[\ln\left(\frac{390}{400}\right)+\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times0.20^2\right)\times0.629+\ln(1)\right]\Big/\left(0.20\sqrt{0.476}\right)=0.0444,$$

$$A^f(0)=\exp\left[-0.07(1-0.629)-0.20^2(0.629-0.476)/2\right]\times1=\exp[-0.02903]=0.9714.$$

Ціна опціону з правом купівлі становитиме:

$$c^f_{ga}=390\times\exp\left[-0.07(1-0.629)-0.20^2(0.629-0.476)/2\right]\times1\times N(0.1824)-$$

$$-400\times e^{-0.07\times1}\times N(0.0444)=23.746\ \$,$$

а ціна опціону продажу

$$p_{ga}^{f} = -390\times\exp\left[-0.07(1-0.629)-0.20^2(0.629-0.476)/2\right]\times1\times N(-0.1824)+$$
$$+400\times e^{-0.07\times1}\times N(-0.0444)=17.867\ \$.$$

Апроксимація еластичних арифметичних азіатських опціонів через еластичне середнє геометричне

Для того, щоб апроксимувати еластичне середнє арифметичне через відповідне йому еластичне середнє геометричне, спочатку необхідно знайти функцію математичного сподівання $E(v^f)$ та $Var(v^f)$ дисперсії для еластичного середнього арифметичного. Математичне сподівання можна визначити за допомогою такої формули:

$$E(v^f)=v^2h^2Var(i|w_i)+\sigma^2h\left[\sum_{i=1}^{n}iw_i(1-w_i)-2\sum_{i=1}^{n}iw_i\sum_{l=i+1}^{n}w_l\right], \quad (3.2.26)$$

$$Var(i|w_i)=\sum_{i=1}^{n}(i-M)^2w_i, \qquad M=\sum_{i=1}^{n}iw_i, \qquad v=r-g-\sigma^2/2,$$

де $E(v^f)$ означає функцію математичного сподівання з еластичними вагами w_i, $i=1,2,\dots,n$, що входять в (3.2.17) та (3.2.18).

Дисперсія, натомість, визначається згідно з таким виразом:

$$Var(v^f)=2v^2h^2Var(i|w_i)\left[E(v^f)-\frac{1}{2}v^2h^2Var(i|w_i)\right]+4\sigma^2hQ-\left[E(v^f)\right]^2, \quad (3.2.27)$$

$$Q=\sum_{i=1}^{n}i(i-M)^2w_i^2+2\sum_{i=1}^{n}i(i-M)w_i\sum_{l=1}^{n}(l-M)w_l.$$

Еластичне середнє арифметичне (FAA), яке входить в (3.2.21), можна апроксимувати через відповідне еластичне середнє геометричне (FGA), подане в (3.2.20), у такий спосіб:

$$FAA(n)\cong k^fFGA(n), \quad (3.2.28)$$

$$k^f=1+\frac{1}{2}E(v^f)+\frac{1}{4}\left\{\left[E(v^f)\right]^2+Var(v^f)\right\},$$

де $E(v^f)$ та $Var(v^f)$ є у (3.2.26) та (3.2.27) відповідно.

Якщо коефіцієнт логарифмічної нормалізації k^f є більшим від 1, то (3.2.28) показує, що еластичне середнє арифметичне є більшим, ніж відповідне йому середнє геометричне. Це можна розуміти як розширення того факту, що стандартне середнє арифметичне з рівними вагами завжди більше ніж відповідне йому середнє геометричне. Отже, (3.2.28) також свідчить про те, що еластичне середнє геометричне є нижньою границею для відповідного йому арифметичного середнього значення.

Функція виплати для ***еластичного арифметичного азіатського опціону з середньою ціною*** та європейським стилем виконання описується у вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$\max[FAA(n)-K,0];$$

– для опціонів з правом продажу

$$\max[K-FAA(n),0], \tag{3.2.29}$$

де $FAA(n)$ подане у (3.2.28).

Ціну ***еластичного арифметичного азіатського опціону з середньою ціною,*** стрибкоподібною функцією доходу базового активу та європейським стилем виконання можна апроксимувати так:

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c_{0,j}^{fa}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[c_{0,j}^{fa}\left(SY_ne^{-\lambda\zeta\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$c_{0,j}^{fa}(W,K,\tau,r,\sigma)\cong Wk^fA^f(j)N\left(d_{0,n-j}^{fa}+\sigma\sqrt{T_{n-j}^f}\right)-Ke^{-r\tau}N\left(d_{0,n-j}^{fa}\right); \tag{3.2.30}$$

– для опціонів з правом продажу

$$\pi_{\lambda,Y}\left(p_{0,j}^{fa}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[p_{0,j}^{fa}\left(SY_ne^{\lambda\xi\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$p_{0,j}^{fa}(W,K,\tau,r,\sigma)\cong -Wk^fA^f(j)N\left(-d_{0,n-j}^{fa}-\sigma\sqrt{T_{n-j}^f}\right)+Ke^{-r\tau}N\left(-d_{0,n-j}^{fa}\right),$$

$$d_{0,n-j}^{fa}=\left[\ln\left(\frac{k^fW}{K}\right)+\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T_{\mu,n-j}^f+\ln B^f(j)\right]\Big/\left(\sigma\sqrt{T_{n-j}^f}\right).$$

Натомість ціну аналогічного опціону з фіксованою дохідністю базового інструменту можна апроксимувати за допомогою інших формул, а саме:

– для опціонів з правом купівлі

$$c_j^{fa}\cong Sk^fe^{-gT_{\mu,n-j}^f}A^f(j)N\left(d_{n-j}^{fa}+\sigma\sqrt{T_{n-j}^f}\right)-Ke^{-r\tau}N\left(d_{n-j}^{fa}\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$p_j^{fa}\cong -Sk^fe^{-gT_{\mu,n-j}^f}A^f(j)N\left(-d_{n-j}^{fa}-\sigma\sqrt{T_{n-j}^f}\right)+Ke^{-r\tau}N\left(-d_{n-j}^{fa}\right),$$

$$d_{n-j}^{fa}=\left[\ln\left(\frac{k^fS}{K}\right)+\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T_{\mu,n-j}^f+\ln B^f(j)\right]\Big/\left(\sigma\sqrt{T_{n-j}^f}\right).$$

Обчислимо величину опціонної премії еластичного арифметичного азіатського опціону купівлі, з фіксованою дохідністю базового інструменту, для вагового розподілу з попереднього прикладу, тобто для $\tau=1$, $r=0.07$, $g=0$, $n=12$, $h=1/12$, $\sigma=0.20$, $\alpha=0.5$. Для цього знайдемо значення математичного сподівання. Спочатку обчислимо значення

$$M=\sum_{i=1}^{n} iw_i = 1\times0.034+2\times0.048+3\times0.059+4\times0.068+5\times0.076+6\times0.084+$$

$$+7\times0.090+8\times0.097+9\times0.103+10\times0.108+11\times0.113+12\times0.118=7.535.$$

Потім обчислимо значення $Var(i|w_i)$ та v

$$Var(i|w_i)=\sum_{i=1}^{12}(i-7.535)^2 w_i=10.3486,$$

$$v=0.07-0-0.20^2/2=0.05.$$

А тепер згідно з (3.2.26) можна обчислити функцію математичного сподівання

$$E\left(v^f\right)=0.05^2\times(1/12)^2\times10.3486+0.20^2\times(1/12)\left[\sum_{i=1}^{12} iw_i(1-w_i)-2\sum_{i=1}^{12} iw_i\sum_{l=i+1}^{12} w_l\right]=0.0063.$$

Знайдемо коефіцієнт логарифмічної нормалізації

$$k^f=1+\frac{1}{2}E\left(v^f\right)+\frac{1}{4}\left\{\left[E\left(v^f\right)\right]^2+Var\left(v^f\right)\right\}=1+\frac{1}{2}\times0.0063+$$

$$+\frac{1}{4}\left\{0.0063^2+0.1504\right\}=1.04076.$$

Застосовуючи (3.2.30), обчислимо теоретичне значення ціни еластичного арифметичного азіатського опціону купівлі для:

$$j=0,\ A^f(0)=0.9714,\ T^f_{\mu,n-j}=0.629,\ T^f_{n-j}=0.476,\ S=390,\ K=400,$$

$$d^{fa}_{n-j}=\left[\ln\left(\frac{1.04076\times390}{400}\right)+\left(0.07-0-\frac{1}{2}\times0.20^2\right)\times0.629+\ln(1)\right]\Big/\left(0.20\sqrt{0.476}\right)=0.3119.$$

Ціна опціону купівлі становитиме:

$$c^{fa}_j=390\times1.04076\times e^{-0\times0.629}\times0.9714\times N\left(0.3119+0.20\sqrt{0.476}\right)-$$

$$-400e^{-0.07\times1}\times N(0.3119)=32.634\$.$$

Еластичні азіатські опціони із середньою ціною виконання

Функція виплати ***еластичного азіатського опціону із середньою ціною виконання***, обчисленою на підставі формули для еластичного середнього *геометричного* ціни базового активу, матиме такий вигляд:

– для опціонів з правом купівлі

$$\max[S(\tau)-FGA(n),0];$$

– для опціонів з правом продажу

$$\max[FGA(n)-S(\tau),0], \tag{3.2.31}$$

де $FGA(n)$ подане у (3.2.20),

$S(\tau)$ – ціна спот базового активу на момент реалізації опціону.

Коефіцієнт кореляції між логарифмічно-нормально розподіленим доходом базового активу і логарифмічно-нормально розподіленим еластичним середнім геометричним, поданим у (3.2.20), обчислюється на підставі формули:

$$\rho^f = \left\{ \left[\sigma^2 + \left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)^2 \right] \left(r - \frac{n-1}{2} h \right) - \right.$$

$$\left. - \left[r - g - \frac{1}{2}\sigma^2 \right]^2 \tau T^f_{\mu,n-j} \right\} \Big/ \left(\sigma^2 \sqrt{\tau T^f_{n-j}} \right) \tag{3.2.32}$$

де $T^f_{\mu,n-j}$ – функція ефективного середнього часу, яка входить у (3.2.23);

T^f_{n-j} – функція дисперсійного часу, що входить у (3.2.24).

Оцінювання ***еластичного <u>геометричного</u> азіатського опціону із середньою ціною виконання,*** європейського стилю реалізації, для стрибкоподібної функції доходу базового інструменту, можна здійснити за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c^{fg}_{0,k}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[c^{fg}_{0,k}\left(SY_n e^{-\lambda\zeta\tau}, \tau, r, \sigma\right)\right],$$

$$c^{fg}_{0,k}(W, \tau, r, \sigma) = W\left[N\left(D^f_{0,fg1}\right) - A^f(j) N\left(D^f_{0,fg2}\right)\right]; \tag{3.2.33}$$

– для опціонів з правом продажу

$$\pi_{\lambda,Y}\left(p^{fg}_{0,k}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[p^{fg}_{0,k}\left(SY_n e^{\lambda\xi\tau}, \tau, r, \sigma\right)\right],$$

$$p^{fg}_{0,k}(W, \tau, r, \sigma) = -W\left[N\left(-D^f_{0,fg1}\right) - A^f(j) N\left(-D^f_{0,fg2}\right)\right],$$

$$D^f_{0,fg2} = \left\{ -\ln\left[B^f(j)\right] + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\left(\tau - T^f_{\mu,n-j}\right) + \sigma^2\left(\rho^f \sqrt{\tau T^f_{n-j}} - 1\right) \right\} \Big/ \left(\sigma \sqrt{\tau^f_e} \right),$$

$$D^f_{0,fg1} = D^f_{0,fg2} + \sigma\sqrt{\tau^f_e},$$

$$\tau^f_e = \tau - 2\rho^f \sqrt{\tau T^f_{n-j}} + T^f_{n-j},$$

де $A^f(j)$ – у формулі (3.2.25);

$B^f(j)$ – входить у (3.2.23');

ρ^f – подано формулою (3.2.32);

$T^f_{\mu,n-j}$ і T^f_{n-j} – подано формулами (3.2.23) і (3.2.24) відповідно.

Для фіксованої дохідності базового активу формули оцінювання *еластичного геометричного азіатського опціону із середньою ціною виконання,* європейського стилю реалізації, наберуть такого вигляду:

– для опціонів з правом купівлі

$$c_k^{fg} = S\left[e^{-g\tau}N\left(D_{fg1}^f\right) - A^f(j)e^{-gT_{\mu,n-j}^f}N\left(D_{fg2}^f\right)\right];$$

– для опціонів з правом продажу

$$p_k^{fg} = -S\left[e^{-g\tau}N\left(-D_{fg1}^f\right) - A^f(j)e^{-gT_{\mu,n-j}^f}N\left(-D_{fg2}^f\right)\right],$$

$$D_{fg2}^f = \left\{-\ln\left[B^f(j)\right] + \left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\left(\tau - T_{\mu,n-j}^f\right) + \sigma^2\left(\rho^f\sqrt{\tau T_{n-j}^f} - 1\right)\right\} \Big/ \left(\sigma\sqrt{\tau_e^f}\right),$$

$$D_{fg1}^f = D_{fg2}^f + \sigma\sqrt{\tau_e^f},$$

$$\tau_e^f = \tau - 2\rho^f\sqrt{\tau T_{n-j}^f} + T_{n-j}^f.$$

Обчислимо ціну еластичного геометричного азіатського опціону з середньою ціною виконання, при фіксованій доходності базового активу, для таких вхідних даних: $\tau = 1$, $r = 0.07$, $g = 0$, $n = 12$, $h = 1/12$, $\sigma = 0.20$, $j = 0$, $A^f(0) = 0.9714$, $T_{\mu,n-j}^f = 0.629$, $T_{n-j}^f = 0.476$, $S = 390$.

Спочатку знайдемо коефіцієнт кореляції

$$\rho^f = \left\{\left[0.20^2 + \left(0.07 - 0 - \frac{1}{2}\times 0.20^2\right)^2\right]\left(0.07 - \frac{12-1}{2}\times\frac{1}{12}\right) - \right.$$

$$\left. -\left[0.07 - 0 - \frac{1}{2}\times 0.20^2\right]^2 \times 1 \times 0.629\right\} \Big/ \left(0.20^2\sqrt{1\times 0.476}\right) = 0.7772 = 77.72\%,$$

$$\tau_e^f = 1 - 2\times 0.7772\times\sqrt{1\times 0.476} + 0.476 = 0.4036,$$

$$D_{fg2}^f = \left\{-\ln[1] + \left(0.07 - 0 - \frac{1}{2}\times 0.20^2\right)(1 - 0.0629) + 0.20^2\left(0.7772\sqrt{1\times 0.476} - 1\right)\right\} \Big/$$

$$\Big/ \left(0.20\sqrt{0.4036}\right) = -0.00001,$$

$$D_{fg1}^f = -0.00001 + 0.20\sqrt{0.4036} = 0.1271.$$

Ціна опціону купівлі становитиме:

$$c_k^{fg} = 390\times\left[e^{-0\times 1}N(0.1271) - 0.9714\times e^{-0\times 0.629}N(-0.00001)\right] = 25.299\$,$$

тоді як опціон продажу коштуватиме

$$p_k^{fg} = -390\times\left[e^{-0\times 1}N(-0.1271) + 0.9714\times e^{-0\times 0.629}N(0.00001)\right] = 14.145\$.$$

Функція виплати ***еластичного арифметичного азіатського опціону із середньою ціною виконання,*** європейського стилю реалізації, матиме такий вигляд:

– для опціонів з правом купівлі

$$\max\left[S(\tau) - FAA(n), 0\right];$$

– для опціонів з правом продажу

$$\max[FAA(n)-S(\tau),0],$$

де $FAA(n)$ – еластичне арифметичне середнє.

Оцінювання ***еластичного арифметичного азіатського опціону із середньою ціною виконання,*** європейського стилю зі стрибкоподібною функцією доходу базового інструменту можна здійснити на підставі таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c_{0,k}^{fa}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[c_{0,k}^{fa}\left(SY_n e^{-\lambda\zeta\tau},\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$c_{0,k}^{fa}(W,\tau,r,\sigma)=W\left[k^f N\left(D_{0,fa1}^f\right)-A^f(j)N\left(D_{0,fa2}^f\right)\right]; \qquad (3.2.34)$$

– для опціонів з правом продажу

$$\pi_{\lambda,Y}\left(p_{0,k}^{fa}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[p_{0,k}^{fa}\left(SY_n e^{\lambda\xi\tau},\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$p_{0,k}^{fa}(W,\tau,r,\sigma)=-W\left[k^f N\left(-D_{0,fa1}^f\right)-A^f(j)N\left(-D_{0,fa2}^f\right)\right],$$

$$D_{0,fa2}^f=\left\{-\ln\left[k^f B^f(j)\right]+\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\left(\tau-T_{\mu,n-j}^f\right)+\sigma^2\left(\rho^f\sqrt{\tau T_{n-j}^f}-1\right)\right\}\Big/\left(\sigma\sqrt{\tau_e^f}\right),$$

$$D_{0,fa1}^f=D_{0,fa2}^f+\sigma\sqrt{\tau_e^f}\ .$$

Натомість оцінювання *еластичного арифметичного азіатського опціону з середньою ціною виконання,* європейського стилю, з фіксованою функцією доходу базового інструменту, можна здійснити на підставі таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$c_k^{fa}=S\left[k^f e^{-g\tau}N\left(D_{fa1}^f\right)-A^f(j)e^{-gT_{\mu,n-j}^f}N\left(D_{fa2}^f\right)\right];$$

– для опціонів з правом продажу

$$p_k^{fa}=-S\left[k^f e^{-g\tau}N\left(-D_{fa1}^f\right)-A^f(j)e^{-gT_{\mu,n-j}^f}N\left(-D_{fa2}^f\right)\right],$$

$$D_{fa2}^f=\left\{-\ln\left[k^f B^f(j)\right]+\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\left(\tau-T_{\mu,n-j}^f\right)+\sigma^2\left(\rho^f\sqrt{\tau T_{n-j}^f}-1\right)\right\}\Big/\left(\sigma\sqrt{\tau_e^f}\right),$$

$$D_{fa1}^f=D_{fa2}^f+\sigma\sqrt{\tau_e^f}\ .$$

Фактори впливу на формування цін азіатських опціонів

Азіатські опціони відрізняються від своїх стандартних аналогів також і поведінкою коефіцієнтів вразливості (грецьких коефіцієнтів). Йдеться, передусім, про залежність коефіцієнта *gamma* від часу. Для стандартних опціонів існує таке співвідношення: чим менше часу залишається до моменту погашення опціону, тим більше його ціна реагує на зміни цін базового активу, тобто *gamma* зростає. Ця залежність особливо помітна, коли ціна базового інструменту S незначно відрізняється від ціни виконання K. Для азіатського опціону можна зауважити ще й іншу залежність, а саме, чим довший період, протягом якого здійснювався моніторинг ціни базового активу (і менше часу залишилося до моменту погашення опціону), тим точнішим буде значення середнього, яке можна використати для розрахунку суми кінцевого платежу за азіатським опціоном. Тим самим непевність щодо належної власникові опціону суми виплати зменшується, а ціна опціону щоразу слабше реагує на зміни цін базового активу. Аналогічна ситуація відзначається і для залежності коефіцієнта *theta* від часу, що залишився до моменту погашення опціону. Для стандартних опціонів виконується таке співвідношення: з часом зміни цього коефіцієнта стають щоразу більшими. Натомість для азіатських опціонів це правило не виконується.

Як уже згадувалося, на світовому строковому ринку можна зустріти різні види азіатських опціонів, з огляду на тип базового інструменту. Це можуть бути, наприклад:

– відсоткові опціони (interest-rate Asian options);
– валютні опціони (currency Asian options);
– акційні опціони (equity Asian options);
– індексні опціони (index Asian options);
– товарні опціони (commodity Asian options) тощо.

На формування цін таких опціонів можуть мати вплив різні чинники. Наш аналіз, наведений у табл. 3.2.3, показує найважливіші з них. Проаналізуймо, наприклад, вплив тривалості моніторингу ціни базового активу на ціну азіатського опціону. Чим частіше здійснюється спостереження ціни базового інструменту, тим дорожчим для інвесторів буде опціон з правом купівлі, оскільки є менше можливостей щодо маніпуляції ціною активу на касовому ринку (ринку спот). До того ж чим пізніше почнеться моніторинг ціни первинного активу, тим вищою буде опціонна премія. Це можна пояснити так: по-перше, залишається щоразу менше спостережень, внаслідок чого зменшується можливість маніпуляцій цінами на касовому ринку, і по-друге, чим довша часова перспектива, тим складніше передбачити майбутні ціни на ринку базового інструменту. Аналогічні залежності відзначаються і для опціонів з правом продажу.

Таблиця 3.2.3

Фактори впливу на ціни азіатських опціонів

Фактори/вид опціону	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
ступінь корисності базового активу					+
ставка доходу базового активу			+	+	
відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	
відсоткова ставка без ризику у країні	+	+	+	+	+
ціна (значення) базового активу	+	+	+	+	+
ціна (курс) виконання опціону	+	+	+	+	+

Продовження табл. 3.2.3

1	2	3	4	5	6
змінність ціни (значення) базового активу	+	+	+	+	+
частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
частота моніторингу за цінами базового активу, за якими обчислюється середнє значення	+	+	+	+	+
величина середнього значення	+	+	+	+	+
частота виплати доходу за базовим інструментом	+	+	+	+	+

Застосування азіатських опціонів

Азіатські опціони з середньою ціною, як правило, є дешевшими від аналогічних стандартних опціонів і часто ефективнішими інструментами хеджування. Припустімо, що деяке підприємство, яке здійснює зовнішньоекономічну діяльність, продає товар, за який отримуватиме оплату упродовж року в доларах, в однакових за розміром щотижневих сумах. Для підтримання своєї діяльності підприємство потребує іншої валюти, наприклад, євро. Метою цього підприємства буде забезпечення вибраного середнього курсу обміну доларів на євро. У такій ситуації азіатський опціон продажу доларів з середньою ціною досконало виконає функцію хеджування від змін курсу долара і буде значно дешевшим від портфеля стандартних опціонів, які необхідно було б купити для реалізації такої самої стратегії. Аналогічно, підприємство може придбати опціон купівлі євро з середньою ціною виконання, що застрахує його від змін курсу євро [37].

Застосування опціону із середнім опціонним курсом дає змогу гарантувати, що середня ціна, яка буде заплачена/отримана за базовий інструмент у періодично повторюваних трансакціях його купівлі/продажу, не буде вищою/нижчою від ціни у момент погашення опціону. Перевагою азіатських опціонів є також те, що вони майже не реагують на спроби маніпуляцій на ринку базового інструменту, оскільки на дохід з цих деривативів впливає не окрема ціна у день їхнього погашення, а середнє значення з усіх цін упродовж життя опціону.

Можна назвати декілька причин, чому інвестори використовують у своїй діяльності саме азіатські опціони. Перша з них випливає з такої властивості цих деривативів: сума платежу за опціоном значною мірою є залежною не лише від одного значення ціни базового інструменту, яке формуватиметься у момент погашення опціону. Її заміна на середню ціну обмежує ризик маніпуляцій курсом базового активу на ринку спот. Таке обмеження є тим успішніше, чим більше спостережень за ціною базового інструменту здійснювалося. Ця риса є характерною як для опціонів із середньою ціною, так і для опціонів із середнім опціонним курсом.

Друга причина популярності азіатських опціонів випливає з можливості їхнього використання з метою хеджування [55]. Опціони з середньою ціною дають змогу покупцю (інвестору) застрахувати серію грошових потоків. Інвестор, який очікує в майбутньому декількох виплат на однакові суми, у наперед визначені дати, може застрахувати свою позицію, придбавши відповідний опціонний контракт. Виплата за таким опціоном залежатиме від середньої ціни базового інструменту у датах, коли приходять грошові надходження. Отже, інвестор забезпечує собі придбання (або продаж) певного активу за ціною, що відповідає курсу реалізації опціону, не втрачаючи можливості заробити у разі настання сприятливих для нього змін ціни базового активу. Очевидно, що аналогічний результат можна отримати, використовуючи стандартні опціони, однак застосування азіатських опціонів буде ефективнішим. Ця перевага азіатських опціонів випливає з двох причин: нижчі *витрати* на страхування і простіший *спосіб хеджування*.

Витрати вимірюються розміром опціонної премії, яку інвестор сплачує емітенту у момент придбання опціону. Ціна азіатського опціону, як правило, є нижчою від ціни його стандартного аналогу, а тим більше пакета стандартних опціонів (оскільки необхідно купити декілька стандартних опціонів, щоб вони виконували ту саму функцію, що й азіатський опціон). Нижча ціна азіатських опціонів є наслідком того, що змінність середнього, обчисленого на підставі ряду значень, отриманих під час моніторингу, завжди є нижчою від змінності одинарного значення ціни базового інструменту. Різниця у цінах згаданих похідних інструментів залежить від виду опціону (тобто формули обчислення середнього значення) і тривалості періоду, протягом якого визначається середнє значення.

Спосіб обчислення середнього є одним із найважливіших чинників, оскільки середнє арифметичне є чутливішим на коливання цін базового інструменту, ніж середнє геометричне. А тому азіатські опціони, що ґрунтуються на формулі середнього геометричного, будуть дешевшими. Що стосується тривалості періоду спостережень за ціною базового активу, то чим він буде довшим, тим менш відчутними для середнього значення будуть зміни цін, тобто нижчою буде змінність такого деривативу. Це означає, що азіатські опціони з більшою кількістю спостережень будуть дешевшими від своїх відповідників з меншою кількістю спостережень за ціною базового інструменту. Залежно від конкретного випадку ціна азіатського опціону становить, як правило, від 65 до 90 % ціни стандартних опціонів, які страхують ту саму серію грошових потоків [190, *с. 60*].

Спосіб хеджування за допомогою азіатських опціонів з технічного погляду є набагато простішим. Це пояснюється тим, що купівля азіатського опціону (у одного емітента) є простішою, ніж купівля цілого пакета стандартних опціонів (у багатьох емітентів), принаймні з огляду на час укладання цих опціонних контрактів.

Масштаб використання азіатських опціонів на окремих ринках залежить від того, які трансакції на ньому переважають. Якщо значна частина оборотів припадає на інвесторів, що укладають велику кількість однакових трансакцій, то такі інвестори будуть зацікавлені у придбанні інструменту, який би їх страхував від змін середньої ціни. Таку ситуацію найчастіше можна спостерігати на товарних ринках, а також на валютному ринку та ринку відсоткових ставок. Порівняно зі стандартними та іншими екзотичними опціонами азіатські опціони відносно рідше використовують у своїй діяльності спекулянти фінансового ринку. Хоча і для них цей інструмент може бути привабливим. Головною його перевагою є нижча опціонна премія, ніж премія стандартних опціонів. Однак інвестор повинен добре порахувати, чи ця знижка у ціні компенсує йому евентуальні втрати, пов'язані зі зміною способу обчислення величини платежу за таким опціоном, порівняно зі стандартним опціоном.

Для прикладу наведемо результат порівняння суми платежів за двома опціонами типу купівлі, арифметичним азіатським опціоном із середньою ціною та європейським стандартним опціоном. Нехай обидва опціони мають ціну виконання $K = 250$ грн., а термін їхньої дії становить 60 днів. На рис. 3.2.1 подано динаміку ціни базового активу S протягом 60 днів. У момент погашення стандартного європейського опціону сума кінцевого платежу дорівнюватиме нулю, оскільки $S < K$, а тому утримувачу цього деривативу вигідніше буде купити базовий інструмент за ціною S на ринку спот, ніж за ціною виконання K у емітента. Натомість утримувач арифметичного азіатського опціону у момент його погашення отримає від емітента платіж на суму

$$S_{av} - K = 265{,}22 - 250{,}00 = 15{,}22 \text{ грн.}$$

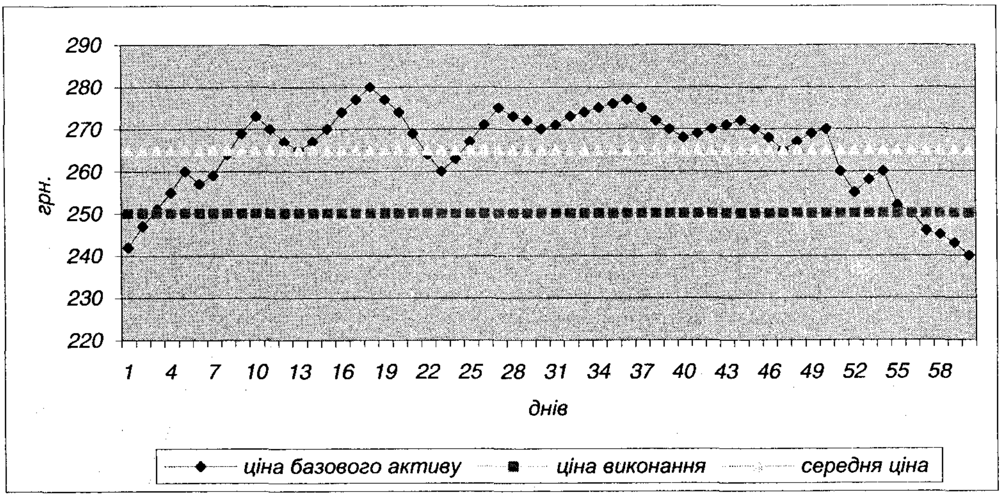

Рис. 3.2.1. Динаміка ціни базового активу, ціна виконання та середня ціна

Як бачимо, азіатські опціони можуть страхувати їхніх утримувачів від несподіваних та раптових змін цін базового інструменту. А тому можна їх рекомендувати інвесторам, які купують опціони для базових інструментів з низькою ліквідністю та високою змінністю ціни.

3.3. Моделі бар'єрних опціонів

Бар'єрні опціони (barrier options) є одним із різновидів екзотичних опціонів, які належать до групи умовних або залежних від траєкторії опціонів. Це похідні інструменти, виконання яких залежить від того, чи ціна первинного інструменту, на якому він ґрунтується, досягне наперед визначеного рівня, який називають бар'єром. Після досягнення бар'єра опціон підлягає активізації (в опціонах входу) або дезактивізації (в опціонах виходу). У першому випадку це означає, що у разі досягнення базовим інструментом встановленого бар'єра опціон може бути реалізований (виконаний). Натомість у другому випадку досягнення ціною базового інструменту того самого рівня означає позбавлення можливості виконання опціонного контракту. Бар'єр може бути встановлений нижче або вище від актуальної (спотової) ціни первинного інструменту. Бар'єрні опціони можуть надавати його власнику право на купівлю (call) у емітента або продаж (put) йому базового активу, за узгодженою в опціонному контракті ціною, у наперед визначений момент (період) часу [32]. Причому емітент зобов'язаний реалізувати опціонний контракт на вимогу його власника.

Бар'єрні опціони є одними із найстарших екзотичних опціонів. Вперше вони з'явилися у 1966 році на ринку Сполучених Штатів Америки, а до біржового обігу були впроваджені у 1973 році біржею Chicago Board Option Exchange. Снайдер ще у 1969 році описував опціони з бар'єром виходу внизу (down-and-out options), хоча використовував назву „limited-risk special options", що у дослівному перекладі означає „спеціальні опціони з обмеженим ризиком". Дональдсон, Люфкін і Дженрет (Donaldson, Lufkin, Jenrette) почали застосовувати „down-and-out" опціони у 1970 році. Гадсон (Hudson) у 1991 році описував способи використання бар'єрних опціонів з виходом вверху (up-and-out options), з правом купівлі та продажу. Бенсон і Даніель (Benson, Daniel) у той самий час досліджували бар'єрні опціони загалом [226]. Проблематикою бар'єрних опціонів у своїх наукових дослідженнях також займалися такі вчені: М.Е. Бабсірі, Ґ. Ноел [83], А. Конзе, Вісуанатан [97], Р. Гейнен, Г. Кат [135], У.К. Гунтер, Д.У. Стоув [143], Й.К. Куок, К.У. Лау [158], І. Нелькен [171], Й. Тіан [213], К. Смітсон [205], Й.З. Уеі [221], Д. Нусбаум [175].

Бар'єрні опціони були створені і пристосовані до потреб таких вибагливих інвесторів, як менеджери хеджингових фондів. Їхньою перевагою було те, що вони виставлялися на волатильніші акції, були значно дешевшими від аналогічних їм стандартних опціонів та характеризувалися тенденцією до зростання обсягів продажу, тоді як обороти стандартних опціонів зменшувалися. Іншими словами, бар'єрні опціони були створені для ризик-менеджерів з метою забезпечення дешевого способу хеджування їхніх портфелів. Ці похідні інструменти є дешевшими від стандартних опціонів, зважаючи на те, що їхня ціна завжди встановлюється на тому самому рівні, що й ціна стандартних опціонів, але бар'єрні опціони передбачають виплату компенсації у разі, якщо бар'єр на момент погашення не буде досягнутий і опціон буде в позиції „без грошей". Бар'єрні опціони ще називають „trigger options", де „trigger" у дослівному перекладі означає „курок, спусковий механізм".

Аналіз ринку деривативів показав, що ринок бар'єрних опціонів має тенденцію до розширення. За оцінками, він подвоюється щороку, починаючи з 1992 року [227, *с. 203*]. Згідно з іншим джерелом, а саме журналом Risk на 29 квітня 1997 року, оцінювальна вартість бар'єрних опціонів у 1997 році становила понад 2 трильйони доларів США. Ці деривативи стають все популярнішими завдяки тому, що вони еластичніше пристосовані до різних потреб інвесторів строкового ринку.

Бар'єрні опціони утворюються додаванням до стандартного опціонного контракту ще одного конструкційного елемента, який називають бар'єром. Під бар'єром розуміють певний узгоджений між сторонами опціонного контракту у момент його укладання рівень ціни для базового інструменту. Окрім того, узгоджується також тип цього деривативу, а саме чи це є опціон входу (активізації), чи виходу (дезактивізації). Більше того, як і стандартні опціони, бар'єрний опціон може надавати його власнику (покупцю) право на купівлю (call) у емітента або продаж (put) йому деякої кількості базового активу за ціною, яка випливає з умови опціонного контракту. Щодо базового активу (первинного інструменту), то ним можуть бути будь-які цінні папери, товари, валютні курси, відсоткові ставки, індекси, інші похідні інструменти, кредитний ризик, параметри погоди тощо.

Опціон входу (knock-in option) – це опціон, власник якого має право отримати платіж, який дорівнює сумі виплати за стандартним європейським опціоном, якщо ціна базового активу протягом життя опціону досягне наперед встановленого бар'єра, або одержати після закінчення терміну дії опціону компенсацію (ребат), якщо бар'єр не буде досягнутий. Натомість дія опціонів виходу (knock-out option) є цілком протилежною, тобто їхній утримувач може сподіватися на платіж, що дорівнює сумі виплати стандартного опціону, однак за умови, що ціна (значення) базового активу не досягне встановленого рівня бар'єра. Якщо ж така ситуація настане, то він матиме змогу отримати лише компенсацію. Отже, опціон з бар'єром входу починає активно існувати тільки від моменту, коли ціна (значення) базового активу досягне (вдариться) бар'єра. У такий спосіб цей інструмент перетворюється на стандартний опціон, тобто активізується. Натомість опціон з бар'єром виходу існує аж до моменту, коли ціна первинного інструменту досягне бар'єра. Саме тоді цей дериватив підлягає дезактивізації. Якщо ж цього не станеться, то він перетвориться на стандартний опціон.

Теоретично існує можливість встановлення бар'єра у будь-якому місці, тому можна виділити два типи бар'єрів:

– бар'єр, встановлений нижче від спотової ціни базового активу;
– бар'єр, встановлений вище від спотової ціни базового активу.

Залежно від взаємного розташування бар'єра і спотової ціни базового активу розрізняємо опціони з бар'єром вверху (up) та опціони з бар'єром внизу (down). У першому випадку бар'єр буде розташований вище від актуальної ціни первинного інструменту на касовому ринку (ринку спот – spot). Щоб його вдалося досягти, курс базового активу повинен зростати під час життя опціону. У другому випадку бар'єр розміщений нижче від ціни первинного інструменту на ринку спот, а тому він повинен депреціонувати, тобто втрачати вартість протягом терміну дії опціону. Отже, бар'єрні опціони можуть мати тип купівлі (call) або продажу (put), бар'єр виходу (knock-out) або входу (knock-in), розташований вверху (knock-up) або внизу (knock-down) щодо спотової ціни базового активу. У результаті розрізняємо чотири різновиди бар'єрних опціонів типу купівлі:

- з бар'єром виходу внизу (barrier knock-down-and-out call options);
- з бар'єром виходу вверху (barrier knock-up-and-out call options);
- з бар'єром входу внизу (barrier knock-down-and-in call options);
- з бар'єром входу вверху (barrier knock-up-and-in call options);

та чотири різновиди бар'єрних опціонів типу продажу:

- з бар'єром виходу внизу (barrier knock-down-and-out put options);
- з бар'єром виходу вверху (barrier knock-up-and-out put options);
- з бар'єром входу внизу (barrier knock-down-and-in put options);
- з бар'єром входу вверху (barrier knock-up-and-in put options).

Основні характеристики вищевказаних опціонів наведемо у вигляді табл. 3.3.1.

Таблиця 3.3.1

Характеристика окремих видів бар'єрних опціонів

<table>
<tr><th colspan="3">Вид опціону</th><th>Характеристика опціону</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Опціон купівлі (call)</td><td rowspan="2">Бар'єр виходу (out)</td><td>Внизу (down)</td><td>Бар'єр встановлено нижче від ціни спот базового активу. Опціон є активним (аналогічним до стандартного опціону call) і може дезактивізуватися, якщо ціна базового активу знизиться до рівня бар'єра</td></tr>
<tr><td>Вверху (up)</td><td>Бар'єр встановлено вище від ціни спот базового активу. Опціон є активним (аналогічним до стандартного опціону call) і підлягає дезактивізації, коли ціна спот базового активу зросте до рівня бар'єра</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Бар'єр входу (in)</td><td>Внизу (down)</td><td>Бар'єр розміщений нижче від ціни спот базового активу. Опціон неактивний і підлягає активізації (стає аналогічним до стандартного опціону call), коли ціна спот базового активу знизиться до рівня бар'єра</td></tr>
<tr><td>Вверху (up)</td><td>Бар'єр розміщений вище від ціни спот базового активу. Опціон неактивний і активізується (стає аналогічним до стандартного опціону call), якщо ціна спот базового активу зросте, сягаючи рівня бар'єра</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Опціон продажу (put)</td><td rowspan="2">Бар'єр виходу (out)</td><td>Внизу (down)</td><td>Бар'єр встановлено нижче від ринкової ціни (спот) базового активу. Опціон є активним (аналогічним до стандартного опціону put), але може дезактивізуватися у разі зниження ціни базового активу нижче від встановленого бар'єра</td></tr>
<tr><td>Вверху (up)</td><td>Бар'єр встановлено вище від ринкової ціни базового активу. Опціон є активним (аналогічним до стандартного опціону put), але підлягає дезактивізації, коли ринкова ціна базового активу підвищиться до рівня встановленого бар'єра</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Бар'єр входу (in)</td><td>Внизу (down)</td><td>Бар'єр розміщений нижче від ринкової ціни базового активу. Опціон підлягає активізації (стане аналогічним до стандартного опціону put), коли ринкова ціна базового активу знизиться до рівня бар'єра</td></tr>
<tr><td>Вверху (up)</td><td>Бар'єр розміщений вище від ринкової ціни базового активу. Опціон може активізуватися (стати аналогічним до стандартного опціону put), якщо ринкова ціна базового активу зросте, сягаючи рівня бар'єра</td></tr>
</table>

Треба зазначити, що в літературі [107, *с. 170–171*] можна також зустріти поділ бар'єрних опціонів на дві групи:

1. Опціони, для яких бар'єр встановлено „без грошей" (out-of-the-money), тобто вище від ціни спот базового активу для опціону продажу і нижче від ціни спот базового активу – для опціону купівлі.

2. Опціони, в яких бар'єр встановлено „у грошах" (in-the-money), тобто вище від ціни спот для опціону купівлі і нижче – для опціону продажу.

Першу групу таких опціонів називають англійським терміном knock (knock-in, knock-out), а другу – словом kick (kick-in, kick-out). Якщо прийняти такі позначення, то не потрібно визначати місце розташування бар'єра. Наприклад, позначення kick-in call означало би опціон купівлі з бар'єром входу вверху. Однак ці позначення з якоїсь причини не узвичаїлись на ринку деривативів.

Функції виплати бар'єрних опціонів

Функцію виплати ***опціону з бар'єром <u>входу внизу</u>*** $H < S(t)$ можна записати у вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \begin{cases} \max\left[S(t^*) - K, 0\right], & \text{якщо} \quad S(T) \le H, \\ Rm(\tau), & \text{якщо} \quad S(T) > H; \end{cases}$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \begin{cases} \max\left[K - S(t^*), 0\right], & \text{якщо} \quad S(T) \le H, \\ Rm(\tau), & \text{якщо} \quad S(T) > H, \end{cases} \qquad (3.3.1)$$

де H – рівень бар'єра;

$S(t^*)$ – ціна спот (значення) базового активу у момент погашення опціону;

K – ціна виконання опціону;

$Rm(\tau)$ – сума компенсації (ребату), яка виплачується у момент погашення опціону;

t – початковий момент часу;

t^* – термін погашення опціону;

T – будь-який момент часу протягом дії опціону, причому $t < T < t^*$.

Функція виплати ***опціону з бар'єром <u>входу вверху</u>*** $H > S(t)$ матиме такий вигляд:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \begin{cases} \max\left[S(t^*) - K, 0\right], & \text{якщо} \quad S(T) \ge H, \\ Rm(\tau), & \text{якщо} \quad S(T) < H; \end{cases}$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \begin{cases} \max\left[K - S(t^*), 0\right], & \text{якщо} \quad S(T) \ge H, \\ Rm(\tau), & \text{якщо} \quad S(T) < H, \end{cases} \qquad (3.3.2)$$

де всі позначення такі самі.

Ми розглянули бар'єрні опціони входу. Існують також опціони виходу, принцип дії яких є протилежним до принципу дії опціонів входу. Опціони з бар'єром виходу внизу ще називають „down-and-outers". Функція виплати ***опціону з бар'єром <u>виходу внизу</u>*** $H < S(t)$ записується математично у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \begin{cases} R(T), & \text{якщо} \quad S(T) \leq H, \\ \max\left[S(t^*) - K, 0\right], & \text{якщо} \quad S(T) > H; \end{cases}$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \begin{cases} R(T), & \text{якщо} \quad S(T) \leq H, \\ \max\left[K - S(t^*), 0\right], & \text{якщо} \quad S(T) > H, \end{cases} \tag{3.3.3}$$

де $R(T)$ – функція ребату, яка найчастіше є функцією, що зростає у часі і починається від нуля, тобто $R'(T) > 0$ та $R(0) = 0$. Компенсація $R(T)$ називається „негайною компенсацією" („негайним ребатом"), оскільки виплачується власнику опціону одразу ж після досягнення ціною базового активу встановленого дезактивізаційного бар'єра. Натомість компенсація, яка виплачується лише після закінчення терміну дії опціону, позначається $Rd(\tau)$ і називається „відтермінованою компенсацією". Ця функція є функцією, що зростає, залежною від часу до погашення опціону, причому $Rd'(\tau) > 0$ і $Rd(0) = 0$. У разі відтермінованого ребату у (3.3.3) $R(T)$ необхідно замінити на $Rd(\tau)$.

Опціони з бар'єром виходу вверху ще називають „up-and-outers/up-and-out/up-outer" або „up-and-away". Функцію виплати ***опціону з бар'єром <u>виходу вверху</u>*** $H > S(t)$ можна записати у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \begin{cases} R(T), & \text{якщо} \quad S(T) \geq H, \\ \max\left[S(t^*) - K, 0\right], & \text{якщо} \quad S(T) < H; \end{cases}$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \begin{cases} R(T), & \text{якщо} \quad S(T) \geq H, \\ \max\left[K - S(t^*), 0\right], & \text{якщо} \quad S(T) < H. \end{cases} \tag{3.3.4}$$

Аналогічно до попереднього випадку ребат може бути також і відтермінованим. Тоді у (3.3.4) $R(T)$ необхідно замінити на $Rd(\tau)$. Функція ребату $R(T)$ може бути залежною від часу. У такому разі її можна записати у вигляді функції густини розподілу Леві:

$$R(T) = \left(\xi e^{\eta T} - 1\right)R, \tag{3.3.5}$$

де $\xi \geq 1$, $R > 0$ і $\eta \geq 0$ – константи;

$0 \leq T \leq \tau$ – час;

η – невід'ємний параметр, який можна трактувати як ставку зростання ребату.

Моделі оцінювання бар'єрних опціонів описано в [36].

Оцінювання бар'єрних опціонів без ребату (з нульовим ребатом)

Розглянемо ***опціон з бар'єром <u>входу внизу</u>*** зі стрибкоподібною функцією доходу базового інструменту. Ціну такого опціону, що надає його власнику право <u>купівлі</u> (без ребату), можна обчислити за допомогою таких формул:

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c_{0,di}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[c_{0,di}\left(SY_ne^{-\lambda\zeta\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$c_{0,di}(W,K,\tau,r,\sigma)=\left(\frac{H}{W}\right)^{2v_0/\sigma^2}\left(C_{0,bs}\left[\frac{H^2}{W},\max[H,K]\right]+[\max(H,K)-K]e^{-rt}\right)*$$

$$*N\left\{d_{0,bs}\left[\frac{H^2}{W},\max(H,K)\right]\right\}+$$

$$+\left\{P_{0,bs}(W,K)-P_{0,bs}(W,H)+(H-K)e^{-r\tau}N\left[-d_{0,bs}(W,H)\right]\right\}B_{H>K}, \quad (3.3.6)$$

$$C_{0,bs}(W,K)=WN\left[d_{0,1bs}(W,K)\right]-Ke^{-r\tau}N\left[d_{0,bs}(W,K)\right],$$

$$P_{0,bs}(W,K)=-WN\left[-d_{0,1bs}(W,K)\right]+Ke^{-r\tau}N\left[-d_{0,bs}(W,K)\right],$$

$$d_{0,bs}(W,K)=\frac{\ln(W/K)+v_0\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},\ d_{0,1bs}(W,K)=d_{0,bs}(W,K)+\sigma\sqrt{\tau},$$

$$v_0=r-\sigma^2/2,$$

де H – рівень бар'єра;

S – ціна спот (значення) базового активу у початковий момент часу;

K – ціна виконання опціону;

r – відсоткова ставка без ризику;

σ – змінність ціни (значення) базового інструменту;

τ – термін до погашення опціону;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної;

B – характеристична функція (функція Хевісайда), яка дорівнює $B_{H>K}=1$ і $B_{H<K}=0$, тобто:

$$B=\begin{cases}1 & при \quad H>K,\\ 0 & при \quad H<K.\end{cases}$$

Натомість ціну *опціону з бар'єром* <u>*входу внизу*</u>, при фіксованій дохідності базового інструменту можна обчислити за допомогою таких формул:

$$c_{di} = \left(\frac{H}{S}\right)^{2\nu/\sigma^2} \left(C_{bs}\left[\frac{H^2}{S}, \max[H,K]\right] + [\max(H,K) - K]e^{-rt} \right) \times$$

$$\times N\left\{ d_{bs}\left[\frac{H^2}{S}, \max(H,K)\right]\right\} +$$

$$+ \{P_{bs}(S,K) - P_{bs}(S,H) + (H-K)e^{-r\tau} N[-d_{bs}(S,H)]\} B_{H>K},$$

$$C_{bs}(S,K) = Se^{-g\tau} N[d_{1bs}(S,K)] - Ke^{-r\tau} N[d_{bs}(S,K)],$$

$$P_{bs}(S,K) = -Se^{-g\tau} N[-d_{1bs}(S,K)] + Ke^{-r\tau} N[-d_{bs}(S,K)],$$

$$d_{bs}(S,K) = \frac{\ln(S/K) + \nu\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \ d_{1bs}(S,K) = d_{bs}(S,K) + \sigma\sqrt{\tau},$$

$$\nu = r - g - \sigma^2/2,$$

де C_{bs} – формула Блека–Шоулса для оцінювання стандартного європейського опціону з правом купівлі акцій, на які виплачується дохід;

P_{bs} – формула Блека–Шоулса для оцінювання аналогічного опціону продажу;

g – фіксована ставка доходу базового інструменту.

Сьогоднішню вартість ребату можна обчислити за допомогою формули

$$R_{di} = e^{-r\tau} Rm(\tau)\left\{N[d_{bs}(S,H)] - (H/S)^{2\nu/\sigma^2} N[d_{bs}(H,S)]\right\}. \qquad (3.3.7)$$

Тоді ціну опціону купівлі з бар'єром входу внизу <u>із урахуванням ребату,</u> для стрибкоподібної та фіксованої дохідності базового активу, можна записати у такому вигляді відповідно:

$$CALL_{0,di} = c_{0,di} + R_{di} \text{ та } CALL_{di} = c_{di} + R_{di}. \qquad (3.3.8)$$

Тепер розглянемо ***опціон з бар'єром*** <u>***входу вверху***</u> із стрибкоподібною функцією доходу базового активу. Ціну такого опціону, який надає його утримувачу право на <u>купівлю</u> (без ребату) базового активу, можна обчислити за допомогою формул:

$$\pi_{\lambda,Y}(c_{0,ui}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[c_{0,ui}\left(SY_n e^{-\lambda\zeta\tau}, K, \tau, r, \sigma\right)\right],$$

$$c_{0,ui}(W,K,\tau,r,\sigma) = \left(\frac{H}{W}\right)^{2\nu_0/\sigma^2} \times$$

$$\times \left\{ P_{0,bs}\left[\frac{H^2}{W}, K\right] - P_{0,bs}\left[\frac{H^2}{W}, H\right] + (H-K)e^{-r\tau} N[-d_{0,bs}(H,W)] \right\} B_{H>K} +$$

$$+ C_{0,bs}(W, \max[H,K]) + [\max(H,K) - K]e^{-r\tau} N\{d_{0,bs}[W, \max(H,K)]\}. \qquad (3.3.9)$$

Для фіксованого доходу базового інструменту формули оцінювання *опціону з бар'єром <u>входу вверху</u>* наберуть такого вигляду:

$$c_{ui}=\left(\frac{H}{S}\right)^{2v/\sigma^2}\left\{P_{bs}\left[\frac{H^2}{S},K\right]-P_{bs}\left[\frac{H^2}{S},H\right]+(H-K)e^{-r\tau}N[-d_{bs}(H,S)]\right\}B_{H>K}+$$

$$+C_{bs}(S,\max[H,K])+[\max(H,K)-K]e^{-r\tau}N\{d_{bs}[S,\max(H,K)]\}.$$

Теперішню вартість ребату для опціону купівлі з бар'єром входу вверху можна визначити згідно з такою формулою:

$$R_{ui}=e^{-r\tau}Rm(\tau)\left\{N[-d_{bs}(S,H)]-(H/S)^{2v/\sigma^2}N[-d_{bs}(H,S)]\right\}. \qquad (3.3.10)$$

Тоді ціну опціону купівлі з бар'єром входу вверху <u>із урахуванням ребату,</u> для стрибкоподібної та фіксованої дохідності базового активу, можна відповідно записати у вигляді таких формул:

$$CALL_{0,ui}=c_{0,ui}+R_{ui} \text{ та } CALL_{ui}=c_{ui}+R_{ui}. \qquad (3.3.11)$$

Ціну ***опціону з бар'єром <u>входу внизу</u>*** (без ребату) з правом <u>продажу</u> базового інструменту, який характеризується розривною стрибкоподібною функцією доходу, можна обчислити за допомогою формул:

$$\pi_{\lambda,Y}(p_{0,di})=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[p_{0,di}\left(SY_ne^{\lambda\xi\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$p_{0,di}(W,K,\tau,r,\sigma)=\left(\frac{H}{W}\right)^{2v_0/\sigma^2}\times$$

$$\times\left\{C_{0,bs}\left[\frac{H^2}{W},K\right]-C_{0,bs}\left[\frac{H^2}{W},H\right]-(H-K)e^{-r\tau}N[d_{0,bs}(H,W)]\right\}B_{H>K}+$$

$$+P_{0,bs}(W,\min[H,K])-[\min(H,K)-K]e^{-r\tau}N\{-d_{0,bs}[W,\min(H,K)]\}. \quad (3.3.12)$$

Натомість ціну аналогічного опціону з фіксованою дохідністю базового активу можемо обчислити за допомогою таких формул:

$$p_{di}=\left(\frac{H}{S}\right)^{2v/\sigma^2}\left\{C_{bs}\left[\frac{H^2}{S},K\right]-C_{bs}\left[\frac{H^2}{S},H\right]-(H-K)e^{-r\tau}N[d_{bs}(H,S)]\right\}B_{H>K}+$$

$$+P_{bs}(S,\min[H,K])-[\min(H,K)-K]e^{-r\tau}N\{-d_{bs}[S,\min(H,K)]\}.$$

Тоді ціну опціону продажу з бар'єром входу внизу <u>із урахуванням ребату,</u> для стрибкоподібної та фіксованої доходності базового активу, можна відповідно записати у вигляді таких формул:

$$PUT_{0,di}=p_{0,di}+R_{di} \text{ та } PUT_{di}=p_{di}+R_{di}.$$

Ціну ***опціону з бар'єром <u>входу вверху</u>*** (без ребату) з правом <u>продажу</u> базового інструменту, який характеризується розривною стрибкоподібною функцією доходу, можна обчислити за допомогою формул:

$$\pi_{\lambda,Y}\left(p_{0,ui}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[p_{0,ui}\left(SY_ne^{\lambda\xi\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$p_{0,ui}(W,K,\tau,r,\sigma)=\left(\frac{H}{W}\right)^{2v_0/\sigma^2}\left(P_{0,bs}\left[\frac{H^2}{W},\min[H,K]\right]-[\min(H,K)-K]e^{-rt}\right)*$$
$$*N\left\{-d_{0,bs}\left[\frac{H^2}{W},\min(H,K)\right]\right\}+$$
$$+\{C_{bs}(S,K)-C_{bs}(S,H)-(H-K)e^{-r\tau}N[d_{bs}(S,H)]\}B_{H<K}. \qquad (3.3.13)$$

Ціну аналогічного опціону з фіксованою дохідністю базового активу можемо знайти за допомогою такої формули:

$$p_{ui}=\left(\frac{H}{S}\right)^{2v/\sigma^2}\left(P_{bs}\left[\frac{H^2}{S},\min[H,K]\right]-[\min(H,K)-K]e^{-rt}\right)\times$$
$$\times N\left\{-d_{bs}\left[\frac{H^2}{S},\min(H,K)\right]\right\}+$$
$$+\{C_{bs}(S,K)-C_{bs}(S,H)-(H-K)e^{-r\tau}N[d_{bs}(S,H)]\}B_{H<K}.$$

Тоді ціну опціону продажу з бар'єром входу вверху <u>із урахуванням ребату,</u> для стрибкоподібної та фіксованої дохідності базового активу, можна відповідно записати у вигляді таких формул:

$$PUT_{0,ui}=p_{0,ui}+R_{ui} \text{ та } PUT_{ui}=p_{ui}+R_{ui}.$$

Ціну ***опціону з бар'єром <u>виходу внизу</u>*** (без ребату) з правом <u>купівлі</u> базового інструменту, який характеризується розривною стрибкоподібною функцією доходу, можна обчислити за допомогою формул:

$$\pi_{\lambda,Y}\left(c_{0,do}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[c_{0,do}\left(SY_ne^{-\lambda\zeta\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$c_{0,do}(W,K,\tau,r,\sigma)=C_{0,bs}[W,\max(H,K)]-$$

$$-\left(\frac{H}{W}\right)^{2v_0/\sigma^2}C_{0,bs}\left[\frac{H^2}{W},\max(H,K)\right]+[\max(H,K)-K]e^{-r\tau}\times$$

$$\times\left(N\{d_{0,bs}[W,\max(H,K)]\}-\left(\frac{H}{W}\right)^{2v_0/\sigma^2}N\left\{d_{0,bs}\left[\frac{H^2}{W},\max(H,K)\right]\right\}\right). \qquad (3.3.14)$$

Натомість ціну аналогічного опціону з фіксованою дохідністю базового активу можемо розрахувати згідно з такою формулою:

$$c_{do} = C_{bs}[S, \max(H,K)] - \left(\frac{H}{S}\right)^{2v/\sigma^2} C_{bs}\left[\frac{H^2}{S}, \max(H,K)\right] +$$

$$+ [\max(H,K) - K]e^{-r\tau}\left(N\{d_{bs}[S, \max(H,K)]\} - \left(\frac{H}{S}\right)^{2v/\sigma^2} N\left\{d_{bs}\left[\frac{H^2}{S}, \max(H,K)\right]\right\}\right).$$

Ціну ***опціону з бар'єром <u>виходу вверху</u>*** (без ребату)з правом <u>купівлі</u> базового інструменту, який характеризується розривною стрибкоподібною функцією доходу, можна обчислити за допомогою формул:

$$\pi_{\lambda,Y}(c_{0,uo}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[c_{0,uo}\left(SY_n e^{-\lambda\zeta\tau}, K, \tau, r, \sigma\right)\right],$$

$$c_{0,uo}(W,K,\tau,r,\sigma) = B_{H>K}\{C_{0,bs}(W,K) - C_{0,bs}(W,H) - (H-K)e^{-r\tau}N[d_{0,bs}(W,H)] -$$

$$\left(\frac{H}{W}\right)^{2v_0/\sigma^2}\left[C_{0,bs}\left(\frac{H^2}{W}, K\right) - C_{0,bs}\left(\frac{H^2}{W}, H\right) - (H-K)e^{-r\tau}N[d_{0,bs}(H,W)]\right]\right\}. \quad (3.3.15)$$

Ціну аналогічного опціону з фіксованою дохідністю базового активу можна визначити за допомогою такої формули:

$$c_{uo} = B_{H>K}\{C_{bs}(S,K) - C_{bs}(S,H) - (H-K)e^{-r\tau}N[d_{bs}(S,H)] -$$

$$\left(\frac{H}{S}\right)^{2v/\sigma^2}\left[C_{bs}\left(\frac{H^2}{S}, K\right) - C_{bs}\left(\frac{H^2}{S}, H\right) - (H-K)e^{-r\tau}N[d_{bs}(H,S)]\right]\right\}.$$

Ціну ***опціону з бар'єром <u>виходу вверху</u>*** (без ребату) з правом <u>продажу</u> базового інструменту, який характеризується розривною стрибкоподібною функцією доходу, можна обчислити за допомогою формул:

$$\pi_{\lambda,Y}(p_{0,uo}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[p_{0,uo}\left(SY_n e^{\lambda\xi\tau}, K, \tau, r, \sigma\right)\right],$$

$$p_{0,uo}(W,K,\tau,r,\sigma) = P_{0,bs}[W, \min(H,K)] - \left(\frac{H}{W}\right)^{2v_0/\sigma^2} P_{0,bs}\left[\frac{H^2}{W}, \min(H,K)\right] -$$

$$- [\min(H,K) - K]e^{-r\tau}\left(N\{-d_{0,bs}[W, \min(H,K)]\} -\right.$$

$$\left. - \left(\frac{H}{W}\right)^{2v_0/\sigma^2} N\left\{-d_{0,bs}\left[\frac{H^2}{W}, \min(H,K)\right]\right\}\right). \quad (3.3.16)$$

Натомість ціну аналогічного опціону з фіксованою дохідністю базового активу можемо знайти за допомогою такої формули:

$$p_{uo} = P_{bs}[S, \min(H, K)] - \left(\frac{H}{S}\right)^{2\nu/\sigma^2} P_{bs}\left[\frac{H^2}{S}, \min(H, K)\right] -$$

$$- [\min(H, K) - K]e^{-r\tau}\left(N\{-d_{bs}[S, \min(H, K)]\} -\right.$$

$$\left. - \left(\frac{H}{S}\right)^{2\nu/\sigma^2} N\left\{-d_{bs}\left[\frac{H^2}{S}, \min(H, K)\right]\right\}\right).$$

Ціну ***опціону з бар'єром** __виходу внизу__* (без ребату) з правом __продажу__ базового інструменту, який характеризується розривною стрибкоподібною функцією доходу, можна обчислити за допомогою формул:

$$\pi_{\lambda,Y}(p_{0,do}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[p_{0,do}\left(SY_n e^{\lambda\xi\tau}, K, \tau, r, \sigma\right)\right],$$

$$p_{0,do} = B_{H<K}\{P_{0,bs}(W, K) - P_{0,bs}(W, H) + (H - K)e^{-r\tau}N[-d_{0,bs}(W, H)] -$$

$$\left. - \left(\frac{H}{W}\right)^{2\nu_0/\sigma^2}\left[P_{0,bs}\left(\frac{H^2}{W}, K\right) - P_{0,bs}\left(\frac{H^2}{W}, H\right) + (H - K)e^{-r\tau}N[-d_{0,bs}(H, W)]\right]\right\}. \quad (3.3.17)$$

Ціну аналогічного опціону з фіксованою дохідністю базового активу можемо розрахувати за допомогою такої формули:

$$p_{do} = B_{H<K}\{P_{bs}(S, K) - P_{bs}(S, H) + (H - K)e^{-r\tau}N[-d_{bs}(S, H)] -$$

$$\left. \left(\frac{H}{S}\right)^{2\nu/\sigma^2}\left[P_{bs}\left(\frac{H^2}{S}, K\right) - P_{bs}\left(\frac{H^2}{S}, H\right) + (H - K)e^{-r\tau}N[-d_{bs}(H, S)]\right]\right\}.$$

Оцінювання бар'єрних опціонів з негайним ребатом

Теперішнє значення невідтермінованого (негайного) ребату, залежного від часу, для опціонів виходу можна обчислити за допомогою таких формул:

- якщо ставка зростання ребату $\eta \le r + \nu^2/(2\sigma^2)$:

$$R_{out}(\eta, \theta, \tau) = R\left\{\left(\frac{H}{S}\right)^{q_1(r-\eta)} N[\theta Q_1(r-\eta)] + \left(\frac{H}{S}\right)^{q_{-1}(r-\eta)} N[\theta Q_{-1}(r-\eta)]\right\}, \quad (3.3.18)$$

$$Q_\kappa(s) = \frac{\ln(H/S) + \kappa\tau\psi(s)}{\sigma\sqrt{\tau}}, \ \kappa = 1 \quad \textit{або} \quad -1,$$

$$v = r - g - \sigma^2/2,\ \psi(s) = \sqrt{v^2 + 2s\sigma^2},$$

$$q_\kappa(s) = \frac{v + \kappa\psi(s)}{\sigma^2},\ \theta = \begin{cases} 1 & для \quad H > S \\ -1 & для \quad H < S \end{cases},$$

- якщо ставка зростання ребату $\eta > r + v^2/(2\sigma^2)$:

$$R_{out}(\eta, \theta, \tau) = R \times \mathrm{Re}\left\{ \left(\frac{H}{S}\right)^{q_1^*(r-\eta)} N\left[\theta Q_1^*(r-\eta)\right] + \left(\frac{H}{S}\right)^{q_{-1}^*(r-\eta)} N\left[\theta Q_{-1}^*(r-\eta)\right] \right\}, \quad (3.3.19)$$

$$Q_\kappa^*(s) = \frac{\ln(H/S) + \kappa\tau\psi^*(s)}{\sigma\sqrt{\tau}},\ \kappa = 1 \quad або \quad -1,$$

$$\psi^*(s) = i\sqrt{-v^2 - 2s\sigma^2},\ q_\kappa^*(s) = \frac{v + \kappa\psi^*(s)}{\sigma^2},$$

де $i = \sqrt{-1}$ – звичайна одиниця уявного числа;

η – ставка зростання ребату;

$\mathrm{Re}(\alpha + \beta i) = \alpha$ – дійсна частина комплексного числа.

Підставляючи у рівняння (3.3.18) ставку зростання, яка дорівнює нулю $\eta = 0$, отримаємо частковий випадок для незалежного від часу (фіксованого) ребату $R(T) = R$.

$$R_{const}(\theta) = R\left\{ \left(\frac{H}{S}\right)^{q_1 r} N[\theta Q_1(r)] + \left(\frac{H}{S}\right)^{q_{-1} r} N[\theta Q_{-1}(r)] \right\}. \quad (3.3.20)$$

Оцінювання бар'єрних опціонів з відтермінованим ребатом

Іноді ребат виплачується, за умовою опціонного контракту, лише у момент закінчення терміну дії опціону. Тоді величина ребату $Rd(\tau)$ буде залежати від терміну його дії, а ставка зростання дорівнюватиме відсотковій ставці без ризику, тобто $\eta = r$. Дисконтуючи (3.3.18) згідно з відсотковою ставкою без ризику і враховуючи, що $\eta = r$, можна знайти теперішню вартість відтермінованого ребату за формулою:

$$R_{out}^{def} = e^{-r\tau} Rd(\tau)\left\{ \left(\frac{H}{S}\right)^{2v/\sigma^2} N\left[\theta\left(\frac{\ln[H/S] + \tau v}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right] + N\left[\theta\left(\frac{\ln[H/S] - \tau v}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right] \right\}. \quad (3.3.21)$$

Маючи формули для обчислення цін бар'єрних опціонів без ребату і формули різних ребатів, можна записати скорочені загальні формули для визначення цін ***бар'єрних опціонів з ребатом*** типу купівлі, для стрибкоподібної та фіксованої дохідності базового активу відповідно, у вигляді таких формул:

– для опціонів з бар'єром виходу внизу

$$CALL_{0,do} = c_{0,do} + R_{out}(\theta = 1) \text{ та } CALL_{do} = c_{do} + R_{out}(\theta = 1); \quad (3.3.22)$$

– для опціонів з бар'єром виходу вверху

$$CALL_{0,uo} = c_{0,uo} + R_{out}(\theta = -1) \text{ та } CALL_{uo} = c_{uo} + R_{out}(\theta = -1). \quad (3.3.23)$$

Натомість для визначення цін ***бар'єрних опціонів з ребатом*** типу продажу, для стрибкоподібної та фіксованої дохідності базового активу, можна використати такі формули відповідно:

– для опціонів з бар'єром виходу внизу

$$PUT_{0,do} = p_{0,do} + R_{out}(\theta = 1) \text{ та } PUT_{do} = p_{do} + R_{out}(\theta = 1); \quad (3.3.24)$$

– для опціонів з бар'єром виходу вверху

$$PUT_{0,uo} = p_{0,uo} + R_{out}(\theta = -1) \text{ та } PUT_{uo} = p_{uo} + R_{out}(\theta = -1). \quad (3.3.25)$$

Залежно від виду ребату замість R_{out} можна підставити R_{const} або R_{out}^{def}.

Інший спосіб оцінювання бар'єрних опціонів

Розглянемо інший спосіб визначення ціни бар'єрного опціону, яку сплачує покупець опціонного контракту його емітенту [155]. Для цього спочатку визначимо основні змінні, які будуть використовуватися у формулах:

$$\lambda = \frac{r - \delta + 0{,}5\sigma^2}{\sigma^2},\ \mu = r - \delta - 0{,}5\sigma^2,\ a = \frac{\mu}{\sigma^2},\ b = \frac{\sqrt{\mu^2 + 2r\sigma^2}}{\sigma^2},\ c = \frac{H}{S},$$

$$\tau = \sqrt{T - t},\ x_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right)}{\sigma\tau} + \lambda\sigma\tau,\ x_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{H}\right)}{\sigma\tau} + \lambda\sigma\tau,\ x_3 = \frac{\ln\left(\frac{H^2}{SX}\right)}{\sigma\tau} + \lambda\sigma\tau,$$

$$x_4 = \frac{\ln\left(\frac{H}{S}\right)}{\sigma\tau} + \lambda\sigma\tau,\ x_5 = \frac{\ln\left(\frac{H}{S}\right)}{\sigma\tau} + b\sigma\tau,$$

де H – рівень бар'єра;

R – сума компенсації (ребату);

S – ціна (значення) базового активу;

δ – фіксована ставка доходу базового активу, яка обчислюється неперервно;

T – кінцевий момент часу;

$T\text{-}t$ – час, що залишився до моменту погашення опціону;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної;

X – ціна виконання опціону;

σ – змінність ціни (значення) базового активу;

r – безризикова відсоткова ставка.

Розвиваючи дослідження Р.У. Колба [155, *с. 592–595*], можна запропонувати такі формули для обчислення вартості окремих різновидів бар'єрних опціонів.

Опціони <u>купівлі</u> з бар'єром ***виходу внизу***:

а) для бар'єра, встановленого нижче від ціни виконання, тобто $H < X$:

$$W_1 = \mathrm{S}e^{-\delta\tau^2}[N(x_1) - c^{2\lambda}N(x_3)] - Xe^{-r\tau^2}[N(x_1 - \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}N(x_3 - \sigma\tau)] +$$
$$+ R[c^{a+b}N(x_5) + c^{a-b}N(x_5 - 2b\sigma\tau)];$$

б) для бар'єра, встановленого вище від ціни виконання, тобто $H > X$:

$$W_2 = \mathrm{S}e^{-\delta\tau^2}[N(x_2) - c^{2\lambda}N(x_4)] - Xe^{-r\tau^2}[N(x_2 - \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}N(x_4 - \sigma\tau)] +$$
$$+ R[c^{a+b}N(x_5) + c^{a-b}N(x_5 - 2b\sigma\tau)].$$

Опціони <u>купівлі</u> з бар'єром ***входу внизу***:

а) для бар'єра, встановленого нижче від ціни виконання, $H < X$:

$$W_3 = Se^{-r\tau^2}c^{2\lambda}N(x_3) - Xe^{-r\tau^2}c^{2\lambda-2}N(x_3 - \sigma\tau) +$$
$$+ \mathrm{R}e^{-r\tau^2}[N(x_2 + \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}N(x_4 - \sigma\tau)];$$

б) для бар'єра, встановленого вище від ціни виконання, $H > X$:

$$W_4 = \mathrm{S}e^{-\delta\tau^2}[N(x_1) - N(x_2) + c^{2\lambda}N(x_4)] - Xe^{-r\tau^2}[N(x_1 - \sigma\tau) - N(x_2 - \sigma\tau) +$$
$$+ c^{2\lambda-2}N(x_4 - \sigma\tau)] + \mathrm{R}e^{-r\tau^2}[N(x_2 + \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}N(x_4 - \sigma\tau)].$$

Опціони <u>продажу</u> з бар'єром ***виходу внизу***:

а) для бар'єра, встановленого нижче від ціни виконання, $H < X$:

$$W_5 = -\mathrm{S}e^{-\delta\tau^2}[N(-x_1) - N(-x_2) + c^{2\lambda}(N(x_4) + N(x_3))] + Xe^{-r\tau^2}[N(-x_1 + \sigma\tau) +$$
$$+ N(x_2 + \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}(N(x_4 - \sigma\tau) - N(x_3 - \sigma\tau))] +$$
$$+ R[c^{a+b}N(x_5) + c^{a-b}N(x_5 - 2b\sigma\tau)];$$

б) для бар'єра, встановленого вище від ціни виконання, $H > X$:

$$W_6 = R[c^{a+b}N(x_5) + c^{a-b}N(x_5 - 2b\sigma\tau)].$$

Опціони <u>продажу</u> з бар'єром ***входу внизу***:

а) для бар'єра, встановленого нижче від ціни виконання, $H < X$:

$$W_7 = -\mathrm{S}e^{-\delta\tau^2}[N(-x_2) - c^{2\lambda}(N(x_3) - N(x_4))] + Xe^{-r\tau^2}[N(-x_2 - \sigma\tau) +$$
$$+ c^{2\lambda-2}(N(x_4 - \sigma\tau) - N(x_3 - \sigma\tau))] + \mathrm{R}e^{-r\tau^2}[N(x_2 - \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}N(x_4 - \sigma\tau)];$$

б) для бар'єра, встановленого вище від ціни виконання, $H > X$:

$$W_8 = \mathrm{S}e^{-\delta\tau^2}N(-x_1) + Xe^{-r\tau^2}N(-x_1 - \sigma\tau) + \mathrm{R}e^{-r\tau^2}[N(x_2 - \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}N(x_4 - \sigma\tau)]$$

Опціони <u>купівлі</u> з бар'єром ***виходу вверху***:

а) для бар'єра, встановленого нижче від ціни виконання, $H < X$:

$$W_9 = R[c^{a+b}N(-x_5) + c^{a-b}N(-x_5 + 2b\sigma\tau)];$$

б) для бар'єра, встановленого вище від ціни виконання, $H > X$:

$$W_{10} = Se^{-\delta\tau^2}[N(x_1) - N(x_2) - c^{2\lambda}(N(-x_4) - N(-x_3))] - Xe^{-r\tau^2}[N(x_1 - \sigma\tau) -$$
$$- N(x_2 - \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}(N(x_4 + \sigma\tau) - N(x_3 + \sigma\tau))] +$$
$$+ R[c^{a+b}N(-x_5) + c^{a-b}N(-x_5 + 2b\sigma\tau)].$$

Опціони купівлі з бар'єром ***входу вверху***:

а) для бар'єра, встановленого нижче від ціни виконання, $H < X$:

$$W_{11} = Se^{-\delta\tau^2}N(x_1) - Xe^{-r\tau^2}N(x_1 - \sigma\tau) + Re^{-r\tau^2}[N(-x_2 + \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}N(-x_4 + \sigma\tau)];$$

б) для бар'єра, встановленого вище від ціни виконання, $H > X$:

$$W_{12} = Se^{-\delta\tau^2}[N(x_2) - c^{2\lambda}(N(-x_3) - N(-x_4))] - Xe^{-r\tau^2}[N(x_2 - \sigma\tau) +$$
$$+ c^{2\lambda-2}(N(-x_4 + \sigma\tau) - N(-x_3 + \sigma\tau))] +$$
$$+ Re^{-r\tau^2}[N(-x_2 + \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}N(-x_4 + \sigma\tau)].$$

Опціони продажу з бар'єром ***виходу вверху***:

а) для бар'єра, встановленого нижче від ціни виконання, $H < X$:

$$W_{13} = -Se^{-\delta\tau^2}[N(-x_2) - c^{2\lambda}N(-x_4)] + Xe^{-r\tau^2}[N(-x_2 + \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}N(-x_4 + \sigma\tau)] +$$
$$+ R[c^{a+b}N(-x_5) + c^{a-b}N(-x_5 + 2b\sigma\tau)];$$

б) для бар'єра, встановленого вище від ціни виконання, $H > X$:

$$W_{14} = -Se^{-\delta\tau^2}[N(-x_1) - c^{2\lambda}N(-x_3)] + Xe^{-r\tau^2}[N(-x_1 + \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}N(-x_3 + \sigma\tau)] +$$
$$+ R[c^{a+b}N(-x_5) + c^{a-b}N(-x_5 + 2b\sigma\tau)].$$

Опціони продажу з бар'єром ***входу вверху***:

а) для бар'єра, встановленого нижче від ціни виконання, $H < X$:

$$W_{15} = -Se^{-\delta\tau^2}[N(-x_1) - N(-x_2) + c^{2\lambda}N(-x_4)] + Xe^{-r\tau^2}[N(-x_1 + \sigma\tau) -$$
$$N(-x_2 + \sigma\tau) + c^{2\lambda-2}N(-x_4 + \sigma\tau)] + Re^{-r\tau^2}[N(-x_2 + \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}N(-x_4 + \sigma\tau)];$$

б) для бар'єра, встановленого вище від ціни виконання, $H > X$:

$$W_{16} = -Se^{-r\tau^2}c^{2\lambda}N(-x_3) + Xe^{-r\tau^2}c^{2\lambda-2}N(-x_3 + \sigma\tau) +$$
$$+ Re^{-r\tau^2}[N(-x_2 + \sigma\tau) - c^{2\lambda-2}N(-x_4 + \sigma\tau)].$$

Запропоновані формули справедливі для неперервного вимірювання ціни базового інструменту. Їх можна застосовувати лише для бар'єрних опціонів європейського стилю виконання. У разі бар'єрних опціонів американського стилю виконання з'являються проблеми, пов'язані з можливістю їхнього виконання ще до закінчення терміну дії цих похідних інструментів.

Фактори впливу на формування цін бар'єрних опціонів

Проаналізуємо основні чинники, які можуть впливати на формування цін бар'єрних опціонів (табл. 3.3.2).

Таблиця 3.3.2

Фактори впливу на формування ціни бар'єрного опціону

Фактори/вид їопціону	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
Ступінь корисності базового активу					+
Ставка доходу базового активу			+	+	
Відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	
Вітчизняна відсоткова ставка без ризику	+	+	+	+	+
Ціна (значення) базового активу	+	+	+	+	+
Ціна (курс) виконання опціону	+	+	+	+	+
Змінність ціни (значення) базового активу	+	+	+	+	+
Частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
Термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
Рівень бар'єра	+	+	+	+	+
Тривалість моніторингу за досягненням ціною (значенням) базового активу встановленого рівня бар'єра	+	+	+	+	+
Частота моніторингу за досягненням ціною (значенням) базового активу встановленого рівня бар'єра	+	+	+	+	+
Частота виплати доходу за базовим інструментом	+	+	+	+	+

Наведені у таблиці чинники мають різну міру впливу на опціонні премії різних, у сенсі базового активу, видів бар'єрних опціонів. Частина з них характеризується додатною, а частина – від'ємною кореляцією з ціною опціону. Це залежить від того, чи маємо справу з опціоном виходу чи входу, з бар'єром вверху чи внизу, і, нарешті, з опціоном, що надає право на купівлю чи продаж базового активу. Проаналізуємо вплив окремих чинників на ціну бар'єрних опціонних контрактів, тобто на розмір їхньої опціонної премії [33].

Опціони з бар'єром входу внизу (down-and-in options). Довший термін дії опціонів з бар'єром означає, що ціна опціону зростає, оскільки з'являється вища ймовірність того, що опціон активізується. Якщо йдеться про вартість базового активу, то у разі стандартного інструменту типу купівлі вона позитивно впливає на його ціну, тобто ціна опціону збільшується. Для бар'єрного ж опціону входу з бар'єром внизу ситуація виглядає трохи інакше, тобто в міру зростання ціни базового інструменту ціна опціону зменшується. Це можна пояснити так: у міру зростання ціни базового інструменту спостерігається дедалі більше віддалення від рівня бар'єра, що зменшує ймовірність активізації опціону. Якщо ж досліджувати вплив змінності ціни (значення) базового активу, то для стандартного опціону існує його додатна кореляція з ціною опціону. Аналогічна залежність спостерігається і для бар'єрного опціону входу, тобто все більша змінність базового активу буде підвищувати шанси того, що опціон розпочне своє існування.

Щодо безризикової відсоткової ставки на вітчизняному ринку, то для класичного опціонного контракту типу купівлі вона матиме додатний вплив на його вартість. Однак зростання відсоткової ставки збільшує ставку на ринку спот, а, отже, зменшується можливість руху ціни базового інструменту вниз, у напрямку бар'єра. У зв'язку з цим ціна опціону купівлі з бар'єром входу внизу не обов'язково буде зменшуватися разом зі зростанням відсоткової ставки, хоча найчастіше вона зменшується. Це залежить від ступеня впливу інших чинників. Ситуація для опціону продажу з бар'єром входу виглядає однозначно. Отож, для класичного опціону продажу у разі зростання відсоткової ставки його ціна знижується. Отже, для бар'єрного опціону продажу буде аналогічна залежність, як і для опціону купівлі, тобто здебільшого ефекти дії чинників будуть спрямовані у той самий бік, тобто зі зростанням вітчизняної безризикової відсоткової ставки вартість опціону з бар'єром входу внизу зменшується.

Опціони з бар'єром виходу внизу (down-and-out options). На відміну від опціону з бар'єром входу, для інструменту з бар'єром виходу справедливою буде така залежність: чим довшим є період, протягом якого ціна первинного інструменту має можливість досягти бар'єра, тим вищою буде ймовірність його досягнення, а тим самим дезактивізації опціону. Це, своєю чергою, знижує ціну бар'єрного опціону. Якщо зростає ціна базового активу, то знижується ймовірність дезактивізації бар'єрного опціону купівлі, у результаті чого зростає його опціонна премія.

Щодо змінності (волатильності) ціни базового активу, то у разі її збільшення ціна стандартного опціону зростає. Натомість для опціону з бар'єром виходу внизу у разі зростання волатильності ймовірність удару бар'єра стає щоразу вищою. Це означає, що для опціону з бар'єром виходу внизу зростають шанси того, що він перестане існувати, а, отже, ціна такого опціону буде знижуватися. Отже, вартість опціону формується у результаті впливу двох ефектів, а саме терміну дії та волатильності, і залежно від того, який ефект буде сильнішим на певний момент, ціна опціону буде або зростати, або зменшуватися. З цього випливає, що вплив волатильності на вартість опціону з бар'єром виходу внизу є неоднозначним.

Опціони з бар'єром входу вверху (up-and-in options). Для опціону з бар'єром входу вверху з правом купівлі у міру зростання рівня бар'єра ймовірність того, що опціон активізується, зменшується, а тому премія спадає. Продовження періоду, в якому здійснюється тестування факту досягнення рівня бар'єра ціною базового інструменту, призводить до того, що активізація опціону має дедалі вищі шанси, а, отже, опціон стає щоразу дорожчим. Якщо йдеться про вплив ціни базового інструменту, то у разі стандартного опціону купівлі її зростання призводить до збільшення премії. Аналогічно, для опціону з бар'єром входу вверху зростання вартості базового інструменту призведе до ситуації, в якій він буде щоразу ближче до бар'єра, а, отже, зростатимуть шанси його досягнення. Отже, зростання ринкової ціни базового активу, який покладено в основу цього опціону, супроводжуватиметься збільшенням його опціонної премії. Аналогічні залежності можна простежити і для бар'єрних опціонів входу вверху типу продажу.

Опціони з бар'єром виходу вверху (up-and-out options). Розглянемо спочатку опціон з бар'єром виходу вверху типу купівлі. У разі зростання рівня бар'єра зменшується ймовірність його досягнення ціною базового активу, а, отже, зменшуються шанси дезактивізації опціону, тобто премія зростатиме. Натомість у разі його зниження – ймовірність дезактивізації опціону збільшується, внаслідок чого опціонна премія зменшується. Зростання кількості днів, протягом яких тестується момент досягнення бар'єра ціною базового інструменту, негативно впливає на ціну опціонного контракту, тобто вона знижується, оскільки можливість дезактивації опціону буде дедалі вищою.

Аналогічно, як і для опціону з бар'єром входу внизу, вплив ціни базового інструменту нелегко передбачити, оскільки, як і для стандартного опціону, зростання ціни базового інструменту призводить до зростання ціни опціону, але, з іншого боку, збільшує ймовірність дезактивізації опціону, оскільки у такому разі ціна буде щоразу ближче до встановленого рівня бар'єра, а, отже, вона повинна знижуватися. Необхідно зазначити, що вплив другого чинника є сильнішим, а тому опціонна премія буде зменшуватися разом із зростанням ціни базового активу.

Зростання безризикової відсоткової ставки позитивно впливає на ціну стандартного опціону типу купівлі, тобто вона зростатиме. Однак відсоткова ставка, що зростає, збільшить масштаб зростання ціни базового інструменту, а, отже, і шанси того, що опціон перестане існувати, що стане причиною зниження розміру опціонної премії. Отже, можна сказати, що зростання відсоткової ставки не завжди викликає збільшення розміру опціонної премії. Якщо йдеться про параметр змінності ціни базового інструменту, то необхідно звернути увагу на те, що зростання змінності призводить до зниження ціни опціону з бар'єром виходу вверху. Це пояснюється тим, що зростання змінності означає можливість зростання ціни базового активу, а, отже, і підвищення ймовірності досягнення верхнього бар'єра, що призведе до дезактивізації опціону. Внаслідок цього ціна бар'єрного опціону знизиться. Для бар'єрного опціону виходу вверх з правом продажу вплив проаналізованих чинників буде аналогічним.

У наших міркуваннях робилося припущення, що тестування на досягнення ціною базового інструменту заданого рівня бар'єра відбувається у певних проміжках часу протягом терміну дії опціону. Однак в обігу також трапляються опціони, для яких таке тестування здійснюється лише у день його погашення, тобто у момент закінчення терміну дії опціону. У такому разі встановлення бар'єра на рівні, вищому від ціни виконання для опціону типу продажу, і нижчому – для опціону типу купівлі не буде мати впливу на зниження премії порівняно зі стандартним опціоном, оскільки це нічого не змінює для обох сторін опціонного контракту. Треба відзначити, що для бар'єрних опціонів буде справедливою така залежність:

бар'єрний опціон входу + бар'єрний опціон виходу = стандартний опціон.

За аналогією можна записати такі залежності окремо для опціонів типу купівлі та опціонів типу продажу:

бар'єрний опціон входу call + бар'єрний опціон виходу call =
= стандартний опціон call,

бар'єрний опціон входу put + бар'єрний опціон виходу put =
= стандартний опціон put.

З метою зниження витрат, пов'язаних із придбанням бар'єрних опціонів, іноді застосовується клаузула (clausula) ребату, тобто додаткова умова, що передбачає деяку компенсацію для утримувача опціону. Вона визначає деяку суму, яка буде виплачена особі, що зайняла довгу позицію в опціоні, у тому разі, коли цей інструмент не перетвориться на стандартний (для опціону з бар'єром входу) або раніше припинить своє існування внаслідок досягнення бар'єра (для опціону з бар'єром виходу). Іншими словами, коли опціон на момент погашення буде у позиції „без грошей". Виплачувана сума компенсації залежить від угоди між двома сторонами, яка враховує принципи і правила, що діють на цьому ринку опціонів. Варто також додати, що на ринку валютних опціонів такі компенсації не виплачуються.

На практиці найчастіше використовується така конструкція бар'єрного опціону, в якій визначається тільки один бар'єр. Натомість можна також встановлювати дві умови (multivariate barrier), наприклад, перша – опціон буде активізуватися (або дезактивізуватися) після того, як відношення валютних курсів EUR/USD досягне значення, більшого, ніж 1.39, та друга умова – у той самий час ставка LIBOR буде нижчою від 6 %. Вартість опціону такого типу теоретично буде вищою для опціону з активізаційним бар'єром, порівняно з однобар'єрним похідним інструментом, і нижчою для опціону з дезактивізаційним бар'єром, порівняно з опціонним контрактом з одним бар'єром, оскільки зростає ймовірність виконання закладеної у контракті умови. Це випливає з того факту, що загалом існує нижча ймовірність досягнення одночасно двох бар'єрів, ніж одного.

Моніторинг моменту досягнення бар'єра може відбуватися неперервно протягом усього терміну дії опціону або упродовж визначеного проміжку часу, який міститься в межах терміну його дії, наприклад, у перший місяць тримісячного опціону. Можна також відстежувати поведінку ціни базового інструменту у дискретний спосіб (у наперед визначений час), наприклад, щочетверга або щоденно о 9.00. Очевидно, що час моніторингу впливає на ціну опціону. Чим рідше він здійснюється, тим дешевшим буде опціон. Особливий вид бар'єрного опціонного контракту передбачає лише один момент, в якому ведеться реєстрація ціни базового активу. Це може настати як в останній день терміну дії опціону, так і раніше, у наперед визначений день. Щоб легше було відрізняти ці два різновиди бар'єрних опціонів від тих, в яких моніторинг відбувається частіше ніж один раз, говорять, що перші містять у собі американський бар'єр, а другі – європейський (одне спостереження на визначену дату).

Підсумовуючи, можна стверджувати, що додавання в усіх видах бар'єрних опціонів бар'єра на відповідному рівні дає змогу, здебільшого, знизити їхню ціну, а завдяки цьому і витрати на стратегію хеджування за допомогою бар'єрних опціонних контрактів.

Різновиди бар'єрних опціонів

Окрім звичайних бар'єрних опціонів, існують різні їхні модифікації [32]. Деякі з них ми вже проаналізували. Тепер дослідимо ***опціони з подвійним бар'єром*** (double barrier options). Одним із різновидів таких деривативів є коридорні опціони (corridor options), тобто такі, в яких встановлено два бар'єри (dual-barrier options): один – вище від ринкової ціни базового інструменту, а другий – нижче від його ціни спот. Такий дериватив активізується у момент досягнення ціною базового інструменту одного із зазначених бар'єрів. Розрізняємо чотири різновиди таких деривативів:

1) *out calls option – опціон купівлі з бар'єрами виходу;*
2) *out puts option – опціон продажу з бар'єрами виходу;*
3) *in calls option – опціон купівлі з бар'єрами входу;*
4) *in puts option – опціон продажу з бар'єрами входу.*

Опціони з подвійним бар'єром виходу дають змогу ще більше знизити опціонну премію порівняно до премії опціонів з одинарним бар'єром. Це пояснюється тим, що існує більша ймовірність дезактивізації такого похідного інструменту, у результаті чого знижується ризик емітента (продавця) опціону. Зрозуміло, що покупець такого деривативу переконаний у тому, що ймовірність виходу ціни базового активу за межі коридору, утвореного двома бар'єрами, є дуже низькою. Натомість продавець має протилежну думку і сподівається на дезактивізацію цього деривативу. Аналогічно, опціон з двома бар'єрами входу є дорожчим від опціону з одним бар'єром, оскільки підвищується ймовірність активізування опціонного контракту. Покупець переконаний, що буде досягнутий один із бар'єрів, тоді як продавець вважає, що ймовірність настання такої події є невисокою.

Опціони з подвійним бар'єром особливо популярні на валютних ринках, але також часто використовуються як похідні фінансові інструменти, виставлені на фондові індекси. Теоретично можливим є довільне поєднання бар'єрів і створення різноманітних конструкцій, залежно від потреб покупців. Однак чим складнішим є похідний фінансовий інструмент, тим важче його оцінювати і хеджувати, а це, своєю чергою, стає причиною зниження його ліквідності, тобто інструмент буде складніше продати.

Найпростішими різновидами опціонів з подвійним бар'єром є опціон, що має або два бар'єри входу, або два бар'єри виходу. Такі інструменти називаються „ванільними" або стандартними бар'єрними опціонами (vanilla double barriers) [152, *с. 35*]. До групи цих деривативів зараховуємо:

– *стандартний бар'єрний опціон з подвійним бар'єром та одним ударом* (one-hit vanilla double barriers option) – опціон активізується у момент досягнення ціною (значенням) базового активу одного із бар'єрів (входу чи виходу);

– *стандартний бар'єрний опціон з подвійним бар'єром та двома довільними ударами* (arbitrary-order two-hit vanilla double barriers option) – опціон стає активним, коли будуть досягнуті обидва бар'єри (входу чи виходу), хоча відсутня вимога щодо послідовності того, який бар'єр повинен бути досягнутий першим;

– *стандартний бар'єрний опціон з подвійним бар'єром та двома встановленими ударами* (fixed-order two-hit vanilla double barriers option) – опціон активізується тільки тоді, коли обидва бар'єри (входу чи виходу) будуть досягнуті, причому у заздалегідь встановленій послідовності.

Наступну групу модифікованих бар'єрних опціонів становлять ***опціони з плаваючим бар'єром*** (floating barrier options). На відміну від попередньої групи деривативів, котрі мали фіксований рівень бар'єра протягом усього терміну їхньої дії, існують також похідні інструменти зі змінним бар'єром. Рівень бар'єра може зростати (або знижуватися) з бігом часу або слідувати за певною визначеною змінною (наприклад, за курсом вибраної валюти, за відсотковою ставкою LIBOR), не обов'язково увесь час в одному напрямку. Зрозуміло, що в міру зростання рівня бар'єра, встановленого вище від ціни базового інструменту, стає щоразу важче його досягти. У такій ситуації ціна опціону з бар'єром виходу зростатиме, а опціону з бар'єром входу – знижуватиметься. Якщо ж з бігом часу рівень бар'єра стає щоразу нижчим, то у такому разі ціна опціону з бар'єром виходу знижуватиметься, а опціону з бар'єром входу – підвищуватиметься, оскільки зростає ймовірність досягнення бар'єра.

Для бар'єра, встановленого нижче від актуальної ціни базового активу, ситуація буде цілком протилежною, тобто разом зі зростанням рівня бар'єра підвищується ймовірність його досягнення, а тому ціна опціонів входу зростає, а опціонів виходу – знижується. Натомість у разі постійного зниження рівня бар'єра в наступних проміжках часу щоразу складніше базовому інструменту вдаритися у такий бар'єр, внаслідок чого зростає ціна опціонів виходу, а знижується – опціонів входу, оскільки зменшується ймовірність досягнення ціною базового активу встановленого рівня бар'єра.

Підсумовуючи, можна так описати чотири вищезгадані ситуації та їхній вплив на розмір опціонних премій опціонів з бар'єром входу та опціонів з бар'єром виходу:

1) у разі зростання рівня верхнього бар'єра розмір премії опціону з бар'єром входу зменшується, а опціону з бар'єром виходу – зростає;

2) зниження рівня верхнього бар'єра призводить до зростання премії опціону з бар'єром входу і зменшення премії за опціон з бар'єром виходу;

3) зростання значення нижнього бар'єра стає причиною зростання ціни за опціон з бар'єром входу і зменшення ціни за опціон з бар'єром виходу;

4) у разі зниження значення нижнього бар'єра зменшується ціна опціону з бар'єром входу і зростає ціна опціону з бар'єром виходу.

Бар'єрні ребатні опціони (rebate options) – це такі похідні інструменти, які містять у собі додаткову „примітку (clausula) ребату", яка стосується випадку, коли реалізація опціону не буде можливою з огляду на недосягнення ціною базового інструменту активізаційного бар'єра або досягнення нею дезактивізаційного бар'єра. Бар'єрні опціони з ребатом називають ще опціонами типу „все або нічого" (all-or-nothing barrier options). Слово „ребат" у перекладі означає знижку або компенсацію. Простіше кажучи, це сума, яка виплачується емітентом покупцю опціону (як частина опціонної премії) у разі, якщо здійсниться один із двох описаних вище сценаріїв. Компенсації допомагають нівелювати наслідки досягнення чи недосягнення бар'єра, а тому такі опціони є доволі популярними на багатьох ринках. У загальному вигляді функція ребату має такий вигляд:

$$R = R_0(be^{dt} - 1),$$

де b, d – невід'ємні сталі;

d – темп зростання суми компенсації;

R_0 – сума компенсації;

t – термін дії опціону.

Отже, у момент досягнення базовим інструментом дезактивізаційного бар'єра або у момент закінчення терміну дії опціону, якщо він не буде реалізований (тобто буде „без грошей"), його власник отримає деяку грошову компенсацію. Наявність ребату є причиною того, що ребатні опціони є дорожчими від звичайних опціонів без ребату, які іноді називають опціонами з нульовим ребатом (zero-rebate options). Іншою модифікацією ребатних опціонів є інструменти з відтермінованим ребатом (deffered rebate options).

Залежно від того, де встановлено бар'єр, вище чи нижче від актуальної ціни базового активу на ринку спот, бар'єрні ребатні опціони можуть також називатися:

– опціонами з верхнім ребатом (up rebates options);

– опціонами з нижнім ребатом (down rebates options).

Підсумовуючи, бар'єрні ребатні опціонні контракти поділимо на такі групи:

1) опціонний контракт, згідно з яким передбачається виплата деякої грошової суми, коли бар'єр буде або не буде досягнутий, залежно від того, чи це опціон виходу чи входу. Такими інструментами є бар'єрні опціони типу „готівка або нічого" (cash-or-nothing barrier options);

2) опціонний контракт, за яким передбачається виплата певної кількості базового інструменту, якщо бар'єр не буде досягнутий (в опціонах входу), або буде досягнутий (в опціонах виходу). Представниками цієї категорії похідних інструментів будуть бар'єрні опціони типу „актив або нічого" (asset-or-nothing barrier options);

3) опціонний контракт, згідно з яким буде виплачено деяку грошову суму компенсації:

а) негайно, тобто коли ціна базового інструменту опціону виходу вдариться у бар'єр – ребатні опціони (rebate options або nondeferred rebate options);

б) у момент закінчення терміну дії опціону, якщо протягом терміну його дії був досягнутий (не досягнутий) встановлений в опціоні виходу (входу) бар'єр – опціони з відтермінованим ребатом (deferred rebate options).

У кожній з вищеназваних груп бар'єрних опціонів з компенсацією існують підгрупи. Для прикладу проаналізуємо опціон типу „актив або нічого". Передусім, це можуть бути інструменти входу або виходу. Вони можуть надавати його власнику право на купівлю у емітента або продаж йому певної кількості базового активу. Виплата може передбачатися у випадку, коли бар'єр встановлено нижче або вище від ціни базового інструменту. У зв'язку з вищесказаним опишемо вісім можливих комбінацій таких опціонів:

– ребатні опціони купівлі типу „актив або нічого" з бар'єром виходу внизу (down-and-out asset-or-nothing rebate barrier call options);

– ребатні опціони купівлі типу „актив або нічого" з бар'єром виходу вверху (up-and-out asset-or-nothing rebate barrier call options);

– ребатні опціони купівлі типу „актив або нічого" з бар'єром входу внизу (down-and-in asset-or-nothing rebate barrier call options);

– ребатні опціони купівлі типу „актив або нічого" з бар'єром входу вверху (up-and-in asset-or-nothing rebate barrier call options);

– ребатні опціони продажу типу „актив або нічого" з бар'єром виходу внизу (down-and-out asset-or-nothing rebate barrier put options);

– ребатні опціони продажу типу „актив або нічого" з бар'єром виходу вверху (up-and-out asset-or-nothing rebate barrier put options);

– ребатні опціони продажу типу „актив або нічого" з бар'єром входу внизу (down-and-in asset-or-nothing rebate barrier put options);

– ребатні опціони продажу типу „актив або нічого" з бар'єром входу вверху (up-and-in asset-or-nothing rebate barrier put options).

Розглянуті комбінації опціонів передбачають негайну виплату ребату. Впровадження відтермінованого (відкладеного) ребату дало би нам ще вісім підвидів цих деривативів. Аналогічно можна записати 16 підвидів першого виду ребатних опціонів. Аналіз подано у вигляді табл. 3.3.3.

Таблиця 3.3.3

Види бар'єрних ребатних опціонів типу „готівка або нічого"

Тип опціону купівлі/ продажу	**Тип бар'єра входу/ виходу**	**Місце бар'єра вверху/ внизу**	**Тип ребату негайний/ відкладений**	**Ребатний бар'єрний опціон типу „готівка або нічого" (cash-or-nothing)**
1	2	3	4	5
Купівлі (call)	Входу (in)	Вверху (up)	Негайний (nondeffered)	up-and-in cash-or-nothing nondeffered rebate barrier call option
			Відкладений (deffered)	up-and-in cash-or-nothing deffered rebate barrier call option
		Внизу (down)	Негайний (nondeffered)	down-and-in cash-or-nothing nondeffered rebate barrier call option
			Відкладений (deffered)	down-and-in cash-or-nothing deffered rebate barrier call option
	Виходу (out)	Вверху (up)	Негайний (nondeffered)	up-and-out cash-or-nothing nondeffered rebate barrier call option
			Відкладений (deffered)	up-and-out cash-or-nothing deffered rebate barrier call option
		Внизу (down)	Негайний (nondeffered)	down-and-out cash-or-nothing nondeffered rebate barrier call option
			Відкладений (deffered)	down-and-out cash-or-nothing deffered rebate barrier call option

1	2	3	4	5
Продажу (put)	Входу (in)	Вверху (up)	Негайний (nondeffered)	up-and-in cash-or-nothing nondeffered rebate barrier put option
			Відкладений (deffered)	up-and-in cash-or-nothing deffered rebate barrier put option
		Внизу (down)	Негайний (nondeffered)	down-and-in cash-or-nothing nondeffered rebate barrier put option
			Відкладений (deffered)	down-and-in cash-or-nothing deffered rebate barrier put option
	Виходу (out)	Вверху (up)	Негайний (nondeffered)	up-and-out cash-or-nothing nondeffered rebate barrier put option
			Відкладений (deffered)	up-and-out cash-or-nothing deffered rebate barrier put option
		Внизу (down)	Негайний (nondeffered)	down-and-out cash-or-nothing nondeffered rebate barrier put option
			Відкладений (deffered)	down-and-out cash-or-nothing deffered rebate barrier put option

Ребати є дуже популярними, зважаючи на можливість хибного прогнозу щодо поведінки ціни базового інструменту, внаслідок чого можна неправильно визначити рівень бар'єра. Завдяки встановленню такої компенсації інвестор, який зайняв довгу позицію, отримає наперед визначену суму готівки (або базовий актив) у разі, коли бар'єр буде вдарений (для опціону виходу) або не буде вдарений (для опціону входу). Це дасть йому змогу принаймні частково компенсувати втрати, пов'язані із купівлею опціону. Зрозуміло, що чим вищу суму ребату встановлено, тим дорожчим буде ребатний опціон. Треба зазначити, що теоретично ребати можуть додаватися як додатковий конструкційний елемент до будь-яких опціонів. Однак необхідно пам'ятати, що можливість отримання такої компенсації завжди пов'язана з вищою сумою опціонної премії за таким деривативом.

Ще одним різновидом бар'єрних опціонів є ***зовнішні бар'єрні опціони*** (outside barrier options), які відрізняються від описаних раніше бар'єрних опціонів тим, що передбачають наявність двох базових активів. Один із них виконує функції інструменту, призначеного для вимірювання, а другий – інструменту для виплати компенсації. Опціони такого типу вперше з'явилися у 1993 році. У ролі першого активу виступав бельгійський франк, а другого – акції. У разі вищезгаданого зовнішнього бар'єрного опціону його активізація чи дезактивізація залежатиме від поведінки валютного курсу під час терміну дії опціонного контракту. Натомість компенсація виплачуватиметься в акціях. Треба зазначити, що наявність більше ніж одного базового інструменту автоматично зараховує такі деривативи до класу кореляційних опціонів, характерною рисою яких є необхідність обчислення і урахування у формулах оцінювання цих деривативів коефіцієнта кореляції між базовими інструментами. А тому оцінювання зовнішніх бар'єрних опціонів буде складнішим, ніж оцінювання звичайних бар'єрних опціонів.

Окрім досліджених вище різновидів бар'єрних опціонів, на строковому ринку трапляються ще й інші їхні модифікації, зокрема:

1) азіатські бар'єрні опціони (Asian barrier options);
2) бар'єрні опціони із запізнюючим стартом (forward-start barrier options);
3) ребатні бар'єрні опціони із запізнюючим стартом (rebate forward-start barrier options);
4) примусові бар'єрні опціони із запізнюючим стартом (forced forward-start barrier options);
5) бар'єрні опціони з достроковим закінченням (early-ending barrier options);
6) бар'єрні опціони з вікном (window barrier options);
7) ребатні бар'єрні опціони з вікном (rebate window barrier options);
8) зовнішні азіатські бар'єрні опціони (outside asian barrier options);
9) ребатні коридорні бар'єрні опціони (rebate corridor options);
10) бар'єрні опціони з двома кривими бар'єрами (barrier options with two curved barrier).

Очевидно, що додавання азіатського опціону до бар'єрного розширяє можливості останнього. Внаслідок такого поєднання з'являється ціла група додаткових опціонів, зокрема: геометричні, арифметичні, з середньою ціною, з середнім опціонним курсом, еластичні (з середньозваженим значенням) тощо. Окрім того, усі вони побудовані на основі бар'єрних опціонів, що збільшує кількість можливих варіантів, а саме: опціони входу, виходу, з бар'єром вверху, з бар'єром внизу, типу купівлі, типу продажу тощо. Аналогічно можна проаналізувати можливості решти модифікованих форм бар'єрних опціонів.

Застосування бар'єрних опціонів

Ще одним з важливих різновидів бар'єрних опціонів, з погляду базового інструменту, є опціони, в основу яких покладено валютні курси. Додавання активізаційного або дезактивізаційного бар'єра до стандартного опціону дає змогу знизити його ціну. А це означає, що за умови правильного підбору рівня бар'єра хеджування за допомогою таких деривативів може бути таким самим ефективним, як і для стандартних опціонів, але за нижчої преміальної оплати за бар'єрний опціон. Це стає можливим завдяки тому, що з погляду емітента цього похідного інструменту теоретично існує менша ймовірність виконання бар'єрного опціону, ніж стандартного, оскільки базовий інструмент повинен досягти встановленого рівня, а особа, що зайняла довгу позицію (купила опціон входу), є переконаною, що все-таки досягнення бар'єра є можливим.

Отже, можна стверджувати, що опціонна премія, яку сплачує покупець за придбаний опціонний контракт, є функцією рівня бар'єра. Немає сумнівів, що придбання бар'єрних опціонів може бути дешевшим від придбання стандартних опціонів. Завдяки цьому багаторазово зростає дія фінансового левериджу (ефекту важеля). Наприклад, американський опціон „у грошах" з бар'єром виходу міг би генерувати для його власника важіль близько 10:1 порівняно зі стандартним опціоном, тоді як європейський опціон „у грошах” з бар’єром міг би створити леверидж на рівні 5:1 [175, *с. 25*].

Профіль прибутку для бар’єрних опціонів має аналогічний вигляд, як і для стандартних опціонів. Наприклад, візьмемо опціон з бар’єром входу. Коли він досягає встановленого рівня, то нічим не відрізняється від стандартного опціону, тобто його утримувач може реалізувати контракт за ціною виконання. Натомість у разі бар’єрного опціону з виходом, коли базовий інструмент досягає рівня, опціон перестає існувати, а його власник втрачає сплачену премію, що є аналогічним до стандартного опціонного контракту, коли опціон у момент виконання знаходиться у позиції „без грошей”.

Бар’єрні опціони є одними з найпопулярніших серед інвесторів видів екзотичних опціонів. Якщо ж розглядати опціони загалом як інструменти, які використовуються для страхування різних видів ризику протягом короткого, середнього і довгого проміжку часу, то необхідно відзначити, що на строковому ринку найзначущішими є середньострокові опціони, тобто з терміном дії від 1 до 18 місяців. Популярність саме цих інструментів тісно пов’язана з потребами страхування фірм, а це, своєю чергою, пояснюється тим, що придбання таких активів не загрожує ліквідності фірм, оскільки їх легко збувати. Іншу ситуацію маємо для короткострокових опціонів (до 1 місяця), котрі вважаються ризикованішими, ніж попередні з огляду на те, що їх набувають переважно хеджингові компанії. А отже, попит на них є порівняно високим, але нестабільним, що призводить до коливань ліквідності опціонних контрактів у різні періоди. Аналогічною є ситуація і з довгостроковими опціонами (термін дії понад 18 місяців) у тому сенсі, що прийняття довгої позиції в таких опціонах загрожує ризиком ліквідності. Це випливає з того факту, що протягом довшого проміжку часу можуть значно змінитися макроекономічні показники, що підвищить витрати, пов’язані із хеджуванням [28].

Аналіз ринку деривативів показав, що бар’єрні опціони використовуються, передусім, для управління валютним ризиком експортерів та імпортерів, створенням безвитратних (з нульовими витратами) коридорів, які дають змогу страхуватися від ризику без додаткових витрат. Стратегія безвитратного коридору називається також „циліндром”, у якому можна займати як коротку, так і довгу позицію.

Коротка позиція „у циліндрі” полягає у тому, щоб зайняти довгу позицію в опціоні продажу з низькою ціною виконання і коротку позицію в опціоні купівлі з високою ціною виконання. Циліндр такого типу дає гарантію, що у момент погашення базовий актив буде проданий за ціною з інтервалу, обмеженого цінами виконання придбаного і виставленого опціонів. Натомість довга позиція у циліндрі – це коротка позиція в опціоні продажу з низькою ціною виконання і одночасно довга позиція опціону купівлі з вищою ціною виконання. Така конструкція гарантує придбання базового інструменту за ціною з проміжку, визначеного цінами виконання обох опціонів.

Отже, стратегія безвитратного коридору полягає у купівлі одного опціону і продажу іншого. Найважливішим завданням у цій стратегії є вибір таких цін виконання обох інструментів, щоб заплачена за один з опціонів премія дорівнювала премії, отриманій з продажу другого опціону. Завдяки цьому загальні кошти цієї стратегії будуть дорівнювати нулю. Циліндри застосовуються до групи умовних опціонів, до так званих пакетів опціонів, і найчастіше саме до бар'єрних опціонів.

Як уже згадувалося, в управлінні ризиком і прийнятті опціонних позицій істотну роль відіграє чутливість цін опціонів до змін ринкових умов. Ці залежності описуються параметрами *delta*, *gamma*, *theta*, *rho*, *vega*, які ще називають грецькими коефіцієнтами. Параметр *delta* показує, як зміниться вартість опціону внаслідок зміни ціни інструменту, на який опціон виставлений. Коефіцієнт *gamma* визначає ступінь чутливості дельти до змін ціни базового інструменту. Параметр *theta* свідчить про зміну ціни опціонного контракту залежно від кількості днів, що залишилися до моменту його погашення. Коефіцієнт *rho* інформує про коливання цін опціону залежно від змін безризикової відсоткової ставки. Натомість параметр *vega* визначає, як змінюється ціна опціону залежно від параметра змінності.

Найважливішим серед грецьких коефіцієнтів є параметр *delta*, який обов'язково обчислюється для кожного похідного інструменту. Саме цей коефіцієнт використовується емітентами опціонів у стратегії динамічного хеджування (або дельта-хеджування). Динамічне хеджування застосовується не тільки для стандартних опціонів, але й також для бар'єрних, азіатських та опціонів типу „quanto". Дельта-хеджування (delta hedging) – це купівля або продаж такої кількості базового інструменту, яка зазначена в опціоні, з метою страхування зайнятої позиції на строковому ринку (в опціоні). Іншими словами, щоб зміни ціни опціону компенсувалися результатами зайнятої позиції в базовому активі. У такий спосіб створюється так звана дельта-нейтральна позиція, завдяки якій евентуальні збитки, пов'язані з емісією опціону, будуть покриті прибутком, отриманим у той самий проміжок часу на ринку спот.

На практиці така стратегія ґрунтується на прогнозах змінності, котрі не завжди справджуються, а тому можуть спричинити відхилення від нейтральності портфеля. Часто у такому вигляді хеджування використовується імплікована змінність, котра зазвичай є вищою від реальної змінності. У зв'язку з постійними змінами ринкової ситуації динамічне хеджування вимагає постійного перегляду і перебудови портфеля активів, що пов'язано з додатковими витратами. Тому необхідно порівнювати кошти перебудови портфеля і користь, яку така перебудова може принести. Це означає, що доброю буде не та стратегія, згідно з якою дельта у кожен момент часу буде нейтральною, а та, в якій для кожного похідного інструменту буде застосовуватися оптимальна частота перебудови портфеля, залежно від прогнозів поведінки базового активу.

Як показали дослідження, модифікуючи стандартні форми опціонів, можна створювати нові та ефективніші похідні інструменти. Наприклад, додавання в усіх видах бар'єрних опціонів бар'єра на відповідному рівні дає змогу знизити їхню ціну, а завдяки цьому і витрати на стратегію хеджування за допомогою таких опціонних контрактів. В останні десятиліття ринок похідних фінансових інструментів розвивається доволі динамічно. Причиною цього була можливість їхнього універсального застосування. Основною метою створення таких інструментів було страхування від ризику. У зв'язку з появою нових видів ризику у господарській діяльності з'явилася також і потреба у нових способах його зниження. Це спонукало науковців до створення новіших та складніших функцій виплати за такими деривативами. Якщо існує змінність якогось чинника, то з'являється також і необхідність страхування від неї, а це, своєю чергою, вимагає пристосування деривативу до кожного конкретного випадку. Тому сьогодні на строкових ринках набувають популярності нестандартні види похідних інструментів, зокрема умовні опціони, серед яких найбільше зацікавлення інвесторів викликають бар'єрні опціони. Останнім часом вони стали настільки поширеними, що – це дало змогу поглибити їхній ринок, підвищити ліквідність, а завдяки цьому знизити витрати на страхування від ризику за допомогою цих деривативів.

Підсумовуючи, можна стверджувати, що бар'єрні опціони мають низку переваг, однак їхнє хеджування з боку емітентів є винятково складною справою. У зв'язку з цим емітенти таких деривативів змушені постійно стежити за змінами різних ринкових параметрів, які можуть мати прямий або опосередкований вплив на ціну таких деривативів та використовувати можливості, які дають модифіковані форми опціонних контрактів, у разі зміни стратегії хеджування.

Більшість сучасних фінансово-кредитних інституцій в усьому світі почали утримувати у своїх портфелях похідні фінансові інструменти. Трансакції на строкових ринках вони намагаються застосовувати як з метою страхування наявних активів (хеджування), так і з метою отримання вищих від середнього прибутків (спекуляція). Усі нові розробки у цій галузі такі інституції намагаються негайно освоювати і використовувати для реалізації власних цілей. Отже, можна стверджувати, що ця область і надалі буде розвиватися, отримувати підтримку та викликати зацікавлення з боку потенційних інвесторів строкового ринку.

Бар'єрні опціони є одними із перших екзотичних похідних інструментів, які з'явилися на ринку, після впровадження в обіг стандартних опціонів. Найпопулярнішими серед них є інструменти, виставлені на валютні курси. Бар'єрні опціони, які і їхні класичні аналоги, можуть використовуватися для побудови стратегій хеджування трансакцій як на фінансовому ринку, так і на інших ринках. Характерною їхньою рисою є нижча, порівняно зі стандартними опціонами, ймовірність виконання, але також і нижча ціна їхнього продажу, що інвестори трактують як перевагу цих деривативів. Бар'єрні опціони можуть також використовуватися інвесторами фінансового ринку для реалізації їхніх планів щодо отримання доходів, вищих від середніх на ринку, тобто зі спекулятивною метою. При добрій орієнтації на строковому ринку, у сенсі можливостей похідних фінансових інструментів, доброму програмному і математичному забезпеченні, а також постійному моніторингу змін, що відбуваються на ринку та у його оточенні, досягнення цієї мети є цілком можливим.

Отже, можна вважати, що бар'єрні опціони як один із різновидів екзотичних опціонів мають майбутнє. Вони можуть стати привабливими інструментами хеджування для широкого кола інвесторів фінансового ринку, якими є комерційні банки, інвестиційні фонди, довірчі товариства, страхові компанії, пенсійні фонди, інші юридичні та фізичні особи [55]. А це означає, що дослідження у цій сфері можуть зацікавити широке коло інвесторів. З іншого боку, чим більше таких інструментів обертається на строковому ринку, тим меншим спредом і вищою ліквідністю вони характеризуються, що сприяє розвитку ринку деривативів.

3.4. Моделі зворотних опціонів

Зворотні опціони були створені у 1979 році трьома вченими-теоретиками – Б. Гольдманом (Barry Goldman), Г. Сосіним (Howard Sosin) і М.А. Гато (Mary Ann Gato) [126]. До того часу вони не існували. Творці цих інструментів поставили собі за мету здійснити одвічні мрії інвесторів щодо купівлі за низькими цінами і продажу за високими цінами. Щоб зробити можливою купівлю „дешево" і продаж „дорого", ціна виконання опціону повинна встановлюватися у момент його погашення, бо саме тоді власник опціону може переглянути усі котирування базового інструменту протягом терміну дії опціону і вибрати ту ціну виконання, яка буде для нього найвигіднішою. Отже, дохід зі зворотного опціону залежить не тільки від ціни базового інструменту у момент погашення опціону, але й також від траєкторії цієї ціни упродовж терміну дії опціону [31]. А тому ці деривативи зараховують до групи умовних опціонів.

Стаття Гольдмана, Сосіна і Гато [126] викликала доволі бурхливі дискусії серед спеціалістів, які займаються ринком похідних трансакцій. Багато з них стверджувало, що зворотні опціони не знайдуть застосування на практиці і залишаться тільки теоретичною розробкою. Однак реалії життя показали, що протягом наступних двох років цей інструмент був успішно впроваджений на ринок і використовувався інвесторами не тільки з метою спекуляції, але й для побудови стратегій хеджування. Перші в історії зворотні опціони були впроваджені в обіг фірмою Macotta Metals Corporation of New York 16 травня 1982 року. Це були похідні інструменти типу купівлі і продажу, в основу яких були покладені ціни золота, срібла або платини [143]. Сьогодні перелік базових активів таких опціонів значно розширився.

Зворотні опціони (lookback options) – це похідні інструменти, які надають їхньому власникові (покупцю) право на отримання, у момент закінчення (протягом) дії опціону, від емітента цих інструментів платежу, розмір якого залежить від мінімуму або максимуму ціни базового інструменту, досягнутого ним до моменту реалізації опціонного контракту, у межах терміну його дії. Це означає, що покупець може реалізувати своє право на купівлю (опціон типу call) у емітента або продаж (опціон типу put) йому деякої кількості базового інструменту у наперед визначений час за найвигіднішою ціною із заданого проміжку часу. Зворотні опціони, аналогічно до своїх стандартних аналогів, можуть передбачати європейський або американський стиль виконання. У першому випадку опціон може бути реалізований на вимогу його утримувача лише у день закінчення терміну його дії. Натомість у другому випадку таке право надається утримувачу опціону у будь-який день у межах терміну дії опціону. Отже, виплата за зворотними опціонами залежить від мінімальної або максимальної ціни, якої досягне базовий інструмент до моменту його реалізації.

Функція виплати за стандартним опціонним контрактом залежить від актуальної ринкової ціни базового активу на ринку спот та ціни виконання опціону. Натомість функція виплати за зворотними опціонами є складнішою. Для зворотних опціонів функція виплати може залежати як від ринкової ціни базового активу або ціни виконання, так і від максимального або мінімального рівня ціни базового активу, досягнутого протягом терміну дії опціону. Звідси випливає, що зворотні опціони дають змогу дешево купити або дорого продати базовий інструмент, оскільки ціна виконання зворотного опціону визначається у момент його реалізації. А це означає, що інвестор, який зайняв довгу позицію у цій трансакції, отримає найвищий із можливих прибуток. Отже, дохід за зворотними опціонами залежить не тільки від курсу базового інструменту у момент реалізації опціону, як це відбувається у стандартних опціонних контрактах, але й також від траєкторії ціни базового активу упродовж життя опціону.

В останні роки відбулося значне зростання кількості таких інструментів, що позитивно відобразилося на їхній ліквідності та на обсягах обороту. А це, своєю чергою, призвело до зменшення спредів (різниці між ціною купівлі та продажу) цих деривативів.

Наведемо порівняльний аналіз зворотних опціонів із стандартними опціонами. У разі стандартного американського опціону, котрий можна виконати у будь-який момент часу аж до дня його погашення, інвестор з довгою позицією не має певності чи, реалізовуючи опціон достроково, він отримає максимальну суму виплати. Переконатися у цьому він зможе лише після погашення опціону. Натомість у разі стандартного європейського опціону, коли покупець може його реалізувати тільки у момент закінчення терміну дії, ймовірність того, що це буде найвищий прибуток, є низькою, причому набагато нижчою, ніж для стандартного американського опціону чи зворотного опціону [84]. Це підтверджує перевагу зворотних екзотичних опціонів над стандартними опціонами. Зворотні опціони мінімізують втрати інвесторів. Вони інвестиційно привабливі завдяки тому, що завжди безпосередньо реагують на усі зміни, що відбуваються на ринку, і дають інвесторам змогу отримувати вигоду від очікуваних ринкових змін, не знаючи точних їхніх термінів. З іншого боку, такі опціони забезпечують психологічний комфорт їх власникам, мінімізуючи втрати.

Як показали виконані нами дослідження, на строковому ринку трапляються декілька видів зворотних опціонів, зокрема опціони з плаваючою ціною виконання, опціони з фіксованою ціною виконання, часткові зворотні опціони, американські зворотні опціони тощо. Зворотні опціони з фіксованою ціною виконання є схожими до класичних опціонів, в яких спотова ціна базового активу у момент погашення опціону замінюється на екстремальне (мінімальне або максимальне) значення, якого досягне ціна базового активу під час життя опціону. Ціна виконання, узгоджена між сторонами під час укладання опціонного контракту, залишається незмінною. У разі зворотних опціонів з плаваючою ціною виконання курс виконання заміняємо на одне з екстремальних значень ціни базового інструменту, досягнуте ним протягом життя опціону. Опціони з плаваючою ціною виконання є насправді „беззбитковими” опціонами, через те, що вони приносять найбільш можливий дохід для кожного типу опціонів (купівлі або продажу). Тобто ці деривативи дають можливість найдешевше купити або найдорожче продати базовий актив, у такий спосіб мінімізуючи витрати. Однак їхнім недоліком є висока опціонна премія.

Окрім звичайних зворотних опціонів, на строковому ринку можна зустріти цілу низку їхніх модифікацій. Такі інструменти утворюються додаванням певних структурних елементів та умов до звичайних зворотних опціонів. Наприклад, поєднуючи властивості зворотних опціонів з фіксованою та плаваючою ціною виконання, були створені нові похідні інструменти, які назвали *опціонами максимального прибутку* (high-low options). Функція доходу такого опціону дорівнюватиме різниці між максимальною і мінімальною ціною базового інструменту протягом терміну дії опціону, тобто

$$payoff = \max(S_0, S_1, S_2, ..., S_T) - \min(S_0, S_1, S_2, ..., S_T),$$

де S_i – ціна базового інструменту у i-й момент часу, причому $i = 0,1,2,...,T$;

T – термін дії опціону.

Оскільки потенціальна виплата для покупця такого опціону є дуже високою, то і ціна опціону максимального прибутку буде високою, що значною мірою обмежує зацікавленість інвесторів у таких деривативах. Зазначимо, що не існує різниці між опціоном максимального прибутку типу купівлі і типу продажу, оскільки функції кінцевого платежу для них будуть ідентичними.

Зворотні опціони часто використовуються як конструкційні елементи *складених* екзотичних опціонів. Найпопулярнішою серед них є комбінація характерних рис зворотних і бар'єрних опціонів. Таке поєднання дає змогу позбутися основного недоліку зворотних опціонів, яким із погляду покупців таких інструментів є висока опціонна премія. Вводячи бар'єр до зворотного опціону, можна знизити ймовірність його виконання, а тим самим і опціонну премію такого деривативу.

Іншим способом зниження премії зворотного опціонного контракту є обмеження часу моніторингу курсу базового інструменту у межах терміну дії опціону. Це може бути, наприклад, перший і третій тиждень місячного опціону. Покупець такого модифікованого зворотного опціону купівлі (або продажу) має право придбати (або продати) базовий інструмент за найкращою ціною, зареєстрованою саме під час моніторингу, а не протягом усього періоду життя опціону. Очевидно, що це зменшує ймовірність досягнення особливо вигідної ціни, внаслідок чого зменшується сума потенційного платежу за таким деривативом, але, з іншого боку, знижується також і опціонна премія. Описані похідні інструменти називають *частковими* зворотними опціонами (partial lookback options, fractional lookback options або reset options).

Однією з останніх модифікацій зворотних опціонів є так звані *часткові зворотні опціони другого типу* (partial lookback options type two). На відміну від звичайних часткових зворотних опціонів, змінюється не спосіб моніторингу ціни первинного активу, а функція виплати. Обчислюючи розмір платежу за таким опціоном, враховують лише певну частку від встановленого ціною базового активу максимуму або мінімуму протягом існування опціону. У такому разі дохід буде нижчим, ніж дохід за звичайним зворотним опціоном. Наприклад, функцію кінцевого платежу для часткового зворотного опціону другого типу можна подати так:

– для опціону купівлі з плаваючою ціною виконання:

$$\max[0, S_T - h_1 \min(S_0, S_1, S_2, ..., S_T)];$$

– для опціону продажу з плаваючою ціною виконання:

$$\max[0, h_2 \max(S_0, S_1, S_2, ..., S_T) - S_T];$$

– для опціону купівлі з фіксованою ціною виконання:

$$\max[0, h_2 \max(S_0, S_1, S_2, ..., S_T) - K];$$

– для опціону продажу з фіксованою ціною виконання:

$$\max[0, K - h_1 \min(S_0, S_1, S_2, ..., S_T)],$$

де K – ціна виконання; h_1 і h_2 – сталі параметри, причому $h_1 > 1$, $0 < h_2 < 1$.

Введення параметрів h_1 і h_2 зменшує суму виплати для власника опціону. Якщо значення цих параметрів будуть значно відрізнятися від 1.00 (наприклад, 1.30 та 0.75), то істотно знизиться ймовірність виконання таких деривативів, що відобразиться на значному зниженні їхньої премії. У ситуації, коли h_1 і h_2 матимуть значення близькі до 1.00 (наприклад, 1.03 та 0.97), то ймовірність виконання таких опціонів незначно зменшиться, а, отже, і зниження їхньої премії буде неістотним. Якщо припустити, що $h_1 = h_2 = 1.00$, то подані формули будуть описувати повні зворотні опціони з плаваючою та фіксованою ціною виконання відповідно. Як уже згадувалося, часткові зворотні опціони приносять нижчий дохід і характеризуються нижчою премією. Причому чим вище значення параметра h_1 і нижче – параметра h_2, тим нижчою буде дохідність цих інструментів і нижчою їхня опціонна премія.

Аналіз ринку деривативів показав, що більшість зворотних опціонів, які є в обігу, становлять опціони європейського стилю виконання. Це означає, що остаточний розрахунок між утримувачем опціону та його емітентом відбувається в останній день терміну існування опціону. Однак на ринку також трапляються зворотні опціони американського стилю виконання, коли їхня реалізація є можливою на вимогу утримувача опціону у будь-який момент часу у межах терміну дії опціону, тобто достроково. У таких похідних інструментах під час розрахунку суми кінцевого платежу враховується екстремальне значення ціни базового активу, якої він досяг, починаючи від початкового моменту життя опціону до моменту розрахунку за ним. У такому разі інвестор реалізує своє право, яке йому належить за цим опціоном, ще до моменту його погашення. Це відбувається зазвичай тоді, коли власник опціону переконаний, що досягнутий екстремум ціни базового інструменту більше не повториться протягом існування опціону і вважає цей момент найкращим для розрахунку. Окрім того, інвестор намагається якомога швидше отримати належну йому суму платежу, оскільки відомо, що сьогоднішня вартість грошей є вищою від майбутньої їхньої вартості. Така додаткова еластичність американських зворотних опціонів щодо можливості вибору моменту їхнього виконання є доволі привабливою для потенційних покупців, однак стає причиною вищої премії цих опціонів, ніж премія, яку платять інвестори за європейський зворотний опціон. На жаль, дуже складно вивести формули для обчислення вартості американських зворотних опціонів, а найпридатнішою для цього може бути біноміальна модель.

Першими розглядали зворотні опціони європейського стилю виконання Ґолдман, Сосін і Ґатто [126], які розглядали їх у декількох наукових працях. Ґарман (Garman) у 1989 році розширив застосування цих інструментів на інший базовий актив, а саме на іноземні валюти, і досліджував можливості практичного застосування валютних зворотних опціонів. Конзе і Вісуанатан [97] аналізували зворотні опціони європейського та американського стилю виконання, зокрема часткові зворотні опціони. Вони також поєднали свої дослідження з дослідженнями Мертона [167], які стосувалися опціонів з бар'єром виходу внизу (down-and-out barrier options). Пізніше Гейнен і Кет [135] аналізували часткові зворотні опціони з різними типами моніторингу ціни базового інструменту.

Проаналізуємо повні зворотні опціони європейського стилю виконання з плаваючою та фіксованою ціною виконання, а також часткові зворотні опціони. Як уже згадувалося, залежно від того, який з елементів у формулі для визначення кінцевого платежу стандартного опціону, ціну базового інструменту на момент реалізації опціону чи ціну його виконання, замінимо на екстремальне значення, розрізняємо два види зворотних опціонів: зворотні опціони з фіксованою ціною виконання (fixed-strike lookback options) та зворотні опціони з плаваючою ціною виконання (floating-strike lookback options). Отже, залежно від ціни виконання та типу опціону (купівлі чи продажу), зворотні опціони можна поділити на такі різновиди:

- зворотні опціони купівлі з фіксованою ціною виконання (fixed strike call lookback options);
- зворотні опціони продажу з фіксованою ціною виконання (fixed strike put lookback options);
- зворотні опціони купівлі з плаваючою ціною виконання (floating strike call lookback options);
- зворотні опціони продажу з плаваючою ціною виконання (floating strike put lookback options).

Розглянемо повні зворотні опціони європейського стилю виконання з плаваючою та фіксованою ціною виконання, а також часткові зворотні опціони, у межах припущень моделі Блека–Шоулса, тобто при фіксованій дохідності базового активу та при стохастичній дохідності базового активу. Моделі оцінювання зворотних опціонних контрактів описано також в [34].

Зворотні опціони з плаваючою ціною виконання

Ґолдман, Сосін і Ґатто [126] досліджували способи хеджування та визначення ціни зворотних опціонних контрактів з плаваючою ціною виконання, яка набувала максимального або мінімального значення ціни базового активу, залежно від типу опціону (купівлі чи продажу). Вони показали, що опціони продажу на максимум ($P_{\max}$) та опціони купівлі на мінімум ($C_{\min}$) можуть бути досконалими інструментами для цілей хеджування, і вивели явну формулу для визначення цін цих деривативів, без урахування дохідності базового активу. Аналогічні дослідження також здійснили Конзе і Вісуанатан [97]. Узагальнимо ці результати, впроваджуючи додатково стрибкоподібну функцію доходу за базовим інструментом.

Якщо припустити, що ціна базового активу є розподіленою так само, як у моделі Блека–Шоулса, зі ставкою дохідності базового активу g, то функцію виплати ***зворотного опціону*** європейського стилю реалізації можна записати у вигляді:

– для опціонів з правом купівлі (на мінімум)

$$pyaoff_{call} = \max\left[S(t^*) - m_t^{t^*}, 0\right] = S(t^*) - m_t^{t^*}; \qquad (3.4.1)$$

– для опціонів з правом продажу (на максимум)

$$payoff_{put} = \max\left[M_t^{t^*} - S(t^*), 0\right] = M_t^{t^*} - S(t^*), \qquad (3.4.2)$$

де t – поточний (теперішній) час;

t^* – термін погашення опціону;

$S(t^*)$ – ринкова ціна базового активу на момент погашення опціону;

$m_t^{t^*}$ – мінімальна ціна (значення) базового активу у період від t до t^*;

$M_t^{t^*}$ – максимальна ціна (значення) базового активу у період від t до t^*.

Порівнюючи функції виплати (3.4.1) і (3.4.2) з функціями виплати стандартного європейського опціону, можна зауважити, що фіксовану ціну виконання стандартного опціону замінено на змінне екстремальне значення ціни базового активу. Функції виплати (3.4.1) і (3.4.2) є найбільш можливим доходом з усіх опціонів купівлі та продажу, в основу яких покладено статистичні дані цін (значень) базових активів, у межах терміну дії опціону. Отже, зворотні опціони з плаваючою ціною виконання є насправді „беззбитковими" опціонами.

Ціну ***зворотного опціону з плаваючою ціною виконання типу <u>купівлі</u>***, європейського стилю реалізації, для стрибкоподібної функції доходу за базовим інструментом можемо обчислити на підставі таких формул:

$$\pi_{\lambda,Y}\left(C_{0,\min}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[C_{0,\min}\left(SY_n e^{-\lambda\zeta\tau}, \tau, r, \sigma\right)\right],$$

$$C_{0,\min}(W,\tau,r,\sigma)=C_{0,bs}\left(W,m_{\tau 1}^{0}\right)+$$

$$+\frac{W\sigma^{2}}{2r}\left\{-N\left[-d_{0,bs1}\left(W,m_{\tau 1}^{0}\right)\right]+\left(\frac{W}{m_{\tau 1}^{0}}\right)^{-\frac{2r}{\sigma^{2}}}N\left[d_{0,bs}\left(m_{\tau 1}^{0},W\right)\right]\right\},$$

$$C_{0,bs}\left(W,m_{\tau 1}^{0}\right)=WN\left[d_{0,bs1}\left(W,m_{\tau 1}^{0}\right)\right]-m_{\tau 1}^{0}e^{-r\tau}N\left[d_{0,bs}\left(W,m_{\tau 1}^{0}\right)\right],$$

$$d_{0,bs}\left(m_{\tau 1}^{0},W\right)=\frac{\ln\left(m_{\tau 1}^{0}/W\right)+\left(r-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},\ d_{0,bs}\left(W,m_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(W/m_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs1}\left(W,m_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(W/m_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau},$$

де r – відсоткова ставка без ризику;

σ – змінність ціни (значення) базового інструменту;

τ – термін до погашення опціону, причому $\tau=t^{*}-t$;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної;

$m_{\tau 1}^{0}$ – актуальне мінімальне значення ціни базового активу з проміжку часу від $\tau 1$ дотепер (з минулого періоду), яке залежить від тривалості періоду спостереження за ціною базового активу у минулому.

Натомість ціну аналогічного опціону з правом купівлі базового інструменту, дохідність якого є фіксованою величиною, яка відрізняється від безризикової відсоткової ставки (тобто $r\neq g$), можна обчислити за допомогою таких формул:

$$C_{\min}=C_{bs}\left(S,m_{\tau 1}^{0}\right)+$$

$$+\frac{S\sigma^{2}}{2(r-g)}\left\{-e^{-r\tau}N\left[-d_{bs1}\left(S,m_{\tau 1}^{0}\right)\right]+e^{-g\tau}\left(\frac{S}{m_{\tau 1}^{0}}\right)^{-\frac{2(r-g)}{\sigma^{2}}}N\left[d_{bs}\left(m_{\tau 1}^{0},S\right)\right]\right\},\quad(3.4.3)$$

$$C_{bs}\left(S,m_{\tau 1}^{0}\right)=Se^{-g\tau}N\left[d_{bs1}\left(S,m_{\tau 1}^{0}\right)\right]-m_{\tau 1}^{0}e^{-r\tau}N\left[d_{bs}\left(S,m_{\tau 1}^{0}\right)\right],$$

$$d_{bs}\left(m_{\tau 1}^{0},S\right)=\frac{\ln\left(m_{\tau 1}^{0}/S\right)+\left(r-g-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs}\left(S,m_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(S/m_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs1}\left(S,m_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(S/m_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau},$$

де g – фіксована ставка доходу базового інструменту;

$C_{bs}\left(S, m_{\tau 1}^{0}\right)$ – уточнена формула оцінювання стандартних європейських опціонів купівлі Блека–Шоулса, з ціною виконання $K = m_{\tau 1}^{0}$.

Якщо $\tau 1 = 0$, то актуальне мінімальне значення ціни базового активу дорівнюватиме його спотовій ціні, тобто $m_{\tau 1}^{0} = m_{0}^{0} = S$. Чим довшим буде період, з якого вибиратимуть ціни базового активу для обчислення мінімального значення, тим меншим може бути це значення. Формула (3.4.3) також показує, що ціна зворотного опціону купівлі є завжди вищою від ціни стандартного опціону купівлі. Однак цю формулу не можна використати для обчислення ціни зворотного опціону з плаваючою ціною виконання, коли відсоткова ставка без ризику дорівнює ставці доходу за базовим інструментом, тобто $r = g$. Проблема полягає у тому, що у другому доданку формули (3.4.3) з'являється операція ділення на нуль. Тому, якщо $r = g$, ціна ***зворотного опціону з плаваючою ціною виконання типу <u>купівлі</u>*** європейського стилю реалізації обчислюється на підставі іншого виразу, а саме:

$$C_{\min} = C_{bs}\left(S, m_{\tau 1}^{0}\right) + \frac{\sigma}{\sqrt{\tau}} S e^{-r\tau} f\left[d_{bs1}\left(S, m_{\tau 1}^{0}\right)\right], \tag{3.4.4}$$

де $f(.)$ – функція густини для стандартного нормального розподілу.

А тепер дослідимо спосіб визначення ціни ***зворотного опціону з плаваючою ціною виконання типу <u>продажу</u>***, європейського стилю реалізації, для стрибкоподібної функції доходу за базовим інструментом. Розмір опціонної премії для такого деривативу обчислюємо за такими формулами:

$$\pi_{\lambda, Y}\left(P_{0,\max}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^{n}}{n!} E_{n}\left[P_{0,\max}\left(S Y_{n} e^{\lambda\xi\tau}, \tau, r, \sigma\right)\right],$$

$$P_{0,\max}(W, \tau, r, \sigma) = P_{0,bs}\left(W, M_{\tau 1}^{0}\right) +$$

$$+ \frac{W\sigma^{2}}{2r}\left\{N\left[d_{0,bs1}\left(W, M_{\tau 1}^{0}\right)\right] - e^{-r\tau}\left(\frac{W}{M_{\tau 1}^{0}}\right)^{-\frac{2r}{\sigma^{2}}} N\left[-d_{0,bs}\left(M_{\tau 1}^{0}, W\right)\right]\right\},$$

$$P_{0,bs}\left(W, M_{\tau 1}^{0}\right) = M_{\tau 1}^{0} e^{-r\tau} N\left[-d_{0,bs}\left(W, M_{\tau 1}^{0}\right)\right] - W N\left[-d_{0,bs1}\left(W, M_{\tau 1}^{0}\right)\right],$$

$$d_{0,bs}\left(M_{\tau 1}^{0}, W\right) = \frac{\ln\left(M_{\tau 1}^{0}/W\right) + \left(r - \sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs}\left(W, M_{\tau 1}^{0}\right) = \frac{\ln\left(W/M_{\tau 1}^{0}\right) + \left(r - \sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs1}\left(W, M_{\tau 1}^{0}\right) = \frac{\ln\left(W/M_{\tau 1}^{0}\right) + \left(r - \sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} + \sigma\sqrt{\tau}.$$

Натомість розмір опціонної премії аналогічного опціону, виставленого на базовий інструмент, який характеризується фіксованою ставкою доходу, що відрізняється від відсоткової ставки без ризику (тобто $r \neq g$), обчислюємо за іншими формулами, а саме:

$$P_{\max} = P_{bs}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right) +$$

$$+\frac{S\sigma^2}{2(r-g)}\left\{e^{-g\tau}N\left[d_{bs1}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right)\right]-e^{-r\tau}\left(\frac{S}{M_{\tau 1}^{0}}\right)^{-\frac{2(r-g)}{\sigma^2}}N\left[-d_{bs}\left(M_{\tau 1}^{0}, S\right)\right]\right\},$$

$$P_{bs}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right)=M_{\tau 1}^{0}e^{-r\tau}N\left[-d_{bs}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right)\right]-Se^{-g\tau}N\left[-d_{bs1}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right)\right],$$

$$d_{bs}\left(M_{\tau 1}^{0}, S\right)=\frac{\ln\left(M_{\tau 1}^{0}/S\right)+\left(r-g-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(S/M_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs1}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(S/M_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau}, \qquad (3.4.5)$$

де $P_{bs}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right)$ – уточнена формула Блека–Шоулса для оцінювання стандартних європейських опціонів продажу, з ціною виконання $K = M_{\tau 1}^{0}$;

$M_{\tau 1}^{0}$ – актуальне максимальне значення ціни базового активу з проміжку часу від $\tau 1$ дотепер.

Однак цю формулу не можна використати, коли $r = g$. У такому разі для визначення ціни ***зворотного опціону з плаваючою ціною виконання типу продажу***, європейського стилю реалізації, застосовується інша формула, а саме:

$$P_{\max} = P_{bs}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right)+\frac{\sigma}{\sqrt{\tau}}Se^{-r\tau}f\left[d_{bs1}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right)\right]. \qquad (3.4.6)$$

Зворотні опціони з фіксованою ціною виконання

На відміну від опціонів з плаваючою ціною виконання, в яких у функції кінцевої виплати ціна виконання є змінною величиною, в опціонах з фіксованою ціною виконання змінною величиною є „спотова" ціна базового активу на момент погашення опціону, а ціна виконання залишається фіксованою. Це означає, що замість ціни спот у формулу розрахунку кінцевої виплати за зворотним опціоном підставляється максимальна (для опціону купівлі) або мінімальна (для опціону продажу) ціна базового активу протягом терміну дії опціону до моменту його реалізації. Математично функцію виплати ***зворотного опціону з фіксованою ціною виконання,*** європейського стилю реалізації, можна записати у вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \max\left[M_t^{t^*} - K, 0\right];$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \max\left[K - m_t^{t^*}, 0\right],$$

де K – ціна виконання опціону;

$M_t^{t^*}$ – максимальне значення ціни базового активу у проміжку від t до t^*;

$m_t^{t^*}$ – мінімальне значення ціни базового активу з проміжку часу від t до t^*.

Ціну *європейського зворотного опціону купівлі з фіксованою ціною виконання* для стрибкоподібної функції доходу за базовим інструментом можна обчислити на підставі таких формул:

$$\pi_{\lambda,Y}\left(C_{0,\max}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[C_{0,\max}\left(SY_n e^{-\lambda\zeta\tau}, K, \tau, r, \sigma\right)\right],$$

причому якщо ціну виконання встановлено:

- вище від максимальної ціни базового інструменту, тобто $K \geq M_{\tau 1}^{0}$:

$$C_{0,\max}(W, K, \tau, r, \sigma) = C_{0,bs}(W, K) +$$

$$+\frac{W\sigma^2}{2r}\left\{N\left[d_{0,bs1}(W,K)\right] - e^{-r\tau}\left(\frac{W}{K}\right)^{-\frac{2r}{\sigma^2}} N\left[-d_{0,bs}(K,W)\right]\right\}, \quad (3.4.7)$$

$$C_{0,bs}(W,K) = WN\left[d_{0,bs1}(W,K)\right] - Ke^{-r\tau}N\left[d_{0,bs}(W,K)\right],$$

$$d_{0,bs}(K,W) = \frac{\ln(K/W) + \left(r - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \; d_{0,bs}(W,K) = \frac{\ln(W/K) + \left(r - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs1}(W,K) = \frac{\ln(W/K) + \left(r - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} + \sigma\sqrt{\tau};$$

- нижче від максимальної ціни базового інструменту, тобто $K < M_{\tau 1}^{0}$:

$$C_{0,\max}(W, K, \tau, r, \sigma) = e^{-r\tau}\left(M_{\tau 1}^{0} - K\right) + C_{0,bs}\left(W, M_{\tau 1}^{0}\right) +$$

$$+\frac{W\sigma^2}{2r}\left\{N\left[d_{0,bs1}\left(W, M_{\tau 1}^{0}\right)\right] - e^{-r\tau}\left(\frac{W}{M_{\tau 1}^{0}}\right)^{-\frac{2r}{\sigma^2}} N\left[-d_{0,bs}\left(M_{\tau 1}^{0}, W\right)\right]\right\}, \quad (3.4.8)$$

$$C_{0,bs}\left(W, M_{\tau 1}^0\right) = WN\left[d_{0,bs1}\left(W, M_{\tau 1}^0\right)\right] - M_{\tau 1}^0 e^{-r\tau} N\left[d_{0,bs}\left(W, M_{\tau 1}^0\right)\right],$$

$$d_{0,bs}\left(M_{\tau 1}^0, W\right) = \frac{\ln\left(M_{\tau 1}^0 / W\right) + \left(r - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs}\left(W, M_{\tau 1}^0\right) = \frac{\ln\left(W / M_{\tau 1}^0\right) + \left(r - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs1}\left(W, M_{\tau 1}^0\right) = \frac{\ln\left(W / M_{\tau 1}^0\right) + \left(r - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} + \sigma\sqrt{\tau}.$$

Натомість для фіксованої дохідності базового активу, якщо відсоткова ставка без ризику відрізняється від ставки доходу за базовим інструментом (тобто $r \neq g$), формули оцінювання аналогічного опціону набудуть такого вигляду:

- якщо ціну виконання встановлено вище від максимальної ціни базового інструменту, тобто $K \geq M_{\tau 1}^0$:

$$C_{\max} = C_{bs}(S, K) + \frac{S\sigma^2}{2(r-g)}\left\{e^{-g\tau} N\left[d_{bs1}(S, K)\right] - e^{-r\tau}\left(\frac{S}{K}\right)^{-\frac{2(r-g)}{\sigma^2}} N\left[-d_{bs}(K, S)\right]\right\},$$

$$C_{bs}(S, K) = Se^{-g\tau} N\left[d_{bs1}(S, K)\right] - Ke^{-r\tau} N\left[d_{bs}(S, K)\right],$$

$$d_{bs}(K, S) = \frac{\ln(K/S) + \left(r - g - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},\ d_{bs}(S, K) = \frac{\ln(S/K) + \left(r - g - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs1}(S, K) = \frac{\ln(S/K) + \left(r - g - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} + \sigma\sqrt{\tau},$$

де $C_{bs}(S, K)$ – уточнена формула Блека–Шоулса для оцінювання стандартних європейських опціонів типу купівлі, з ціною виконання K та ціною спот базового активу S;

- якщо ціну виконання встановлено нижче від максимальної ціни базового інструменту, тобто $K < M_{\tau 1}^0$:

$$C_{\max} = e^{-r\tau}\left(M_{\tau 1}^0 - K\right) + C_{bs}\left(S, M_{\tau 1}^0\right) +$$

$$\frac{S\sigma^2}{2(r-g)}\left\{e^{-g\tau} N\left[d_{bs1}\left(S, M_{\tau 1}^0\right)\right] - e^{-r\tau}\left(\frac{S}{M_{\tau 1}^0}\right)^{-\frac{2(r-g)}{\sigma^2}} N\left[-d_{bs}\left(M_{\tau 1}^0, S\right)\right]\right\},$$

$$C_{bs}\left(S, M_{\tau 1}^0\right) = Se^{-g\tau} N\left[d_{bs1}\left(S, M_{\tau 1}^0\right)\right] - M_{\tau 1}^0 e^{-r\tau} N\left[d_{bs}\left(S, M_{\tau 1}^0\right)\right],$$

$$d_{bs}\left(M_{\tau 1}^0, S\right) = \frac{\ln\left(M_{\tau 1}^0 / S\right) + \left(r - g - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(S/M_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs1}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(S/M_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau},$$

де $C_{bs}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right)$ – уточнена формула Блека–Шоулса для оцінювання стандартних європейських опціонів типу купівлі, з ціною виконання $K = M_{\tau 1}^{0}$ та спотовою ціною базового активу S.

Якщо відсоткова ставка без ризику і ставка доходу базового інструменту рівні між собою (тобто $r = g$), теж можна отримати дві формули для обчислення ціни європейського зворотного опціону купівлі з фіксованою ціною виконання:

- якщо ціну виконання встановлено вище від максимальної ціни базового інструменту, тобто $K \geq M_{\tau 1}^{0}$:

$$C_{\max} = C_{bs}(S, K) + \frac{\sigma}{\sqrt{\tau}} S e^{-r\tau} f\left[d_{bs1}(S, K)\right]; \tag{3.4.9}$$

- якщо ціну виконання встановлено нижче від максимальної ціни базового інструменту, тобто $K < M_{\tau 1}^{0}$:

$$C_{\max} = e^{-r\tau}\left(M_{\tau 1}^{0} - K\right) + C_{bs}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right) + \frac{\sigma}{\sqrt{\tau}} S e^{-r\tau} f\left[d_{bs1}\left(S, M_{\tau 1}^{0}\right)\right]. \tag{3.4.10}$$

Ціну *європейського зворотного опціону з фіксованою ціною виконання з правом продажу* базового активу, дохід якого описується стрибкоподібною розривною функцією, можемо визначити на підставі таких формул:

$$\pi_{\lambda,Y}\left(P_{0,\min}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^{n}}{n!} E_{n}\left[P_{0,\min}\left(SY_{n}e^{\lambda\xi\tau}, K, \tau, r, \sigma\right)\right],$$

причому для випадку, коли ціну виконання встановлено:

- нижче від мінімальної ціни базового інструменту, тобто $K < m_{\tau 1}^{0}$:

$$P_{0,\min}(W, K, \tau, r, \sigma) = P_{0,bs}(W, K) +$$

$$+\frac{W\sigma^{2}}{2r}\left\{-N\left[-d_{0,bs1}(W, K)\right] + e^{-r\tau}\left(\frac{W}{K}\right)^{-\frac{2r}{\sigma^{2}}} N\left[d_{0,bs}(K, W)\right]\right\}, \tag{3.4.11}$$

$$P_{0,bs}(W, K) = Ke^{-r\tau} N\left[-d_{0,bs}(W, K)\right] - SN\left[-d_{0,bs1}(W, K)\right],$$

$$d_{0,bs}(K,W)=\frac{\ln(K/W)+(r-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},\ d_{0,bs}(W,K)=\frac{\ln(W/K)+(r-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs1}(W,K)=\frac{\ln(W/K)+(r-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau};$$

- вище від мінімальної ціни базового інструменту, тобто $K>m^0_{\tau 1}$:

$$P_{0,\min}(W,K,\tau,r,\sigma)=e^{-r\tau}\left(K-m^0_{\tau 1}\right)+P_{0,bs}\left(W,m^0_{\tau 1}\right)+$$

$$+\frac{W\sigma^2}{2r}\left\{-N\left[-d_{0,bs1}\left(W,m^0_{\tau 1}\right)\right]+e^{-r\tau}\left(\frac{W}{m^0_{\tau 1}}\right)^{-\frac{2r}{\sigma^2}}N\left[d_{bs}\left(m^0_{\tau 1},W\right)\right]\right\},\qquad(3.4.12)$$

$$P_{0,bs}\left(W,m^0_{\tau 1}\right)=m^0_{\tau 1}e^{-r\tau}N\left[-d_{0,bs}\left(W,m^0_{\tau 1}\right)\right]-SN\left[-d_{0,bs1}\left(W,m^0_{\tau 1}\right)\right],$$

$$d_{0,bs}\left(m^0_{\tau 1},W\right)=\frac{\ln\left(m^0_{\tau 1}/W\right)+(r-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs}\left(W,m^0_{\tau 1}\right)=\frac{\ln\left(W/m^0_{\tau 1}\right)+(r-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs1}\left(W,m^0_{\tau 1}\right)=\frac{\ln\left(W/m^0_{\tau 1}\right)+(r-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau}.$$

Натомість для аналогічного опціону з правом продажу базового активу, який характеризується фіксованою ставкою доходу, що не дорівнює відсотковій ставці без ризику (тобто $r\neq g$), величину опціонної премії можна обчислити за такими формулами:

- якщо ціну виконання встановлено нижче від мінімальної ціни базового інструменту, тобто $K<m^0_{\tau 1}$:

$$P_{\min}=P_{bs}(S,K)+\frac{S\sigma^2}{2(r-g)}\left\{-e^{-g\tau}N\left[-d_{bs1}(S,K)\right]+e^{-r\tau}\left(\frac{S}{K}\right)^{-\frac{2(r-g)}{\sigma^2}}N\left[d_{bs}(K,S)\right]\right\},$$

$$P_{bs}(S,K)=Ke^{-r\tau}N\left[-d_{bs}(S,K)\right]-Se^{-g\tau}N\left[-d_{bs1}(S,K)\right],$$

$$d_{bs}(K,S)=\frac{\ln(K/S)+(r-g-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs}(S,K)=\frac{\ln(S/K)+(r-g-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs1}(S,K)=\frac{\ln(S/K)+(r-g-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau};$$

- якщо ціну виконання встановлено вище від мінімальної ціни базового інструменту, тобто $K > m_{\tau 1}^0$:

$$P_{\min} = e^{-r\tau}\left(K - m_{\tau 1}^0\right) + P_{bs}\left(S, m_{\tau 1}^0\right) +$$

$$+\frac{S\sigma^2}{2(r-g)}\left\{-e^{-g\tau}N\left[-d_{bs1}\left(S, m_{\tau 1}^0\right)\right] + e^{-r\tau}\left(\frac{S}{m_{\tau 1}^0}\right)^{-\frac{2(r-g)}{\sigma^2}} N\left[d_{bs}\left(m_{\tau 1}^0, S\right)\right]\right\},$$

$$P_{bs}\left(S, m_{\tau 1}^0\right) = m_{\tau 1}^0 e^{-r\tau} N\left[-d_{bs}\left(S, m_{\tau 1}^0\right)\right] - Se^{-g\tau} N\left[-d_{bs1}\left(S, m_{\tau 1}^0\right)\right],$$

$$d_{bs}\left(m_{\tau 1}^0, S\right) = \frac{\ln\left(m_{\tau 1}^0/S\right) + \left(r - g - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs}\left(S, m_{\tau 1}^0\right) = \frac{\ln\left(S/m_{\tau 1}^0\right) + \left(r - g - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs1}\left(S, m_{\tau 1}^0\right) = \frac{\ln\left(S/m_{\tau 1}^0\right) + \left(r - g - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} + \sigma\sqrt{\tau},$$

де $P_{bs}\left(S, m_{\tau 1}^0\right)$ – уточнена формула Блека–Шоулса для оцінювання стандартних європейських опціонів типу продажу, з ціною виконання $K = m_{\tau 1}^0$;

$m_{\tau 1}^0$ – актуальне максимальне значення ціни базового активу з проміжку часу від $\tau 1$ дотепер.

Натомість ціну європейського зворотного опціону продажу з фіксованою ціною виконання для випадку, коли відсоткова ставка без ризику збігається зі ставкою доходу базового інструменту (тобто $r = g$), можна обчислити за допомогою інших формул, а саме:

- якщо ціну виконання встановлено нижче від мінімальної ціни базового інструменту, тобто $K < m_{\tau 1}^0$:

$$P_{\min} = P_{bs}(S, K) + \frac{\sigma}{\sqrt{\tau}} Se^{-r\tau} f\left[d_{bs1}(S, K)\right];$$

- якщо ціну виконання встановлено вище від мінімальної ціни базового інструменту, тобто $K \geq m_{\tau 1}^0$:

$$P_{\min} = e^{-r\tau}\left(K - m_{\tau 1}^0\right) + P_{bs}\left(S, m_{\tau 1}^0\right) + \frac{\sigma}{\sqrt{\tau}} Se^{-r\tau} f\left[d_{bs1}\left(S, m_{\tau 1}^0\right)\right].$$

Часткові зворотні опціони

До цього часу ми досліджували так звані повні зворотні опціони європейського стилю реалізації. Однак в обігу також бувають і часткові зворотні опціони, які були створені з метою зниження доволі високої премії повних зворотних опціонів. Аналогічно до останніх, у випадку часткових зворотних опціонів також розрізняємо такі різновиди цих деривативів:

- часткові зворотні опціони купівлі з плаваючою ціною виконання (floating strike call partial lookback options);
- часткові зворотні опціони продажу з плаваючою ціною виконання (floating strike put partial lookback options);
- часткові зворотні опціони купівлі з фіксованою ціною виконання (fixed strike call partial lookback options);
- часткові зворотні опціони продажу з фіксованою ціною виконання (fixed strike put partial lookback options).

Часткові зворотні опціони з плаваючою ціною виконання

Аналогічно до повних зворотних опціонів з плаваючою ціною виконання європейського стилю реалізації кінцеву виплату за частковим зворотним опціоном з плаваючою ціною виконання європейського стилю можна записати у вигляді:

– для опціонів з правом купівлі (на мінімум)

$$payoff_{call} = \max\left[S(t^*) - \varphi m_t^{t^*}, 0\right], \tag{3.4.13}$$

де $\varphi \geq 1$ – константа, яка показує ступінь збільшення,

– для опціонів з правом продажу (на максимум)

$$payoff_{put} = \max\left[\varphi M_t^{t^*} - S(t^*), 0\right], \tag{3.4.14}$$

де $0 < \varphi \leq 1$ – константа, яка показує ступінь зменшення;

t – поточний (теперішній) час;

t^* – термін погашення опціону;

τ – термін до погашення опціону, причому $\tau = t^* - t$;

$m_t^{t^*}$ – мінімальна ціна (значення) базового активу в період часу від t до t^*;

$M_t^{t^*}$ – максимальна ціна (значення) базового активу в період часу від t до t^*.

Зрозуміло, що коли $\varphi = 1$ функції виплати (3.4.13) і (3.4.14) для часткових зворотних опціонів стануть ідентичними до функцій виплати (3.4.1) і (3.4.2) для повних зворотних опціонів відповідно. Значення параметра φ: у (3.4.13) – більше від одиниці та у (3.4.14) – менше від одиниці, зменшують суму кінцевої виплати за опціоном для його утримувача і відповідно зменшують опціонну премію, тобто здешевлюють опціон.

Обчислити розміри опціонної премії для часткових зворотних опціонів з плаваючою ціною виконання європейського стилю якщо базовий актив характеризується стрибкоподібною функцією доходу, можна, використовуючи такі формули:

– для опціонів з правом купівлі

$$\pi_{\lambda,Y}\left(C_{0,\min}^{par}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[C_{0,\min}^{par}\left(SY_n e^{-\lambda\xi\tau},\tau,r,\sigma\right)\right],$$

$$C_{0,\min}^{par}(W,\tau,r,\sigma)=C_{0,bs}\left(W,\varphi m_{\tau 1}^{0}\right)+\frac{\varphi W\sigma^2}{2r}\left\{-(\varphi)^{\frac{2r}{\sigma^2}}N\left[-d_{0,bs1}\left(\varphi W,m_{\tau 1}^{0}\right)\right]+\right.$$

$$\left.+e^{-r\tau}\left(\frac{W}{m_{\tau 1}^{0}}\right)^{-\frac{2r}{\sigma^2}}N\left[d_{0,bs}\left(m_{\tau 1}^{0},\varphi W\right)\right]\right\}, \tag{3.4.15}$$

$$C_{0,bs}\left(W,\varphi m_{\tau 1}^{0}\right)=WN\left[d_{0,bs1}\left(W,\varphi m_{\tau 1}^{0}\right)\right]-m_{\tau 1}^{0}e^{-r\tau}N\left[d_{0,bs}\left(W,\varphi m_{\tau 1}^{0}\right)\right],$$

$$d_{0,bs}\left(m_{\tau 1}^{0},\varphi W\right)=\frac{\ln\left(m_{\tau 1}^{0}/\varphi W\right)+\left(r-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs}\left(W,\varphi m_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(W/\varphi m_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs1}\left(W,\varphi m_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(W/\varphi m_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau},$$

$$d_{0,bs1}\left(\varphi W,m_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(\varphi W/m_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau};$$

– для опціонів з правом продажу

$$\pi_{\lambda,Y}\left(P_{0,\max}^{par}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[P_{0,\max}^{par}\left(SY_n e^{\lambda\xi\tau},\tau,r,\sigma\right)\right]$$

$$P_{0,\max}^{par}(W,\tau,r,\sigma)=P_{0,bs}\left(W,\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)+\frac{\varphi W\sigma^2}{2r}\left\{(\varphi)^{\frac{2r}{\sigma^2}}N\left[d_{0,bs1}\left(\varphi W,M_{\tau 1}^{0}\right)\right]-\right.$$

$$\left.-e^{-r\tau}\left(\frac{W}{M_{\tau 1}^{0}}\right)^{-\frac{2r}{\sigma^2}}N\left[-d_{0,bs}\left(M_{\tau 1}^{0},\varphi W\right)\right]\right\}, \tag{3.4.16}$$

$$P_{0,bs}\left(W,\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)=M_{\tau 1}^{0}e^{-r\tau}N\left[-d_{0,bs}\left(W,\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)\right]-WN\left[-d_{0,bs1}\left(W,\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)\right],$$

$$d_{0,bs}\left(M_{\tau 1}^{0},\varphi W\right)=\frac{\ln\left(M_{\tau 1}^{0}/\varphi W\right)+\left(r-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs}\left(W,\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(W/\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs1}\left(W, \varphi M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(W/\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau},$$

$$d_{bs1}\left(\varphi W, M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(\varphi W/M_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau}.$$

Для аналогічного опціону, виставленого на базовий інструмент, дохідність якого відрізняється від безризикової відсоткової ставки (тобто для $r \neq g$), оцінювання здійснимо за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$C_{\min}^{par}=C_{bs}\left(S, \varphi m_{\tau 1}^{0}\right)+$$

$$+\frac{\varphi S\sigma^{2}}{2(r-g)}\left\{-e^{-g\tau}(\varphi)^{\frac{2(r-g)}{\sigma^{2}}}N\left[-d_{bs1}\left(\varphi S, m_{\tau 1}^{0}\right)\right]+e^{-r\tau}\left(\frac{S}{m_{\tau 1}^{0}}\right)^{-\frac{2(r-g)}{\sigma^{2}}}N\left[d_{bs}\left(m_{\tau 1}^{0}, \varphi S\right)\right]\right\}$$

$$C_{bs}\left(S, \varphi m_{\tau 1}^{0}\right)=Se^{-g\tau}N\left[d_{bs1}\left(S, \varphi m_{\tau 1}^{0}\right)\right]-m_{\tau 1}^{0}e^{-r\tau}N\left[d_{bs}\left(S, \varphi m_{\tau 1}^{0}\right)\right],$$

$$d_{bs}\left(m_{\tau 1}^{0}, \varphi S\right)=\frac{\ln\left(m_{\tau 1}^{0}/\varphi S\right)+\left(r-g-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs}\left(S, \varphi m_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(S/\varphi m_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs1}\left(S, \varphi m_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(S/\varphi m_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau},$$

$$d_{bs1}\left(\varphi S, m_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(\varphi S/m_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau}$$

$C_{bs}\left(S, \varphi m_{\tau 1}^{0}\right)$ – уточнена формула Блека–Шоулса для оцінювання стандартних європейських опціонів купівлі, з ціною виконання $K=\varphi m_{\tau 1}^{0}$;

– для опціонів з правом продажу

$$P_{\max}^{par}=P_{bs}\left(S, \varphi M_{\tau 1}^{0}\right)+$$

$$+\frac{\varphi S\sigma^{2}}{2(r-g)}\left\{e^{-g\tau}(\varphi)^{\frac{2(r-g)}{\sigma^{2}}}N\left[d_{bs1}\left(\varphi S, M_{\tau 1}^{0}\right)\right]-e^{-r\tau}\left(\frac{S}{M_{\tau 1}^{0}}\right)^{-\frac{2(r-g)}{\sigma^{2}}}N\left[-d_{bs}\left(M_{\tau 1}^{0}, \varphi S\right)\right]\right\}$$

$$P_{bs}\left(S, \varphi M_{\tau 1}^{0}\right)=M_{\tau 1}^{0}e^{-r\tau}N\left[-d_{bs}\left(S, \varphi M_{\tau 1}^{0}\right)\right]-Se^{-g\tau}N\left[-d_{bs1}\left(S, \varphi M_{\tau 1}^{0}\right)\right],$$

$$d_{bs}\left(M_{\tau 1}^{0}, \varphi S\right)=\frac{\ln\left(M_{\tau 1}^{0}/\varphi S\right)+\left(r-g-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs}\left(S,\lambda M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(S/\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs1}\left(S,\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(S/\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau},$$

$$d_{bs1}\left(\varphi S,M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(\varphi S/M_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau},$$

де $P_{bs}\left(S,\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)$ – уточнена формула Блека–Шоулса для оцінювання стандартних європейських опціонів продажу, з ціною виконання $K=\varphi M_{\tau 1}^{0}$.

Часткові зворотні опціони з фіксованою ціною виконання

Функція виплати для часткового зворотного опціону з фіксованою ціною виконання європейського стилю реалізації матиме такий вигляд:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}=\max\left[\varphi M_{t}^{t^{*}}-K,0\right],\ \text{причому}\ 0<\varphi\leq 1; \qquad (3.4.17)$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}=\max\left[K-\varphi m_{t}^{t^{*}},0\right],\ \text{причому}\ \varphi\geq 1. \qquad (3.4.18)$$

Розмір опціонної премії для часткових зворотних опціонів з фіксованою ціною виконання типу купівлі європейського стилю реалізації, виставлених на базовий інструмент із стрибкоподібною функцією доходу, можемо обчислити, використовуючи такий підхід:

$$\pi_{\lambda,Y}\left(C_{0,\max}^{par}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^{n}}{n!}E_{n}\left[C_{0,\max}^{par}\left(SY_{n}e^{-\lambda\zeta\tau},K,\tau,r,\sigma\right)\right],$$

причому, коли ціну виконання встановлено:

- вище від максимального значення ціни базового інструменту з вибраного періоду у минулому, тобто $K\geq\varphi M_{\tau 1}^{0}$:

$$C_{0,\max}^{par}(W,K,\tau,r,\sigma)=\varphi C_{0,bs}\left(W,\frac{K}{\varphi}\right)+$$

$$+\frac{\varphi W\sigma^{2}}{2r}\left\{N\left[d_{0,bs1}\left(W,\frac{K}{\varphi}\right)\right]-e^{-r\tau}\left(\frac{\varphi W}{K}\right)^{-\frac{2r}{\sigma^{2}}}N\left[-d_{0,bs}\left(\frac{K}{\varphi},W\right)\right]\right\}, \qquad (3.4.19)$$

$$C_{0,bs}\left(W,\frac{K}{\varphi}\right)=WN\left[d_{0,bs1}\left(W,\frac{K}{\varphi}\right)\right]-Ke^{-r\tau}N\left[d_{0,bs}\left(W,\frac{K}{\varphi}\right)\right],$$

$$d_{0,bs}\left(\frac{K}{\varphi},W\right)=\frac{\ln(K/\varphi W)+(r-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs}\left(W,\frac{K}{\varphi}\right)=\frac{\ln(\varphi W/K)+(r-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs1}\left(W,\frac{K}{\varphi}\right)=\frac{\ln(\varphi W/K)+(r-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau};$$

- нижче від максимального значення ціни базового інструменту з вибраного періоду у минулому, тобто $K<\varphi M_{\tau 1}^{0}$:

$$C_{0,\max}^{par}(W,K,\tau,r,\sigma)=e^{-r\tau}\left(\varphi M_{\tau 1}^{0}-K\right)+\varphi C_{0,bs}\left(\frac{W}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)+$$

$$+\frac{\varphi W\sigma^2}{2r}\left\{N\left[d_{0,bs1}\left(\frac{W}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)\right]-e^{-r\tau}\left(\frac{W}{\varphi M_{\tau 1}^{0}}\right)^{-\frac{2r}{\sigma^2}}N\left[-d_{0,bs}\left(M_{\tau 1}^{0},\frac{W}{\varphi}\right)\right]\right\},\quad(3.4.20)$$

$$C_{0,bs}\left(\frac{W}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)=WN\left[d_{0,bs1}\left(\frac{W}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)\right]-M_{\tau 1}^{0}e^{-r\tau}N\left[d_{0,bs}\left(\frac{W}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)\right],$$

$$d_{0,bs}\left(M_{\tau 1}^{0},\frac{W}{\varphi}\right)=\frac{\ln\left(\varphi M_{\tau 1}^{0}/W\right)+(r-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs}\left(\frac{W}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(W/\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)+(r-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,bs1}\left(\frac{W}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(W/\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)+(r-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau}.$$

Натомість для аналогічних опціонів, виставлених на базовий інструмент з фіксованою дохідністю, для випадку, коли відсоткова ставка без ризику відрізняється від фіксованої ставки доходу за базовим інструментом (тобто для $r\neq g$), розмір опціонної премії обчислимо за допомогою таких формул:

- якщо ціну виконання встановлено вище від максимального значення ціни базового інструменту з вибраного періоду у минулому, тобто $K\geq\varphi M_{\tau 1}^{0}$:

$$C_{\max}^{par}=\lambda C_{bs}\left(S,\frac{K}{\varphi}\right)+$$

$$+\frac{\varphi S\sigma^2}{2(r-g)}\left\{e^{-g\tau}N\left[d_{bs1}\left(S,\frac{K}{\varphi}\right)\right]-e^{-r\tau}\left(\frac{\varphi S}{K}\right)^{-\frac{2(r-g)}{\sigma^2}}N\left[-d_{bs}\left(\frac{K}{\varphi},S\right)\right]\right\},$$

$$C_{bs}\left(S,\frac{K}{\varphi}\right)=Se^{-g\tau}N\left[d_{bs1}\left(S,\frac{K}{\varphi}\right)\right]-Ke^{-r\tau}N\left[d_{bs}\left(S,\frac{K}{\varphi}\right)\right],$$

$$d_{bs}\left(\frac{K}{\varphi},S\right)=\frac{\ln(K/\varphi S)+\left(r-g-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs}\left(S,\frac{K}{\varphi}\right)=\frac{\ln(\varphi S/K)+\left(r-g-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs1}\left(S,\frac{K}{\varphi}\right)=\frac{\ln(\varphi S/K)+\left(r-g-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau},$$

де $C_{bs}(S,K/\varphi)$ – уточнена формула Блека–Шоулса оцінювання стандартних європейських опціонів купівлі, з ціною виконання K/φ та ціною спот базового активу S;

- якщо ціну виконання встановлено нижче від максимального значення ціни базового інструменту з вибраного періоду у минулому, тобто $K<\varphi M_{\tau 1}^{0}$:

$$C_{\max}^{par}=e^{-r\tau}\left(\varphi M_{\tau 1}^{0}-K\right)+\varphi C_{bs}\left(\frac{S}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)+$$

$$+\frac{\varphi S\sigma^2}{2(r-g)}\left\{e^{-g\tau}N\left[d_{bs1}\left(\frac{S}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)\right]-e^{-r\tau}\left(\frac{S}{\varphi M_{\tau 1}^{0}}\right)^{-\frac{2(r-g)}{\sigma^2}}N\left[-d_{bs}\left(M_{\tau 1}^{0},\frac{S}{\varphi}\right)\right]\right\},$$

$$C_{bs}\left(\frac{S}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)=Se^{-g\tau}N\left[d_{bs1}\left(\frac{S}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)\right]-M_{\tau 1}^{0}e^{-r\tau}N\left[d_{bs}\left(\frac{S}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)\right],$$

$$d_{bs}\left(M_{\tau 1}^{0},\frac{S}{\varphi}\right)=\frac{\ln\left(\varphi M_{\tau 1}^{0}/S\right)+\left(r-g-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs}\left(\frac{S}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(S/\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{bs1}\left(\frac{S}{\varphi},M_{\tau 1}^{0}\right)=\frac{\ln\left(S/\varphi M_{\tau 1}^{0}\right)+\left(r-g-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}+\sigma\sqrt{\tau},$$

де $C_{bs}\left(S/\varphi,M_{\tau 1}^{0}\right)$ – уточнена формула Блека–Шоулса для оцінювання стандартних європейських опціонів типу купівлі з ціною виконання $K=M_{\tau 1}^{0}$ та спотовою ціною базового активу S/φ.

Інший спосіб оцінювання зворотних опціонів

Оцінювання європейських зворотних опціонів з плаваючою ціною виконання можна здійснити також за допомогою іншого методу, запропонованого Дж. Гуллом [140, *с. 464–465*]. Ціну зворотних опціонів з правом купівлі можна визначити за формулою:

$$P_{call} = Se^{-q\tau}[N(a_1) - \lambda N(-a_1)] - P_{\min} e^{-r\tau}[N(a_2) - \lambda e^{\varpi} N(-a_3)], \quad (3.4.21)$$

$$\lambda = \frac{\sigma^2}{2(r-q)}, \quad \tau = T - t,$$

$$a_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[\ln\left(\frac{S}{P_{\min}}\right) + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau\right], \ a_2 = a_1 - \sigma\sqrt{\tau},$$

$$a_3 = \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[\ln\left(\frac{S}{P_{\min}}\right) - \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau\right], \ \omega = \frac{-2}{\sigma^2}\ln\left(\frac{S}{P_{\min}}\right)\left(r - q - \frac{\sigma^2}{2}\right),$$

де S – ціна базового активу у початковий момент часу;

$P_{\min}$ – мінімальна ціна, якої досягнув базовий інструмент у минулому, протягом вибраного періоду;

r – відсоткова ставка без ризику;

T – термін дії опціону;

t – момент оцінювання опціону (початковий момент часу);

q – фіксована ставка доходу базового інструменту, яка обчислюється неперервно;

σ – стандартне (середньоквадратичне) відхилення;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної.

Натомість для європейських зворотних опціонів типу продажу формула матиме такий вигляд:

$$P_{put} = P_{\max} e^{-r\tau}[N(b_1) - \lambda e^{\varsigma} N(-b_3)] - Se^{-q\tau}[N(b_2) - \lambda N(-b_2)], \quad (3.4.22)$$

$$b_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[\ln\left(\frac{P_{\max}}{S}\right) - \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau\right], \ b_2 = b_1 - \sigma\sqrt{\tau},$$

$$b_3 = \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[\ln\left(\frac{P_{\max}}{S}\right) + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau\right], \ \varsigma = \frac{2}{\sigma^2}\ln\left(\frac{P_{\max}}{S}\right)\left(r - q - \frac{\sigma^2}{2}\right),$$

де $P_{\max}$ – максимальна ціна, якої досяг базовий інструмент у минулому.

Треба зазначити, що описані формули мають сенс лише для $r \neq q$. Наведені формули дають можливість обчислити вартість зворотного опціону зі ставкою доходу базового інструменту, яка відрізняється від безризикової відсоткової ставки, і з ціною базового інструменту, моніторинг якої здійснюється неперервно. Для дискретного моніторингу, який застосовується у часткових зворотних опціонах, обчислені значення будуть нижчими. Формули для оцінювання зворотних опціонів можна також знайти у [97]. На практиці частота перевірки значень ціни базового активу встановлюється, як правило, один раз на день, причому зазвичай береться курс закриття сесійного дня. Опціони з не неперервним моніторингом рівня ціни базового інструменту називаються *бермудськими зворотними опціонами* (Bermuda lookback options).

Дослідження показали, що зворотні опціони максимізують прибуток інвестора за заздалегідь встановленого рівня ціни виконання (для опціонів з фіксованою ціною виконання) або принаймні враховують ціну первинного інструменту у момент погашення опціону під час розрахунку доходу за цим деривативом (для опціонів з плаваючою ціною виконання). Серед розглянутих вище зворотних опціонів найпопулярнішими є інструменти з плаваючою ціною виконання.

Фактори впливу на формування цін зворотних опціонів

Існують різні модифікації зворотних опціонів. Є можливість враховувати не тільки ціни з усього періоду життя опціону, але й визначати конкретні дати, з яких будуть вибиратися ціни для обчислення ціни виконання. Можна, наприклад, встановити, що тестування опціону відбуватиметься кожні три дні. За іншим варіантом можна припускати, що вибирають значення цін з другого тижня його існування. Важливо, щоб принцип вибору був визначений абсолютно чітко. Премія такого модифікованого зворотного опціону буде нижчою від премії звичайного зворотного опціону.

Для зниження ціни зворотних опціонів створюються так звані часткові зворотні опціони, тобто такі, в яких тестуються максимальні або мінімальні ціни базового інструменту тільки у чітко визначені дати. Різновидом часткових опціонів є опціон з вікном (window lookback options), опціон з достроковим закінченням (early-ending lookback options), коли базовий інструмент тестується у певний проміжок часу, який закінчується раніше від моменту погашення опціону. Аналогічно можна охарактеризувати часткові зворотні опціони із запізнюючим стартом (forward-start lookback options), тобто такі, в яких базовий інструмент тестується у певний період, який починається пізніше ніж розпочинається дія опціонного контракту.

Як уже згадувалося вище, зворотні опціони мають один істотний недолік. Якщо ціна базового інструменту підлягає моніторингу протягом усього терміну дії опціону, то зворотні опціони стають набагато дорожчими від стандартних опціонів [83]. Їхня ціна у середньому вдвічі вища від ціни стандартних опціонів з такими самими параметрами. А тому найпростішим способом зниження премії зворотних опціонів є встановлення дискретного способу моніторингу або неперервного спостереження за ціною базового активу, але тільки у певному періоді життя опціону.

Залежно від виду базового активу, на який виставляється опціон, зворотні опціони поділяємо на такі основні групи:

- відсоткові зворотні опціони (interest-rate lookback options);
- валютні зворотні опціони (currency lookback options);

– акційні зворотні опціони (equity lookback options);
– індексні зворотні опціони (index lookback options);
– товарні зворотні опціони (commodity lookback options) тощо.

Власник зворотного опціону купівлі (call) має змогу купити базовий інструмент у момент погашення опціону за найнижчою ціною, яка відзначалася під час терміну його дії. Натомість власник опціону продажу (put) має змогу продати базовий інструмент емітенту опціону за найвищою ціною, якої досяг базовий актив упродовж життя опціону.

На ціну зворотного опціону істотно впливає низка чинників, серед яких велике значення для визначення вартості цього похідного інструменту має частота спостережень під час моніторингу ціни базового інструменту. Це означає, що розмір опціонної премії зростає в міру збільшення частоти спостережень за ціною базового інструменту. Найважливіші з факторів подамо у вигляді табл. 3.4.1.

Таблиця 3.4.1

Фактори впливу на формування цін зворотних опціонів

Фактор/ вид опціону	*Відсоткови й опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
Ступінь корисності базового інструменту					+
Дохідність базового інструменту			+	+	
Відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	
Вітчизняна відсоткова ставка без ризику	+	+	+	+	+
Ціна (значення) базового інструменту	+	+	+	+	+
Ціна (курс) виконання опціону	+	+	+	+	+
Змінність ціни (значення) базового інструменту	+	+	+	+	+
Частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
Термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
Тривалість (частота) тестування ціни (значення) базового інструменту	+	+	+	+	+
Мінімальне/ максимальне значення ціни базового інструменту протягом дії опціону	+	+	+	+	+
Частота виплати доходу за базовим інструментом	+	+	+	+	+

Застосування зворотних опціонів

Екзотичні опціони трапляються на ринку рідше від своїх стандартних аналогів, однак використовуються, передусім, у операціях на дуже великі суми, для яких класичні способи хеджування стають невигідними. Замість хеджування таких контрактів складними комбінаціями стандартних опціонів, моніторингу їхніх ринкових цін, здійснення зміни стратегії хеджування і проведення великої кількості інших супровідних операцій, які є доволі дорогими, вигіднішим може виявитися купівля або продаж нестандартного опціону з такими характеристиками, які б одночасно відповідали вимогам емітента та інвестора, тобто обох сторін опціонного контракту [44, 55].

Зворотний опціон з плаваючою ціною виконання побудований так, що він майже ніколи не буває у позиції „без грошей" . Власник такого деривативу не отримає жодної виплати лише у тому разі, коли у момент реалізації опціон буде нульовим, тобто „при грошах". А це означає, що саме у цей день ціна базового інструменту досягне мінімуму (для опціону купівлі) або максимуму (для опціону продажу), що трапляється неймовірно рідко. У кожній іншій ситуації функція платежу прийматиме додатне значення.

Для зворотних опціонів з фіксованою ціною виконання курс виконання встановлюється у момент укладання опціонного контракту. У момент розрахунку за опціоном суму виплати встановлюють, порівнюючи екстремальний курс базового активу під час життя опціону і узгоджену між сторонами контракту ціну виконання. Отже, для опціону купівлі виплата становитиме різницю між максимальною ціною базового активу і ціною реалізації, а для опціону продажу – різницю між ціною виконання і мінімальною ціною базового інструменту. Якщо курс базового активу у день реалізації буде найвищим, то виплата за зворотним опціоном купівлі з фіксованою ціною виконання дорівнюватиме виплаті за стандартним опціоном купівлі. Аналогічно, у разі досягнення ціною базового активу найнижчого значення у день погашення опціону виплата за зворотним опціоном продажу з фіксованою ціною виконання буде рівнозначною платежу за стандартним опціоном продажу.

На відміну від зворотних опціонів з плаваючою ціною виконання, інструменти з фіксованою ціною виконання можуть бути як „у грошах", так і „без грошей". Треба зазначити, що у разі, коли такий опціон протягом терміну свого існування хоча б один раз досяг додатної внутрішньої вартості, то його власник матиме право на отримання виплати у день погашення опціону, яка дорівнюватиме максимальній внутрішній вартості опціону упродовж його існування.

Дуже велике значення для зворотних опціонів має спосіб вимірювання ціни базового активу. Сторони опціонного контракту можуть вибрати неперервний або дискретний спосіб моніторингу ціни. Хоча теорія ціноутворення зворотних опціонів ґрунтується на припущенні неперервного моніторингу за ціною базового активу, однак на практиці частіше застосовують дискретний спосіб моніторингу. Найчастіше встановлюється щоденне спостереження за ціною базового інструменту, причому враховується або ціна закриття торгів, або середня ціна цього активу для усього ринку (fixing).

Більшість зворотних опціонів, що є в обігу на ринку, мають європейський стиль реалізації. Однак можна також зустріти і зворотні опціони американського стилю, які надають їхнім утримувачам право на передчасне виконання таких деривативів. Якщо інвестор вирішить реалізувати зворотний опціон до настання дати його погашення, то під час розрахунку суми виплати за таким опціоном враховується досягнуте екстремальне значення ціни базового активу за період від моменту активізації опціону до моменту остаточного розрахунку між сторонами опціонного контракту.

Проаналізуймо, чим керується інвестор, який займає на ринку зворотних опціонів довгу позицію. Покупець зворотного опціону ***купівлі*** з <u>*плаваючою*</u> *ціною виконання* переконаний, що незабаром тренд базового інструменту зміниться із зниження на зростання. Досягнутий мінімум ціни він планує використати для купівлі базового активу. Інвестор, що зайняв довгу позицію у зворотному опціоні ***купівлі*** з <u>*фіксованою*</u> *ціною виконання,* переконаний щодо зростання ціни базового інструменту, однак побоюється, що протягом життя опціону ціна базового інструменту досягне екстремуму, тобто тренд зміниться із такого, що зростає, на спадний. Треба зазначити, що на таку саму зміну тренду розраховує покупець зворотного опціону ***продажу*** з <u>*плаваючою*</u> *ціною виконання*. Будучи переконаним, що ціна (значення) базового інструменту досягне максимуму, він хоче використати цей момент для продажу базового активу за найвищою ціною. Своєю чергою, покупець зворотного опціону ***продажу*** з <u>*фіксованою*</u> *ціною виконання* грає на зниження курсу первинного активу, але остерігається, що не закриє своєї позиції у найвигіднішій для себе момент, тобто коли ціна базового інструменту досягне мінімуму.

У такий спосіб покупці зворотних опціонів з плаваючою ціною виконання розраховують на зміну тренду на ринку базового інструменту, тоді як покупці зворотних опціонів з фіксованою ціною виконання таких змін остерігаються. Іншими передбаченнями, очевидно, керуються емітенти зворотних опціонів, котрі сподіваються на продовження існуючого тренду ціни базового активу на ринку спот.

Треба зазначити, що існує закон Арксайна, котрий визначає момент, у якому належить очікувати встановлення базовим активом екстремального значення, використовуючи властивості розподілу змін його цін. Згідно з цим законом найвища ймовірність досягнення ціною базового активу мінімуму або максимуму припадає на початок періоду існування опціону або на його кінець [92, *с. 395*]. Враховуючи це, інвесторам треба пильніше стежити за ціною базового активу саме у початковий та кінцевий періоди життя опціону і застосовувати відповідні дії щодо зміни своєї стратегії на ринку та запобігання маніпуляціям щодо ціни базового активу на ринку спот.

Зворотні опціони є інструментами, добре пристосованими до потреб інвесторів, які спекулюють на ринку волатильності, оскільки на ціну таких деривативів, навіть більшою мірою, ніж на ціну стандартних опціонів, впливає рівень змінності. Це пояснюється тим, що у разі стандартних опціонів волатильність впливає тільки на ймовірність формування одного елементу, що визначає розмір платежу, а саме ціни базового активу, тоді як у разі зворотних опціонів, наприклад, з плаваючою ціною виконання, немає впевненості також і щодо другого елементу, тобто курсу виконання опціону. Вища змінність розміру платежу для інструменту з асиметричним профілем доходу означає вищу ціну такого опціону, котра дуже сильно реагує на кожну зміну імплікованої змінності.

Техніка спекуляції на ринку волатильності з використанням зворотних опціонів схожа на техніку, яка застосовується для стандартних опціонів. Вона полягає в одночасній купівлі (або продажу) опціону типу купівлі та опціону типу продажу з параметрами, вибраними так, щоб значення позиції не залежало від ціни базового активу, тобто прийняття так званої дельта-нейтральної позиції.

Хеджування зворотних опціонів

Зупинимось на способах **хеджування** зворотних опціонів [35]. Як відомо, опціони є дуже ризикованими для їхніх емітентів інструментами, а тим більше зворотні опціони з плаваючою ціною виконання, котрі майже завжди закінчують існування у позиції „у грошах", тобто з виплатою для їхнього утримувача. А тому ключовим моментом для емітентів цих деривативів є страхування власної позиції від евентуальних втрат.

Варто нагадати, що для стандартних опціонів одним зі способів хеджування є прийняття протилежної позиції на спотовому ринку. Тобто *продавець опціону купівлі (call)* одночасно купує базовий інструмент (у тій самій кількості, що й в опціоні) і завдяки цьому, у разі зростання його ціни, він втрачає на опціоні, але отримує прибуток на касовому ринку. Отже, втрати і прибутки стають рівнозначними. Аналогічно, у разі *продажу опціону продажу (put)* необхідно застосувати продаж базових активів (наприклад, позичених) і якщо настане зниження їхньої ціни на касовому ринку, то втрати емітента опціону будуть, принаймні частково, компенсовані прибутком на ринку спот. Якщо ж говорити про зворотні опціони, то їхнє хеджування можна здійснити за допомогою стандартних опціонів.

Емітент (*коротка позиція*) **зворотного опціону купівлі (call)** з плаваючою ціною виконання з метою хеджування своєї позиції купує стандартний опціон купівлі з курсом виконання на рівні мінімальної ціни спот базового інструменту і терміном дії, рівнозначним до періоду життя зворотного опціону. Зниження ціни базового інструменту викликає зміну ціни реалізації зворотного опціону, а, отже, і необхідність пристосування хеджингової стратегії до нової ситуації. Інвестор продає свій стандартний опціон типу купівлі і купує новий опціон типу купівлі з нижчою ціною виконання і відповідним терміном реалізації. Таку стратегію варто повторювати кожного разу, коли базовий інструмент досягатиме нового мінімуму. Отже, запропонована стратегія вимагає постійного моніторингу ринку, оскільки мінімальна ціна змінюється у часі і вимагає швидкого пристосування параметрів придбаного стандартного опціону до змін ринкової ситуації, тобто евентуального його продажу і купівлі нового опціону з нижчою ціною виконання.

Очевидно, що продаж опціону купівлі з вищою ціною виконання і придбання опціону купівлі з нижчою ціною виконання призведе до додаткових витрат для суб'єкта, який хеджується. Втрати, пов'язані з відновленням хеджингової стратегії, повинні покриватися з премії за продаж зворотного опціону, яка складається з двох частин. Першою з них є ціна стандартного опціону, а другою – надбавка за право на купівлю (або продаж) базового інструменту за найвигіднішою ціною. З першої частини суми сплачується перше хеджування позиції, яке відбувається на початку терміну дії опціону. Натомість надбавка використовується для фінансування відновлення стратегії хеджування. Треба, однак, звернути увагу на той факт, що від продажу стандартного опціону з деякою ціною виконання ми отримаємо нижчу премію, ніж заплатимо за купівлю аналогічного опціону з нижчою ціною виконання. А тому кожна зміна стратегії буде пов'язана з додатковими витратами. Чим частіше базовий інструмент буде досягати нових мінімумів, тим дорожчою буде стратегія хеджування. Проте варто підкреслити, що отриманий за зворотним опціоном платіж є порівняно високим, а тому здебільшого дає змогу одержати прибуток. Це стає можливим тоді, коли ціна базового інструменту є в міру стабільною або рухається вгору, тобто не досягає нових рівнів мінімуму.

Отже, остаточний фінансовий результат суб'єкта, який страхує свою позицію на зворотних опціонах, залежить від того, як часто і яким коштом він матиме можливість продовжувати свою стратегію хеджування. Якщо ціна базового інструменту незначно знизиться, то витрати на пристосування хеджингової стратегії до нових реалій ринку будуть невисокими, а фінансовий результат на позиції загалом буде додатним. Якщо ж базовий інструмент буде багаторазово встановлювати нові мінімуми ціни, то премії, отриманої з продажу зворотного опціону, може не вистачити на покриття витрат, пов'язаних з відновленням (зміною) стратегії хеджування, що призведе до збитків на усій зайнятій позиції.

Цілком інакше виглядає стратегія покупця, який страхує *довгу позицію* у **зворотному опціоні купівлі (call)**. На початку життя опціону він виставляє на продаж стандартний опціон купівлі з ціною виконання, що дорівнює мінімальній ціні реалізації базового інструменту, завдяки чому отримана за стандартний опціон премія компенсує витрати, пов'язані із зайняттям довгої позиції у зворотному опціоні. Якщо дійде до зниження ціни на касовому ринку і базовий актив встановить новий мінімум, то необхідно знову купити виставлений опціон типу купівлі і виставити на продаж новий опціон з нижчою ціною виконання, за який отримаємо вищу премію, ніж за попередній. Нижча премія є наслідком того, що чим вищою є ціна виконання опціону купівлі, тим дорожчим буде опціонний контракт. Якщо під час зниження ціни базового інструменту таку операцію здійснити багаторазово, то доходи з вибраної стратегії перевищать витрати, пов'язані з купівлею зворотного опціону. Якщо ж ціна базового інструменту незначно знизиться, то інвестор не матиме можливості відновити стратегію хеджування, а, отже, його стратегія призведе до збитків.

Спосіб хеджування придбаних і виставлених зворотних опціонів **продажу** з плаваючою ціною виконання буде аналогічним до описаних методів хеджування зворотних опціонів купівлі. Стратегія хеджування *емітента* **зворотного опціону продажу** буде полягати у придбанні стандартного опціону типу продажу, для якого ціна виконання дорівнюватиме максимальній ціні реалізації базового інструменту. У міру зростання ціни базового інструменту він відновлюватиме стратегію хеджування, продаючи власні опціони продажу і купуючи опціони продажу з вищою ціною виконання, яка б відповідала максимуму ціни базового інструменту. Очевидно, що новий опціон буде дорожчим, а тому кожне пристосування нашого похідного інструменту до ринкових умов вимагатиме певних затрат. Однак, якщо на касовому ринку не буде значних рухів вгору, а базовий інструмент не буде досягати нових екстремумів, то витрати на стратегію хеджування будуть меншими від прибутку, одержаного з продажу зворотного опціону. Аналогічно, як і для опціону типу купівлі, також і ця стратегія вимагатиме постійного моніторингу цін на касовому ринку і модифікації опціону, у разі досягнення ціною базового активу нових максимумів.

Покупець **зворотного опціону продажу** з метою хеджування власної позиції повинен виставити стандартний опціон типу продажу з ціною виконання, що дорівнює максимальній ціні реалізації базового інструменту. З продажу опціону можна отримати премію, яка хоч і не буде такою високою, як заплачена за зворотний опціон, але частково компенсує зроблені витрати. Більше того, якщо виявиться, що ринок буде нервовим (нестабільним) і базовий актив часто досягатиме нових максимумів, то інвестор, відкуповуючи стандартний опціон і знову продаючи його з новими параметрами, буде генерувати для себе додатні грошові потоки. Отже, протягом терміну дії зворотного опціону необхідно пристосовувати стратегію хеджування до перебігу змін ринкової ситуації щодо ціни базового інструменту.

Фінансовий результат на застрахованій позиції у зворотному опціоні продажу залежить, очевидно, від частоти і глибини відновлення стратегій хеджування. Якщо ціна базового інструменту незначно зросте від моменту укладення опціонного контракту, то стороною, яка отримає дохід з цієї трансакції, буде емітент опціону, оскільки одержана ним премія покриє усі витрати, пов'язані, як з першим хеджуванням позиції, так і витрати на зміну стратегії хеджування. Якщо ж настане значне зростання ціни базового інструменту, то позитивний фінансовий результат отримає покупець опціону, оскільки доходи зі стратегії хеджування його позиції перевищать витрати на закупівлю зворотного опціону продажу, які дорівнюють опціонній премії.

Як показали дослідження, модифікуючи стандартні форми опціонів, можна створювати нові, ефективніші фінансові інструменти, які дають змогу пристосовувати профіль функції доходу до конкретних вимог інвесторів, а також знижувати витрати на стратегії хеджування за допомогою екзотичних опціонних контрактів. Описані вище деривативи можуть використовуватися інвесторами для хеджування свого портфеля активів від ризиків, пов'язаних з волатильністю ринку. Для правильного вибору стратегії хеджування необхідна глибока обізнаність з особливостями тих похідних інструментів, які інвестор має намір використати. З іншого боку, зворотні опціони відкривають нові можливості щодо здійснення спекулятивних операцій на строковому ринку, особливо зважаючи на те, що деякі їхні різновиди можуть бути дешевшими від стандартних опціонів.

Проведені дослідження показали, що зворотні опціони, як один із різновидів екзотичних опціонів, мають майбутнє. Вони можуть стати привабливими інструментами для широкого кола інвесторів фінансового ринку, якими є комерційні банки, інвестиційні фонди, довірчі товариства, страхові компанії, пенсійні фонди, інші юридичні та фізичні особи. А це означає, що дослідження у цій сфері можуть зацікавити широке коло користувачів. З іншого боку, чим більше таких інструментів є в обігу на строковому ринку, тим меншим спредом і вищою ліквідністю вони характеризуються, що сприяє розвитку ринку деривативів.

3.5. Моделі інших видів умовних опціонів

Опціони одного удару

Нагадаємо, що покупець стандартного європейського опціону отримує у момент реалізації опціону кінцеву виплату, яка дорівнює різниці між наперед узгодженою ціною виконання та спотовою ціною базового активу у день погашення опціону. Натомість покупець стандартного американського опціону одержує від продавця опціону різницю між наперед узгодженою ціною виконання та актуальною спотовою ціною базового активу у будь-який день під час терміну дії опціону. На ринку деривативів також трапляються такі опціони, які є посередніми інструментами, в сенсі визначення моменту, з якого вибирають актуальне значення ціни базового активу. Такі опціони отримали назву „опціони одного удару".

„Опціони одного удару" (one-clique options) – це екзотичні похідні інструменти з групи умовних опціонів, які знаходяться між стандартними європейськими та американськими опціонами, з погляду способу обчислення кінцевого платежу для їхніх утримувачів [50]. Це означає, що виплата за таким опціоном дорівнює різниці: або між ціною виконання та актуальною ціною базового активу у момент погашення опціону, або між ціною виконання та ціною базового активу у наперед встановлений день (момент удару) під час дії опціону. Чим ближче до терміну погашення опціону встановлено момент удару, тим вищою буде опціонна премія такого деривативу. Якщо ж цей момент припадає на день погашення, тобто t^*, то опціон перетворюється на стандартний. Отже, „опціони одного удару" є до певної міри схожими на опціони із запізнюючим стартом, а тому їх можна аналізувати аналогічно до останніх. Функцію виплати „опціонів одного удару" можна записати у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \max[S(\tau) - K, S(\tau_1) - K, 0]; \qquad (3.5.1)$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \max[K - S(\tau), K - S(\tau_1), 0], \qquad (3.5.2)$$

де K – ціна виконання опціону;

$S(\tau_1)$ – ціна спот (значення) базового активу у момент удару;

$S(\tau)$ – ціна спот (значення) базового активу у момент погашення опціону;

$\tau_1 = t_1 - t$ – момент удару (clique time) у майбутньому;

$\tau = t^* - t$ – час до закінчення терміну дії опціону, причому $t < t_1 < t^*$.

Очевидно, що в екстремальному випадку, коли момент удару збігається з моментом погашення опціону, функції виплати (3.5.1)–(3.5.2) стають такими самими, як і функції виплати стандартних опціонів купівлі та продажу. Складність оцінювання „опціонів одного удару" полягає у тому, що обидві ціни, – і ціна базового активу у момент погашення опціону t^*, і його ціна у момент удару t_1, на певний момент часу t є невідомими. Відомо, що коваріація будь-яких двох спостережень, які перекриваються, стандартного процесу Вінера дорівнює найменшому з двох відповідних інтервалів часу. Математично це описується так:

$$Cov\left[z(t_i), z(t_j)\right] = \min\left[t_i, t_j\right],$$

де $z(t_i)$ і $z(t_j)$ – два спостереження стандартного процесу Гаусса–Вінера для двох моментів часу t_i та t_j, що перекриваються;

$\min[.,.]$ – математична функція, котра дає менше з двох аргументів.

Отже, можна стверджувати, що ціна базового активу у момент погашення опціону і його ціна у момент удару корелюють між собою з коефіцієнтом кореляції $\rho = \sqrt{\tau_1 / \tau}$. А це, своєю чергою, дає можливість здійснювати оцінювання „опціонів одного удару" у межах припущень моделі Блека–Шоулса. Припустимо, що поведінка ціни базового активу описується геометричним броунівським рухом. Позначимо:

$$x = \ln\left[S(\tau)/S\right], \; y = \ln\left[S(\tau_1)/S\right].$$

Тоді можна легко довести, що x є нормально розподіленою змінною з середнім μ_x та дисперсією σ_x:

$$\mu_x = \left(r - g - \sigma^2/2\right)\tau, \; \sigma_x^2 = \sigma^2 \tau.$$

Можна також довести, що y є нормально розподіленою змінною з середнім μ_y та дисперсією σ_y:

$$\mu_y = \left(r - g - \sigma^2/2\right)\tau_1, \; \sigma_y^2 = \sigma^2 \tau_1,$$

та показати, що x і y є сумісно нормально розподіленими з коефіцієнтом кореляції $\rho = \sqrt{\tau_1 / \tau}$.

Функцію густини сумісного розподілу можна подати у вигляді таких формул:

$$f(x, y) = f(y) f(x|y), \tag{3.5.3}$$

$$f(y) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right), \; f(x|y) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left[-\frac{(u - \rho v)^2}{2(1-\rho^2)}\right],$$

$$u = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x}, \; v = \frac{y - \mu_y}{\sigma_y}.$$

Використовуючи функцію двовимірного нормального розподілу густини (3.5.3), отримуємо очікуване значення функції (3.5.2) за допомогою подвійного інтегрування:

$$E[P_{oco}] = \omega S\left[e^{(r-g)\tau} N_2(d_1, b_{11}, \rho_1) + e^{(r-g)\tau_1} N_2(d_{y1}, b_{12}, \rho_2)\right] -$$
$$- \omega K\left[N_2(d, b, \rho_1) + N_2(d_y, -b, \rho_2)\right], \tag{3.5.4}$$

$$d = \left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau\right] \Big/ \left(\sigma\sqrt{\tau}\right),$$

$$d_y = \left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau_1\right] \Big/ \left(\sigma\sqrt{\tau_1}\right),$$

$$d_1 = d + \rho\sigma_x, \; d_{y1} = d_y + \rho\sigma_y,$$

$$b = \frac{\mu_x - \mu_y}{\sigma_a}, \; b_{11} = b + \frac{\rho\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y}{\sigma_a}, \; b_{12} = -b + \frac{\rho\sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y}{\sigma_a},$$

$$\rho_1 = \frac{\mu_x - \mu_y}{\sigma_a}, \; \sigma_a = \sqrt{\sigma_x^2 - 2\rho\sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2}, ,$$

де ω – бінарний оператор, який набуває значення $\omega = \begin{cases} 1 & для \quad call \\ -1 & для \quad put \end{cases}$.

Нагадаємо, що $N_2(a,b,\rho)$ – стандартна інтегральна функція двовимірного нормального розподілу з двома верхніми границями a і b та коефіцієнтом кореляції ρ, яка визначається так:

$$N_2(a,b,\rho) = \int_{-\infty}^{a}\int_{-\infty}^{b} f(x,y)\,dx\,dy,$$

де $f(x,y)$ – функція густини.

Підставляючи $\rho = \sqrt{\tau_1/\tau}$, $\mu_x = (r - g - \sigma^2/2)\tau$, $\mu_y = (r - g - \sigma^2/2)\tau_1$, $\sigma_x^2 = \sigma^2\tau$, $\sigma_y^2 = \sigma^2\tau_1$ у (3.5.4), отримуємо:

$$\sigma_a = \sigma\sqrt{\tau - \tau_1}, \; \rho_1 = -\sqrt{1-\rho^2} = -\sqrt{1-(\tau_1/\tau)}, \; \rho_2 = 0,$$

$$\rho_1 = \frac{\rho\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_a}, \; \rho_2 = \frac{\rho\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_a}, \; \sigma_1 = \frac{\rho\sigma_a}{\rho^2 - 1}, \; \sigma_2 = \rho\sigma_1.$$

Спрощуючи вираз (3.5.4) за допомогою тотожності $N_2(a,b,0) = N(a)N(b)$ і дисконтуючи його згідно з відсотковою ставкою без ризику, одержуємо формули для обчислення ціни „опціону одного удару”:

- для опціону з правом купівлі

$$P_{call} = S\left[e^{-g\tau} N_2(d_1, b, \rho_1) + e^{-r(\tau-\tau_1)} N(d_{y1}) N(b_{12})\right] -$$
$$- Ke^{-r\tau}\left[N_2(d, b, \rho_1) + N(d_y) N(-b)\right]; \tag{3.5.5}$$

- для опціону з правом продажу

$$P_{put} = -S\left[e^{-g\tau}N\left(-d_y - \sigma\sqrt{\tau}\right)N(-b) + e^{-r(\tau-\tau_1)}N_2\left(-d - \sigma\tau_1/\sqrt{\tau}, b, -\rho\right)\right] + \tag{3.5.6}$$

$$+Ke^{-r\tau}\left[N_2(-d, b, -\rho_1) + N\left(-d_y\right)N(-b)\right],$$

$$d = \left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau\right] \Big/ \left(\sigma\sqrt{\tau}\right),$$

$$d_y = \left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau_1\right] \Big/ \left(\sigma\sqrt{\tau_1}\right),$$

$$d_1 = d + \sigma\sqrt{\tau_1}\,,\ d_{y1} = d_y + \sigma\tau_1/\sqrt{\tau}\,,$$

$$b = \frac{r - g - \sigma^2/2}{\sigma}\sqrt{\tau - \tau_1}\,,\ b_{12} = -b - \sigma\sqrt{\frac{(\tau - \tau_1)\tau_1}{\tau}}\,,$$

$$\rho_1 = -\sqrt{1 - \rho^2} = -\sqrt{1 - (\tau_1/\tau)}\,.$$

Використовуючи наведені формули, обчислимо ціну „опціону одного удару" з терміном дії півроку $\tau = 0.5$, моментом удару через 4 місяці $\tau_1 = 4/12 \approx 0.3333$, базовим активом якого є акція зі спотовою ціною $S = 535$ \$, ціна виконання опціону становить $K = 540$ \$, змінність базового активу $\sigma = 15$ %, його дохідність $g = 3{,}5$ %, відсоткова ставка без ризику становить $r = 7$ %. Обчислимо проміжні параметри:

$$\rho_1 = -\sqrt{1 - (0.3333/0.5)} = -0.5774\,,$$

$$d = \left[\ln\left(\frac{535}{540}\right) + \left(0.07 - 0.035 - \frac{1}{2}\times 0.15^2\right)\times 0.5\right] \Big/ \left(0.15\sqrt{0.5}\right) = 0.02394\,,$$

$$d_1 = 0.02394 + 0.15\sqrt{0.3333} = 0.11054\,,$$

$$d_y = \left[\ln\left(\frac{535}{540}\right) + \left(0.07 - 0.035 - \frac{1}{2}\times 0.15^2\right)\times 0.3333\right] \Big/ \left(0.15\sqrt{0.3333}\right) = -0.01663\,.$$

$$d_{y1} = -0.01663 + 0{,}15\times 0.3333/\sqrt{0.5} = 0.01872\,,$$

$$b = \frac{0.07 - 0.035 - 0.15^2/2}{\sigma}\sqrt{0.5 - 0.3333} = 0.06465\,,$$

$$b_{12} = -0.06465 - 0.15\sqrt{\frac{(0.5 - 0.3333)\times 0.3333}{0.5}} = -0.1147\,.$$

Тоді ціна „опціону одного удару" з правом купівлі становитиме

$$c_{oco} = 535\times\left[e^{-0.035\times 0.5}N_2(0.1105, 0.646, -0.5774) + e^{-0.07(0.5-0.3333)}N(0.0187)N(-0.1147)\right] -$$

$$c_{oco} = 535\times\left[e^{-0.035\times 0.5}N_2(0.1105, 0.646, -0.5774) + e^{-0.07(0.5-0.3333)}N(0.0187)N(-0.1147)\right] -$$

$$-540\times e^{-0/07\times 0.9}\left[N_2(0.0239, 0.0646, -0.5774) + N(-0.0166)N(-0.0646)\right] = 14.149\$\,.$$

На формування цін „опціонів одного удару" мають вплив багато різноманітних факторів. Найважливіші з них наведемо у вигляді табл. 3.5.1.

Таблиця 3.5.1

Фактори впливу на формування цін „опціонів одного удару"

Фактор/ вид опціону	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
Ступінь корисності базового інструменту					+
Дохідність базового інструменту			+	+	
Відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	
Вітчизняна відсоткова ставка без ризику	+	+	+	+	+
Ціна (значення) базового інструменту	+	+	+	+	+
Ціна (курс) виконання опціону	+	+	+	+	+
Змінність ціни (значення) базового інструменту	+	+	+	+	+
Частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
Термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
Наближеність моменту удару до дати погашення опціону	+	+	+	+	+

Деякі результати досліджень „опціонів одного удару" можна знайти також у [197].

Опціони „на окрик"

У разі додавання до стандартних опціонів деяких конструкційних елементів зворотних опціонів були створені інші різновиди екзотичних опціонів, зокрема опціони „на окрик", „опціони типу ladder" та „опціони типу ratchet". Аналогічно, як і в зворотних опціонах, у згадані деривативи вбудовано механізми коригування ціни виконання упродовж терміну дії опціонного контракту.

За екстремальне значення загалом можуть бути прийняті не усі рівні, досягнуті ціною базового активу, а тільки ті, котрі задовольняють деякий критерій. Таким критерієм може бути деякий мінімальний рух ціни базового активу щодо попереднього екстремуму („опціони типу ladder"), досягнення екстремуму у визначеному проміжку часу („опціони типу ratchet") або рішення покупця опціону про зміну попереднього курсу виконання на новий курс виконання (опціони „на окрик") [170, *с. 91*].

Опціони „на окрик" (shout/deferred-strike options), які також належать до групи умовних опціонів, є європейськими опціонами, які надають їхнім власникам можливість одноразово скоригувати („на окрик”) ціну виконання у довільний момент часу у межах терміну дії опціону. Це означає, що, на відміну від попередніх деривативів, де такі зміни відбувалися до певної міри автоматично (зазвичай у момент укладання опціонного контракту), для опціонів „на окрик” зміни ціни виконання може доконати лише власник опціону. Після прийняття такого рішення він повинен повідомити емітента про намір замінити попередньо встановлену ціну виконання на актуальну ринкову ціну базового активу. Очевидно, що своїм правом власник опціону скористається лише за умови, що актуальна ціна базового активу є нижчою від ціни виконання (для опціону купівлі) або вищою від ціни виконання (для опціону продажу), а він не передбачає у майбутньому (у межах терміну дії опціону) привабливішої для себе ринкової ситуації. Знижуючи (опціон call) або підвищуючи (опціон put) ціну виконання, інвестор фактично обмінює власний опціон „без грошей” на опціон „у грошах”, покращуючи свою позицію. Якщо ж утримувач опціону не використає свого права, опціон „на окрик” перетвориться на стандартний європейський опціон. Отже, у момент погашення опціону його власник отримає або внутрішню вартість опціону на момент коригування, або виплату за стандартним європейським опціоном, залежно від того, що для нього буде вигіднішим [50, 55].

Опціони „на окрик” можна порадити інвесторам, які на момент придбання опціону не впевнені, чи цей момент є відповідним для укладання опціонного контракту, з огляду на ринкову ситуацію базового активу. Можливість коригування може покращати фінансову ситуацію утримувача опціону.

Функцію кінцевої виплати для утримувача опціону „на окрик” запишемо у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \max(S_T - X, 0)\,; \tag{3.5.7}$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \max(X - S_T, 0)\,, \tag{3.5.8}$$

де X – ціна виконання, встановлена під час укладання опціонного контракту або скоригована інвестором „на окрик”;

S_T – актуальна ринкова ціна базового активу на момент реалізації опціону.

Опціонна премія за опціоном „на окрик” є незначно вищою від премії стандартного опціону. Однак вона є значно нижчою від опціонної премії зворотного опціону, хоч має деякі її характерні ознаки [140, *с. 443*].

Розглянуті різновиди опціону „на окрик” передбачають купівлю цього деривативу і купівлю права „на окрик”, тобто права на зміну ціни виконання. Однак таке право може купити також і емітент опціону „на окрик”. Отже, опціон може бути куплений або проданий, може надавати право на купівлю або продаж базового інструменту, і, незалежно від цього, може бути також куплене або продане право „на окрик” (shout). Проведені дослідження показали, що можна отримати вісім можливих різновидів опціону „на окрик” (див. табл. 3.5.2).

Таблиця 3.5.2

Різновиди опціонів „на окрик”

Операція з опціоном	***Тип опціону***	***Операція з правом „на окрик”***	***Позиція інвестора в опціоні „на окрик”***
Купівля опціону (long)	Купівлі (call)	Купівля права „на окрик” (long-shout)	Long – call – long – shout
		Продаж права „на окрик” (short-shout)	Long – call – short – shout
	Продажу (put)	Купівля права „на окрик” (long-shout)	Long – put – long – shout
		Продаж права „на окрик” (short-shout)	Long – put – short – shout
Продаж опціону (short)	Купівлі (call)	Купівля права „на окрик” (long-shout)	Short – call – long – shout
		Продаж права „на окрик” (short-shout)	Short – call – short – shout
	Продажу (put)	Купівля права „на окрик” (long-shout)	Short – put – long – shout
		Продаж права „на окрик” (short-shout)	Short – put – short – shout

У разі придбання опціону „на окрик” і одночасного придбання права „на окрик” інвестор сплачує високу премію за можливість отримання вищого прибутку, пов’язаного з можливістю вигіднішої для нього ціни виконання. Натомість у разі придбання опціону „на окрик” і одночасного продажу права „на окрик” емітентові, інвестор сплачує невисоку премію, оскільки його потенційний дохід може бути нижчим, з огляду на можливість зміни ціни виконання емітентом опціону.

Теоретично можна встановити не один момент для зміни ціни виконання, а декілька, за обопільною згодою сторін опціонного контракту. Якщо кількість таких дат прямуватиме до нескінченності, опціон „на окрик” наближатиметься до зворотного опціону. А це означає, що зворотний опціон можна трактувати як частковий випадок опціону „на окрик”. Тому для оцінювання останніх можна використовувати формули, виведені для зворотних опціонів, із урахуванням частоти спостереження за ціною базового активу. Інший спосіб обчислення ціни опціону „на окрик” передбачає використання біноміального методу.

Деякі з авторів вважають, що можна додатково модифікувати опціони „на окрик”, що розширить можливості та масштаб використання цих деривативів. Наприклад, А. Напюрковскі впроваджує поділ таких опціонів на два різновиди [170, *с. 95–97*]:

- опціони з плаваючою ціною виконання (floating-strike shout options);
- опціони з фіксованою ціною виконання (fixed-strike shout options).

У першому випадку зміни, які може здійснити власник опціону, стосуються ціни виконання, натомість у другому – ціни базового активу на момент реалізації опціону.

Опціони „на окрик” можуть виставлятися на будь-які базові інструменти. Залежно від їхнього типу, на ціни таких опціонів можуть мати вплив різні фактори. Найважливіші з них подамо у вигляді таблиці (див. табл. 3.5.3).

Таблиця 3.5.3

Фактори впливу на ціни опціонів „на окрик"

Фактор/ вид опціону	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
Ступінь корисності базового інструменту					+
Дохідність базового інструменту			+	+	
Відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	
Вітчизняна відсоткова ставка без ризику	+	+	+	+	+
Ціна (значення) базового інструменту	+	+	+	+	+
Ціна (курс) виконання опціону	+	+	+	+	+
Змінність ціни (значення) базового інструменту	+	+	+	+	+
Частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
Термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
Право „на окрик" належить утримувачу/ емітенту	+	+	+	+	+

Ступінчаті опціони

Ще одним різновидом екзотичних опціонів, які істотно відрізняються від своїх стандартних аналогів, є ***„ступінчаті опціони"*** або ***„опціони типу ladder"*** (ladder options), які належать до великої групи залежних від траєкторії опціонів. Це означає, що функція виплати за такими деривативами залежить від того, як формувалася ціна базового інструменту упродовж усього терміну дії опціону, а не тільки у момент його реалізації, як це відбувається у стандартних опціонах [50, 55].

Характерною рисою цих деривативів є те, що за ціну виконання вибирається найвища або найнижча (залежно від типу опціону) ціна базового активу протягом терміну дії опціону, серед наперед встановлених рівнів. Це означає, що під час укладання опціонного контракту між сторонами обумовлюється ряд рівнів цін базового активу, який нагадує сходи, звідки і походить назва опціону. Доти, доки ціна базового активу не досягне рівня наступної сходинки, опціон буде виконуватися для попереднього рівня ціни (попередньої сходинки), а не для актуальної ціни базового активу на ринку спот, як це відбувається у стандартних опціонах.

Розрізняємо два види „ступінчатих опціонів", зокрема:

- опціони з плаваючою ціною виконання (floating-strike ladder options);
- опціони з фіксованою ціною виконання (fixed-strike ladder options).

Для „ступінчатих опціонів" з плаваючою ціною виконання замість ціни виконання вибирається екстремальний рівень з множини наперед визначених рівнів, якого досягла ціна базового активу протягом терміну дії цього деривативу. Треба зазначити, що множина рівнів складається з різних можливих цін, встановлених з однаковим інтервалом. Доки ціна базового інструменту не досягне кращого (з погляду власника опціону) рівня, за ціну виконання вибирають найвигідніший для власника рівень серед досягнутих рівнів ціни.

Функцію виплати для „ступінчатих опціонів" з <u>плаваючою</u> ціною виконання запишемо у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}^{flt} = \max[S_T - L_{\min}, 0]; \tag{3.5.9}$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}^{flt} = \max[L_{\max} - S_T, 0], \tag{3.5.10}$$

де $L_{\min}$ – найнижчий з визначених рівнів, якого досягнула ціна базового активу;

$L_{\max}$ – найвищий з визначених рівнів, якого досягнула ціна базового активу;

S_T – ціна базового активу у момент реалізації опціону.

Припустимо, що інвестор зайняв довгу позицію у валютному „ступінчатому опціоні" типу купівлі на курс EUR/UA, з <u>плаваючою</u> ціною виконання на рівні 7.70, причому інтервал між рівнями становить 10 коп. Якщо ціна європейської валюти знизиться у якийсь момент часу, у межах терміну дії опціону, до мінімального значення 7.65, то ціна виконання залишиться на тому самому рівні. Якщо ж протягом дії опціону курс євро знизиться до 7.57, то ціна виконання набуде значення 7.60.

Розглянемо тепер довгу позицію інвестора в аналогічному опціоні з правом продажу валюти. Якщо ринкова ціна європейської валюти протягом терміну дії опціону зросте у якийсь момент часу, у межах терміну дії опціону, максимально до значення 7.79, то ціна виконання залишиться без змін. Натомість, коли курс євро у гривнях досягне, наприклад, позначки 7.91, то нова ціна виконання набуде значення 7.90.

За аналогією до зворотних опціонів з фіксованою ціною виконання побудовано „ступінчатий опціон" з фіксованою ціною виконання, тобто дохід власника такого деривативу залежатиме від максимального або мінімального рівня, якого досягла ціна базового активу протягом дії опціонного контракту. Ціна виконання залишається незмінною, а ціна базового активу на момент реалізації замінюється на досягнуте екстремальне значення рівня.

Отже, функцію виплати для „ступінчатих опціонів" з <u>фіксованою</u> ціною виконання можна записати у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}^{fix} = \max[L_{\max} - K, 0];$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}^{fix} = \max[K - L_{\min}, 0].$$

Розглянемо той самий приклад, припускаючи, що інвестор зайняв довгу позицію у валютному „ступінчатому опціоні" типу купівлі на курс EUR/UA, але з <u>фіксованою</u> ціною виконання на рівні 7.70, інтервал між рівнями становить 10 коп. Якщо ринкова ціна європейської валюти упродовж терміну дії опціону зросте у якийсь момент часу, у межах терміну дії опціону, максимально до значення 7.79, то при розрахунку доходу власника опціону L_{max} дорівнюватиме 7.70. Натомість, коли курс євро у гривнях досягне, наприклад, позначки 7.91, то L_{max} дорівнюватиме 7.90.

І другий випадок, – тобто довга позиція інвестора в аналогічному опціоні з правом продажу валюти. Якщо ціна європейської валюти знизиться у якийсь момент часу, у межах терміну дії опціону, до мінімального значення 7.65, то L_{min} набуде значення 7.70. Якщо ж протягом дії опціону курс євро знизиться до 7.57, то L_{min} набуде значення 7.60.

Отже, на відміну від звичайних зворотних опціонів, „ступінчаті опціони" не дають їхньому утримувачу гарантії, що він матиме змогу купити (або продати) базовий актив за мінімальною (або максимальною) ціною, якої досяг базовий інструмент протягом існування цього деривативу. Однак вони дають можливість придбати (продати) базовий інструмент за найнижчою (найвищою) ціною із встановлених в опціонному контракті рівнів. У зв'язку з цим „ступінчаті опціони" будуть дешевшими від зворотних опціонів, але дорожчими від стандартних опціонів.

Залежно від того, яку кількість рівнів встановлено в опціонному контракті і з яким інтервалом залежить розмір опціонної премії такого деривативу: чим більше таких рівнів і вужчий між ними інтервал, тим дорожчим буде опціон. Це пояснюється тим, що досягнення чергового рівня ціни стає значно простішим, що підвищує потенційний дохід власника опціону, і відповідно зростає ризик емітента. Натомість за меншої кількості рівнів та ширшого інтервалу між ними „ступінчатий опціон" стає дешевшим.

Узагальнюючи, можна сказати, що при встановленні кількості рівнів ціни, що прямує до нескінченності, „ступінчатий опціон" перетворюється на зворотний опціон. Як бачимо, „ступінчаті опціони" є дешевшими від зворотних опціонів. Зазначимо, що „ступінчаті опціони" дуже схожі на „бар'єрні опціони" у тому сенсі, що їхній дохід залежить від того, чи ціна базового активу досягне деякого наперед встановленого рівня. Ці деривативи також мають деякі спільні риси зі зворотними опціонами, тобто виплата за ними теж залежить від максимального або мінімального курсу базового активу протягом терміну дії опціону, але за деяких обмежень у вигляді „сходів". З цього випливає, що „ступінчаті опціони" є менш ризикованими інструментами для їхніх емітентів, порівняно з багатьма іншими деривативами. А чим ближчими між собою будуть встановлені рівні цін, тим ближчим до зворотного опціону буде „ступінчатий опціон" і відповідно дорожчим. Однак основною перевагою цих деривативів є нижча ціна порівняно зі зворотними опціонами майже за такої самої їх дії.

Існує інший підхід до оцінювання „ступінчатих опціонів". Наприклад, П. Занг порівнює „ступінчаті опціони" з бар'єрними опціонами і вважає, що їх можна вважати більш „залежними від траєкторії", ніж бар'єрні опціони. Автор зараховує „ступінчаті опціони" до невеликої групи „пакетних опціонів" (package options), які ще називаються „гібридними опціонами" (hybrid options) [227, *с. 585–587*]. Зважаючи на цей факт, такі деривативи не завжди зараховують до класу екзотичних опціонів. Оскільки „пакетні опціони" складаються зі стандартних опціонів, то їх можна оцінювати на підставі формул для визначення цін стандартних опціонів.

Функцію виплати „ступінчатого опціону", згідно із П. Зангом, можна подати у такому вигляді [227, *с. 586*]:

$$payoff = \max\{\omega \max[S(\tau), L_n] - \omega K, 0\}, \tag{3.5.11}$$

де L_n – найвищий рівень сходинок у серії наперед визначених рівнів $(L_1, L_2, ..., L_n)$;

$S(\tau)$ – поточна ціна базового активу у момент погашення опціону τ;

K – ціна виконання опціону;

ω – бінарний оператор, який дорівнює $\omega = \begin{cases} 1 & для \quad call, \\ -1 & для \quad put. \end{cases}$

Для спрощення проаналізуємо спосіб оцінювання ступінчатого опціону з одним рівнем ціни H. У такому разі матимемо тільки одну сходинку H, а параметр L_n набуватиме значення або H, або нуль, залежно від того, чи зазначений рівень буде досягнутий ціною базового активу, чи ні. Отже, „ступінчатий опціон" можна оцінювати для двох випадків:

а) рівень H не був досягнутий ціною базового інструменту протягом терміну дії опціону жодного разу;

б) рівень H був досягнутий ціною базового інструменту протягом дії опціону принаймні один раз.

У першому випадку „ступінчатий опціон" перетворюється на „опціон виходу з бар'єром угорі" (up-out barrier option), причому бар'єр набуває значення H, а страйкова ціна дорівнює K. Для другого випадку функцію виплати (3.5.11) можна записати в іншому вигляді, а саме:

$$payoff1 = \max\{\omega[S(\tau) - K], \omega(H - K), 0\} \tag{3.5.12}$$

або

$$payoff1 = \omega(H - K) + \max\{\omega[S(\tau) - H], 0\}. \tag{3.5.13}$$

З формул (3.5.12) і (3.5.13) видно, що функцію виплати „ступінчатого опціону" можна розкласти на дві функції виплат двох різних опціонів, зокрема:

- „бінарного опціону типу готівка або нічого" (cash-or-nothing digital option);
- „опціону входу з бар'єром угорі" (up-in barrier option) зі страйковою ціною H.

Враховуючи вищесказане, ціну ступінчатого опціону з одним рівнем H можна записати у вигляді:

$$PLD = UPOUT(S, H, K) + UPIN(S, H, H) + (H - K)UPINDigital(S, H), \tag{3.5.14}$$

де $UPOUT(A, B, C)$ – стандартний опціон виходу з бар'єром угорі;

$UPIN(A, B, C)$ – стандартний опціон входу з бар'єром угорі;

$UPINDigital(A, B)$ – стандартний бінарний опціон;

А – ціна спот, В – значення бар'єра, С – ціна виконання.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 3

Нестандартні (екзотичні) опціони є модифікацією та розвиненням стандартних опціонних контрактів. Від стандартних опціонів вони відрізняються тим, що в них не виконуються деякі принципи, які стосуються дати погашення, ціни опціону, ціни реалізації або виду базового інструменту.

Дослідження показали, що банки та інші фінансові інституції часто формують свої хеджингові стратегії із застосуванням опціонів, зокрема екзотичних, здійснюють оцінювання цих інструментів та активну торгівлю ними. Сьогодні обіг переважної більшості екзотичних опціонів відбувається на позабіржовому ринку, здебільшого міжбанківському, хоча деякі їхні різновиди з'являються також і на біржовому ринку.

Екзотичні опціони можемо поділити на декілька великих груп, а саме: опціони, залежні від траєкторії ціни базового інструменту; кореляційні опціони, виставлені на кілька базових інструментів; одинарні опціони з сингулярною функцією виплати; залежні від часу опціони та інші. Кожна з груп має певні особливості, недоліки та переваги. Однак основною перевагою екзотичних опціонів є можливість збудувати за їхньою допомогою таку стратегію, яка б чітко відповідала заданому профілю ризику.

У класичних моделях ціноутворення припускається, що дохідність базового інструменту та його змінність, а також відсоткова ставка без ризику є фіксованими величинами, які не змінюються протягом терміну дії опціону. Однак, як показали дослідження, насправді ці величини мають випадковий характер і можуть змінюватися стрибкоподібно. Звідси випливає, що, зокрема, функція доходу за базовим інструментом може бути розривною та стрибкоподібною.

З метою наближення моделей ціноутворення екзотичних опціонів до реальних процесів на ринку деривативів нами опрацьовано моделі умовних екзотичних опціонів зі стрибкоподібною функцією доходу базового інструменту, які одночасно порівнюються з моделями фіксованої дохідності базового активу, що є різновидом попередніх моделей. Такий підхід можна також застосувати до деяких різновидів кореляційних опціонів, до бінарних, залежних від часу та інших видів нестандартних опціонів.

Розділ 4. ДОСЛІДЖЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАНДАРТНИХ ОПЦІОНІВ З ФІКСОВАНОЮ ТА СТОХАСТИЧНОЮ ВІДСОТКОВОЮ СТАВКОЮ БЕЗ РИЗИКУ

4.1. Моделі кореляційних опціонів

Кореляційні опціони (correlation options), які становлять один із найчисленніших класів екзотичних деривативів, з'явилися у відповідь на глобалізацію та інтеграцію ринків, внаслідок чого зросла необхідність у захисті ризику відкритих позицій у багатьох інструментах та на багатьох різних ринках одночасно [49]. Дослідження різних аспектів визначення, оцінювання та застосування кореляційних опціонів здійснювали такі зарубіжні вчені: П. Занґ [225–227], Ґ. Ґастінеу [119], Р.Л. Макдоналд [164], М. Ґарман [117], К. Ревіндрен [187], М. Рубінштейн [195], Р. Штульц [209], М. Перслі [178], С. Граннiс [129], Р. Квіссет [185], Ч. Смітсот [206], М. Онг [176] та інші.

Базовими активами кореляційних опціонів можуть бути курси валют, відсоткові ставки, ціни акцій або інших цінних паперів, значення фондових індексів, ціни товарів тощо. Вони можуть належати до тієї самої групи (напр., курси двох валют) або до різних груп інструментів (напр., валютний курс і відсоткова ставка). Опціони, виставлені на інструменти різних видів, називаються *опціонами зі схрещенням активів (cross-asset options)* [225]. Кореляційний опціон може ґрунтуватися на кількох акціях різних фірм або кількох ґатунках нафти, але також може ґрунтуватися, наприклад, на акціях і валютах одночасно.

Екзотичний опціон, який залежить від двох або більше базових активів, називають *кореляційним (correlation)* або *багатофакторним опціоном (multifactor/ multiindex/ multiasset option)*. Кореляційні опціони є доволі складними екзотичними похідними інструментами. Під час їхнього оцінювання необхідно враховувати взаємозалежності між поведінкою базових активів. Ці взаємозалежності характеризує коефіцієнт кореляції. Додатковим параметром є похідна ціни опціону за коефіцієнтом кореляції, який характеризує кореляційні опціони. Для таких деривативів також визначається по кілька коефіцієнтів дельта, гамма і вега. Якщо кореляційний опціон ґрунтується на двох первинних активах, то визначається по два таких коефіцієнти.

Отже, окрім визначення коефіцієнта змінності цін базових активів, оцінюючи кореляційні опціони, необхідно додатково визначити також коефіцієнт кореляції між ними. Як правило, коефіцієнт кореляції обчислюється на підставі історичних даних і в моделях оцінювання цих деривативів приймається за сталу величину, так зване історичне значення коефіцієнта кореляції.

Однак П.Ґ. Занґ пише: "Кожен, хто має практичний досвід, знає, що про коефіцієнт кореляції між двома обтяженими ризиком фінансовими інструментами можна сказати все, але тільки не те, що він є сталим. Він підлягає значним коливанням, в принципі, з циклічним характером... Отже, припущення щодо сталості коефіцієнта кореляції може недооцінювати або переоцінювати значення існуючої фактично кореляції, що призводить до помилок у визначенні теоретичних цін кореляційних опціонів" [226, *с. 549*]. П.Ґ. Занґ пояснює змінність коефіцієнта кореляції у часі постійними змінами у ринковій інформації. Базові активи характеризуються різною чутливістю до змін ринкових умов: одні реагують сильніше ніж інші, реакції деяких мають протилежні напрямки. Все це призводить до змінності коефіцієнтів кореляції між базовими активами. Більше того, сама чутливість на інформацію є змінним параметром для кожного інструменту. У зв'язку з цим П.Ґ. Занґ вперше у світовій фінансовій літературі запропонував *моделювати коефіцієнти кореляції* з метою їхнього використання для оцінювання кореляційних опціонів.

Альтернативним до моделювання способом визначення коефіцієнта кореляції є так званий *імплікований коефіцієнт кореляції* (implied correlation coefficient). Цей метод є аналогічним до імплікованої змінності. Знаючи ринкову ціну кореляційного опціону та модель його оцінювання, шукають коефіцієнт кореляції у такий спосіб, щоб після підставляння у модель він збігався із актуальною ринковою ціною опціону. Однак справедливість цього методу може викликати сумніви, зважаючи на низьку ліквідність ринку кореляційних опціонів, які обертаються переважно у позабіржовому секторі строкового ринку. У зв'язку з останнім фактом доступ до поточних цін опціонів є доволі складним. Окрім цього, такі деривативи підбирають до конкретних вимог кожного клієнта, а тому деталі щодо їхньої конструкції становлять, зазвичай, комерційну таємницю.

Ще одним методом визначення коефіцієнта кореляції двох змінних є *аналіз часових рядів* або застосування *економетричної моделі авторегресії GARCH* (generalized auto-regressive conditional heteroscedasticity). Ця модель дає можливість на підставі даних з минулого оцінити майбутні змінності двох активів, а також їхні коваріації, що дає змогу визначити коефіцієнт кореляції. На жаль, ця модель є дуже складною, а її результати не є досконалими.

На практиці інвестори найчастіше спираються на історичні дані та на власні прогнози щодо розвитку ринкової ситуації. Методи оцінювання коефіцієнта кореляції на підставі історичних даних можна знайти, наприклад, у [178].

Загалом до класу кореляційних опціонів можна зарахувати багато різних видів опціонів, серед яких найпопулярнішими стали такі їхні модифікації [49]:

- ***опціони обміну (exchange options);***
- ***кореляційні бінарні опціони (correlation digital options);***
- ***опціони типу „найкращий–найгірший" (options paying the best or worst);***
- ***опціони типу „більш дохідний" (out-performance options);***
- ***„опціони на частку" (quotient/ratio options);***
- ***„опціони на екстремальне значення з n активів" (options on maximum or minimum of n assets) або веселкові опціони (rainbow options);***
- ***„опціони на різницю цін" або „на спред" (spread options);***
- ***„опціони на спред між веселками" (spread over the rainbows options);***

– ***кошикові опціони (basket options);***

– ***„опціони на добуток" (product options);***

– ***опціони на іноземні акції (foreign equity options);***

– ***опціони на валютний курс, пов'язаний з акцією (equity-linked foreign exchange options);***

– ***опціони типу quanto (quanto options);***

– ***альтернативні опціони (alternative options);***

– ***опціони з двома цінами виконання (dual-strike options).***

Залежно від того, як коефіцієнт кореляції впливає на функцію виплати за опціонами, поділимо їх на дві групи:

– *опціони з першим ступенем кореляції (first-order correlation options);*

– *опціони з другим ступенем кореляції (second-order correlation options).*

Опціони з першим ступенем кореляції мають більше ніж один базовий актив. Їхні ціни безпосередньо залежать від коефіцієнта кореляції базових активів, тобто коефіцієнт кореляції безпосередньо зв'язаний із функцією виплати, як наприклад, у „опціонах на спред", „опціонах обміну" та інших.

Опціони з другим ступенем кореляції ґрунтуються, в принципі, на одному первинному інструменті, однак у розрахунку за опціоном бере участь інший базовий інструмент (наприклад, валюта), що вимагає урахування валютного курсу як другої змінної. Взаємозалежність між валютним курсом і первинним інструментом значною мірою впливає на ціну опціону і повинна бути врахована під час його оцінювання. До цієї групи входять такі деривативи, як опціони типу „quanto", „опціони на іноземні акції", „опціони на валютний курс, пов'язаний з акцією", на функцію виплати яких кореляція має значно менший вплив. Іноді трапляються опціони, які мають характерні риси як першої, так і другої групи кореляційних опціонів.

Припустимо, що ціни базових активів $I_1(\tau)$ та $I_2(\tau)$ мають логарифмічно-нормальний розподіл і змінюються згідно із стохастичними процесами, які описують пару геометричних стандартних рухів Броуна:

$$dI_1 = (\mu_1 - g_1)I_1dt + \sigma_1 I_1 dz_1(t),$$

$$dI_2 = (\mu_2 - g_2)I_2dt + \sigma_2 I_2 dz_2(t),$$

де $z_1(\tau)$, $z_2(\tau)$ – два стандартні процеси Гаусса–Вінера з коефіцієнтом кореляції ρ;

μ_1 – миттєве середнє (на певний час) для першого базового інструменту;

μ_2 – миттєве середнє (на певний час) для другого базового інструменту;

σ_1 – стандартне відхилення для першого базового інструменту;

σ_2 – стандартне відхилення для другого базового інструменту;

g_1 – ставка доходу першого базового інструменту;

g_2 – ставка доходу другого базового інструменту.

У безризиковому середовищі згаданий вище стохастичний процес буде описуватися так:

$$dI_1 = (r - g_1)I_1 dt + \sigma_1 I_1 dz_1(t),$$
$$dI_2 = (r - g_2)I_2 dt + \sigma_2 I_2 dz_2(t).$$

Розв'язки системи рівнянь матимуть такий вигляд:

$$I_1(\tau) = I_1 \exp\left[\left(r - g_1 - \frac{1}{2}\sigma_1^2\right)\tau + \sigma_1 z_1(\tau)\right],$$

$$I_2(\tau) = I_2 \exp\left[\left(r - g_2 - \frac{1}{2}\sigma_2^2\right)\tau + \sigma_2 z_2(\tau)\right],$$

де t – поточний час;

t^* – термін погашення опціону, причому $\tau = t^* - t$;

I_1 – поточна ринкова ціна (значення) першого базового інструменту у початковий момент часу t;

I_2 – поточна ринкова ціна (значення) другого базового інструменту у початковий момент часу t.

У цьому розділі розширимо класичну модель оцінювання опціонів Блека–Шоулса на випадок, коли відсоткова ставка без ризику є розривною стрибкоподібною функцією. Скористаємося тим, що в багатьох економічних та фізичних моделях розривність моделюється за допомогою процесу Пуассона.

Подібно, як у разі стрибкоподібної функції доходу базового інструменту, ґрунтуючись на теорії стохастичних процесів зі стрибками, викладеній у монографії [96], розробимо низку нових економіко-математичних моделей найвживаніших кореляційних опціонів для стрибкоподібної випадкової зміни відсоткової ставки без ризику.

Моделі оцінювання деяких різновидів кореляційних опціонів наведено також у [48, 49, 55].

Опціони обміну

Опціони обміну належать до групи опціонів першої кореляції. Вони дають їхнім утримувачам змогу обміняти один базовий актив на інший. Утримувач опціону обміну має право отримати у день погашення (або протягом дії) опціону один базовий актив замість платежу за інший базовий актив [48]. Зазначимо, що як і стандартні опціони, опціони обміну можуть бути реалізовані як в європейському стилі, так і в американському.

Опціони обміну – це основний вид кореляційних опціонів, зважаючи на те, що інші кореляційні опціони можна представляти та аналізувати на основі опціонів обміну, які є найпростішими у групі кореляційних опціонів. Хоча ці опціони були описані Уільямом Маргрейбом (William Margrabe) ще у 1978 році, однак упродовж багатьох наступних років вони науковцями не досліджувалися.

Дослідимо особливості цих похідних інструментів та їхню функцію виплати. Загалом немає особливих відмінностей між опціонами обміну типу купівлі (call) та опціонами обміну типу продажу (put). Тому стандартний опціон обміну можна інтерпретувати як опціон *купівлі* на перший актив з ціною виконання, що дорівнює майбутній ціні другого активу на момент реалізації опціону. З іншого боку, за аналогією, опціон обміну можна також трактувати як опціон *продажу* другого активу з ціною виконання, що дорівнює ціні першого активу на момент реалізації опціону. Це означає, що опціон обміну має два базові активи, а саме один – який є в наявності у покупця опціону, і другий – на який перший актив можна обміняти у майбутньому, а, отже, він повинен бути у наявності у продавця опціону на момент реалізації такого деривативу. З цього випливає, що при вимірюванні чутливості цих деривативів до змін ринкових умов необхідно розглядати грецькі показники (delta, gamma, vega, theta, rho) два рази, що вимагає більших затрат праці, часу і коштів.

Опціони обміну є ефективними похідними фінансовими інструментами, що часто використовуються для обмеження валютного ризику, який зазвичай загрожує імпортерам та експортерам продукції. Обмін певної кількості однієї валюти на іншу цілком виключає втрати від можливих курсових коливань. Порівняно зі стандартними опціонами, опціони обміну мають ту перевагу, що немає необхідності шукати на ринку опціони з відповідною ціною виконання, яких може навіть і не бути у продажу.

Опціони обміну – це найпростіший вид кореляційних опціонів, а оцінювати їх можна за допомогою однієї із різновидів моделі Блека–Шоулса [48]. Розглянемо опціони обміну у межах припущень моделі Блека–Шоулса. У такому разі функція виплати опціону обміну європейського стилю виконання, в якому здійснюється обмін другого активу на перший актив, матиме такий математичний вигляд:

$$payoff = \max[I_1(\tau) - I_2(\tau), 0], \tag{4.1.1}$$

де $I_1(\tau)$ – ринкова ціна (значення) першого базового інструменту у момент погашення опціону t^*;

$I_2(\tau)$ – ринкова ціна (значення) другого базового інструменту у момент погашення опціону t^*;

$\max[.,.]$ – функція, котра означає більший з двох аргументів.

Описаний опціон ще називають опціоном обміну другого активу на перший. Функція виплати (4.1.1) є аналогічною до функції виплати за стандартним опціоном купівлі, в якій ціна виконання K замінюється на ціну другого базового активу $I_2(\tau)$. Отже, опціон обміну можна розглядати як стандартний опціон купівлі, виставлений на перший актив з ціною виконання, що дорівнює майбутній ціні другого активу (на момент реалізації опціону). З іншого боку, функція виплати (4.1.1) є такою самою, як функція виплати стандартного опціону продажу, якщо розглядати майбутню ціну першого активу $I_1(\tau)$ як ціну виконання. Тобто „опціон обміну" можна трактувати як стандартний опціон продажу зі страйковою ціною, що дорівнює майбутній ціні першого активу. Якщо йдеться про момент реалізації, то у опціонів європейського стилю реалізації він завжди припадає на останній день терміну дії опціону, тоді як американський стиль реалізації передбачає будь-який день (за вибором утримувача опціону) протягом терміну дії цього деривативу.

Якщо порівняємо вигляд функцій виплат опціону обміну та стандартного опціону, то легко переконатися, що опціон обміну справді можна трактувати як частковий випадок стандартного опціону з ціною виконання, що дорівнює ціні наперед встановленого активу у визначений момент часу. Різниця між цими двома опціонами полягає у тому, що для стандартного опціону ціна виконання є відомою величиною вже у момент підписання опціонного контракту, тоді як для опціону обміну вона стане відомою лише у момент його реалізації.

Як уже згадувалося, параметром, який відрізняє кореляційні опціони від решти опціонних контрактів, є коефіцієнт кореляції. Зазначимо, що опціони обміну характеризуються обернено пропорційною залежністю між значенням коефіцієнта кореляції та розміром опціонної премії цих деривативів. Це означає, що в міру зростання значення коефіцієнта кореляції між двома базовими інструментами опціон обміну стає дешевшим, і навпаки, чим менше значення коефіцієнта кореляції, тим дорожчим буде опціон обміну.

Формулу (4.1.1) можна записати також в іншому вигляді, а саме:

$$\max[I_1(\tau)-I_2(\tau),0]=\max[I_1(\tau),I_2(\tau)]-I_2(\tau), \text{ або}$$

$$\max[I_1(\tau)-I_2(\tau),0]=I_1(\tau)-\min[I_1(\tau),I_2(\tau)].$$

Формула для визначення ціни опціону обміну <u>другого</u> базового активу на перший, в середовищі припущень моделі Блека–Шоулса, матиме такий вигляд:

$$EX_{12}=I_1e^{-g_1\tau}N(d_{e1})-I_2e^{-g_2\tau}N(d_{e2}), \tag{4.1.2}$$

$$d_{e2}=\left[\ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right)+\left(g_2-g_1-\frac{1}{2}\sigma_a^2\right)\tau\right]\Big/\left(\sigma_a\sqrt{\tau}\right),$$

$$d_{e1}=d_{e2}+\sigma_a\sqrt{\tau},$$

$$\sigma_a=\sqrt{\sigma_1^2-2\rho\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2},$$

де σ_a – сукупна змінність, яка визначається не тільки змінністю обох базових активів, але й також рівнем кореляції між ними;

ρ – коефіцієнт кореляції між обома активами;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної.

Натомість, ціну опціону обміну <u>першого</u> базового активу на другий можна обчислити за іншою формулою, а саме:

$$EX_{21}=I_2e^{-g_2\tau}N(-d_{e2})-I_1e^{-g_1\tau}N(-d_{e1}), \tag{4.1.3}$$

де усі позначення такі самі, як у попередніх формулах.

З останньої формули видно, що справді опціон обміну першого базового активу на другий можна розглядати як стандартний опціон продажу, виставлений на перший актив з ціною виконання, що дорівнює майбутній ціні другого активу.

Опціони обміну можуть використовуватися з різною метою. Наприклад, У. Марґрейб описав чотири способи використання таких деривативів, зокрема з метою ефективних заохочувальних винагород (performance incentive fees), граничних вигод (margin accounts), обмінних оферт (exchange offer) та резервних вкладень капіталу (standby commitment).

Розглянемо перше з перерахованих вище застосувань опціонів обміну, запропоноване У. Марґрейбом. Припустимо, що фінансовий радник компанії, який управляє портфелем цінних паперів, отримує ефективну заохочувальну винагороду, що дорівнює різниці $(R_1 - R_2)$, помноженій на фіксований відсоток від вартості портфеля, де R_1 – означає дохід портфеля, яким управляє радник, R_2 – дохід стандартного портфеля, порівняно з яким вимірюється ефективність цього портфеля. Якщо за умовами угоди між компанією та фінансовим радником передбачається, що останній повинен бути застрахованим від отримання від'ємної суми винагороди, що може бути наслідком негативних результатів як його діяльності, так і незалежних від нього ринкових змін, то така винагорода може дорівнювати кінцевій виплаті за „опціоном обміну", в якому обмінюється дохід стандартного портфеля на дохід портфеля, яким управляє радник.

Нехай дохідність портфеля, яким управляє радник, становить 10 %, а дохідність стандартного портфеля – 5 %, змінність дохідності обох портфелів дорівнює 10 %, коефіцієнт кореляції між обома портфелями – 50 %, угода про ефективну заохочувальну винагороду має термін дії 1 рік, а фіксований відсоток від вартості портфеля яким управляють (вартістю 1 мільйон доларів) становить 15 %. Обчислимо винагороду фінансового радника.

На підставі вхідних даних можна записати: $R_1 = 0.10$, $R_2 = 0.05$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.10$, $g_1 = g_2 = 0.10$, $\rho = 0.50$, $\tau = 1$. Підставляючи ці значення у (4.1.2), отримаємо:

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} = 0.10,$$

$$d_{e2} = \left[\ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) + \left(g_2 - g_1 - \frac{1}{2}\sigma_a^2\right)\tau\right] \Big/ \left(\sigma_a\sqrt{\tau}\right) = 0.688,$$

$$d_{e1} = d_{e2} + \sigma_a\sqrt{\tau} = 0.788,$$

$$EX_{12} = R_1 e^{-g_1\tau} N(d_{e1}) - R_2 e^{-g_2\tau} N(d_{e2}) = 0.10 \times N(0.788) - 0.05 \times N(0.688) = 0.1162\ \$$$

$$EX_{12} = R_1 e^{-g_1\tau} N(d_{e1}) - R_2 e^{-g_2\tau} N(d_{e2}) = 0.10 \times N(0.788) - 0.05 \times N(0.688) = 0.1162\ \$\ .$$

У такому разі винагорода радника становитиме:

$$EX_{12} \times 0.15 \times 1000000 = 0.1162 \times 0.15 \times 1000000 = 17430\ \$\ .$$

Окрім згаданого вище коефіцієнта кореляції, на ціну опціонів обміну можуть впливати інші ринкові та неринкові фактори. Найважливіші з них наведемо у вигляді табл. 4.1.1.

Таблиця 4.1.1

Фактори впливу на ціни опціонів обміну

Фактори/вид опціону	***Відсотковий опціон***	***Валютний опціон***	***Акційний опціон***	***Індексний опціон***	***Товарний опціон***
ступінь корисності базового активу					+
ставка доходу першого базового активу			+	+	
ставка доходу першого базового активу			+	+	
відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	
відсоткова ставка без ризику у країні	+	+	+	+	+
ціна (значення) першого базового активу	+	+	+	+	+
ціна (значення) другого базового активу	+	+	+	+	+
змінність ціни (значення) першого базового активу	+	+	+	+	+
змінність ціни (значення) другого базового активу	+	+	+	+	+
частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
коефіцієнт кореляції між цінами (значеннями) базових активів	+	+	+	+	+
термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+

Кореляційні бінарні опціони

Кореляційні бінарні опціони надають їхнім утримувачам право отримати різницю між ціною першого базового активу та певною грошовою сумою (для опціонів call) або різницю між певною грошовою сумою та ціною першого базового активу (для опціонів put), за умови, що ціна другого базового активу досягне або перетне рівень ціни виконання. Як бачимо, цей дериватив має два базові інструменти, перший з яких виконує функцію, аналогічну до базового активу стандартного опціону (тобто від нього залежить розмір виплати), а другий – функцію міри. Отже, функцію виплати для кореляційного бінарного опціону можемо записати у такому вигляді [49]:

– для опціону з правом купівлі

$$payoff_{call} = \begin{cases} S_1^T - Q, & якщо \quad S_2^T \geq K, \\ 0, & якщо \quad S_2^T < K, \end{cases}$$

– для опціону з правом продажу

$$payoff_{put} = \begin{cases} Q - S_1^T, & якщо \quad S_2^T \le K, \\ 0, & якщо \quad S_2^T > K, \end{cases}$$

де S_1^T – ціна першого базового інструменту на момент погашення опціону T;

S_2^T – ціна другого базового інструменту, який виконує роль міри, на момент погашення опціону T;

Q – наперед визначена грошова сума;

K – ціна виконання опціону.

Нехай ціна S_1 задовольняє класичне рівняння Блека–Шоулса, а випадкова відсоткова ставка без ризику має вигляд стрибкоподібної функції від часу. У такому разі отримуємо такий вираз для оцінювання кореляційного бінарного опціону купівлі:

$$\chi_{\lambda,Z}(C_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[C_0\left(S_1, S_2, KZ_n e^{\lambda\varepsilon\tau}, \tau, g_1, g_2, \sigma_1, \sigma_2\right)\right],$$

$$\varepsilon = E(1 - Z),$$

$$C_0(S_1, S_2, V, \tau, g_1, g_2, \sigma_1, \sigma_2) = S_1 e^{-g_1(T-t)} N(d_{0,1}, d_{0,2}, \rho) - (V + Q) N(d_{0,3}, d_{0,2}, \rho),$$

$$d_{0,1} = \frac{\ln\left(\frac{S_1}{V}\right) - \left(g_1 + \frac{\sigma_1^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_1\sqrt{T-t}} + \sigma_1\sqrt{T-t},$$

$$d_{0,2} = \frac{\ln\left(\frac{S_2}{V}\right) - \left(g_2 + \frac{\sigma_2^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_2\sqrt{T-t}} + \rho\sigma_2\sqrt{T-t},$$

$$d_{0,3} = d_{0,1} - \sigma_1\sqrt{T-t},$$

де λ – середня кількість стрибків відсоткової ставки без ризику на одиницю часу;

$(1-Z)$ – випадкова змінна у відсотковій ставці без ризику, якщо ця випадкова змінна розподілена згідно з пуассонівським законом;

E – оператор математичного сподівання від випадкової змінної Z, $Z \ge 0$;

$\{Z\}$ – множина стрибків, які є незалежними та ідентично розподіленими згідно з процесом Пуассона, причому припускається, що прирости цього процесу Пуассона і прирости процесу Гаусса–Вінера із вихідного рівняння Блека–Шоулса є незалежними;

Z_n має такий самий розподіл, як добуток n незалежних та ідентично розподілених випадкових змінних Z, $Z_0 = 1$;

E_n – оператор математичного сподівання від розподілу Z_n;

τ – час до погашення опціону;

S_1 – ціна (значення) першого базового активу у початковий момент часу t ;

S_2 – ціна (значення) другого базового активу у початковий момент часу t ;

g_1 – дохідність першого активу;

g_2 – дохідність другого активу;

σ_1 – змінність ціни (значення) першого активу;

σ_2 – змінність ціни (значення) другого активу;

$N(a,b,\rho)$ – функція двовимірного нормального розподілу з верхніми межами a і b та коефіцієнтом кореляції між базовими активами ρ, яку можна обчислити за допомогою формули:

$$N(a,b,\rho)=\int_{-\infty}^{a}\int_{-\infty}^{b} f(x,y)dxdy .$$

Функція $f(x,y)$ – це функція густини двовимірного нормального розподілу, яка описується такою формулою:

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}}\exp\left[-\frac{u^2-2\rho uv+v^2}{2\left(1-\rho^2\right)}\right],$$

$$\mu_x=\left(-g_1-\sigma_1^2/2\right)\tau,\ \ \mu_y=\left(-g_2-\sigma_2^2/2\right)\tau,$$

$$u=\frac{x-\mu_x}{\sigma_x},\ v=\frac{y-\mu_y}{\sigma_y},$$

$$\sigma_x^2=\sigma_1^2\tau,\ \sigma_y^2=\sigma_2^2\tau$$

де x та y – нормально розподілені змінні з коефіцієнтом кореляції ρ, середнім (математичним сподіванням) μ_x і μ_y та дисперсією σ_x^2 і σ_y^2 відповідно.

Аналогічно одержуємо формулу для оцінювання кореляційного бінарного опціону з правом продажу базового активу:

$$\chi_{\lambda,Z}(P_0)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[P_0\left(S_1,S_2,KZ_n e^{-\lambda\omega\tau},\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)\right],$$

$$\omega=E(Z-1),$$

$$P_0\left(S_1,S_2,V,\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)=-S_1e^{-g_1(T-t)}N(-d_{0,1},-d_{0,2},\rho)\cdot$$

$$+(V+Q)N(-d_{0,3},-d_{0,2},\rho).$$

У разі фіксованої відсоткової ставки без ризику r ціну кореляційного бінарного опціону європейського стилю реалізації можна обчислити за допомогою таких формул, які одержуємо із наведених вище як частинний випадок:

– для опціону з правом купівлі

$$C = S_1 e^{-g_1(T-t)} N(d_1, d_2, \rho) - (K+Q) e^{-r(T-t)} N(d_3, d_2, \rho);$$

– для опціону з правом продажу

$$P = -S_1 e^{-g_1(T-t)} N(-d_1, -d_2, \rho) + (K+Q) e^{-r(T-t)} N(-d_3, -d_2, \rho),$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_1}{K}\right) + \left(r - g_1 - \frac{\sigma_1^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_1 \sqrt{T-t}} + \sigma_1 \sqrt{T-t},$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_2}{K}\right) + \left(r - g_2 - \frac{\sigma_2^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_2 \sqrt{T-t}} + \rho \sigma_2 \sqrt{T-t},$$

$$d_3 = d_1 - \sigma_1 \sqrt{T-t},$$

де r – фіксована відсоткова ставка без ризику.

Кореляційні бінарні опціони є доволі ефективними інструментами, які використовуються для страхування інших похідних інструментів (наприклад, свопів), а також там, де застосування стандартних опціонів є занадто складним або взагалі неможливим з огляду на велику кількість зайнятих позицій.

Опціони типу „найкращий–найгірший"

Опціони типу „найкращий–найгірший" дають можливість їхньому власнику отримати від емітента максимальну суму (за опціоном типу „найкращий") або заплатити емітенту мінімальну суму (опціон типу „найгірший"), які можна обчислити на підставі цін двох активів, причому вибирається та ціна, котра є сприятливішою для утримувача опціону [49].

Розрізняємо два види таких деривативів, а саме:

- ***опціони типу „найкращий–найгірший з n активів"***
  (options on best/worst of n assets);
- ***опціони типу „найкращий–найгірший з n активів і готівка"***
  (options on best/worst of n assets and cash).

Оскільки опціони типу „найкращий–найгірший" залежать тільки від максимального або тільки мінімального значення ціни одного з *n* активів, то немає різниці між згаданими вище опціонами типу купівлі та типу продажу.

Функція кінцевої виплати за ***опціоном „найкращий з n базових активів"*** матиме такий вигляд:

$$payoff_{best} = \max\left[I_1(\tau), I_2(\tau), \ldots, I_n(\tau)\right], \qquad (4.1.4)$$

де $I_1(\tau), I_2(\tau), \ldots, I_n(\tau)$ – ціни (значення) *n* базових інструментів на момент реалізації опціону.

Функція виплати (4.1.4) означає, що утримувач опціону „найкращий з n базових активів" отримає суму, еквівалентну до ціни найдорожчого з n активів або сам актив.

Натомість для ***опціону „найгірший з n базових активів"*** функцію кінцевої виплати можемо записати у вигляді:

$$payoff_{worst} = \min[I_1(\tau), I_2(\tau), ..., I_n(\tau)]. \quad (4.1.5)$$

Функція виплати (4.1.5) означає, що покупець опціону „найгірший з n базових активів" повинен сплатити продавцю суму, що дорівнює ціні найдешевшого з n активів, або передати сам актив.

На відміну від опціонів типу „найкращий–найгірший з n активів", *опціони типу „найкращий з n активів і готівка"* надають їхнім утримувачам право на отримання максимальної ціни з усіх *n* цін базових активів або наперед визначену грошову суму, залежно від того, що буде вигіднішим для власника опціону. Аналогічно, *опціони типу „найгірший з n активів і готівка"* дають можливість вибору їхнім власникам: чи заплатити мінімальну з *n* цін базових активів, чи наперед встановлену грошову суму. Отже, функція виплати для таких деривативів матиме такий вигляд:

– для опціону „найкращий з *n* активів і готівка"

$$payoff_{b-cash} = \max[I_1(\tau), I_2(\tau), ..., I_n(\tau), X],$$

– для опціону „найгірший з *n* активів і готівка"

$$payoff_{w-cash} = \min[I_1(\tau), I_2(\tau), ..., I_n(\tau), X],$$

де X – готівковий параметр (cash parameter), тобто деяка наперед узгоджена грошова сума (готівка).

Оскільки в таких деривативах немає встановленої ціни виконання, то вони завжди приносять дохід, навіть якщо $X = 0$. Теоретично є можливим варіант отримання власником деривативу нульового доходу, однак при цьому усі базові активи мали би знецінитися до нуля, що практично є малоймовірним.

Опціони на кращий/гірший з двох активів

„Опціони на кращий/гірший з двох активів" є найпростішим варіантом опціонів типу „найкращий–найгірший з n активів". Вони надають їхньому утримувачу право на отримання у день реалізації опціону дорожчого (або дешевшого) з двох базових активів. За аналогією до попередніх опціонів, ***„опціони на кращий/гірший з двох активів та готівка"*** надають їх утримувачу право на одержання у день реалізації опціону дорожчого (або дешевшого) з двох базових активів або фіксовану суму готівки. Вперше такі опціони були впроваджені у ринковий обіг у 1982 році.

Функцію виплати ***„опціону на кращий з двох активів та готівка"*** запишемо у такому вигляді:

$$payoff^2_{b-cash} = \max[I_1(\tau), I_2(\tau), X].$$

Натомість для ***„опціону на <u>гірший</u> з двох активів та готівка"*** кінцеву виплату можемо записати як:

$$payoff^2_{w-cash} = \min[I_1(\tau), I_2(\tau), X],$$

де $I_1(\tau)$ – ціна першого активу на момент реалізації опціону;

$I_2(\tau)$ – ціна другого активу на момент реалізації опціону;

X – сума готівки.

Треба зазначити, що при $X = 0$ такі опціони можна трактувати як позицію, що складається з одного із базових активів та опціону обміну (exchange option), тобто:

$$\max[I_1(\tau), I_2(\tau)] = I_1(\tau) + \max[I_2(\tau) - I_1(\tau), 0],$$

$$\min[I_1(\tau), I_2(\tau)] = I_2(\tau) - \max[I_2(\tau) - I_1(\tau), 0].$$

Ця властивість дає змогу, використовуючи рівняння оцінювання опціонів обміну, отримати рівняння для оцінювання опціонів на кращий/гірший з двох базових активів, при $X = 0$.

Тому розглянемо спочатку ***опціон на кращий/гірший з двох активів*** *(options paying the best/worst)*, який не передбачає виплати готівки. Такий дериватив є одним із найпростіших серед кореляційних опціонів. Згідно з моделлю Блека–Шоулса припускаємо, що ціни базових активів змінюються згідно із стохастичним процесом, який описує геометричний рух Броуна. Функція виплати *опціону на <u>кращий</u> з двох активів* матиме такий вигляд:

$$payoff^2_{best} = \max[I_1(\tau), I_2(\tau)].$$

Натомість для *опціону на <u>гірший</u> з двох активів* кінцеву виплату можна записати у такому вигляді:

$$payoff^2_{worst} = \min[I_1(\tau), I_2(\tau)].$$

Тоді ціну опціону на <u>кращий</u> з двох активів можна обчислити, використовуючи таку формулу:

$$BP = I_1 e^{-g_1\tau} N(d_m) + I_2 e^{-g_2\tau} N\left(-d_m + \sigma_a\sqrt{\tau}\right), \tag{4.1.6}$$

$$d_m = \left\{\ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) + (g_2 - g_1)\tau + \frac{1}{2}\sigma_a^2\tau\right\} \Big/ \left(\sigma_a\sqrt{\tau}\right),$$

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2},$$

де I_1 – ціна (значення) першого базового активу у початковий момент часу;

I_2 – ціна (значення) другого базового активу у початковий момент часу;

g_1 – ставка доходу першого базового активу;

g_2 – ставка доходу другого базового активу;

σ_1 – змінність ціни (значення) першого базового активу;

σ_2 – змінність ціни (значення) другого базового активу;

τ – час до погашення опціону;

ρ – коефіцієнт кореляції між двома активами;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної.

Натомість ціну опціону на гірший з двох активів обчислюємо згідно з такою формулою:

$$WP = I_1 e^{-g_1\tau} N(-d_m) + I_2 e^{-g_2\tau} N\left(d_m - \sigma_a\sqrt{\tau}\right), \tag{4.1.7}$$

де всі позначення такі, як у попередніх формулах.

Використовуючи просту тотожність $N(z)+N(-z)=1$ для будь-яких дійсних чисел z, з формул (4.1.6) і (4.1.7) можна отримати таку рівність:

$$BP + WP = I_1 e^{-g_1\tau} + I_2 e^{-g_2\tau},$$

котра показує, що сума цін опціонів „на кращий з двох базових активів" та „на гірший з двох базових активів" дорівнює сумі поточних цін цих активів, дисконтованих згідно з їхніми ставками доходу.

Опціони на кращий/гірший з двох активів і готівка

Тепер розглянемо ***опціони на кращий/гірший з двох активів і готівка*** *(options paying the best/worst and cash).* Такі опціони ще називають опціонами на максимум/мінімум двох різних активів.

Ціну опціону на кращий з двох активів і готівка можемо обчислити за допомогою таких формул:

$$PBC = I_1 e^{-g_1\tau} N(d_{1k1}, d_m, \rho_1) + I_2 e^{-g_2\tau} N\left(d_{1k2}, -d_m + \sigma_a\sqrt{\tau}, \rho_2\right) +$$
$$+ Xe^{-r\tau} N(-d_{k1}, -d_{k2}, \rho),$$

$$d_m = \left\{\ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) + (g_2 - g_1)\tau + \frac{1}{2}\sigma_a^2\tau\right\} \Big/ \left(\sigma_a\sqrt{\tau}\right),$$

$$d_{k1} = \left[\ln\left(\frac{I_1}{K}\right) + \left(r - g_1 - \frac{1}{2}\sigma_1^2\right)\tau\right] \Big/ \left(\sigma_1\sqrt{\tau}\right),$$

$$d_{k2} = \left[\ln\left(\frac{I_2}{K}\right) + \left(r - g_2 - \frac{1}{2}\sigma_2^2\right)\tau\right] \Big/ \left(\sigma_2\sqrt{\tau}\right),$$

$$d_{1k1} = d_{k1} + \sigma_1\sqrt{\tau}, \; d_{1k2} = d_{k2} + \sigma_2\sqrt{\tau},$$

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2},$$

$$\rho_1 = \frac{\sigma_2 - \rho\sigma_1}{\sigma_a}, \; \rho_2 = \frac{\sigma_1 - \rho\sigma_2}{\sigma_a},$$

де $N(a,b,\rho)$ – функція двовимірного нормального розподілу з верхніми межами a і b та коефіцієнтом кореляції між базовими активами ρ.

Оцінювання опціону на гірший з двох базових активів і готівка можна здійснити на підставі такого виразу:

$$PWC = I_1 e^{-g_1 \tau} N\left(-d_{1k1}, -d_m - \rho_2 \sigma_1 \sqrt{\tau}, \rho_2\right) +$$
$$I_2 e^{-g_2 \tau} N\left(-d_{1k2}, -d_m - \rho_1 \sigma_2 \sqrt{\tau}, \rho_1\right) + X e^{-r\tau} N\left(d_{k1}, d_{k2}, \rho\right),$$

де всі позначення такі, як у попередніх формулах.

Багато проблем у фінансах можна розглядати через трансформацію в опціони, виставлені на максимальне або мінімальне значення двох активів, індексів, інструментів тощо. Штульц у 1982 році [209] вивів явну форму розв'язку для опціонів на максимум або мінімум двох активів у середовищі припущень моделі Блека–Шоулса і застосував формули оцінювання для вирішення декількох проблем. У 1987 році Джонсон (Johnson) узагальнив результати, отримані попередником для опціонів на максимум або мінімум двох активів, для трьох і більше (тобто $n \geq 3$) базових активів та вивів формули для їхнього оцінювання на підставі багатовимірної нормальної функції густини. Бойл і Тсе (Boyl, Tse) у 1990 році здійснили детальний аналіз способів оцінювання опціонів на максимум або мінімум з n активів. А в 1991 році М. Рубінштейн [195] дослідив опціони, виставлені на максимум або мінімум (екстремальне значення) двох інструментів, і назвав їх „двоколірними веселковими опціонами" (two-color rainbow options). Відтоді у професійній літературі усталилася назва цих похідних інструментів як „веселкових опціонів". Класифікацію основних факторів, які мають вплив на ціноутворення опціонів типу „кращий/гірший з n активів і готівка", наведемо у вигляді табл. 4.1.2.

Таблиця 4.1.2

**Фактори впливу на ціни опціонів
типу „кращий/гірший з n активів і готівка"**

Фактори/вид опціону	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
ступінь корисності базових активів					+
ставки доходів усіх базових активів			+	+	
відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	
відсоткова ставка без ризику у країні	+	+	+	+	+
ціни (значення) усіх базових активів	+	+	+	+	+
змінність цін (значень) усіх базових активів	+	+	+	+	+
частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
коефіцієнт кореляції між цінами (значеннями) базових активів	+	+	+	+	+
термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
максимальне/ мінімальне значення ціни базового активу	+	+	+	+	+
передбачена до виплати сума готівки	+	+	+	+	+

Опціони на екстремальне значення з n активів

Опціони на екстремальне значення з *n* активів (options on maximum or minimum of n assets) або **„веселкові опціони"** (rainbow options) – це опціонні контракти, в основу яких покладено два або більше базових активів одночасно, причому кожен з активів аналізується окремо. У ролі базових інструментів найчастіше виступають акції або індекси акцій. Виплата за опціонами купівлі такого типу розраховується як різниця між максимальним або мінімальним значенням активу та ціною виконання у визначений момент (період) часу для опціонів європейського (американського) стилю виконання. Аналогічно, для опціонів продажу виплатою буде різниця між ціною виконання та максимальним або мінімальним значенням активу. Власник опціону отримає виплату від емітента лише за умови, що така різниця буде додатним числом. Те, що базові активи в опціонах на екстремальне значення з *n* активів розглядаються окремо, відрізняє такі деривативи від кошикових опціонів. Веселкові опціони залежно від кількості базових активів називають двоколірними (two-color), триколірними (three-color), ..., n-колірними (n-color) „веселками" [48].

Функцію виплати для n-колірного „веселкового" опціону можемо обчислити за допомогою таких формул:

– для опціону з правом купівлі типу максимум

$$payoff_{c-\max} = \max\{\max[I_1(\tau), I_2(\tau), ..., I_n(\tau)] - K, 0\};$$

– для опціону з правом купівлі типу мінімум

$$payoff_{c-\min} = \max\{\min[I_1(\tau), I_2(\tau), ..., I_n(\tau)] - K, 0\};$$

– для опціону з правом продажу типу максимум

$$payoff_{p-\max} = \max\{K - \max[I_1(\tau), I_2(\tau), ..., I_n(\tau)], 0\};$$

– для опціону з правом продажу типу мінімум

$$payoff_{p-\min} = \max\{K - \min[I_1(\tau), I_2(\tau), ..., I_n(\tau)], 0\},$$

де K – ціна виконання опціону;

n – кількість базових активів;

$I_1(\tau), I_2(\tau), ..., I_n(\tau)$ – ціни (значення) базових активів у момент реалізації опціону.

Проаналізуємо детальніше „двоколірні веселкові опціони". Як уже згадувалося, такі деривативи виставляються „на максимум або мінімум цін двох активів" (значень фондових індексів, валютних курсів, відсоткових ставок, інших уявних інструментів тощо). Функцію виплати ***„опціону на максимум з двох активів"*** можемо записати у такому математичному вигляді:

– для опціону з правом купівлі

$$payoff^2_{c-\max} = \max\{\max[I_1(\tau), I_2(\tau)] - K, 0\};$$

– для опціону з правом продажу

$$payoff^2_{p-\max} = \max\{K - \max[I_1(\tau), I_2(\tau)], 0\},$$

де $I_1(\tau)$ – ціна (значення) першого базового активу у момент реалізації опціону;

$I_2(\tau)$ – ціна (значення) другого базового активу у момент реалізації опціону;

K – ціна виконання опціону.

Аналогічно можна записати функцію виплати для ***опціону на мінімум з двох активів***:

– для опціону з правом купівлі

$$payoff_{c-\min}^2 = \max\{\min[I_1(\tau), I_2(\tau)] - K, 0\};$$

– для опціону з правом продажу

$$payoff_{p-\min}^2 = \max\{K - \min[I_1(\tau), I_2(\tau)], 0\}.$$

Причому для отримання останніх двох формул використано залежність, яка дає змогу подати опціон продажу на мінімум з двох активів як:

$$K - \min[I_1(\tau), I_2(\tau), K] = \max\{K - \min[I_1(\tau), I_2(\tau)]\}.$$

Вперше оцінювання таких деривативів здійснив у 1982 році Р. Штульц [209, *с. 161–185*], який застосував функцію густини нормального двовимірного розподілу, припускаючи, що на жоден з базових інструментів не виплачуються дивіденди. Такі дослідження також виконував М. Рубінштейн [195, *с. 63–66*].

Розглянемо модель оцінювання таких деривативів для випадкової відсоткової ставки без ризику. Припустимо, що ціни (значення) двох активів $I_1(\tau)$ та $I_2(\tau)$ змінюються згідно із стохастичним процесом, що описується геометричним рухом Броуна, їхні доходи корелюють між собою з коефіцієнтом кореляції ρ, а випадкова відсоткова ставка без ризику має вигляд стрибкоподібної функції часу. Тоді для оцінювання „двоколірного веселкового" опціону можна використати функцію двовимірного нормального розподілу. Виконавши цю процедуру, отримаємо таку формулу для оцінювання опціонів *купівлі* на мінімальне значення з двох активів:

$$\chi_{\lambda,Z}(MNC_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[MNC_0\left(I_1, I_2, KZ_n e^{\lambda\varepsilon\tau}, \tau, g_1, g_2, \sigma_1, \sigma_2\right)\right],$$

$$MNC_0(I_1, I_2, V, \tau, g_1, g_2, \sigma_1, \sigma_2) = I_1 e^{-g_1\tau} N(d_{0,11}, d_{12}, \rho_1) +$$

$$+ I_2 e^{-g_2\tau} N(d_{0,22}, d_{21}, \rho_2) - VN(d_{0,1}, d_{0,2}, \rho),$$

$$d_{0,1} = \frac{\ln(I_1/V) - (g_1 + \sigma_1^2/2)\tau}{\sigma_1\sqrt{\tau}}, \quad d_{0,2} = \frac{\ln(I_2/V) - (g_2 + \sigma_2^2/2)\tau}{\sigma_2\sqrt{\tau}},$$

$$d_{12} = \frac{\ln(I_2/I_1) + (g_1 - g_2 - \sigma_a^2/2)\tau}{\sigma_a\sqrt{\tau}}, \quad d_{21} = \frac{\ln(I_1/I_2) + (g_2 - g_1 - \sigma_a^2/2)\tau}{\sigma_a\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,11} = d_{0,1} + \sigma_1\sqrt{\tau}, \quad d_{0,22} = d_{0,2} + \sigma_2\sqrt{\tau},$$

$$\rho_1 = \frac{\rho\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_a}, \quad \rho_2 = \frac{\rho\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_a}, \quad \sigma_a = \sqrt{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}.$$

У частковому випадку фіксованої відсоткової ставки без ризику оцінювання аналогічного опціону купівлі на мінімальне значення двох активів можна здійснити за допомогою таких формул:

$$MNC = I_1 e^{-g_1\tau} N(d_{11}, d_{12}, \rho_1) + I_2 e^{-g_2\tau} N(d_{22}, d_{21}, \rho_2) - Ke^{-r\tau} N(d_1, d_2, \rho),$$

$$d_1 = \frac{\ln(I_1/K) + (r - g_1 - \sigma_1^2/2)\tau}{\sigma_1\sqrt{\tau}},\ d_2 = \frac{\ln(I_2/K) + (r - g_2 - \sigma_2^2/2)\tau}{\sigma_2\sqrt{\tau}},$$

$$d_{12} = \frac{\ln(I_2/I_1) + (g_1 - g_2 - \sigma_a^2/2)\tau}{\sigma_a\sqrt{\tau}},\ d_{21} = \frac{\ln(I_1/I_{12}) + (g_2 - g_1 - \sigma_a^2/2)\tau}{\sigma_a\sqrt{\tau}},$$

$$d_{11} = d_1 + \sigma_1\sqrt{\tau},\ d_{22} = d_2 + \sigma_2\sqrt{\tau},$$

$$\rho_1 = \frac{\rho\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_a},\ \rho_2 = \frac{\rho\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_a},$$

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

де I_1 – ціна (значення) першого базового активу у початковий момент часу;

I_2 – ціна (значення) другого базового активу у початковий момент часу;

g_1 – ставка доходу першого базового активу;

g_2 – ставка доходу другого базового активу;

σ_1 – змінність ціни (значення) першого базового активу;

σ_2 – змінність ціни (значення) другого базового активу;

τ – час до погашення опціону;

$N(a,b,\rho)$ – функція змінної двовимірного стандартного розподілу, з двома граничними значеннями a і b та коефіцієнтом кореляції ρ.

Аналогічним способом можемо обчислити ціну опціону *купівлі* на максимальне значення двох активів, для стрибкоподібної відсоткової ставки, за допомогою таких формул:

$$\chi_{\lambda,Z}(MXC_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!} E_n\left[MXC_0\left(I_1, I_2, KZ_n e^{\lambda\varepsilon\tau}, \tau, g_1, g_2, \sigma_1, \sigma_2\right)\right],$$

$$MXC_0(I_1, I_2, V, \tau, g_1, g_2, \sigma_1, \sigma_2) = I_1 e^{-g_1\tau} N(d_{0,11}, -d_{12}, -\rho_1) +$$

$$+ I_2 e^{-g_2\tau} N(d_{0,22}, -d_{21}, -\rho_2) - K\left[1 - N(-d_{0,1}, -d_{0,2}, \rho)\right].$$

У частковому випадку фіксованої відсоткової ставки без ризику оцінювання аналогічного опціону *купівлі* на максимальне значення двох активів можемо здійснити за допомогою такої формули:

$$MXC = I_1 e^{-g_1\tau} N(d_{11}, -d_{12}, -\rho_1) + I_2 e^{-g_2\tau} N(d_{22}, -d_{21}, -\rho_2) -$$

$$- Ke^{-r\tau}\left[1 - N(-d_1, -d_2, \rho)\right],$$

де усі позначення такі, як у попередніх формулах.

Використовуючи тотожності

$$N(a,b,\rho)+N(a,-b,-\rho)=N(a),$$
$$N(a,b,\rho)+N(-a,b,-\rho)=N(b)$$

для будь-яких дійсних чисел a і b та будь-якого коефіцієнта кореляції $|\rho|<1$, можна вивести таку тотожність для опціонів купівлі, виставлених на максимальне та на мінімальне значення двох активів:

$$MXC+MNC=C(I_1,K,g_1,\tau,\sigma_1)+C(I_2,K,g_2,\tau,\sigma_2),$$

де $C(I_1,K,g_1,\tau,\sigma_1)$ – формула Блека–Шоулса для визначення ціни стандартного європейського опціону купівлі, виставленого на перший актив;

$C(I_2,K,g_2,\tau,\sigma_2)$ – формула Блека–Шоулса для визначення ціни стандартного європейського опціону купівлі, виставленого на другий актив.

Звідси можна отримати формулу для визначення ціни опціону купівлі на максимум двох активів:

$$MXC=C(I_1,K,g_1,\tau,\sigma_1)+C(I_2,K,g_2,\tau,\sigma_2)-MNC.$$

Формули оцінювання опціонів на максимум або мінімум двох ризикових активів можуть використовуватися для визначення вартості багатьох фінансових інструментів, таких, наприклад, як облігації в іноземній валюті та облігації, позбавлені ризику неплатежу. Вони можуть також застосовуватися для вирішення платіжних проблем у корпоративних фінансах [209].

Дуже важливим параметром, який впливає на ціну „веселкового" опціону, є коефіцієнт кореляції між базовими активами. Для опціону купівлі на мінімум та опціону продажу на максимум, чим ближчим до 1 буде коефіцієнт кореляції, тим дорожчим буде опціон. І навпаки, що більше наближатиметься він до (-1), то дешевшою буде премія опціону. Натомість для опціону купівлі на максимум та опціону продажу на мінімум чим ближчий коефіцієнт кореляції до 1, тим дешевший опціон, а чим ближчий до (-1) – тим дорожчим буде опціон. Ціна опціону на екстремальне значення залежить також від низки інших параметрів, які наведено у таблиці 4.1.3. Наприклад, що вищою буде встановлено ціну виконання, то дешевшим буде опціон з правом купівлі та дорожчим – опціон з правом продажу.

Таблиця 4.1.3

Фактори впливу на формування цін опціонів на екстремальне значення

Фактори/вид опціону	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
ступінь корисності базових активів					+
ставки доходів усіх базових активів			+	+	
відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	

1	2	3	4	5	6
відсоткова ставка без ризику у країні	+	+	+	+	+
ціни (значення) усіх базових активів	+	+	+	+	+
змінність цін (значень) усіх базових активів	+	+	+	+	+
частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
коефіцієнт кореляції між цінами (значеннями) базових активів	+	+	+	+	+
термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
максимальне/ мінімальне значення ціни базового активу	+	+	+	+	+

Опціони типу „більш дохідний”

Опціони типу „більш дохідний” або **„опціони кращої ефективності”** (outperformance options) вперше були описані у 1993 році вченим Ґ. Ґастінеу [119, *с. 98–104*]. Такі деривативи іноді вважають частковим випадком опціонів обміну. Їхньою спільною рисою є те, що в обох цих деривативах передбачається обмін одного базового активу на інший. Натомість відмінність полягає у тому, що в опціонах типу „більш дохідний” операція обміну активів реалізується лише за умови, що ціна базового активу досягне деякого встановленого рівня. Це означає, що виплата за такими деривативами здійснюється лише тоді, коли ціна базового активу перевищить ціну іншого активу, що становить позначку рівня.

Опціон кращої ефективності дає інвестору (покупцю) змогу використати з вигодою для себе очікувану різницю у відносній ефективності двох базових активів. Кінцева виплата за таким опціоном обчислюється як різниця між ефективністю першого та другого базових інструментів. Ефективність вимірюється як ставка або дохідність, тобто у відсотках. Однак під час підписання опціонного контракту сторони узгоджують, крім виду базових активів, терміну дії опціонів, його типу і стилю виконання, ставки виконання, також деяку уявну величину, на яку множиться отримане значення ставки виконання [48].

Для інвестора, який зайняв довгу позицію в опціоні кращої ефективності, сприятливим буде не тільки значне зростання ціни першого активу, але й також значне зниження ціни другого активу. У зв’язку з цим опціонна премія такого опціону буде вищою тоді, коли ставки доходу базових активів будуть характеризуватися від’ємним коефіцієнтом кореляції. Чим вищим буде абсолютне значення коефіцієнта кореляції, тим дорожчою буде премія опціону. У ролі первинних інструментів опціонів кращої ефективності можуть виступати різноманітні комбінації курсів цінних паперів, товарів, валют, фондових індексів тощо. На практиці найчастіше в опціонах кращої ефективності використовується комбінація, яка складається з індексу облігацій та індексу акцій.

Опціони кращої ефективності відрізняються від решти екзотичних опціонів тим, що їхня функція виплати виражається у формі ставки, а не в грошовому еквіваленті (наприклад, у доларах), як це передбачає переважна більшість екзотичних опціонів. Зважаючи на цю важливу відмінність, опціони кращої ефективності завжди містять у собі один додатковий параметр, який називають, аналогічно до своп-контрактів, номінальною сумою або номінальним значенням. Отже, остаточний розрахунок за опціоном кращої ефективності здійснюється у грошовому еквіваленті, який є добутком згаданої номінальної суми (або значення) та ставки виплати, у момент реалізації опціону.

Ставку виплати (strike rate) опціону кращої ефективності, виставленого на спред відносної ефективності двох базових активів європейського стилю виконання, можна записати у такому вигляді:

– для опціону з правом купівлі

$$payoff_{call}^{rate} = \max\left\{\left[\frac{I_1(\tau)}{I_1} - \frac{I_2(\tau)}{I_2}\right] - k, 0\right\};$$

– для опціону з правом продажу

$$payoff_{put}^{rate} = \max\left\{k - \left[\frac{I_1(\tau)}{I_1} - \frac{I_2(\tau)}{I_2}\right], 0\right\},$$

де I_1 – поточна ціна першого базового інструменту;

I_2 – поточна ціна другого базового інструменту;

$I_1(\tau)$ – ціна першого базового інструменту у момент погашення опціону;

$I_2(\tau)$ – ціни другого базового інструменту у момент погашення опціону;

k – ставка виконання опціону;

$\tau = t^* - t$ – час до погашення опціону.

Ціну опціону кращої ефективності з правом купівлі європейського стилю виконання за фіксованої відсоткової ставки без ризику можемо обчислити на підставі такої формули:

$$OUT = e^{-g_1\tau}A_{o1} - e^{-g_2\tau}A_{o2} - ke^{-r\tau}A_{o3},$$

$$A_{o1} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\upsilon)N\left[\frac{\varsigma_1 + \sigma_1\sqrt{\tau} + \rho\upsilon + \phi_0\left(\upsilon + \rho\sigma_1\sqrt{\tau}\right)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]d\upsilon,$$

$$A_{o2} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\upsilon)N\left[\frac{\varsigma_1 + \rho\sigma_2\sqrt{\tau} + \rho\upsilon + \phi_0\left(\upsilon + \sigma_2\sqrt{\tau}\right)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]d\upsilon,$$

$$A_{o3} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\upsilon) N\left[\frac{\varsigma_1 + \rho\upsilon + \phi_0(\upsilon)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right] d\upsilon,$$

$$\varsigma_1 = \sqrt{\tau}\left(r - g_1 - \frac{1}{2}\sigma_1^2\right) \Big/ \sigma_1,$$

$$\phi_0(\upsilon) = -\frac{1}{\sigma_1\sqrt{\tau}} \ln\left\{k + \exp\left[\left(r - g_2 - \sigma_2^2/2\right)\tau\right] + \upsilon\sigma_2\sqrt{\tau}\right\},$$

де ρ – коефіцієнт кореляції між двома активами;

g_1 – дохідність першого активу;

g_2 – дохідність другого активу;

σ_1 – змінність ціни (значення) першого активу;

σ_2 – змінність ціни (значення) другого активу;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику.

Одним із різновидів опціонів кращої ефективності є менеджерський опціон, який будується так, щоб ціною його виконання був, наприклад, індекс цін акцій. Менеджерський опціон приносить дохід його утримувачу лише тоді, коли акція фірми дає вищий дохід, ніж акції інших фірм-конкурентів з галузі. Тобто йдеться не про загальне зростання цін акцій на ринку, а саме підвищення ціни вибраного активу порівняно з цінами інших активів. Звідси й походить назва опціон кращої ефективності або опціон типу „більш дохідний”, що означає вищу дохідність активу порівняно з іншими активами. Відмінність між опціонами типу купівлі та опціонами типу продажу цього виду залежить від того, який з активів виконує функцію базового активу, а який – ціни виконання [164, *с. 279*]. Наприклад, якби банк X здійснював виплату за менеджерськими опціонами тільки тоді, коли біржовий курс його акцій у визначений момент часу зросте вище ніж курс акцій банку Y, то така стратегія могла би заохочувати керівництво цієї інституції (банку X) до такого управління, щоб ринкова вартість цього банку була вищою від вартості конкурентних інституцій. Зазначимо, що з погляду менеджера банку X це буде опціон типу купівлі, натомість з погляду менеджера банку Y – опціон типу продажу.

Особливо популярними в останні роки серед опціонів кращої ефективності стали опціони yield spread options, за котрими виплачується або різниця між дохідностями цінних паперів з фіксованим доходом у двох різних країнах світу, або різниця між двома різними точками на кривій дохідності вибраної країни. Опціони кращої ефективності також застосовуються з метою отримання вигоди від відносної ефективності функціонування двох різних фондових бірж або позабіржових ринків. Наприклад, у таких опціонах часто використовується різниця між американським індексом Standard & Poor’s 500 та японським індексом Nikkei 225. Сьогодні опціони кращої ефективності можна розглядати як спред-опціони на різницю між дохідностями, на відміну від звичайних спред-опціонів, які виставляються на різницю між цінами двох інструментів. У 1993 році Ґастінеу [119] вперше описав дію цих деривативів. Необхідно звернути увагу на те, що інвестори, які намагаються максимізувати свої прибутки, купуючи опціони кращої ефективності, повинні прогнозувати не тільки кращу перспективу для першого з базових інструментів, але й гіршу перспективу – для другого з них.

На формування ціни опціонів кращої ефективності впливає низка факторів. Наприклад, вища ставка виконання означає нижчу опціонну премію такого деривативу, тоді як нижча ставка виконання дає змогу знизити розмір такої премії. Своєю чергою, зростання номінальної суми, яка використовується для розрахунку кінцевої виплати за опціоном кращої ефективності, підвищує ризик емітента опціону, а тому такий опціон буде дорожчим, і навпаки. Залежність ціни опціону кращої ефективності від інших факторів наведемо у вигляді табл. 4.1.4.

Таблиця 4.1.4

Фактори впливу на ціни опціонів кращої ефективності

Фактори/вид опціону	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
ступінь корисності базових активів					+
ставки доходів обох базових активів			+	+	
відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	
відсоткова ставка без ризику у країні	+	+	+	+	+
ціни (значення) обох базових активів	+	+	+	+	+
змінність цін (значень) обох базових активів	+	+	+	+	+
частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
коефіцієнт кореляції між цінами (значеннями) базових активів	+	+	+	+	+
термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
номінальна сума (значення)	+	+	+	+	+

Опціони на частку

„Опціони на частку” (quotient options) часто також називають „опціонами на відношення” (ratio options). Такі деривативи, як випливає з їхньої назви, виставляються на відношення цін (величин) двох активів, індексів або інших параметрів. Зважаючи на унікальний характер, такі опціони можуть використовуватися з метою отримання вигоди від відносної поведінки (ефективності) двох активів, ринків чи портфелів. Хоча існують інші опціони, такі, як, наприклад опціони на спред, що виконують подібну функцію, однак опціони на частку мають деяку перевагу над опціонами на спред, яка полягає у тому, що ціну опціону на частку можна записати у зручній явній формі у середовищі припущень моделі Блека–Шоулса.

Опціони на частку мають одну характерну особливість, а саме під час укладання такого опціонного контракту додатково узгоджується між сторонами деяке уявне значення (номінальна вартість). Це пов'язано із тим, що відношення цін активів або ринкових індексів, як і самі ціни опціонів на частку, можуть набувати дуже малих значень. А тому для спрощення остаточного розрахунку між продавцем і покупцем опціону на частку необхідно заздалегідь узгодити між сторонами опціонного контракту деяке уявне значення. Тоді опціонна премія такого деривативу, як і остаточна виплата за ним, обчислюється множенням отриманого значення на уявну величину. Оскільки уявне значення завжди є наперед відомим, то необхідно тільки знайти ціну опціону на частку [48].

Функцію виплати опціону, виставленого на частку двох інструментів європейського стилю виконання запишемо у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}^{12} = \max\left[\frac{I_1(\tau)}{I_2(\tau)} - k, 0\right];$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}^{12} = \max\left[k - \frac{I_1(\tau)}{I_2(\tau)}, 0\right].$$

Або в іншому варіанті:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}^{21} = \max\left[\frac{I_2(\tau)}{I_1(\tau)} - k, 0\right];$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}^{21} = \max\left[k - \frac{I_2(\tau)}{I_1(\tau)}, 0\right],$$

де k – ставка виконання опціону;

$I_1(\tau)$ – ціна (величина) першого базового інструменту у момент реалізації опціону;

$I_2(\tau)$ – ціна (величина) другого базового інструменту у момент реалізації опціону.

Оскільки кожна з цін, згідно з нашими припущеннями, має логарифмічно-нормальний розподіл, то частка $I_1(\tau)/I_2(\tau)$, як і частка $I_2(\tau)/I_1(\tau)$, також матимуть логарифмічно-нормальний розподіл, що дає змогу використати модель Блека–Шоулса з метою одержання формули для обчислення ціни опціону на частку. Оскільки існують два види часток та два типи опціонів (купівлі та продажу), то в сумі отримуємо чотири види опціонів на частку:

- опціон типу купівлі на частку $I_1(\tau)/I_2(\tau)$;
- опціон типу продажу на частку $I_1(\tau)/I_2(\tau)$;
- опціон типу купівлі на частку $I_2(\tau)/I_1(\tau)$;
- опціон типу продажу на частку $I_2(\tau)/I_1(\tau)$.

Оцінювання опціонів на частку $I_1(\tau)/I_2(\tau)$ європейського стилю виконання можемо здійснити на підставі таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$PGT_{call}^{12} = \frac{I_1}{I_2}\exp[(g_2 - g_1 - r)\tau + \sigma_2(\sigma_2 - \rho\sigma_1)\tau]N(d_{1ra12}) -$$

$$- k\exp[-r\tau]N(d_{ra12});$$

– для опціонів з правом продажу

$$PGT_{put}^{12} = k\exp[-r\tau]N(-d_{ra12}) - \frac{I_1}{I_2}\exp[(g_2 - g_1 - r)\tau +$$

$$+ \sigma_2(\sigma_2 - \rho\sigma_1)\tau]N(-d_{1ra12}),$$

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2},$$

$$d_{ra12} = \frac{1}{\sigma_a\sqrt{\tau}}\left[\ln\left(\frac{I_1}{kI_2}\right) + \left(g_2 - g_1 - \frac{1}{2}\sigma_1^2 + \frac{1}{2}\sigma_2^2\right)\tau\right],$$

$$d_{1ra12} = d_{ra12} + \sigma_a\sqrt{\tau},$$

де σ_1 – змінність ціни (значення) першого базового інструменту;

σ_2 – змінність ціни (значення) другого базового інструменту;

g_1 – дохідність першого базового інструменту;

g_2 – дохідність другого базового інструменту;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

τ – термін до погашення опціону.

Натомість, коли опціон європейського стилю виконання виставлено на частку $I_2(\tau)/I_1(\tau)$, то формули оцінювання зміняться на симетричні, тобто:

– для опціонів з правом купівлі

$$PGT_{call}^{21} = \frac{I_2}{I_1}\exp[(g_1 - g_2 - r)\tau + \sigma_1(\sigma_1 - \rho\sigma_2)\tau]N(d_{1ra21}) -$$

$$- k\exp[-r\tau]N(d_{ra21});$$

– для опціонів з правом продажу

$$PGT_{put}^{21} = k\exp[-r\tau]N(-d_{ra21}) - \frac{I_2}{I_1}\exp[(g_1 - g_2 - r)\tau +$$

$$+\sigma_1(\sigma_1 - \rho\sigma_2)\tau]N(-d_{1ra21})'$$

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}\,,$$

$$d_{ra21} = \frac{1}{\sigma_a\sqrt{\tau}}\left[\ln\left(\frac{I_2}{kI_1}\right) + \left(g_1 - g_2 + \frac{1}{2}\sigma_1^2 - \frac{1}{2}\sigma_2^2\right)\tau\right],$$

$$d_{1ra21} = d_{ra21} + \sigma_a\sqrt{\tau}\,.$$

Опціони на частку часто використовуються фірмами для забезпечення своєї позиції від змін цін товарів та сировини, що використовується для їхнього виготовлення. У такому разі фірма купує опціон „на відношення ціни товару до ціни сировини". Іншим застосуванням може бути страхування від зростання плаваючої відсоткової ставки за кредитом та несприятливої зміни валютного курсу для фірми, яка здійснює зовнішньоекономічну діяльність і взяла кредит під плаваючу відсоткову ставку. У такому разі необхідно зайняти довгу позицію в опціоні купівлі „на відношення відсоткової ставки до валютного курсу". Тоді фірма отримає виплату за таким опціоном, якщо відсоткова ставка зросте більше ніж валютний курс, або якщо валютний курс знизиться більше ніж відсоткова ставка. Очевидно, що фірма могла б страхувати свою позицію за допомогою двох стандартних опціонів, окремо на відсоткову ставку і окремо на валютний курс, однак така стратегія була б дорожчою і вимагала би більших затрат часу.

Аналіз показує, що залежність премії опціону на частку від величини курсу виконання має такий самий характер, як і для стандартних опціонів, тобто у разі зростання курсу виконання опціонна премія опціону купівлі знижується, а опціону продажу – зростає.

Опціони на спред

Опціони на спред або спред-опціони (spread options) – це опціони, виставлені на різницю між двома фондовими індексами, курсами цінних паперів, цінами товарів, відсотковими ставками, валютними курсами тощо. Наприклад, різниця між цінами рафінованої (переробленої) та неочищеної (сирої) нафти змінюється під впливом міжнародної економічної та фінансової інформації. Опціони, виставлені на такий спред, можуть використовуватися нафтопереробними заводами з метою хеджування ризику власного валового прибутку. Іншими популярними спред-опціонами є опціони на спред між кривими дохідності. Такий спред утворюється, зазвичай, між довгостроковою та короткостроковою казначейськими відсотковими ставками. Найпопулярніші серед них виставляються на 10-річні та 2-річні, 30-річні та 2-річні, 30-річні та 10-річні спреди. Спред-опціони є одними з небагатьох екзотичних опціонів, які продаються на біржах. Наприклад, біржа New York Mercantile Exchange впровадила в обіг ці деривативи ще 7 жовтня 1994 року. В основу таких деривативів була покладена різниця між ціною мазуту (або безсвинцевого бензину) та ф'ючерсною ціною непереробленої нафти. Спред-опціони є також одними із найпопулярніших екзотичних опціонів на позабіржовому ринку [48].

У початковий період їхнього існування, коли такі похідні інструменти тільки з'явилися в обігу, спред розглядався як ціна окремого уявного активу, а для апроксимації цієї ціни використовувалася класична формула Блека–Шоулса. Такий метод оцінювання назвали однофакторною моделлю оцінювання спред-опціонів. Ґарман у 1992 році [116, *с. 68*] показав деякі обмеження та проблеми однофакторної моделі, а також дослідив спосіб формування цін опціонів на спред за допомогою такої моделі. У той самий час Фаллун [111] досліджував способи використання спред-опціонів з різною метою. Наступного року Равіндран [187] зробив спробу оцінити опціони на спред за допомогою двофакторної моделі, використовуючи статистичні та числові методи. Однак такий спосіб виявився не зовсім зручним у застосуванні, оскільки вимагав використання додаткових, доволі складних методів, таких, як метод квадратур Гаусса. З іншого боку, метод Равіндрена хоч і був доволі достовірним, однак непридатний для середовища припущень моделі Блека–Шоулса, яка вже до того часу набула значної популярності серед інвесторів. Своєю чергою, Пірсон у 1995 році [180] опублікував доволі ефективні спроби апроксимації цін опціонів на спред, пропонуючи використовувати дублюючий портфель для спред-опціонів. Водночас Брукс [93] запропонував обчислювати ціни спред-опціонів, виставлених на відсоткові ставки, за допомогою сіткового методу.

„Опціони на спред" можемо поділити на декілька підвидів, а саме:

- ***прості опціони на спред (simple spread options);***
- ***прості багатократні опціони на спред (multiple spread options);***
- ***комплексні багатократні опціони на спред (complex multiple spread options);***
- ***опціони на спред між веселками (spread over the rainbows).***

Розглянемо спочатку ***простий опціон на спред***. Функцію виплати такого опціону запишемо у такому вигляді:

- для опціону з правом купівлі

$$payoff_{call} = \max\left[aI_1(\tau) + bI_2(\tau) - K, 0\right];$$

- для опціону з правом продажу

$$payoff_{put} = \max\left[K - aI_1(\tau) - bI_2(\tau), 0\right],$$

де $a > 0$, $b < 0$ – дійсні числа;

K – ціна (курс) виконання опціону;

$I_1(\tau)$ – ціна (значення) першого базового активу у момент реалізації опціону;

$I_2(\tau)$ – ціна (значення) другого базового активу у момент реалізації опціону.

Як уже згадувалося, на початку існування цих деривативів для їхнього оцінювання використовувалась однофакторна модель, в якій спред розглядався як окремий незалежний інструмент. У такому випадку для визначення ціни опціону можна було застосовувати класичну модель Блека–Шоулса. Змінність спреду визначалась на підставі статистичних даних за минулі періоди. Незважаючи на простоту і певну достовірність цієї моделі, вона характеризується деякими обмеженнями, зокрема:

- не враховується коефіцієнт кореляції між двома активами;
- не враховується чутливість ціни спред-опціону на змінність обох базових активів;
- неявно припускається, що спред не може набувати від'ємних значень.

Якщо останнє припущення не створює проблем для заводу, який застосовує спред-опціони на різницю цін рафінованої та сирої нафти (з огляду на те, що ціна рафінованої нафти завжди є вищою від ціни сирої нафти), то під час інших застосувань таких деривативів можуть виникати деякі проблеми, пов'язані з можливістю отримання від'ємних значень спреду, який в однофакторній моделі символізує ціну деякого уявного інструменту. Зважаючи на згадані обмеження, однофакторна модель оцінювання спред-опціонів сьогодні рідко використовується, натомість все популярнішою стає двофакторна модель. Усі двофакторні моделі розглядають кожен з двох активів окремо, а також враховують ступінь кореляції між ними.

Розглянемо двофакторну модель оцінювання опціонів на спред європейського стилю виконання. Для простих опціонів на спред коефіцієнти a і b набувають таких значень: $a=1$ та $b=-1$. Припустимо, що обидві ціни базових активів $I_1(\tau)$ та $I_2(\tau)$ описуються стандартним логарифмічно-нормальним процесом, що відповідає геометричному руху Броуна. Тоді ціни таких опціонів європейського стилю виконання при стрибкоподібній відсотковій ставці без ризику можемо обчислити за допомогою таких формул:

– для простих опціонів на спред з правом купівлі

$$\chi_{\lambda,Z}\left(SPO_{0,call}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}\left(\lambda\tau\right)^n}{n!}E_n\left[SPO_{0,call}\left(aI_1,bI_2,KZ_ne^{\lambda\varepsilon\tau},\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)\right],$$

$$\varepsilon=E(1-Z),$$

$$SPO_{0,call}\left(aI_1,bI_2,V,\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)=aI_1e^{-g_1\tau}A_{0,1}+bI_2e^{-g_2\tau}A_{0,2}-VA_{0,3},$$

$$A_{0,1}=\int_{-\infty}^{\infty}f(y)N\left[\frac{d_0+\rho y+\sigma_1\sqrt{\tau}+\phi_0\left(y+\rho\sigma_1\sqrt{\tau}\right)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]dy,$$

$$A_{0,2}=\int_{-\infty}^{\infty}f(y)N\left[\frac{d_0+\rho y+\sigma_2\sqrt{\tau}+\phi_0\left(y+\rho\sigma_2\sqrt{\tau}\right)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]dy,$$

$$A_{0,3}=\int_{-\infty}^{\infty} f(y)N\left[\frac{d_0+\rho y+\phi_0(y)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]dy,$$

$$d_0(aI_1,V,\sigma_1,g_1,\tau)=\left[\ln\left(\frac{aI_1}{V}\right)-\left(g_1+\frac{1}{2}\sigma_1^2\right)\tau\right]\Big/\sigma_1\sqrt{\tau},$$

$$\phi_0(y)=-\frac{1}{\sigma_1\sqrt{\tau}}\ln\left\{1-\frac{bI_2}{V}\exp\left[-\left(g_2+\frac{1}{2}\sigma_2^2\right)\tau+y\sigma_2\sqrt{\tau}\right]\right\};$$

– для простих опціонів на спред з правом продажу

$$\chi_{\lambda,Z}\left(SPO_{0,put}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}E_n\left[SPO_{0,put}\left(aI_1,bI_2,KZ_ne^{-\lambda\omega\tau},\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)\right],$$

$$\omega=E(Z-1),$$

$$SPO_{0,put}\left(aI_1,bI_2,V,\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)=VA_{0,3}-aI_1e^{-g_1\tau}A_{0,1}-bI_2e^{-g_2\tau}A_{0,2},$$

$$A_{0,1}=\int_{-\infty}^{\infty} f(y)N\left[-\frac{d_0+\rho y+\sigma_1\sqrt{\tau}+\phi_0\left(y+\rho\sigma_1\sqrt{\tau}\right)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]dy,$$

$$A_{0,2}=\int_{-\infty}^{\infty} f(y)N\left[-\frac{d_0+\rho y+\sigma_2\sqrt{\tau}+\phi_0\left(y+\rho\sigma_2\sqrt{\tau}\right)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]dy,$$

$$A_{0,3}=\int_{-\infty}^{\infty} f(y)N\left[-\frac{d_0+\rho y+\phi_0(y)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]dy,$$

де $a=1$, $b=-1$;

I_1 – ціна (значення) першого базового активу у початковий момент часу;

I_2 – ціна (значення) другого базового активу у початковий момент часу;

K – ціна виконання опціону;

g_1 – ставка доходу першого базового активу;

g_2 – ставка доходу другого базового активу;

σ_1 – змінність ціни (значення) першого базового активу;

σ_2 – змінність ціни (значення) другого базового активу;

τ – час до погашення опціону;

ρ – коефіцієнт кореляції між двома активами;

$N[.]$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної;

y – змінна інтегрування;

$f(y)$ – функція густини.

Нагадаємо, що

$$f(y)=\frac{1}{\sigma_y\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\upsilon^2}{2}\right),\ \upsilon=\frac{y-\mu_y}{\sigma_y},$$

$$\mu_y=\left(-g_2-\sigma_2^2/2\right)\tau,\ \sigma_y^2=\sigma_2^2\tau.$$

Натомість за фіксованої відсоткової ставки без ризику формули визначення ціни опціонів на спред європейського стилю виконання матимуть такий вигляд:

– для простих опціонів на спред з правом купівлі

$$SPO_{call}=aI_1e^{-g_1\tau}A_1+bI_2e^{-g_2\tau}A_2-Ke^{-r\tau}A_3, \tag{4.1.8}$$

$$A_1=\int_{-\infty}^{\infty}f(y)N\left[\frac{d+\rho y+\sigma_1\sqrt{\tau}+\phi\left(y+\rho\sigma_1\sqrt{\tau}\right)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]dy,$$

$$A_2=\int_{-\infty}^{\infty}f(y)N\left[\frac{d+\rho y+\sigma_2\sqrt{\tau}+\phi\left(y+\rho\sigma_2\sqrt{\tau}\right)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]dy,$$

$$A_3=\int_{-\infty}^{\infty}f(y)N\left[\frac{d+\rho y+\phi(y)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]dy,$$

$$d(aI_1,K,\sigma_1,g_1,\tau,r)=\left[\ln\left(\frac{aI_1}{K}\right)+\left(r-g_1-\frac{1}{2}\sigma_1^2\right)\tau\right]\Big/\sigma_1\sqrt{\tau},$$

$$\phi(y)=-\frac{1}{\sigma_1\sqrt{\tau}}\ln\left\{1-\frac{bI_2}{K}\exp\left[\left(r-g_2-\frac{1}{2}\sigma_2^2\right)\tau+y\sigma_2\sqrt{\tau}\right]\right\};$$

– для простих опціонів на спред з правом продажу

$$SPO_{put}=Ke^{-r\tau}A_3-aI_1e^{-g_1\tau}A_1-bI_2e^{-g_2\tau}A_2, \tag{4.1.9}$$

$$A_1=\int_{-\infty}^{\infty}f(y)N\left[-\frac{d+\rho y+\sigma_1\sqrt{\tau}+\phi\left(y+\rho\sigma_1\sqrt{\tau}\right)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]dy,$$

$$A_2=\int_{-\infty}^{\infty}f(y)N\left[-\frac{d+\rho y+\sigma_2\sqrt{\tau}+\phi\left(y+\rho\sigma_2\sqrt{\tau}\right)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]dy,$$

$$A_3=\int_{-\infty}^{\infty}f(y)N\left[-\frac{d+\rho y+\phi(y)}{\sqrt{1-\rho^2}}\right]dy,$$

де r – фіксована відсоткова ставка без ризику.

Використовуючи тотожність $N(x)+N(-x)=1$ для будь-якого дійсного числа x та формули оцінювання (4.1.8) і (4.1.9), можна отримати паритет продажу-купівлі для простих опціонів на спред:

$$SPO_{put} = SPO_{call} - aI_1 e^{-g_1\tau} - bI_2 e^{-g_2\tau} + Ke^{-r\tau},$$

де SPO_{call} – ціна опціону купівлі, подана формулою (4.1.8);

SPO_{put} – ціна опціону продажу, подана формулою (4.1.9).

Багатократні опціони на спред

Хоча спред-опціони, виставлені на більше ніж два базові активи (чи індекси), не є настільки популярними, як прості спред-опціони (на два активи), однак багато інституцій продають значні кількості таких деривативів, які набувають все більшої популярності. В основу простих опціонів на спред покладено тільки дві ціни (значення) базових активів. Однак спред-опціони можуть виставлятися на різниці більше ніж двох цін, у будь-яких комбінаціях. Наприклад, опціон може бути виставлений на спред між (S_1+S_2) та (S_3+S_4), де S_i – значення i-го активу ($i=1,2,3,4$). Такі опціони отримали назву multiple spread options, що у дослівному перекладі означає багатократні (багаторазові, численні) опціони на спред. Вони виставляються щонайменше на три активи. З подальшим розвитком позабіржового ринку деривативів, у зв'язку з ускладненням управління ризиком та пришвидшенням глобалізації міжнародного ринку капіталів, багатократні опціони на спред ставатимуть все поширенішими.

Якщо ж ідеться про способи оцінювання цих деривативів, то тут існують певні проблеми. Майже неможливо знайти точну явну формулу для визначення ціни багатократних спред-опціонів у середовищі припущень моделі Блека–Шоулса. Це пов'язано, як і у разі азіатських арифметичних опціонів, з тим фактом, що сума двох або більше логарифмічно-нормальних величин не матиме логарифмічно-нормального розподілу. Однак для апроксимації цін багатократних опціонів на спред можна скористатися методом апроксимації арифметичних азіатських опціонів через їхні геометричні аналоги, тобто геометричні азіатські опціони з такими самими параметрами.

Функцію виплати багатократного опціону на спред з $(n+m)$ активів європейського стилю виконання можемо записати у такій математичній формі:

– для опціону купівлі

$$payoff_{call}^{mult} = \max\left(\alpha\sum_{i=1}^{n} S_i(\tau) + \beta\sum_{j=n+1}^{n+m} S_j(\tau) - K, 0\right); \qquad (4.1.10)$$

– для опціону продажу

$$payoff_{put}^{mult} = \max\left(K - \alpha\sum_{i=1}^{n} S_i(\tau) - \beta\sum_{j=n+1}^{n+m} S_j(\tau), 0\right), \qquad (4.1.11)$$

де $S_i(\tau)$ – ціна (значення) i-го активу у момент реалізації опціону;

$S_j(\tau)$ – ціна (значення) j-го активу у момент реалізації опціону;

K – ціна виконання опціону;

α, β – деякі коефіцієнти;

n, m – цілі додатні числа, причому $n+m \geq 3$.

Введемо такі позначення:

$$L_1(\tau)=\sum_{i=1}^{n} S_i(\tau),\ L_2(\tau)=\sum_{j=n+1}^{n+m} S_j(\tau).$$

Поданий формулами (4.1.10) та (4.1.11) опціон називають ***простим багаторатним опціоном на спред***, оскільки L_1 та L_2 являють собою суми одноразових цін базових інструментів. Якщо ж L_1 та/або L_2 обчислюються як суми цін базових активів, помножених на деякі коефіцієнти, наприклад, $L_1 = S_1 + 2S_2$ та $L_2 = 6S_3 + 3S_4$, то такі опціони називаються ***комплексними багатократними опціонами на спред*** [59].

Опціони на спред „між веселками"

Наступною модифікацією спред-опціонів є ***опціони на спред „між веселками"*** (spread over the rainbows), до яких зараховуємо [49]:

– *опціон купівлі на максимальні значення двох базових активів;*
– *опціон купівлі на мінімальні значення двох базових активів;*
– *опціон продажу на максимальні значення двох базових активів;*
– *опціон продажу на мінімальні значення двох базових активів.*

„Двоколірні веселкові" опціони, які ще називають „двоколірними веселками", є дуже популярними серед інвесторів похідними інструментами. Розглянемо, як корелюють між собою такі опціони, тобто проаналізуємо опціон на спред „між двома веселками". Опціон, виставлений на спред „між двома веселками", можна розуміти як опціон, виставлений на абсолютне значення різниці між цінами двох активів у момент погашення опціону. Його можна також трактувати як пару стандартних опціонів, один купівлі, а другий продажу, виставлених спочатку на максимум, а потім на мінімум двох базових активів з двома цінами виконання „між двома двоколірними веселками". Зважаючи на еквівалентність функцій виплати опціону на спред „між двома веселками" та опціону, виставленого на відповідну абсолютну різницю між двома цінами активів у момент реалізації опціону, такі деривативи називають абсолютними опціонами (absolute options). Завдяки унікальності своєї конструкції, вони мають особливий потенціал застосування, оскільки характеризуються деякими рисами, яких не мають інші кореляційні опціони.

Отже, опціони на спред „між двома веселками" – це опціони, які виставляються на різницю між двома „двоколірними веселковими опціонами", тобто між опціоном на максимум з двох активів та опціоном на мінімум з двох активів, з нульовою ціною виконання обох „веселкових" опціонів. Припустимо, що два базові активи з поточними цінами I_1 та I_2 описуються стохастичним процесом, який відповідає геометричному руху Броуна, а їхні доходи корелюють між собою з фіксованим коефіцієнтом кореляції ρ. Тоді формально функцію виплати кожного з двох *двоколірних „веселкових опціонів"* можемо описати так:

– для опціонів на максимум

$$payoff_{\max}^{2} = \max\left[I_1(\tau), I_2(\tau)\right];$$

– для опціонів на мінімум

$$payoff_{\min}^{2} = \min\left[I_1(\tau), I_2(\tau)\right].$$

Тоді можна виписати функцію кінцевого платежу для опціону *на спред „між двома двоколірними веселками"*:

– для опціону з правом купівлі:

$$payoff_{call}^{2} = \max\left\{\left(a\cdot\max\left[I_1(\tau), I_2(\tau)\right] + b\cdot\min\left[I_1(\tau), I_2(\tau)\right]\right) - K, 0\right\}$$

або

$$payoff_{call}^{2} = \max\left\{\left(a\cdot payoff_{\max}^{2} + b\cdot payoff_{\min}^{2}\right) - K, 0\right\};$$

– для опціону з правом продажу:

$$payoff_{put}^{2} = \max\left\{K - \left(a\cdot\max\left[I_1(\tau), I_2(\tau)\right] + b\cdot\min\left[I_1(\tau), I_2(\tau)\right]\right), 0\right\}$$

або

$$payoff_{put}^{2} = \max\left\{K - \left(a\cdot payoff_{\max}^{2} + b\cdot payoff_{\min}^{2}\right), 0\right\},$$

де K – ціна виконання спред-опціону;

a, b – дійсні числа, причому $a > 0$, $b < 0$.

За аналогією, можемо записати узагальнені функції виплати для *„n-колірних веселкових опціонів"*, тобто для двох базових опціонів, виставлених на *n* базових інструментів:

– для опціонів на максимум

$$payoff_{\max}^{n} = \max\left[I_1(\tau), I_2(\tau), \ldots, I_n(\tau)\right];$$

– для опціонів на мінімум

$$payoff_{\min}^{n} = \min\left[I_1(\tau), I_2(\tau), \ldots, I_n(\tau)\right].$$

Тоді кінцеву виплату за опціоном *на спред „між двома n-колірними веселками"* можна обчислити за допомогою таких формул:

– для опціону купівлі

$$payoff_{call}^{n} = \max\left\{\left(a\cdot\max\left[I_1(\tau), I_2(\tau), \ldots, I_n(\tau)\right] + b\cdot\min\left[I_1(\tau), I_2(\tau), \ldots, I_n(\tau)\right]\right) - K, 0\right\}$$

або

$$payoff_{call}^{n} = \max\left\{\left(a\cdot payoff_{\max}^{n} + b\cdot payoff_{\min}^{n}\right) - K, 0\right\};$$

– для опціону продажу

$$payoff_{put}^{n} = \max\{K - (a \cdot \max[I_1(\tau), I_2(\tau), ..., I_n(\tau)] + b \cdot \min[I_1(\tau), I_2(\tau), ..., I_n(\tau)]), 0\}$$

або

$$payoff_{put}^{n} = \max\{K - (a \cdot payoff_{\max}^{n} + b \cdot payoff_{\min}^{n}), 0\}.$$

Припустимо, що $a = 1$ і $b = -1$. Тоді спред-опціон стане стандартним опціоном на спред „між двома веселками". Легко перевірити, що спред „між двома веселками" можна записати в іншому вигляді, а саме:

$$\max(I_1, I_2) - \min(I_1, I_2) = |I_1 - I_2| \tag{4.1.12}$$

де $|z|$ – абсолютне значення дійсного числа z.

З останньої формули видно, що спред-опціони справді можна трактувати як опціони, виставлені на абсолютну різницю цін двох активів, що розглядаються. Отже, опціони, виставлені на абсолютну різницю цін, є такими самими, як опціони, виставлені на спред між максимальною та мінімальною цінами двох активів. Такі опціони характеризуються однією особливістю, яка відрізняє їх від інших кореляційних опціонів, зокрема, кінцева виплата, яку отримає покупець такого опціону, не залежить від того, яка ціна на момент погашення опціону буде вищою. Отже, власник опціону отримає дохід навіть тоді, коли різниця між двома цінами буде від'ємним числом. Зважаючи на (4.1.12), опціони на спред „між двома веселками" називають абсолютними опціонами.

Для визначення ціни опціону на спред „між веселками" спочатку позначимо через $SPO_{call}(I_1, I_2, \sigma_1, \sigma_2, K, \tau, \rho)$ та $SPO_{put}(I_1, I_2, \sigma_1, \sigma_2, K, \tau, \rho)$ стандартні опціони на спред між цінами першого і другого базових активів, з правом купівлі та продажу, відповідно, з коефіцієнтами $a = 1$ і $b = -1$, подані формулами (4.1.10) та (4.1.11). Тоді ціну європейського опціону на спред „між веселками" можна обчислити за допомогою такої формули:

– для опціонів з правом купівлі

$$SPR_{call} = SPO_{call}(I_1, I_2, \sigma_1, \sigma_2, K, \tau, \rho) + SPO_{call}(I_2, I_1, \sigma_2, \sigma_1, K, \tau, \rho);$$

– для опціонів з правом продажу

$$SPR_{put} = SPO_{put}(I_1, I_2, \sigma_1, \sigma_2, K, \tau, \rho) + SPO_{put}(I_2, I_1, \sigma_2, \sigma_1, K, \tau, \rho).$$

Отже, оцінити опціон „на спред між веселками" можна додаванням цін обох опціонів, з яких він складається. Одним із важливих параметрів, які впливають на вартість опціону на спред, є коефіцієнт кореляції між базовими активами. Для додатного значення цього коефіцієнта різниця між цінами змінюється менше ніж для від'ємного значення, а тому за додатної кореляції ціна опціону на спред зростатиме, натомість за від'ємної кореляції ціна такого опціону знижуватиметься. Це випливає з того, що за додатної кореляції ціни базових активів змінюються у тому самому напрямку, а за від'ємної – у різних напрямках, що збільшує значення різниці між ними. Окрім того, має також значення коефіцієнт кореляції. Чим вище його значення, тим дешевшим буде опціон, а чим нижче – дорожчим. Ще одним чинником, який впливає на формування ціни опціону на спред, зокрема комплексного багатофакторного, є коефіцієнти при базових активах у сумах, між якими у функції виплати обчислюється значення спреду. Чим вищий коефіцієнт стоїть при ціні базового активу, тим більший вплив матиме ціна такого активу на дохід за опціоном на спред, який за сприятливих для нього умов отримає власник такого деривативу.

Фактори впливу на ціни опціонів на спред наведемо у вигляді табл. 4.1.5. Дослідимо, який вплив матиме ціна виконання на опціонну премію аналізованого деривативу. Ціна виконання опціону на спред матиме аналогічний вплив на формування опціонної премії такого деривативу, як і у разі стандартних опціонів, тобто з підвищенням ціни виконання K опціонна премія опціону з правом купівлі зростатиме, а опціонна премія опціону з правом продажу знижуватиметься. Це пояснюється тим фактом, що зі зростанням ціни виконання K потенційний дохід власника опціону на спред зменшується, внаслідок чого знижується ризик емітента такого деривативу. Натомість у випадку опціонів на спред з правом продажу потенційний дохід власника опціону зростає і відповідно підвищується ризик емітента, який для страхування своєї позиції в опціоні підвищує ціну такого деривативу. У разі зниження ціни виконання K спостерігається обернена ситуація.

Таблиця 4.1.5

Фактори впливу на ціни опціонів на спред

Фактори/вид опціону	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
ступінь корисності базових активів					+
ставки доходів базових активів			+	+	
відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	
відсоткова ставка без ризику у країні	+	+	+	+	+
ціни (значення) базових активів	+	+	+	+	+
змінність цін (значень) базових активів	+	+	+	+	+
частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
коефіцієнт кореляції між цінами (значеннями) базових активів	+	+	+	+	+
термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
коефіцієнти при цінах базових активів	+	+	+	+	+
ціни базових опціонів (для опціонів на спред між „веселками”)	+	+	+	+	+

Опціони на спред у різних модифікаціях можуть застосовуватися інвесторами з метою страхування від відносної зміни цін (значень) двох або більше активів. Найчастіше такі деривативи використовують для управління ризиком боргових цінних паперів.

Підсумовуючи, можна стверджувати, що опціони на спред створені так, що їхня функція платежу залежить від відносного формування цін двох активів (індексів, валютних курсів), тобто від різниці їхніх значень. Це означає, що базовим інструментом цих деривативів є різниця цін (значень) двох або більшої кількості активів, залежно від складності такого деривативу. Треба також зазначити, що опціон на спред двох активів, ціна виконання якого дорівнює нулю, перетворюється на опціон обміну.

Кошикові опціони

Кошикові опціони (basket options) – це опціони, виставлені на кошик ризикових цінних паперів. Отже, як випливає з їхньої назви, в основу таких деривативів покладено не один актив, а кошик, складений з кількох активів, якими можуть бути цінні папери, різні валюти, фондові індекси, відсоткові ставки, товари, сировина або будь-які комбінації згаданих інструментів. Функція виплати за кошиковими опціонами залежить від середнього значення, обчисленого на підставі цін (значень) базових активів, які входять до складу кошика [49, 59].

Дослідження ринку деривативів показали, що опціони такого типу найчастіше застосовують міжнародні корпорації з метою страхування від ризику декількох валютних курсів одночасно, а також для страхування ризику інвестицій в акції технологічних та паливно-енергетичних компаній. Особливої популярності ці деривативи набули у 1993 році, що було наслідком кризи на європейському валютному ринку. Тоді інвестори почали шукати таких інструментів, які б давали змогу страхувати курс конкретної валюти, наприклад, американського долара щодо кошика європейських валют [226, *с. 549*].

У 1992 році С. Ґранніс [129] вперше пояснив дію кошикових опціонів, виставлених на валюти. Водночас Р. Демо і П. Патель [106] досліджували кошикові опціони, синтетично складені з акцій. Наступного року Д. Ґентле [124] спробував оцінити такі деривативи, використовуючи метод Т. Ворста [218], що полягає в апроксимації арифметичних азіатських опціонів через відповідні їм геометричні азіатські опціони, на прикладі реальних спотових цін активів. С. Гайн [144] у 1994 році досліджував способи оцінювання кошикових опціонів із застосуванням узагальненого розкладу в ряди Едґеворта (Edgeworth).

Функцію виплати кошикового опціону запишемо у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \max\left\{\sum_{i=1}^{n} W_i I_i(\tau) - K, 0\right\};$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \max\left\{K - \sum_{i=1}^{n} W_i I_i(\tau), 0\right\},$$

де $i = 1,2,...,n$ – кількість базових активів у кошику;

$I_i(\tau)$ – ціна спот (значення) i-го базового активу у момент реалізації опціону;

W_i – частка i-го активу у загальній вартості портфеля, причому $\sum_{i=1}^{n} W_i = 1$;

K – ціна виконання, яка вибирається близькою до середньозваженого значення кошика активів у момент укладання опціонного контракту.

Ціна ***кошикового опціону типу продажу***, виставленого на кошик з двох активів, європейського стилю виконання, обчислюється за формулами:

$$P_{bk} = -aI_1 e^{-g_1\tau} A_{b1} - bI_2 e^{-g_2\tau} A_{b2} + Ke^{-r\tau} A_{b3},$$

$$A_{b1} = \int_{-\infty}^{-d(b)-\rho\sigma_1\sqrt{\tau}} f(v) N\left[\frac{-\phi\left(v+\rho\sigma_1\sqrt{\tau}\right) - d(a) - \sigma_1\sqrt{\tau} - \rho v}{\sqrt{1-\rho^2}}\right] dv,$$

$$A_{b2} = \int_{-\infty}^{-d(b)-\sigma_2\sqrt{\tau}} f(v) N\left[\frac{-\phi\left(v+\rho\sigma_2\sqrt{\tau}\right) - d(a) - \rho\sigma_2\sqrt{\tau} - \rho v}{\sqrt{1-\rho^2}}\right] dv,$$

$$A_{b3} = \int_{-\infty}^{-d(b)} f(v) N\left[\frac{-\phi(v) - d(a) - \rho v}{\sqrt{1-\rho^2}}\right] dv,$$

$$\phi(v) = \frac{-1}{\sigma_1\sqrt{\tau}} \ln\left\{1 - \frac{bI_2}{K} \exp\left[\left(r - g_2 - \frac{1}{2}\sigma_2^2\right)\tau + v\sigma_2\sqrt{\tau}\right]\right\},$$

$$d(a) = d(aI_1, K, \sigma_1, g_1, \tau, r) = \left[\ln\left(\frac{aI_1}{K}\right) + \left(r - g_1 - \frac{1}{2}\sigma_1^2\right)\tau\right] \Big/ \left(\sigma_1\sqrt{\tau}\right),$$

$$d(b) = d(bI_2, K, \sigma_2, g_2, \tau, r) = \left[\ln\left(\frac{bI_2}{K}\right) + \left(r - g_2 - \frac{1}{2}\sigma_2^2\right)\tau\right] \Big/ \left(\sigma_2\sqrt{\tau}\right),$$

$$a = W_1 > 0,\; b = W_2 < 0,$$

де I_1 – ціна (значення) першого базового активу у початковий момент часу;

I_2 – ціна (значення) другого базового активу у початковий момент часу;

g_1 – ставка доходу першого базового активу;

g_2 – ставка доходу другого базового активу;

σ_1 – змінність ціни (значення) першого базового активу;

σ_2 – змінність ціни (значення) другого базового активу;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

τ – час до погашення опціону;

ρ – коефіцієнт кореляції між двома активами;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної;

W_1 – вага першого активу у кошику;

W_2 – вага другого активу у кошику;

$f(\upsilon)$ – функція густини.

Натомість, ціна ***кошикового опціону типу купівлі***, виставленого на кошик з двох активів, європейського стилю виконання, обчислюється за формулою паритету опціонів продажу–купівлі:

$$C_{bk} = P_{bk} + aI_1 e^{-g_1\tau} + bI_2 e^{-g_2\tau} - Ke^{-r\tau}.$$

Визначення ціни „кошикового опціону", який складається з двох активів, не становить особливих труднощів. Однак реальні портфелі складаються із значно більшої кількості різноманітних інструментів. Для інвесторів, які намагаються хеджувати такі портфелі активів, потрібнішою є формула для визначення ціни кошикового опціону, виставленого на n базових активів. Такі деривативи можна оцінювати так:

– для опціонів з правом купівлі

$$BSK_{call} = I(t)e^{-g_b\tau}N\left(d + \sigma_b\sqrt{\tau}\right) - e^{-r\tau}KN(d);$$

– для опціонів з правом продажу

$$BSK_{put} = e^{-r\tau}KN(-d) - I(t)e^{-g_b\tau}N\left(-d - \sigma_b\sqrt{\tau}\right),$$

$$d = \frac{\ln[I(t)/K] - \left(r - g_b - \sigma_b^2/2\right)\tau}{\sigma_b\sqrt{\tau}},\ \sigma_b = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_i W_j \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j},$$

$$g_b = \sum_{i=1}^{n} W_i\left(g_i - \frac{1}{2}\sigma_i^2\right) - \frac{1}{2}\sigma_b^2,\ I(t) = \kappa_{nw}WGI(t),$$

$$WGI(t) = [I_1(t)]^{W_1}[I_2(t)]^{W_2}\ldots[I_n(t)]^{W_n},\ \sum_{i=1}^{n} W_i I_i(t) \cong \kappa_{nw}WGI(t),$$

$$\kappa_{nw} = 1 + \frac{1}{2}E(v_{nw}) + \frac{1}{4}[E(v_{nw})]^2 + Var(v_{nw}),$$

$$E(v_{nw}) = \sum_{i=1}^{n} W_1\left[\sigma_i^2\tau + (\upsilon_i\tau + I_i)^2\right] - \tau\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_i W_j \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j(\upsilon_i\tau + \ln I_i)(\upsilon_j\tau + \ln I_j),$$

$$Var(v_{nw}) = 4V_1 - 4V_2 + V_3,$$

$$V_1 = \tau\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_i W_j \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j(\upsilon_i\tau + \ln I_i)(\upsilon_j\tau + \ln I_j),$$

$$V_2 = \tau\sum_{k=1}^{n} W_k(\upsilon_k\tau + \ln I_k)\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_i W_j\left[\rho_{ik}\sigma_i(\upsilon_j\tau + \ln I_j) + \rho_{jk}\sigma_j(\upsilon_i\tau + \ln I_i)\right],$$

$$V_3=\tau\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}W_iW_jW_kW_l\left[\rho_{ik}\sigma_i\sigma_k\left(\upsilon_j\tau+\ln I_j\right)\left(\upsilon_l\tau+\ln I_l\right)+\right.$$

$$+\rho_{il}\sigma_i\sigma_l\left(\upsilon_j\tau+\ln I_j\right)\left(\upsilon_k\tau+\ln I_k\right)+\rho_{jk}\sigma_j\sigma_k\left(\upsilon_i\tau+\ln I_i\right)\left(\upsilon_l\tau+\ln I_l\right)+,$$

$$\left.+\rho_{jl}\sigma_j\sigma_l\left(\upsilon_i\tau+\ln I_i\right)\left(\upsilon_k\tau+\ln I_k\right)\right]$$

$$\upsilon_i=r-g_i-\frac{1}{2}\sigma_i^2,$$

де K_{nw} – коефіцієнт апроксимації;

W_i – вага i-го базового активу у кошику;

$WGI(t)$ – зважений геометричний індекс n спотових цін;

ρ_{ij} – коефіцієнт кореляції між i-м та j-м базовими активами.

Альтернативою купівлі кошикового опціону може бути купівля стандартних опціонів на кожен з активів, що входять до складу кошика. Однак така стратегія має два недоліки: по-перше, вона є дорожчою, а по-друге, вимагає значних затрат часу на спостереження за ринковою ситуацією кожного з цих активів.

Урахування кореляції базових активів у кошиковому опціоні робить його дешевшим порівняно з сумою стандартних опціонів [129, *с. 137–139*].

Дослідження ринку нестандартних опціонів показали, що наприкінці 90-х років минулого століття з'явився в обігу новий різновид кошикових опціонів, а саме опціони типу lite, які є опціонами європейського стилю виконання, виставленими на групу активів. Причому наперед визначається дата (під час дії опціону), коли здійснюється додаткове обчислення ставок доходу за окремими активами. Після цього активи з найвищими і найнижчими ставками доходу відкидаються з кошика, а у момент погашення опціону кінцевий платіж обчислюється вже на підставі нового (зменшеного) кошика. Іноді такі деривативи ще називають опціонами Atlas [185, *с. 97*].

Водночас на ринку з'явився ще один різновид кошикових опціонів під назвою mirage, які також є інструментами європейського стилю виконання. Функція виплати опціонів mirage ґрунтується на значеннях ставок доходу базових активів з певних періодів, причому під час розрахунку суми кінцевої виплати за таким деривативом відкидається наперед визначена кількість періодів з найвищими і найнижчими ставками доходу [206, *с. 54*].

Ще одним різновидом кошикових опціонів є ***портфельний опціон*** (portfolio option). Його конструкція полягає у тому, що замість часток окремих базових інструментів визначається конкретна їхня кількість у портфелі [176, *с. 29–30*].

Функцію виплати за портфельним опціоном можемо записати у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}^{prtf}=\max\left(\sum_{i=1}^{n}\varphi_iS_i(\tau)-K,0\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{pur}^{prtf} = \max\left(K - \sum_{i=1}^{n} \varphi_i S_i(\tau), 0\right),$$

де $S_i(\tau)$ – ціна i-го базового активу у момент реалізації опціону;

K – ціна виконання портфельного опціону;

φ_i – кількість i-го базового активу у портфелі.

Теоретичні значення для цін портфельних опціонів можна визначати на основі доволі складних числових методів та моделей апроксимації. На жаль, не існує аналітичних методів оцінювання портфельних опціонів. Це пов'язано з тим фактом, що сума змінних з логарифмічно-нормальним розподілом не має логарифмічно-нормального розподілу. Одним із методів, який можна застосувати для визначення цін таких деривативів, є метод Монте–Карло [164, *с. 718*]. Модель Блека–Шоулса теж можна використати з цією метою, однак за умови, що замість середньозваженого арифметичного значення візьмемо середньозважене геометричне значення.

Найпопулярнішими базовими інструментами кошикових опціонів були акції латиноамериканських телекомунікаційних корпорацій, облігації США, акції банків Великобританії та Японії, південноазіатські цінні папери. Менеджери різних фінансових інституцій, які управляють активами, часто використовують кошикові опціони для захисту своїх портфелів від негативних тенденцій в таких секторах економіки, як видобування нафти і газу, електроенергетика тощо. Окрім цього, такі деривативи знаходять застосування також і під час хеджування портфелів, складених з акцій різних секторів економіки, різних валют та товарів. Теоретично кошикові опціони можуть виставлятися на будь-які портфелі цінних паперів. Великі інституціональні інвестори купують кошикові опціони на середньозважені відомі індекси, такі, як, наприклад, Standard & Poor 500, з вагами активів, пропорційними до їхньої ринкової вартості. У такому разі портфель інвестора має бути аналогічним до кошика активів, на підставі якого обчислюється відповідний індекс.

На строковому ринку можна також зустріти ***кошикові бар'єрні опціони (basket barrier options)*** та ***кошикові бінарні опціони (basket digital options)***. Функцію виплати останніх можемо записати у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$BDO_{call} = \begin{cases} [I(\tau) - X], & якщо \quad S_i(\tau) > K \\ 0, & якщо \quad S_i(\tau) \le K \end{cases};$$

– для опціонів з правом продажу

$$BDO_{put} = \begin{cases} [X - I(\tau)], & якщо \quad S_i(\tau) > K \\ 0, & якщо \quad S_i(\tau) \le K \end{cases},$$

де $S_i(\tau)$ – спотова ціна i-го базового активу у момент погашення опціону;

$I(\tau)$ – форвардна ціна кошика;

X – геп-параметр;

K – ціна виконання.

На відміну від інших опціонів, дохід за кошиковими опціонами залежить від середньозваженого прибутку кошика активів. Для утримувачів кошикових опціонів з правом купівлі сприятливішою буде тенденція до зростання ринкових цін базових активів, тоді як для власників кошикових опціонів з правом продажу вигіднішим буде їхнє зниження. Натомість у разі зростання ціни виконання дохід власників кошикових опціонів типу купівлі зменшуватиметься, тоді як для власників аналогічних деривативів типу продажу зростатиме. У зв'язку з цим, в міру зростання ціни виконання опціонна премія кошикового опціону типу купівлі буде зменшуватися, а опціону продажу – збільшуватися. Перелік інших факторів, які можуть мати вплив на формування цін кошикових опціонів, наведемо у вигляді табл. 4.1.6.

Таблиця 4.1.6

Фактори впливу на ціни кошикових опціонів

Фактори/вид опціону	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
ступінь корисності базових активів					+
ставки доходів базових активів			+	+	
відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	
відсоткова ставка без ризику у країні	+	+	+	+	+
ціни (значення) базових активів	+	+	+	+	+
змінність цін (значень) базових активів	+	+	+	+	+
частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
коефіцієнт кореляції між цінами (значеннями) базових активів	+	+	+	+	+
термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
ваги (кількості) базових активів у кошику	+	+	+	+	+

Кошикові опціони дають змогу інвесторам знижувати витрати, пов'язані із хеджуванням власних портфелів цінних паперів. Це пояснюється тим, що:

- витрати на один кошиковий опціон будуть нижчими від сумарних витрат на придбання деякої кількості опціонів, виставлених на кожен цінний папір окремо;
- опціон, виставлений на портфель цінних паперів, які мають невисокий ступінь кореляції між собою, або характеризуються від'ємною кореляцією, буде мати набагато нижчу волатильність, ніж кожен окремий опціон, що значно знижує ризик таких інвестицій. Тому ціна кошикового опціону буде нижчою порівняно з опціонною премією стандартного опціону;
- кошикові опціони дають можливість знизити затрати грошових ресурсів і часу, пов'язані з моніторингом окремих видів цінних паперів (або інших інструментів), що входять до складу кошика активів.

Кошикові опціони стають щоразу популярнішими серед професіоналів строкового ринку, хоча для більшості інвесторів вони ще все-таки залишаються „екзотичними".

Опціони на добуток

Опціони на добуток (product options) – це опціони, виставлені на добуток цін (величин) двох активів або індексів. У ролі базових активів можуть виступати два види акцій або облігацій, два різні фондові індекси, два валютні курси, дві відсоткові ставки або різні їхні комбінації, наприклад, акція та валютний курс тощо. Назва такого деривативу пов'язана із тим, що для розрахунку кінцевого платежу для утримувача опціону на добуток використовується добуток цін базових активів. Безпосереднім застосуванням таких деривативів є опціони на іноземні активи у вітчизняній валюті (foreign domestic options), які можуть мати форму опціону на іноземні акції або опціону на іноземні товари, зі страйковою ціною, вираженою у вітчизняній валюті (тобто з виплатою у вітчизняній валюті). Опціони на іноземні активи у вітчизняній валюті можуть також використовуватися для хеджування річного доходу деякої компанії, який дорівнює добутку обсягу проданих товарів та їхніх цін [49].

Функцію виплати опціону на добуток двох базових інструментів математично можемо подати у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \max\left[I_1(\tau)\times I_2(\tau) - K, 0\right]; \tag{4.1.13}$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \max\left[K - I_1(\tau)\times I_2(\tau), 0\right], \tag{4.1.14}$$

де $I_1(\tau)$ – ціна (величина) першого базового інструменту у момент реалізації опціону;

$I_2(\tau)$ – ціна (величина) другого базового інструменту у момент реалізації опціону;

K – ціна виконання опціону.

Одним із найпопулярніших різновидів таких деривативів є опціон, в якому замість ціни одного з активів використовується валютний курс. У такому разі функції виплати матимуть такий вигляд:

– для опціону купівлі

$$payoff_{call} = \max\left[0, D\times I_2(\tau) - K\right];$$

– для опціону продажу

$$payoff_{put} = \max\left[0, K - D\times I_2(\tau)\right],$$

де D – ціна одиниці іноземної валюти, виражена у внутрішній валюті.

Відомо, що згідно з припущеннями моделі Блека–Шоулса обидва базові інструменти повинні описуватися стохастичним процесом, однак ці інструменти не обов'язково повинні бути цінами активів. Якщо один базовий інструмент є ціною іноземного активу, а другий – іноземним обмінним курсом, вираженим у вітчизняній валюті за одиницю іноземної валюти, то кінцева виплата за опціоном на добуток (4.1.13)–(4.1.14) стане такою самою, як виплата звичайного опціону зі страйковою ціною K, вираженою у вітчизняній валюті. Якщо один базовий інструмент являє собою ціну вітчизняного товару, а інший – обсяг продажу компанії, то вирази (4.1.13)–

(4.1.14) будуть описувати функцію кінцевого платежу опціону, виставленого на річний дохід цієї компанії. Оскільки добуток двох змінних з логарифмічно-нормальним розподілом є також логарифмічно-нормально розподіленим, то можемо отримати явні формули для обчислення ціни опціону на добуток. За стрибкоподібної стохастичної відсоткової ставки без ризику ці формули матимуть такий вигляд:

– для опціонів з правом купівлі

$$\chi_{\lambda,Z}\left(PPD_{0,call}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}\left(\lambda\tau\right)^n}{n!}E_n\left[PPD_{0,call}\left(I_1,I_2,KZ_n e^{\lambda\varepsilon\tau},\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)\right],$$

$$PPD_{0,call}\left(I_1,I_2,V,\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)=$$

$$=I_1I_2\exp\left[\left(\rho\sigma_1\sigma_2-g_1-g_2\right)\tau\right]N\left(d_{0,1pu}\right)-VN\left(d_{0,pu}\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$\chi_{\lambda,Z}\left(PPD_{0,put}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}\left(\lambda\tau\right)^n}{n!}E_n\left[PPD_{0,put}\left(I_1,I_2,KZ_n e^{-\lambda\omega\tau},\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)\right],$$

$$PPD_{0,put}\left(I_1,I_2,V,\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)=$$

$$=VN\left(-d_{0,pu}\right)-I_1I_2\exp\left[\left(\rho\sigma_1\sigma_2-g_1-g_2\right)\tau\right]N\left(-d_{0,1pu}\right),$$

$$d_{0,pu}=\frac{1}{\sigma_{pu}\sqrt{\tau}}\left\{\ln\left(\frac{I_1I_2}{V}\right)-\left[g_1+g_2+\frac{1}{2}\left(\sigma_1^2+\sigma_2^2\right)\right]\tau\right\},$$

$$d_{0,1pu}=d_{0,pu}+\sigma_{pu}\sqrt{\tau},$$

$$\sigma_{pu}=\sqrt{\sigma_1^2+2\rho\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2},$$

де I_1 – поточна ціна (значення) першого базового активу у початковий момент часу;

I_2 – поточна ціна (значення) другого базового активу у початковий момент часу;

g_1 – ставка доходу першого базового активу;

g_2 – ставка доходу другого базового активу;

σ_1 – змінність ціни (значення) першого базового активу;

σ_2 – змінність ціни (значення) другого базового активу;

σ_{pu} – сумарна змінність двох активів;

τ – час до погашення опціону;

ρ – коефіцієнт кореляції між двома базовими активами;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної.

Натомість у межах припущень моделі Блека–Шоулса, тобто за фіксованої відсоткової ставки без ризику, ціну опціону на добуток європейського стилю виконання можемо обчислити за допомогою інших формул, а саме:

– для опціонів з правом купівлі

$$PPD_{call} = I_1 I_2 \exp[(r - g_1 - g_2 + \rho\sigma_1\sigma_2)\tau]N(d_{1pu}) - K\exp[-r\tau]N(d_{pu});$$

– для опціонів з правом продажу

$$PPD_{put} = K\exp[-r\tau]N(-d_{pu}) - I_1 I_2 \exp[(r - g_1 - g_2 + \rho\sigma_1\sigma_2)\tau]N(-d_{1pu}), \quad (4.1.15)$$

$$d_{pu} = \frac{1}{\sigma_{pu}\sqrt{\tau}}\left\{\ln\left(\frac{I_1 I_2}{K}\right) + \left[2r - g_1 - g_2 - \frac{1}{2}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right)\right]\tau\right\},$$

$$d_{1pu} = d_{pu} + \sigma_{pu}\sqrt{\tau},$$

$$\sigma_{pu} = \sqrt{\sigma_1^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2},$$

де r – фіксована відсоткова ставка без ризику.

Як уже згадувалося, одним із різновидів опціонів на добуток є ***опціони на іноземні активи у вітчизняній валюті*** (foreign domestic options). Для їхнього оцінювання теж можна використати формулу (4.1.15), оскільки ціна виконання опціону на добуток ціни іноземної акції та курсу іноземної валюти теж буде виражена у вітчизняній валюті. Обмінний курс за одиницю іноземної валюти можна моделювати як стохастичний процес з дохідністю, що дорівнює іноземній відсотковій ставці. Якщо валютний курс виступає в опціоні на добуток як другий актив, то дохідність другого активу g_2 необхідно замінити у (4.1.15) на закордонну відсоткову ставку без ризику r_f, Отже, отримаємо формулу для визначення ціни опціону на іноземні активи у вітчизняній валюті:

– для опціонів з правом купівлі

$$PFD_{call} = I_1 I_2 \exp[(r - g_1 - r_f + \rho\sigma_1\sigma_2)\tau]N(d_{1pu}) - K\exp[-r\tau]N(d_{pu});$$

– для опціонів з правом продажу

$$PFD_{put} = K\exp[-r\tau]N(-d_{pu}) - I_1 I_2 \exp[(r - g_1 - r_f + \rho\sigma_1\sigma_2)\tau]N(-d_{1pu}),$$

$$d_{pu} = \frac{1}{\sigma_{pu}\sqrt{\tau}}\left\{\ln\left(\frac{I_1 I_2}{K}\right) + \left[2r - g_1 - r_f - \frac{1}{2}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right)\right]\tau\right\},$$

де всі позначення такі, як у попередніх формулах.

Опціони на річний дохід (revenue options) – це опціони, виставлені на добуток обсягу проданої продукції деякого підприємства та реалізаційної ціни цієї продукції. Такі деривативи використовуються з метою хеджування річного доходу підприємства. Припустимо, що ціна продукції підприємства – це значення першого активу I_1, котрий описується рівнянням стандартного геометричного броунівського руху, а обсяг проданої продукції – це величина I_2, котра описується тим самим рівнянням. Припускаючи, що відсоткова ставка без ризику має стохастичний стрибкоподібний характер, отримуємо такі формули для визначення ціни опціону на річний дохід підприємства європейського стилю виконання:

– для опціонів з правом купівлі

$$\chi_{\lambda,Z}\left(REV_{0,call}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}\left(\lambda\tau\right)^{n}}{n!}E_{n}\left[REV_{0,call}\left(I_1,I_2,KZ_ne^{\lambda\varepsilon\tau},\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)\right],$$

$$REV_{0,call}\left(I_1,I_2,V,\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)=$$

$$=I_1I_2\exp\left[\left(\mu_2-g_1+\rho\sigma_1\sigma_2\right)\tau\right]N\left(d_{0,1pu}\right)-VN\left(d_{0,pu}\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$\chi_{\lambda,Z}\left(REV_{0,put}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}\left(\lambda\tau\right)^{n}}{n!}E_{n}\left[REV_{0,put}\left(I_1,I_2,KZ_ne^{-\lambda\omega\tau},\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)\right],$$

$$REV_{0,put}\left(I_1,I_2,KZ_ne^{-\lambda\omega\tau},\tau,g_1,g_2,\sigma_1,\sigma_2\right)=$$

$$=VN\left(-d_{0,pu}\right)-I_1I_2\exp\left[\left(\mu_2-g_1+\rho\sigma_1\sigma_2\right)\tau\right]N\left(-d_{0,1pu}\right),$$

$$d_{0,pu}=\frac{1}{\sigma_{pu}\sqrt{\tau}}\left\{\ln\left(\frac{I_1I_2}{V}\right)+\left[\mu_2-g_1-\frac{1}{2}\left(\sigma_1^2+\sigma_2^2\right)\right]\tau\right\},$$

$$d_{0,1pu}=d_{0,pu}+\sigma_{pu}\sqrt{\tau},$$

$$\sigma_{pu}=\sqrt{\sigma_1^2+2\rho\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2},$$

де μ_2 – миттєве середнє проданого обсягу продукції.

За фіксованої відсоткової ставки без ризику для визначення ціни опціону на річний дохід підприємства можемо використати такі формули:

– для опціонів з правом купівлі

$$REV_{call}=I_1I_2\exp[(\mu_2-g_1+\rho\sigma_1\sigma_2)\tau]N(d_{1pu})-K\exp[-r\tau]N(d_{pu});$$

– для опціонів з правом продажу

$$REV_{put}=K\exp[-r\tau]N(-d_{pu})-I_1I_2\exp[(\mu_2-g_1+\rho\sigma_1\sigma_2)\tau]N(-d_{1pu}),$$

$$d_{pu}=\frac{1}{\sigma_{pu}\sqrt{\tau}}\left\{\ln\left(\frac{I_1I_2}{K}\right)+\left[r-g_1+\mu_2-\frac{1}{2}\left(\sigma_1^2+\sigma_2^2\right)\right]\tau\right\},$$

$$d_{1pu}=d_{pu}+\sigma_{pu}\sqrt{\tau}.$$

На формування ціни опціонів на добуток впливають різні чинники. Оскільки такі деривативи передбачають наявність двох базових інструментів, то безпосередній вплив на їхню ціну матиме коефіцієнт кореляції між ними. Чим вище значення цього коефіцієнта, тим дорожчим буде опціон з правом купівлі, і дешевшим – опціон з правом продажу. Натомість значення встановленої ціни виконання таких деривативів має протилежний вплив. Це означає, що у міру підвищення ціни виконання, опціонна премія опціону на добуток типу купівлі зменшуватиметься, натомість опціонна премія аналогічного опціону типу продажу збільшуватиметься, і навпаки.

Опціони на іноземні акції

Опціони на іноземні акції (foreign equity options або flexo options) – це опціони, в основу яких покладено ціни іноземних цінних паперів. Такі деривативи надають право їхньому покупцю придбати (для опціонів типу купівлі) або продати (для опціонів типу продажу) наперед визначену кількість іноземних акцій, в обумовлений момент (період) часу, за узгодженою між сторонами опціонного контракту ціною. Це означає, що такі опціони виставляються на закордонні активи, а їхня ціна виконання визначається в іноземній валюті. Покупець, який займає довгу позицію в опціоні на іноземні цінні папери сподівається, що отримає прибуток не тільки від зміни ціни базового активу, але й також від змін валютного курсу, що принесе йому додаткову вигоду. У 1992 році Рейнер (E. Reiner) вперше проаналізував чотири основні типи пов'язаних з валютою опціонів і назвав їх опціонами, перекладеними на валюту (currency-translated options).

Для іноземних інвесторів опціон на іноземну акцію є звичайним опціоном, який можна оцінювати за класичною формулою Блека–Шоулса. Однак такі опціони можуть зацікавити також і вітчизняних інвесторів, які сподіваються на отримання спекулятивних прибутків поза вітчизняним ринком або хеджують власні позиції за допомогою іноземних цінних паперів на закордонних фінансових ринках. У такому разі для таких інвесторів з'являється додаткове джерело ризику, зокрема ризик валютного курсу. Це пов'язано із тим, що більшість вітчизняних інвесторів намагаються (або змушені) одержаний за опціонами евентуальний дохід у іноземній валюті конвертувати у вітчизняну валюту. Отже, для таких учасників строкового ринку дохід за іноземними цінними паперами сильно корелює з валютним обмінним курсом.

Остаточний розрахунок між продавцем та покупцем опціону на іноземні цінні папери здійснюється у формі виплати деякої суми доходу для утримувача опціону: або на момент закінчення терміну дії опціону (європейський стиль виконання), або протягом його дії (американський стиль виконання), на вимогу утримувача опціону. Враховуючи вищесказане, функцію виплати опціону на іноземну акцію можемо записати у такому математичному вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \max\left[I_1(\tau) - K_f, 0\right]; \tag{4.1.16}$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \max\left[K_f - I_1(\tau), 0\right], \tag{4.1.17}$$

де $I_1(\tau)$ – ціна іноземної акції у момент реалізації опціону, виражена в *іноземній* валюті;

K_f – ціна виконання опціону, виражена в іноземній валют.

Функції виплати (4.1.16)–(4.1.17) означають, що утримувач опціону на іноземні цінні папери отримає дохід лише за умови, що на момент реалізації опціон буде в позиції „у грошах", у протилежному ж разі опціон цілком втрачає свою вартість. Треба також нагадати, що утримувач опціону (покупець) має право реалізувати опціон, але не має такого обов'язку. Натомість продавець опціону (емітент) зобов'язаний реалізувати опціон на вимогу його утримувача.

Згідно з припущеннями моделі Блека–Шоулса базовий інструмент повинен змінюватися згідно з геометричним рухом Броуна. Припустимо, що ціна іноземної акції задовольняє цю умову. Відомо, що виплата за опціоном на іноземну акцію здійснюється в іноземній валюті. Однак вітчизняний інвестор буде змушений конвертувати отриману за опціоном виплату у вітчизняну валюту, водночас йому загрожуватиме валютний ризик. Виходом з такої ситуації є використання опціону на іноземну акцію з виплатою у вітчизняній валюті. У такому разі необхідно ввести додаткову змінну $I_2(\tau)$, яка означатиме валютний обмінний курс, виражений у вітчизняній валюті за одиницю іноземної валюти.

Припустимо, що $I_2(\tau)$ описується стохастичним процесом зі ставкою доходу $g_2 = r_f$, де r_f – це закордонна відсоткова ставка без ризику. Тоді функція виплати опціону на іноземну акцію з розрахунком у *вітчизняній* валюті дорівнюватиме добутку функції виплати (4.1.16) або (4.1.17) та валютного курсу $I_2(\tau)$, тобто:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff\,1_{call} = I_2(\tau)\max\left[I_1(\tau)-K_f,0\right]; \tag{4.1.18}$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff\,1_{put} = I_2(\tau)\max\left[K_f - I_1(\tau),0\right]. \tag{4.1.19}$$

Або в іншому вигляді, що є рівнозначним:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff\,1_{call} = \max\left[I_1(\tau)I_2(\tau)-K_f I_2(\tau),0\right]; \tag{4.1.20}$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff\,1_{put} = \max\left[K_f I_2(\tau)-I_1(\tau)I_2(\tau),0\right]. \tag{4.1.21}$$

Функції виплати (4.1.20)–(4.1.21) показують, що опціон на іноземну акцію з розрахунком у вітчизняній валюті можна розглядати як опціон на добуток (product option) з плаваючою ціною виконання $K_f I_2(\tau)$.

Ціну опціону на іноземну акцію, виражену в *іноземній* валюті, можна легко обчислити за допомогою класичної формули Блека–Шоулса, оскільки функція виплати такого деривативу є аналогічною до функції виплати стандартного європейського опціону, причому $I_1(\tau)=S(\tau)$, а $K_f = K$, де $S(\tau)$ – ринкова ціна базового активу у момент погашення стандартного опціону, а K – ціна його виконання. Однак, застосовуючи стрибкоподібну закордонну відсоткову ставку без ризику, отримаємо інші формули для оцінювання опціону на іноземну акцію, виражену в *іноземній* валюті, які наберуть такого вигляду:

– для опціонів з правом купівлі

$$\chi_{\lambda,Z}\left(FEO_{0,call}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}\left(\lambda\tau\right)^{n}}{n!}E_{n}\left[FEO_{0,call}\left(I_{1},K_{f}Z_{n}e^{\lambda\varepsilon\tau},\tau,g_{1},\sigma_{1}\right)\right],$$

$$FEO_{0,call}\left(I_{1},V,\tau,g_{1},\sigma_{1}\right)=I_{1}e^{-g_{1}\tau}N\left(d_{0,1f}\right)-VN\left(d_{0,f}\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$\chi_{\lambda,Z}\left(FEO_{0,put}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}\left(\lambda\tau\right)^{n}}{n!}E_{n}\left[FEO_{0,put}\left(I_{1},K_{f}Z_{n}e^{-\lambda\omega\tau},\tau,g_{1},\sigma_{1}\right)\right],$$

$$FEO_{0,put}\left(I_{1},V,\tau,g_{1},\sigma_{1}\right)=VN\left(-d_{0,f}\right)-I_{1}e^{-g_{1}\tau}N\left(-d_{0,1f}\right),$$

$$d_{0,f}=\frac{\ln\left(I_{1}/V\right)-\left(g_{1}+\sigma_{1}^{2}/2\right)\tau}{\sigma_{1}\sqrt{\tau}},$$

$$d_{0,1f}=d_{0,f}+\sigma_{1}\sqrt{\tau},$$

де g_1 – дохідність базового активу;

I_1 – поточна ціна базового активу у початковий момент часу, виражена в іноземній валюті;

K_f – ціна виконання опціону, виражена в іноземній валюті;

σ_1 – змінність ціни (значення) базового активу;

τ – час до закінчення терміну дії опціону;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної.

Натомість ціну опціону на іноземну акцію європейського стилю виконання, виражену в *іноземній* валюті, за фіксованої відсоткової ставки без ризику можемо обчислити за такими формулами:

– для опціонів з правом купівлі

$$FEO_{call}=I_{1}e^{-g_{1}\tau}N\left(d_{1f}\right)-K_{f}e^{-r_{f}\tau}N\left(d_{f}\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$FEO_{put}=K_{f}e^{-r_{f}\tau}N\left(-d_{f}\right)-I_{1}e^{-g_{1}\tau}N\left(-d_{1f}\right),$$

$$d_{f}=\frac{\ln\left(I_{1}/K_{f}\right)+\left(r_{f}-g_{1}-\sigma_{1}^{2}/2\right)\tau}{\sigma_{1}\sqrt{\tau}},$$

$$d_{1f}=d_{f}+\sigma_{1}\sqrt{\tau},$$

де r_f – фіксована закордонна відсоткова ставка без ризику.

Оскільки валютний курс нормально корелює з ціною акції, то для визначення ціни опціону на іноземну акцію у вітчизняній валюті не можна скористатися з класичної формули Блека–Шоулса. Однак цю проблему можна вирішити, застосовуючи функцію двовимірного розподілу між доходом акції та обмінним курсом. Тоді ціну опціону на іноземну акцію, виражену у *вітчизняній* валюті, можемо обчислити за допомогою такої формули:

– для опціонів з правом купівлі

$$FEP_{call} = I_2 \left\{ I_1 e^{(\rho\sigma_1\sigma_2 - g_1)\tau} N\left[\left(d_{1f} + \rho\sigma_2\sqrt{\tau}\right)\right] - K_f e^{-r_f\tau} N\left[\left(d_f + \rho\sigma_2\sqrt{\tau}\right)\right]\right\};$$

– для опціонів з правом продажу

$$FEP_{put} = I_2 \left\{ K_f e^{-r_f\tau} N\left[-\left(d_f + \rho\sigma_2\sqrt{\tau}\right)\right] - I_1 e^{(\rho\sigma_1\sigma_2 - g_1)\tau} N\left[-\left(d_{1f} + \rho\sigma_2\sqrt{\tau}\right)\right]\right\},$$

де I_2 – поточне значення валютного обмінного курсу, вираженого у вітчизняній валюті за одиницю іноземної валюти;

ρ – коефіцієнт кореляції між ціною акції та валютним курсом;

σ_2 – змінність валютного курсу.

Порівняно зі стандартним опціоном, на ціну опціону на іноземні акції впливають два додаткові параметри, зокрема змінність валютного курсу та кореляція між базовим активом і валютним курсом. Чим більше значення має коефіцієнт кореляції, тим вищою буде ціна опціону купівлі і нижчою – опціону продажу. За нульового значення коефіцієнта кореляції опціон на іноземні акції перетворюється на стандартний опціон. Звідси випливає, що за додатної кореляції опціони на іноземні акції типу купівлі будуть дорожчими від стандартних опціонів, тоді як опціони продажу – дешевшими від стандартних опціонів. Для від'ємного коефіцієнта кореляції спостерігається протилежна закономірність, тобто опціони на іноземні акції типу купівлі будуть дешевшими від стандартних опціонів, а опціони продажу – дорожчими. Отже, не можна однозначно стверджувати, що опціони на іноземні акції є дешевшими від стандартних опціонів. Це залежить від коефіцієнта кореляції між базовим активом та валютним курсом, а також від типу опціону на іноземні акції (купівлі чи продажу).

Розглянуті вище опціони на іноземні акції сьогодні є для вітчизняних інвесторів інструментами, котрі визначають нижню межу (floor – підлогу) для ціни іноземної акції у разі опціону купівлі, або верхню межу (ceiling – стелю) – у разі опціону продажу, без будь-яких обмежень на валютний обмінний курс. Однак деякі інвестори можуть надавати перевагу інструментам на нижню та верхню межі валютного обмінного курсу і обмежувати форвардну ціну акцій за допомогою валютних опціонів типу equity-linked foreign exchange, які розглянемо нижче.

Опціони на валютний курс, пов'язаний з акцією

Об'єднання фінансових ринків через валютні операції та операції з облігаціями вже давно відоме. Останнім часом процеси глобалізації також охопили і ринки акцій. Наприклад, багато іноземних акцій продаються на фондовій біржі New York Stock Exchange або безпосередньо, або за посередництвом American Depository Receipts (ADRs), тоді як акції деяких американських фірм перебувають на лістингу іноземних (поза межами США) бірж. Наприклад, ф'ючерси та опціони на японський біржовий індекс Nikkei продаються в Сингапурі, на біржі Chicago Board Option Exchange у Сполучених Штатах Америки, а також на фондовій біржі Toronto Stock Exchange у Канаді [224]. Інші інструменти, пов'язані з іноземними фондовими індексами, можна спостерігати на біржі American Stock Exchange та інших американських біржах. Однак трансакції з деривативами на іноземні акції завжди були пов'язані з валютним ризиком, хеджування якого стало можливим завдяки появі таких фінансових інструментів, як опціони на валютний курс, пов'язаний з акцією.

Опціони на валютний курс, пов'язаний з акцією (equity-linked foreign exchange options) були створені з метою захисту від ризику змін цін іноземних акцій внаслідок коливань валютного курсу. Отже, вони є симетричними до опціонів на іноземні акції для вітчизняних інвесторів, оскільки встановлюють нижню (або верхню) межу на валютний обмінний курс для опціонів купівлі (або продажу), без обмежень на форвардну ціну акції. Опціони на валютний курс, пов'язаний з акцією можна також розглядати як опціони на іноземну валюту з невизначеною номінальною сумою, котрі корелюють з обмінним курсом. Інша назва цих деривативів beach options утворена з перших літер назви best equity-adjusted currency hedge. Точніше кажучи, опціони beach страхують не від коливань ціни базового інструменту, а від змін валютного курсу. Опціони beach типу купівлі надають їхньому утримувачу право на придбання деяких іноземних цінних паперів за ринковою ціною, але за наперед визначеним валютним курсом. Якщо ж ринковий валютний курс у момент погашення опціонів буде вигіднішим від курсу виконання опціону, то його власник матиме право не реалізувати опціон. Утримувач опціонів beach типу продажу має право продати емітенту деякі активи за ринковою ціною, але за узгодженим валютним курсом, причому емітент в обох випадках зобов'язаний реалізувати опціон на вимогу його власника.

Компанія Bankers Trust вперше впровадила такі опціони в обіг, але під назвою „Elf-X" (абревіатура від equity-linked foreign exchange options). Маркус і Модест (Marcus, Modest) у 1986 році проаналізували опціони на валютний курс, пов'язаний з акцією, і запропонували застосовувати їх для реалізації сільськогосподарської цінової підтримки. У 1992 році Рейнер проаналізував та здійснив оцінювання таких деривативів у іноземній та вітчизняній валюті.

Функцію виплати *опціону на валютний курс* можемо записати у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \max[I_2(\tau) - K_e, 0]; \tag{4.1.22}$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \max[K_e - I_2(\tau), 0], \tag{4.1.23}$$

де $I_2(\tau)$ – обмінний курс у момент реалізації опціону, виражений у вітчизняній валюті за одиницю іноземної валюти;

K_e – курс виконання опціону.

Припустимо, що валютний обмінний курс $I_2(\tau)$ описується стохастичним процесом з дохідністю $g_2 = r_f$, де r_f – це закордонна відсоткова ставка без ризику. Тоді для оцінювання опціону на валютний курс можна використати формулу Блека–Шоулса. Функції виплати (4.1.22) та (4.1.23) можна розглядати як опціон на валютний курс з унітарною номінальною сумою. Іншими словами, опціони на валютний курс, пов'язаний з акцією – це опціони на валютний курс з форвардною ціною іноземної акції, вираженою як номінальна сума $I_1(\tau)$. Тоді функцію виплати *опціону на валютний курс, пов'язаний з акцією,* можна записати у такому математичному вигляді

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}^{eq} = I_1(\tau)\max[I_2(\tau) - K_e, 0]; \tag{4.1.24}$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}^{eq} = I_1(\tau)\max[K_e - I_2(\tau), 0], \tag{4.1.25}$$

де $I_1(\tau)$ – форвардна ціна іноземної акції у момент реалізації опціону.

Функції кінцевої виплати (4.1.24)–(4.1.25) опціону на валютний курс, пов'язаний з акцією, є виражені у вітчизняній валюті, оскільки обмінний курс $I_2(\tau)$ подається у вітчизняній валюті за одиницю іноземної валюти, а $I_1(\tau)$ – в іноземній валюті. Формули (4.1.24) та (4.1.25) показують також, що опціон купівлі визначає нижню межу, а опціон продажу – верхню межу обмінного валютного курсу.

Оцінити стандартний *опціон на іноземну валюту* європейського стилю виконання можна за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$FXO_{call} = I_2 e^{-r_f \tau} N(d_{1x}) - K_e e^{-r\tau} N(d_x);$$

– для опціонів з правом продажу

$$FXO_{put} = K_e e^{-r\tau} N(-d_x) - I_2 e^{-r_f \tau} N(-d_{1x}),$$

$$d_x = \frac{\ln(I_2/K_e) + (r - r_f - \sigma_2^2/2)\tau}{\sigma_2\sqrt{\tau}},$$

$$d_{1x} = d_x + \sigma_2\sqrt{\tau},$$

де r – фіксована відсоткова ставка без ризику вітчизняного ринку;

r_f – фіксована закордонна відсоткова ставка без ризику.

Натомість ціну європейського *опціону на валютний курс, пов'язаний з акцією,* можна обчислити за такою формулою:

– для опціонів з правом купівлі

$$EDF_{call} = I_1\left\{I_2 e^{(\rho\sigma_1\sigma_2 - g_1)\tau} N\left[d_{1x} + \rho\sigma_1\sqrt{\tau}\right] - K_e e^{-(r - r_f + g_1)\tau} N\left[d_x + \rho\sigma_1\sqrt{\tau}\right]\right\};$$

– для опціонів з правом продажу

$$EDF_{put} = I_1\left\{K_e e^{-(r-r_f+g_1)\tau} N\left[-\left(d_x + \rho\sigma_1\sqrt{\tau}\right)\right] - I_2 e^{(\rho\sigma_1\sigma_2-g_1)\tau} N\left[-\left(d_{1x} + \rho\sigma_1\sqrt{\tau}\right)\right]\right\},$$

де σ_2 – змінність відсоткової ставки;

ρ – коефіцієнт кореляції між відсотковою ставкою та дохідністю іноземної акції.

Коефіцієнт кореляції є додатковим чинником, який має безпосередній вплив на формування цін опціонів на валютний курс, пов'язаний з акцією, причому чим більше значення має цей коефіцієнт, тим дорожчим буде опціон купівлі і дешевшим – опціон продажу. Натомість вплив встановленого курсу виконання на ціну такого деривативу буде протилежним до впливу попереднього фактора. Це означає, що у міру зростання курсу виконання опціон купівлі буде дешевшати, а опціон продажу – дорожчати.

Підсумовуючи, зазначимо, що опціони на валютний курс, пов'язаний з акцією, дають змогу заробити на змінах цін базових активів, виражених в іноземній валюті, одночасно страхуючи інвестора від коливань валютного курсу, який під час остаточного розрахунку між покупцем та продавцем такого опціону використовується для перерахунку ціни іноземної акції у вітчизняну валюту.

Опціони типу quanto

Опціони типу quanto, відомі ще як просто „quanto", були створені також з метою подолання проблеми валютного ризику. Слово quanto є абревіатурою від „quantity-adjusting options", що у дослівному перекладі означає кількісно пристосовані опціони або просто кількісні опціони (опціони quanto). Ці деривативи досліджували ще у 1993 році Беббель та Лоуренс (D.F. Babbel, K. Laurence). Існує інша назва цих похідних інструментів, яка безпосередньо пов'язана з дією таких деривативів, а саме „guaranteed exchange rate options", що означає опціони, які гарантують обмінний курс.

Опціони типу quanto надають їхнім утримувачам право на купівлю (опціони типу купівлі) або продаж (опціони типу продажу) деякої кількості іноземних цінних паперів за узгодженою ціною та право на купівлю або продаж валюти за наперед визначеним курсом виконання у певний момент часу (європейський стиль виконання) або протягом певного інтервалу часу (американський стиль виконання) у межах терміну дії опціону. Такі деривативи страхують їхнього власника не тільки від ризику валютного курсу, але й від ризику змін ціни базового інструменту [58].

Опціони типу quanto переважно є в обігу на валютних ринках і виставляються на ціну одного базового активу, з можливістю її конвертування в іншу валюту, за гарантованим обмінним курсом. Наприклад, японський імпортер нафти, який має справу з нестабільністю ціни на нафту, вираженої в американських доларах, а також з непевністю щодо обмінного курсу доларів на єни, просто купує опціон типу quanto з правом купівлі, щоб застрахуватися від зростання ціни нафти, причому одночасно фіксуючи обмінний курс долар-єна.

Досліджуючи у 1995 році ефективність хеджингових інструментів, Го, Степлтон і Субраман'ям (T.S. Ho, R.C. Stapleton, M.G. Subrahmanyan) показали, що опціони типу quanto з правом продажу забезпечують кращий захист зверху (щодо ціни та курсу), ніж стандартні опціони продажу, оскільки вони враховують ефект кореляції між обмінним курсом та ціною іноземного активу. За аналогією можна стверджувати, що опціони типу quanto з правом купівлі забезпечують кращий захист знизу (щодо ціни та курсу), ніж стандартні опціони купівлі. Отже, стандартні опціони на іноземні активи або на обмінні курси є менш ефективними, а тому дорожчими фінансовими інструментами порівняно з опціонами типу quanto.

Опціони типу quanto належать до групи небагатьох найпопулярніших екзотичних опціонів, що продаються не тільки на позабіржових ринках, але й також на організованих біржах світу. Наприклад, біржа American Stock Exchange почала торгувати цими похідними інструментами ще у 1992 році. У тому самому році Рейнер (E. Reiner) здійснив оцінювання опціонів типу quanto та описав способи їхнього хеджування. Древід, Річардсон та Сан (Dravid, Richardson, Sun) у 1993 році застосували метод оцінювання таких деривативів для визначення цін варантів, виставлених на фондовий індекс Nikkei, і здійснили тестування цієї формули на актуальних ринкових даних. Гуанґ, Субраман'ям та Йу (J. Huang) у 1995 році запропонували спосіб оцінювання опціонів типу quanto американського стилю виконання.

Функції виплати *опціону типу quanto*, виражені в *іноземній* валюті, будуть аналогічними до функцій виплати (4.1.16)–(4.1.17) для опціонів на іноземні акції, тобто матимуть вигляд:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \max\left[I_1(\tau) - K_f, 0\right];$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \max\left[K_f - I_1(\tau), 0\right],$$

де $I_1(\tau)$ – ціна іноземної акції у момент реалізації опціону, виражена в іноземній валюті,

K_f – ціна виконання опціону, виражена в іноземній валюті.

Припустимо, що обмінний курс $I_2(\tau)$, виражений у вітчизняній валюті за одиницю іноземної валюти, підпорядковується стохастичному процесу зі ставкою доходу g_2, що дорівнює закордонній відсотковій ставці без ризику r_f, тобто $r_f = g_2$. Тоді обмінний валютний курс $I_2(\tau)$ у момент реалізації опціону можемо виразити за допомогою такої формули:

$$I_2(\tau) = I_2 \exp\left[\left(r - r_f + \sigma_2^2/2\right)\tau + \sigma_2 z_2(\tau)\right], \tag{4.1.26}$$

де $z_2(\tau)$ – стандартний процес Гаусса–Вінера;

r – фіксована вітчизняна відсоткова ставка без ризику;

r_f – фіксована закордонна відсоткова ставка без ризику;

I_2 – обмінний валютний курс;

σ_2 – змінність обмінного валютного курсу.

Обмінний валютний курс (4.1.26) подано як кількість вітчизняної валюти, яку треба заплатити за одиницю іноземної валюти. Очевидно, що обмінний валютний курс можна також подати як кількість іноземної валюти за одиницю вітчизняної валюти. Нехай $I_2'(\tau)$ є оберненою функцією до $I_2(\tau)$. Тоді обернений валютний курс можна описати такою формулою:

$$I_2'(\tau) = I_2' \exp\left[\left(-r + r_f - \sigma_2^2/2\right)\tau + \sigma_2 z_{-2}(\tau)\right],$$

де $z_{-2}(\tau) = -z_2(\tau)$ – процес Гаусса–Вінера, обернений до процесу $z_2(\tau)$ з (4.1.26); $I_2' = 1/I_2$ – обернений обмінний валютний курс.

Використовуючи обернений обмінний валютний курс, треба також врахувати, що коефіцієнт кореляції між ним та дохідністю іноземної акції набуде протилежного значення, тобто $(-\rho)$.

Функції виплати *опціону типу quanto*, виражені у *вітчизняній* валюті, є такими самими, як функції виплати опціону на іноземну акцію у вітчизняній валюті, подані формулами (4.1.18)–(4.1.19), але з фіксованим обмінним курсом $\bar{I}_2$, а саме:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}^{dom} = \bar{I}_2 \max\left[I_1(\tau) - K_f, 0\right]; \qquad (4.1.27)$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}^{dom} = \bar{I}_2 \max\left[K_f - I_1(\tau), 0\right], \qquad (4.1.28)$$

де $\bar{I}_2$ – наперед узгоджений обмінний валютний курс, виражений у вітчизняній валюті за одиницю іноземної валюти;

$I_1(\tau)$ – ціна іноземної акції у момент реалізації опціону, виражена в іноземній валюті;

K_f – ціна виконання опціону, виражена в іноземній валюті.

Як бачимо, у такому разі з'являються два базові інструменти, а саме валютний курс і ціна іноземного активу. Для того, щоб оцінити опціон типу quanto з функцією виплати (4.1.27)–(4.1.28), нам необхідно конвертувати виплату у вітчизняній валюті в іноземну валюту. Це пов'язано з тим, що опціон типу quanto хеджується в іноземній валюті. А тому кінцева виплата за таким опціоном в іноземній валюті буде просто добутком виплати (4.1.27)–(4.1.28) та оберненого обмінного валютного курсу $I_2'(\tau)$, тобто:

– для опціонів з правом купівлі

$$PQT_{call} = \bar{I}_2 I_2'(\tau) \max\left[I_1(\tau) - K_f, 0\right];$$

– для опціонів з правом продажу

$$PQT_{put} = \bar{I}_2 I_2'(\tau) \max\left[K_f - I_1(\tau), 0\right].$$

Звідси, через очікуване значення, можемо знайти формулу для знаходження ціни *опціонів типу quanto* європейського стилю виконання, вираженої в *іноземній* валюті:

– для опціонів з правом купівлі

$$QTO_{call} = \bar{I}_2 I_2' \left\{ I_1 \exp\left[\left(r_f - g_1 - r - \rho\sigma_1\sigma_2 \right)\tau \right] N\left[d_{1f} - \rho\sigma_2\sqrt{\tau} \right] - \right.$$
$$\left. - K_f \exp[-r\tau] N\left[d_f - \rho\sigma_2\sqrt{\tau} \right] \right\}; \qquad (4.1.29)$$

– для опціонів з правом продажу

$$QTO_{put} = \bar{I}_2 I_2' \left\{ K_f \exp[-r\tau] N\left[-\left(d_f - \rho\sigma_2\sqrt{\tau} \right) \right] - \right.$$
$$\left. - I_1 \exp\left[\left(r_f - g_1 - r - \rho\sigma_1\sigma_2 \right)\tau \right] N\left[-\left(d_{1f} - \rho\sigma_2\sqrt{\tau} \right) \right] \right\}, \qquad (4.1.30)$$

$$d_f = \frac{\ln\left(I_1/K_f \right) + \left(r_f - g_1 - \sigma_1^2/2 \right)\tau}{\sigma_1\sqrt{\tau}},$$

$$d_{1f} = d_f + \sigma_1\sqrt{\tau},$$

де g_1 – ставка доходу іноземної акції;

σ_1 – змінність ціни іноземної акції;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

τ – час до погашення опціону;

ρ – коефіцієнт кореляції між іноземною акцією та обмінним валютним курсом;

$N[.]$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної.

Оскільки ціна опціону типу quanto (4.1.29)–(4.1.30) виражена в іноземній валюті, то можна знайти відповідну ціну такого опціону, але виражену у вітчизняній валюті. Для цього необхідно поділити формулу (4.1.29)–(4.1.30) на обернений обмінний валютний курс I_2'. Тоді отримаємо:

– для опціонів з правом купівлі

$$QTD_{call} = \bar{I}_2 e^{-r\tau}\left[I_F N\left(d_{1F} \right) - K_f N\left(d_{2F} \right) \right];$$

– для опціонів з правом продажу

$$QTD_{put} = \bar{I}_2 e^{-r\tau}\left[K_f N\left(-d_{2F} \right) - I_F N\left(-d_{1F} \right) \right],$$

$$I_F = I_1 \exp\left[-\left(g_1 - r_f \right)\tau - \rho\sigma_1\sigma_2\tau \right],$$

$$d_{2F} = \frac{\ln\left(I_F/K_f \right) - \sigma_1^2\tau/2}{\sigma_1\sqrt{\tau}},$$

$$d_{1F} = d_{2F} + \sigma_1\sqrt{\tau},$$

де усі позначення такі самі, як у попередніх формулах.

Опціони типу quanto, аналогічно до опціонів на іноземні акції та опціонів на валютний курс, пов'язаний з акцією, виставляються на активи, виражені в іноземній валюті щодо вітчизняної валюти [132, *c. 19*]. Однак між ними є одна істотна відмінність, а саме, опціони типу quanto передбачають фіксований обмінний курс, а опціони на іноземні акції – цього не передбачають, тобто під час остаточного розрахунку використовується ринковий обмінний курс.

Ми розглянули та проаналізували фіксовані (fixed) або істинні (true) опціони типу quanto. Однак на ринку деривативів можна відзначити також альтернативну форму цього опціону, яку називають комбінованим опціоном quanto (joint quanto option). Ціна такого опціону залежить або від актуального обмінного валютного курсу у момент погашення опціону, або від гарантованого рівня обмінного валютного курсу, залежно від того, яке значення є більшим. Функцію виплати за комбінованим опціоном quanto можемо записати у такій формі:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \max\left[I_2(\tau), \bar{I}_2\right] \times \max\left[I_2(\tau) - K_f, 0\right];$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \max\left[I_2(\tau), \bar{I}_2\right] \times \max\left[K_f - I_2(\tau), 0\right].$$

Підсумовуючи, підкреслимо, що покупець опціону типу quanto може отримувати прибуток як від сприятливих змін цін базового інструменту, так і від сприятливих змін обмінного валютного курсу, причому він застрахований від несприятливих для нього коливань ціни та валютного курсу. Тому можна стверджувати, що опціони типу quanto поєднують у собі риси опціону типу flexo та опціону типу beach.

На формування опціонної премії опціону типу quanto впливають два додаткові фактори, зокрема кореляція між ціною базового активу та обмінним валютним курсом, а також значення валютного курсу. У міру зменшення значення коефіцієнта кореляції розмір опціонної премії за опціоном купівлі зростатиме, тоді як опціонна премія за опціон продажу зменшуватиметься, тобто маємо протилежну залежність, ніж для опціонів типу beach.

Альтернативні опціони

Альтернативні опціони (alternative options) називають опціонами „або–або" (either–or options). Існують також інші назви таких деривативів, пов'язані з їхнім типом, а саме альтернативні опціони з правом *купівлі* називаються кращим з двох опціонів (best-of-two options), тоді як альтернативні опціони з правом *продажу* – гіршим з двох опціонів (worst-of-two options). Базовими інструментами таких деривативів є два інші опціони, виставлені на деякі базові активи (ціни, індекси, курси, відсоткові ставки тощо).

Альтернативний опціон є схожим до опціону кращої ефективності (outperformance option) у тому сенсі, що обидва вони застосовуються з метою визначення відносної ефективності двох активів, інструментів або індексів і обидва використовують у функції виплати ставки виконання замість цін виконання. Номінальна сума (величина) є обов'язковою складовою таких опціонів, оскільки дає змогу здійснити остаточний розрахунок між сторонами опціонного контракту. Однак існують деякі відмінності між альтернативним опціоном та опціоном кращої ефективності, зокрема ставка виплати за другим з них ґрунтується на відносній ефективності двох інструментів, тоді як ставка виплати першого – на ефективності кращого або гіршого з двох базових інструментів. Друга істотна відмінність полягає у тому, що в основу опціонів кращої ефективності покладено звичайні базові інструменти, тоді як в основу альтернативних опціонів – інші опціони. Отже, може скластися така ситуація, що опціон кращої ефективності не матиме жодної вартості, тоді як альтернативний опціон, виставлений на ті самі активи, але за посередництвом інших опціонів, принесе значний дохід, і навпаки [59].

У момент погашення альтернативного опціону типу *купівлі* кінцева виплата залежить від того, ставка виконання якого з двох опціонів буде кращою. Опціон „кращий з двох опціонів" складається з двох опціонів типу купівлі з різними ставками виконання на різні базові інструменти. Коли такий опціон реалізується, то його власник отримує виплату згідно з вищою з двох ставок виконання базових опціонів купівлі. А сума виплати дорівнюватиме добутку кращої (додатної) ставки виконання і деякої номінальної суми, тоді як за другим базовим опціоном не передбачається жодної виплати, навіть якщо у момент погашення він буде „у грошах". Альтернативні опціони типу *продажу*, своєю чергою, передбачають виплату згідно з гіршою (додатною) з двох ставок виконання базових опціонів продажу. Тоді сума виплати за таким деривативом дорівнюватиме добутку гіршої ставки виконання та деякої номінальної суми. Зазначимо, що номінальна сума та форма її виплати (наприклад, валюта розрахунку) узгоджуються між сторонами під час укладання опціонного контракту.

Альтернативні опціони застосовують менеджери, які управляють портфелями активів, щоб отримати вигоду від кращого або гіршого виконання двох класів активів на одному ринку, а також кращого або гіршого виконання на двох ринках. Класами активів можуть бути акції або облігації, а ринками – будь-які два ринки, наприклад, японський та американський. У разі застосування таких деривативів на валютному ринку менеджерам вдається одержати користь від кращого/гіршого виконання двох валют стосовно третьої або кращого/гіршого виконання двох відсоткових ставок, деномінованих у різних валютах. Ґастінеу [119] вперше описав дію альтернативних опціонів.

Проаналізуємо *альтернативний опціон* типу *купівлі*, тобто опціон на краще виконання двох опціонів. Його функцію виплати можемо записати у такому вигляді:

$$payoff_{call} = \max\left\{\max\left[\frac{I_1(\tau)}{I_1} - k_1, 0\right], \max\left[\frac{I_2(\tau)}{I_2} - k_2, 0\right]\right\}, \qquad (4.1.31)$$

де k_1 – ставка виконання першого опціону;

k_2 – ставка виконання другого опціону;

I_1 – поточна ціна базового активу першого опціону у початковий момент часу;

I_2 – поточна ціна базового активу другого опціону у початковий момент часу;

$I_1(\tau)$ – поточна ціна базового активу першого опціону у момент реалізації опціону;

$I_2(\tau)$ – поточна ціна базового активу другого опціону у момент реалізації опціону.

Функцію виплати (4.1.31) можна також записати в іншому вигляді, а саме:

$$payoff_{call} = \max\left[\frac{I_1(\tau)}{I_1} - k_1, \frac{I_2(\tau)}{I_2} - k_2, 0\right].$$

Ціну *альтернативного опціону на кращий з двох базових опціонів* можемо обчислити на підставі такої формули:

$$PBTOP = e^{-r\tau}\left\{\left[\left(r - g_1 - \frac{1}{2}\sigma_1^2\right)\tau - k_1\right]N_2(d_{k1}, d_{k12}, \rho_1) + \right.$$

$$\left. + \left[\left(r - g_2 - \frac{1}{2}\sigma_2^2\right)\tau - k_2\right]N_2(d_{k2}, -d_{k12}, \rho_2) + (\sigma_1 Q_1 + \sigma_2 Q_2)\sqrt{\tau}\right\},$$

$$Q_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_a}\sqrt{1-\rho^2}\left[\frac{\sigma_2}{\sigma_a}\sqrt{1-\rho^2}\, f(d_{k1})N(agm_{11}) - \rho_1 d_{k12} f(d_{k12})N(agm_{12})\right],$$

$$Q_2 = \frac{\sigma_1}{\sigma_a}\sqrt{1-\rho^2}\left[\frac{\sigma_1}{\sigma_a}\sqrt{1-\rho^2}\, f(d_{k2})N(agm_{21}) - \rho_2 d_{k12} f(d_{k12})N(agm_{22})\right],$$

$$agm_{11} = \frac{\sigma_a}{\sigma_2} \times \frac{d_{k12} + \rho_1 d_{k1}}{\sqrt{1-\rho^2}},\ agm_{12} = \frac{\sigma_a}{\sigma_2} \times \frac{d_{k1} - \rho_1 d_{k12}}{\sqrt{1-\rho^2}},$$

$$agm_{21} = \frac{\sigma_a}{\sigma_1} \times \frac{d_{k12} + \rho_2 d_{k2}}{\sqrt{1-\rho^2}},\ agm_{22} = \frac{\sigma_a}{\sigma_1} \times \frac{d_{k2} - \rho_2 d_{k12}}{\sqrt{1-\rho^2}},$$

$$d_{k1} = \frac{\mu_x - k_1}{\sigma_x},\ d_{k2} = \frac{\mu_y - k_2}{\sigma_y},\ \sigma_x = \sigma_1\sqrt{\tau},\ \sigma_y = \sigma_2\sqrt{\tau},$$

$$d_{k12} = \frac{(\mu_x - k_1) - (\mu_y - k_2)}{\sigma_a\sqrt{\tau}},\ \sigma_a = \sqrt{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2},$$

$$\rho_1 = \frac{\rho\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_a},\ \rho_2 = \frac{\rho\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_a},\ \mu_x = r - g_1 - \frac{1}{2}\sigma_1^2,\ \mu_y = r - g_2 - \frac{1}{2}\sigma_2^2,$$

де g_1 – ставка доходу першого базового активу;

g_2 – ставка доходу другого базового активу;

σ_1 – змінність ціни (значення) першого базового активу;

σ_2 – змінність ціни (значення) другого базового активу;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

τ – час до погашення опціону;

ρ – коефіцієнт кореляції між двома базовими активами;

$f(.)$ – функція густини;

$N_2(.,.,.)$ – функція двовимірного нормального розподілу.

Тепер розглянемо *альтернативний опціон* з правом *продажу*. Функція виплати альтернативного опціону на гірший з двох базових опціонів матиме такий вигляд:

$$payoff_{put} = \min\left\{\max\left[k_1 - \frac{I_1(\tau)}{I_1}, 0\right], \max\left[k_2 - \frac{I_2(\tau)}{I_2}, 0\right]\right\}.$$

Ціну *альтернативного опціону на гірший з двох базових опціонів* можемо обчислити за такою формулою:

$$PRWT = e^{-r\tau}\left\{\left[\left(r - g_1 - \frac{1}{2}\sigma_1^2\right)\tau - k_1\right]N_2(d_{k2}, -d_{k12}, \rho_2) + \right.$$

$$\left.\left[\left(r - g_2 - \frac{1}{2}\sigma_2^2\right)\tau - k_2\right]N_2(d_{k1}, d_{k12}, \rho_1) + (\sigma_1 Q_{w1} + \sigma_2 Q_{w2})\sqrt{\tau}\right\},$$

$$Q_{w1} = \rho Q_1 - \rho_1\sqrt{1-\rho^2}\,\frac{\sigma_1}{\sigma_a} f(d_{k12}) N(agm_{22}),$$

$$Q_{w2} = \rho Q_2 - \rho_2\sqrt{1-\rho^2}\,\frac{\sigma_2}{\sigma_a} f(d_{k12}) N(agm_{12}),$$

де усі позначення такі, як і раніше.

Опціони з двома цінами виконання

Опціони dual-strike options – це ***опціони з двома цінами виконання*** (з двома страйковими цінами), виставленими на два базові інструменти. Такі деривативи надають їхнім покупцям право на купівлю або продаж саме того з двох базових активів, який на момент погашення опціону матиме кращий відносний результат. Альтернативні опціони, які ми розглядали вище, є одним із різновидів опціонів з двома страйковими цінами, оскільки кожен з таких опціонів має по два страйкові курси. До групи опціонів з двома цінами виконання можна також зарахувати опціони на максимум або мінімум як спеціальний випадок, коли обидві ціни виконання є ідентичними [59].

Функцію виплати *опціону з двома страйковими цінами* можемо записати у такому вигляді:

$$payoff = \max\{\omega_1[I_1(\tau) - K_1], \omega_2[I_2(\tau) - K_2], 0\},$$

$$\omega_1 = \omega_2 = \begin{cases} 1 & для \quad call, \\ -1 & для \quad put, \end{cases}$$

де K_1 – ціна виконання для першого базового активу;

K_2 – ціна виконання для другого базового активу;

ω_1, ω_2 – два бінарні оператори.

Оскільки існують чотири комбінації двох бінарних операторів ω_1 та ω_2, зокрема, $(1,1)$, $(1,-1)$, $(-1,1)$, $(-1,-1)$, то існують також і чотири типи опціонів з двома цінами виконання, по одному для кожної з описаних вище комбінацій. Розглянемо першу з них, тобто $\omega_1 = \omega_2 = 1$.

Ціну *опціону з двома цінами виконання* можемо обчислити згідно з такими формулами:

$$DUSTK = I_1 e^{-g_1\tau} A_1 + I_2 e^{-g_2\tau} A_2 - e^{-r\tau}\left(K_1 A_3 + K_2 A_4\right),$$

$$A_1 = \int_{-\infty}^{d_1+\sigma_1\sqrt{\tau}} f(u) N\left[\frac{q_1\left(u+\sigma_1\sqrt{\tau}\right) - \rho\sigma_1\sqrt{\tau} + \rho u}{\sqrt{1-\rho^2}}\right] du,$$

$$A_2 = \int_{-\infty}^{d_2+\sigma_2\sqrt{\tau}} f(v) N\left[\frac{q_2\left(v+\sigma_2\sqrt{\tau}\right) - \rho\sigma_2\sqrt{\tau} + \rho v}{\sqrt{1-\rho^2}}\right] dv,$$

$$A_3 = \int_{-\infty}^{d_1} f(u) N\left[\frac{q_1(u) + \rho u}{\sqrt{1-\rho^2}}\right] du, \quad A_4 = \int_{-\infty}^{d_2} f(v) N\left[\frac{q_2(v) + \rho v}{\sqrt{1-\rho^2}}\right] dv,$$

$$q_1(u) = \frac{1}{\sigma_2\sqrt{\tau}}\left\{\ln\left[K_2 - K_1 + I_1 \exp\left[\left(r - g_1 + \frac{1}{2}\sigma_1^2\right)\tau - u\sigma_1\sqrt{\tau}\right] \Big/ I_2\right] - \right.$$

$$\left. - \left(r - g_2 - \frac{1}{2}\sigma_2^2\right)\tau\right\},$$

$$q_2(v) = \frac{1}{\sigma_2\sqrt{\tau}}\left\{\ln\left[K_1 - K_2 + I_2 \exp\left[\left(r - g_2 + \frac{1}{2}\sigma_2^2\right)\tau - v\sigma_2\sqrt{\tau}\right] \Big/ I_1\right] - \right.$$

$$\left. - \left(r - g_1 - \frac{1}{2}\sigma_1^2\right)\tau\right\},$$

$$d_1 = \left[\ln\left(\frac{I_1}{K_1}\right) + \left(r - g_1 - \frac{1}{2}\sigma_1^2\right)\tau\right] \Big/ \left(\sigma_1\sqrt{\tau}\right),$$

$$d_2 = \left[\ln\left(\frac{I_2}{K_2}\right) + \left(r - g_2 - \frac{1}{2}\sigma_2^2\right)\tau\right] \Big/ \left(\sigma_2\sqrt{\tau}\right),$$

де u, v – змінні інтегрування;

$f(u), f(v)$ – функції густини геометричного руху Броуна.

Отже, кореляційні опціони, як і інші деривативи, у разі вмілого їхнього застосування можуть принести вигоду для інвесторів строкового ринку. З одного боку, вони допомагають хеджувати позиції інвесторів, а з іншого, можуть стати джерелом прибутків, отриманих за допомогою спекуляції та арбітражу.

4.2. Моделі одинарних опціонів

<u>**Одинарні опціони,**</u> які належать до групи екзотичних опціонів, можна визначити як інструменти з наперед відомою сумою доходу або нульовим доходом. Проблематику одинарних опціонів досліджували такі вчені: Е. Брайс, М. Беллалаг, Г.М. Маі, Ф. Де Варенн [92], Р.У. Колб [95], Дж. Гулл [140], І. Нелкен [172], М. Онґ [176], А. Печтл [181], К. Равіндрен [186], П.Ґ. Занґ [227].

Спільною рисою усіх одинарних опціонів (singular payoffs options – опціонів з сингулярною функцією виплати) є відсутність неперервності (або раптові стрибки) функції доходу за такими опціонами. Це означає, що їхня функція доходу є сингулярною. У зв'язку з тим, що функція доходу є порівняно простою, одинарні опціони стали дуже популярними на позабіржовому ринку [41, 42]. Ці деривативи можна оцінювати за допомогою моделі Блека–Шоулса [90]. Однак стрибки у функції виплати створюють певні труднощі у хеджуванні позицій емітента цих деривативів, оскільки зміни ціни опціону можуть бути доволі стрімкими та значними.

У класі одинарних опціонів виділимо такі групи деривативів:

1. **Бінарні опціони (digital options, binary options, bet options, all-or-nothing options).**
2. **Опціони з умовною премією (contingent premium options, cash-on-delivery options або COD-options, pay-later options, when-in-the-money options, zero-premium options).**
3. **Опціони з відступом (розривом, гепом) (gap options).**

Бінарні опціони

Перша група одинарних опціонів є найчисленнішою щодо кількості їхніх різновидів. Однак усі різновиди **бінарних опціонів** (binary options, digital options, bet options, all-or-nothing options) характеризуються однією спільною рисою: вони або приносять наперед визначену суму доходу, або не приносять доходу взагалі. Основним конструкційним елементом бінарних опціонів є фіксований розмір платежу для утримувача опціону, за умови, що цей дериватив у момент закінчення терміну його дії буде у позиції „у грошах" (in-the-money). Немає істотного значення, наскільки ціна базового активу відрізняється від курсу виконання опціону у день його реалізації [41, 42]. Ці опціони вперше описав у 1991 році М. Рубінштейн [196].

Бінарні (або двійкові) опціони ще відомі під назвою цифрові, або опціони закладу (слово „bet" у дослівному перекладі означає „заклад, спір, парі"). Зважаючи на дуже просту модель кінцевої виплати цих деривативів та інші особливі характеристики, вони приваблюють багатьох учасників позабіржового ринку.

В основу звичайних бінарних опціонів покладено один базовий актив. Натомість існує інший вид бінарних опціонів, в основі якого два базові активи. Такі опціони називаються кореляційними бінарними опціонами. Ці деривативи є еластичнішими, ніж звичайні бінарні опціони, а тому мають значно більший потенціал щодо практичного використання.

Деякі бінарні опціони, такі, як „готівка або нічого" чи „актив або нічого" є простішими, з огляду на модель виплати, ніж класичні опціони. А тому часто з'являються пропозиції розглядати ці опціони як основні структурні блоки, з яких побудовано класичні опціони. Наприклад, А. Печтл [181] показав, що кінцеву виплату класичного опціону можна подати як суму виплат безмежної кількості бінарних опціонів. Хоч такий аргумент є цікавим з теоретичного погляду, однак він не має широкого практичного використання.

Бінарні опціони є найпростішими екзотичними опціонами, що стало причиною їхньої значної популярності серед інвесторів. В обігу трапляються дві групи бінарних опціонів:

- ***стандартні бінарні опціони (standard binary options);***
- ***комплексні бінарні опціони (complex binary options).***

Стандартний бінарний опціон діє на засадах „парі" між продавцем та покупцем опціону стосовно формування ціни базового активу у майбутньому. Покупець бінарного опціону з правом купівлі (call option) вважає, що курс базового інструменту у день погашення (або протягом дії) опціону буде вищим від ціни виконання опціону, а покупець, який відкрив довгу позицію в опціоні продажу (put option), переконаний, що курс базового активу буде нижчим від ціни виконання опціону. Своєю чергою, емітенти згаданих бінарних опціонів мають цілком протилежні прогнози (порівняно з покупцями) щодо формування цін базових активів у майбутньому. Найчастіше виплата за бінарними опціонами обчислюється множенням ставки виплати (pay-out ratio) на опціонну премію.

Бінарні опціони сьогодні належать до найпопулярніших на ринку. Залежно від того, у якому вигляді виплачується дохід за бінарним опціоном (якщо опціон у момент погашення є „у грошах") – у вигляді готівки чи у вигляді базового інструменту, розрізняємо:

- ***бінарні опціону типу „готівка або нічого"*** (cash-or-nothing);
- ***бінарні опціони типу „актив або нічого"*** (asset-or-nothing);
- ***бінарні опціони типу „supershares".***

Бінарні опціони типу „готівка або нічого" та типу „актив або нічого"

Найпростіші стандартні бінарні опціони – це опціони типу „готівка або нічого". Вони дуже нагадують парі. Якщо базовий актив перевищить (або буде нижчим) визначений рівень, то певна сума готівки виплачується покупцю опціону купівлі (або продажу). У протилежному випадку опціон цілком втрачає свою вартість.

Величина потенційної виплати для майбутнього утримувача (покупця) опціону визначається у момент укладання опціонного контракту. Виплата може мати грошову або безгрошову форму. Якщо бінарний опціон має тип ***„готівка або нічого"*** (binary cash-or-nothing option), то його емітент зобов'язаний виплатити обумовлену в опціонному контракті грошову суму утримувачу опціону, за умови, що опціон погашається „у грошах". Натомість у разі бінарного опціону типу ***„актив або нічого"*** (binary asset-or-nothing option) розрахунок між сторонами відбувається передаванням базового активу власнику опціону [42].

Дохід (виплата) утримувача за описаними вище двома видами бінарних опціонів з правом купівлі у момент їхнього виконання можна описати у такому вигляді:

$$payoff_{call}=\begin{cases}W, & якщо \quad S_T>K,\\ 0, & якщо \quad S_T\le K,\end{cases}$$

де S_T – ринкова ціна спот базового активу на момент виконання опціону;

K – курс виконання опціону;

W – наперед визначена сума готівки або актуальна ринкова ціна базового активу.

Для опціону типу „готівка або нічого", евентуальний дохід якого може становити 100 \$, W =100 \$, натомість для опціону типу „базовий актив або нічого" W дорівнюватиме ринковій ціні базового активу на момент виконання опціону, оскільки за опціонами такого типу, здебільшого, розрахунок здійснюється у формі фізичного передавання (поставки) базового активу від емітента опціону до його власника.

Натомість дохід утримувача за аналогічними бінарними опціонами з правом продажу можемо описати у такому вигляді:

$$payoff_{putl}=\begin{cases}W, & якщо \quad S_T<K,\\ 0, & якщо \quad S_T\ge K,\end{cases}$$

де усі позначення такі, як у попередній формулі.

Розглянемо опціон „готівка або нічого" з виплатою, що дорівнює 1.00 \$. Такий опціон, який ще називають однодоларовим, є найпростішим, зважаючи на те, що ціну будь-якого аналогічного опціону з іншою сумою виплати можна обчислити множенням ціни однодоларового опціону на суму виплати. Функція виплати однодоларового опціону може набувати двох значень: 1 або 0. Звідси і походить назва – двійковий, бінарний або цифровий. Оскільки ймовірність того, що опціон „готівка або нічого" буде „у грошах" або ймовірність того, що $\omega S(\tau)>\omega K$ дорівнює $N(\omega d)$, у середовищі припущень моделі Блека–Шоулса, то його ціну можемо обчислити на підставі такої формули:

$$CON=e^{-r\tau}N(\omega d),$$

$$d=\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right)+\upsilon\tau\right]\Big/\sigma\sqrt{\tau},$$

$$\upsilon=\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right),$$

$$\omega=\begin{cases}1 & для \quad call,\\ -1 & для \quad put,\end{cases}$$

де ω – це бінарний оператор;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

τ – термін до погашення опціону;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної;

$S(\tau)$ – ціна спот (значення) базового активу на момент погашення опціону.

Отримане значення CON необхідно помножити на суму виплати W, якщо $W \neq 1\,\$$.

Подібний підхід до визначення вартості бінарного опціону пропонує Дж. Гулл, однак він не ділить цей процес на два етапи, як у попередньому підході. Дж. Гулл обчислює ціну бінарного опціону безпосередньо як добуток дисконтованого значення суми платежу та ймовірності його виплати [140]. Наприклад, опціони типу „готівка або нічого" можна оцінювати за допомогою таких формул:

– для опціону з правом купівлі

$$c = We^{-rt}N(d);$$

– для опціону з правом продажу

$$p = We^{-rt}N(-d),$$

$$d = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}}\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t\right],$$

де S – ринкова ціна (значення) базового активу;

K – курс виконання опціону;

σ – імплікована змінність ціни (значення) базового активу;

t – час до погашення опціону, роки;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику (наприклад, LIBOR);

g – ставка доходу базового активу;

$N(d)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної;

W – наперед визначена сума виплати за бінарним опціоном [140, *с. 241*].

Щоб отримати формули для оцінювання вартості опціону типу „базовий актив або нічого", варто замінити у попередніх формулах суму виплати W на ціну базового інструменту S, а відсоткову ставку без ризику r на дохідність базового активу g. Отже, отримуємо:

– для опціону з правом купівлі

$$c = Se^{-gt}N(d + \sigma\sqrt{t});$$

– для опціону з правом продажу

$$p = Se^{-gt}N(-d - \sigma\sqrt{t}).$$

На розмір опціонної премії одинарних опціонів впливають багато чинників, серед яких можна виділити: термін дії контракту, частоту можливості його реалізації, безризикову відсоткову ставку, дивідендну ставку, ціну виконання, змінність ціни базового активу, ціну базового активу [186, *с.109*].

З огляду на те, що у ролі базового інструменту можуть виступати різні активи, розрізняємо п'ять основних видів одинарних опціонів:

- опціон на відсоткову ставку (interest-rate option);
- валютний опціон (currency option);
- опціон на акцію (equity option);
- опціон на фондовий індекс (index option);
- товарний опціон (commodity option).

Таблиця 4.2.1

Фактори впливу на ціни бінарних опціонів типу „готівка або нічого"

Фактори/вид опціону	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
ступінь корисності базового активу					+
ставка доходу базового активу			+	+	
відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	
відсоткова ставка без ризику у країні	+	+	+	+	+
ціна (значення) базового активу	+	+	+	+	+
ціна виконання опціону	+	+	+	+	+
змінність ціни (значення) базового активу	+	+	+	+	+
частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
Кількість виплачуваної готівки у випадку, коли опціон є „у грошах"	+	+	+	+	+

Порівняльний аналіз бінарних опціонів зі стандартними показав, що більшість ринкових факторів аналогічно впливають і на бінарні опціони (див. табл. 4.2.1). Однак зростання ціни базового активу має значення лише до моменту, поки вона не перевищить ціну виконання опціону купівлі (call), або не спаде нижче від ціни виконання опціону продажу (put). Подальше зростання або зниження ціни базового інструменту не має значення, оскільки дохід інвестора, який зайняв довгу позицію в опціоні, не зростає. Дохід за бінарним опціоном купівлі буде нульовим аж до моменту перевищення ринковою ціною базового активу рівня ціни виконання, відколи буде дорівнювати додатній фіксованій величині.

Аналогічно, дохід бінарного опціону продажу дорівнюватиме нулю до моменту, коли актуальна ціна базового активу не впаде нижче від ціни виконання опціону. Саме тоді бінарний опціон продажу набуде внутрішньої вартості, яка буде сталою додатною величиною. Тому для бінарних опціонів європейського типу є важливим, щоб ціна базового активу на момент погашення сформувалася так, щоб він був „у грошах”. На ціну бінарного опціону „готівка або нічого”, окрім стандартних параметрів, впливає також сума виплати. Залежність опціонної премії від суми виплати завжди має додатний характер, тобто у міру зростання суми виплати зростатиме розмір опціонної премії. Однак динаміка зростання буде вищою у разі формування курсу базового активу у такий спосіб, що його ціна буде вищою від ціни виконання (для опціону купівлі) або нижчою від ціни виконання (для опціону продажу). Це означає, що чим вищою є евентуальна сума виплати, тим вищу ціну за опціон повинен заплатити інвестор.

Важливою є також ширина інтервалу між ціною виконання і ціною базового інструменту. Для опціону типу call, якщо ціна виконання буде встановлена нижче від актуальної ціни первинного активу, опціонна премія зростатиме у міру зростання різниці між цими величинами (розширення інтервалу). Для опціону типу put, якщо ціна виконання вища від актуальної ціни базового інструменту, то зростання різниці між цими величинами позитивно впливатиме на ціну опціону.

Під час порівняння цін опціонів „готівка або нічого” з цінами стандартних опціонів виявилося, що вони можуть бути як вищими, так і нижчими від премії стандартного опціону. Все залежить від суми встановленої виплати за опціоном „готівка або нічого”. За менших сум виплати ціна опціону з правом купівлі буде вищою, тоді як опціонів з правом продажу – нижчою від стандартної опціонної премії. За вищих сум виплати спостерігається обернена залежність. Загалом можна стверджувати, що чим вища грошова сума виплати передбачена бінарним опціоном, тим дешевшим буде опціон типу купівлі і дорожчим – опціон типу продажу.

Розглянутий опціон „актив або нічого” є опціоном з однією ціною виконання, за яким у момент погашення виплачується актив або не виплачується нічого, залежно від того, чи спотова ціна базового активу встановлена вище чи нижче від ціни виконання. Існує інший тип опціонів „актив або нічого”, котрий доволі поширений на строковому ринку. Цей тип опціонів називається „supershares” (у дослівному перекладі – суперчастка або суперакція). Вони були запропоновані у 1976 році Н. Гекенссоном [133] та оцінені у 1978 році М. Ґарманом [117, *с. 3–10*].

Опціони типу „supershares”

Опціони типу „supershares” можна розглядати як спеціальний випадок опціонів „актив або нічого”, оскільки виплата за ними здійснюється також у вигляді активу, якщо ціна базового активу на момент погашення опціону лежатиме у межах визначеної області, і не виплачується нічого – у протилежному випадку.

Запропонований суперфонд Н. Гекенссон назвав „фондом купівельної спроможності” (purchasing power fund). Ідея полягає у тому, що суперфонд купує диверсифікований портфель цінних паперів, під який емітує власні боргові цінні папери нового типу, що приносять дохід лише тоді, коли вартість згаданого портфеля лежить у наперед визначених межах. Н. Гекенссон зауважив, що більшість цінних паперів, з яких складається портфель, можна виразити через комбінацію цінних паперів, емітованих таким суперфондом, і назвав цю групу цінних паперів „supershares” [133, *с. 49–59*].

Дослідимо, як побудований такий опціон. Припустимо, що вищезгадані межі для опціонів типу „supershares” визначаються двома величинами K_1 і K_2. Опціони такого типу можна розглядати як портфель, що складається з двох звичайних опціонів „актив або нічого”, а саме з довгої позиції в опціоні купівлі з ціною виконання K_1 та короткої позиції в опціоні купівлі з ціною виконання K_2. Така стратегія нагадує спред бика (bull spread), який складається з двох стандартних опціонів купівлі. Функція виплати опціонів типу „supershares” матиме такий вигляд:

$$payoff = \begin{cases} S_T/K_1 \quad \textit{для} \quad K_1 \le S_T \le K_2, \\ 0 \quad \textit{для} \quad S_T < K_1 \quad \textit{або} \quad S_T > K_2, \end{cases}$$

де K_1 – рівень, що визначає нижню межу цінового інтервалу, у межах якого виплачується дохід за опціоном;

K_2 – рівень, що визначає верхню межу цінового інтервалу;

S_T – ринкова ціна портфеля цінних паперів на момент погашення опціону.

Отже, опціон типу „supershares” є похідним фінансовим інструментом, вартість якого залежить від портфеля інших фінансових інструментів, і дає його утримувачу умовне право на отримання доходу, що дорівнює частині вартості згаданого портфеля. Умовність права утримувача опціону полягає у тому, що дохід за опціоном типу „supershares” виплачуватиметься утримувачу лише за умови, що вартість портфеля в обумовлений момент часу буде у визначених межах. У протилежному випадку опціон погашається без жодної виплати.

Ціну опціону типу „supershares” можемо обчислити згідно з формулою:

$$SS = \frac{Se^{-g\tau}}{K_1}\left[N(w_1) - N(w_2)\right],$$

$$w_1 = \frac{\ln(S/K_1) + \left(r - g + \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$w_2 = \frac{\ln(S/K_2) + \left(r - g + \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

де S – ціна портфеля цінних паперів у початковий момент часу;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

g – ставка доходу портфеля цінних паперів;

σ – змінність ціни портфеля цінних паперів;

τ – термін до погашення опціону.

Як уже згадувалося, характерною рисою опціону „supershares” є наявність цінового інтервалу, в межах якого повинна формуватися вартість портфеля, щоб опціон був „у грошах”. Чим ширшим є такий інтервал, тим дорожчим буде опціон. Важливо також, щоб верхня і нижня межі цього інтервалу були рівномірно розташовані стосовно вартості портфеля. Наприклад, якщо нижня межа буде розташована занадто близько до актуальної вартості портфеля цінних паперів, то, незважаючи на те, що верхня межа буде від неї доволі далеко, опціон буде мати невисоку ціну. Це пояснюється тим, що ймовірність виходу поза межі інтервалу зростає у міру наближення значень K_1 і K_2 до поточної вартості портфеля. Якщо прогнози щодо формування курсів цінних паперів, які входять до складу портфеля, є неоднозначними, то у такій ситуації краще купувати опціон „supershares", в якому ціновий інтервал уможливлює деякі коливання вартості портфеля цінних паперів. Треба пам'ятати, що чим ширшим є цей інтервал, тим дорожчим буде опціон. Отже, необхідно шукати компроміс між вигодою та витратами.

Ціну опціону типу „supershares" можна також обчислити за допомогою інших формул, зокрема [227, *с. 405*]:

$$SUP = Se^{-g\tau}\{N[d(S,K_1)+\sigma\sqrt{\tau}]-N[d(S,K_2)+\sigma\sqrt{\tau}]\},$$

$$d(S,Y)=\frac{\ln(S/Y)+(r-g-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

де $d(S,Y)$ – аргумент дистрибуанти нормального розподілу, визначений у моделі Блека–Шоулса, зі спотовою ціною S та ціною виконання Y, всі решта позначень такі самі.

Перелік факторів впливу на формування цін опціонів типу „supershares" наведемо у вигляді табл. 4.2.2.

Таблиця 4.2.2

Фактори впливу на ціни опціонів типу „supershares"

Фактори/вид опціону	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
ступінь корисності базових інструментів					+
ставка доходу базового портфеля			+	+	
відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	
відсоткова ставка без ризику у країні	+	+	+	+	+
вартість портфеля базових інструментів	+	+	+	+	+
ціна виконання опціону	+	+	+	+	+
змінність ціни (значення) базового портфеля	+	+	+	+	+
частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
значення верхньої та нижньої межі інтервалу	+	+	+	+	+

Стандартні бінарні опціони є доволі простими деривативами, як з погляду їхнього оцінювання, так і застосування. Однак вони можуть виступати як конструкційні елементи у складніших формах, які ґрунтуються на кількох стандартних бінарних опціонах. Це можуть бути бінарні опціони, вбудовані в інші екзотичні опціони або комплексні бінарні опціони. Вбудовування бінарного опціону в інші деривативи полягає найчастіше у збереженні деяких конструкційних елементів, характерних для цього інструменту, та впровадженні функції виплати, типової для бінарного опціону. Недоліком таких деривативів є складність їхнього оцінювання, а перевагою – можливість пристосування до конкретних вимог інвесторів.

Екзотичні опціони дуже часто формуються вбудовуванням кількох екзотичних конструкційних елементів до загальновідомих нестандартних деривативів. Наприклад, до описаного вище бінарного опціону можна додати залежність від кількох базових інструментів, а не від одного, як зазвичай. Саме таким способом був утворений кореляційний бінарний опціон. Наперед визначений дохід за таким опціоном залежатиме як від ціни базового інструменту, так і від іншої умови, що стосується іншої змінної. Наприклад, кореляційний бінарний опціон передбачає евентуальний дохід у вигляді 100 акцій деякої корпорації, якщо курс акції перевищить ціну виконання, за додаткової умови, що курс євро стосовно американського долара у день виконання опціону формуватиметься на певному рівні (наприклад, 1,280) або у певному інтервалі (наприклад, 1,275–1,285). Оскільки у функції доходу цього опціону дві стохастичні змінні, то її вартість залежатиме від коефіцієнта кореляції цих змінних (у нашому прикладі – від курсу акції та курсу євро відносно долара).

Кореляційні бінарні опціони

Кореляційні бінарні опціони можна зарахувати не тільки до групи кореляційних опціонів, але й також до групи бінарних опціонів. Як уже згадувалося, виплата за ***кореляційними бінарними опціонами*** залежить від більше ніж однієї змінної. Розрахунок за такими деривативами здійснюється лише тоді, коли ціни кількох базових інструментів досягнуть обумовлених у контракті рівнів. Такий опціон буде дешевшим від стандартного, оскільки ймовірність виконання декількох умов одночасно є набагато нижчою. З огляду на те, що ціни базових активів корелюють між собою, хоч і неоднаково, ймовірність виконання опціону значною мірою залежить від коефіцієнта кореляції цін базових інструментів. Основним застосуванням бінарних опціонів є хеджування курсів цінних паперів, виражених в іноземній валюті. Основними чинниками, які впливають на те, чи згаданий опціон буде реалізований, є курс цінного паперу та валютний курс. З іншого боку, кореляційні бінарні опціони можна розглядати як європейські зовнішні бар'єрні опціони, зважаючи на те, що їхня виплата залежить від того, чи ціни базового активу досягли певного рівня у момент погашення, чи ні.

Розглянемо детальніше функцію виплати та методи оцінювання кореляційних бінарних опціонів. Припустимо, що існують два базові активи, один з яких виконує функцію вимірювання в опціоні, а другий – функцію виплати. Нехай $M(t)$ – ціна активу вимірювання, а $S(t)$ – ціна активу, в якому здійснюється остаточний розрахунок між покупцем та продавцем кореляційного бінарного опціону. Припустимо також, що ціни обох активів змінюються згідно із стандартним стохастичним процесом, який описується геометричним рухом Броуна, причому доходи обох активів корелюють між собою з коефіцієнтом кореляції ρ, а σ_2 та σ – це стандартні відхилення (змінності) обох базових активів відповідно.

Функцію виплати за кореляційним бінарним опціоном з правом купівлі європейського стилю виконання можемо описати математично у такому вигляді:

$$payoff_{call} = \begin{cases} \left[S(\tau)-X\right], & M(\tau)\geq K; \\ 0, & M(\tau)<K, \end{cases}$$

натомість для аналогічного опціону з правом продажу функція виплати матиме інший вигляд, а саме:

$$payoff_{put} = \begin{cases} \left[X-S(\tau)\right], & M(\tau)\leq K; \\ 0, & M(\tau)>K, \end{cases}$$

де $M(\tau)$ – ціна активу вимірювання у момент погашення опціону;

$S(\tau)$ – ціна активу виплати у момент погашення;

K – ціна виконання опціону;

X – наперед встановлена ціна, яка дає змогу визначити рівень гепу навколо ціни активу виплати.

Розглядаючи, згідно з припущеннями моделі Блека–Шоулса, ризиконейтральне середовище, застосуємо для дисконтування очікуваного значення виплати фіксовану відсоткову ставку без ризику і отримаємо формулу для обчислення ціни кореляційного бінарного опціону:

– для опціону з правом купівлі

$$C_{KB} = Se^{-g\tau}N_2\left[d_1(S,K,\sigma,g),\theta d(M,K,\sigma_2,g_2)+\theta\rho\sigma_2\sqrt{\tau},\theta\rho\right]-$$
$$-Xe^{-r\tau}N_2\left[d(S,K,\sigma,g),\theta d(M,K,\sigma_2,g_2),\theta\rho\right];$$

– для опціону з правом продажу

$$P_{KB} = -Se^{-g\tau}N_2\left[-d_1(S,K,\sigma,g),\theta d(M,K,\sigma_2,g_2)-\theta\rho\sigma_2\sqrt{\tau},-\theta\rho\right]+$$
$$+Xe^{-r\tau}N_2\left[-d(S,K,\sigma,g),\theta d(M,K,\sigma_2,g_2),-\theta\rho\right],$$

$$d(A,B,C,D)=\frac{\ln(A/B)+\left(r-D-C^2/2\right)\tau}{C\sqrt{\tau}},$$

$$d_1(S,K,\sigma,g)=d(S,K,\sigma,g)+\sigma\sqrt{\tau},$$

$$\theta=\begin{cases} 1 & для \quad X>S \\ -1 & для \quad X<S \end{cases},$$

де S – ціна (значення) активу виплати у початковий момент часу;

M – ціна (значення) активу вимірювання у початковий момент часу;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

g – фіксована ставка доходу активу виплати;

σ – змінність ціни (значення) активу виплати;

σ_2 – змінність ціни (значення) активу вимірювання;

ρ – коефіцієнт кореляції між двома активами;

τ – термін до погашення опціону;

$N_2(a,b,c)$ – функція стандартизованого двовимірного нормального розподілу випадкових змінних з верхніми границями a і b та коефіцієнтом кореляції c.

Кореляційні бінарні опціони за своєю природою дуже схожі на зовнішні бар'єрні опціони (outside barrier options), оскільки в обох цих деривативах використовуються два активи, кожен з яких виконує свою роль: один виконує функцію інструменту вимірювання, а другий – функцію інструменту виплати. Отже, кореляційні бінарні опціони можна вважати зовнішніми бар'єрними опціонами, виплата яких залежить від того, чи ціна активу вимірювання перевищить деякий встановлений рівень у момент погашення. Інші, так звані опціони „pure vega", є фактично кореляційними бінарними опціонами, в яких актив вимірювання визначений як очікувана вартість іншого опціону.

Сьогодні багато фінансових інструментів мають схожі властивості до кореляційних бінарних опціонів. Наприклад, більшість відсоткових свопів ґрунтуються або на місячній, або на тримісячній відсотковій ставці LIBOR. На ринку існує багато екзотичних свопів, котрі характеризуються властивостями опціонів входу (knock-in) або опціонів виходу (knock-out), залежно від того, чи LIBOR перевищує деяку наперед визначену ставку на певну узгоджену дату. Відсоткову ставку LIBOR у таких свопах можна розглядати як інструмент вимірювання у кореляційних бінарних опціонах, а плаваючу ставку (floating leg – дослівно „плаваючу ногу") – як актив виплати. Варто зазначити, що доволі складно хеджувати свопи з властивостями опціону виходу. У цьому можуть допомогти кореляційні бінарні опціони, які є добрим способом хеджування таких свопів. Кореляційні бінарні опціони також можуть використовуватися з метою хеджування та спекуляції у фінансових активах, котрі є дуже чутливими до рівня інфляції, застосовуючи форвардну ціну золота як інструмент вимірювання. Або вони можуть використовуватися як управлінські компенсаційні пакети, в яких інструментом вимірювання може бути обсяг продажу чи обсяг виробництва, а інструментом виплати – готівка, акції чи їхнє поєднання. Систематичний обіг кореляційних бінарних опціонів свідчить про їхню високу популярність серед інвесторів.

Комплексні бінарні опціони

У групі ***комплексних*** бінарних опціонів виділимо такі підгрупи опціонів:

– ***амплітудний бінарний опціон (range binary option);***

– ***опціон з мегапремією (mega-premium option);***

– ***граничний бінарний опціон (boundary binary option);***

– ***подвійний бінарний опціон (double-digital option або range binare) або коридорний бінарний опціон (corridor binary option).***

Для ***амплітудного бінарного опціону*** у контракті визначається інтервал, в якому може коливатися ціна базового активу протягом терміну дії опціону. Якщо ціна базового активу не вийде за межі визначеного інтервалу, то утримувач опціону отримає виплату, яка дорівнюватиме добутку ставки виплати та опціонної премії цього деривативу. У протилежному випадку утримувач не одержить нічого.

Амплітудні бінарні опціони застосовуються як один із структурних елементів фінансового інструменту „range floater", що у дослівному перекладі означає „цінний папір з діапазоном". „Range floater" – це облігація, яка приносить дуже високі, наперед відомі відсотки (вищі від ринкових), якщо значення певної базової змінної перебуває у визначеному інтервалі. У протилежному випадку, дохід з такого інструменту буде значно нижчим від середнього доходу на ринку або взагалі дорівнюватиме нулю. Для прикладу виберемо облігацію, на яку відсотки нараховуються кожного дня, згідно із ставкою 7 % річних, за умови, що значення тримісячної відсоткової ставки LIBOR лежить в інтервалі від 4,4 % до 5,2 %. Якщо ж у якийсь день ставка LIBOR вийде поза визначені межі інтервалу, наприклад, становитиме 3,8 %, то відсотки за цей день не нараховуватимуться.

Опціон з мегапремією – це опціонна стратегія, яка використовує амплітудні бінарні опціони та бар'єрні опціони. Інвестор продає два опціони з бар'єрами виходу з цінами виконання на рівні верхньої та нижньої межі інтервалу коливань ціни базового активу, а отриману премію інвестує в амплітудний бінарний опціон. Якщо протягом терміну дії опціонного контракту ціна базового інструменту досягне одного з бар'єрів (верхнього чи нижнього), то бар'єрний опціон не принесе інвестору жодного доходу, як і придбаний бінарний опціон. Натомість, якщо ціна базового активу не вийде за межі інтервалу, дохід інвестора з цієї стратегії дорівнюватиме різниці між одержаним платежем за придбаним амплітудним бінарним опціоном та виплаченою сумою за виставленими бар'єрними опціонами виходу.

Своєю чергою, виплата за ***граничним бінарним опціоном*** становитиме певну суму X, якщо протягом життя опціону ціна базового активу досягне і нижньої, і верхньої межі визначеного інтервалу. Якщо жодна з меж не буде досягнута, утримувач опціону отримає виплату на суму Y. Виплата не належиться інвестору лише за умови, що протягом терміну дії опціону курс базового активу досягне лише верхньої або лише нижньої межі встановленого інтервалу.

Встановлення амплітуди коливань є конструкційним елементом і для ***подвійного бінарного опціону*** (коридорного бінарного опціону). Сума кінцевої виплати для утримувача такого деривативу залежить від того, як довго курс базового інструменту затримається у визначеному „коридорі". Щоденний приріст суми кінцевої виплати залежатиме від ширини встановленого інтервалу. Якщо ціна базового інструменту протягом усього терміну дії опціону перебуватиме у зазначеному інтервалі, то утримувач опціону отримає максимально можливу виплату, яка багаторазово перевищуватиме суму сплаченої покупцем опціонної премії. Подвійні бінарні опціони, аналогічно до двобар'єрних опціонів (double-barrier options), мають дві межі, з яких одна розташована вище від ціни виконання, а друга – нижче.

Розглянемо однодоларовий подвійний бінарний опціон. Виплата утримувачу цього опціону в сумі 1.00 $ здійснюватиметься за умови, що ціна базового активу у момент закінчення дії опціонного контракту перебуватиме у межах деякої області, визначеної двома границями. За інших умов опціон втрачає свою силу. Припустимо, що відсоткова ставка без ризику є стохастичною, а функція її залежності від часу має стрибкоподібний характер. У такому разі до подвійного бінарного опціону можна застосувати формули (3.1.3) та (3.1.4). Тоді ціну такого опціону можемо обчислити згідно з такими формулами:

– для опціону з правом купівлі

$$\chi_{\lambda,Z}\left(PPD_{0,call}\right)=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}\left(\lambda\tau\right)^{l}}{l!}E_{l}\left[PPD_{0,call}\left(S,KZ_{l}e^{\lambda\varepsilon\tau},\tau,g,\sigma\right)\right],\ \varepsilon=E(1-Z),$$

$$PDD_{0,call}\left(S,V,\tau,g,\sigma\right)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left[\left(\frac{U}{L}\right)^{\frac{2n\upsilon_0}{\sigma^2}}\left\{N\left[d_{bs}\left(S,V,\upsilon_0\right)+\left(\frac{x_n'}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right]-\right.\right.$$

$$\left.-N\left[d_{0,bs}\left(S,W_{call},\upsilon_0\right)+\left(\frac{x_n'}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right]\right\}-$$

$$-\left(\frac{U}{S}\right)^{\frac{2\upsilon_0}{\sigma^2}}\left(\frac{L}{U}\right)^{\frac{2n\upsilon_0}{\sigma^2}}\left\{N\left[d_{0,bs}\left(S,V,\upsilon_0\right)+\left(\frac{x_n''}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right]-\right.$$

$$\left.\left.-N\left[d_{0,bs}\left(S,W_{call},\upsilon_0\right)+\left(\frac{x_n''}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right]\right\}\right];$$

– для опціону з правом продажу

$$\chi_{\lambda,Z}\left(PPD_{0,put}\right)=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}\left(\lambda\tau\right)^{l}}{l!}E_{l}\left[PPD_{0,put}\left(S,KZ_{l}e^{-\lambda\omega\tau},\tau,g,\sigma\right)\right],$$

$$\omega=E(Z-1),$$

$$PDD_{0,put}\left(S,V,\tau,g,\sigma\right)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left[\left(\frac{U}{L}\right)^{\frac{2n\upsilon}{\sigma^2}}\left\{N\left[-d_{0,bs}\left(S,V,\upsilon_0\right)+\left(\frac{-x_n'}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right]-\right.\right.$$

$$\left.-N\left[-d_{0,bs}\left(S,W_{put},\upsilon_0\right)+\left(\frac{-x_n'}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right]\right\}-$$

$$-\left(\frac{U}{S}\right)^{\frac{2\upsilon_0}{\sigma^2}}\left(\frac{L}{U}\right)^{\frac{2n\upsilon_0}{\sigma^2}}\left\{N\left[-d_{0,bs}\left(S,V,\upsilon_0\right)+\left(\frac{-x_n''}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right]-\right.$$

$$\left.\left.-N\left[-d_{0,bs}\left(S,W_{put},\upsilon_0\right)+\left(\frac{-x_n''}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right]\right\}\right],$$

$$x_n' = 2n(a-b),\ x_n'' = 2a - x_n' = 2(1-n)a + 2nb,$$

$$a = \ln\left(\frac{U}{S}\right) > 0,\ b = \ln\left(\frac{L}{S}\right) < 0,$$

$$W_{call} = U\ ,\ W_{put} = L\ ,$$

$$\upsilon_0 = -(g+\sigma^2)/2\ ,$$

$$d_0(S,V,\upsilon_0) = \frac{\ln(S/V) + \upsilon_0\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}\ ,$$

де S – ціна спот (значення) базового активу у початковий момент часу;

K – ціна (курс) виконання опціону;

g – фіксована ставка доходу базового активу;

σ – змінність ціни (значення) базового активу;

τ – термін до погашення опціону;

U – верхня межа опціону;

L – нижня межа опціону;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної.

Натомість у середовищі припущень моделі Блека–Шоулса, тобто за фіксованої відсоткової ставки без ризику, опціонна премія подвійного бінарного опціону визначається ймовірністю того, що ціна базового активу потрапить у деяку область у відповідний момент часу, дисконтованою за відсотковою ставкою без ризику. Отже, ціну такого опціону можемо обчислити згідно з такими формулами:

– для опціону з правом купівлі

$$PDD_{call} = e^{-r\tau}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left[\left(\frac{U}{L}\right)^{\frac{2n\upsilon}{\sigma^2}}\left\{N\left[d_{bs}(S,K,\upsilon) + \left(\frac{x_n'}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right] - \right.\right.$$

$$\left. - N\left[d_{bs}(S,W_{call},\upsilon) + \left(\frac{x_n'}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right]\right\} -$$

$$\left. -\left(\frac{U}{S}\right)^{\frac{2\upsilon}{\sigma^2}}\left(\frac{L}{U}\right)^{\frac{2n\upsilon}{\sigma^2}}\left\{N\left[d_{bs}(S,K,\upsilon) + \left(\frac{x_n''}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right] - N\left[d_{bs}(S,W_{call},\upsilon) + \left(\frac{x_n''}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right]\right\}\right];$$

– для опціону з правом продажу

$$PDD_{put} = e^{-r\tau}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left[\left(\frac{U}{L}\right)^{\frac{2n\upsilon}{\sigma^2}}\left\{N\left[-d_{bs}(S,K,\upsilon) + \left(\frac{-x_n'}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right] - \right.\right.$$

$$\left. - N\left[-d_{bs}(S,W_{put},\upsilon) + \left(\frac{-x_n'}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right]\right\} -$$

$$-\left(\frac{U}{S}\right)^{\frac{2\upsilon}{\sigma^2}}\left(\frac{L}{U}\right)^{\frac{2n\upsilon}{\sigma^2}}\left\{N\left[-d_{bs}(S,K,\upsilon)+\left(\frac{-x_n''}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right]-N\left[-d_{bs}(S,W_{put},\upsilon)+\left(\frac{-x_n''}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right]\right\}\Bigg],$$

$$x_n'=2n(a-b),\ x_n''=2a-x_n'=2(1-n)a+2nb,$$

$$a=\ln\left(\frac{U}{S}\right)>0,\ b=\ln\left(\frac{L}{S}\right)<0,$$

$$W_{call}=U,\ W_{put}=L,$$

$$\upsilon=r-g-\sigma^2/2,$$

$$d(S,K,\upsilon)=\frac{\ln(S/K)+\upsilon\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

де r – фіксована відсоткова ставка без ризику.

Існує інший спосіб визначення цін подвійних бінарних опціонів за фіксованої відсоткової ставки без ризику, який ґрунтується на використанні функції густини з двома бар'єрами. Цю функцію впровадили та дослідили у 1965 році Д. Кокс та Г. Міллер [99, *с. 222*]. Функція густини з двома бар'єрами, з яких один встановлено вище, а другий – нижче від ціни виконання, має такий вигляд:

$$P_{db}(x,t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}p_n(x,t)\text{ для }b<x<a,$$

$$p_n(x,t)=e^{x_n'\upsilon/\sigma^2}f(x-x_n')-e^{x_n''\upsilon/\sigma^2}f(x-x_n''),$$

де всі позначення такі, як у попередніх формулах.

Використовуючи цю функцію, можна отримати такі формули для обчислення ціни подвійного бінарного опціону [227, *с. 410*]:

– для опціону з правом купівлі

$$PDD1_{call}=e^{-r\tau}\sigma^4(a-b)\left(\frac{L}{S}\right)^{\frac{\upsilon}{\sigma^2}}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{na_ne^{-\lambda_n\tau}}{n^2\pi^2\sigma^4+\upsilon^2(a-b)^2}\left[(-1)^{n-1}\left(\frac{U}{L}\right)^{\frac{\upsilon}{\sigma^2}}\right]+1\right\};$$

– для опціону з правом продажу

$$PDD1_{put}=e^{-r\tau}\sigma^4(a-b)\left(\frac{L}{S}\right)^{\frac{\upsilon}{\sigma^2}}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{na_ne^{-\lambda_n\tau}}{n^2\pi^2\sigma^4+\upsilon^2(a-b)^2}-1\right\},$$

$$a_n=-\frac{2}{a-b}\sin\left(\frac{n\pi b}{a-b}\right),$$

$$\lambda_n=\frac{1}{2}\left[\frac{\upsilon^2}{\sigma^2}+\frac{n^2\pi^2\sigma^2}{(a-b)^2}\right],$$

де всі позначення такі, як у попередніх формулах.

Розглянуті вище формули для оцінювання бінарних опціонів передбачають європейський стиль виконання цих деривативів. Однак, як і стандартні опціони, бінарні опціони також можна поділити, з погляду стилю їх виконання, на європейські та американські. Останні іноді ще називають умовними бінарними опціонами (American, one-touch, path-dependent binary options). Ринкову ціну базового активу ***європейських*** опціонів порівнюємо з курсом виконання на момент погашення опціону, тобто немає жодного значення, як змінювалась ціна базового активу упродовж життя опціону.

Американські бінарні опціони

Цілком інакше виглядає ситуація для ***американських бінарних опціонів*** (American digital option). Якщо опціон протягом свого життя хоча б один раз був „у грошах", то емітент зобов'язаний виплатити утримувачу опціону узгоджену під час укладання опціонного контракту суму. Розрахунок може відбуватися відразу після досягнення опціоном внутрішньої вартості або у день його погашення. У першому випадку такі деривативи називають американськими бінарними опціонами з виплатою при ударі (at hit american binary options), у другому – американськими бінарними опціонами з виплатою під час погашення (at expiry american binary options).

Отже, у зв'язку з вищесказаним, можемо досліджувати додаткові два різновиди американських бінарних опціонів:

- *американські бінарні опціони з невідтермінованим (або негайним) платежем (nondeferable american digitals);*
- *американські бінарні опціони з відтермінованим платежем або опціони одного дотику (one-touch digital option або one-touch digitals).*

Американські бінарні опціони можна вважати спеціальним різновидом бар'єрних опціонів виходу (knock-out barrier options). Виплата *американського невідтермінованого бінарного опціону* є спеціальним випадком невідтермінованого ребату бар'єрного опціону.

Розглянемо однодоларовий бінарний опціон. Оскільки ціна американського бінарного опціону є поточною вартістю одного долара для бар'єрного опціону виходу, то формулу для її обчислення можна отримати з формул оцінювання бар'єрних опціонів. Отже, ціну американського бінарного опціону з невідтермінованим платежем, що дорівнює одному долару, можемо обчислити за такою формулою:

$$NAD = \left(\frac{H}{S}\right)^{q_1} e^{-\phi_1}\left[N_2(D_1,-DD_1,c)+N_2(-D_1,DD_1,c)\right]+$$

$$+\left(\frac{H}{S}\right)e^{-\phi_{-1}}\left[N_2(D_{-1},-DD_{-1},c)+N_2(-D_{-1},DD_{-1},c)\right], \qquad (4.2.1)$$

$$D_v = d_{bs}(S,H,\tau_1)-\sigma q_v\sqrt{\tau_1}\ ,\ DD_v = d_{bs}(S,H,\tau_1+\tau_e)-\sigma q_v\sqrt{\tau_1+\tau_e}\ ,$$

$$\phi_v = \left(r+vq_v-\sigma^2 q_v^2/2\right)\tau_1,\ v=1 \quad \text{або} \quad -1,$$

$$q_v = \frac{\upsilon + v\psi}{\sigma^2},\ c = -\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_e}},$$

$$\upsilon = r - g - \sigma^2/2,\ \psi = \sqrt{\upsilon^2 + 2r\sigma^2},$$

$$d_{bs}(S, H, s) = \frac{\ln(S/H) + \upsilon s}{\sigma\sqrt{s}},$$

де S – ціна спот (значення) базового активу у початковий момент часу;

H – ціна виконання опціону;

τ_1 – час, коли починає діяти бар'єр;

τ_e – час, коли закінчує діяти бар'єр;

τ – час до закінчення терміну дії опціону;

s, v – змінні;

$N_2(a, b, \rho)$ – функція стандартного двовимірного нормального розподілу з верхніми межами a і b та коефіцієнтом кореляції ρ.

Формула (4.2.1) є загальним випадком, в якому бар'єр діє деякий обмежений час (від τ_1 до τ_e) у межах терміну дії опціону. Якщо ж бар'єр діє від самого початку (тобто $\tau_1 = 0$) і до кінця терміну дії опціону ($\tau_e = \tau$), то такий однодоларовий американський бінарний опціон можна оцінювати згідно з простішою формулою, а саме:

$$NAD1 = \left(\frac{H}{S}\right)^{q_1} N(\theta Q_1) + \left(\frac{H}{S}\right)^{q_{-1}} N(\theta Q_{-1}),$$

$$Q_v = \frac{\ln(H/S) + v\tau\psi}{\sigma\sqrt{\tau}},\ q_v = \frac{\upsilon + v\psi}{\sigma^2},$$

$$\upsilon = r - g - \sigma^2/2,\ v = 1 \quad \textit{або} \quad -1,$$

$$\psi = \sqrt{\upsilon^2 + 2r\sigma^2},\ \theta = \begin{cases} 1 & \textit{для} \quad H > S \\ -1 & \textit{для} \quad H < S \end{cases},$$

де усі позначення такі, як у попередніх формулах.

Американський бінарний опціон одного дотику – це фактично американський бінарний опціон з виплатою, відтермінованою до кінця терміну його дії. Виплата належить утримувачу опціону лише за умови, що ціна базового активу досягне рівня бар'єра у будь-який час, у межах терміну дії опціону.

Оцінювання бінарного опціону одного дотику можна здійснити за допомогою формули:

$$OTD = e^{-r\tau}\left[N\left(\frac{\upsilon - \ln(H/S)}{\sigma\sqrt{\tau}}\right) + \left(\frac{H}{S}\right)^{2\upsilon/\sigma^2} N\left(\frac{\upsilon + \ln(H/S)}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)\right],$$

де усі позначення такі, як і раніше.

Опціони з умовною премією

Ґ. Ґастінеу [121] та Г. Кат [151] у 1994 році вперше почали досліджувати концепцію опціонів з умовною премією. Причому Г. Кат розглядав ці деривативи у середовищі припущень моделі Блека–Шоулса. Він описав опціони з умовною премією у двох варіантах: незалежні від траєкторії (path-independent contingent premium options) та залежні від траєкторії (path-dependent contingent premium options).

Опціони з умовною премією (contingent premium options, cash-on-delivery-options, COD-options, when-in-the-money options, zero-premium options) становлять наступну велику групу одинарних опціонів. Такі деривативи відрізняються від стандартних опціонів тим, що їх покупець сплачує премію лише у день розрахунку за таким опціоном, за умови, що опціон погашається у позиції „при грошах" (at-the-money) або „у грошах" (in-the-money). Якщо ж опціон погашається у позиції „без грошей" (out-of-the-money), то інвестор взагалі не сплачує жодної опціонної премії. У зв'язку з цим опціони з умовною премією є дорожчими від аналогічних стандартних опціонів. Ціна опціону з умовною премією може бути навіть удвічі вищою від ціни стандартного опціону [41, 42].

Отже, початкові витрати, пов'язані з придбанням опціону з умовною премією, є нульовими. Тобто існує висока ймовірність того, що такий опціон у момент реалізації буде у позиції „без грошей" (out-of-the-money). Як випливає з назви цих деривативів, кінцева виплата за такими похідними інструментами залежить від певних умов. По-перше, встановлена у момент укладання опціонного контракту премія повинна бути сплачена у момент реалізації опціону. По-друге, опціон повинен бути реалізований у момент закінчення терміну його дії (для європейських опціонів) або протягом його дії (для американських опціонів), на вимогу утримувача, якщо на цей момент опціон не у позиції „без грошей".

Для порівняння, за стандартним опціоном премія сплачується у момент укладання опціонної угоди і не залежить від того, чи опціон буде реалізований. Для інвестора очевидною перевагою умовних опціонів, які можуть бути увесь час або у момент погашення у позиції „без грошей", є відсутність початкової оплати під час їхнього придбання. Саме цим пояснюється вища ціна цих деривативів порівняно з їхніми стандартними аналогами за тих самих параметрів щодо типу базового інструменту, ціни виконання та терміну дії опціону. Опціони з умовною премією спочатку з'явилися на товарному ринку. Незабаром стали популярними опціони з умовною премією, виставлені на індекс японського фондового ринку Nikkei 225. Упродовж останніх років все частіше з'являються такі фінансові інструменти і на валютному ринку.

Функція доходу за опціоном з умовною премією не є неперервною для курсу базового інструменту, що дорівнює курсу реалізації. Якщо опціон є „без грошей", то функція виплати за таким опціоном та його опціонна премія дорівнюють нулеві. Якщо ж у день реалізації опціон матиме внутрішню вартість (є „в грошах"), то його утримувач отримає виплату, яка дорівнюватиме різниці між ринковим курсом та курсом виконання мінус величина опціонної премії. Натомість у разі, коли опціон погашається у позиції „при грошах", його власник зобов'язаний виплатити емітенту опціону премію, причому сам він не одержить жодної виплати. Треба зазначити, що ситуації, коли ціна виконання опціону точно збігається з ринковою ціною базового інструменту, трапляються надзвичайно рідко.

З відсутністю неперервності функції доходу пов'язана ще одна проблема, характерна також і для бінарних та бар'єрних опціонів. Йдеться про те, що існує реальний ризик маніпуляцій на ринку базового інструменту. Це можливо з огляду на те, що ціна базового інструменту, як правило, осцилює навколо курсу виконання, а позитивний фінансовий результат інвестора може в один момент змінитися діаметрально, тобто він не отримає нічого, або навіть зазнає збитків, які дорівнюють величині сплаченої опціонної премії. Отже, приймаючи рішення щодо купівлі таких деривативів, інвестор повинен реально оцінювати ступінь ліквідності ринку базових інструментів, який би унеможливлював маніпуляції цінами на ньому з боку контрагента.

Нетиповий перебіг функції кінцевого платежу не спонукає потенційних спекулятивних інвесторів до купівлі опціонів з умовною премією, оскільки лише зміна ціни базового інструменту в очікуваному напрямку ще не гарантує інвестору прибутку за таким опціоном. Необхідно, щоб внутрішня вартість опціону була вищою від розміру опціонної премії. Очевидно, що така умова є обов'язковою також і для стандартних опціонів, однак їх премії є значно нижчими від премій, які сплачуються за опціонами з умовною премією, а тому інвестор швидше досягне точки беззбитковості (break even point) у стандартному опціоні. Компенсація у вигляді відсутності премії у ситуації, коли опціон погашатиметься „без грошей", не дуже приваблює спекулянтів, котрі сподіваються отримати високі прибутки. Додатний фінансовий результат від купівлі опціону з умовною премією можна одержати лише тоді, коли опціон у день погашення буде „глибоко у грошах" (deep-in-the-money). Навіть інвестор, який прогнозує значну зміну ціни базового активу у бажаному напрямку, не буде зацікавлений опціоном з умовною премією. Сподіваючись на значне зростання курсу, можна використати інші опціони, а саме стандартний опціон купівлі „глибоко без грошей" (deep-out-of-the-money) або опціон купівлі з верхнім бар'єром входу (barrier knock-up-and-in call option).

Значно цікавішими є спекулятивні стратегії, побудовані на продажу опціонів з умовною премією. Хоча максимальний прибуток з такої трансакції не буде високим, однак ймовірність його одержання є значно вищою від ймовірності збитків. Вища, порівняно зі стандартними опціонами, опціонна премія значно розширює інтервал, в якому може коливатися ціна базового активу без негативних фінансових наслідків для емітента опціону. Ціною за такий привілей буде відсутність прибутку у ситуації, коли опціон погашатиметься „без грошей".

Опціон з умовною премією не можна визнати інструментом, який успішно використовується з метою хеджування. Якщо припустимо, що виплата за опціоном має повністю компенсувати втрати на позиції у базовому активі, то опціон з умовною премією цієї вимоги не виконує. Якщо внутрішня вартість опціону є невисокою, то інвестор зазнає збитків як на позиції базового активу, так і за опціоном. Також за значної несприятливої зміни ціни базового активу хеджування купівлею опціону з умовною премією не буде особливо ефективним. Це пояснюється тим, що у разі виплати відповідного платежу за стандартним опціоном витрати на стратегію хеджування (опціонна премія) будуть значно нижчими. Єдиною перевагою опціонів з умовною премією є відсутність початкового платежу під час їхнього придбання.

Однак опціон з умовною премією буде цікавим інструментом для потенційних арбітражерів, які можуть використати таку залежність: сума цін бінарного опціону та опціону з умовною премією повинна дорівнювати ціні стандартного опціону. Очевидно, що усі три опціони повинні мати такі самі параметри щодо ціни виконання, терміну до погашення, типу базового інструменту тощо. Якщо така умова виконується, то стає цілком можливим прибутковий арбітраж.

Функцію кінцевої виплати опціону купівлі з умовною премією можемо подати так:

$$payoff_{call} = \begin{cases} S_T - K - Z, & якщо \quad S_T \geq K, \\ 0, & якщо \quad S_T < K, \end{cases}$$

де S_T – ціна базового активу у момент погашення опціону;

K – ціна виконання опціону;

Z – розмір опціонної премії.

Для опціону продажу з умовною премією функція виплати матиме такий вигляд:

$$payoff_{put} = \begin{cases} K - S_T - Z, & якщо \quad S_T \leq K, \\ 0, & якщо \quad S_T > K, \end{cases}$$

де всі позначення такі самі.

Формули для оцінювання опціону з умовною премією можна вивести з моделі Блека–Шоулса. Ціни опціонів купівлі та продажу можемо обчислювати згідно з такими рівняннями:

– для опціону з правом купівлі

$$c = Se^{(r-g)t} \frac{N(d_1)}{N(d_2)} - K;$$

– для опціону з правом продажу

$$p = K - Se^{(r-g)t} \frac{N(-d_1)}{N(-d_2)},$$

$$d_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}} \left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - g + \frac{1}{2}\sigma^2\right)t \right],$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t},$$

де S – ціна спот (значення) базового активу у початковий момент часу;

K – ціна виконання опціону;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

g – ставка доходу базового активу;

σ – змінність ціни (значення) базового активу;

t – термін до погашення опціону;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної.

Знайдемо формулу для обчислення ціни опціону з умовною премією для стохастичної стрибкоподібної відсоткової ставки без ризику. У такому разі формули для обчислення цін таких деривативів матимуть такий вигляд:

– для опціонів з правом купівлі

$$\chi_{\lambda,Z}\left(CPO_{0,call}\right)=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}\left(\lambda\tau\right)^{l}}{l!}E_{l}\left[CPO_{0,call}\left(S,KZ_{l}e^{\lambda\varepsilon\tau},\tau,g,\sigma\right)\right],$$

$$\varepsilon=E(1-Z),$$

$$CPO_{0,call}\left(S,V,\tau,g,\sigma\right)=Se^{-g\tau}N\left(d_{0,1}\right)-VN\left(d_{0}\right)+$$

$$+\sum_{i=1}^{n}X_{i}\left\{N\left[d_{0}\left(a_{i}\right)\right]-N\left[d_{0}\left(a_{i+1}\right)\right]\right\};$$

– для опціонів з правом продажу

$$\chi_{\lambda,Z}\left(CPO_{0,put}\right)=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda\tau}\left(\lambda\tau\right)^{l}}{l!}E_{l}\left[CPO_{0,put}\left(S,KZ_{l}e^{-\lambda\omega\tau},\tau,g,\sigma\right)\right],$$

$$\omega=E(Z-1),$$

$$CPO_{0,put}\left(S,V,\tau,g,\sigma\right)=VN\left(d_{0}\right)-Se^{-g\tau}N\left(d_{0,1}\right)+$$

$$+\sum_{i=1}^{n}X_{i}\left\{N\left[d_{0}\left(a_{i}\right)\right]-N\left[d_{0}\left(a_{i+1}\right)\right]\right\},$$

$$d_{0}=\frac{\ln\left(S/V\right)-\left(g+\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},\ d_{0,1}=d_{0}+\sigma\sqrt{\tau},$$

$$d_{0}\left(a_{i}\right)=\frac{\ln\left(S/a_{i}\right)-\left(g+\sigma^{2}/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},\ i=1,2,...,n+1.$$

Натомість ціну опціонів з умовною премією для фіксованої відсоткової ставки без ризику можна обчислити згідно з такими формулами:

– для опціонів з правом купівлі

$$CPO_{call}=Se^{-g\tau}N(d_{1})-Ke^{-r\tau}N(d)+e^{-r\tau}\sum_{i=1}^{n}X_{i}\{N[d(a_{i})]-N[d(a_{i+1})]\};$$

– для опціонів з правом продажу

$$CPO_{put}=Ke^{-r\tau}N(d)-Se^{-g\tau}N(d_{1})+e^{-r\tau}\sum_{i=1}^{n}X_{i}\{N[d(a_{i})]-N[d(a_{i+1})]\},$$

$$d=\frac{\ln(S/K)+\left(r-g-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},\ d_1=d+\sigma\sqrt{\tau},$$

$$d(a_i)=\frac{\ln(S/a_i)+\left(r-g-\sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},\ i=1,2,...,n+1,$$

де усі позначення такі, як у попередніх формулах.

Інший підхід до визначення функції виплати та ціни опціону розробив Г. Кат [151]. Він визначив функцію виплати опціону з умовною премією як суму виплат відповідного йому стандартного опціону та декількох наперед заданих опціонів типу „supershares". Тоді функція виплати опціону з умовною премією матиме такий математичний вираз [227, *с. 634*]:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}=\max[S(\tau)-K,0]+\sum_{i=1}^{n}X_i prob[a_i\le S(\tau)<a_{i+1}];$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}=\max[K-S(\tau),0]+\sum_{i=1}^{n}X_i prob[a_i\le S(\tau)<a_{i+1}],$$

де K – ціна виконання опціону;

$a_i, a_2,..., a_n$ та a_{n+1} – межі сегментів у порядку зростання з верхньою межею a_{i+1}, яка не входить в i-й сегмент;

X_i – наперед визначена сума готівки, яку отримає покупець опціону, якщо ціна базового активу $S(\tau)$ у момент погашення опціону τ не вийде за межі i-го сегменту;

$prob[a_i\le S(\tau)<a_{i+1}]$ – фактична ймовірність того, що кінцева ціна базового активу потрапить у визначений сегмент, у середовищі без ризику.

Інші формули для оцінювання опціону з умовною премією можна знайти у [92, *с. 305–306*], [151].

Різновиди опціонів з умовною премією

Окрім звичайних опціонів з умовною премією, на ринку є в обігу також декілька їх модифікованих форм, а саме:

– ***обернені опціони з умовною премією (reverse contingent premium options);***

– ***часткові опціони з умовною премією (partial contingent premium options);***

– ***часткові обернені опціони з умовною премією (partial reverse contingent premium options);***

– ***опціони з відкладеною премією (pay-later options);***

– ***обернені опціони з відкладеною премією (reverse pay-later options);***

– ***опціони з гарантією повернення грошей (money-back option).***

Покупець ***оберненого опціону з умовною премією*** повинен сплатити премію у день розрахунку за опціоном, якщо у момент погашення опціон перебуватиме у позиції „без грошей". Так само, як і за звичайними опціонами з умовною премією, на момент укладання опціонного контракту опціонна премія за оберненим опціоном з умовною премією покупцем не сплачується. Якщо ж такий опціон буде в позиції „при грошах" або „в грошах", то покупець не зобов'язаний вносити жодних оплат на користь емітента опціону. Нагадаємо, що у разі опціону з умовною премією інвестор був зобов'язаний до сплати опціонної премії, якщо опціон приніс йому дохід. Натомість для оберненого опціону з умовною премією ситуація є цілком протилежною, тобто покупець сплачує опціонну премію за опціон, який не приніс йому жодного доходу, тобто у момент погашення знаходиться в позиції „без грошей".

Варто зазначити, що за своїми характеристиками обернений опціон з умовною премією є наближеним до стандартного опціону. Відмінність між ними полягає лише у тому, що покупець оберненого опціону з умовною премією звільнений від витрат, пов'язаних з придбанням опціону, якщо він погашається „при грошах" або „у грошах". Якщо потенційна сума кінцевого платежу за обома опціонами є однаковою, ціна оберненого опціону з умовною премією повинна бути вищою від ціни стандартного опціону з такими самими параметрами. Якщо порівняти профіль фінансових результатів за обома деривативами з однаковими параметрами, то можна зауважити, що прибуток за оберненим опціоном з умовною премією є вищим від прибутку за стандартним опціоном, аналогічно і збитки за першим з опціонів будуть вищими від збитків за другим опціоном. Звідси випливає, що при однаковій очікуваній сумі виплати, обернений опціон з умовною премією характеризується вищим рівнем ризику. А тому цей дериватив приваблює інвесторів спекулятивного спрямування, оскільки він може принести вищі прибутки, ніж стандартний опціон, однак за вищого ризику евентуального зазнавання значних збитків.

Функцію виплати за оберненим опціоном купівлі з умовною премією запишемо у такому вигляді:

$$payoff_{call} = \begin{cases} S_T - K, & якщо \quad S_T \geq K, \\ -Z, & якщо \quad S_T < K, \end{cases}$$

де S_T – ціна спот (значення) базового активу на момент погашення опціону;

K – ціна (курс) виконання опціону;

Z – розмір опціонної премії.

Для оберненого опціону продажу з умовною премією функція виплати матиме вигляд:

$$payoff_{put} = \begin{cases} K - S_T, & якщо \quad S_T \leq K, \\ -Z, & якщо \quad S_T > K. \end{cases}$$

Першим впровадив на ринок обернені опціони з умовною премією Royal Bank of Canada [226, *c. 615*]. Описані вище опціони становлять підгрупу повних опціонів (full options), а тому їх можна назвати ***опціонами з повною умовною***

премією (full contingent premium options) та ***оберненими опціонами з повною умовною премією (full reverse contingent premium options)***. Покупець таких деривативів не сплачує жодної премії під час укладання опціонного контракту.

Натомість існує також підгрупа <u>часткових</u> опціонів (partial options), а саме ***часткові опціони з умовною премією*** та ***обернені часткові опціони з умовною премією***. Покупець обох деривативів у момент їхнього придбання сплачує лише частину опціонної премії. Той факт, чи і коли має бути доплачена решта премії, залежить від виду опціону. У разі часткового опціону з умовною премією доплата здійснюється, якщо опціон погашається „при грошах" або „у грошах". Натомість якщо згаданий опціон погашається у позиції „без грошей", емітент зобов'язаний повернути покупцю сплачену частину опціонної премії. Цілком інакше виглядає ситуація для оберненого часткового опціону з умовною премією. Якщо він погашається „без грошей", то покупець повинен доплатити решту опціонної премії емітенту, у протилежному ж випадку – емітент повертає отриману премію покупцеві опціону. Стосовно моменту сплати опціонної премії частковий опціон з умовною премією є посереднім інструментом між стандартним опціоном та опціоном з умовною премією.

Дослідимо детальніше три найпопулярніші деривативи з групи опціонів з умовною премією, зокрема:

- *опціони з відкладеною премією (pay-later options);*
- *обернені опціони з відкладеною премією (reverse pay-later options);*
- *опціони з гарантією повернення грошей (money-back options).*

Функцію виплати ***опціонів з відкладеною премією*** європейського стилю виконання можемо записати у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}=\begin{cases}\left[S(\tau)-K\right]-Q, & якщо \quad S(\tau)>K,\\ 0, & якщо \quad S(\tau)\le K;\end{cases}$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}=\begin{cases}\left[K-S(\tau)\right]-Q, & якщо \quad S(\tau)<K,\\ 0, & якщо \quad S(\tau)\ge K,\end{cases}$$

де K – ціна виконання опціону;

$S(\tau)$ – ціна базового активу у момент погашення опціону τ ;

Q – наперед визначений розмір опціонної премії, яку покупець опціону сплачує продавцю за умови, що опціон у момент погашення перебуватиме у позиції „у грошах" або „при грошах".

Натомість функцію виплати ***<u>обернених</u> опціонів з відкладеною премією*** європейського стилю виконання запишемо у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$rpayoff_{call}=\begin{cases}\left[S(\tau)-K\right], & якщо \quad S(\tau)>K,\\ -Q', & якщо \quad S(\tau)\le K;\end{cases}$$

– для опціонів з правом продажу

$$rpayoff_{put} = \begin{cases} [K - S(\tau)], & якщо \quad S(\tau) \le K, \\ -Q', & якщо \quad S(\tau) > K, \end{cases}$$

де Q' – наперед визначений розмір опціонної премії, яку покупець опціону виплачує продавцю за умови, що опціон у момент погашення перебуватиме у позиції „без грошей".

Оцінювання опціонів з відкладеною премією європейського стилю виконання можемо здійснити, використовуючи такі формули:

– для опціонів з правом купівлі

$$PPL_{call} = Se^{-g\tau}N\left[d + \sigma\sqrt{\tau}\right] - (K + Q)e^{-r\tau}N(d); \qquad (4.2.2)$$

– для опціонів з правом продажу

$$PPL_{put} = -Se^{-g\tau}N\left[-d - \sigma\sqrt{\tau}\right] - (Q - K)e^{-r\tau}N(-d), \qquad (4.2.3)$$

$$d = \frac{\ln(S/K) + \left(r - g - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

де S – ціна спот (значення) базового активу у початковий момент часу;

K – ціна виконання опціону;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

g – ставка доходу базового активу;

σ – змінність ціни (значення) базового активу;

τ – термін до погашення опціону;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної;

Q – розмір опціонної премії.

Формули (4.2.2) – (4.2.3) можна також записати в іншому вигляді:

$$PPL = C_{bs}(S, K, \omega) - Qe^{-r\tau}N(\omega d), \qquad (4.2.4)$$

$$C_{bs}(S, K, \omega) = \omega Se^{-g\tau}N\left[\omega d_{1bs}(S, K)\right] - \omega Ke^{-r\tau}N\left[\omega d_{bs}(S, K)\right],$$

$$\omega = \begin{cases} 1 & для \quad call, \\ -1 & для \quad put, \end{cases}$$

$$d_{bs}(S, K) = \frac{\ln(S/K) + \left(r - g - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{1bs}(S, K) = d_{bs}(S, K) + \sigma\sqrt{\tau},$$

де $C_{bs}(S, K, \omega)$ – формула Блека–Шоулса для оцінювання стандартних опціонів європейського стилю виконання;

ω – бінарний оператор.

Існують два різновиди опціонів з відкладеною премією: <u>повні</u> опціони з відкладеною премією та <u>часткові</u> опціони з відкладеною премією. Утримувач часткового опціону з відкладеною премією сплачує ψ відсотків від ціни аналогічного стандартного опціону, причому $0 \le \psi \le 1$. Якщо $\psi = 0$, то частковий опціон з відкладеною премією перетворюється на повний опціон з відкладеною премією, а якщо $\psi = 1$, то утримувач часткового опціону сплачує у момент погашення (за умови, що опціон буде у позиції „у грошах") опціонну премію, що дорівнює ціні стандартного опціону. Тому можна розглядати повні опціони з відкладеною премією та стандартні опціони як спеціальні різновиди часткового опціону з відкладеною премією. З цього випливає, що утримувач часткового опціону з відкладеною премією сплатить опціонну премію у розмірі $\psi C_{bs}(S, K, \omega)$ у вигляді передоплати.

Підставляючи $PPL = \psi C_{bs}(S, K, \omega)$ у (4.2.4), отримаємо:

$$\psi C_{bs}(S, K, \omega) = C_{bs}(S, K, \omega) - Qe^{-r\tau} N(\omega d),$$

звідки можна отримати майбутню величину премії

$$Q = \frac{(1-\psi) C_{bs}(S, K, \omega) e^{r\tau}}{N(\omega d)}, \tag{4.2.5}$$

яка сьогодні матиме вартість

$$PV(Q) = \frac{(1-\psi) C_{bs}(S, K, \omega)}{N(\omega d)}. \tag{4.2.6}$$

Отже, (4.2.6) можна розглядати як формулу для оцінювання ***часткових опціонів з відкладеною премією***.

Застосовуючи аналогічний підхід, можна одержати формулу для визначення ціни ***обернених часткових опціонів з відкладеною премією***:

$$RPPL = C_{bs}(S, K, \omega) - Q' e^{-r\tau} N(-\omega d) \tag{4.2.7}$$

Підставляючи $RPPL = \psi C_{bs}(S, K, \omega)$ у формулу (4.2.7), отримаємо:

$$\psi C_{bs}(S, K, \omega) = C_{bs}(S, K, \omega) - Q' e^{-r\tau} N(-\omega d),$$

звідки можна визначити майбутній розмір премії

$$Q' = \frac{(1-\psi) C_{bs}(S, K, \omega) e^{r\tau}}{N(-\omega d)}, \tag{4.2.8}$$

яка сьогодні матиме вартість

$$PV(Q') = \frac{(1-\psi) C_{bs}(S, K, \omega)}{N(-\omega d)}. \tag{4.2.9}$$

Формула (4.2.9) дає можливість обчислити сьогоднішню вартість (ціну) обернених часткових опціонів з відкладеною премією.

Треба зазначити, що існує певна залежність між теперішніми значеннями цін часткових опціонів з відкладеною премією та обернених часткових опціонів з відкладеною премією:

$$PV(Q) N(\omega d) = PV(Q') N(-\omega d). \tag{4.2.10}$$

Премія ***опціону з гарантією повернення грошей*** (money-back option) сплачується на тих самих засадах, що і для стандартних опціонів, тобто у момент придбання деривативу. Зазначимо, що така премія є вищою від премії стандартного опціону з аналогічними параметрами. Якщо опціон з гарантією повернення грошей у момент реалізації буде у позиції „без грошей", то утримувачу опціону повертається сплачена премія. Опціон з гарантією повернення грошей та опціон з умовною премією відрізняються між собою лише моментом сплати премії, що є важливим у довших періодах, з огляду на те, що вартість сьогоднішніх грошей є завжди вищою від вартості майбутніх грошей. Решта характеристик будуть такими самими.

Ціну опціонів з гарантією повернення грошей можна визначити за допомогою формули:

$$MB(S,K,\omega)=\frac{C_{bs}(S,K,\omega)}{1-e^{-r\tau}N(\omega d)}, \tag{4.2.11}$$

де всі позначення такі, як і раніше.

Аналіз функцій кінцевого платежу стандартних опціонів, опціонів з умовною премією та бінарних опціонів показав, що довгу позицію в європейському опціоні з умовною премією можна створити синтетично, додаючи довгу позицію в європейському стандартному опціоні та коротку позицію в бінарному опціоні, причому обидва опціони повинні характеризуватися тією самою ціною і датою виконання, що можна записати так:

опціон з умовною премією = стандартний опціон – бінарний опціон.

Розглянуті вище опціони з умовною премією належать до підгрупи незалежних від траєкторії опціонів (path-independent contingent premium options). Окрім таких деривативів, на ринку трапляються також ***залежні від траєкторії опціони з умовною премією*** (path-dependent contingent premium options), функція виплати яких залежить від траєкторії ціни базового активу протягом дії опціону. До цієї підгрупи можна зарахувати цілу низку опціонів, які поєднують у собі риси умовних (залежних від траєкторії) опціонів та опціонів з умовною премією. Наприклад, опціони „barrier-driven contingent premium options" необхідно розглядати як комбінацію бар'єрного опціону та опціону з умовною премією, а для їхнього оцінювання використовувати відповідні формули, розглянуті вище.

Опціони з відступом

Третю групу одинарних опціонів становлять ***опціони з відступом (з гепом) (gap options)***. Ці деривативи є дуже наближеними до стандартних опціонів європейського та американського стилю виконання. Вони з'явилися внаслідок модифікації функції кінцевого платежу за стандартним опціоном завдяки впровадженню так званого параметра відступу (gap parameter). Якщо опціон з відступом погашається „у грошах", то суму платежу для утримувача опціону обчислюють, додаючи параметр відступу до значення кінцевого платежу за стандартним опціоном.

Оскільки параметр відступу може набувати як додатних, так і від'ємних значень, то виплата за опціоном з відступом може бути вищою або нижчою від виплати за стандартним опціоном [41, 42].

Функцію кінцевого платежу опціону купівлі з відступом запишемо у вигляді:

$$payoff_{call} = \begin{cases} S_T - (K + X_0), & якщо \quad S_T > K, \\ 0, & якщо \quad S_T \le K, \end{cases}$$

де S_T – ціна спот (значення) базового активу на момент погашення опціону;

K – ціна (курс) виконання опціону;

X_0 – параметр відступу (gap parameter).

Для опціону продажу з відступом функція кінцевого платежу матиме такий вигляд:

$$payoff_{put} = \begin{cases} (K + X_0) - S_T, & якщо \quad S_T < K, \\ 0, & якщо \quad S_T \ge K. \end{cases}$$

Дослідимо вплив параметра відступу на премію опціону з відступом. Якщо параметр відступу є додатним числом, то це означає вищу, порівняно зі стандартним опціоном, виплату для утримувача опціону, за умови, що опціон погашається „у грошах". Потенційно вища виплата підвищує ціну такого опціону. Якщо ж параметр відступу від'ємний, то ціна опціону з відступом буде нижчою від ціни аналогічного стандартного опціону, зважаючи на потенційно нижче значення функції виплати. Якщо параметр відступу прирівняти до нуля, то отримаємо стандартний опціон європейського стилю виконання.

Припустимо, що залежність відсоткової ставки без ризику від часу має стрибкоподібний характер. Тоді ціну опціону з відступом можна обчислити за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$\chi_{\lambda,Z}(c_0) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^l}{l!} E_l\left[c_0\left(S, KZ_l e^{\lambda\varepsilon\tau}, \tau, g, \sigma\right)\right], \ \varepsilon = E(1 - Z),$$

$$c_0(S, V, \tau, g, \sigma) = Se^{-gt} N\left(d_0 + \sigma\sqrt{t}\right) - (V + X_0) N(d_0);$$

– для опціонів з правом продажу

$$\chi_{\lambda,Z}(p_0) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^l}{l!} E_l\left[p_0\left(S, KZ_l e^{-\lambda\omega\tau}, \tau, g, \sigma\right)\right], \ \omega = E(Z - 1),$$

$$p_0(S, V, \tau, g, \sigma) = (V + X_0) N(-d_0) - Se^{-gt} N\left(-d_0 - \sigma\sqrt{t}\right),$$

$$d_0 = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}}\left[\ln\left(\frac{S}{V}\right) - \left(g + \frac{1}{2}\sigma^2\right)t\right].$$

Спосіб оцінювання опціону з відступом за фіксованої відсоткової ставки без ризику ґрунтується на моделі оцінки стандартних опціонів Блека–Шоулса. За тих самих припущень і урахування параметра відступу можемо отримати такі формули оцінювання опціонів з відступом:

– для опціонів з правом купівлі

$$c = Se^{-gt}N\left(d + \sigma\sqrt{t}\right) - \left(K + X_0\right)e^{-rt}N(d);$$

– для опціонів з правом продажу

$$p = \left(K + X_0\right)e^{-rt}N(-d) - Se^{-gt}N\left(-d - \sigma\sqrt{t}\right),$$

$$d = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}}\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t\right],$$

де всі позначення такі самі, як і раніше.

Рівняння для оцінювання опціонів з відступом можна також знайти у [155, *с. 601*]. Зважаючи на те, що доволі складно знайти якесь особливе застосування для опціонів з відступом (як з метою хеджування, так і зі спекулятивною метою), ці інструменти не відзначаються особливою популярністю серед інвесторів.

Таблиця 4.2.3

Фактори впливу на ціни опціонів з відступом (за базовими інструментами)

Фактори/вид опціону	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
ступінь корисності базового активу					+
ставка доходу базового активу			+	+	
відсоткова ставка без ризику за кордоном		+	+	+	
відсоткова ставка без ризику у країні	+	+	+	+	+
ціна (значення) базового активу	+	+	+	+	+
ціна виконання опціону	+	+	+	+	+
змінність ціни (значення) базового активу	+	+	+	+	+
частота можливості виконання опціону	+	+	+	+	+
термін дії опціонного контракту	+	+	+	+	+
Величина відступу	+	+	+	+	+

Аналіз показує, що вплив ринкових параметрів на вартість опціону з відступом є таким самим, як і для стандартного опціону (див. табл. 4.2.3). Окрім цього, з'являється додатковий чинник, а саме параметр відступу, який безпосередньо впливає на формування ціни цього деривативу. Додатний відступ збільшує ціну виконання, а тому для покупця придбання опціону купівлі з відступом буде менш вигідним, ніж довга позиція в аналогічному стандартному опціоні. З цього випливає, що чим більший відступ в опціоні купівлі, тим дешевшим він повинен бути. Для опціону продажу спостерігається аналогічна ситуація у разі від'ємного відступу, який зменшує його ціну виконання, оскільки такий дериватив принесе його утримувачу нижчий дохід, ніж стандартний опціон з такими самими параметрами. А тому опціонна премія повинна бути нижчою. Чим більшим буде відступ, тим дешевшою буде опціонна премія такого деривативу.

Натомість від'ємний відступ для опціону купівлі та додатний – для опціону продажу будуть збільшувати їхні премії порівняно зі стандартними опціонами, оскільки їхній евентуальний дохід буде вищим. Причому чим більшим буде відступ, тим дорожчою буде опціонна премія опціону з відступом.

4.3. Моделі залежних від часу опціонів

Екзотичні опціони, що належать до класу **залежних від часу опціонів** (time-dependent options), іноді ще визначаються як **„еластичні опціони"** (preference options). Така залежність від часу в одних опціонах має жорсткіший характер, натомість в інших – еластичніший, тобто надає їхньому власнику можливість вибору: або моменту реалізації такого деривативу, або встановлення деяких параметрів опціону [45]. Досліджували різні аспекти визначення, оцінювання та застосування еластичних опціонів, які належать до класу екзотичних опціонів, такі вчені: М. Рубінштейн [194], П. Занг [226], Е. Брайс, М. Беллалаг, Г. Маі, Ф. де Варенн [92], М. Онг [176], Дж. Гулл [140], Ґ. Ґастінеу [122] та інші.

Найжорсткішою залежністю від часу характеризуються європейські опціони, які можуть бути реалізовані виключно у точно визначений момент погашення опціону. Іншим екстремальним рішенням є найеластичніші, стосовно моменту їхнього виконання, американські опціони, реалізація котрих можлива у довільний день від моменту укладення опціонного контракту до моменту його погашення.

Момент реалізації еластичних опціонів визначається у інший спосіб, ніж європейських чи американських опціонів. Часто також в інший момент часу, ніж для стандартних опціонів, визначаються інші характеристики еластичного опціону. Еластичні опціони надають їхньому покупцю право вибору деяких параметрів такого деривативу у майбутньому, тобто вже після укладення опціонної угоди.

До основної групи еластичних опціонів можна зарахувати:
- ***бермудські опціони (Bermuda options);***
- ***опціони вибору (chooser options);***
- ***опціони із запізнюючим стартом (forward start options);***
- ***опціони типу ratchet (ratchet options);***
- ***опціони на виплату (instalment options).***

Бермудські опціони

Бермудські опціони (Bermuda options) ще називаються середньоатлантичними, квазі-американськими або модифікованими американськими опціонами (Mid-Atlantic/ modified American options). Такі деривативи є посередньою, стосовно моменту реалізації, конструкцією між європейськими та американськими опціонами. Бермудські опціони надають їхньому утримувачу кілька можливостей його реалізації, у кілька наперед визначених дат, під час терміну дії опціону. Можливість реалізації у визначені моменти часу може означати один день або кілька днів підряд. Якщо перша дозволена на реалізацію дата не буде використана утримувачем бермудського опціону для його виконання, то він буде змушений чекати до наступної дозволеної дати реалізації [45].

Очевидно, що чим більше таких дат узгоджено між сторонами бермудського опціонного контракту, тим ближчим він буде до американського опціону. З математичного погляду американський опціон є границею бермудського опціону, якщо кількість моментів його реалізації прямує до нескінченності. Чим менше таких моментів узгоджено, тим більше бермудський опціон наближатиметься до європейського опціону. Математично це формулюється так: європейський опціон – це границя бермудського опціону, якщо кількість можливостей його реалізації прямує до одиниці.

Ціна бермудського опціону з правом купівлі лежатиме у проміжку $[c, C]$, де c – ціна європейського опціону купівлі з аналогічними характеристиками, а C – ціна американського опціону купівлі з аналогічними характеристиками. Натомість ціна бермудського опціону з правом продажу лежатиме у проміжку $[p, P]$, де p – ціна європейського опціону продажу з аналогічними параметрами, а P – ціна американського опціону продажу з аналогічними параметрами.

Не існує аналітичних рівнянь для оцінювання бермудських опціонів, але їх можна легко проаналізувати за допомогою біноміальної моделі. Бермудський конструкційний елемент можна приєднувати до багатьох інших екзотичних опціонів, внаслідок чого з'являються нові нестандартні деривативи, такі, як, наприклад, бермудські бар'єрні опціони.

Опціони вибору

Опціони вибору (chooser options, preference options, as-you-like-it options, pay-now-choose-later options) дають інвестору змогу у визначений момент у майбутньому прийняти рішення щодо характеру придбаного опціону, тобто чи це є опціон з правом купівлі чи з правом продажу базового активу. Натомість опціонна премія за такий дериватив сплачується у момент підписання опціонного контракту, тобто перед прийняттям рішення щодо типу цього опціону. Загалом як ціни виконання, так і терміни погашення опціонів купівлі та продажу можуть відрізнятися між собою. Хоча на практиці здебільшого терміни погашення таких опціонів зазвичай збігаються. Однак вони можуть відрізнятися ціною виконання. З огляду на таку можливість, опціони вибору з однаковими цінами виконання називаються простими опціонами вибору, тоді як опціони вибору з різними цінами виконання – комплексними опціонами вибору. Оцінювання першої групи опціонів вибору є набагато простішим, ніж оцінювання другої групи [45].

У 1991 році М. Рубінштейн [193] вперше описав принцип дії опціону вибору, а також визначив групу інвесторів, для яких він був створений. У методі Рубінштейна нелінійне рівняння може бути розв'язане чисельно із застосуванням ітерацій. Однак у 1993 році І. Нелькен [172] відзначив недоліки методу Рубінштейна, оскільки ітерації для нелінійних рівнянь повільно збігаються. Для подолання цієї проблеми І. Нелькен запропонував застосувати безпосередньо метод числового інтегрування для обчислення ціни опціону вибору.

Опціон вибору, як уже згадувалося, надає його утримувачу право вибору типу опціону (купівлі чи продажу) у певний наперед визначений момент часу, під час терміну дії опціонного контракту. Залежно від того, коли встановлений цей момент, значною мірою залежить розмір опціонної премії: чим ближче його встановлено до дня погашення опціону, тим дорожчим для покупця буде опціон вибору. Така залежність пояснюється тим, що покупець матиме більше інформації щодо формування та напрямку змін ціни базового активу цього опціону, що створює для нього вищі шанси отримання значної вигоди. Момент вибору може припадати на будь-який день протягом дії опціону, включаючи перший і останній день.

У першому випадку ціною опціону вибору буде вища з двох опціонних премій: або опціону купівлі, або опціону продажу. Це можна записати у такому вигляді:

$$premia = \max\{C[S(\tau_1), K_c, \tau_c], P[S(\tau_1), K_p, \tau_p]\}, \qquad (4.3.1)$$

$$C[S(\tau_1), K_c, \tau_c] = S(\tau_1)e^{-g\tau_c}N\{d_{1bs}[S(\tau_1), K_c, \tau_c]\} - K_c e^{-r\tau_c}N\{d_{bs}[S(\tau_1), K_c, \tau_c]\},$$

$$P[S(\tau_1), K_p, \tau_p] = K_p e^{-r\tau_c}N\{-d_{bs}[S(\tau_1), K_p, \tau_p]\} - S(\tau_1)e^{-g\tau_c}N\{-d_{1bs}[S(\tau_1), K_p, \tau_p]\},$$

$$d_{bs}[S(\tau_1), K_x, \tau_x] = \frac{\ln[S(\tau_1)/K_x] + (r - g - \sigma^2/2)\tau_x}{\sigma\sqrt{\tau_x}},$$

$$d_{1bs}[S(\tau_1), K_x, \tau_x] = d_{bs}[S(\tau_1), K_x, \tau_x] + \sigma\sqrt{\tau_x},$$

де $C[S(\tau_1), K_c, \tau_c]$ – ціна стандартного європейського опціону купівлі;

$P[S(\tau_1), K_p, \tau_p]$ – ціна стандартного європейського опціону продажу;

$S(\tau_1)$ – ціна базового активу у момент вибору τ_1;

K_c – страйкова ціна опціону купівлі з терміном до погашення τ_c, $\tau_1 < \tau_c \le \tau$;

K_p – страйкова ціна опціону продажу з терміном до погашення τ_p, $\tau_1 < \tau_p \le \tau$.

Оскільки ціна базового активу $S(\tau_1)$ є невідомою, то для її визначення можна використати таку формулу:

$$S(\tau_1) = S\exp[(r - g - \sigma^2/2)\tau_1 + \sigma z(\tau_1)],$$

де $S = S(t_1)$ – актуальна ринкова ціна базового активу;

$z(\tau_1)$ – стандартний процес Гаусса–Вінера.

У другому випадку ціна опціону вибору дорівнюватиме сумі цін обох опціонів: і опціону купівлі, і опціону продажу:

$$premia1 = C[S(\tau_1), K_c, \tau_c] + P[S(\tau_1), K_p, \tau_p]. \qquad (4.3.2)$$

Розглянемо опціони вибору європейського стилю виконання в середовищі припущень моделі Блека–Шоулса.

Простий опціон вибору (simple chooser option, standard chooser option, regular chooser option) надає його покупцю можливість вибору у майбутній момент t між європейським опціоном купівлі c та європейським опціоном продажу p, причому обидва опціони характеризуються тією самою ціною виконання K і періодом до погашення T. Дохід власника опціону вибору у момент T можна подати у вигляді:

$$payoff^{smpl} = \max\left[c(K, \tau_c - \tau_1), p(K, \tau_p - \tau_1)\right],$$

де $(\tau_c - \tau_1)$ – період між моментом прийняття рішення та моментом погашення опціону купівлі;

$(\tau_p - \tau_1)$ – період між моментом прийняття рішення та моментом погашення опціону продажу.

Отже, кінцеву виплату для утримувача простого опціону вибору можемо записати у такому вигляді:

– для вибору у момент τ_1 опціону з правом купівлі

$$payoff_{call}^{smpl} = \max\left[S(\tau_c) - K, 0\right];$$

– для вибору у момент τ_1 опціону з правом продажу

$$payoff_{put}^{smpl} = \max\left[K - S(\tau_p), 0\right].$$

Якщо на певний момент часу є відомою ціна європейського опціону купівлі c, то використовуючи паритет опціонів продажу–купівлі (put–call parity), можна визначити ціну європейського опціону продажу p. Нехай наш портфель складається з придбаного базового інструменту, довгої позиції в опціоні продажу (з ціною p) та короткої позиції в опціоні купівлі (з ціною c), причому обидва опціони мають той самий час до погашення $\tau = \tau_c = \tau_p$ і ту саму ціну виконання K. Тоді вартість такого портфеля у день погашення опціонів становитиме:

$$S(\tau) + (K - S(\tau)) + 0 = K \text{ , якщо } S(\tau) \le K \text{ ,}$$

$$S(\tau) + 0 - (S(\tau) - K) = K \text{ , якщо } S(\tau) > K \text{ .}$$

Як бачимо, незалежно від майбутньої ціни базового інструменту вартість портфеля у момент погашення τ буде однаковою і дорівнюватиме ціні виконання K. Побудований у такий спосіб портфель є безризиковим і принесе дохід, пропорційний до відсоткової ставки без ризику r. А отже, актуальна (поточна) вартість такого портфеля становитиме:

$$S(\tau) + p - c = Ke^{-r\tau} .$$

Звідси можемо отримати формулу паритету опціонів продажу–купівлі:

$$c - p = S(\tau) - Ke^{-r\tau} .$$

Треба нагадати, що паритет опціонів продажу–купівлі справедливий лише для опціонів <u>європейського</u> стилю виконання. Отже, на підставі паритету європейських опціонів вибору з правом купівлі та з правом продажу можна визначити дохід за простим опціоном вибору, який обчислюється за формулою:

$$payoff^{smpl} = \max\left(c, c + Ke^{-r\tau} - Se^{-g\tau}\right) = c + e^{-g\tau}\max\left(0, Ke^{-(r-g)\tau} - S\right),$$

де S – ціна спот базового інструменту у початковий момент часу;

g – ставка доходу базового інструменту.

З цього випливає, що дохід за простим опціоном вибору є таким самим, як за портфелем, що складається з європейського опціону купівлі з ціною виконання K і терміном дії τ та $e^{-g\tau}$ європейських опціонів продажу з ціною виконання $Ke^{-(r-g)\tau}$ і терміном дії τ. Обидві складові портфеля можна оцінити за допомогою моделі Мертона. Обчислене значення буде *ціною* простого опціону вибору.

Дослідимо ще один спосіб оцінювання простих опціонів вибору європейського стилю виконання. Оскільки обидва опціони, – і опціон купівлі, і опціон продажу – є стандартними опціонами європейського стилю виконання, то для визначення ціни опціону продажу можна скористатися паритетом опціонів продажу–купівлі:

$$P = C - Se^{-g\tau} + Ke^{-r\tau}.$$

У результаті отримаємо:

$$P\left[S(\tau_1), K, \tau\right] = C\left[S(\tau_1), K, \tau\right] - S(\tau_1)e^{-g(\tau-\tau_1)} + Ke^{-r(-\tau-\tau_1)}, \qquad (4.3.3)$$

де K – спільна ціна виконання обох опціонів;

τ – спільний час до погашення.

Підставляючи (4.3.3) у (4.3.1) і спрощуючи її, одержимо:

$$premia = C\left[S(\tau_1), K, \tau\right] + \max\left[Ke^{-r(\tau-\tau_1)} - S(\tau_1), 0\right].$$

Аналогічну операцію можна застосувати і для (4.3.2).

Отже, оцінювання простого опціону вибору європейського стилю виконання можна здійснити на підставі формули:

$$PCHS = Se^{-g\tau}\left\{N\left[d_{1bs}(\tau)\right] - N\left[d(\tau,\tau_1) - \sigma\sqrt{\tau_1}\right]\right\} - Ke^{-r\tau}\left\{N\left[d_{bs}(\tau) - d(\tau,\tau_1)\right]\right\},$$

або

$$PCHS = C(S, K, \tau) - Se^{-g\tau}N\left[d(\tau,\tau_1) - \sigma\sqrt{\tau_1}\right] + Ke^{-r\tau}N\left[-d(\tau,\tau_1)\right],$$

$$d(\tau,\tau_1) = d(\tau_1) + \frac{(r-g)(\tau-\tau_1)}{\sigma\sqrt{\tau_1}},$$

$$d_{bs}(\tau) = \frac{\ln[S/K] + \left(r - g - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \quad d_{1bs}(\tau) = d_{bs}(\tau) + \sigma\sqrt{\tau}.$$

Комплексний опціон вибору (complex chooser option) дає змогу покупцю вибирати у майбутньому, у момент часу τ_1, між європейським опціоном купівлі c (з ціною виконання K_c і періодом до погашення τ_c) та європейським опціоном продажу p (з ціною виконання K_p і періодом до погашення τ_p). Дохід власника комплексного опціону вибору можемо подати у такому загальному вигляді:

$$payoff^{cmpl} = \max\left[c(K_c, \tau_c), p(K_p, \tau_p)\right].$$

Тоді функцію кінцевої виплати комплексного опціону вибору можемо описати за допомогою формул:

– для вибору у момент τ_1 опціону з правом купівлі

$$payoff_{call}^{cmpl} = \max\left[S(\tau_c) - K_c, 0\right];$$

– для вибору у момент τ_1 опціону з правом продажу

$$payoff_{put}^{cmpl} = \max\left[K_p - S(\tau_p), 0\right],$$

де $S(\tau_c)$ – ціна базового активу опціону купівлі на момент реалізації опціону;

K_c – ціна виконання опціону купівлі;

τ_c – час до погашення опціону купівлі;

$S(\tau_p)$ – ціна базового активу опціону продажу на момент реалізації опціону;

K_p – ціна виконання опціону продажу;

τ_p – час до погашення опціону продажу.

Оцінювання комплексних опціонів вибору є складнішим від оцінювання простих опціонів вибору у зв'язку з відсутністю можливості використати паритет опціонів продажу–купівлі. Ціну комплексного опціону вибору європейського стилю виконання можемо обчислити на підставі таких виразів:

$$CXHS = Se^{-g\tau_c} N_2\left[y + \sigma\sqrt{\tau_1}, d_1(K_c, \tau_c), \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_c}}\right] - K_c e^{-r\tau_c} N_2\left[y, d(K_c, \tau_c), \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_c}}\right] -$$

$$Se^{-g\tau_p} N_2\left[-y - \sigma\sqrt{\tau_1}, -d_1(K_p, \tau_p), \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_p}}\right] - K_p e^{-r\tau_p} N_2\left[-y, -d(K_p, \tau_p), \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_p}}\right],$$

$$d(K, s) = \left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - g - \frac{\sigma^2}{2}\right)s\right] \Big/ \left(\sigma\sqrt{s}\right),$$

$$d_1(K, s) = d(K, s) + \sigma\sqrt{s},$$

$$y = y(S, K_c, K_p, \sigma, r, g, \tau_1, \tau_c, \tau_p, \tau) = -u(S, K_c, K_p, \sigma, r, g, \tau_1, \tau_c, \tau_p, \tau),$$

де u – розв'язок такого рівняння:

$$C\left[Se^{\upsilon\tau_1 + u\sigma\sqrt{\tau_1}}, K_c, \tau - \tau_c\right] = P\left[Se^{\upsilon\tau_1 + u\sigma\sqrt{\tau_1}}, K_p, \tau - \tau_p\right],$$

$$\upsilon = r - g - \sigma^2/2.$$

Інший спосіб оцінювання комплексних опціонів вибору, зокрема за допомогою складних числових методів, можна знайти у [92, *с. 308–310*]. Опціони вибору можуть успішно використовуватися для страхування позицій, майбутня вартість яких є непевною, а навіть цілком непередбачуваною. Тобто їх можна використовувати як спекулятивні інструменти, особливо тоді, коли сталася якась подія, наслідки якої складно передбачити. Одним із таких наслідків може бути зростання або зниження ціни базового інструменту.

Опціони вибору вперше з'явилися на строковому ринку наприкінці 80-х років минулого століття у Сполучених Штатах Америки. Особливу популярність серед американських інвесторів вони здобули у період безпосередньо перед голосуванням Конгресу США за ратифікацію зони вільної торгівлі NAFTA (North American Free Trade Agreement) у 1993 році. Багато інвесторів припускали тоді, що утворення NAFTA призведе до значного зростання цін мексиканських акцій, однак не були впевнені щодо того, чи Конгрес схвалить ратифікацію. Опціони вибору виявилися відповідними фінансовими інструментами, добре пристосованими до такої непевної ситуації [226].

Підсумовуючи, зазначимо, що для певного часу реалізації T, чим далі від моменту укладання опціонного контракту t_0 момент вибору t (а тим самим ближче до T), тим меншою буде невпевненість щодо вибору типу опціону, а тому дорожчим буде опціон вибору (нагадаємо, що опціонна премія сплачується у момент t_0). Границею цієї премії, коли t прямує до t_0, буде вища з цін (у момент t_0) опціону купівлі або опціону продажу, між якими інвестор матиме змогу вибирати. Натомість границею опціонної премії, коли t прямує до T, буде сума цін (у момент t_0) опціону купівлі та опціону продажу, між якими інвестор вибиратиме.

Опціони із запізнюючим стартом

Нагадаємо, що стандартні опціони починають діяти відразу після їхньої купівлі чи продажу. Однак існують екзотичні опціони, котрі активізуються через деякий час після їхньої купівлі чи продажу, тобто опціони із затримкою старту. Такі деривативи називаються **„опціонами із запізнюючим стартом"** (forward start options, delayed options). У літературі немає однозначного визначення цього виду деривативів. Дж. Гулл, наприклад, у своїй праці [140, *с. 441*] зазначає, що ціна виконання такого опціонного контракту зазвичай встановлюється так, щоб у перший день його існування опціон був „при грошах". Натомість Ґ. Ґастінеу вважає, що опціон із запізнюючим стартом є екзотичним опціоном лише до моменту визначення курсу його виконання, після чого він перетворюється на стандартний опціон [122, *с. 71*]. Отже, опціони із запізнюючим стартом – це опціони, які стартують у деякий наперед узгоджений момент часу, у майбутньому, з ціною виконання, що дорівнює спотовій ціні базового активу у момент активізації опціону. Іншими словами, такі опціони є у позиції „при грошах" у момент їхнього старту, однак на теперішній час їхня ціна є невідомою.

Своєю чергою, М. Онґ визначає опціон із запізнюючим стартом як право обміну на опціон з ціною виконання, встановленою у майбутньому [176, *с. 28*]. Дж. Гулл поділяє такі деривативи на два інструменти, зазначаючи, що їхнє життя розпочинається у момент встановлення ціни виконання [140, *с. 460*].

Отже, опціон із запізнюючим стартом – це опціонний контракт, який укладається у момент часу t_0, термін його дії починається пізніше, у момент часу $t_1 > t_0$, а момент погашення припадає на момент $t_2 > t_1$. У початковий момент часу t_0 визначаються усі (крім ціни виконання) параметри опціону і сплачується опціонна премія за нього. Лише ціна виконання встановлюється у момент часу t_1, причому найчастіше такою, що дорівнює актуальній ринковій ціні базового активу [45].

Функцію виплати опціонів із запізнюючим стартом європейського стилю виконання можемо описати так:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \max[S(t_2) - S(t_1), 0];$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \max[S(t_1) - S(t_2), 0],$$

де $S(t_1)$ – ринкова ціна базового інструменту у момент часу t_1;

$S(t_2)$ – ринкова ціна базового інструменту у момент часу t_2.

Позначимо через $\tau_1 = t_1 - t$ – час у майбутньому, коли опціон почне діяти, а через $\tau = t_2 - t$ – час до закінчення терміну дії опціону, $t < t_1 < t_2$. За умовами опціонного контракту у момент $t = t_1$ опціон повинен бути „при грошах", тобто його ціна виконання дорівнюватиме актуальній ринковій ціні базового активу. Саме ця умова вважається дуже важливою рисою опціонів із запізнюючим стартом.

Оскільки у момент часу t ціна виконання опціону $K = S(t_1)$ є невідомою, то визначення ціни опціону стає складнішим. Припустимо спочатку, що ціна базового активу $S(t_1)$ у момент часу t є відомою. Тоді вартість опціону із запізнюючим стартом можна визначити за класичною формулою Блека–Шоулса оцінювання стандартних європейських опціонів, виставлених на акції, що приносять дивіденди.

Підставляючи у цю формулу замість ціни виконання K значення $S(t_1)$, а замість часу до закінчення терміну дії опціону вираз $(\tau - \tau_1)$, можемо отримати прогнозовану вартість опціону із запізнюючим стартом:

– для опціонів з правом купівлі

$$c_{fst}^{pr} = S(t_1)e^{-g(\tau-\tau_1)}N(d_{1fst}) - S(t_1)e^{-r(\tau-\tau_1)}N(d_{fst}) =$$
$$= S(t_1)\left[e^{-g(\tau-\tau_1)}N(d_{1fst}) - e^{-r(\tau-\tau_1)}N(d_{fst})\right]; \qquad (4.3.4)$$

– для опціонів з правом продажу

$$p_{fst}^{pr} = S(t_1)e^{-r(\tau-\tau_1)}N(-d_{fst}) - S(t_1)e^{-g(\tau-\tau_1)}N(-d_{1fst}) =$$
$$= S(t_1)\left[e^{-r(\tau-\tau_1)}N(-d_{fst}) - e^{-g(\tau-\tau_1)}N(-d_{1fst})\right],$$

$$d_{fst} = \frac{v}{\sigma}\sqrt{\tau-\tau_1},$$

$$d_{1fst} = d_{fst} + \sigma\sqrt{\tau-\tau_1},$$

$$v = r - g - \sigma^2/2,$$

де g – ставка доходу базового активу;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

σ – змінність ціни (значення) базового активу;

$N(.)$ – функція стандартного нормального розподілу випадкової змінної.

Хоч у момент часу t ми фактично не знаємо ціни базового активу на момент часу t_1, тобто значення $S(t_1)$ є невідомим, однак нам відомо, що усі ціни мають розподіл, який описується геометричним броунівським рухом. Якщо ціна базового активу $S(t_1)$ має логарифмічно-нормальний розподіл з середнім $v\tau_1$ та дисперсією $\sigma^2\tau_1$, то можна визначити очікуване значення для $S(t_1)$, використовуючи генерувальну функцію моментів нормального розподілу. Тоді очікуване значення можна обчислити на підставі такої формули:

$$E[S(t_1)] = Se^{(r-g)\tau_1}, \tag{4.3.5}$$

де $E[S(t_1)]$ – очікуване значення (математичне сподівання) ціни базового активу $S(t_1)$;

S – ціна спот базового активу у початковий момент часу t.

Нагадаємо, що очікуване значення $E[X(t)]$ випадкової змінної $X(t)$ з густиною ймовірності $p(t)$ у неперервному часі t визначається за формулою:

$$E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} tp(t)dt.$$

Натомість у дискретному часі очікуване значення $E[X]$ випадкової змінної X у момент часу t_i визначається за іншою формулою, а саме:

$$E[X] = \sum_{i=1}^{\infty} t_i p_i,$$

де p_i – ймовірність настання події X.

Підставляючи (4.3.5) у (4.3.4) замість $S(t_1)$, отримаємо очікувану вартість опціону із запізнюючим стартом:

– для опціонів з правом купівлі

$$E\left[c_{fst}^{pr}\right] = Se^{(r-g)\tau_1}\left[e^{-g(\tau-\tau_1)}N\left(d_{1fst}\right) - e^{-r(\tau-\tau_1)}N\left(d_{fst}\right)\right]; \qquad (4.3.6)$$

– для опціонів з правом продажу

$$E\left[p_{fst}^{pr}\right] = Se^{(r-g)\tau_1}\left[e^{-r(\tau-\tau_1)}N\left(-d_{fst}\right) - e^{-g(\tau-\tau_1)}N\left(-d_{1fst}\right)\right]. \qquad (4.3.7)$$

Зважаючи на початкове припущення моделі Блека–Шоулса щодо відсутності арбітражу, можна використати підхід безризикового оцінювання опціону, який полягає у дисконтуванні його очікуваної вартості, за умови застосування відсоткової ставки без ризику. Такий підхід гарантує однакове зростання цін усіх активів згідно з тією самою відсотковою ставкою без ризику r.

Отже, можна отримати формули для оцінювання опціонів із запізнюючим стартом європейського стилю виконання, дисконтуванням очікуваних вартостей $E\left[c_{fst}^{pr}\right]$ (4.3.6) і $E\left[p_{fst}^{pr}\right]$ (4.3.7) згідно з безризиковою відсотковою ставкою r:

- для опціонів з правом купівлі

$$c_{fst} = S\left[e^{-g\tau}N\left(d_{1fst}\right) - e^{-r(\tau-\tau_1)-g\tau_1}N\left(d_{fst}\right)\right];$$

- для опціонів з правом продажу

$$p_{fst} = S\left[e^{-r(\tau-\tau_1)-g\tau_1}N\left(-d_{fst}\right) - e^{-g\tau}N\left(-d_{1fst}\right)\right].$$

Знайдемо ціну опціонів із запізнюючим стартом типу купівлі та продажу для таких вхідних даних: час до закінчення терміну дії опціону становить 1 рік, спотова ціна базового активу 50 \$, змінність 15 %, відсоткова ставка без ризику 10 %, дохідність базового активу 5 %, опціон стартує за півроку, тобто

$$S = 50\$,\ \tau = 1,\ \tau_1 = 0.50,\ r = 0.10,\ g = 0.05, \sigma = 0.15.$$

$$d_{fst} = \frac{\left(0.10 - 0.05 - 0.15^2/2\right)}{0.15}\sqrt{1-0.50} = 0.1827,$$

$$d_{1fst} = 0.1827 + 0.15\times\sqrt{1-0.50} = 0.2887,$$

$$c_{fst} = 50\left[e^{-0.05\times 1}N(0.2887) - e^{-0.10(1-0.50)-0.05\times 0.50}N(0.1827)\right] = 2.629\$,$$

$$p_{fst} = -50\left[e^{-0.05\times 1}N(-0.2887) - e^{-0.10(1-0.50)-0.05\times 0.50}N(-0.1827)\right] = 1.454\$.$$

Розглянемо інший підхід до визначення ціни опціону із запізнюючим стартом за фіксованої відсоткової ставки без ризику. Спочатку припустимо, що базовим інструментом є акція, на яку не виплачуються дивіденди. У такому разі можна скористатися формулами Блека–Шоулса оцінювання стандартних європейських опціонів, виставлених на акції, що не приносять дивідендів. Отже, оцінювання опціону купівлі можна буде здійснити за допомогою таких рівнянь:

$$c = SN(d_1) - Ke^{-r\tau}N(d_2)\,, \tag{4.3.8}$$

$$d_1 = \left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau\right] \Big/ \left(\sigma\sqrt{\tau}\right), \tag{4.3.9}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}\,. \tag{4.3.10}$$

У момент t_1 стане відомою ціна виконання, яка приймається такою, що дорівнює актуальній ринковій ціні базового активу, тобто

$$K = S(t_1)\,. \tag{4.3.11}$$

Час до моменту погашення становить

$$T = t_2 - t_1\,. \tag{4.3.12}$$

Підставляючи формули (4.3.11) та (4.3.12) у (4.3.8)–(4.3.10), отримуємо формулу для визначення ціни опціону із запізнюючим стартом типу купівлі європейського стилю виконання:

$$c_1 = S(t_1)N(d_1) - S(t_1)e^{-r(t_2-t_1)}N(d_2) = S(t_1)\left[N(d_1) - e^{-r(t_2-t_1)}N(d_2)\right],$$

$$d_1 = \left[\ln\left(\frac{S(t_1)}{S(t_1)}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(t_2 - t_1)\right] \Big/ \left(\sigma\sqrt{t_2 - t_1}\right) = \left[\left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\sqrt{t_2 - t_1}\right] \Big/ \sigma,$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t_2 - t_1} = \left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\sqrt{t_2 - t_1}\right] \Big/ \sigma\,.$$

Далі приймемо такі позначення:

S_0 – ціна базового інструменту у момент t ;

c_1 – вартість опціону купівлі із запізнюючим стартом у момент t_1 ;

c_0 – вартість опціону купівлі із запізнюючим стартом у момент t ;

p_1 – вартість опціону продажу із запізнюючим стартом у момент t_1 ;

p_0 – вартість опціону продажу із запізнюючим стартом у момент t .

Оскільки усі змінні у формулах для d_1 і d_2 відомі як у момент часу t_1, так і у момент t, і згідно з припущеннями моделі Блека–Шоулса, не змінюються протягом життя опціону, то також значення d_1 та d_2, і відповідно $N(d_1)$ та $N(d_2)$, можна легко обчислити на момент часу t .

Отже, формулу Блека–Шоулса можна записати у вигляді:

$$c_1 = S(t_1)\left[N(d_1) - e^{-r(t_2-t_1)}N(d_2)\right] = S(t_1)w\,,$$

$$w = N(d_1) - e^{-r(t_2-t_1)}N(d_2)\,,$$

причому w відома вже у момент укладання опціонного контракту t .

З метою визначення у момент t ціни опціону із запізнюючим стартом з правом купівлі, необхідно продисконтувати його значення у момент t_1 до моменту t за відсоткової ставки без ризику r, тобто:

$$c_0 = e^{-r\tau_1} E(c_1) = e^{-r\tau_1} E[S(t_1)w] = e^{-r\tau_1} wE[S(t_1)] = e^{-r\tau_1} w^{r\tau_1} S_0 = wS_0,$$

де $E(z)$ – математичне сподівання змінної z; $\tau_1 = t_1 - t$.

Як випливає з вищесказаного, вартість опціону із запізнюючим стартом типу купівлі у момент часу t дорівнюватиме вартості стандартного опціону купівлі з терміном дії $(t_2 - t_1)$, який розпочинає існування у момент часу t.

Отримані результати можна узагальнити для базового інструменту, який приносить дивіденди згідно з фіксованою ставкою доходу g. Використовуючи формули Мертона [167], можна виконати аналогічний до попереднього аналіз і одержати такі рівняння для оцінювання опціонів із запізнюючим стартом, виставлених на акції, що приносять дивіденди:

$$c_0 = e^{-g\tau_1} c'_0,$$

$$p_0 = e^{-g\tau_1} p'_0,$$

де c'_0 – ціна аналогічного стандартного опціону купівлі у позиції „при грошах” з терміном дії $(t_2 - t_1)$, який активізується у момент t;

p'_0 – ціна аналогічного стандартного опціону продажу у позиції „при грошах” з терміном дії $(t_2 - t_1)$, який активізується у момент t.

Обчислимо вартість річного опціону із запізнюючим стартом, виставленого на акції з дохідністю 5 % річних. Актуальна ціна акції становить 100 \$. Ціна опціону буде узгоджуватися через 6 місяців після підписання опціонного контракту, тобто термін дії – наступні 6 місяців. Безризикова відсоткова ставка становить 10 % річних, а змінність ціни акції у масштабі року – 20 %. Застосовуючи ті самі позначення, можна записати: $S_0 = 100$, $\sigma = 0,2$, $r = 0,1$, $g = 0,05$, $t = 0$, $t_1 = 0,5$, $t_2 = 1$. З метою використання моделі Мертона необхідно зробити такі припущення: $T = t_2 - t_1 = 0,5$, $K = S_0 = 100$. Тоді:

$$d_1 = \left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - g + \frac{\sigma^2}{2}\right)T\right] \Big/ \left(\sigma\sqrt{T}\right) =$$

$$= \left[\ln\left(\frac{100}{100}\right) + (0,1 - 0,05 + 0,5 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,5) \Big/ \left(0,2\sqrt{0,5}\right)\right] = 0,247487,$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} = 0,247487 - 0,2\sqrt{0,5} = 0,106066,$$

$$c'_0 = Se^{-gT} N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) = 100e^{-0,05\cdot 0,5} \cdot 0,597734 - 100e^{-0,1\cdot 0,5} \cdot 0,542235 = 6,7186 \$$$

$$c'_0 = Se^{-gT} N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) = 100e^{-0,05\cdot 0,5} \cdot 0,597734 - 100e^{-0,1\cdot 0,5} \cdot 0,542235 = 6,7186 \$.$$

Далі можна обчислити шукане значення ціни опціону із запізнюючим стартом типу купівлі:

$$c_0 = e^{-g\tau} c'_0 = e^{-0,05\cdot 0,5} \cdot 6,7186 = 6,5527 \$.$$

Дослідження ринку деривативів показали, що опціони із запізнюючим стартом та їхні різновиди зазвичай використовуються на ринках відсоткових деривативів у вигляді опціонів *caps* та *floors* з коротшим терміном дії, з огляду на те, що вони забезпечують дешевший спосіб хеджування (а також і спекуляції) відсоткових деривативів та інших активів, чутливих до коливань ринкових відсоткових ставок. Такі деривативи дають змогу знизити розмір опціонної премії, яку платить покупець опціону його емітенту (продавцю). Чим пізніше стартуватиме опціон із запізнюючим стартом, тим нижчу опціонну премію доведеться за нього заплатити. Причому така залежність є характерною як для опціонів з правом купівлі, так і для опціонів з правом продажу. Це пояснюється тим фактом, що у міру наближення терміну погашення ціна виконання наближатиметься до актуальної на момент погашення ціни базового активу. У зв'язку з цим потенціальний дохід власника опціону буде зменшуватися, а це означає зниження опціонної премії за такий дериватив.

Опціони типу ratchet

Опціони типу ratchet (ratchet/cliquet options), у певному сенсі, також належать до групи залежних від траєкторії опціонів. Для таких опціонів істотним є не тільки сам факт досягнення ціною базового інструменту нового екстремуму, як це було для ступінчатих опціонів, але й також момент його досягнення. Це означає, що під час укладання опціонного контракту покупець і продавець чітко визначають дати, в яких будуть здійснюватися спостереження за ціною базового інструменту. Натомість все, що діється з ціною поза узгодженими датами, не матиме жодного впливу ні на функцію виплати, ні на опціонну премію цього деривативу [50, 55].

Отже, такі деривативи частково нагадують ступінчаті і частково зворотні опціони, з огляду на те, що вони дають змогу змінювати ціну виконання під час терміну дії опціону, після його придбання покупцем. Однак у випадку опціонів типу ratchet така зміна може настати лише у певний, наперед визначений в опціонному контракті момент часу. За умовами таких опціонних контрактів ціну виконання можна замінити на актуальну ціну базового активу, але за умови, що опціон у цей момент часу перебуває у позиції „без грошей".

Механізм дії опціонів типу ratchet можна описати так: якщо на визначену в опціонному контракті дату опціон буде у позиції „без грошей", то ціна виконання замінюється на актуальну ціну базового активу. Така процедура повторюється у кожній визначеній даті. Натомість усі ціни базових активів з визначених дат, у яких опціон типу ratchet не був „без грошей", реєструються. Із зареєстрованих у такий спосіб цін вибирають екстремальне значення: для опціонів типу купівлі – найвище значення ціни базового інструменту, тоді як для опціону типу продажу – найнижче його значення. Описаний механізм діє автоматично, упродовж усього терміну дії опціону, без втручання з боку будь-якої зі сторін опціонного контракту. Отримані екстремальні значення та нова ціна виконання використовуються для обчислення доходу власника опціону.

Функцію виплати опціонів типу ratchet можемо записати у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call} = \max[S_{\max} - K_{\min}, 0] = S_{\max} - K_{\min};$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put} = \max[K_{\max} - S_{\min}, 0] = K_{\max} - S_{\min},$$

де $K_{\max}$ – остаточна ціна виконання для опціонів типу продажу;

$K_{\min}$ – остаточна ціна виконання для опціонів типу купівлі;

$S_{\max}$ – максимальна ціна з вибраних дат;

$S_{\min}$ – мінімальна ціна з вибраних дат.

Якщо порівняти опціони типу ratchet зі зворотними опціонами, то можна зауважити основну відмінність між ними, а саме: для зворотних опціонів механізм заміни стосувався тільки одного з елементів функції виплати (або ціни виконання, або поточної ціни базового активу), тоді як для опціонів типу ratchet зміни можуть стосуватися обох елементів функції виплати (і ціни виконання, і ціни базового активу). З цього випливає, що опціони типу ratchet більше нагадують опціони максимального прибутку (high-low options).

Зазначимо, що таких моментів, коли є можливою заміна ціни виконання, можна встановити більше ніж один. Це означає, що під час укладання опціонного контракту сторони встановлюють конкретні дати моніторингу ціни базового активу, в яких можливою буде заміна ціни виконання. Очевидно, що чим більше таких дат буде встановлено, тим дорожчим буде опціон типу ratchet. Для інвестора, який купує опціон такого типу, він є вигіднішим з двох причин, – по-перше, є дешевшим від інших аналогічних деривативів, зокрема ступінчатих опціонів та зворотних опціонів, а по-друге, не вимагає постійного моніторингу ціни базового активу, як у більшості залежних від траєкторії опціонів, що економить час інвестора.

Опціони на виплату

Опціони на виплату (instalment options) характеризуються двома ознаками, які відрізняють їх від стандартних опціонів. По-перше, опціонна премія за такий дериватив поділена на декілька рівних частин і сплачується покупцем через певні проміжки часу. А це означає, що емітент такого опціону надає його покупцю кредит на сплату опціонної премії. По-друге, утримувач опціону має право відмовитися від внесення чергових платежів, що означає дострокове припинення дії цього деривативу [45].

Базовими активами опціонів на виплату можуть бути будь-які інструменти, зокрема ціни товарів та сировини, курси цінних паперів, відсоткові ставки, валюти різних країн тощо. Опціони на виплату часто використовуються фінансовими менеджерами американських пенсійних фондів для хеджування портфелів активів цих фондів. Перевагою таких деривативів є деяка еластичність, у сенсі загальних витрат, пов'язаних із хеджуванням, та терміну цього хеджування. У зв'язку з цим, за несприятливих для інвестора ринкових змін або неправильних прогнозів щодо напрямку змін цін базових інструментів, є можливість знизити витрати на хеджування згаданого портфеля і припинити дію опціонного контракту без будь-яких для інвесторів негативних фінансових наслідків.

Виплата решти частин опціонної премії втрачає для власника опціону сенс тоді, коли їхня сума перевищує ринкову ціну опціону. У такій ситуації інвестор повинен закрити свою позицію в опціоні на виплату, а його втрати на позиції дорівнюватимуть сумі сплачених на цей момент частин опціонної премії. Однак ці втрати будуть нижчими, ніж у разі придбання стандартного опціону з аналогічними параметрами. У зв'язку з тим, що опціон на виплату створює для його власника додаткові вигоди, які перекладаються на прибутки або на уникнення додаткових витрат, то його повна ціна є вищою від ціни стандартного опціону, оскільки для емітента він характеризується вищим ризиком.

Опціони на виплату вважають різновидом складеного опціону, який можна трактувати як серію складених опціонів або як потік опціонів з можливістю продовження терміну їхньої дії [227, *с. 642*]. Отже, заплативши першу частину опціонної премії за такий дериватив, покупець активізує опціон на виплату на деякий проміжок часу, після закінчення якого опціон може або припинити існування, або після сплати покупцем наступної частини опціонної премії продовжити свою дію на наступний проміжок часу і т. д.

Частота і розмір чергових платежів з боку покупця опціону узгоджується між сторонами під час укладання опціонного контракту. Найчастіше на строковому ринку встановлюється загальний термін дії опціонів на виплату – річний, тоді як чергові платежі покупець повинен вносити кожні три місяці. Внаслідок встановлення такої конструкції опціону його премія буде поділена на чотири рівні частини. Якщо будь-яка з цих частин не буде вчасно сплачена утримувачем опціону, то такий дериватив автоматично припиняє свою дію, у зв'язку з чим зникають як права утримувача, так і зобов'язання емітента щодо виконання опціонної угоди. Опціони на виплату є добре пристосованими фінансовими інструментами для потреб інвесторів щодо хеджування активів на ринках з низькою ліквідністю та значними спредами цін. Завдяки інвестуванню у такі деривативи зменшуються до мінімуму витрати, пов'язані з неперервним хеджуванням акцій.

На світових строкових ринках існують також модифіковані опціони на виплату, в яких терміни внесення чергових платежів визначаються не часом, а деяким рівнем ціни, у разі досягнення якого обчислюється сума чергового платежу і настає момент його сплати [198, *с. 60*].

4.4. Моделі інших видів екзотичних опціонів

Дохід за стандартним опціоном обчислюється як різниця між ціною виконання та ціною базового інструменту у момент реалізації опціону. Тому залежність доходу від ціни базового інструменту для стандартних опціонів графічно зображається як півпряма з початком у точці з координатою на осі абсцис, яка дорівнює ціні реалізації (тоді дохід дорівнює нулю), нахилена до цієї осі під кутом 45 градусів (див. рис. 2.1.6–2.1.7). Проте немає жодних підстав, щоб ця залежність мала саме лінійний характер. Наприклад, для довгого опціону купівлі функція доходу могла б набрати такого вигляду: рис. 4.4.1 або рис. 4.4.2.

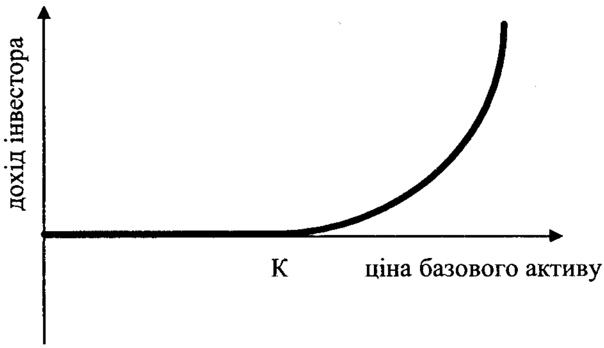

Рис. 4.4.1. Нелінійна функція доходу за довгим опціоном купівлі

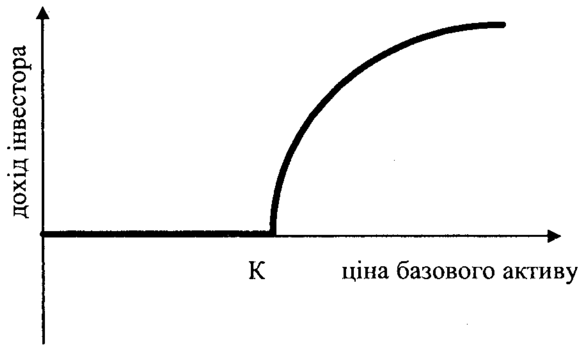

Рис. 4.4.2. Нелінійна функція доходу за довгим опціоном купівлі

Опціони з нелінійною функцією доходу

Опціони з нелінійною функцією доходу характеризуються нелінійною залежністю доходу від ціни базового активу. Отже, нелінійні опціони (nonlinear payoff options) – це опціони з нелінійною функцією кінцевого платежу, тобто такі, для котрих залежність доходу від ціни базового інструменту у момент реалізації опціону є нелінійною [50, 55]. Нелінійність може бути визначена кількома способами, наприклад, як степенева, експоненціальна, логарифмічна функція тощо [173, *с. 200–212*]. Як і стандартні опціони, нелінійні опціони можуть надавати їхньому утримувачу право на купівлю (call) від емітента або продаж (put) емітенту первинного інструменту за наперед визначеною у опціонному контракті ціною виконання. Окрім цього, у момент укладання опціонного контракту між сторонами узгоджується тип нелінійності (вид функції виплати), термін дії опціону, вид базового інструменту, термін дії опціонного контракту та стиль його реалізації – європейський чи американський.

Дослідження показали, що на практиці у функціях виплати нелінійних опціонів найчастіше використовується степенева функція. У такому разі такі похідні інструменти називають степеневими опціонами (power options). Дохід власника степеневого опціону можна визначити у двоякий спосіб:

- або як різницю між ненульовим степенем ціни (значення) базового інструменту у момент реалізації опціону та ціною виконання;
- або як ненульовий степінь самої різниці між ціною (значенням) базового інструменту у момент реалізації опціону та ціною виконання.

Оскільки у першому випадку до степеня підноситься лише ціна базового інструменту у момент реалізації опціонного контракту, то такі опціони називають *асиметричними степеневими опціонами* (asymmetric power options). У другому ж випадку до степеня підноситься власне різниця між ціною базового інструменту у момент реалізації та ціною виконання (між ціною виконання та ціною базового активу), для опціонів з правом купівлі (продажу), а тому такі опціони називають *симетричними степеневими опціонами* (symmetric power options).

Якщо показник степеня дорівнює одиниці, то як у разі асиметричних, так і у разі симетричних опціонів, такий дериватив перетворюється на стандартний опціон і втрачає ознаки нелінійності. Це означає, що стандартний опціон (vanilla option) можна визнати частковим випадком степеневого опціону. Якщо ж показник набуває значення, більші від одиниці, то степеневий опціон приносить вищий дохід, ніж аналогічний до нього стандартний опціон, а функція кінцевого платежу є опуклою. Такого типу степеневі функції, особливо для показника, що дорівнює 2 і 3, є найпоширенішими на строкових ринках. Вони дають інвестору змогу досягти вищого левериджу, а тим самим отримати кращий фінансовий результат у разі сприятливих для нього ринкових змін. Цілий клас степеневих нелінійних опціонів іноді ще називають *опціонами з додатковим левериджем* (leveraged options). Такі опціони найчастіше використовуються інституціональними інвесторами зі спекулятивною метою.

Загальний вигляд формули для кінцевого платежу *асиметричних степеневих опціонів* можемо записати, застосовуючи многочлен (поліном) n-го степеня:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}^{asn} = \max\left(\sum_{i=1}^{n} z_i S_T^i - K, 0\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}^{asn} = \max\left(K - \sum_{i=1}^{n} z_i S_T^i, 0\right),$$

де z_i – константи;

i – відмінний від нуля показник степеневої функції, $i = 1,2,...,n$;

S_T^i – актуальна ринкова ціна базового активу на момент реалізації опціону;

K – ціна виконання нелінійного опціону.

З огляду на вищесказане асиметричні степеневі опціони називають також *поліноміальними опціонами* (polynomial options). Якщо показник дорівнює одиниці, маємо справу з лінійною функцією виплати за таким деривативом. Найчастіше на практиці використовуються поліноми невисокого степеня. Найпопулярнішими серед інвесторів стали асиметричні степеневі опціони, за якими функцію виплати можемо записати у такому вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}^{asi} = \max\left(S_T^i - K, 0\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}^{asi} = \max\left(K - S_T^i, 0\right).$$

Найпоширенішими серед них є нелінійні опціони другого степеня, які ще називаються *квадратичними опціонами* (squared options). Функцію кінцевої виплати для власників квадратичних опціонів запишемо у вигляді таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}^{as2} = \max\left(S_T^2 - K, 0\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}^{as2} = \max\left(K - S_T^2, 0\right).$$

На позабіржовому ринку також часто трапляються *кубічні степеневі опціони* [85, *с. 161*], за якими дохід власника обчислюється згідно з такими формулами:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}^{as3} = \max\left(S_T^3 - K, 0\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}^{as3} = \max\left(K - S_T^3, 0\right).$$

Опціонна премія як „квадратичних опціонів", так і „кубічних опціонів" є зазвичай вищою від опціонної премії стандартних опціонів. З огляду на це, а також складну процедуру їхнього хеджування для емітентів, опціони з показником степеня, вищим від „3", трапляються на строковому ринку вкрай рідко.

Важливу роль для асиметричних степеневих опціонів відіграє показник степеневої функції i. Зазначимо, що тільки для його додатних значень монотонність описаних вище функцій кінцевого платежу, для опціонів з правом купівлі та продажу, подається аналогічно до стандартних опціонів. Це означає, що кінцева виплата є зростаючою (спадною) функцією ціни первинного інструменту у разі опціону купівлі (продажу) для $S_T > K$ ($S_T < K$).

Загальний вигляд формули кінцевої виплати для <u>*симетричних*</u> *степеневих опціонів* визначає поліном n-го степеня, який можемо записати у такому математичному вигляді:

– для опціонів з правом купівлі

$$payoff_{call}^{sym} = \max\left(\sum_{i=1}^{n} z_i (S_T - K)^i, 0\right);$$

– для опціонів з правом продажу

$$payoff_{put}^{sym} = \max\left(\sum_{i=1}^{n} z_i (K - S_T)^i, 0\right).$$

Окрім визначення потенційної суми кінцевого доходу для власника опціону, не менш важливим моментом є визначення факторів, які мають вплив на формування опціонної премії такого деривативу, тобто суми, яку сплачує покупець емітенту опціону за набуте право. Формули для оцінювання опціонів з нелінійною функцією виплати можна отримати на підставі класичної формули Блека–Шоулса для стандартних європейських опціонів купівлі [139]. Отже, ціну асиметричного степеневого опціону з правом *купівлі* європейського стилю реалізації можна обчислити за допомогою такої формули:

$$C_{as} = S^n \exp\{[(n-1)r - ng + n(n-1)\sigma^2/2]\tau\} N(d + n\sigma\sqrt{\tau}) - Ke^{-r\tau} N(d), \quad (4.4.1)$$

$$d = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - g - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau + \frac{(n-1)}{n}\ln K}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

тоді як ціна асиметричного степеневого опціону з правом *продажу* європейського стилю реалізації обчислюється на підставі такої формули:

$$P_{as} = Ke^{-r\tau} N(d) - S^n \exp\{[(n-1)r - ng + n(n-1)\sigma^2/2]\tau\} N(d + n\sigma\sqrt{\tau}), \quad (4.4.2)$$

де n – показник степеневої функції, причому $n > 0$;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

g – ставка доходу базового активу;

σ – змінність ціни (значення) базового активу;

τ – час до моменту погашення опціону;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної;

S – актуальна ринкова ціна базового активу у початковий момент часу;

K – ціна виконання опціону.

Треба зазначити, що при $n = 1$ формули (4.4.1) і (4.4.2) перетворюються на класичні формули Блека–Шоулса для оцінювання стандартних європейських опціонів типу купівлі і продажу відповідно.

Натомість оцінювання симетричних степеневих опціонів можна здійснити за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$C_{sym} = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i C_n^i S^{n-i} K^i \exp\left\{\left[(n-i-1)r - (n-1)g + (n-i)(n-i-1)\frac{\sigma^2}{2}\right]\tau\right\} \times$$

$$\times N\left[d + (n-i)\sigma\sqrt{\tau}\right];$$

– для опціонів з правом продажу

$$P_{sym} = -\sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i C_n^i S^{n-i} K^i \exp\left\{\left[(n-i-1)r - (n-1)g + (n-i)(n-i-1)\frac{\sigma^2}{2}\right]\tau\right\} \times$$

$$\times N\left[-d - (n-i)\sigma\sqrt{\tau}\right],$$

$$d = \frac{\ln(S/K) + \left(r - g - \sigma^2/2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$C_n^i = \binom{n}{i} = \dfrac{n!}{i!(n-i)!}$ – кількість комбінацій з n по i, причому $0! = 1$.

Складені опціони

Складений опціон (compound option, nested option) – це опціон, виставлений на опціон, тобто такий опціон, первинним інструментом якого є інший опціон, який називається *дочірнім* (daughter option) або базовим. Натомість опціон, який ґрунтується на іншому опціоні, називається *материнським* (mother-option) або власне складеним. Материнський опціон надає його власникові право купівлі або продажу, у наперед встановлений момент часу (європейський стиль виконання) або проміжок часу (американський стиль виконання), чітко визначеного іншого опціону, за узгодженою між сторонами ціною виконання [42, 54]. Тематикою опціонних контрактів, зокрема складених, займалися також А. Фієрла [112], І. Нелькен [171–172], Е. Бенкс [85], Дж. Гулл [140], Р. Макдональд [164], К. Равіндрен [186] та інші. Зокрема Р. Ґеске (R. Geske) показав, що ризикові цінні папери з періодичними виплатами можна оцінювати як складені опціони. У своїх дослідженнях автор здійснював оцінювання складених опціонів, використовуючи функцію багатовимірного нормального розподілу випадкових змінних. Уточнення цих формул було здійснене ним у співавторстві з Г. Джонсоном (Johnson) у 1984 році. Р. Ґеске [125] також вивів формули для визначення ціни складеного опціону в середовищі припущень Блека–Шоулса і визначив міру його чутливості. Складені опціони широко використовуються під час оцінювання американських опціонів. Р. Ролл (R. Roll), Р. Ґеске та Р. Уейлі (Whaley) розвинули відповідну формулу, що ґрунтується на складених опціонах, яку використали для визначення цін американських опціонів типу купівлі.

Відомо, що існує деяка ймовірність дострокового виконання американських опціонів типу купівлі, особливо якщо виплачувані на базовий актив дивіденди є доволі високими. На відміну від американських опціонів купівлі, завжди існує ймовірність дострокового виконання американських опціонів типу продажу, навіть тоді, коли базовий актив не приносить дивідендів. Досліджуючи американські опціони продажу як складені опціони, з метою їхнього оцінювання Р. Ґеске і Г. Джонсон у 1984 році знайшли явну аналітичну формулу, яка виражається через багатовимірні нормальні кумулятивні функції. М. Селбі у 1987 році впровадив у теорію оцінювання опціонів нове узагальнене тотожне співвідношення сум вкладених багатовимірних нормальних розподілів і використав цю тотожність для покращання швидкості і точності наближення цін як американських опціонів типу купівлі, так і продажу.

Як уже згадувалося, складений опціон – це материнський опціон, в основу якого покладено замість базового активу інший опціон, що називається дочірнім. Оскільки як материнський, так дочірній опціони можуть надавати право купівлі або продажу, то можемо виділити чотири види складених опціонів:

складений опціон типу купівлі, виставлений на опціон купівлі;

складений опціон типу купівлі, виставлений на опціон продажу;

складений опціон типу продажу, виставлений на опціон купівлі;

складений опціон типу продажу, виставлений на опціон продажу.

Окрім того, як материнський, так і дочірній опціони можуть мати або європейський, або американський стиль виконання. Отже, теоретично можна виокремити 16 різновидів складених опціонів (див. табл. 4.4.1).

Таблиця 4.4.1

Різновиди складених опціонів (щодо типу та стилю виконання)

Материнський опціон		**Дочірній опціон**		**Складений опціон**
Опціон купівлі (call – C)	Європейський стиль виконання (european – e)	Опціон купівлі (call – c)	Європейський (e)	Cece
			Американський (a)	Ceca
		Опціон продажу (put – p)	Європейський (e)	Cepe
			Американський (a)	Cepa
	Американський стиль виконання (american – a)	Опціон купівлі (call – c)	Європейський (e)	Cace
			Американський (a)	Caca
		Опціон продажу (put – p)	Європейський (e)	Cape
			Американський (a)	Capa
Опціон продажу (put – P)	Європейський стиль виконання (european – e)	Опціон купівлі (call – c)	Європейський (e)	Pece
			Американський (a)	Peca
		Опціон продажу (put – p)	Європейський (e)	Pepe
			Американський (a)	Pepa
	Американський стиль виконання (american – a)	Опціон купівлі (call – c)	Європейський (e)	Pace
			Американський (a)	Paca
		Опціон продажу (put – p)	Європейський (e)	Pape
			Американський (a)	Papa

Аналіз показує, що більшість материнських та дочірніх опціонів, що входять у конструкцію складених опціонів, які є в обігу на світовому ринку деривативів, мають європейський стиль виконання. Отже, можна розглядати чотири основні їхні різновиди. Конструкцій, в яких материнський опціон був би американського стилю виконання, практично немає на строковому ринку і вони мають суто теоретичний характер. Натомість бувають випадки, хоч і нечасто, коли дочірній опціон може мати американський стиль виконання [172, с. *129–142*].

Як і у випадку стандартного опціону, покупець складеного опціону під час укладання опціонного контракту сплачує за нього опціонну премію. Якщо у момент погашення складеного опціону τ_1 (для опціонів європейського стилю) материнський опціон буде у позиції „у грошах", то утримувач складеного опціону купівлі (або продажу) матиме змогу купити (або продати) від емітента (емітенту) опціону дочірній опціон за наперед узгодженою ціною виконання k. Якщо ж у момент погашення материнський опціон перебуватиме у позиції „без грошей", то він не буде реалізований.

Отже, складений опціон поєднує у собі елемент страхування позиції інвестора та нижчі його видатки на придбання складеного опціону (перша частина опціонної премії), порівняно зі стандартним опціоном, у ситуації, коли передбачувані події ще не настали. Фактично купівлю опціонного контракту такого типу можна трактувати як оплату інвестора за можливість придбання у майбутньому дочірнього опціону у разі, якби така необхідність виникла. Якщо виявиться, що така необхідність настала, то інвестор буде змушений сплатити другу частину опціонної премії за цим опціонним контрактом. Натомість у разі відмови інвестора від наміру придбання дочірнього опціону він не зобов'язаний сплачувати другої частини опціонної премії. Отже, опціонна премія складеного опціону складається з двох частин, перша з яких є обов'язковою, а друга – добровільною. Виплачуючи другу частину опціонної премії, яка одночасно є ціною виконання материнського опціону, інвестор отримує взамін стандартний опціон, який є дочірнім опціоном у складеному опціоні. Зрозуміло, що чим вища перша частина опціонної премії, тим нижчою буде її друга частина, і навпаки.

Складені опціони зазвичай інвестори купують з метою хеджування інвестицій, залежних від подій, щодо настання яких немає впевненості. Такі події можуть мати значний вплив на портфель активів або пасивів інвестора у разі їхнього настання. Опціон, виставлений на інший опціон, забезпечує охорону портфеля інвестора за значно нижчої опціонної премії, без укладання опціонного контракту (дочірнього), який ґрунтується на активах або пасивах згаданого портфеля, необхідність створення якого у момент придбання складеного опціону є доволі сумнівною.

Складені опціони найчастіше використовують на ринку валют та відсоткових ставок, рідше їх можна зустріти на ринку цінних паперів [85, *с. 152*]. Функцію кінцевої виплати для власника складеного опціону запишемо у такому вигляді:

– для опціону купівлі, виставленого на опціон купівлі

$$payoff_{Cc} = \max\left(c_{\tau_1} - k, 0\right);$$

– для опціону купівлі, виставленого на опціон продажу

$$payoff_{Cp} = \max(p_{\tau_1} - k, 0);$$

– для опціону продажу, виставленого на опціон купівлі

$$payoff_{Pc} = \max(k - c_{\tau_1}, 0);$$

– для опціону продажу, виставленого на опціон продажу

$$payoff_{Pp} = \max(k - p_{\tau_1}, 0),$$

де c_{τ_1} – ринкова ціна дочірнього опціону типу купівлі у момент τ_1;

p_{τ_1} – ринкова ціна дочірнього опціону типу продажу у момент τ_1.

Ціни дочірніх опціонів європейського стилю виконання можемо визначити за допомогою таких формул:

– для опціонів з правом купівлі

$$c_{\tau_1} = S(\tau_1)e^{-g(\tau-\tau_1)}N\{d_{1bs}[S(\tau_1)]\} - Ke^{-r(\tau-\tau_1)}N\{d_{bs}[S(\tau_1)]\};$$

– для опціонів з правом продажу

$$p_{\tau_1} = -S(\tau_1)e^{-g(\tau-\tau_1)}N\{-d_{1bs}[S(\tau_1)]\} + Ke^{-r(\tau-\tau_1)}N\{-d_{bs}[S(\tau_1)]\},$$

$$d_{bs}[S(\tau_1)] = \frac{\ln[S(\tau_1)/K] + (r - g - \sigma^2/2)(\tau - \tau_1)}{\sigma\sqrt{\tau - \tau_1}},$$

$$d_{1bs}[S(\tau_1)] = d_{bs}[S(\tau_1)] + \sigma\sqrt{\tau - \tau_1},$$

де K – ціна виконання дочірнього опціону;

$S(\tau_1)$ – ринкова ціна (значення) базового активу дочірнього опціону у момент τ_1;

τ – час до погашення дочірнього опціону;

τ_1 – час до погашення материнського опціону, причому $\tau_1 < \tau$;

g – ставка доходу базового активу дочірнього опціону;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

σ – змінність ціни (значення) базового активу дочірнього опціону;

$N(.)$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної.

Ціну базового активу дочірнього опціону у момент τ_1 у середовищі припущень моделі Блека–Шоулса можемо визначити за допомогою такої формули:

$$S(\tau_1) = S\exp[(r - g - \sigma^2/2)\tau_1 + \sigma z(\tau_1)],$$

де S – ціна спот базового активу дочірнього опціону у початковий момент часу $\tau = 0$; $z(\tau_1)$ – стандартний процес Гаусса–Вінера.

Оцінювання складеного опціону є доволі складною справою, оскільки його вартість обчислюється поетапно. Вона залежить від ціни його первинного інструменту, яким є дочірній опціон. Вартість останнього, своєю чергою, залежить від іншого базового інструменту. Формули для обчислення цін складених опціонів різних типів можна одержати, модифікуючи формулу (31.6) П. Занга [227, *с. 610*]. Отже, отримуємо чотири формули для визначення цін складених опціонів різних типів європейського стилю виконання:

– складений опціон купівлі, виставлений на опціон купівлі

$$C_c = Se^{-g\tau}N\left\{\left[y+\sigma\sqrt{\tau}\right], d_1(\tau), \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau}}\right\} - Ke^{-r\tau}N\left\{y, d(\tau), \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau}}\right\} - ke^{-r\tau_1}N(y);$$

– складений опціон купівлі, виставлений на опціон продажу

$$C_p = -Se^{-g\tau}N\left\{-\left[y+\sigma\sqrt{\tau}\right], -d_1(\tau), \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau}}\right\} + Ke^{-r\tau}N\left\{-y, -d(\tau), \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau}}\right\} - ke^{-r\tau_1}N(y);$$

– складений опціон продажу, виставлений на опціон купівлі

$$P_c = Se^{-g\tau}N\left\{-\left[y+\sigma\sqrt{\tau}\right], d_1(\tau), -\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau}}\right\} + Ke^{-r\tau}N\left\{-y, d(\tau), -\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau}}\right\} + ke^{-r\tau_1}N(-y);$$

– складений опціон продажу, виставлений на опціон продажу

$$P_p = -Se^{-g\tau}N\left\{\left[y+\sigma\sqrt{\tau}\right], -d_1(\tau), -\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau}}\right\} - Ke^{-r\tau}N\left\{y, -d(\tau), -\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau}}\right\} + ke^{-r\tau_1}N(-y),$$

$$y = \frac{\ln[S(\tau_1)/S] - (r-g-\sigma^2/2)\tau_1}{\sigma\sqrt{\tau_1}},$$

$$d(\tau) = \frac{\ln(S/K) + (r-g-\sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_1(\tau) = d(\tau) + \sigma\sqrt{\tau},$$

де k – ціна виконання материнського опціону;

$N\{a, b, \rho\}$ – кумулятивна функція двовимірного нормального розподілу з верхніми межами a і b та коефіцієнтом кореляції ρ.

Інший підхід до оцінювання складених опціонів пропонує Дж. Гулл [140, *с. 460–461*]. Згідно з цим підходом ціну складених опціонів можна обчислити, використовуючи такі рівняння:

$$c_c = Ke^{-qT_2}\cdot M\left[a_1, b_1; \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] - X_2e^{-rT_2}\cdot M\left[a_2, -b_2; \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] - X_1e^{-rT_1}\cdot N(a_2),$$

$$c_p = -Ke^{-qT_2}\cdot M\left[-a_1, -b_1; \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] + X_2e^{-rT_2}\cdot M\left[-a_2, -b_2; \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] - X_1e^{-rT_1}\cdot N(-a_2),$$

$$p_c = -Ke^{-qT_2}\cdot M\left[-a_1, b_1; -\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] + X_2e^{-rT_2}\cdot M\left[-a_2, b_2; -\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] + X_1e^{-rT_1}\cdot N(-a_2),$$

$$p_p = Ke^{-qT_2} \cdot M\left[a_1, -b_1; -\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] - X_2 e^{-rT_2} \cdot M\left[a_2, -b_2; -\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] + X_1 e^{-rT_1} \cdot N(a_2),$$

$$a_1 = \left[\ln\left(\frac{K}{K^*}\right) + \left(r - q + 0{,}5s^2\right)T_1\right] / \left(s\sqrt{T_1}\right),$$

$$a_2 = a_1 - s\sqrt{T_1}\ ,$$

$$b_1 = \left[\ln\left(\frac{K}{X_2}\right) + \left(r - q + 0{,}5s^2\right)T_2\right] / \left(s\sqrt{T_2}\right),$$

$$b_2 = b_1 - s\sqrt{T_2}\ ,$$

де c_c – ціна опціону купівлі на опціон купівлі у момент $T_0 = 0$;

c_p – ціна опціону купівлі на опціон продажу у момент $T_0 = 0$;

p_c – ціна опціону продажу на опціон купівлі у момент $T_0 = 0$;

p_p – ціна опціону продажу на опціон продажу у момент $T_0 = 0$;

X_2 – ціна реалізації дочірнього опціону;

T_2 – тривалість часу до моменту погашення дочірнього опціону;

r – відсоткова ставка без ризику;

q – дохідність базового активу;

K – актуальна ціна базового активу;

s – змінність ціни базового активу;

$N(a)$ – дистрибуанта нормального розподілу випадкової змінної a.

Причому K^* – це так звана критична ціна первинного інструменту у момент T_1, для якого ціна дочірнього опціону у момент T_1 становить X_1 (відношення реальної ціни інструменту в T_1 до K^* вирішує те, чи материнський опціон буде у момент часу T_1 у позиції „у грошах” і буде у зв'язку з цим реалізований), $M(a, b; k)$ – значення дистрибуанти нормального розподілу двох стандартизованих змінних: це ймовірність того, що перша змінна буде меншою від a, а друга меншою від b, причому коефіцієнт кореляції між a і b становить k.

Як видно із вищесказаного, складений опціон має дві ціни виконання і два терміни погашення, по одному для материнського та дочірнього опціонів. Формули для обчислення ціни складеного опціону можна також знайти у [125, *с. 1511–1524* та 164, *с. 458–459*].

Враховуючи різноманітність базових активів, дочірні опціони можуть виставлятися на різні валютні курси, ціни товарів, курси акцій, відсоткові ставки, фондові індекси тощо. Це означає, що на строковому ринку трапляються валютні (currency compound options), товарні (commodity compound options), акційні (equity compound options) та відсоткові складені опціони (interest-rate compound options) тощо. На підставі виконаного аналізу можна визначити фактори впливу на ціни складених опціонів, залежно від типу дочірнього опціону (див. табл. 4.4.2).

Таблиця 4.4.2

Фактори впливу на ціну складеного опціону

Фактори/вид базового активу дочірнього опціону	*Відсотковий опціон*	*Валютний опціон*	*Акційний опціон*	*Індексний опціон*	*Товарний опціон*
ступінь корисності базового активу дочірнього опціону					+
ставка доходу базового активу			+	+	
відсоткова ставка без ризику за кордоном		+			
відсоткова ставка без ризику у країні	+	+	+	+	+
ціна (значення) базового активу дочірнього опціону	+	+	+	+	+
ціна виконання складеного опціону	+	+	+	+	+
ціна виконання дочірнього опціону	+	+	+	+	+
змінність ціни (значення) базового активу дочірнього опціону	+	+	+	+	+
термін дії дочірнього опціонного контракту	+	+	+	+	+
термін дії складеного опціону	+	+	+	+	+
частота можливості виконання дочірнього опціону	+	+	+	+	+
частота можливості виконання складеного опціону	+	+	+	+	+
тривалість періоду між сплатою першої та другої частини премії	+	+	+	+	+
величина другої частини опціонної премії	+	+	+	+	+

Як видно із табл. 4.4.2, порівняно зі стандартними опціонами для складених опціонів з'являються три додаткові фактори впливу, а саме частота можливості реалізації материнського опціону, проміжок часу між внесенням покупцем опціону першої і другої частин преміальної оплати та розмір другої частини опціонної премії, яка є добровільною.

Розглянемо приклад застосування складеного опціону на практиці. Припустимо, що виробник сподівається підписати через місяць угоду на виробництво певної продукції, у зв'язку з чим потребуватиме деякої кількості сировини. Однак він не має впевненості ні у тому, що така угода буде підписана, ні у тому, що ціна сировини залишиться незмінною. А тому виробник не купує сировини у цей момент часу.

Найкращим виходом у такій ситуації є придбання складеного опціону типу купівлі, виставленого на базовий опціон з правом придбання деякої кількості сировини за визначеною ціною з терміном реалізації, який настає рівно через місяць. Якщо угода на виробництво продукції буде підписана, то виробник, заплативши другу частину опціонної премії, отримає право на реалізацію базового опціону на придбання сировини за фіксованою ціною. У протилежному випадку – виробник може відмовитися від купівлі базового опціону, а тим самим заощадить деяку грошову суму, що дорівнюватиме другій частині опціонної премії. Очевидно, що для забезпечення своєї позиції інвестор міг би придбати стандартний опціон з правом купівлі сировини, однак така стратегія була б для нього дорожчою, оскільки він був би зобов'язаний сплатити повну суму опціонної премії такого деривативу. Застрахувати свою позицію виробник може також, використовуючи інші види екзотичних опціонів.

Треба зазначити, що як материнський, так і дочірній опціони не обов'язково повинні бути стандартного типу. Вони можуть відрізнятися між собою і набирати форму будь-якого з екзотичних опціонів, у різноманітних комбінаціях. Наприклад, складені опціони дуже часто застосовують у поєднанні з бар'єрними опціонами, утворюючи спільну екзотичну конструкцію, яку називають складеним опціоном зі спусковим механізмом або складеним опціоном зі спуском (trigger compound option). Як уже згадувалося раніше, існують чотири основні види бар'єрних опціонів, а саме опціони з активізаційним бар'єром (бар'єром входу), розміщеним угорі, з активізаційним бар'єром внизу, з дезактивізаційним бар'єром (бар'єром виходу) угорі та опціони з дезактивізаційним бар'єром внизу. Після поєднання таких деривативів з конструкцією складеного опціону можна отримати 16 різновидів складених опціонів зі спуском (див. табл. 4.4.3).

Таблиця 4.4.3

Різновиди складених опціонів зі спуском (щодо типу та розміщення бар'єра)

Материнський опціон	Дочірній опціон	Місце розташування бар'єра	Активізаційний/ дезактивізаційний бар'єр	Складений опціон зі спуском
Опціон купівлі (call – C)	Опціон купівлі (call – c)	Верх – в	Активізаційний – а	Ccва
			Дезактивізаційний – д	Ccвд
		Низ – н	Активізаційний – а	Ccна
			Дезактивізаційний – д	Ccнд
	Опціон продажу (put – p)	Верх – в	Активізаційний – а	Cрва
			Дезактивізаційний – д	Cрвд
		Низ – н	Активізаційний – а	Cрна
			Дезактивізаційний – д	Cрнд
Опціон продажу (put – P)	Опціон купівлі (call – c)	Верх – в	Активізаційний – а	Pcва
			Дезактивізаційний – д	Pcвд
		Низ – н	Активізаційний – а	Pcна
			Дезактивізаційний – д	Pcнд
	Опціон продажу (put – p)	Верх – в	Активізаційний – а	Pрва
			Дезактивізаційний – д	Pрвд
		Низ – н	Активізаційний – а	Pрна
			Дезактивізаційний – д	Pрнд

Складені опціони зі спуском відрізняються від звичайних складених опціонів тим, що їхній базовий інструмент повинен додатково досягти рівня активізаційного бар'єра, щоб цей дериватив можна було реалізувати (для опціонів з активізаційним бар'єром), або досягти дезактивізаційного бар'єра (для опціонів з дезактивізаційним бар'єром), щоб він перестав існувати.

У розглянутому вище прикладі, якщо виробник придбає складений опціон зі спуском з активізаційним бар'єром, то після сплати другої частини опціонної премії він отримає право на реалізацію цього деривативу, однак за умови, що ціна сировини досягне встановленого раніше рівня бар'єра. Натомість у разі придбання деривативу з дезактивізаційним бар'єром, за тих самих умов, виробник не матиме змоги реалізувати своїх прав, оскільки складений опціон зі спуском дезактивізується після досягнення ціною базового активу (у нас сировини) встановленого в опціонному контракті рівня бар'єра.

Критерієм вибору між звичайним складеним опціоном та складеним опціоном зі спуском повинна бути ймовірність досягнення базовим інструментом активізаційного чи дезактивізаційного бар'єра, залежно від потреб інвестора. Чим вищі шанси на досягнення активізаційного бар'єра, тим вищою буде схильність інвестора, який хеджує свої позиції, до заміни звичайного складеного опціону на дешевший від нього складений опціон зі спуском. У протилежному випадку, коли зростає ймовірність досягнення базовим інструментом дезактивізаційного бар'єра, інвестор вибере для себе дорожчий звичайний складений опціон, який забезпечить йому вищі шанси страхування від ризику.

Однак на практиці інвестори не завжди керуються лише цінами деривативів, хеджуючи свої позиції. Іноді забезпечення власної позиції від евентуального ризику є важливішим, ніж заощаджені на придбанні того, а не іншого деривативу кошти, оскільки втрати на позиції у разі дуже несприятливих раптових ринкових змін можуть у багато разів перевищувати заощаджені кошти. А тому інвестори будуть шукати певніших інструментів, які б до мінімуму редукували ризик. Натомість спекулянти, які професійно займаються грою на фінансових ринках, та арбітражери, які заробляють на невеликих різницях цін за дуже великих обсягах оборотів, можуть ефективніше використовувати описані похідні інструменти.

Опціони типу Boston

Boston options – це опціони з нульовими початковими витратами. Їх ще називають опціонами called break forwards. Оскільки початкові витрати, пов'язані з придбанням опціонів boston, дорівнюють нулеві, то покупець може купити їх без сплати будь-якої наперед визначеної опціонної премії. На відміну від більшості інших опціонів, котрі характеризуються невід'ємним доходом незалежно від поведінки ціни (значення) базового активу на момент погашення опціону (або під час його дії), опціони boston передбачають від'ємний дохід для їхнього утримувача, якщо ринкова ціна базового активу у момент погашення опціону буде нижчою від страйкової ціни. Це означає, що утримувач опціону буде зобов'язаний сплатити емітенту цього деривативу різницю між згаданими цінами.

Функцію виплати опціону boston можемо записати у такому математичному виразі:

$$payoff = \max[S(\tau) - F, 0] + (F - K), \tag{4.4.3}$$

де F – форвардна ціна базового активу;

K – ціна виконання (страйкова ціна) опціону;

$S(\tau)$ – ціна спот базового активу у момент погашення опціону τ.

З (4.4.3) випливає, що опціони типу boston можна трактувати як портфель, що складається з двох фінансових інструментів:

- простого опціону на спред з правом купівлі з нульовою ціною виконання, виставленого на спред ціни базового активу у момент погашення опціону та спотової ціни форварду;
- форвардної ціни готівки (forward cash).

Першу частину (4.4.3) можна розглядати як опціон купівлі зі страйковою ціною F. Тому теоретичну ціну опціону типу boston можна обчислити як суму:

- ціни опціону купівлі з ціною виконання F;
- поточної вартості форвардної готівки $F - K < 0$.

Отже, формула для оцінювання опціонів boston матиме такий вигляд:

$$BOP = C_{bs}(S, F, \sigma, r, g, \tau) + e^{-r\tau}(F - K), \tag{4.4.4}$$

$$C_{bs}(S, F, \sigma, r, g, \tau) = Se^{-g\tau} N[d_{1bs}(S, F)] - Ke^{-r\tau} N[d_{bs}(S, F)],$$

$$d_{bs}(S, F) = \frac{\ln\left(\frac{S}{F}\right) + \left(r - g - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{1bs}(S, F) = d_{bs}(S, F) + \sigma\sqrt{\tau},$$

де $C_{bs}(S, F, \sigma, r, g, \tau)$ – формула Блека–Шоулса визначення ціни стандартного європейського опціону купівлі з ціною виконання F.

Встановлюючи початкову вартість опціону boston такою, що дорівнює нулеві, тобто $BOP = 0$, можна розв'язати попереднє рівняння і знайти вираз для визначення страйкової ціни такого опціону, який матиме такий вигляд:

$$K = F - e^{-r\tau} C_{bs}(S, F, \sigma, r, g, \tau),$$

де всі позначення такі, як у попередніх формулах.

Опціони типу capped call, floor put і collar або гібридні опціони

Гібридні опціони (hybrid options) – це портфелі, які можуть складатися зі стандартних опціонів, відповідних базових інструментів та готівки. А тому для визначення їхньої ціни можна використовувати відомі методи обчислення цін стандартних опціонів. З огляду на це гібридні опціони не завжди зараховують до класу екзотичних опціонів.

Відомо, що стандартні опціони характеризуються двома основними рисами. По-перше, витрати, пов'язані з їхнім придбанням (опціонна премія), є наперед відомими і фіксованими. По-друге, стандартні опціони теоретично передбачають необмежений потенційний дохід власника цього деривативу. Зважаючи на це, стандартні опціони є порівняно дорогими похідними інструментами, що часто відлякує потенційних інвесторів від придбання таких деривативів. З іншого боку, емітенти не можуть знизити опціонної премії, з огляду на можливість евентуального зазнавання необмежених втрат у зв'язку з другою характерною рисою цих деривативів. Якщо ж потенційний покупець опціону готовий відмовитися від частини евентуального доходу, встановлюючи його верхню межу, то виникає можливість зниження опціонної премії такого деривативу.

Саме у такий спосіб з'явилися три нові різновиди відсоткових похідних інструментів, які назвали опціонами типу capped call, floor put і collar [227, с. 587].

Опціон типу capped call або просто cap є угодою (аналогічною до опціону типу call) між продавцем і покупцем опціону cap, з якої випливає, що у разі зростання ринкової відсоткової ставки понад узгоджений між сторонами максимальний рівень продавець компенсує власнику опціону cap різницю: або між ринковою відсотковою ставкою та ставкою виконання, або між узгодженою максимальною відсотковою ставкою і ставкою виконання. Причому вибирають менше з двох значень, що означає обмеження потенційного доходу для власника опціону та витрат для його емітента, внаслідок чого знижується опціонна премія опціону типу cap, порівняно з опціонною премією стандартного опціону купівлі. Треба зазначити, що у момент укладання опціонного контракту типу „cap", окрім терміну його дії, ставки виконання та максимальної відсоткової ставки, між сторонами також узгоджується деяка номінальна грошова сума, на яку під час кінцевого розрахунку за опціоном множиться отримане значення відсоткової ставки. Повна назва цих деривативів – capped call – у дослівному перекладі означає опціони купівлі з обмеженим зверху доходом.

На формування ціни опціону cap впливають різні зовнішні чинники, зокрема:

– передбачувана величина змінності ринкових відсоткових ставок – чим вищою змінністю характеризуються відсоткові ставки, тим складніше передбачити їхній майбутній рівень, що, своєю чергою, впливає на зростання ціни опціонного контракту cap;

– поточний рівень відсоткових ставок – ціна опціону cap знижується разом із збільшенням різниці між актуальним рівнем відсоткової ставки та встановленою ставкою виконання опціону;

– номінальна сума капіталу, яку закладено в угоді – чим більша її величина, тим вищою буде ціна опціону, оскільки зростає потенційна сума доходу утримувача опціону і відповідно підвищується ризик для емітента опціону;

– тривалість (термін дії) угоди – ціна опціону зростає разом з тривалістю періоду, на який укладено опціонну угоду типу cap.

Продавець опціону cap розраховує на зниження рівня відсоткової ставки нижче від встановленої ставки виконання, завдяки чому він одержить дохід, який дорівнює отриманій від покупця опціонній премії. Натомість у разі зростання відсоткової ставки понад обумовлену в угоді ставку виконання продавець опціону cap зазнає втрат, які залежатимуть від величини цього зростання. Однак ці втрати будуть обмеженими, з огляду на встановлення максимального рівня відсоткової ставки, який враховується під час обчислення кінцевої суми виплати для утримувача опціону. Математично функцію доходу утримувача опціону capped call можемо записати у такому вигляді:

$$payoff = \max\{\min[S(\tau), Cap] - K, 0\}, \qquad (4.4.5)$$

де K – ставка виконання опціону;

Cap – фіксований максимум відсоткової ставки („шапочка");

$S(\tau)$ – ринкова відсоткова ставка у момент погашення опціону τ.

Функція доходу (4.4.5) нагадує функцію доходу стандартного опціону купівлі, в якій замість актуальної ціни спот базового активу у момент погашення опціону використовується менше з двох значень: ринкової відсоткової ставки $S(\tau)$ та верхнього обмеження відсоткової ставки Cap. Формулу (4.4.5) можемо також записати в іншому вигляді:

$$payoff = \max[S(\tau) - K, 0] - \max[S(\tau) - Cap, 0]. \qquad (4.4.6).$$

Формула (4.4.6) показує, що функція виплати опціону capped call є функцією виплати різниці між двома стандартними опціонами купівлі, перший з яких має ціну виконання K, а другий – ціну виконання Cap. Зважаючи на те, що функція виплати опціону capped call дорівнює різниці між функціями виплат двох стандартних європейських опціонів з різними цінами виконання, теоретичну ціну опціону capped call можна, за аналогією, обчислити як різницю між цінами згаданих вище стандартних опціонів. Отже, ціну опціону capped call обчислюємо на підставі такого виразу:

$$CC = C_{bs}(S, K, \sigma, r, g, \tau) - C_{bs}(S, Cap, \sigma, r, g, \tau), \qquad (4.4.7)$$

$$C_{bs}(S, X, \sigma, r, g, \tau) = Se^{-g\tau} N[d_{1bs}(S, X)] - Ke^{-r\tau} N[d_{bs}(S, X)],$$

$$d_{bs}(S, X) = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - g - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{1bs}(S, X) = d_{bs}(S, X) + \sigma\sqrt{\tau},$$

де $C_{bs}(S, X, \sigma, r, g, \tau)$ – формула Блека–Шоулса для визначення ціни стандартного опціону купівлі європейського стилю реалізації з ціною виконання X;

X – змінна, замість якої підставляємо або K, або Cap;

S – ринкова відсоткова ставка у початковий момент часу;

σ – змінність відсоткової ставки;

r – фіксована відсоткова ставка без ризику;

g – дохідність відсоткової ставки;

τ – період часу до погашення опціону;

$N[.]$ – функція стандартизованого нормального розподілу випадкової змінної.

У разі встановлення максимально високого фіксованого рівня відсоткової ставки, тобто $Cap \to \infty$, від'ємник у різниці (4.4.7) прямує до нуля, тобто $C_{bs}(S, Cap, \sigma, r, g, \tau) \to 0$, а ціна опціону capped call наближається до ціни стандартного опціону купівлі європейського стилю реалізації.

На строковому ринку є в обігу також опціони з обмеженням знизу, які називаються опціонами типу ***floored put*** або просто ***floor***. Однак такий опціон, на противагу до попереднього, дає право його утримувачу на продаж базового активу. Повна назва такого деривативу – floored put, що означає опціон продажу з обмеженням знизу. Отже, опціонний контракт типу floor (у дослівному перекладі – „підлога") є протилежністю до опціонних контрактів типу cap. В опціонному контракті floor визначається ставка виконання опціону, тривалість зобов'язань продавця, граничне (мінімальне) значення відсоткової ставки, нижче від якої продавець не має обов'язку виплачувати відсотків з капіталу, і номінальна сума капіталу, яка враховується під час обчислення кінцевої виплати доходу власника опціону. Сума відсотків обчислюється згідно з відсотковою ставкою, яка є різницею: або між ставкою виконання і актуальним значенням відсоткової ставки, або між ставкою виконання і граничним значенням відсоткової ставки, обумовленим в опціонному контракті floor.

Продавець опціону floor розраховує на зростання відсоткової ставки. Якщо його сподівання здійсняться, то його дохід дорівнюватиме сумі опціонної премії, яку заплатив покупець за придбаний опціон floor. У протилежному випадку, якщо відсоткова ставка знижуватиметься, то емітент опціону floor зазнає втрат. Розмір цих втрат залежатиме від того, як сильно зміниться відсоткова ставка, однак буде обмеженим встановленим фіксованим мінімумом відсоткової ставки. Функцію виплати для власника опціону типу floor опишемо так:

$$payoff = \max\{K - \max[S(\tau), Floor], 0\}, \tag{4.4.8}$$

де K – ставка виконання опціону;

$Floor$ – фіксований мінімум відсоткової ставки;

$S(\tau)$ – ринкова відсоткова ставка у момент погашення опціону τ.

За аналогією до аналізу функції виплати опціону capped call функцію виплати опціону floored put можна трактувати як функцію виплати стандартного опціону продажу європейського стилю виконання, в якому актуальну ціну базового активу на момент погашення опціону замінюємо на більше з двох значень: або ринкової відсоткової ставки $S(\tau)$, або мінімального рівня відсоткової ставки $Floor$. Формулу (4.4.8) можемо записати також в іншому вигляді:

$$payoff = \max[K - S(\tau), 0] - \max[Floor - S(\tau), 0]. \tag{4.4.9}$$

Як видно з останньої формули, виплата за опціоном floored put дорівнює різниці між виплатою стандартного опціону продажу з ціною виконання K та стандартного опціону продажу з ціною виконання $Floor$. Оскільки дохід опціону floored put є різницею доходів двох стандартних опціонів продажу зі страйковими цінами K і $Floor$, то ціну опціону floored put можна обчислити як різницю цін згаданих вище стандартних опціонів продажу, тобто:

$$FP = P_{bs}(S, K, \sigma, r, g, \tau) - P_{bs}(S, Floor, \sigma, r, g, \tau), \qquad (4.4.10)$$

$$P_{bs}(S, Y, \sigma, r, g, \tau) = Ke^{-r\tau} N[-d_{bs}(S, Y)] - Se^{-g\tau} N[-d_{1bs}(S, Y)],$$

$$d_{bs}(S, Y) = \frac{\ln\left(\frac{S}{Y}\right) + \left(r - g - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{1bs}(S, Y) = d_{bs}(S, Y) + \sigma\sqrt{\tau},$$

де $P_{bs}(S, Y, \sigma, r, g, \tau)$ – формула Блека–Шоулса для оцінювання стандартних опціонів продажу європейського стилю реалізації з ціною виконання Y;

Y – змінна, замість якої підставляємо або K, або $Floor$.

Як випливає з (4.4.10), ціна опціону floored put наближається до ціни стандартного опціону продажу, якщо від'ємник у правій частині (4.4.10) прямує до нуля, тобто $P_{bs}(S, Floor, \sigma, r, g, \tau) \to 0$, тобто тоді, коли мінімальна відсоткова ставка наближається до нуля, $Floor \to 0$.

Коли інвестор вже придбав опціон типу cap з високою ціною виконання, популярною є стратегія одночасного продажу опціону типу floor, який має нижчу ставку виконання, ніж опціон cap. Така стратегія називається „коридором (collar) у довгій позиції" або „long-range forward". Обернена стратегія називається „коридором у короткій позиції" або „short-range forward" і полягає у купівлі опціону типу floor з низькою ставкою виконання та продажу опціону типу cap з високою ставкою виконання [140, *с. 435*].

Опціони ***collar*** купують зазвичай з метою зниження витрат, пов'язаних з придбанням опціону cap. Якщо покупець опціону cap одночасно є продавцем опціону floor, то у такому разі його витрати будуть нижчими, ніж при інвестиції лише в похідні інструменти типу cap. Заплативши за опціон cap опціонну премію, він одночасно отримує опціонну премію за проданий опціон floor. У такий спосіб інвестор, який позичає грошові засоби, має гарантовану відсоткову ставку, що лежить між верхньою границею, встановленою опціоном cap та нижньою границею, визначеною опціоном floor. Загальні витрати такої стратегії залежать від вартості кожного з цих похідних інструментів, які, своєю чергою, залежать від ставок виконання обох опціонів. Однак тут діють два правила. По-перше, вартість опціону cap зменшується разом зі зростанням ставки виконання, оскільки знижується сума потенційного доходу для утримувача такого деривативу. По-друге, вартість опціону floor збільшується разом із підвищенням ставки виконання, що пов'язано із підвищенням суми потенційного доходу для утримувача опціону floor. Отже, можна встановити такі ставки виконання для похідних інструментів типу cap і floor, що використовуються для побудови опціонного контракту типу collar, що загальні витрати такої стратегії будуть нульовими або близькими до нуля. Така стратегія називається „безвитратним коридором".

Опціони collar (фіксований мінімум і максимум відсоткової ставки) набули популярності, особливо на біржах, починаючи з 1997 року. Функцію виплати таких опціонів можемо записати у такому вигляді:

$$payoff = \min\{\max[S(\tau), K_1], K_2\}, \qquad (4.4.11)$$

де K_1 – нижній рівень відсоткової ставки;

K_2 – верхній рівень відсоткової ставки, причому $0 < K_1 < K_2$;

$S(\tau)$ – поточна відсоткова ставка у момент погашення опціону τ.

Функція виплати опціону collar подібна до функції виплати різниці між двома стандартними опціонами купівлі (call) з різними страйковими цінами. Фактично функція виплати (4.4.11) є еквівалентною до такої функції:

$$payoff1 = \max[S(\tau) - K_1, 0] - \max[S(\tau) - K_2, 0] + K_1,$$

$$payoff1 = \max[S(\tau) - K_1, 0] - \max[S(\tau) - K_2, 0] + K_1. \qquad (4.4.12)$$

Вираз (4.4.12) показує, що опціон collar можна розглядати як портфель, що складається з довгої позиції в опціоні купівлі з нижньою страйковою ціною K_1, короткої позиції в опціоні купівлі з верхньою страйковою ціною K_2 та довгої позиції у форвардному контракті з ціною K_1. Отже, опціон collar є різницею двох опціонів купівлі плюс форвардний контракт.

Згідно із стандартним методом оцінювання опціонів теоретичну ціну опціону collar можна обчислити за допомогою такої формули:

$$COLP = C_{bs}(S, K_1, \sigma, r, g, \tau) - C_{bs}(S, K_2, \sigma, r, g, \tau) + K_1 e^{-rt}, \qquad (4.4.13)$$

$$C_{bs}(S, Z, \sigma, r, g, \tau) = Se^{-g\tau} N[d_{1bs}(S, Z)] - Ke^{-r\tau} N[d_{bs}(S, Z)],$$

$$d_{bs}(S, Z) = \frac{\ln\left(\frac{S}{Z}\right) + \left(r - g - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_{1bs}(S, Z) = d_{bs}(S, Z) + \sigma\sqrt{\tau},$$

де $C_{bs}(S, Z, \sigma, r, g, \tau)$ – формула Блека–Шоулса для визначення ціни стандартного опціону купівлі європейського стилю реалізації з ціною виконання Z;

Z – змінна, яка може набувати значення K_1 або K_2.

Окрім описаної вище стратегії безвитратного коридору, існують інші стратегії, серед яких на увагу заслуговують:

1. „Асиметричний коридор", в якому опціони виставляються на різні номінали (або кількість базового інструменту). Така стратегія має два варіанти:

– продаж опціону купівлі (call) і одночасна купівля опціону продажу (put), з метою страхування від зростання курсу базового інструменту;

– купівля опціону купівлі (call) і одночасний продаж опціону продажу (put), з метою страхування від зниження курсу базового інструменту.

В обох стратегіях ціни виконання встановлюються так, щоб отримана опціонна премія за один опціон повністю покривала витрати, пов'язані з придбанням другого опціону. Різниця, порівняно з класичним „безвитратним коридором", полягає у тому, що номінали обох опціонів є різними.

2. „Бар'єрний коридор" – це класична стратегія „безвитратного коридору", до якого додається дезактивізаційний бар'єр (так званий бар'єр виходу). Стратегія „бар'єрного коридору" полягає у:

– продажу опціону купівлі (для страхування від зростання курсу базового інструменту) та купівлі опціону продажу з верхнім бар'єром виходу „up-knock-out" (для обмеження зростання вище від зазначеного рівня);

– продажу опціону продажу (для страхування від зниження) та купівлі опціону купівлі з нижнім бар'єром виходу „down-knock-out" (для обмеження спадання нижче від встановленого рівня).

Причому обидва варіанти цієї стратегії передбачають однакові номінали виставленого та придбаного опціонів.

3. „Бар'єрний асиметричний коридор" означає поєднання властивостей стратегії „асиметричного коридору" з конструкційним елементом бар'єрного опціону, а саме:

– продаж опціону купівлі (для страхування від зростання курсу базового інструменту) та одночасна купівля бар'єрного опціону типу продажу з бар'єром виходу вверху, тобто „up-knock-out barrier put option" (для обмеження зростання вище від встановленого рівня);

– продаж опціону продажу (для страхування від спадання курсу базового інструменту) та одночасна купівля бар'єрного опціону типу купівлі з бар'єром виходу внизу, тобто „up-knock-out barrier call option" (для обмеження спадання нижче від встановленого рівня).

Причому у кожному з цих варіантів в основу обох опціонів покладено різні номінали (або різні кількості базових інструментів).

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 4

Окрім залежних від траєкторії ціни базового інструменту, так званих умовних опціонів, до класу нестандартних опціонів зараховують кореляційні, одинарні, залежні від часу, нелінійні, гібридні та інші різновиди опціонів.

Головною особливістю кореляційних опціонів, яка відрізняє їх від решти екзотичних опціонів, є залежність функції виплати від двох або більше базових інструментів, що робить ці деривативи універсальнішими у застосуванні. Натомість недоліком таких деривативів є ускладнення визначення їхньої опціонної премії, яка повинна враховувати параметри усіх базових активів та ступінь кореляції між ними.

Одинарні опціони – це інструменти з наперед відомою сумою доходу або нульовим доходом. Спільною рисою усіх одинарних опціонів є відсутність неперервності (або раптові стрибки) функції доходу за такими опціонами. У зв'язку з тим, що функція доходу є порівняно простою, одинарні опціони стали дуже популярними як на біржовому, так і на позабіржовому ринку деривативів.

Екзотичні опціони, що належать до класу залежних від часу опціонів, іноді називають еластичними опціонами. Така залежність від часу в одних опціонах має жорсткіший характер, натомість в інших – еластичніший, тобто надає їхньому власнику можливість вибору: або моменту реалізації такого деривативу, або встановлення деяких параметрів опціону у деякий момент часу протягом дії цього деривативу.

Нелінійні опціони – це опціони з нелінійною функцією кінцевого платежу, тобто такі, для котрих залежність доходу від ціни базового інструменту у момент реалізації опціону є нелінійною. Нелінійність може бути визначена кількома способами, наприклад, як степенева, експоненціальна, логарифмічна функція тощо.

У більшості моделей ціноутворення таких деривативів робиться припущення про фіксовану відсоткову ставку без ризику на фінансовому ринку упродовж дії опціонного контракту. Однак насправді така ставка змінюється, причому функція залежності відсоткової ставки без ризику від часу може бути розривною та стрибкоподібною. Це означає, що у деякий момент часу значення цієї ставки може змінитися раптово на деяку випадкову величину.

Нами розроблено новий підхід до оцінювання як стандартних, так і нестандартних опціонів, який враховує стрибкоподібну стохастичну зміну відсоткової ставки без ризику. Зокрема цей підхід застосовано до визначення опціонної премії деяких екзотичних опціонів, причому запропоновано також моделі ціноутворення для фіксованої відсоткової ставки без ризику, які є частковим різновидом моделей ціноутворення зі стохастичною відсотковою ставкою без ризику.

Розділ 5. ХАРАКТЕРИСТИКА СУЧАСНИХ ІНСТРУМЕНТІВ РИНКУ ДЕРИВАТИВІВ

5.1. Механізми дії ринків ф'ючерсних та форвардних контрактів

У сучасній світовій економіці значно зросла роль похідних фінансових інструментів, які стали одним із найуспішніших способів страхування фінансових інвестицій від ризиків різної природи. Кожний господарський суб'єкт прагне у своїй діяльності уникати негативного впливу непередбачуваних подій. Саме з цією метою були створені нові види фінансових інструментів, які називають похідними, або деривативами. До таких похідних інструментів зараховують ф'ючерсні контракти, які є інструментами виключно біржового обігу. Ф'ючерси (futures) дають змогу хеджувати фінансові вкладення і ефективно управляти ними, вміло використовуючи сучасні моделі та механізми фінансового ринку. Натомість форварди (forwards) виконують аналогічну функцію хеджування та управління, однак такі контракти укладаються на позабіржовому ринку.

Проблеми похідних фінансових інструментів загалом та використання ф'ючерсних та форвардних контрактів з метою страхування від різних форм ризику зокрема, стосується низка наукових праць. Серед науковців, які виконували такі дослідження, треба відзначити: Л.О. Примостку [70], О.М. Сохацьку [74], В.М. Шелудько [80], Д.М. Ченса [94], І. Купера [98], Дж. Гулла [139], [140], Р.В. Колба [155–157], В. Малецкого [162] та інших. Зокрема, Л.О. Примостка досліджує роль деривативів у системі фінансових інструментів, макроекономічні аспекти функціонування фінансових деривативів, теоретичні основи їхнього бухгалтерського обліку, а також концептуальні засади та методику аналізу операцій хеджування. Автор здійснює порівняльну характеристику фінансових деривативів, зокрема форвардів і ф'ючерсів, з погляду різних характеристик, зокрема, щодо форми торгівлі, сум контрактів, можливості дострокового виходу з контракту, ліквідності, додаткових вимог тощо. У роботі досліджуються форвардні контракти на відсоткові ставки та форвардні валютні контракти, а також ф'ючерсні контракти на короткострокові відсоткові ставки та ф'ючерсні контракти на іноземну валюту [70]. Ґрунтовне дослідження ф'ючерсного ринку здійснила О.М. Сохацька, яка описала теоретико-методологічні основи функціонування та основні інструменти світових ф'ючерсних ринків, концептуальні засади ціноутворення на цих ринках, а також основні передумови ефективного їхнього функціонування. Автором також проаналізовано перспективи та напрями становлення ф'ючерсних ринків в Україні [74].

Усі ринки, на яких здійснюється торгівля активами та фінансовими інструментами, можна поділити на дві великі групи:

1) готівкові (касові) ринки або ринки „спот";
2) форвардні або ф'ючерсні ринки.

На готівкових ринках трейдери купують і продають реальний (або фізичний) товар, здійснюючи розрахунок готівкою, як правило, упродовж двох робочих днів. Саме тому такі ринки називаються готівковими. Як виняток, на спот-ринках енергоносіїв термін поставки та термін розрахунку за контрактами коливається від 2 до 15 днів. Готівкові ціни (або спот-ціни) на різноманітну товарно-сировинну продукцію публікуються у таких фінансових виданнях, як Financial Time або The Wall Street Journal, а також в інформаційних продуктах таких служб, як Reuters [4, *с. 37*].

Зміст форвардного контракту

Концепція форвардної торгівлі, тобто купівлі та продажу активу з поставкою у майбутньому зародилася на перших товарних ринках. Сьогодні торгівля товарами та енергоносіями здебільшого здійснюється саме за допомогою похідних інструментів. Натомість готівкові угоди становлять лише близько 10 % від усіх укладених товарних угод. Це пояснюється тим, що виробники та споживачі такої товарно-сировинної продукції, як рис, пшениця, какао чи сира нафта завжди прагнуть зафіксувати майбутні доходи і витрати для того, щоб мати можливість планувати свою фінансову діяльність. Ціни на товари є змінними і непередбачуваними. На них впливають численні фактори, серед яких погодні умови, неурожаї, політичні події, економічні кризи, зміна кон'юнктури тощо. А тому як покупці, так продавці намагаються захистити себе від ризику цінових коливань.

Багато дослідників форвардного ринку дають свої визначення форвардного контракту. Наприклад, Л.О. Примостка так визначає зміст форвардного контракту. Форвардний контракт – це угода між двома контрагентами про умови здійснення операції з базовим інструментом (активом), яка відбудеться у майбутньому. Найчастіше такі операції набувають форми купівлі чи продажу обумовленої кількості конкретного виду базових інструментів за фіксованою ціною на визначену дату у майбутньому [70].

В.М. Шелудько дає таке визначення форвардної угоди. Форвардна угода – це угода між двома сторонами про майбутню поставку предмета контракту за наперед обумовленою ціною, яка укладається поза біржею й обов'язкова до виконання для обох сторін угоди. Форвардні угоди укладаються на купівлю або на продаж визначеної кількості певного фінансового чи матеріального активу. Один з учасників угоди зобов'язується здійснити поставку, а інший – її прийняти [80, *с. 122*].

Узагальнюючи дослідження і зважаючи на той факт, що в останні роки на ринку деривативів з'явилися похідні інструменти нового типу, зокрема кредитні та погодні деривативи, дамо визначення форвардного контракту. **Форвардний контракт** – це позабіржова індивідуальна угода купівлі-продажу, в якій покупець і продавець домовляються про майбутню поставку обумовленої кількості базового інструменту (фінансового активу, товару або сировини) визначеного виду (або якості) або угода про фінансовий розрахунок між сторонами згідно з визначеною формулою (для рівня ризику, значень індексів або інших параметрів), на дату закінчення терміну дії контракту, причому ціна форвардного контракту може узгоджуватися або у момент укладання угоди між контрагентами, або у момент поставки, за домовленістю сторін.

Аналіз сучасного світового ринку деривативів показав, що найчастіше можна зустріти форвардні контракти на різноманітні товарно-сировинні продукти та базові активи, зокрема:

- на метали (товарні форварди – commodity forwards);
- на енергоносії (товарні форварди);
- на відсоткові ставки (угоди майбутньої відсоткової ставки – forward rate agreements);
- на курси обміну валют (форвардні валютні угоди – foreign exchange forwards);
- на акції (акційні форварди – equity-linked forwards).

Форварди є інструментами виключно позабіржового ринку. Вони, як правило, не є предметами постійного обігу, а тому характеризуються низькою ліквідністю. У момент укладання угоди між контрагентами форвард не має вартості, а також не здійснюється жодних платежів. Отже, форвардна угода – це домовленість між двома контрагентами про майбутню операцію купівлі-продажу деякого базового інструменту на узгоджених умовах. Отже, у момент укладання форвардної угоди узгоджується:

1) вид базового інструменту, його якість і кількість;
2) ціна купівлі–продажу базового інструменту;
3) дата поставки базового інструменту;
4) умови поставки базового інструменту (місце поставки, можливість та умови страхування, спосіб поставки, повідомлення другої сторони тощо).

На момент закінчення терміну дії форвардної угоди здійснюється:

1) поставка базового інструменту у визначений день і місце, з виконанням решти узгоджених між сторонами умов поставки;
2) оплата під час поставки та повідомлення іншої сторони.

Форвардна ціна контракту визначається, на підставі готівкової ціни на момент укладання угоди, до якої додаються накладні витрати (cost of carry). Залежно від виду активу чи товару у накладні витрати входить оплата за зберігання, страхування, транспортні витрати, відсотки за кредитами, дивіденди тощо. Отже:

форвардна ціна = готівкова ціна + накладні витрати.

Однак на форвардну ціну можуть впливати також інші чинники. Якщо у майбутньому передбачається надлишок товарів на ринку, то форвардні ціни знижуються, оскільки знижується очікувана готівкова ціна. Натомість, якщо у майбутньому прогнозується дефіцит товару, то форвардна ціна зростатиме. Треба зазначити, що у секторі енергоресурсів існують неофіційні форвардні ринки сирої нафти і нафтопродуктів. Такі форвардні ринки сформувалися навколо основних (marker або benchmark) сортів сирої нафти, таких, як North Sea Blend (15-денний Brent) і

West Texas Intermediate (WTI). На цих ринках здебільшого сторони домовляються про готівковий розрахунок, а не про фізичну поставку нафти. Це типово спекулятивна гра на цінах енергоносіїв. П'ятнадцятиденний Brent є одним із найбільших та значущих форвардних ринків сирої нафти у світі [4, *с. 41–42*].

Підсумовуючи, можна стверджувати, що форвардні контракти:

- мають обов'язковий характер;
- не є предметами постійного ринкового обігу;
- не мають стандартизованих умов;
- формуються із урахуванням конкретних вимог клієнта;
- не вимагають обов'язкової звітності;
- передбачають визначення у ході переговорів таких параметрів: розміру контракту, якості або виду базового інструменту, дати поставки, умов поставки тощо.

Головною перевагою форвардного контракту є те, що він фіксує ціну базового інструменту на майбутню дату. Натомість головний його недолік полягає у тому, що у разі змін готівкових цін, на день розрахунку за форвардним контрактом, контрагенти не можуть його розірвати, незважаючи на те, що одна зі сторін зазнаватиме збитків. Форвардні контракти використовують учасники ринку як з метою хеджування, так і спекуляції та арбітражу.

Більшість великих банків у межах департаменту валютних операцій створюють відділи із обслуговування форвардних контрактів. Котирування строкових курсів обміну іноземних валют часто подаються разом з актуальними готівковими валютними курсами. Трансакції форвард також часто використовуються для забезпечення відсоткової ставки, пов'язаної з вітчизняними фінансовими інструментами чи валютними депозитами. Такі операції називають угодами щодо майбутньої відсоткової ставки (Forward Rate Agreement – FRA).

Контракти форвард дуже нагадують ф'ючерсні контракти, оскільки вони теж передбачають купівлю або продаж активів за наперед домовленою між сторонами контракту ціною, у певний момент часу в майбутньому. Різниця між цими похідними інструментами полягає у тому, що форвардні контракти не продаються на біржах. Це угоди між двома фінансовими інституціями або між фінансовою інституцією та її клієнтом. Одна зі сторін форвардної угоди займає довгу позицію, що означає згоду на купівлю деякої кількості первинного інструменту у визначений момент часу у майбутньому за встановленою у контракті ціною. Друга сторона угоди займає коротку позицію, що означає зобов'язання до продажу деякої кількості первинного інструменту на визначену дату за встановленою ціною. Форвардні контракти не повинні відповідати вимогам, встановленим на біржах, а датою поставки може бути довільний день, вигідний для обох сторін. Як правило, встановлюється один день поставки, на відміну від ф'ючерсів, які передбачають поставку у деякому часовому інтервалі.

Зміст ф'ючерсного контракту

Недоліки та проблеми, пов'язані з першими форвардними контрактами про майбутню поставку, були ліквідовані в середині 60-х років XIX століття впроваджениям на ринок ф'ючерсних контрактів. У 1865 році CBOT заклала основу усіх сучасних ф'ючерсних контрактів, впроваджуючи зернові угоди, стандартизовані за такими умовами, як:

– якість зерна;
– кількість зерна;
– дата поставки зерна;
– місце поставки зерна.

У результаті єдиною змінною умовою контракту залишилася ціна. Вона визначалася під час торгів у біржовій залі, де її відкрито викрикували. Це означало, що ціни угод стали загальнодоступними для усіх присутніх учасників, тобто стали прозорими. Контракти у той час ґрунтувалися лише на товарно-сировинній продукції. Потреба у захисті від ризиків іншої природи, а також пошук можливостей спекуляції розширили та зміцнили ринки деривативів, зокрема ф'ючерсні ринки. Історично сформувалися дві групи ф'ючерсних контрактів, зокрема:

– товарні ф'ючерсні контракти;
– фінансові ф'ючерсні контракти.

Хоча обидві групи контрактів формуються, в принципі, ідентично, однак методи їхніх котирувань та поставок, а також способи розрахунку за ними значно відрізняються.

Багато дослідників давали означення ф'ючерсного контракту. Наприклад, О.М. Сохацька визначає ф'ючерсний контракт так. Ф'ючерсний контракт – це біржовий контракт-зобов'язання купівлі/продажу активу (валюти, цінних паперів, інших фінансових інструментів, сировини) в майбутньому із встановленими стандартними параметрами за ціною, погодженою у момент його укладання [74, *с. 97*]. Своєю чергою, Л.О. Примостка таким чином окреслює сутність ф'ючерсного контракту. Ф'ючерсний контракт – це угода між продавцем або покупцем, з одного боку, і кліринговою палатою ф'ючерсної біржі, з іншого боку, про постачання (прийняття) стандартної кількості базових інструментів за узгодженою ціною на конкретну дату в майбутньому. Ф'ючерсні угоди укладаються між двома сторонами, однією з яких завжди є клірингова (розрахункова) палата ф'ючерсної біржі, що виконує роль гаранта здійснення всіх контрактів [71, *с. 330*]. В.М. Шелудько дає таке визначення ф'ючерсу. Ф'ючерс – це біржовий дериватив, який засвідчує зобов'язання на біржовому ринку купити чи продати базовий актив за стандартизованими вимогами щодо характеристик базового активу, термінів і умов виконання за ціною, зафіксованою на момент укладення угоди [80, *с. 96*].

Узагальнюючи дослідження вітчизняних і зарубіжних дослідників ф'ючерсного ринку, а також враховуючи факт появи на ринку інноваційних форм ф'ючерсних контрактів, дамо таке визначення цього деривативного контракту. **Ф'ючерсний контракт** – це стандартизована біржова угода купівлі–продажу деяких активів (фінансових інструментів, сировини або товарів) або угода про фінансовий розрахунок між сторонами згідно з визначеною формулою (для індексів або значень параметрів), яка буде реалізована у певний момент часу в майбутньому, за наперед узгодженою між сторонами контракту ціною.

Сьогодні на ринку існують такі різновиди ф'ючерсних контрактів на товарно-сировинну продукцію:

1) на метали (дорогоцінні, недорогоцінні, рідкісні);

2) на продукти (кава, цукор, какао, зерно, рослинне волокно, домашня худоба, насіння олійних культур);

3) енергоресурси (електроенергія, нафтопродукти, газ, сировина).

Натомість в основу фінансових ф'ючерсів покладено такі фінансові інструменти:

1) відсоткові ставки;
2) ціни акцій;
3) ціни облігацій;
4) валютні курси;
5) фондові індекси;
6) інші деривативи.

Упродовж майже півтора століття на строкових біржах відбувалася торгівля виключно товарними ф'ючерсами, які виставлялися на сільськогосподарську продукцію та метали. Початок торгівлі фінансовими ф'ючерсами припадає на 70-ті роки минулого століття, що було пов'язано з крахом у 1971 році Бреттон-Вудської системи, який дестабілізував фінансові ринки. У травні 1972 року був створений міжнародний грошовий ринок (IMM – International Monetary Market), який є філією Чиказької товарної біржі (Chicago Mercantile Exchange). Власне на цьому ринку був укладений перший фінансовий ф'ючерсний контракт, виставлений на шість валют. Натомість відсоткові ф'ючерсні контракти (interest rate financial futures contracts) з'явилися в обігу лише 25 жовтня 1975 року на Чиказькій біржі CBT (Chicago Board of Trade) [156, *с. 182*], а незабаром, у січні 1976 року, міжнародний грошовий ринок також розпочав торгівлю короткостроковими відсотковими ф'ючерсами, які ґрунтувалися на 90-денних казначейських векселях [162, *с. 8*].

Упродовж останніх 20 років ринком, який розвивався найшвидше у світовій економіці, був власне ринок свопів і ф'ючерсних контрактів. Окрім валютних ринків, сьогодні це найбільші ринки на світі. Розквіт цих ринків підкреслює їхнє фундаментальне значення: вони є основною частиною більшості фінансових інновацій. Ці інструменти дають змогу контролювати ризик відсоткової ставки, цін облігацій, курсовий ризик, пов'язаний з цінами акцій, товарів, кредитний ризик, інфляцію і ціни нерухомості. Їх ринки існують у кожній країні, яка має значний ринок капіталів [98, *с. 453*].

Фінансові ринки останнім часом характеризуються значною динамікою інновацій. Це проявляється у створенні і впровадженні в обіг нових фінансових інструментів, таких, як ф'ючерси, опціони, варанти, свопи та гібридні інструменти (тобто різноманітні поєднання вже відомих інструментів), для яких відкриваються зовсім нові ринки. Зокрема, появу ринку свопів можна датувати вісімдесятими роками минулого століття. Основними його учасниками стали господарські суб'єкти різних форм власності та фінансові інституції, які за допомогою згаданих інструментів намагаються уникати ризику в різноманітних його проявах, а з іншого боку, за сприятливих умов, отримувати прибутки, вищі від середнього на ринку.

Товарними і фінансовими ф'ючерсами торгують на біржах усього світу. Ф'ючерсні контракти мають такі загальні ознаки:

– мають стандартизовані характеристики;
– продаються на біржах;
– є загальнодоступними;
– ціни відкрито публікуються;
– організовуються кліринговими палатами бірж.

Роль клірингової палати може змінюватися залежно від конкретної біржі, однак, по суті, вона діє як посередник між продавцем і покупцем ф'ючерсного контракту. Клірингова палата виступає у ролі контрагента для обох сторін, забезпечуючи їм захист і створюючи умови для вільної торгівлі і підвищуючи тим самим ліквідність усіх інструментів біржового ринку.

Учасників біржових ф'ючерсних ринків можна поділити на три основні групи:

– хеджери;
– спекулянти;
– арбітражери.

Хеджери – це учасники ринку, які намагаються захистити свої позиції від майбутніх несприятливих змін цін. Роль хеджерів можуть виконувати як виробники, так і споживачі продукції, які за допомогою ф'ючерсних контрактів хеджують свої позиції, зайняті на готівковому ринку. З метою хеджування своєї позиції ринковий гравець займає на ф'ючерсному ринку позицію, що дорівнює за кількістю і протилежна за напрямком до тієї, яку він займає на готівковому (базовому) ринку. Розрізняють два види хеджу, а саме:

- короткий хедж;
- довгий хедж.

У короткому хеджі відкривається коротка позиція у ф'ючерсі, яка компенсує наявну довгу позицію на базовому ринку. Наприклад, менеджер фонду, який тримає портфель акцій, може хеджувати свою позицію від зниження курсів акцій, продаючи індексні ф'ючерсні контракти, причому такий індекс повинен розраховуватися на підставі кошика тих акцій, які входять до складу портфеля згаданого фонду. У довгому хеджі, натомість, відкривається довга позиція у ф'ючерсі з метою компенсації короткої позиції на ринку базового інструменту. Наприклад, нафтопереробна компанія може зафіксувати закупівельну ціну нафти, купуючи ф'ючерсні контракти на сиру нафту вже сьогодні.

Незалежно від того, чи хеджується майбутня готівкова операція, чи поточна ринкова позиція, мета хеджування завжди одна – компенсувати збитки, які можуть з'явитися в одному із сегментів ринку, прибутками, отриманими в другому сегменті.

Отже, коротке хеджування здійснює продавець активу. Якщо на готівковому ринку ціна активу знижується, то у момент, коли учасник ринку продає ф'ючерси, збитки готівкового ринку будуть компенсовані прибутком за ф'ючерсними контрактами. Натомість довге хеджування здійснює майбутній покупець активу. Якщо на готівковому ринку ціна активу зростає, то в момент, коли учасник ринку купує ф'ючерси, збитки готівкового ринку компенсуються прибутком за ф'ючерсними контрактами. Підсумуємо це у вигляді табл. 5.1.1.

Таблиця 5.1.1

Основні характеристики довгого та короткого хеджування

Короткий хедж			Довгий хедж		
На готівковому ринку	На ф'ючерсному ринку	Результати стратегії хеджування	На готівковому ринку	На ф'ючерсному ринку	Результати стратегії хеджування
Довга позиція, тобто учасник ринку має в наявності товар (або актив) і планує його продаж у майбутньому	Необхідно зайняти коротку позицію, тобто продати ф'ючерсний контракт	Така стратегія захищає майбутнього продавця від ризику зниження цін на готівковому ринку. Зниження готівкової ціни компенсується доходом за ф'ючерсним контрактом	Коротка позиція, тобто учаснику ринку необхідно в майбутньому купити товар	Необхідно зайняти довгу позицію, тобто купити ф'ючерсний контракт	Така стратегія захищає майбутнього покупця від ризику зростання цін на готівковому ринку. Підвищення готівкової ціни компенсується доходом за ф'ючерсним контрактом

Як бачимо, хеджування за допомогою ф'ючерсних контрактів не дає можливості отримати прибуток у разі сприятливих змін цін, однак воно забезпечує захист від збитків у випадку несприятливих для учасника ринку змін цін базового інструменту. У певному сенсі ф'ючерсний контракт можна вважати страховим контрактом, який фіксує майбутню ціну товару або фінансового активу.

Другу групу учасників ф'ючерсного ринку становлять спекулянти. Ці ринкові гравці беруть на себе ризики, які хеджери намагаються перенести, тобто спекулянти зазвичай виступають другою стороною ф'ючерсного контракту. У спекулянтів немає позицій, які необхідно хеджувати, у них навіть може не бути ресурсів для поставки базового активу чи його одержання. Спекулянти, ґрунтуючись на своїх знаннях та прогнозах, займають позиції у ф'ючерсних контрактах для отримання прибутку. Отже, можна говорити, що спекулянти:

– купують ф'ючерсні контракти, тобто відкривають довгі позиції, якщо сподіваються зростання цін базових інструментів у майбутньому;

– продають ф'ючерсні контракти, тобто відкривають короткі позиції, якщо очікують зниження цін базових інструментів у майбутньому.

Спекулянти підтримують ліквідність ф'ючерсних ринків, завдяки чому здешевлюються стратегії хеджування для інших учасників цього ринку. Можна виділити три види спекулянтів:

1) скальпери (scalpers);
2) одноденні спекулянти (day traders);
3) позиційні спекулянти (position traders).

Скальперами називають спекулянтів, які орієнтуються на отримання швидкого прибутку і утримують ф'ючерсні позиції дуже короткий час. Скальпер грає на мінімальних цінових коливаннях за великих обсягів операцій. Він може одержати невеликі прибутки, але евентуальні збитки теж будуть незначними. Скальпер рідко утримує позиції навіть до наступного робочого дня. Одноденні спекулянти грають на рухах цін у межах торгового дня. Вони ліквідують свої позиції щоденно перед закриттям торгової сесії, а тому не мають „нічних" позицій на ф'ючерсних ринках. До позиційних зараховують спекулянтів, котрі утримують ф'ючерсні позиції до наступного робочого дня. Іноді вони не закривають своїх позицій у ф'ючерсних контрактах тижнями і навіть місяцями.

До групи арбітражерів ф'ючерсного ринку належать трейдери і маркет-мейкери, які продають та купують ф'ючерсні контракти, розраховуючи на отримання прибутку в результаті гри на різниці цін тих самих або близьких базових інструментів на різних ринках або біржах.

Для більшості товарів ф'ючерсна ціна зазвичай буває вищою від готівкової. Це пов'язано з витратами на зберігання, транспортування, страхування тощо, котрі безпосередньо пов'язані з поставкою товару у майбутньому. Цінову структуру, за якої ф'ючерсна ціна перевищує готівкову, називають ***контанго***. У міру наближення терміну виконання ф'ючерсного контракту, готівкова ціна і ф'ючерсна ціна взаємно зближаються, щоб у день погашення збігатися. Це пояснюється зниженням накладних витрат до нуля у міру наближення до дати поставки. Різниця між ф'ючерсною і готівковою цінами називається ***базисом***. Натомість цінова структура, за якої ф'ючерсна ціна є нижчою від готівкової, називається ***депорт*** або ***беквордейшн*** (backwardation). Така структура цін виникає у зв'язку з тимчасовим дефіцитом товарів, у ситуації, коли передбачається зростання пропозиції товару у майбутньому.

Існують три основні види хеджування, котрі застосовують учасники ринку залежно від зайнятих ними позицій. Іншими словами, хедж залежить від їхнього рішення про купівлю чи продаж ф'ючерсного контракту. Використовуються такі види хеджування:

- короткий хедж, або хедж продавця;
- довгий хедж, або хедж покупця;
- крос-хедж.

Учасники ринку використовують перераховані вище види хеджування для реалізації таких стратегій:

- пряма (аутрайт) торгівля;
- гра на спреді;
- арбітраж.

Стратегія прямої торгівлі передбачає відкриття довгої позиції (на ринку, що зростає) або короткої позиції (на ринку, що спадає) з метою максимізації прибутку. Використання спредів являє собою форму спекулятивної торгівлі, котра передбачає одночасні купівлю та продаж взаємозв'язаних контрактів. Метою гравця на спредах є отримання прибутків у результаті зміни різниці, тобто спреду, між двома ф'ючерсними контрактами, а не між ф'ючерсними цінами. На практиці є поширеними два основні види спредів:

1) внутрішньотоварні спреди;
2) міжтоварні спреди.

Внутрішньотоварний спред виникає тоді, коли трейдер здійснює операції на одній біржі з ф'ючерсними контрактами на той самий базовий інструмент, але з різними місяцями поставки. Такий спред ще називають „часовим" або „календарним". Натомість міжтоварний спред виникає тоді, коли трейдер займає довгу і коротку позиції у контрактах з різними, але економічно пов'язаними базовими інструментами. Гра на спреді побудована на припущенні, що ціни довгого і короткого контрактів взаємопов'язані і зазвичай змінюються в однаковий спосіб. Якщо співвідношення поточних цін двох ф'ючерсних контрактів порушується з якоїсь причини, то трейдер купує той із них, ціна якого є заниженою, а продає той, ціна якого є завищеною. У стратегіях, що ґрунтуються на спреді, використовуються ф'ючерси на різноманітні базові інструменти, серед яких найпоширенішими є:

- товарні – кава, какао, цукор, помаранчевий сік, соєві боби, кукурудза, пшениця, овес, домашня худоба;
- відсоткові – казначейські векселі, євродолари, векселі та облігації;
- валютні – швейцарський франк, фунт стерлінгів, японська єна та крос-курси валют.

Під час арбітражних операцій на ф'ючерсному ринку розрізняють такі основні форми арбітражу:

1) арбітраж „ф'ючерсний ринок – ф'ючерсний ринок" (futures – futures arbitrage);

2) арбітраж „готівковий ринок – ф'ючерсний ринок" (cash – futures arbitrage або cash-and-carry arbitrage).

За допомогою арбітражних операцій типу „ф'ючерсний ринок – ф'ючерсний ринок" біржові гравці намагаються заробити на різниці цін того самого продукту на двох різних біржах або на різниці цін між двома близькими продуктами. Тоді як арбітражні операції типу „готівковий ринок – ф'ючерсний ринок" пов'язані з придбанням фізичного товару та його продажем на ф'ючерсному ринку.

На відміну від товарних ф'ючерсів, фінансові ф'ючерси з'явилися на ринку лише в 70-х роках XX століття. Аналіз ринку деривативів показав, що у біржовому секторі цього ринку продаються три основні категорії фінансових ф'ючерсів, зокрема:

- валютні ф'ючерси, які вперше з'явилися в обігу у 1972 році на Міжнародному валютному ринку (International Monetary Market), який є підрозділом Чиказької товарної біржі;
- відсоткові ф'ючерси, якими вперше почали торгувати у 1975 році на Чиказькій строковій товарній біржі. Це були ф'ючерси на сертифікати Урядової національної іпотечної асоціації США (Government National Mortrage Association – GNMA), відомі як Ginnie Maes. Сьогодні на багатьох біржах з'явилися відсоткові ф'ючерси на короткострокові і довгострокові активи, в основу яких покладено облігації, відомі під назвою облігаційні ф'ючерси;
- індексні ф'ючерси. Вперше контракти на індекс Standard & Poor's 500 були впроваджені в обіг у 1982 році Міжнародним опціонним ринком, який є підрозділом Чиказької товарної біржі. У тому самому році на Строковій товарній біржі Канзасу з'явилися контракти на індекс Value Line.

Фінансові ф'ючерси використовують ринкові гравці для захисту своїх активів від несприятливих змін цін на базовому ринку. Позиції, які вони займають на цьому ринку, залежать від волатильності базового інструменту. Подамо це у вигляді табл. 5.1.2.

Таблиця 5.1.2

Захист позиції учасника ринку у фінансовому ф'ючерсі

Вид фінансового ф'ючерсу	*Короткий продаж захищає від*	*Довга купівля захищає від*
Відсотковий ф'ючерс	Зростання відсоткових ставок	Зниження відсоткових ставок
Валютний ф'ючерс	Зниження курсу валюти	Зростання курсу валюти
Індексний ф'ючерс	Зниження фондового індексу	Зростання фондового індексу

Характерною рисою ф'ючерсних ринків є участь в усіх трансакціях клірингової (розрахункової) палати біржі, до найважливіших функцій якої належить:

– забезпечення гарантій виконання кожної зареєстрованої трансакції;
– здійснення щоденних розрахунків за біржовими трансакціями;
– сприяння учасникам у достроковому закритті позицій у ф'ючерсному контракті (ліквідація позиції).

Традиційно ф'ючерсні контракти укладаються у виділених місцях торгових майданчиків, які називають „ямою" (pit) [139, *с. 38*], тобто здійснюється традиційна торгівля (open outcry trading). Однак із розвитком інформаційних технологій та поширенням світової мережі Інтернет все популярнішою стає електронна біржова торгівля (automated pit trading).

Особливості ф'ючерсних контрактів та організації ф'ючерсної торгівлі дають змогу легко ліквідувати зайняту на ринку позицію укладанням офсетної (зворотної) угоди. Отже, кожен учасник ф'ючерсної торгівлі має два шляхи виходу з ринку:

1) закриття позиції через укладення офсетної угоди;
2) поставка або прийняття фінансових інструментів, які були предметом ф'ючерсної угоди.

Предметом фінансового ф'ючерсного контракту можуть бути такі інструменти, як іноземна валюта, депозитні сертифікати, банківські депозити, акції, облігації, векселі, довгострокові казначейські зобов'язання, фондові індекси. Обсяги поставок цих фінансових інструментів стандартні (як лоти), що є особливістю ф'ючерсних контрактів [71, *с. 331*].

Основні відмінності між форвардними та ф'ючерсними контрактами

Специфікою ф'ючерсів є висока стандартизація цих контрактів, а саме:

- розмір трансакції обмежується мінімальною і неподільною одиницею торгівлі, котрою є один контракт, величина якого визначається біржею;
- є точно визначені терміни виконання ф'ючерсних контрактів, а саме березень, червень, вересень, грудень кожного року;

- однозначно визначений день розрахунку за контрактами – найчастіше це третій четвер або третя середа березня, червня, вересня та грудня;
- чітко визначена мінімальна зміна ціни для контракту, так званий тік (tick);
- обмежується величина зміни ціни протягом сесійного дня, шляхом встановлення максимальної такої зміни;
- задаються розміри початкової, додаткової та підтримувальної маржі, обов'язкових для всіх учасників торгів.

Як уже згадувалося, ф'ючерсні трансакції відбуваються виключно у межах відповідно організованих бірж, а засади їхнього здійснення дуже чітко визначені цими біржами. На відміну від них, форвардні трансакції – це умови між двома фінансовими інституціями або між такою інституцією та її клієнтом, які укладаються на індивідуальних засадах.

Строковий ф'ючерсний контракт зобов'язує до купівлі або продажу деякого активу. Це означає, що, ***купуючи*** такий контракт (займаючи довгу позицію – long position), інвестор зобов'язаний купити конкретну кількість певного активу у визначений момент часу у майбутньому за наперед узгодженою між сторонами контракту ціною. Натомість інвестор, який ***продає*** контракт (займає коротку позицію – short position), зобов'язаний до продажу конкретної кількості цього активу, у наперед визначений день, за узгодженою ціною. Отже, продавець контракту зобов'язується до продажу активу, а покупець контракту до його купівлі, у визначений час, за встановленою у контракті ціною.

Основна відмінність між ф'ючерсними і форвардними контрактами та опціонами полягає у тому, що у разі строкових контрактів (ф'ючерсних або форвардних) з'являється зобов'язання, а у разі опціону – право, яке можна використати. Нижня межа доходу (або втрат) за опціоном дорівнює нулеві, оскільки інвестор, за несприятливих для нього умов, має право його не реалізовувати. Натомість дохід за строковим контрактом (ф'ючерсним або форвардним) може мати від'ємну вартість, оскільки незалежно від того, як сформувалися ціни на ринку базового активу і як вони співвідносяться з ціною, встановленою у контракті, контракт повинен бути реалізований. А тому у разі невигідного співвідношення таких цін, вартість контракту може бути нижчою від нуля, тобто одна із сторін контракту зазнає збитків.

Купуючи або продаючи опціон, інвестор звертає основну увагу на ринкову ціну опціону за встановленої ціни реалізації. Натомість на ринку ф'ючерсних і форвардних контрактів все відбувається рівно навпаки. Ціна реалізації (ціна ф'ючерсу чи форварду) встановлюється у момент укладання контракту так, щоб поточна його ринкова вартість дорівнювала нулю. Це означає, що інвестор намагається знайти таку ціну реалізації, котра забезпечить нульову ринкову вартість ф'ючерсного або форвардного контракту у цей момент часу.

Треба зазначити, що ф'ючерсні контракти істотно відрізняються від форвардних контрактів. Найістотніша різниця між ними полягає у відмінностях способу розрахунку за цими контрактами. У форвардному контракті інвестор зобов'язується до купівлі або продажу деякого інструменту у визначений момент у майбутньому за узгодженою між сторонами ціною. Під час укладання форвардного контракту його ціни встановлюють так, щоб поточна вартість контракту дорівнювала нулю. Під час терміну дії форвардного контракту його ціна може змінюватися. Якщо у якийсь момент часу ринкова ціна активу перевищить ціну, зазначену у контракті, то нові форвардні контракти будуть укладатися на вищу ціну поставки, ніж були укладені попередні форварди. У такому разі контракт купівлі з нижчою ціною поставки (ціною форвард) матиме додатну ринкову вартість. Це означає, що форвардні контракти розробляють так, щоб завжди у момент їхнього укладання вони мали нульову вартість, яка у міру зміни ціни базового інструменту теж змінюється.

Щодо ф'ючерсних контрактів, то їхня ціна змінюється щоденно у такий спосіб, щоб їхня ринкова вартість ставала нульовою. Тому у разі зміни ціни первинного інструменту, який покладено в основу ф'ючерсного контракту, ціна ф'ючерсу щоденно коригується. У зв'язку з цим можуть відбуватися щоденні розрахунки за позиціями у ф'ючерсах між інвесторами та розрахунковою палатою (clearing house) фондової біржі. На ринку ф'ючерсних контрактів коригування ціни називається „marking to market". На відміну від ф'ючерсів, для форвардних контрактів такий розрахунок між сторонами відбувається лише один раз, а саме у момент закінчення терміну дії форвардного контракту.

Наступна відмінність між контрактами ф'ючерс і контрактами форвард стосується стандартизації. Ф'ючерсні контракти стандартизуються щодо кількості первинного інструменту, терміну погашення контракту та ціни первинного інструменту. Розрахункова палата, яка діє як посередник між двома інвесторами, сторонами контракту, гарантує виконання умов контракту щодо терміну його реалізації та ціни первинного інструменту. Практично саме розрахункові палати організовують обіг ф'ючерсних контрактів. Ф'ючерси продаються виключно на біржах, а їхня ціна на вторинному ринку формується на ринкових засадах. Це означає, що позицію у ф'ючерсному контракті можна без будь-яких проблем ліквідувати у довільний момент часу перед терміном його погашення, займаючи протилежну позицію. Саме ця риса ф'ючерсних контрактів вважається найістотнішою їхньою перевагою над форвардними контрактами. З іншого боку, посередництво розрахункової палати є вигідним для обох сторін, оскільки нема потреби перевіряти платоспроможність та порядність протилежної сторони ф'ючерсного контракту. Фактично продавець і покупець мають зобов'язання лише перед розрахунковою палатою біржі. Зі свого боку розрахункова палата, маючи у розпорядженні великий капітал, створює безпечні умови для усіх трансакцій, які здійснюються на ф'ючерсному ринку за її посередництвом.

На відміну від ф'ючерсів, форвардні контракти не повинні бути стандартизованими. Практично встановлення ціни форвард та інших параметрів форвардного контракту є предметом переговорів та домовленості між його сторонами. Розірвання такого контракту можливе лише за домовленістю обох сторін. У зв'язку з цим форвардні контракти мають значно нижчу ліквідність, ніж ф'ючерсні контракти. Натомість їхньою перевагою може бути повніше пристосування умов контракту до потреб продавця та покупця.

Стандартизація ф'ючерсних контрактів означає, що їхній обіг можливий лише на біржах, а засади організації такого обігу чітко визначені правилами біржі. Стандартизація вимагає точного визначення базового інструменту, величини контракту, місця і терміну поставки. Підсумовуючи, порівняльні характеристики форвардів і ф'ючерсів можна подати у вигляді табл. 5.1.3.

Таблиця 5.1.3

Порівняння форвардних і ф'ючерсних контрактів

Форвард	*Ф'ючерс*
Приватна угода між двома сторонами	Стандартна біржова угода
Предмет позабіржового обігу	Предмет біржового обігу
Дві сторони контракту – продавець і покупець	Три сторони контракту – продавець, біржа і покупець
Ціна узгоджується між сторонами контракту	Ціна встановлюється біржею на основі відкритого аукціону
Ціни контрактів конфіденційні	Ціни контрактів прозорі, загальновідомі, публікуються в пресі
Відсутність вимог щодо внесення будь-яких забезпечень виконання умов контракту	Від обох контрагентів вимагається внесення страхового депозиту
Відсутність стандартизації умов, які у кожному контракті узгоджуються індивідуально	Контракти стандартизовані щодо базового активу, розміру контракту та умов поставки
Параметри контрактів індивідуальні, встановлюються під час переговорів, не публікуються	Параметри контрактів загальновідомі, доступні для усіх учасників ринку, публікуються у засобах масової інформації
Зазвичай конкретна дата поставки первинного інструменту	Інтервал часу, в якому можлива поставка первинного інструменту (у конкретний місяць)
Відсутність обмежень на коливання ціни форвардних контрактів	Біржа встановлює денний ліміт на цінові коливання ф'ючерсних контрактів
Розрахунок здійснюється на кінець терміну дії контракту	Розрахунок здійснюється щоденно
Розрахунок здійснюється безпосередньо між сторонами	Розрахунок здійснюється розрахунковою палатою
Здебільшого реалізація контракту здійснюється у натуральній формі, іноді – у грошовій	Як правило, відбувається закриття позиції перед терміном реалізації укладанням оберненої угоди
Ризик загрожує обом сторонам контракту	Ризик переймає на себе біржа
Низька ліквідність контрактів	Висока ліквідність контрактів
Одноразові позабіржові угоди, укладені між контрагентами на індивідуальних засадах	Контракти є предметами постійного обігу на біржовому ринку
Відсутність обов'язку звітності на ринку форвардних контрактів	Обов'язкова звітність бірж за ф'ючерсними контрактами перед наглядовими органами, звіти публікуються
Використовуються для хеджування та фізичної поставки	Використовуються для хеджування та спекуляції

Треба зазначити, що на фондовому ринку більшу роль відіграють ф'ючерсні контракти, які продаються на строкових біржах. У цих контрактах розрізняють дві основні ціни: ціну ф'ючерсу (futures price) і ціну спот (spot price). Ціна ф'ючерсу – це ринкова ціна контракту, встановлена на біржі. Натомість ціна спот – це ринкова ціна базового інструменту на готівковому ринку. Це означає, що ціна ф'ючерсу інформує нас про очікування ринку щодо формування ціни спот на момент поставки конкретного строкового контракту. У міру наближення до моменту поставки ф'ючерсного контракту його ціна наближатиметься до ціни спот, що є наслідком дії ринкового механізму та реакції інвесторів. Якщо, наприклад, на момент поставки ціна ф'ючерсу буде нижчою від ціни спот того самого активу, то інвестори купуватимуть ф'ючерси на поставку базового інструменту замість самого базового інструменту безпосередньо на ринку спот. Внаслідок підвищеного попиту ціна ф'ючерсів зростатиме. У ситуації, коли ціна ф'ючерсу є вищою від ціни спот, інвестори будуть реалізовувати арбітражну стратегію, яка полягає у продажу ф'ючерсу, купівлі активу і виконання поставки. Така стратегія дає змогу отримати безризиковий прибуток, який дорівнюватиме різниці між ціною ф'ючерсу і ціною спот. У відповідь на таку стратегію ринок відреагує зниженням ціни ф'ючерсів. Отже, у міру наближення терміну реалізації ціна ф'ючерсу і ціна спот будуть наближатися до того самого значення, тобто зрівнюватися. Однак така тенденція спостерігається лише на розвинутих, стабільних і ефективних ринках.

У біржовому обігу найчастіше є такі види **ф'ючерсних** контрактів:

1) акційні ф'ючерси (equity futures);
2) валютні ф'ючерси (currency futures);
3) відсоткові ф'ючерси (interest rate futures);
4) індексні ф'ючерси (index futures);
5) товарні ф'ючерси (commodity futures);
6) складені ф'ючерси.

Однак найбільшою популярністю і відповідно ліквідністю характеризуються фінансові ф'ючерси, в основу яких покладено відсоткові ставки, валюти та фондові індекси, причому найліквіднішими серед фінансових ф'ючерсних контрактів є контракти, в основу яких покладено відсоткові ставки.

Якщо на біржі з'являється новий ф'ючерсний контракт, то вона зобов'язана детально визначити і описати умови укладання такого контракту між двома сторонами. Передусім необхідно визначити: первинні інструменти, величину контракту (тобто кількість інструментів, яка повинна бути поставлена у межах одного ф'ючерсного контракту), а також місце і термін поставки первинних інструментів. Визначення типу первинних інструментів та умов їхньої поставки може іноді передбачати навіть кілька варіантів. Якщо основою контракту є певний товар, то на ринках він може бути доступний у різних ґатунках та різної якості. У зв'язку з цим дуже важливим є визначення біржею ґатунку або класу товару, на якому ґрунтується цей ф'ючерсний контракт. Для деяких товарів допускається поставка товару з певного інтервалу ґатунків або класів, однак розрахунок ціни здійснюється порівняно з одним вибраним типом товару.

Ф'ючерсні контракти на фінансові інструменти зазвичай добре і чітко визнаені, оскільки вони виступають тільки в одному вигляді. Наприклад, нема потреби описувати євро чи швейцарський франк. Якщо ж ідеться про облігації, то для прикладу, на Chicago Board of Trade розрізняють два види облігацій, а саме середьотрокові та довгострокові казначейські облігації. У разі ф'ючерсних контрактів на довгострокові казначейські облігації (treasury bond) у ролі первинних інструментів можуть виступати будь-які довгострокові облігації, емітовані Казначейством Сполучених Штатів Америки, зі строком погашення, не коротшим, ніж 15 років, і які, на додаток, не можуть бути достроково викуплені емітентом, тобто не раніше ніж через 15 років від моменту їхньої емісії. У ф'ючерсних контрактах на середньострокові казначейські облігації (treasury notes) передбачено, що первинними інструментами можуть будь-які середньострокові казначейські облігації з терміном погашення не раніше ніж через 6.5 року і не пізніше ніж через 10 років. В обох випадках для обчислення ціни ф'ючерсного контракту біржа застосовує відповідну формулу, яка враховує періодичні виплати купонів за цими фінансовими інструментами та дату їхнього погашення. Основні світові ф'ючерсні біржі подано у вигляді табл. 5.1.4.

Таблиця 5.1.4

Ф'ючерсні біржі у світі

Скорочена назва	*Повна назва*
BFE	The Baltic Futures Exchange
CBT (CBOT)	The Chicago Board of Trade
CME	The Chicago Mercantile Exchange
COMEX	The Commodity of New York
CSCE	The New York Coffee, Sugar and Cocoa Exchange
EUREX	European Derivatives Exchange
IMM	International Monetary Market Division of Chicago Mercantile Exchange
IPE	The International Petroleum Exchange
KCBT	Kansas City Board of Trade
LIFFE	The London International Financial Futures Exchange
LME	The London Metal Exchange
LONDON FOX	The London Futures and Options Exchange
MATIF	Marchė a Terme des Instruments Financiers de Paris
MONEP	ZE Marchė des Options Negociables de Paris
NYFE	The New York Futures Exchange
NYMEX	The New York Mercantile Exchange
NZFE	The New Zealand Futures Exchange
SFE	The Sidney Australia Futures Exchange
TSE	The Toronto Stock Exchange
TFE	The Toronto Futures Exchange

Величина ф'ючерсного контракту визначає певну кількість первинних інструментів, яка повинна бути поставлена у межах одного ф'ючерсного контракту. Вибір відповідної величини контракту є для біржі дуже важливим завданням. Якщо ця величина буде занадто великою, то значна частина інвесторів, котрі намагаються застрахувати невеликі кількості своїх активів або зайняти спекулятивну позицію у порівняно невеликій кількості активів, будуть змушені відмовитися від таких ф'ючерсних контрактів. У протилежному випадку, якщо величина контракту буде занадто малою, то зростуть трансакційні та інші витрати, пов'язані з укладанням одного ф'ючерсного контракту, у перерахунку на одиницю інвестованого капіталу.

Місце поставки активів теж повинно бути чітко визначене біржею. Його встановлення є особливо важливим, якщо поставка пов'язана з високими транспортними витратами.

Кожен ф'ючерсний контракт має наперед визначений *місяць поставки*. Біржа повинна точно визначити і оприлюднити проміжок часу (в днях) у місяці поставки, коли вона може бути реалізована. Для багатьох ф'ючерсних контрактів таким проміжком часу є цілий місяць. У міру наближення місяця поставки ф'ючерсного контракту його ціна стабілізується і наближається до спотової ціни первинного інструменту. На момент поставки обидві ціни, ф'ючерсна і спотова, стають рівні (або майже рівні) між собою.

Моделі оцінювання форвардних контрактів

З метою визначення способів оцінювання форвардних контрактів зробимо такі припущення: неперервна капіталізація відсотків, нульові трансакційні витрати, доходи з капіталу (після урахування збитків) оподатковуються згідно з тією самою податковою ставкою, відсутня можливість здійснення вигідних арбітражних операцій, учасники ринку можуть брати позики і надавати позики за тією самою відсотковою ставкою без ризику.

Для переважної більшості інвесторів, які здійснюють операції на ринках ф'ючерсних та форвардних контрактів, найефективнішою безризиковою відсотковою ставкою є ставка *repo*. Угода *repo (repurchase agreement)* – це угода, в якій власник цінних паперів бере на себе зобов'язання щодо їхнього продажу фінансовій інституції, а також купівлі тих самих паперів у тієї самої інституції за вищою ціною, на визначену дату у майбутньому. Різниця між ціною продажу і ціною купівлі цінних паперів є ціною отримання кредиту і становить дохід фінансової інституції. У такий спосіб фінансова інституція, яка купує цінні папери, надає власнику паперів позику на певний проміжок часу. Операція *repo* фактично позбавлена ризику, зважаючи на те, що кредитор одержує в заставу цінні папери. Якщо позичальник не виконає умов угоди, то кредитор залишить собі заставлені фінансові інструменти. Треба зазначити, що ставка *repo* зазвичай є дещо вищою від ставки доходу казначейських білетів. На практиці найчастіше застосовують ставки *overnight repo*, в яких умови можуть змінюватися і узгоджуватися щоденно. Іноді також використовують ставки *repo* з довшим терміном дії, котрі ще називають строковими ставками *repo* (*term repo*). Ставка LIBOR (London Interbank Offer Rate) теж широко використовується як відсоткова ставка без ризику на міжнародних ринках з метою визначення відсоткової ставки за позиками. Ставка LIBOR – це змінна відсоткова ставка, величина якої визначається на міжбанківському ринку євровалютних депозитів.

Треба зазначити, що згадані вище припущення не повинні бути обов'язковими для всіх учасників ринку. Достатньо, щоб вони виконувалися для деякої підмножини учасників форвардного ринку, наприклад, для великих інституціональних інвесторів.

Ціна, зазначена у форвардному контракті, називається *ціною поставки* (delivery price) K. У момент укладання форвардної угоди ціну поставки встановлюють так, щоб вартість контракту для обох сторін була нульовою. Це означає, що як покупець, так і продавець не мають жодних початкових витрат, пов'язаних з укладанням форвардної угоди. Отже, ціна поставки визначається на ринку порівнянням попиту і пропозиції.

Строкова ціна форварду (forward price) F – це ціна поставки, яка була би узгоджена між сторонами, якби угода укладалася сьогодні. Іншими словами, строкова ціна форварду визначається ціною поставки, для якої вартість контракту f дорівнюватиме нулю. Звідси випливає, що у момент укладання форвардного контракту строкова ціна форварду і ціна поставки рівні між собою. З часом обидві ціни можуть змінюватися. Натомість ціна поставки залишається фіксованою. У момент погашення форвардного контракту на купівлю деякого активу вартість цього контракту f обчислюється як різниця між ціною первинного інструменту і ціною форварду. Натомість для контракту продажу, його вартість дорівнюватиме різниці між ціною форварду і ціною первинного інструменту.

Ціна форварду визначається на підставі залежності поточної ціни первинного інструменту та відсоткової ставки без ризику упродовж інтервалу часу, який залишився до моменту погашення форвардного контракту. Отже, продаючи форвардний контракт, інвестор забезпечує собі продаж первинного інструменту за ціною форвард у момент закінчення терміну дії форвардного контракту. Первинний інструмент можна купити за поточною ціною на ринку спот і отримати за нього ціну форвард у момент погашення контракту. Знаючи, що ця операція є безризиковою, можна застосувати таку формулу [139, *с. 44*]:

$$S = \frac{F}{(1+r)^T} = F(1+r)^{-T}, \tag{5.1.1}$$

де S – поточна ринкова ціна первинного інструменту;

F – актуальна ціна форвардного контракту;

r – відсоткова ставка без ризику (наприклад, ставка *repo* або *LIBOR*);

T – термін до погашення облігації, яка має такий самий термін реалізації, як і форвардний контракт, роки.

З (5.1.1) можна отримати формулу для обчислення ціни форвардного контракту:

$$F = S(1+r)^T. \tag{5.1.2}$$

Рівняння (5.1.2) означає, що ціна форварду дорівнює майбутній сумі, яка дорівнює вартості первинного інструменту, інвестованій під відсоткову ставку без ризику, на термін, аналогічний до терміну дії форвардного контракту.

Розглянемо відмінності між актуальною ціною форвардного контракту F та ринковою вартістю довгої позиції у форвардному контракті f. Ціна F – це ціна поставки, для якої вартість контракту дорівнює нулеві. У момент укладання форвардного контракту ціна поставки дорівнює ціні форвардного контракту, тобто

$$F = K \text{ та } f = 0,$$

де K – ціна поставки активів.

З часом значення F і f змінюються. Ціна форвардного контракту F може набувати різних значень, зокрема:

1) ціна форвардного контракту на цінні папери, які не приносять періодичного доходу, дорівнюватиме:

$$F = Se^{rT}, \tag{5.1.3}$$

де F – ціна довгої позиції у форвардному контракті;

T – термін, що залишився до дати поставки, роки;

S – актуальна ціна первинного активу;

r – актуальна річна безризикова відсоткова ставка, за припущення неперервної капіталізації, для інвестиції з терміном дії, що закінчується у день поставки (тобто у момент часу T років).

Прикладами таких інструментів можуть бути акції, на які не виплачуються дивіденди або облігації з нульовим купоном, які продаються з дисконтом;

2) ціна форвардного контракту на цінні папери з наперед відомим готівковим доходом:

$$F = (S - I)e^{rT}, \tag{5.1.4}$$

де I – дохід на цінні папери.

Прикладами таких активів можуть бути акції, на які виплачуються сталі дивіденди, або облігації з купонами;

3) ціна форвардного контракту на цінні папери з наперед відомою дивідендною ставкою:

$$F = Se^{(r-q)T}, \tag{5.1.5}$$

де q – дивідендна ставка, тобто дохід за цінними паперами, виражений у вигляді відсотка від його ціни. Прикладами таких інструментів можуть бути акції, валюти, фондові індекси.

Натомість оцінювання форвардного контракту f можна здійснювати за такими формулами:

1) оцінювання форвардного контракту на цінні папери, які не дають періодичного доходу, можна здійснити за допомогою формули:

$$f = S - Ke^{-rT},$$

де f – ціна форвардного контракту,

2) оцінювання форвардного контракту на цінні папери з наперед відомим готівковим доходом:

$$f = S - I - Ke^{-rT},$$

де I – дохід на цінні папери,

3) оцінювання форвардного контракту на цінні папери з наперед відомою дивідендною ставкою:

$$f = Se^{-qT} - Ke^{-rT},$$

де q – дивідендна ставка.

Моделі оцінювання ф'ючерсних контрактів

Для ф'ючерсних контрактів ціна ф'ючерсу щоденно коригується біржею у такий спосіб, щоб ринкова ціна ф'ючерсного контракту була нульовою, тобто здійснюється „marking to market". Якщо інвестор купує контракт і ціна ф'ючерсу сьогодні є вищою, ніж ціна попереднього дня, то до рахунку інвестора додається відповідна грошова сума, яка дорівнює добутку різниці між цими цінами та кількості активів, які припадають на цей ф'ючерсний контракт. У протилежному випадку з рахунку інвестора віднімається аналогічна сума. Отже, на відміну від форвардного контракту, ринкова вартість ф'ючерсного контракту завжди дорівнює нулеві.

Ціну ф'ючерсного контракту можна обчислити за допомогою формули [139, *с. 69*]:

$$F = S - P_r + P_{re} - P_p ,$$

де S – поточна ціна базового активу;

F – ціна ф'ючерсу;

P_e – премія за ризик;

P_{re} – реінвестиційна премія;

P_p – премія поставки.

Реінвестиційна премія випливає з очікуваного доходу (збитку) з реінвестиції грошової суми, отриманої внаслідок „marking to market". Премія поставки пов'язана з тим, що деякі контракти дають продавцю змогу вибрати тип товару, який буде поставлений. Премія за ризик буде аналогічною до премії за ризик форвардних контрактів.

Розглянемо деякі різновиди ф'ючерсних контрактів, зважаючи на різнорідність їхніх базових інструментів.

Ф'ючерсні контракти на фондові індекси. Торгівля такими контрактами розпочалася у 1982 році. Індексні ф'ючерси забезпечують спекулянтам і хеджерам можливість отримання таких прибутків або такого зниження ризику, яких неможливо досягти, інвестуючи у традиційні цінні папери. Ціною ф'ючерсного контракту на фондовий індекс є його величина, виражена у пунктах. Кожна біржа встановлює для своїх контрактів вартість одного пункту. Отже, виплата за контрактом розраховується як кількість пунктів, помножена на їхню вартість. Це означає, що у разі, коли значення індексу перевищує ціну ф'ючерсу, покупець одержує від продавця ф'ючерсного контракту суму, пропорційну до різниці між значенням індексу і ціною ф'ючерсу, помножену на вартість одного пункту. Якщо ж значення індексу буде нижчим від ціни ф'ючерсу, то продавець контракту отримує від покупця суму, пропорційну до різниці між ціною ф'ючерсу і значенням індексу, помножену на вартість одного пункту. Розрахунок за індексними ф'ючерсами завжди відбувається у грошовій формі.

Фондові індекси являють собою зміну вартості гіпотетичного портфеля акцій. Вага акції у портфелі залежить від того, яка його частина інвестується у ці акції. Вона може бути однаковою для усіх акцій або змінюватися в часі. Відсоткове зростання індексу у короткому інтервалі часу зазвичай трактується як зростання загальної вартості акцій, з яких у цей момент збудований фондовий індекс. Як правило, фондові індекси не коригуються на величину виплачуваних дивідендів. Це означає, що під час обчислення значення індексу виплата дивідендів ігнорується. Найвідоміші у світі фондові індекси наведено у табл. 5.1.5.

Таблиця 5.1.5

Найвідоміші у світі фондові індекси

Назва індексу	База індексу
The Standard & Poor's 500 (S&P 500) Index	Індекс ґрунтується на портфелі, який складається з 500 акцій різних підприємств: 400 промислових, 40 сфери громадського обслуговування, 40 фінансових інституцій і 20 транспортних
The S&P MidCap 400 Index	Індекс розраховується на підставі портфеля 400 акцій корпорацій з нижчою капіталізацією, ніж ті, що входять до складу індексу S&P 500
The Nikkei 225 Stock Average	Індекс оснований на портфелі 225 найбільших корпорацій, що котируються на фондовій біржі Tokyo Stock Exchange
The New York Stock Exchange (NYSE) Composite Index	Індекс складається з усіх акцій, які котируються на фондовій біржі New York Stock Exchange
The Major Market Index (MMI)	Індекс ґрунтується на цінах акцій 20 blue-chip (престижних) корпорацій, які котируються на New York Stock Exchange

Треба зазначити, що у разі, коли кількість акцій окремих корпорацій в індексі є фіксованою, їхні ваги будуть змінюватися, з огляду на зміну цін таких акцій. Якщо ціна одного з інструментів підвищуватиметься швидше ніж ціни інших інструментів, то його ваговий коефіцієнт також зростатиме. Якщо фіксованою в індексі є вага кожного з інструментів, то змінюватиметься їхня кількісна частка, тобто у разі швидшого зростання ціни акції порівняно з цінами інших акцій, що становлять гіпотетичний портфель індексу, їхня кількість у цьому портфелі зменшуватиметься. Розрахунок за ф'ючерсними контрактами на індекси завжди відбувається у грошовій формі і ніколи –у формі поставки первинних інструментів.

Під час оцінювання індексних ф'ючерсів фондовий індекс можна трактувати як цінний папір, на який не виплачуються дивіденди. Основою такого інструменту є портфель акцій, на підставі якого обчислюється значення індексу, а отримані з нього дивіденди – це дивіденди, які можна було б одержати з такого портфеля. Для наближення відомих уже формул необхідно додатково припустити, що дивіденди на акції, що становлять основу портфеля, виплачуються неперервно. Якщо дивідендну ставку позначити як q, то ціну F ф'ючерсного контракту можна обчислити за допомогою (5.1.5) для форвардного контракту на цінні папери з відомою дивідендною ставкою:

$$F = Se^{(r-q)T}, \tag{5.1.6}$$

де q – річна дивідендна ставка.

Однак в реальності дивідендна ставка для портфеля акції, на якому оснований фондовий індекс, змінюється в часі і не є постійною величиною. А тому ставка q повинна розраховуватися як середнє значення усіх дивідендних ставок з періоду дії аналізованого ф'ючерсного контракту, виражене у річному масштабі. З метою правильного обчислення значення q необхідно враховувати тільки ті виплати дивідендів, терміни яких припадають до моменту погашення ф'ючерсного контракту. Треба зазначити, що рівняння (5.1.6) не використовується для розрахунку цін ф'ючерсних контрактів на фондовий індекс Nikkei 225.

Якщо застосування ставки дивідендів у відсотковому вираженні буде складним, то можна враховувати абсолютні значення дивідендів, виплачуваних з портфеля індексу та періоди їхніх виплат. Завдяки цьому індекс можна трактувати як цінний папір, що дає наперед відомий дохід, і для обчислення строкової ціни застосувати таку формулу:

$$F = (S - I)e^{rT},$$

де I – дохід на цінні папери.

На ринку індексних ф'ючерсів можна здійснювати також арбітражні операції. Якщо $F > Se^{(r-q)T}$, то можна отримати прибуток, який дорівнює безризиковій відсотковій ставці, займаючи довгу позицію в акціях, що входять до складу індексу, і одночасно займаючи коротку позицію у ф'ючерсних контрактах. У ситуації, коли $F < Se^{(r-q)T}$, прибуток забезпечує обернена стратегія, тобто продаж або короткий продаж акцій у разі одночасної купівлі ф'ючерсного контракту. Треба нагадати, що короткий продаж (short selling) полягає у продажу інструментів, які не є власністю продавця (позичені інструменти).

Описані вище стратегії називаються індексним арбітражем (index arbitrage). Перша з них часто застосовується акціонерними товариствами, які займають короткострокові довгі позиції на грошовому ринку, а друга – пенсійними фондами, котрі управляють портфелями з такими самими складовими, що й портфель відповідного індексу. Для індексів, які складаються з великої кількості різних інструментів, індексний арбітраж полягає в обігу порівняно малих кількостей різних акцій, що відображають структуру портфеля індексу. Індексний арбітраж часто застосовується в автоматизованих техніках торгівлі (program trading), котрі використовують комп'ютерні системи для автоматичного здійснення трансакцій.

Валютні ф'ючерсні контракти. Позначимо через S виражену у вітчизняній валюті ціну іноземної валюти, тобто її обмінний курс. Наявність валюти іншої країни створює для її власника можливість отримання деякого прибутку, відповідного до безризикової відсоткової ставки у цій країні, наприклад, інвестуванням в облігації, деноміновані у цій валюті. Таку відсоткову ставку без ризику позначатимемо як r_f, припускаючи одночасно неперервну капіталізацію відсотків за цією ставкою. Тоді ціну валютного ф'ючерсного контракту можна обчислити за формулою:

$$F = Se^{(r-r_f)T}. \tag{5.1.7}$$

Це рівняння є дуже відомим у галузі міжнародних фінансів під назвою „паритет відсоткових ставок". Якщо замість r_f застосуємо значення дивідендної ставки q, то наше рівняння перетвориться на рівняння (5.1.5). Це випливає з того факту, що іноземну валюту можна трактувати як цінні папери, котрі приносять дивіденди за наперед відомою ставкою. У такому разі дивідендна ставка дорівнюватиме безризиковій відсотковій ставці країни валюти. Якщо закордонна безризикова відсоткова ставка є вищою від вітчизняної, тобто $r_f > r$, то, використовуючи рівняння (5.1.7), можна довести, що F завжди буде меншим від S, а також що F зменшується у міру продовження терміну дії контракту T. Аналогічно, якщо вітчизняна відсоткова ставка без ризику є вищою від закордонної, тобто $r_f < r$, то рівняння (5.1.7) показує, що F завжди буде більшим від S, а також, що F зростає у міру зростання T.

Товарні ф'ючерсні контракти. Для оцінювання товарних ф'ючерсів істотним є поділ на товари, які купуються з інвестиційною метою, як золото, платина чи срібло, і товари, що купуються з метою споживання (наприклад, какао, пшениця). Якщо витрати на зберігання товару дорівнюють нулеві, то контракти на золото і срібло можна оцінювати аналогічно до контрактів на цінні папери, які не дають періодичних доходів, тобто використовуючи формулу (5.1.3):

$$F = Se^{rT}, \tag{5.1.8}$$

де S – актуальна готівкова ціна золота/срібла.

Витрати на зберігання можна трактувати як від'ємний дохід. Якщо через U позначимо поточне значення усіх витрат, пов'язаних зі зберіганням товару, котрі будуть зроблені під час терміну дії контракту, то строкову ціну можна обчислити, використовуючи формулу (5.1.4) :

$$F = (S + U)e^{rT}, \tag{5.1.9}$$

де U – витрати на зберігання товару.

Якщо витрати на зберігання товару, які будуть здійснені у заданому проміжку часу, будуть пропорційними до ціни товару, то можна їх трактувати як від'ємну ставку дивідендів. У такому разі з рівняння (5.1.5) отримаємо:

$$F = Se^{(r+u)T}, \tag{5.1.10}$$

де u – відношення річних витрат на зберігання і готівкової ціни товару.

Для товарів, які купуються з метою споживання, рівняння (5.1.8)–(5.1.10) треба застосовувати дуже обережно. Єдине, що можна стверджувати відносно строкової ціни цих товарів, це те, що:

- для витрат на зберігання, виражених у абсолютній величині

$$F \le (S + U)e^{rT};$$

- для витрат на зберігання, виражених у вигляді частки до готівкової ціни

$$F \le Se^{(r+u)T}.$$

Відсоткові ф'ючерсні контракти – це контракти, основані на активах, ціна яких залежить виключно від рівня відсоткових ставок. До цієї групи контрактів належать ф'ючерси, виставлені на облігації з нульовим купоном (довгострокові і середньострокові казначейські облігації), казначейські білети тощо. Для грамотного укладання таких ф'ючерсних контрактів необхідно добре знати часову структуру відсоткових ставок, тобто чітко узгоджувати термін дії ф'ючерсу і термін відсоткової ставки. Найчастіше відсоткові ф'ючерси виставляються на середньострокові казначейські облігації з терміном погашення від 6 до 10 років та довгострокові казначейські облігації з терміном погашення від 15 років і вище. У момент поставки такої облігації ціну, яку отримає продавець контракту, можна обчислити за допомогою коефіцієнтів конверсії (conversion factor). Значення коефіцієнта конверсії для облігації дорівнює вартості цієї облігації у перший день місяця поставки. Отже, ціна, яку одержить інвестор, що займає коротку позицію у ф'ючерсному контракті, дорівнюватиме:

$$F_{pr} = FK_k + B,$$

де F – поточна ринкова ціна ф'ючерсу;

K_k – коефіцієнт конверсії для облігації;

B – відсотки, що наросли.

Стратегії забезпечення ризику відсоткової ставки за допомогою фінансових ф'ючерсів

Як уже згадувалося, до фінансових ф'ючерсів зараховуємо три основні групи строкових контрактів, а саме:

1. Контракти на відсоткову ставку (interest rate futures).
2. Контракти на валюти (currency futures).
3. Контракти на біржовий індекс (equity futures).

Останні належать до групи фінансових деривативів з абстрактною ціною виконання. Хеджування за допомогою будь-яких строкових угод полягає у частковій або повній нейтралізації несприятливих коливань ринкової кон'юнктури як для покупців, так і для продавців фінансових чи матеріальних активів. Метою хеджування є перенесення цінового ризику з того, хто здійснює хеджування, на іншу особу, частіше на фінансового посередника [80, *с. 106*].

Зміст хеджування на ринку фінансових ф'ючерсів полягає у використанні строкових трансакцій для обмеження ризику несприятливих змін цін на касовому (або готівковому – cash) ринку. З цією метою суб'єкти, які здійснюють операції хеджування (hedgers), укладають стільки контрактів ф'ючерс, щоб приблизно зрівноважити реальну існуючу позицію – реальне хеджування (actual hedge) або застрахувати майбутню позицію на касовому ринку – дострокове або випереджувальне хеджування (anticipatory hedge). У таких випадках ф'ючерсна трансакція має обернений характер щодо касової трансакції. Отже, збитки однієї трансакції будуть компенсовані прибутком з другої.

Фінансові ф'ючерси на відсоткові ставки застосовуються як позичальниками фінансових ресурсів, так і їхніми кредиторами, для страхування від ризику змін відсоткових ставок. Позичальники використовують їх для забезпечення від зростання витрат, пов'язаних із майбутнім запозиченням або залученням грошових ресурсів. Натомість кредитори страхуються від зниження відсоткових ставок, які зменшуватимуть дохід за наданими кредитами з плаваючою відсотковою ставкою або новими кредитами загалом. У ролі позичальників та кредиторів можуть виступати банківські установи, страхові компанії, інвестиційні, хеджингові, пенсійні фонди, інші суб'єкти господарювання різних форм власності тощо [54].

Нагадаємо, що операції хеджування поділяються на дві групи. Перша – хеджування купівлею або „довге" (buying or long hedge) – укладання інвестором (торговцем) контракту для страхування від можливого зростання ціни у разі придбання у майбутньому відповідного товару (активу). Контракт, куплений у зв'язку з підвищенням цін, називається „довгим", або *лонг*, і його покупець перебуває у позиції лонг. Друга –

хеджування продажем, або „коротка” (selling or short hedge) – укладання виробником (власником товару) контракту для захисту від можливого зниження ціни у разі продажу у майбутньому товару (активу), обтяженого обов'язковою поставкою у певний термін. Товар (актив) може бути вже виробленим або виробленим у майбутньому. Такий контракт називається „коротким”, або *шот*, і продавець цього контракту перебуває у позиції шот. За умови підвищення ціни позиція лонг виграє, а позиція шот – програє [75, *с. 508*]. Стратегії хеджування на товарних ринках наведено у табл. 5.1.6.

Таблиця 5.1.6

Хеджингові стратегії із застосуванням товарних ф'ючерсів

Майбутня операція на ринку спот	***Зміна ринкової ціни товару на ринку спот***	***Ринкова ціна ф'ючерсу***	***Стратегія хеджування***
Купівля	Зростання	Зростання	Хеджування купівлею
Продаж	Зниження	Зниження	Хеджування продажем

На ринку відсоткових строкових контрактів також розрізняють хеджування купівлею та хеджування продажем. З метою убезпечення від зниження відсоткових ставок застосовується хеджування купівлею, натомість від зростання – хеджування продажем (див. табл. 5.1.7).

Таблиця 5.1.7

Хеджингові стратегії із застосуванням відсоткових ф'ючерсів

Майбутня операція на ринку спот	***Ринкова відсоткова ставка***	***Внутрішня вартість базового активу***	***Ринкова ціна ф'ючерсу***	***Стратегія хеджування***
Купівля	Зниження	Зростання	Зростання	Хеджування купівлею
Продаж	Зростання	Зниження	Зниження	Хеджування продажем

У разі зниження ринкових відсоткових ставок внутрішня вартість базового активу зростатиме, оскільки він гарантує виплату доходу за фіксованою відсотковою ставкою. Відповідно і ринкова ціна ф'ючерсів на цей актив буде зростати. Для забезпечення власної позиції від зростання цін базових активів, які у майбутньому інвестор планує придбати, він застосовуватиме **хеджування купівлею** ф'ючерсу за поточною ціною. Ще до моменту погашення ф'ючерсного контракту інвестор має можливість продати його за вищою (ринковою) ціною. Натомість у день погашення такого ф'ючерсу інвестор матиме змогу купити актив у партнера за заздалегідь встановленою нижчою ціною або укласти офсетну угоду за актуальною ринковою ціною ф'ючерсу. Обидві операції дадуть інвестору прибуток, а отже, і застрахують його від вищих витрат на придбання бажаного базового активу.

Таку стратегію банк застосовує тоді, коли планує придбати деякі активи у майбутньому і хоче вже сьогодні зафіксувати ціну купівлі. Остерігаючись зростання цін активів у майбутньому, банк купуватиме ф'ючерсний контракт. Якщо його прогнози справдяться, то банк (за грошової форми розрахунку) компенсує евентуальні втрати на касовому ринку доходами від продажу ф'ючерсного контракту. У разі ж фізичної форми розрахунку за ф'ючерсом, він купить активи у партнера за контрактом за нижчою, порівняно з ринковою, ціною.

Хеджування купівлею застосовується також банками, які зайняли коротку позицію в активах на касовому ринку. Це означає, що банк здійснив операцію продажу деяких цінних паперів на касовому ринку і не впевнений, чи не втратив на цій операції у зв'язку з можливим зростанням цін проданих активів у найближчому часі. Однак така форма хеджування є менш популярною.

Отже, альтернативою для закриття короткої позиції на касовому ринку є купівля ф'ючерсного контракту, який дасть змогу зрівноважити втрати на короткій позиції на касовому ринку [94, *с. 354*].

Протилежна ситуація спостерігається у разі зростання ринкових відсоткових ставок, внаслідок чого знижуються ціни базових активів. Доцільною стратегією у цій ситуації буде застосування стратегії **хеджування продажем**, що дасть можливість купити базовий актив за нижчою ціною або закрити угоду, уклавши офсетну угоду з вищою ціною виконання.

Трансакції такого типу найчастіше здійснюють банки, котрі мають у своєму портфелі активи з різною дохідністю, в сенсі рівня та виду (фіксована, плаваюча) відсоткових ставок, і остерігаються зниження їхньої вартості внаслідок зростання відсоткових ставок. Наприклад, коли банк сподівається отримати через місяць готівку від емісії власних облігацій, то для страхування своєї позиції він може зайняти коротку позиції у місячному контракті ф'ючерс на облігації на аналогічну суму. Якщо відсоткові ставки зростуть, то банк через місяць дійсно втратить під час продажу власних облігацій на касовому ринку, але заробить під час закриття позиції у ф'ючерсному контракті, що компенсує йому збитки.

Аналогічний ризик загрожує банку у ситуації, коли він прийняв депозити за плаваючою відсотковою ставкою і передбачає зростання ринкових відсоткових ставок. Для забезпечення своєї позиції від ризику він може зайняти коротку позицію на строковому ринку. Стратегії хеджування подамо у вигляді табл. 5.1.8.

Таблиця 5.1.8

Стратегії хеджування позицій банківської установи

№ з/п	Позиція банку	Вид ризику	Стратегія хеджування
1	Банк тримає у своєму портфелі активи з фіксованим доходом	Ризик зростання ринкової відсоткової ставки	Хеджування продажем
2	Банк прийняв депозити під плаваючу відсоткову ставку	Ризик зростання ринкової відсоткової ставки	Хеджування продажем
3	Банк займає коротку позицію в активах	Ризик зниження ринкової відсоткової ставки	Хеджування купівлею
4	Банк планує придбання активів	Ризик зниження ринкової відсоткової ставки	Хеджування купівлею
5	Банк сподівається отримати готівку у майбутньому	Ризик зростання ринкової відсоткової ставки	Хеджування продажем

У перших трьох ситуаціях здійснюється хеджування актуальної позиції банку на касовому ринку (actual hedge), натомість у двох останніх ситуаціях застосовується випереджувальне хеджування (anticipatory hedge). Як хеджування купівлею, так і хеджування продажем у літературі називають безпосереднім, прямим або повним хеджуванням (direct hedge) з огляду на те, що для забезпечення відкритих позицій на касовому ринку використовуються ті самі інструменти на строковому ринку. Наприклад, відкриті позиції в казначейських облігаціях можна застрахувати за допомогою ф'ючерсного контракту на ті самі казначейські облігації. Окрім цього класичного способу хеджування, інвестори застосовують також інші методи забезпечення своїх позицій. Великої популярності набуло перехресне хеджування (cross hedge), суть якого полягає у забезпеченні відкритої позиції у певному активі на касовому ринку за допомогою ф'ючерсного контракту, виставленого на інший, але дуже близький за параметрами актив. Наприклад, 90-денні казначейські векселі можна хеджувати, використовуючи євродоларовий ф'ючерсний контракт.

Щоразу частіше для страхування від ризику відсоткової ставки використовується також окреме або роз'єднане (strip hedge) та поєднане хеджування (stack hedge). За таких способів хеджування інвестор використовує декілька контрактів, які ґрунтуються на тому самому інструменті, але з різними термінами виконання. Базовий інструмент не обов'язково повинен бути аналогічним до інструменту, в якому відкрито позицію на касовому ринку. Обидві стратегії полягають у пристосуванні термінів контрактів ф'ючерс до терміну позиції на касовому ринку, яка наражається на ризик. Різниця ж полягає у тому, що стратегія окремого хеджування передбачає вибір контрактів з різними термінами виконання, що відповідають терміну реалізації операції на касовому ринку, і в міру наближення цього терміну настає їхнє закриття. Натомість поєднане хеджування передбачає вибір контрактів з різними термінами виконання, причому спочатку укладається контракт на найближчий з можливих термінів, після його закриття укладається наступний з пізнішим терміном реалізації і т. д. Порівняно з традиційними методами, стратегії strip і stack краще використовують фактор ліквідності ринку та підвищують ефективність страхування, обмежуючи ризик змін базису.

Головною передумовою здійснення хеджингових трансакцій є те, що ціни на касовому і строковому ринку ростуть і знижуються паралельно, тобто змінюються у тому самому напрямку. Однак надзвичайно рідко трапляються ситуації, коли зміни цін на касовому ринку викликають ідеально такі самі зміни цін на ринку ф'ючерсів. Саме формування базису (basis) визначає ступінь цінової кореляції на обох ринках. Базис визначається як різниця між ціною цього інструменту на касовому ринку та ціною ф'ючерсного контракту на той самий інструмент на строковому ринку:

Базис = Ціна касового ринку – Ціна строкового ринку.

Базис може набувати як додатних, так і від'ємних значень, залежно від того, як формуються ціни на обох ринках, причому під час дії операції хеджування базис може зміцнюватися (strengthening of the basis), слабнути (weakening of the basis) або не змінюватися. Аналіз ситуацій, які призводять до зміни базису, упорядкуємо за допомогою табл. 5.1.9.

Таблиця 5.1.9

Ситуації, які призводять до зміни базису

Ситуація на ринку	Зміна базису
Зниження відсоткової ставки на касовому ринку є більшим від зниження відсоткової ставки на ринку ф'ючерсів	Зміцнення базису
Зростання відсоткової ставки на касовому ринку є більшим від зростання відсоткової ставки на ринку ф'ючерсів	
Відсоткова ставка на касовому ринку знижується, а відсоткова ставка на ринку ф'ючерсів зростає	
Відсоткова ставка на касовому ринку знижується рівномірно щодо зниження відсоткової ставки на ринку ф'ючерсів	Базис без змін
Відсоткова ставка на касовому ринку зростає рівномірно щодо зростання відсоткової ставки на ринку ф'ючерсів	
Відсоткова ставка на касовому ринку і відсоткова ставка на ринку ф'ючерсів не змінюються	
Зниження відсоткової ставки на касовому ринку є меншим від зниження відсоткової ставки на ринку ф'ючерсів	Ослаблення базису
Зростання відсоткової ставки на касовому ринку є більшим від зростання відсоткової ставки на ринку ф'ючерсів	
Відсоткова ставка на касовому ринку зростає, а відсоткова ставка на ринку ф'ючерсів знижується	

Такі зміни базису залежать від багатьох чинників, зокрема великою мірою від формування цін і дохідності фінансових інструментів на касовому ринку, витрат на фінансування касової позиції, терміну дії ф'ючерсного контракту, а також прогнозів учасників ринку щодо розвитку ситуації на ньому. Ефективність хеджування залежить від того, як сильно корелюють між собою відсоткові ставки спотового та строкового ринків.

Загалом фінансові ф'ючерси належать до короткострокових похідних інструментів. Натомість, з огляду на вид базового активу, ринок строкових контрактів можна поділити на два сегменти: короткострокових та довгострокових активів. До першого сегменту зараховуємо ф'ючерсні контракти, виставлені на інструменти грошового ринку, зокрема на казначейські векселі та євродоларові депозити з фіксованою відсотковою ставкою. До найпопулярніших у цьому сегменті ринку належать ф'ючерси на 90-денні казначейські векселі (U.S. treasury bills), що перебувають в обігу на IMM, контракти на тримісячні євродоларові депозити (з базовою відсотковою ставкою LIBOR), якими торгують на Лондонській міжнародній біржі фінансових ф'ючерсів (LIFFE – London International Financial Futures Exchange) та IMM, а також тримісячні стерлінгові депозити, які є предметом обігу на LIFFE. Ф'ючерсні контракти, виставлені на короткострокові цінні папери, можуть передбачати як фізичну поставку (physical settlement) активів, так і грошову форму розрахунку (cash settlement), натомість контракти на депозити – тільки грошовий розрахунок, згідно з ціною, обчисленою кліринговою палатою цієї біржі. До найпопулярніших інструментів, що продаються у другому сегменті строкового ринку, варто зарахувати контракти на 20-річні казначейські облігації США на CBT та 20-річні облігації уряду Великобританії на LIFFE. Хоча в обігу трапляються також ф'ючерси на інші види облігацій, у різних валютах та різного терміну погашення.

Ф'ючерсні контракти за короткостроковими відсотковими ставками оцінюються індексним методом ціноутворення. Це означає, що ціна ф'ючерсу, виписаного на короткостроковий фінансовий інструмент, подається як 100 мінус очікувана відсоткова ставка за цим інструментом на грошовому ринку [71, *с. 370*].

Очевидно, що для хеджування позицій на касовому ринку від ризику відсоткової ставки можна використовувати й інші види похідних інструментів, зокрема опціони, форвардні контракти та свопи, які здебільшого є предметами обігу позабіржового сектору ринку деривативів. Їх можна використовувати у ситуаціях, коли стандартизована форма ф'ючерсів не задовольняє потенційного хеджера.

Значення міжнародного ринку фінансових деривативів полягає у тому, що він виступає у ролі ринкового механізму регулювання фінансових дисбалансів у світовій економіці. Похідні інструменти, зокрема фінансові ф'ючерси, надають можливості страхування від валютних, відсоткових та інших фінансових ризиків, що стабілізує міжнародну торгівлю товарами, послугами та фінансовими активами, зокрема, і міжнародну економіку, загалом. У зв'язку із підвищенням волатильності на світових ринках роль деривативів зростатиме, з огляду на те, що вони можуть використовуватися практично усіма ринковим суб'єктами як з метою хеджування, так і для отримання спекулятивних доходів.

5.2. Особливості варантів нової генерації

Тематикою класичних варантів, починаючи з 60-х років XX століття, займалися С. Спренкле [207], П. Самуельсон [199] та інші вчені. Натомість дослідження нових їхніх форм здійснювали, починаючи з кінця 80-х років, А. Макгатті [165], К. Прайс [182], Е. Бенкс [84], Е. Шварц [202]. Серед вітчизняних вчених про варанти згадувала В.М. Шелудько, яка дала загальне означення класичного варанту та визначила три характерні ознаки, якими варант відрізняється від опціону. Варантом називається похідний цінний папір, що дає власнику право на купівлю визначеної кількості акцій певної корпорації за спеціальною фіксованою ціною упродовж установленого періоду (як правило, кілька років). Продаж варантів корпораціями означає наявність у них акцій попередніх емісій або випуск нових акцій. Варант можна розглядати як переважне право, привілей власників облігацій та акціонерів певної корпорації на вигідних умовах здійснити нові інвестиції у цю корпорацію [80, *с. 148*].

Варанти є одними з наймолодших похідних інструментів строкового ринку. Великої популярності на світовому фінансовому ринку вони набули лише наприкінці 80-х років минулого століття. Найближчими до них за характеристиками та способом дії інструментами є опціонні контракти. Так само, як і опціони, варанти є інструментами з асиметричним ризиком. Варант (warrant) – це похідний фінансовий інструмент, який надає його власнику право на купівлю деякої кількості акцій за наперед визначеною ціною протягом певного періоду. Варанти емітуються акціонерними товариствами і можуть котируватися на фондових біржах та позабіржовому ринку нарівні з іншими цінними паперами, однак, на відміну від акцій, ці похідні фінансові інструменти не дають їхнім власникам жодних прав на загальних зборах акціонерів. Отже, варант надає право лише на купівлю акцій нової емісії.

Дослідження ринку деривативів показали, що, окрім згаданих вище варантів, які ще називають підписними, в обігу з'явилися варанти опціонного типу, які можуть емітувати будь-які ринкові суб'єкти, а не тільки акціонерні товариства. Варанти нового типу можуть надавати право на купівлю або на продаж базового активу. Отже, дамо загальне визначення варанту. **Варант** (warrant) є угодою, укладеною між покупцем (holder) і продавцем (writer), яка надає право покупцю (але не зобов'язує його) на купівлю чи продаж деякого базового інструменту (underlying instrument), згідно з наперед узгодженою між сторонами контракту ціною виконання (exercise price), у заздалегідь визначений день у майбутньому. Продавець контракту зобов'язаний до укладення трансакції у базовому інструменті, якщо утримувач (покупець) варанту реалізує належне йому право, яке передбачене варантом. Натомість покупець варанту не має жодних зобов'язань, однак за набуте право він повинен заплатити емітенту ціну варанту, яку називають премією (premium). Саме ця риса є найістотнішою, яка відрізняє варанти та опціони від похідних інструментів з симетричним ризиком, таких, як ф'ючерси, форварди та свопи, якими передбачаються двосторонні зобов'язання [38, 39].

Спочатку варант вважали опціоном, емітованим підприємством, який надає право купівлі (call warrant) його акцій з нової емісії протягом певного періоду за наперед визначеною ціною. Варанти виключно такого типу функціонували в 70-х і на початку 80-х років XX століття. Від опціонів їх відрізняли дві основні риси: поперше, виконання такого варанту завжди було пов'язане з необхідністю здійснення емітентом нових емісій акцій; по-друге, тривалість дії варантів встановлювалася, як правило, на рівні декількох років, а не кількох місяців, як для опціонів. Сьогодні значення терміну „варант" є значно ширшим. Визначення цих інструментів, наведене вище, стосується насправді лише так званих підписних (субскрипційних, акційних або фондових) варантів (equity warrants), котрі все більше втрачають популярність на користь опціонних варантів (covered warrants).

Опціонні варанти з'явилися наприкінці 80-х років минулого століття на регульованих ринках деяких країн, зокрема Великобританії, Німеччини, Швейцарії, Австралії та Японії [165, *с. 169, 208–209*]. Такі інструменти доволі швидко набули великої популярності. Опціонні варанти відрізняються від підписних тим, що вони емітуються третіми особами, найчастіше відомими фінансовими інституціями. Такі інструменти випускаються серіями і надають право їхнім утримувачам на отримання від емітента (call warrant), у наперед визначений день, виплати різниці між ціною виконання варанту та ринковою ціною базового інструменту на момент погашення цього деривативу. Тобто реальна поставка базового активу за варантами такого типу відбувається надзвичайно рідко. Опціонні варанти можуть також мати тип „продажу" (put warrant), а, отже, надавати право на продаж базового активу, що є цілком неможливим для підписних варантів.

Оскільки в англійській фінансовій термінології слово „covered" означає „забезпечений, охоплений", то „covered warrants" повинно означати такі варанти, емісія яких забезпечена довгою позицією у базовому активі або довгою позицією в опціоні, з ціною виконання ближче до позиції „у грошах", ніж виставлений варант. Натомість незабезпечені варанти повинні називатися „uncovered warrants" (незабезпечені) або „naked warrants" (голі). Однак прийнято в обох випадках такі деривативи називати „covered", хоча терміни „naked warrants" чи „naked options" теж можна побачити у професійній літературі. Це пояснюється тим, що сам факт забезпечення чи його відсутності не має практичного значення для певності реалізації зобов'язань, оскільки такі інструменти емітуються здебільшого фінансовими інституціями найвищого рейтингу [182, *с. 19*].

Підсумовуючи викладене, можна дати ще одне означення варантів. Варанти – це спрощена форма опціонів, кількість яких точно визначена, емітентом яких є один, наперед відомий суб'єкт, а розрахунки за такими інструментами відбуваються здебільшого без участі клірингової палати. Цікавим є походження слова „warrant". Якщо йдеться про опціони, то їхня назва, ймовірно, вказує на те, що, на відміну від ф'ючерсів, їхній утримувач має право вибору чи реалізувати, чи відмовитися від реалізації опціонного контракту. Своєю чергою, назва „warrant", означає, що, незважаючи на відсутність страхового депозиту, який зазвичай вноситься емітентами інших фінансових інструментів до розрахункової палати біржі, реалізація прав утримувача варанту є автоматично гарантованою (warrant – гарантія).

Варанти можна вважати до певної міри опціонами, які формуються в інший спосіб. Такі деривативи емітуються акціонерними товариствами або фінансовими інституціями, однак дуже рідко впроваджуються у біржовий обіг. Кількість відкритих контрактів залежить від величини емісії таких деривативів і змінюється лише внаслідок виконання варанту або закінчення терміну його дії. Варанти купують і продають на засадах торгівлі акціями, а тому Option Clearing Corporation не втручається у купівлю–продаж таких похідних інструментів.

Дуже часто акціонерні товариства виставляють на продаж варанти з правом купівлі на свої акції, які будуть емітуватися у майбутньому. З метою залучення додаткових капіталів для фінансування своєї діяльності вони емітують облігації та варанти одночасно, тобто варант стає супутником облігації. Додавання варантів до емісії інших цінних паперів спрямоване на спонукання інвесторів до купівлі останніх. Варант у таких ситуаціях використовується як заохочення. Отже, товариство, яке потребує капіталу, може запропонувати інвесторам пакет, що складається з облігацій та варантів на власні акції. Якщо такі варанти будуть подані до реалізації, то акціонерне товариство емітуватиме для їхніх утримувачів нові акції, ціна яких визначена у варантному контракті ще у момент його укладання. Важливо відзначити, що як ціна виконання, так і термін погашення варантів не підлягають біржовому регулюванню, а тому можуть відрізнятися від стандартних біржових цін та термінів погашення. Як правило, терміни дії варантів встановлюються значно довшими, ніж терміни дії звичайних опціонів на акції. Варанти також часто видають членам правління акціонерного товариства як частину їхньої винагороди.

Варанти типу купівлі (call warrant) та типу продажу (put warrant) також можуть емітуватися фінансовими інституціями. У такому разі такі деривативи називаються опціонними варантами. Метою їх емісій є задоволення ринкового попиту на інструменти такого типу. Емітовані фінансовими інституціями варанти можуть ґрунтуватися на інших, ніж акція, базових активах, наприклад, на біржових індексах, відсоткових ставках, валютних курсах, цінах товарів тощо. Загалом варант можна визначити як опціон, емітований підприємством, який надає право на придбання акцій за визначеною ціною у визначений час. Варанти можуть відрізнятися між собою можливістю зміни їхньої ціни та продовженням терміну їх дії. Більшість варантів, які є в обігу, стосуються права купівлі однієї простої акції. Однак на ринку трапляються також варанти, які надають право купівлі більше або менше ніж однієї акції. Такі нетипові інструменти можуть з'явитися внаслідок виплачуваних на акції дивідендів, поділу (split) акцій або злиття підприємств.

Основною метою емісії варантів є залучення додаткового грошового капіталу, з можливістю розпоряджатися ним без необхідності виплати відсотків, як у разі випуску облігацій або виплати дивідендів – під час емісії акцій. Якщо варант, аналогічно до опціону, не буде реалізований до закінчення терміну його дії, то він цілком втратить свою вартість. Натомість інвестор, який не може розраховувати на отримання дивідендів від варанту, сподівається одержати у майбутньому прибуток від різниці між сплаченою ціною базового активу (купленого у емітента за нижчою ціною) і отриманою ціною за цей актив, у результаті його продажу на ринку (за вищою ціною). Привабливість варантів пояснюється високим показником фінансового левериджу при застосуванні таких похідних інструментів. Наприклад, якщо ціна базового інструменту становить 10 грн., то варант, який дає змогу купити акцію за 9 грн., повинен коштувати принаймні 1 грн. Зростання ціни базового інструменту на 1 грн. приведе до зростання ціни варанту теж на 1 грн., що принесе інвестору прибуток, який дорівнює 100 %.

Отже, можна стверджувати, що варант є певним видом опціону з довшим, ніж звичайно терміном дії. А це означає, що його можна оцінювати на тих самих засадах, що й опціони. Внутрішня ціна варанту залежить від ціни базового інструменту і субскрипційної оплати. Часова вартість варанту є набагато вищою від його внутрішньої вартості, що пов'язано з доволі довгим терміном його дії. А це може призвести до складності в оцінюванні таких деривативів.

У класичних опціонних контрактах емітент і покупець опціону укладають на біржі угоди, внаслідок чого змінюється загальна кількість опціонів, що обертаються на біржі. Простіше кажучи, кількість відкритих позицій в опціонах може бути довільною. Більше того, опціони можуть емітувати юридичні особи та інституції, які не мають жодних зв'язків з базовим активом. Натомість з класичними варантами (субскрипційними або підписними) ситуація виглядає зовсім інакше. По-перше, їх можуть емітувати лише акціонерні товариства, які мають право і намір впровадити у майбутньому у ринковий обіг акції з нової емісії, що є базовим активом цього деривативу. По-друге, варанти не завжди впроваджуються в обіг за посередництвом фондових бірж. По-третє, кількість відкритих позицій у варантах залежить від величини емісії і може змінитися лише у разі їхньої реалізації або закінчення терміну їхньої дії. Варанти продають і купують на тих самих засадах, що й акції. Ця характерна риса є важливою з огляду на те, що в трансакціях такого типу не бере участі клірингова палата біржі. Під час виконання варанту у розрахунку за ним беруть участь лише дві сторони, а саме утримувач (покупець) варанту та емітент (продавець) варанту.

Підписні варанти є дуже наближеними за структурою до прав придбання акцій (right to purchase shares), однак між ними є деякі відмінності, зокрема:

- варанти зазвичай мають термін погашення довший, ніж 1 рік. Наприклад, на ринку Великобританії найчастіше встановлюється термін 4 і 3/4 року [165, с. *16*]. Натомість у разі прав придбання акцій період від моменту їхньої емісії до моменту погашення сягає переважно кількох тижнів;
- підписні варанти часто емітуються фірмами у поєднанні з іншими формами фінансування. Наприклад, їх можуть приєднувати до таких цінних паперів, як облігації або привілейовані акції. Метою таких заходів є спонукання інвесторів до купівлі останніх. Облігації, конвертовані в акції, – це компіляція акційного варанту з облігацією. Здебільшого поєднані у такий спосіб цінні папери обертаються на ринку разом, хоча на добре розвинутих ринках їх можуть продавати окремо;
- метою кожної емісії прав придбання акцій є підвищення власного капіталу корпорації, що не завжди є основною причиною емісії варантів, котрі дуже часто виконують роль заохочення до купівлі інших, супровідних інструментів, які стають джерелом фінансування корпорації.

Натомість структура **опціонних** варантів є дуже схожою до структури опціонів, тобто вони є підтвердженням прав їхнього утримувача та зобов'язань їхнього емітента. Утримувач варанту не має обов'язку його реалізації, натомість емітент зобов'язаний виконати варант на вимогу його утримувача. А тому варанти часто вважають одним із різновидів опціонів. Однак варанти мають деякі відмінності, порівняно з опціонами, що котируються на організованих ринках. Їх характеризують такі риси:

- варанти вважають цінними паперами, які мають свого емітента, тоді як опціони з'являються лише після підписання опціонного контракту між продавцем і покупцем опціону;
- варанти емітуються серіями у заздалегідь визначених кількостях, тоді як кількість відкритих опціонних контрактів практично може бути необмеженою;
- з погляду інвестора варанти можна тільки купувати, натомість опціони можна і купувати, і продавати;
- в опціонах на біржових ринках гарантом їхньої реалізації є клірингова палата, яка є посередником у таких трансакціях, натомість при трансакціях з участю варантів емітент розраховується особисто і одночасно сам є гарантом виконання своїх зобов'язань;

- опціони на біржах є стандартизованими, а це означає, що вони мають певні встановлені параметри, у тому числі дата погашення та ціна виконання. Натомість варанти можуть виставлятися на довільні терміни і мати довільні ціни виконання, які залежать тільки від рішення емітента.

Основною функцією строкових ринків, зокрема й ринку варантів, є створення умов для ефективного перенесення ризику від суб'єктів, які прагнуть позбутися його, на фінансових спекулянтів. Спекулянти, своєю чергою, переймаючи на себе ризик за відповідну оплату, мають надію на отримання додаткових доходів у разі сприятливих для себе змін ринкових умов. Перенесення (transfer) ризику з позиції особи, яка його передає, називається хеджуванням (hedging), натомість з позиції особи, яка його приймає – трейдингом (trading). Отже, можна виділити такі функції варантів:

- хеджування, тобто страхування від ризику;
- спекуляція, так звана купівля ризику;
- арбітраж або вирівнювання цін на різних ринках;
- субституція (заміна) базових інструментів;
- фінансова інженерія.

Перші дві функції належать до основних. *Хеджування* полягає у страхуванні позиції інвестора від небажаних для нього ринкових змін. Суть хеджування на ринку варантів полягає у їхньому використанні для обмеження ризику несприятливих змін цін фінансових інструментів або інших активів на касовому ринку. З цією метою суб'єкти, які реалізовують хеджингові трансакції (хеджери – hedgers), можуть купувати варанти, виставлені на таку саму кількість базового інструменту, яка є в позиції хеджера (у базовому активі) на касовому ринку, щоб врівноважити її.

Спекуляція є протилежною операцією до хеджування. Спекуляція полягає в оцінюванні актуальної ситуації на фінансовому ринку та прогнозуванні змін на ньому у майбутньому. На підставі таких прогнозів спекулянт укладає угоди, які згідно з його очікуваннями принесуть йому вищі від середнього прибутки. Маючи на меті досягнення дуже високих прибутків, він одночасно повинен рахуватися і з високим ризиком. Похідні інструменти дають спекулянтам можливість використовувати ефект фінансового левериджу, а, отже, і отримувати набагато вищі прибутки, ніж це було б можливо, якби вони зайняли будь-яку позицію на касовому ринку. Одночасно у разі несподіваних несприятливих змін ціни базового інструменту на ринку спот спекулянт зазнає значно вищих втрат, ніж на касовому ринку.

Арбітражні операції відрізняються від спекулятивних тим, що з їхньою реалізацією не пов'язаний ризик негативних змін ціни предмета трансакції. Це можливо завдяки одночасній купівлі за нижчою ціною на одному ринку і продажу за вищою ціною на іншому (наприклад, за локалізацією) ринку тих самих фінансових інструментів. На ринку похідних інструментів арбітраж має вигляд, як правило, використання різниці цін між строковим та касовим ринком. Треба, однак, зазначити, що такі різниці цін виникають на дуже короткий час і є настільки малими, що їх можуть використовувати лише ті учасники ринку, які розпоряджаються значними грошовими засобами, а їхні трансакційні витрати є порівняно невисокими. До цієї категорії учасників можна зарахувати банки, маклерські контори, інвестиційні фонди та великі підприємства. На високоліквідних розвинутих ринках, де класичного арбітражу між касовим та строковим ринками практично не буває, трапляється складніший арбітраж, між декількома видами деривативів одночасно. Фінансові інституції (арбітражери) з метою отримання прибутків на різниці цін різних деривативів приймають на роботу висококваліфікованих спеціалістів, а саме математиків, інформатиків та інженерів, які вміють використовувати програми, моделі та комп'ютери останніх поколінь. З іншого погляду, діяльність арбітражерів приносить користь не тільки їм самим, але й ринкам деривативів загалом, оскільки підвищує їхню ліквідність, а також, внаслідок вирівнювання цін, і ефективність їхньої діяльності.

Використання варантів у ролі *субститутів* базових активів полягає в інвестуванні у них без використання левериджу, з ідентичним ризиком і дохідністю, як і у разі базового інструменту. Прикладом такої інвестиції може бути купівля варантів на фондовий індекс, який обчислюється на підставі портфеля акцій, замість купівлі самих акцій. Вибір варанту на індекс акцій може бути вигіднішим, ніж прийняття складнішої позиції у декількох акціях на касовому ринку. Наприклад, інвестор, який сподівається на загальне зростання цін на ринку акцій, замість купівлі десятків акцій корпорацій може інвестувати в один інструмент (індекс акцій), який характеризується ідентичним ризиком та дохідністю.

Розвиток теорії фінансів, математичного моделювання та розроблення нових швидкодійних комп'ютерів стали основними передумовами виникнення нової галузі науки, яку назвали *фінансовою інженерією*. Основними завданнями фінансової інженерії є: розвиток та модифікація наявних фінансових інструментів, створення цілком нових похідних інструментів, а також дуже складних їхніх комбінацій на замовлення клієнтів, якими найчастіше бувають фінансові інституції. Новостворені похідні інструменти характеризуються доволі складними моделями оцінювання, однак дають змогу ефективніше здійснювати традиційні фінансові та інші ділові операції, а також доволі точно прогнозувати ризик різних можливостей у економічній діяльності. Одночасно з доволі докладним оцінюванням ризику з'являється також і можливість його селективнішого вибору. У результаті такі дії дають змогу оптимальніше формувати профіль ризику і дохідності портфеля активів та пасивів.

Функції та різновиди варантів

Проаналізуємо основні функції підписних варантів та опціонних варантів. ***Підписні*** (субкрипційні/фондові) варанти (subscription/equity warrants) можуть також виконувати всі перераховані вище функції деривативів. Однак їхня специфіка полягає у тому, що підписні варанти – це єдині похідні інструменти, емітенти яких одночасно та однозначно визначають базовий інструмент, який покладено в основу варанту. З огляду на цей факт підписні варанти мають кілька додаткових застосувань:

– залучення капіталу до акціонерного товариства у момент виконання варантів;

– зниження коштів залучення капіталу з інших джерел поєднанням варантів з іншими цінними паперами;

– підвищення мотивації працівників акціонерних товариств використанням варантів у ролі так званих менеджерських опціонів;

– підвищення зацікавленості з боку інвесторів акціонерним товариством, яке емітує варанти на власні акції.

Основною метою емісії акціонерним товариством варантів є збільшення акціонерного капіталу, яке настає у момент виконання варантів. Виконання підписного варанту пов'язане із виплатою його емітенту еквіваленту ціни виконання за кожен варант (очевидно, що власник варанту використає своє право лише тоді, коли ціна виконання буде нижчою від актуальної ціни акції на ринку). У такому разі варант виконує наближену функцію до емісії акцій з правом придбання, однак з кількома істотними відмінностями. Передусім, варанти мають зазвичай строк погашення від кількох місяців до кількох років, а, отже, їхнє завдання не полягає у негайному підвищенні акціонерного капіталу товариства, як у правах придбання акцій. Завдяки цьому значно легше їх емітувати у періодах·беси на фондовій біржі або якщо відсутнє зацікавлення з боку інвесторів первинним ринком цінних паперів. Більше того, емісія акцій з правом придбання призводить до „розрідження капіталу", тобто погіршення основних інвестиційних показників, таких, як прибуток на одну акцію, що інколи впливає на погіршення іміджу акціонерного товариства в очах інвесторів. Такої проблеми не виникає у разі емісії підписних варантів, виконання яких є відтермінованим у часі і часто сприймається акціонерами як подарунок. Саме тому, якщо акціонерне товариство зорієнтоване на довгостроковий розвиток і не змушене негайно підвищувати свого капіталу, вміле застосування підписних варантів може йому принести значну користь [165, с. 6–7].

Підписні варанти можуть також використовуватися для додаткового заохочення інвесторів до розміщення капіталів, але відмінним, від емісії акцій, способом, що дає змогу знизити кошти залучення нового капіталу. Найчастіше використовують такий спосіб реалізації цієї функції варантів: приєднання їх до емісії різноманітних боргових цінних паперів, найчастіше облігацій. Облігації, конвертовані в акції, які обертаються на багатьох ринках, у певному сенсі, є прикладом такого поєднання. Такі облігації можуть продаватися з нижчими відсотками, ніж актуальна ринкова відсоткова ставка, надаючи одночасно їхньому власнику право заміни облігації на акції з нової емісії за вигідною для нього ціною. Або інші варіанти, такі, як облігація з варантом (bond with warrant) чи облігація з приєднаним варантом (back bond).

Підписні варанти також можуть застосовуватися як менеджерські опціони, тобто як премія для управлінського персоналу та інших працівників, мотивуючи їх до діяльності на користь акціонерного товариства, яке внаслідок цього могло б підвищити свою ринкову вартість. Підписний варант, який є тим дорожчим, чим вищою є ціна акцій товариства, дає добрі можливості преміювання персоналу власне за підвищення ринкової вартості такого підприємства [165, с. 9]. Отже, менеджерські опціони дають, деякою мірою, автоматичну (або ринкову) оцінку діяльності правління акціонерного товариства, сприяючи одночасно його мотивації. Акціонерне товариство, емітуючи підписні варанти, може додатково збільшити зацікавлення інвесторів іншими видами власних цінних паперів. У ситуації, коли на деяких біржах котируються акції сотень, а навіть і тисяч різних компаній, переважно маловідомих середньому інвестору, поява на ринку інструментів, які завдяки фінансовому левериджу дають можливість більше заробити, ніж звичайні акції, може виділити компанію серед загалу на ринку і привабити ширше коло інвесторів, заохочених можливістю отримання вищих від середнього прибутків [165, с. 9].

Опціонні варанти, окрім того, що виконують усі функції, характерні для інших видів похідних інструментів, а саме використовуються з метою спекуляції, хеджування і арбітражу, можуть бути субститутом базового активу або складовою частиною комбінованих продуктів фінансової інженерії. Вони мають також декілька додаткових переваг, які свідчать на користь їхньої інвестиційної привабливості:

– вигідніший розподіл ризику під час страхування позиції, порівняно із ф'ючерсними контрактами;

– можливість детального визначення прийнятного рівня ризику (максимально можливих втрат);

– можливість кращого пристосування до потреб інвесторів, завдяки спрощеним процедурам впровадження їх у обіг;

– швидкість і простота впровадження в обіг на ринках, на яких відсутній організований сегмент похідних інструментів.

Опціонні варанти, аналогічно до опціонів, є вигіднішим способом страхування ризику, ніж ф'ючерсні контракти. На відміну від ф'ючерсів, опціонні варанти переважають в операціях хеджування тоді, коли ситуація на касовому ринку є дуже непевною і складно передбачити напрямок змін цін на ньому. З огляду на ширший обсяг прав і обов'язків сторін, які укладають контракти опціонного типу, на противагу хеджуванню на ринку ф'ючерсів, хеджування на ринку опціонних варантів ставить покупця у привілейовану позицію стосовно продавця. Покупець є застрахованим від несприятливих змін цін базового інструменту, отримуючи одночасно шанси додаткового заробітку у разі корисних для нього змін на ринку. Ф'ючерсний контракт не дає таких можливостей. Єдиними витратами інвестора під час страхування від ризику за допомогою варанту є розмір сплаченої премії, яка становитиме дохід емітента варанту, за сприятливих для нього умов. Натомість за несприятливих змін ціни базового активу на ринку спот його втрати теоретично можуть бути необмеженими, тобто можна стверджувати, що емітент переймає на себе необмежений ризик.

Опціонні варанти є краще пристосованими до спекулятивних потреб інвесторів інструментами, ніж звичайні опціони. Більшість індивідуальних та дрібних інвесторів не використовують можливості продажу опціонів, яке є рівнозначним прийняттю зобов'язань та необмеженого ризику, однак більш схильні до їхнього придбання, що рівнозначно отриманню прав та можливостей одержання необмеженого прибутку. Отже, опціонні варанти характеризуються асиметрією ризику, яка є вигідною для покупця – максимальні його втрати дорівнюватимуть сумі заплаченої премії, натомість необмежений ризик переймає на себе спеціалізована, здатна ним управляти фінансова інституція, яка є емітентом варанту. Опціонні варанти можуть бути краще пристосовані до індивідуальних потреб інвесторів, ніж класичні опціони, завдяки спрощеним процедурам їхньої емісії. Оскільки опціони не мають одного визначеного емітента, а тому є стандартизованими інструментами, з погляду їхніх цін виконання і термінів погашення, то вони недостатньо еластичні до змін попиту з боку інвесторів. У разі опціонних варантів емітентам, якими є фінансові інституції, що активно діють на фінансовому ринку, легше ідентифікувати нові потреби ринку і задовольняти їх, емітуючи відповідно пристосовані до попиту похідні фінансові інструменти.

Опціонні варанти легше ніж інші деривативи впроваджувати на ринки, які ще не мають досвіду в організації строкового біржового обігу. Це пояснюється тим, що варанти не передбачають утворення додаткової ринкової інфраструктури (наприклад, клірингової палати, яка гарантує виконання щоденних розрахунків за відкритими позиціями і здійснює моніторинг ризику), якої вимагають, наприклад, опціони та ф'ючерси. Варанти – це єдині похідні інструменти, які можна легко пристосувати до системи обігу та розрахунків, який використовується на ринку акцій. На багатьох строкових ринках (наприклад, у Німеччині) до варантів застосовують спрощені процедури допущення до обігу, не вимагаючи від емітентів внесення страхового депозиту, оскільки гарантією виконання обов'язків з боку емітента є його власний капітал та престиж на ринку. Завдяки цьому варанти стали дуже популярними у таких країнах, як Німеччина, Австрія, Швейцарія, Австралія, Малайзія, Таїланд та інші, котрі протягом довшого часу не мали розвинутих строкових ринків. У Польщі, де строковий ринок почав функціонувати значно пізніше, варанти теж виконували функцію приготування ринку до торгівлі опціонами.

Структура кожного варанту повинна бути чітко визначена. Передусім необхідно зазначити вид варанту, тобто чи це є варант купівлі, чи продажу, а також стиль його виконання, – європейський чи американський. Власник американського варанту теоретично може його виконати у довільний момент часу протягом терміну його дії. Натомість європейський варант може бути реалізований лише у день його погашення. Під час випуску підписних варантів визначається величина загальної емісії інструментів цієї серії, тобто їхня точна кількість, дата емісії варантів, назва емітента, вид первинного інструменту, який покладено в основу варанту, та його кількість, що припадає на один варант (так званий „множник"). На практиці один варант зовсім не означає права на купівлю саме однієї одиниці базового активу (наприклад, акції). Як правило, це буває якесь кругле число, наприклад, 10, 50 або 100. Однак трапляються випадки, коли множник є дробовим числом, а це означає, що для придбання однієї акції необхідно мати декілька варантів. Іноді варант може надавати право його власнику на купівлю „кошика" декількох різних акцій. У такому разі необхідно чітко встановити, скільки і яких акцій припадає на один варант. Аналогічно, якщо базовим інструментом є фондовий індекс акцій, валютний курс або відсоткова ставка (в опціонних варантах), повинен бути наперед визначений спосіб обчислення ціни базового інструменту, який можна буде купити або продати у майбутньому.

Окрім згаданих структурних елементів, у варанті необхідно зазначити термін його дії, тобто дату його впровадження у обіг та дату його погашення. Наступним важливим елементом є ціна виконання (strike price), тобто ціна, за якою варант може бути реалізований. Ціна виконання є незмінною протягом усього терміну дії варанту. Кожен варант, який продається на ринку, має певну ціну, яка називається премією (premium). Емітент, виставляючи варант на продаж на первинному ринку, може встановити довільну ціну, яку повинен заплатити покупець емітенту варанту за його придбання. Однак на вторинному ринку ціна варанту може змінюватися залежно від попиту та пропозиції цього інструменту. Під час укладання контракту купівлі–продажу варанту визначається також спосіб розрахунку між емітентом та утримувачем цього деривативу. Це може бути або фізична поставка базового інструменту або готівкова виплата (cash settlement) різниці між ціною виконання та актуальною ціною базового активу на ринку спот. У другому випадку величину виплати утримувачу варанту визначає його внутрішня вартість (intrinsic value), яку можна обчислити за допомогою таких формул:

- для варанту купівлі (call): $f(t) = \max\{0, P(t) - X\}$;
- для варанту продажу (put): $f(t) = \max\{0, X - P(t)\}$,

де X – ціна виконання варанту;

$P(t)$ – ціна базового активу у день виконання t.

Між сторонами варантного контракту можуть узгоджуватися також інші важливі, з їхнього погляду питання, як, наприклад, способи забезпечення здійснення розрахунків за варантом, принципи торгівлі варантами на фондовій біржі або на регульованому позабіржовому ринку, порядок дій у разі спліту акцій, порядок виплати дивідендів за акціями, порядок дій у разі ліквідації акціонерного товариства, на акції якого виставлено варанти тощо.

Зупинимось тепер на різновидах варантів. Як уже згадувалося, усі види похідних фінансових інструментів можна поділити на інструменти з симетричним та асиметричним ризиком. У першому випадку укладення контракту такого типу передбачає виникнення зобов'язань з обох сторін. Це означає, що в термінах, визначених контрактом (термінах розрахунку), завжди є додатний грошовий потік. До цієї групи належать передусім контракти форвард, ф'ючерс і своп (swap). Своєю чергою, в похідних контрактах з асиметричним ризиком грошові потоки у термінах, визначених контрактом, не завжди відзначаються. Це пов'язано з тим, що контракт другого типу є правом для однієї сторони, а зобов'язанням – для другої. До цієї групи інструментів належать опціони, варанти, облігації з правом підписки на акції (bond with stock subscription right), права придбання акцій (right to purchase shares).

Аналогічно, як і у разі опціонів, необхідно розрізняти два основні види варантів:

- варант купівлі (call warrant), який надає його покупцю право на купівлю від емітента, у визначений термін у майбутньому, базового інструменту за наперед узгодженою ціною або право на отримання грошової виплати, величина якої становить різницю між ціною базового інструменту у день виконання варанту та узгодженою у варанті ціною виконання (strike price);
- варант продажу (put warrant), котрий надає право його утримувачу на продаж, у визначений день у майбутньому, базового інструменту за наперед узго-

дженою між сторонами ціною або право на одержання платежу, сума якого обчислюється як різниця між узгодженою у варанті ціною виконання та актуальною на день реалізації варанту ціною базового активу на ринку спот.

З огляду на період, упродовж якого утримувач варанту може його реалізувати, розрізняємо два стилі виконання варантів:

- варант американського стилю (american warrant), власник якого може його виконати у довільний час від моменту його придбання до моменту погашення;
- варант європейського стилю (european warrant), утримувач якого може реалізувати свої права, які випливають з варанту, лише у день погашення цього похідного інструменту.

З огляду на тип емітента варантів розрізняють:

- субскрипційний (підписний або фондовий) варант, котрий емітується акціонерними товариствами на власні акції з майбутніх емісій;
- опціонний варант, котрий емітується „третіми особами”, найчастіше фінансовими інституціями з найвищим рейтингом. Такі похідні інструменти, як правило, випускаються серіями і надають право його покупцю на отримання, у визначений термін у майбутньому, від емітента варанту платежу, що становить різницю між ціною виконання варанту та ринковою ціною базового активу у день виконання варранту (реальна поставка базового інструменту за опціонним варантом відбувається вкрай рідко).

З огляду на спосіб виконання розрізняють:

- варанти, за якими розрахунок відбувається у готівковій формі;
- варанти з фізичною поставкою базового активу.

Окрім описаних вище найпопулярніших типів варантів, існують також, як і для опціонів, їхні екзотичні аналоги. Екзотичні варанти – це похідні фінансові інструменти, які характеризуються складнішим способом розрахунку, ніж стандартні європейські та американські варанти. Вони найчастіше емітуються фінансовими інституціями на індивідуальне замовлення клієнтів і котируються на позабіржових ринках. Найпоширенішими є такі різновиди екзотичних варантів:

– варант типу „as-you-like-it”, який дає можливість вибору типу варанту, тобто він може бути або варантом купівлі, або варантом продажу, залежно від того, що є вигіднішим у певній ситуації для утримувача цього похідного інструменту;

– зворотний варант (lookback warrant), який дає змогу купити (або продати) базовий інструмент за найнижчою (або найвищою) ціною, якої він досяг протягом дії варанту;

– атлантичний, або бермудський варант (Bermuda warrant), котрий є американським варантом з певними обмеженнями щодо дня виконання, наприклад, це може бути тільки перший або останній день місяця;

– варант із запізнюючим стартом (forward-start warrant), котрий активізується у певний момент у майбутньому із запізненням щодо моменту його продажу, а ціна його виконання дорівнюватиме актуальній ціні базового активу у момент його старту;

– бар'єрний варант (barrier warrant), який може бути реалізований лише тоді, коли під час терміну дії варанту ціна базового активу досягне встановленого рівня бар'єра (для варанту з активізаційним бар'єром) або не досягне рівня бар'єра (для варанту з дезактивізаційним бар'єром);

– бінарний варант (binary warrant), який може мати дві форми: „актив або нічого" (asset or nothing) та „готівка або нічого" (cash or nothing). Емітент варанту типу „актив або нічого" виплачує власнику варанту вартість базового активу, натомість емітент варанту типу „готівка або нічого" – узгоджену наперед суму грошей, якщо актуальна ціна базового інструменту перевищить ціну виконання варанту;

– нестандартний американський варант на акції з плаваючою ціною виконання. Такого типу варанти поширені у Сполучених Штатах Америки, де емітуються довгострокові варанти на акції майбутніх емісій, причому ціна такого варанту зростає у часі. Наприклад, 20 доларів у перші два роки, 23 долари – у наступні два роки і 25 доларів – у п'ятому році.

Немає жодних обмежень щодо створення нових різновидів варантів. Фінансові інженери можуть запрограмувати на замовлення клієнтів будь-яку форму цього похідного інструменту. Більшість екзотичних варантів, як і екзотичних опціонів, створюються з конкретною інвестиційною метою і для конкретного ринку. Деякі фінансові інституції рекламують свої інструменти доволі активно, і навіть агресивно, пропонуючи запроектувати варанти на кожен вид трансакції, яка б зацікавила клієнта. Екзотичні варанти більшою мірою, ніж інші інструменти, ізолюють ризик і дають інвестору змогу концентруватися на одному конкретному виду ризику, незалежно від його джерела та наслідків. Така ізоляція від певного виду ризику може бути ефективнішою для конкретної трансакції чи інвестиції, ніж традиційні фінансові інструменти.

Основою для прийняття рішення власником варанту щодо його виконання є порівняння актуальної ринкової ціни базового інструменту з ціною виконання варанту. Для варанту з правом купівлі це ціна, за якою утримувач варанту має право набути первинний інструмент від його емітента у момент реалізації варанту. Він використає своє право лише за умови, що актуальна ціна базового інструменту на ринку спот буде вищою від ціни виконання варанту, у протилежному випадку варант залишиться нереалізованим. Для варанту з правом продажу ціна виконання визначає ціну, за якою його власник матиме право продати базовий інструмент емітенту варанту. Утримувач варанту буде зацікавлений в його реалізації лише тоді, коли актуальна ринкова ціна базового активу буде нижчою від ціни виконання цього деривативу.

У зв'язку з вищесказаним можна описати три різні позиції, в яких може бути варант:

1) варант є „без грошей" (out-of-the-money) або „не в ціні", коли невигідно його реалізовувати. Це означає, що актуальна ціна базового інструменту є нижчою від ціни виконання для варанту типу call і вищою від ціни виконання для варанту типу put. Власник варранту не буде зацікавлений в реалізації свого права щодо купівлі базового активу за вищою ціною, ніж на ринку, та реалізації права продажу

за ціною, нижчою від актуальної ринкової ціни. Якщо варант залишиться у позиції „без грошей" до дня його погашення, то його власник втратить вкладений капітал, тобто ціну, яку він заплатив за придбання варанту (премію). Натомість емітент варанту у такій ситуації отримає прибуток, що дорівнює отриманій премії;

2) варант є „при грошах" (at-the-money), інакше „за ціною", коли ціна виконання дорівнює актуальній ринковій ціні первинного інструменту, на якому оснований варант. У такій ситуації утримувач варанту не буде зацікавлений в реалізації своїх прав, що випливають з варанту, оскільки не отримає від цього жодного прибутку. Якщо у день погашення варант залишається у позиції „при грошах", то уся премія стане прибутком емітента варанту, а його утримувач зареєструє втрати, що дорівнюють сумі сплаченої премії;

3) варант є „у грошах" (in-the-money), інакше „у ціні", коли він має внутрішню вартість. А це означає, що оплачується його реалізувати. Для варанту з правом купівлі це означає, що актуальна ринкова ціна первинного інструменту є вищою від ціни виконання. У такій ситуації прибуток покупця варанту дорівнює різниці між ринковою ціною базового інструменту та ціною виконання, зазначеною у варанті, мінус сума премії, яку він заплатив, купуючи варант. Аналогічно для варанту з правом продажу виконання є вигідним лише тоді, коли ринкова ціна базового активу є нижчою від ціни виконання, а дохід власника дорівнюватиме різниці між ціною виконання та актуальною ціною первинного інструменту на ринку спот, мінус сума премії. Натомість емітент варанту зазнає в обох випадках втрат, які дорівнюватимуть розміру виплаченого утримувачу варанту платежу мінус отримана премія за варант.

Треба зазначити, що виконання варанту у позиції „у грошах" зовсім не означає, що його власник одержить прибуток. До моменту, поки розрахунковий платіж між сторонами не перевищить суми заплаченої премії, власник буде лише мінімізувати втрати. Прибуток з'явиться лише тоді, коли виплата за варантом перевищить його ціну. У цій самій позиції варанту його емітент наражається на ризик необмежених втрат, які можуть значно перевищити його максимальний дохід, який дорівнює отриманій премії за варант.

Розглянемо, як приклад, три стратегії інвестування 2500 € строком на шість місяців:

1) стратегія інвестора А полягає у придбанні 250 акцій корпорації Elektrim за ціною 10 € за акцію. Сума інвестиції 250*10=2500 €;

2) інвестор В придбав 25 варантів з правом купівлі 10 акцій корпорації Elektrim з ціною виконання 10 €, причому ціна варанту теж становить 10 €. Отже, одна акція коштуватиме 1€. На придбання варантів інвестор витратив 250 €. Решту 2250 € він вклав у річні облігації зі ставкою доходу 20 %. Дохід за облігаціями за 6 місяців (ставка 10 %) становитиме 2250*10 %=225 €. Загальна сума інвестиції 250+2250=2500 €;

3) стратегія інвестора С полягає у вкладенні 2500 € у варранти з правом купівлі 10 акцій корпорації Elektrim, тобто придбанні 250 варантів по 10 € за кожен.

Припустімо, що у день погашення варантів ціна акцій становила 9.25 €. Розрахуємо прибутковість (або збитковість) усіх трьох стратегій:

1) стратегія A $\frac{9.25 \cdot 250 - 2500}{2500} \cdot 100\ \% = -7.5\ \%$.

2) стратегія B $\frac{225 + 2250 - 2500}{2500} \cdot 100\ \% = -1.0\ \%$.

3) стратегія C $\frac{0 - 2500}{2500} \cdot 100\ \% = -100.0\ \%$.

Розрахунки для інших цін варантів у день погашення наведемо у вигляді табл. 5.2.1.

Таблиця 5.2.1

Прибутковість (+) або збитковість (-) стратегій інвестування для різних цін акцій

Прибутковість (збитковість) стратегій (%)	Ціна базового активу, €											
	9,25	9,50	9,75	10,00	10,25	10,50	10,75	11,00	11,25	11,50	11,75	12,00
Стратегія A	-7,50	-5,00	-2,50	0,00	2,50	5,00	7,50	10,00	12,50	15,00	17,50	20,00
Стратегія B	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,50	4,00	6,50	9,00	11,50	14,00	16,50	19,00
Стратегія C	-100	-100	-100	-100	-75	-50	-25	0	25	50	75	100

Як бачимо, інвестиція у варанти (стратегія C) може принести найвищі прибутки, але за умови, що ціна акцій перевищить певну величину, яка складається з ціни виконання варанту (10 €) та ціни, що припадає на одну акцію (10 €/10 акцій=1 €), тобто 11 €.

Підсумовуючи, можна стверджувати, що варанти можуть стати для багатьох господарських суб'єктів інвестиційно привабливими інструментами, які дають змогу зменшити ризик інвестиційних вкладень і одночасно одержати прибутки.

5.3. Особливості свопів нової генерації

Сьогодні свопи займають провідну позицію серед деривативів відсоткової ставки та охоплюють майже половину ринку валютних деривативів, причому основна їхня кількість обертається на позабіржовому ринку.

Основні види свопів, зокрема відсотковий, валютний і своп активів та принципи їхньої дії описані В.М. Шелудько [80]. Л.О. Примостка розглядає історію появи, переваги та недоліки своп-контрактів [71], досліджує відсоткові своп-контракти, макроекономічні аспекти функціонування фінансових деривативів та теоретичні основи бухгалтерського обліку фінансових деривативів [70]. Дж. Уемслі приділяє основну увагу контрактам обміну валют [220], натомість свопи кредитного дефолту досліджуються у працях таких вчених: М.Дж. П. Ансон, Ф.Дж. Фабоцці, М. Чоудрі, Р.Р. Чен [82], Дж.М. Таваколі [211], С. Дас [105], Д. Рул [191].

Відомо, що учасники будь-якого сегменту ринку постійно наражаються на коливання цін (або значень) товарів чи базових інструментів, що істотно впливає на їхню фінансову стабільність. Так, наприклад, транснаціональні корпорації, що беруть участь у великих інвестиційних проектах, стикаються з коливаннями відсоткових ставок за довгостроковими позиками. Організації, які займаються експортом–імпортом товарів та послуг, наражаються на коливання валютних курсів. Транспортні компанії, зокрема авіакомпанії та інші перевізники, потерпають від зростання цін на пальне. А зростання чи зниження фондових індексів має велике значення для менеджерів інвестиційних, пенсійних фондів та інших інституціональних інвесторів. У зв'язку з цим одна група учасників ринку постійно шукає можливості зниження ризиків, пов'язаних з різними інвестиціями. Такі ринкові гравці хеджують свої позиції від несприятливих змін цін і намагаються застрахувати укладені угоди, особливо довгострокові, від різних проявів ризику. Натомість друга група учасників цього ринку згоджується переймати на себе ризики, маючи надію отримати прибуток від сприятливих для них ринкових змін.

Існує ціла низка деривативів, котрі учасники ринку можуть використовувати як інструменти управління ризиком, наприклад, опціони та ф'ючерси. Однак, оскільки зазвичай вони є біржовими інструментами, такі деривативи не забезпечують інвесторам бажаної еластичності, тобто ці інструменти не пристосовані до їхніх індивідуальних потреб. Таких інвесторів строкового ринку можуть задовольнити похідні інструменти позабіржового ринку, зокрема, свопи. Угода своп є позабіржовим продуктом, який передбачає обмін ризиками і відповідає потребам багатьох учасників ринку.

Багато дослідників дають свої визначення свопових контрактів. Наприклад, Л.О. Примостка у такий спосіб визначає ці деривативи. Своп-контракт – це угода між контрагентами про обмін (один або кілька) певної кількості базових інструментів на визначених умовах у майбутньому [70, с. *57*]. Натомість В.М. Шелудько своп визначає так. Угодами своп називають угоди між двома учасниками ринку про обмін у майбутньому платежами відповідно до умов угоди. Фактично своп полягає у зміні грошового потоку з одними характеристиками на грошовий потік з іншими характеристиками [80, *с. 153*].

На підставі виконаного аналізу сучасного стану світового ринку деривативів дамо власне визначення свопу. **Угода своп** – це позабіржова угода-зобов'язання про періодичний/ одноразовий обмін платежів, залежних від узгоджених між сторонами значень (цін, рівня) деяких базових інструментів (фінансових активів, товарів або сировини, рівня ризику, параметрів погоди), за якої обмін фінансовими умовами забезпечує обом сторонам угоди деякий виграш, недоступний у жоден інший спосіб. Іншими словами, своп – це індивідуальна угода між двома контрагентами, один з яких зобов'язується здійснити платіж другому, тоді як другий зобов'язується одночасно здійснити платіж на користь першого. Розміри платежів розраховуються за різними формулами, а виплати здійснюються у майбутні дати згідно з узгодженим між сторонами угоди графіком. Такий своп називається простим або класичним.

Прообразом сучасних свопів можна вважати інструменти PLA (Parallel Loan Agreement або back-to-back currency loans, що в перекладі означає „паралельна позика”), які давали змогу управляти валютним ризиком [52].

Найвживанішим типом контракту своп є стандартний (простий, класичний) відсотковий своп, який ще називають *„plain vanilla”*, в якому сторона А зобов'язується виплачувати стороні Б протягом деякого часу періодичні платежі, які обчислюються за фіксованою відсотковою ставкою від номінальної основної суми. Водночас сторона Б зобов'язується виплачувати стороні А платежі, обчислені згідно з плаваючою відсотковою ставкою від тієї самої номінальної суми, причому валюта платежів є однаковою. Натомість валютні свопи ще називають *„plain deal”*.

У класичній угоді своп повинні бути визначені:

- позиція кожного з партнерів щодо параметра, який є предметом угоди своп, тобто у відсотковому свопі необхідно визначити, хто є „фіксованою ногою”, а хто „плаваючою ногою” свопу;
- сума контракту, пов'язана з цим параметром (так звана сума умовного кредиту – notional principal), яка зазвичай є теоретичною сумою;
- фіксований платіж „фіксованої ноги” (відсоткова ставка), який називають купоном свопу (swap coupon);
- ринковий параметр, який буде використовуватися для обчислення платежу „плаваючої ноги” (найчастіше 6-місячна ставка LIBOR);
- строки платежів (зазвичай „фіксована нога” платить один раз на рік, а „плаваюча нога” – двічі на рік). Натомість для валютних свопів взаємні розрахунки відбуваються паралельно, тобто двічі на рік.

Поєднанням класичного і відсоткового свопу було створено купонний валютний своп (currency-coupon swap, cross-currency interest rate swap), в якому фіксовану відсоткову ставку замінили на плаваючу. Ще одним нововведенням було створення товарних свопів (commodity swap), які з'явилися у 1986 році. Посередником у цій операції був Chase Manhattan Bank, а в ролі базового активу (товару) виступала нафта. Трохи пізніше з'явилися індексні свопи (equity-index swaps), в яких одна зі сторін (або обидві) здійснює платежі, залежні від дохідності деякого індексу або групи індексів. Наприклад, індекс S&P 500 обмінюється на 6-місячний LIBOR або на індекс Nikkei. В принципі, немає жодних обмежень щодо створення нових видів свопів. Саме тому вони стали такими популярними серед інвесторів.

Види свопових контрактів

Угоди своп використовувалися і раніше, однак популярності набули на початку 80-х років XX століття. Можна виділити чотири види свопів [95]:

1) відсотковий;
2) валютно-відсотковий;
3) товарний;
4) фондовий.

Таблиця 5.3.1

Види платежів залежно від виду свопу

Вид свопу	*Платежі сторони А, основані на*	*Платежі сторони Б, основані на*
Відсотковий	Фіксованих або плаваючих відсоткових ставках	Фіксованих або плаваючих відсоткових ставках
Валютно-відсотковий	Відсотковій ставці за однією валютою	Відсотковій ставці за другою валютою
Товарний	Товарному індексі	Фіксованій ставці, плаваючій ставці або курсі
Фондовий	Дохідності фондового індексу	Фіксованій або плаваючій ставці, дохідності іншого фондового індексу

Види платежів залежно від виду свопу наведено у вигляді табл. 5.3.1. Відсотковий своп – це угода між сторонами про здійснення серії взаємних платежів в узгоджені дати до закінчення терміну дії контракту. Розмір відсоткових платежів обчислюється на підставі різних формул, з урахуванням умовної основної суми угоди. Варто зазначити, що відсотковий платіж виражений у тій самій валюті, що й умовна основна сума. На практиці у разі настання дати платежу здійснюється тільки одна виплата, яка дорівнює різниці належних сторонам відсоткових платежів у відповідній валюті. Саме тому відсоткові свопи часто називають „угодами на різницю".

Валютно-відсоткові свопи – це похідні інструменти, дуже схожі до відсоткових свопів і часто використовуються разом. Ці деривативи з'явилися на ринку у 70-х роках XX століття, однак перша велика угода була укладена лише у 1981 році, між Світовим банком та компанією IBM. Існують дві принципові відмінності валютно-відсоткових свопів від інших видів свопів:

1) відсоткові платежі за ними здійснюються у різних валютах;

2) вони передбачають обмін основними сумами, зазвичай на початку терміну дії і в кінці.

Отже, валютно-відсотковий своп – це угода між сторонами, згідно з якою одна сторона здійснює платіж в одній валюті, а друга – в іншій валюті, в наперед узгоджені дати в межах терміну дії контракту. Сторони можуть здійснювати періодичні платежі за фіксованою або плаваючою відсотковою ставкою за обома валютами. Такий своп дає учасникам змогу знизити вплив обмінних курсів або знизити вартість фінансування в іноземній валюті. Валютно-відсоткові свопи необхідно відрізняти від свопів обміну валют (валютних свопів FX swap). Останній передбачає одночасну купівлю (продаж) та продаж (купівлю) однієї валюти за іншу для двох різних дат валютування. Натомість валютно-відсоткові свопи передбачають періодичні платежі протягом усього терміну дії контракту.

Товарний своп – це угода між сторонами, згідно з якою принаймні одна серія платежів визначається ціною товару або товарним індексом. Товарні свопи використовуються багатьма споживачами та виробниками товарно-сировинної продукції з метою довгострокового хеджування від зростання цін товарів. Починаючи з 1990 року на ринках деривативів значно зросла роль фіксовано-плаваючих енергетичних свопів на нафтопродукти. Виробники та споживачі товарно-сировинної продукції нерідко укладають довгострокові угоди на купівлю або продаж, в яких ціна поставки залежить від котирувань індексу. У такій ситуації ціна поставки стає відомою лише у момент поставки або за кілька днів перед нею, що призводить до появи істотного плаваючого цінового ризику. Для зниження такого ризику учасники ринку застосовують різні стратегії з використанням інших видів деривативів. Постійно зростає кількість угод зі свопами на кольорові метали (мідь, алюміній, нікель) за участю посередника – маркет-мейкера. Це фактично подвійні свопи, в яких ризик переймає на себе маркет-мейкер, а не виробник і споживач. Найпоширенішими серед товарних свопів стали прості позабіржові угоди обміну фіксованого ризику на плаваючий. Це суто фінансові угоди, які не передбачають поставки фізичного товару.

Фондовий своп – це угода між двома сторонами, за якою одна сторона виплачує відсотковий дохід на підставі фондового індексу, тоді як друга сторона здійснює платежі за фіксованою або плаваючою ставкою, або на підставі іншого фондового індексу. Розмір платежів визначається як узгоджений відсоток від так званої умовної основної суми. Фондові свопи дають менеджерам фондів, портфельним менеджерам та інституціональним інвесторам можливість переміщувати активи, зокрема з однієї країни в іншу, без виплати істотних винагород, пов'язаних з операціями купівлі–продажу цих активів. Свопи також дають змогу уникати ускладнень, обумовлених законодавством, оподаткуванням, виплатою дивідендів на іноземних фондових ринках. Отже, фондовий своп – це ефективний спосіб виходу на іноземні фондові ринки, незважаючи на обмеження та ускладнення різного характеру, пов'язані з веденням реальної торгівлі за кордоном.

Свопи можна трактувати як серію форвардних контрактів з тією самою ціною. Термін дії свопів – до 10 років, іноді довший. Саме довгий термін дії є основною перевагою свопів над ф'ючерсами та опціонами. Існують два професійні організації, які опрацьовують та публікують стандарти для свопових контрактів, а саме:

1) Асоціація британських банкірів (British Bankers Association – BBA);
2) Міжнародна асоціація свопів та деривативів (International Swaps and Derivatives Association – ISDA).

Діяльність цих організацій спрямована на стандартизацію умов свопових контрактів. Вони також реєструють статистику на ринку свопів загалом. Свопи завжди відігравали на ринку деривативів значну роль. Нині їх широко використовують з метою:

1) хеджування ризиків, пов'язаних з:
- відсотковими ставками;
- валютними курсами;
- цінами на товари і сировину;
- інвестиціями в акції;
- іншими типами базових інструментів;
- кредитним ризиком;
2) спекуляції на купівлі та продажу свопів.

До основних переваг свопів можна зарахувати:

- зниження вартості фінансування. Свопи відкривають доступ до ринків, які є недоступними для ринкових гравців. Вони, наприклад, дають змогу позичати в іноземній валюті під відсоткову ставку, встановлену для вітчизняної валюти;
- гнучкість (еластичність). Позабіржова природа свопів дає необмежені можливості щодо формування контрактів, які б задовольняли обидві сторони;
- довгий термін дії та одночасність платежів;
- страхування. Свопи використовуються для обміну ризиками, а також як форма страхування від ринкового ризику.

Натомість недоліком свопів є відсутність стандартизації умов, внаслідок чого вони мають низьку ліквідність і не є предметами постійного обігу. Оскільки своп, як і ф'ючерс, є похідним інструментом з симетричним ризиком, то можна здійснити порівняльну характеристику свопу з ф'ючерсом. Наведемо це у вигляді табл. 5.3.2.

Таблиця 5.3.2

Основні відмінності між ф'ючерсами та свопами

Ф'ючерс	*Своп*
Продається на біржовому ринку	Продається на позабіржовому ринку
Угода між біржею та учасником біржового ринку	Конфіденційна угода між двома учасниками ринку (або з посередником)
Умови контрактів стандартизовані	Умови контрактів узгоджуються між сторонами у ході переговорів
Параметри контракту прозорі і доступні	Параметри контракту непрозорі і недоступні
Ціна є загальновідомою	Ціна є конфіденційною
Контрагенти зберігають анонімність	Контрагенти повинні знати один одного (або посередника)
Контракти доступні для усіх інвесторів, зокрема індивідуальних	Контракти укладаються між інституціональними інвесторами
Виконання контракту гарантується кліринговою палатою біржі	Виконання контракту не гарантується
Ризик мінімальний, оскільки другою стороною контракту є біржа	Ризикують обидві сторони контракту, ризик значний
Ліквідація позиції укладанням офсетної угоди з біржею у будь-який момент часу	Ліквідація позиції є складною, необхідно знайти учасника ринку, який перейняв би зобов'язання на себе
Висока ліквідність	Низька ліквідність

Свопи можна вважати трансформацією теорії компаративної переваги на фінансові ринки. Згідно з цією теорією кожен з виробників повинен спеціалізуватися на виробництві тієї продукції, котру він може випускати порівняно дешево. Обмін такої продукції буде вигідним для усіх виробників. Це правило можна застосувати також і до учасників фінансового ринку, які можуть отримувати доходи від курсових різниць при обміні валют або від різниць відсотків за різними відсотковими ставками кредитів. Такі різниці з'являються внаслідок різних умов функціонування господарських суб'єктів та їхньої фінансово-економічної ситуації. Відносну вигоду можуть одержати обидві сторони контракту своп, що було б неможливим за традиційного залучення фінансових ресурсів обома сторонами. Такі угоди можуть укладатися на різні періоди (сягати десятків років і більше). Причому сторони можуть ставити різні цілі, зокрема зниження валютного ризику, відсоткового ризику, спекуляцію чи арбітраж.

Як і більшість інших фінансових деривативів, своп-контракти найчастіше укладаються в розрахунку на умовну суму, що передбачає тільки обмін різницями у цінах базових інструментів, а не самими інструментами. Як правило, за умовами угоди здійснюється серія зустрічних платежів протягом періоду дії або один обмін в момент відкриття контракту з умовою виконання зворотної операції у момент закінчення дії свопу. Умовні суми, які обмінюються у свопі, можуть бути однаковими або змінюватися [71, с. *358*].

Нові свопові трансакції, які зараховуються до похідних фінансових інструментів, необхідно відрізняти від класичних свопів валютного ринку, тобто від валютних ***FX свопів*** (foreign exchange swaps/ FX swaps), які ще називають трансакціями оберненого обміну валют. Класичний FX своп – це подвійна валютна трансакція, яка полягає у купівлі (продажу) валюти А за валюту В на деякий строк, з одночасним продажем (купівлею) валюти А за валюту В на інший строк. Це сума класичної трансакції FX spot і оберненої до неї строкової угоди форвард (forward). Обидві трансакції, так звані „обидві ноги" свопу (both legs), відрізняються курсом, датою розрахунку і сумою однієї з валют. Якщо обидві угоди укладаються одночасно, то такий своп називається *класичним* (pure swap). У протилежному випадку, коли угоди укладаються у різний час і навіть з різними партнерами, такий своп називається *технічним* (engineering swap) [220, с. *196*]. Результат буде таким самим, хоча класичний своп, як правило, є дешевшим. У FX свопах на початку визначаються відсоткові ставки для обох валют, точний термін дії угоди, курс обміну, базова валюта тощо. Важливо відзначити, що одна із валют визначається як базова, а це означає, що її сума залишається незмінною. Натомість зміниться сума другої валюти, яка враховуватиме різниці ринкових та строкових курсів цих валют, а також ставки доходу депозитів у цих валютах.

Ціна валютного свопу є різницею між цінами двох складових валютних трансакцій, тобто між цінами обох „ніг", а, отже, курсом спот і строковим курсом. Така ціна залежить від рівня доходу за обома валютами, а точніше різниці відсотків та періоду [114, с. *447*].

Згадані фінансові інструменти істотно відрізняються від свопів нового типу. По-перше, у класичних свопах у кожній з двох трансакцій відбувається обмін сумами валют, натомість у свопах нового типу такий обмін може здійснюватися, але не повинен. По-друге, у традиційних свопах різниця у дохідності різних валют враховується у ціні виконання, натомість у нових –виникають циклічні відокремлені потоки відсоткових платежів за валютами. По-третє, у разі класичних трансакцій своп-курс розраховується на підставі фіксованих відсоткових ставок, а в операціях нової генерації – застосовуються різні їхні комбінації, а саме дві плаваючі ставки, одна фіксована і одна плаваюча або дві фіксовані, що трапляється вкрай рідко. Загалом свопи нового типу можна охарактеризувати як угоди, що полягають в узгодженні суми обміну, валюти обміну, терміну дії угоди, величини відсоткових ставок, а також зобов'язань обох сторін щодо систематичних відсоткових платежів від встановленої умовної суми.

Наступною відмінністю, що відрізняє похідні свопи від класичних, є тривалість дії цих контрактів. Якщо класичні угоди своп укладаються, зазвичай, на термін до 1 року, то похідні свопи – на довший термін, навіть понад 10 років. Окрім цього, класичні своп-угоди завжди укладаються на дві валюти, а похідні – на дві або одну валюту. Порівняльну характеристику класичних та похідних свопів наведемо у вигляді табл. 5.3.3.

Таблиця 5.3.3

Порівняльна характеристика класичних та похідних свопів

Параметр	*Класичний своп*	*Похідний своп*
Обмін умовної основної суми	Існує	Може існувати, але не обов'язково
Обмін відсотковими платежами	Різниця дохідності враховується у ціні виконання	Систематичний обмін відсотковими платежами
Відсоткові ставки, за якими розраховуються платежі	Дві фіксовані відсоткові ставки	Дві фіксовані відсоткові ставки, дві плаваючі відсоткові ставки, одна фіксована і одна плаваюча, а також індекси акцій або індекси товарів
Валюта операцій	Дві різні валюти	Дві однакові валюти або дві різні валюти
Термін дії контракту	Короткострокові контракти	Короткострокові, середньострокові і довгострокові контракти (понад 10 років)

З огляду на викладене своп нового типу (похідний своп) згідно з означенням Міжнародної асоціації свопів і деривативів (ISDA – International Swaps and Derivatives Association) визначається як трансакція, яка є чистим, базисним, строковим, товарним, валютним, міжвалютним свопом відсоткової ставки, а також опціоном на відсоткову ставку (cap, floor, corridor) або комбінацією таких трансакцій [146]. Це означення розширило коло інструментів, які зараховуються до свопів, зараховуючи до нього навіть деякі види опціонів. Це пов'язано із тим фактом, що для усіх перерахованих трансакцій Міжнародна асоціація свопів і деривативів розробила один тип угоди та ідентичні правила їхнього здійснення (Master Agreement) [147].

Кожна угода своп має певні характеристики, до яких належать: валюта платежу (або валюти – для двовалютних свопів), термін дії, частота відсоткових платежів, ціна трансакції, момент активізації угоди, додаткові умови.

Стандартний своп, укладений між двома партнерами, який не містить ніяких додаткових умов, називають *простим*. Своп, укладений між двома партнерами, передбачувана сума якого рівномірно зменшується з наближенням терміну закінчення угоди, називають *амортизуючим* (amortising swap). Своп, передбачувана сума якого рівномірно збільшується, називається *наростаючим* свопом. Своп, у якому беруть участь кілька сторін і, як правило, кілька валют, є *складним*, або *структу-*

рованим. Своп, укладений сьогодні, але який почнеться через певний проміжок часу, називають *форвардним* (forward swap). Опціон на своп отримав назву *свопціон* (swaption) [80, с. *154*].

Деякі різновиди нестандартних свопів

Проаналізуємо детальніше такі види нестандартних свопів:

1. Кредитні свопи.
2. Контракти з рухомою умовною основною сумою (notional principal).
3. Контракти, у яких обидві сторони виплачують і отримують плаваючу відсоткову ставку.
4. Свопи з встановленням свопових купонів (платежів), що не збігається за часом.
5. Свопи з правом до зміни терміну дії контракту.
6. Свопи з обмеженим ризиком.
7. Свопи зі змінною позицією.
8. Свопи з вирівнюванням нерегулярності виплати готівки.

Кредитні свопи застосовуються для запобігання кредитному ризику, тобто ризику, пов'язаного із запізненням чи неповерненням позик. Найпоширеніші серед них:

- свопи кредитного дефолту (credit default swaps) – це умови, в яких одна зі сторін, що продає забезпечення (protection seller), отримує деякі комісійні від суми кредиту. Взамін за це вона зобов'язується у разі настання обумовленої у контракті кредитної події (credit event), наприклад, банкрутства позичальника, компенсувати другій стороні угоди, тобто покупцеві забезпечення (protection buyer), повну суму збитків;
- свопи загального доходу (total return swaps) – це трансакції, в яких одна зі сторін, що купує забезпечення, переказує увесь дохід (total return) з цього базового активу, обтяженого кредитним ризиком, іншій стороні угоди, яка взамін за це виплачує покупцю забезпечення деякі відсотки, величина яких зазвичай ґрунтується на відсотковій ставці міжбанківського ринку LIBOR;
- білети, пов'язані з кредитом (credit linked notes, CLN's) – це забезпечення кредиту емісією спеціальних боргових цінних паперів з підвищеним для інвестора ризиком. У такий спосіб ризик наданого кредиту трансферується на інвесторів, які набувають цінні папери підвищеного ризику.

Контракти з рухомою умовною основною сумою найчастіше стосуються товарів та нерухомості. Відомо, що деякі товари характеризуються натуральним коливанням цін, пов'язаним з сезонністю виробництва. Натомість деякі товари довготривалого використання з часом втрачають свою цінність. Однак найістотнішим моментом є те, що зростання або зниження таких цін можна легко передбачити. У такому разі застосовуються свопи, в яких умовна основна сума:

- зменшується або амортизується (amortizing swap) – такі угоди своп охоплюють такі активи, ціна яких у натуральний спосіб знижується;

• зростає (accreting swap, step-up swap) – охоплює групу товарів сезонного виробництва, вартість яких між сезонами зростає, зважаючи на витрати, пов'язані з їхнім зберіганням;

• індексно-амортизований своп (indexed principal swap), який ще називають свопом з індексованим номіналом – це контракт, в якому умовна основна сума змінюється залежно від рівня відсоткових ставок (чим нижчі відсоткові ставки, тим меншою стає сума);

• періодично змінюється (roller-coaster swap). У такому разі угода своп ділиться на деякі періоди, в яких умовна основна сума поперемінно зростає і зменшується згідно із визначеним наперед алгоритмом. Такі контракти застосовують для товарів чи фінансових інструментів, ціна яких підлягає часовим коливанням.

Контракти, у яких обидві сторони виплачують і отримують плаваючу відсоткову ставку (тобто обидві сторони є floating leg), найчастіше стосуються відсоткових ставок, що є наслідком різноманітності цих ставок стосовно як різних базових активів, так і різних термінів їхньої дії. Серед них можна виділити такі групи свопів, а саме:

• базисний своп (basis swap), в яких обидві „ноги" визначаються різними індексами, у ролі яких можуть виступати два різні фондові індекси або два товарні індекси;

• диференціальний своп (differential swap або diff swap) дає можливість обмінювати плаваючу ставку кредиту, деномінованого у вітчизняній валюті, на плаваючу ставку кредиту, деномінованого у закордонній валюті, причому обидві відсоткові ставки застосовуються до такої самої умовної основної суми, вираженої у вітчизняній валюті;

• своп кривої відсоткових ставок. В умовах стабілізації економіки та ринку крива відсоткових ставок має тенденцію до зростання, причому з часом темп зростання знижується. Це пояснюється тим, наприклад, що чим довшим є термін дії депозиту, тим вищою повинна бути депозитна ставка. Однак іноді під впливом ринкових умов така закономірність порушується, що означає очікування зниження рівня відсоткових ставок. Саме з метою забезпечення від таких несподіванок використовується своп кривої відсоткових ставок.

Своп з встановленням свопових купонів (платежів), що не збігається за часом, означає, що початок дії свопової угоди не збігається з моментом встановлення параметрів цієї угоди. З огляду на це розрізняють:

• прогресивний своп (forward swap), в якому розмір свопових платежів встановлюється завчасно, тобто ще до початку терміну дії свопової угоди;

• відтермінований своп (delayed rate setting swap, deffered swap) починає діяти без встановлення величини свопових купонів. Однак в угоді своп чітко визначається дата, коли буде узгоджуватися величина цих купонів і алгоритм їхнього обчислення, наприклад ставка LIBOR плюс 50 базових пунктів.

Свопи із правом до зміни терміну дії контракту. Зазвичай термін дії угоди своп є фіксованим, однак є такі своп-контракти, в яких одна зі сторін має право скоротити або пролонгувати термін дії цієї угоди. Такі свопи дають можливість дострокового продажу активів чи товарів, які були предметом забезпечення угоди своп. У межах цієї групи свопів розрізняють:

- callable swap – коли право на скорочення терміну дії належить „фіксованій нозі";
- puttable swap – коли право на скорочення терміну дії належить „плаваючій нозі";
- extendable swap – коли одна зі сторін має право продовжити термін дії угоди своп.

Свопи з обмеженим ризиком. Відомо, що „фіксована нога" свопу застрахована від несприятливих для неї ринкових змін, одночасно втрачаючи можливість використання сприятливих змін. Натомість „плаваюча нога" може багато заробити, але й багато втратити. Зважаючи на таку можливість, іноді дуже важко знайти партнера у контракті своп. Виходом з такої ситуації є встановлення верхньої межі втрат для „плаваючої ноги". Такі угоди своп називаються „caped swap".

Свопи зі змінною позицією (reversible swap) передбачають у певні наперед встановлені дати заміну позицій партнерів в угоді своп. Це означає, що у межах дії угоди партнер може замінити позицію „фіксованої ноги" на позицію „плаваючої ноги", і навпаки. Причому таких замін упродовж дії контракту може бути декілька.

Своп з вирівнюванням нерегулярності виплати готівки (seasonal swap) страхує одного з партнерів від нерегулярності надходжень на його рахунок, що повинно забезпечити стабільність функціонування підприємства. Натомість друга сторона отримує за цю послугу відповідну оплату.

Класифікація свопів нової генерації

Отже, залежно від критерію класифікації, можна виділити ще декілька різновидів свопів. З огляду на те, чи вони стосуються активної, чи пасивної сторони балансу, розрізняємо (рис. 5.3.1):

- свопи *активів* (або активні – assets swaps);
- свопи *пасивів* (або пасивні – liability swaps).

З огляду на тривалість їхньої дії розрізняємо:

- *короткострокові* свопи (з терміном дії до 1 року);
- *середньострокові* свопи (з терміном дії від 1 до 5 років);
- *довгострокові* свопи (з терміном дії понад 5 роки).

Свопи можуть активізуватися або негайно після підписання угоди між сторонами, або у визначений момент у майбутньому. У зв'язку з цим розрізняємо:

- *спот*-свопи;
- *строкові,* або відкладені у часі свопи (deffered swaps).

Залежно від типу основної суми, на яку нараховуються відсоткові платежі, розрізняємо дві форми свопів:

- свопи, які ґрунтуються на деякій кількості *базових активів* (notional);
- свопи, основані на певній *грошовій сумі* (notional principal).

Залежно від розміру та змінності основної суми, на яку нараховуються відсоткові платежі, розрізняють три форми свопів:

- свопи, основні суми яких є *постійними*;
- свопи, основні суми яких є *наростаючими*;
- свопи, основні суми яких є *амортизованими*.

Ще одним критерієм може бути мета укладання угоди своп. У такому разі розрізняємо такі різновиди свопів нової генерації:

– відсоткові свопи (interest rate swaps – IRS), у яких відбувається обмін відсотковими ставками;

– валютні свопи ринку капіталів (currency swaps), у яких обмінюються певні суми капіталу, виражені у різних валютах, враховуючи відсотки з капіталу;

– валютно-відсоткові свопи (currency interest rate swaps – CIRS), у яких здійснюється комбінація обміну валют і відсоткових ставок;

– інноваційні форми свопів (CD's – credit default swaps, basket credit default swaps).

Розглянемо детальніше деякі з них.

Рис. 5.3.1. Класифікація свопів

Відсотковий своп – це трансакція, яка полягає в обміні між сторонами своп-угоди упродовж певного часу відсоткових платежів від однакових сум капіталу, виражених у тій самій валюті, без переказування самих сум капіталу. Така трансакція стосується виключно обміну відсоткових платежів, що є дуже важливим для величини ризику. Можна виділити два види відсоткових свопів, а саме:

– чистий своп (coupon swap);
– базисний своп (basis rate swap, indexswap).

Чистий своп характеризується тим, що сторони обмінюють фіксовані відсоткові платежі на плаваючі відсоткові платежі (fixed to floating interest rate swap). Суму, за якою розраховують такі платежі, називають номіналом свопу. У чистому свопі партнерів трансакції (покупця і продавця) розрізняють стосовно фіксованої відсоткової ставки. Це означає, що партнера, який сплачує зобов'язання згідно з фіксованою відсотковою ставкою, називають покупцем, а партнера, котрий їх отримує – продавцем свопу. Фіксована відсоткова ставка є відомою вже під час укладання угоди своп, причому її рівень узгоджується, зазвичай, з дохідністю облігацій з тим самим терміном дії. У разі ж плаваючої відсоткової ставки наперед відомим є тільки перший відсотковий платіж, натомість наступні платежі будуть встановлюватися через певні проміжки часу (найчастіше кожні 6 місяців) згідно із узгодженим алгоритмом.

У *базисному свопі,* на відміну від чистого свопу, сторони обмінюють між собою одну плаваючу відсоткову ставку на іншу плаваючу ставку (floating to floating interest rate swap). Базові ставки можуть відрізнятися або терміном дії (наприклад, 6-місячний і 3-місячний LIBOR), або різним індексом (наприклад, 3-місячний LIBOR і 3-місячний EURIBOR). Сьогодні, згідно з даними Банку міжнародних розрахунків (BIS – Bank for International Settlements), відсоткові свопи займають провідну позицію серед деривативів, виставлених на відсоткову ставку, причому найбільше їх укладається в євро та доларах США.

Валютний своп ринку капіталів став першим видом інструментів нової генерації, який з'явився у ринковому обігу у 1997 році. Він дуже швидко знайшов своїх прихильників, і обсяги його обороту у тому самому 1997 році сягали 1.823 мільярдів доларів США. Більшість інструментів ґрунтувалися на американській валюті, а решта – на японській єні, швейцарському франку, австралійському доларі, німецькій марці та канадському доларі. Сьогодні основна частка валютних свопів як за вартістю, так і за оборотом припадає на американський долар та спільну європейську валюту.

Валютний своп, або своп з крос-курсами валют, полягає в обміні відсоткових платежів та номіналу в одній валюті на відсоткові платежі та номінал в іншій валюті. Іноді безпосередній обмін номіналів може не здійснюватися. Обмін фіксованих відсоткових виплат в одній валюті на фіксовані виплати в іншій валюті називають *простим валютним* свопом. ***Відсотковий валютний*** своп полягає в обміні фіксованих відсоткових платежів в одній валюті на платежі за плаваючою ставкою в іншій валюті. Натомість обмін відсотковими платежами за плаваючою ставкою у різних валютах називають *базисним валютним* свопом. Валютні свопи дають учасникам цього ринку можливість керувати валютним та курсовим ризиком, а також отримувати необхідну валюту за порівняно нижчою ціною.

CD's свопи (свопи кредитного дефолту, або credit default swaps) є однією з нових форм свопових угод. Вони з'явилися на ринку у 1993 році і сьогодні займають провідну позицію на ринку кредитних похідних інструментів (credit derivatives). Однак більшої популярності вони набули після фінансової кризи 1998 року. Це пояснюється тим, що згадані інструменти дають змогу заробити на банкрутстві якогось суб'єкта господарювання. ***Своп кредитного дефолту*** – це контракт між двома сторонами, згідно з яким покупець кредитного забезпечення здійснює періодичні відсоткові платежі, виражені зазвичай у вигляді фіксованих відсоткових пунктів [Anson 2004], що нараховуються від узгодженої суми капіталу, а друга зі сторін переймає на себе кредитний ризик, пов'язаний з певним позичальником, якого називають „базовим суб'єктом" (reference entity).

Функції банку на ринку свопів

На ринку свопів функціонують різні суб'єкти господарювання, але особливу роль на ньому відіграють банківські установи [52]. Банки можуть виступати або як активний партнер (кінцевий споживач – end-user), або як посередник, причому посередництво може бути як явним (arranger), так і анонімним (intermediary) (див. рис. 5.3.2).

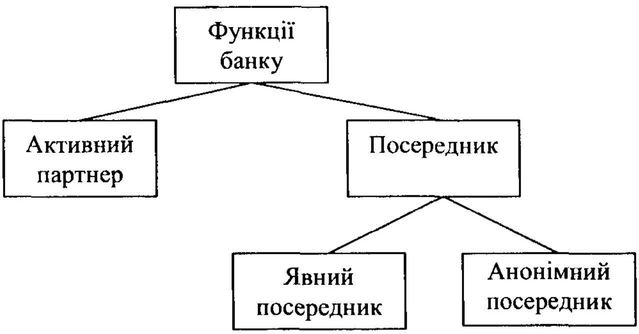

Рис. 5.3.2. Функції банку на ринку свопів

Якщо на початку функціонування ринку свопів банки здебільшого виступали у ролі активного партнера, то нині вони спеціалізуються на посередницькій діяльності. Розглянемо функції банків на прикладі відсоткових свопів.

Виступаючи у ролі активного партнера, банк наражається на деякий ризик, оскільки займає певну позицію в угоді своп. Банк може керуватися різними цілями. Передусім свопи надають можливість уникнення або зниження ризику відсоткової ставки як для активів (assets swaps), так і для пасивів (liability swaps). Прогнозуючи зростання відсоткових ставок, банк може замінити зобов'язання з плаваючою відсотковою ставкою на зобов'язання з фіксованою відсотковою ставкою. У такий спосіб він уникає ризику змін ринкових відсоткових ставок з боку пасивів. Натомість, прогнозуючи зниження відсоткових ставок, банк обмінює плаваючу відсоткову ставку за активами на фіксовану. І навпаки, у разі зниження відсоткових ставок обмінюється фіксована відсоткова ставка на плаваючу за пасивами, а у разі зростання – фіксована ставка на плаваючу за активами. У такий спосіб відсоткові свопи дають змогу банківським установам підтримувати бажану структуру балансу стосовно кількості позицій з фіксованою та змінною дохідністю з обох сторін балансу. Отже, чисті відсоткові свопи дають змогу уникати або редукувати ризик відсоткової ставки без необхідності здійснювати балансові операції.

Важливу роль в управлінні структурою балансу відіграють також і базисні свопи. Це пов'язано із тим фактом, що у портфелях банків активи та пасиви можуть мати і часто мають різні плаваючі відсоткові ставки. Внаслідок неузгодженості змін цих ставок банківська маржа може знижуватися і навіть набувати від'ємних значень. Отже, відсоткові свопи надають банкам можливість управляти ризиком відсоткової ставки, що приводить до зниження витрат на залучення фінансових ресурсів та підвищує дохідність активів.

Явне посередництво полягає у тому, що банк у своїх діях обмежується лише налагодженням співпраці між партнерами трансакції своп. Після організації і проведення переговорів партнери перестають бути анонімними і починають співпрацювати без участі банку. Хоча, за бажання, сторони можуть скористатися з додаткових послуг банку щодо укладання та узгодження умов угоди, реалізації обміну потоками платежів, їхнього страхування тощо. Однак вирішальною умовою виконання банком цієї функції є взаємна узгодженість основних вимог щодо свопу з боку обох партнерів, принаймні щодо таких пунктів, як термін дії, сума номіналу, відсоткова ставка, валютний курс (для валютних свопів). Виступаючи у ролі явного посередника, банк не наражається на жодний з видів ризику. Однак і дохід за посередництво у вигляді комісійних від реалізованої трансакції буде невисоким та одноразовим.

Анонімне посередництво полягає у тому, що банк стає однією зі сторін угоди своп і укладає дві окремі угоди з партнерами, які залишаються для себе анонімними, тобто не мають жодних правових відносин. Під час дії угоди своп банк переймає на себе обов'язок здійснення відсоткових платежів (відсотковий своп) або перерахування грошових сум (валютний своп). Основною вигодою такого виду посередництва для партнерів свопу є перекладання на банк функції оцінки ризику партнерів свопу, оскільки часто партнери не мають відповідних для такої оцінки знань та кваліфікації. Отже, вони економлять кошти на відсутності необхідного аналізу ринку. Поза тим, для партнерів також зменшується ризик другої сторони, оскільки у цій ролі виступає банк. Банк, зі свого боку, за прийняття на себе ризику отримує винагороду у вигляді премії, яка становить найчастіше від 0,05 % до 0,2 % від вартості трансакції, залежно від фінансово-економічної ситуації партнера свопу. Ще однією перевагою анонімного посередництва банку є підвищення еластичності свопових угод. Це проявляється у тому, що банк може поєднувати партнерів, вимоги яких щодо угоди своп не зовсім збігаються. Іноді банк підписує одну угоду своп, а потім шукає партнера до другої угоди. У такий спосіб банки сприяють розвитку та розширенню ринку свопів.

У ролі анонімного посередника банки діють як на первинному, так і на вторинному ринку свопів. Значну роль банки відіграють саме на вторинному ринку, що проявляється у підвищенні його ліквідності. У типовій трансакції вторинного ринку банк шукає чергового партнера, котрий візьме на себе зобов'язання партнера угоди, укладеної на первинному ринку. На цьому ринку банки функціонують як учасники фінансового ринку (market makers), які завжди готові укладати угоди своп, навіть за відсутності протилежної сторони угоди. Вони постійно здійснюють котирування свопів, подаючи ціну купівлі та продажу (two way prices) для найважливіших валют: американського долара, євро, фунта стерлінгів, канадського та австралійського долара. Банки, будучи готовими до укладення відсоткових своп-угод, подають ціну купівлі (bid rate), за якою будуть оплачувати відсотки згідно з фіксованою відсотковою ставкою, та ціну продажу (offer rate), за якою схильні приймати відсоткові платежі за фіксованою ставкою. Інституція, котра платить фіксовані відсотки, називається „фінансованою довго", натомість та, котра отримує фіксовані відсоткові платежі – „фінансованою коротко". Це означає, що інституція, котра купила відсотковий своп (тобто платить фіксовані відсотки), займає довгу позицію, а та, котра продала відсотковий своп (тобто отримує фіксовані відсотки), займає коротку позицію у такому свопі. Натомість валютні свопи банки використовують для урівноваження своєї валютної позиції або для одержання доходів, які є наслідком його переваги на ринку певної валюти.

Ймовірність того, що два партнери звернуться у той самий час до фінансової інституції як посередника з метою зайняття протилежних позицій у контракті своп є дуже низькою. Саме тому більшість фінансових інституцій є готовими до складування (warehousing) відсоткових (або інших) свопів. Цей процес полягає у тому, що фінансова інституція займає протилежну позицію у контракті своп, одночасно хеджуючи її від змін відсоткових ставок на строковому ринку, до моменту, поки не знайде другого партнера для цієї угоди. Одним зі способів такого хеджування може бути зайняття позиції у ф'ючерсному контракті.

Оскільки більшість свопів укладаються на умовну суму, це значно знижує ризик за цим видом операцій. У разі невиконання зобов'язань однією зі сторін втрати іншої сторони обмежуються контрактними відсотковими платежами або різницями валютних курсів, а не поверненням основної суми боргу [71, с. *360*].

У трансакції обміну створюють можливості учасникам ринку свопів реалізувати такі завдання:

- страхування від несприятливих змін валютних курсів, відсоткових ставок, цін товарів, акцій та інших цінних паперів;
- спекуляції на змінах валютних курсів, відсоткових ставок, цін різних активів;
- реалізації стратегії управління кредитним та ціновим ризиком;
- здійснення валютного, відсоткового та цінового арбітражу;

- зниження витрат партнерів свопу, пов'язаних із залученням коштів, за рахунок перенесення засад компаративної переваги на фінансовий ринок;
- отримання кредитів в інших країнах, у разі існування валютних обмежень вітчизняного ринку;
- створення синтетичних стратегій управління активами та пасивами підприємств;
- підтримання ними необхідного рівня ліквідності тощо.

Отже, можна стверджувати, що своп – це угода між двома сторонами, яка визначає засади періодичних взаємних платежів, сума яких залежить від рівня деяких ринкових параметрів. Своп визначає величину і напрямок періодичних грошових потоків між партнерами угоди своп. В угоді також визначаються способи вимірювання згаданих ринкових параметрів і дати взаємних платежів. Основним видом свопу є своп „фіксована-плаваюча відсоткова ставка" (fixed-for-floating rate swap). У такому свопі беруть участь два партнери, один з яких, що називається „фіксованою ногою" (fixed leg), має намір стабілізувати деякий параметр ринку, важливий для його діяльності (у такому разі стабілізувати відсоткову ставку). Його завданням є зафіксувати деякий параметр, щоб обмежити потенційні втрати від евентуальних несприятливих для нього ринкових змін. Натомість друга сторона угоди своп, яку називають „плаваючою ногою" (floating leg), переймає на себе наслідки коливань ринкової відсоткової ставки, як у сприятливих, так і у несприятливих умовах. Отже, один із партнерів, страхуючись від ризику, позбавляє себе потенційних прибутків у разі сприятливих для нього змін відсоткових ставок. Водночас другий бере на себе ризик потенційних втрат, але одночасно зберігає за собою можливість отримання прибутків за сприятливих для нього ринкових змін.

Перевагою свопів є те, що їх можна укладати у будь-який момент часу. Сприяють цьому фінансові посередники. Зазвичай банківські кредити з фіксованою відсотковою ставкою є дорожчими від кредитів з плаваючою ставкою. Якщо підприємець може одержати порівняно недорогий банківський кредит з плаваючою відсотковою ставкою, а потребує кредиту з фіксованою відсотковою ставкою, то найкращим виходом з цієї ситуації є укладення двох угод, а саме:

- угоди з банком на отримання кредиту з плаваючою відсотковою ставкою;
- угоди своп, що передбачає заміну плаваючої ставки на фіксовану.

Характерною рисою розвитку міжнародного фінансового ринку в останні десятиліття є високе новаторство, яке полягає у постійному впровадженні його учасниками нових інструментів та фінансових методів. Еластичність цих інструментів та можливість досягнення різних цілей при їхньому застосуванні зробили свопи одними із найпопулярніших видів деривативів. Їх часто використовують у своїх стратегіях банківські установи, великі корпорації, підприємства різних форм власності, страхові компанії, хеджингові, інвестиційні та пенсійні фонди. Отже, можна сподіватися, що цей ринок і надалі буде розвиватися, а тому потребуватиме здійснення нових досліджень та впровадження нових і цікавих інструментів. Банки можуть відігравати провідну роль у розвитку та поглибленні ринку своп-контрактів.

5.4. Кредитні деривативи

Похідний кредитний інструмент (кредитний дериватив) – це фінансовий контракт між двома партнерами угоди, який забезпечує можливість трансферу кредитного ризику. У такій трансакції одна зі сторін передає (трансферує) кредитний ризик базового інструменту іншій стороні, яка виступає гарантом. За надану послугу гарант отримує премію, розмір якої залежить від суми, яка гарантується. Базовими інструментами кредитних деривативів можуть виступати позики (кредити), цінні папери (облігації) або інші активи, для яких можна встановити ціну купівлі–продажу.

Кредитні деривативи є однією із найважливіших інновацій світового фінансового ринку в останні роки. Завдяки їм вперше кредитний ризик був відокремлений від інших видів ризику і став предметом ринкового обігу. Швидке зростання вартості трансакцій з цими деривативами у поєднанні з різноманітністю їхніх форм, а внаслідок цього розширення можливостей їхнього використання викликали велике зацікавлення цими похідними фінансовими інструментами як з боку науковців, так і з боку практиків.

Свопи кредитного дефолту з'явилися у ринковому обігу в 1993 році і сьогодні займають провідну позицію на ринку кредитних похідних інструментів (credit derivatives). Однак більшої популярності вони набули після фінансової кризи 1998 року. Це пояснюється тим, що згадані інструменти давали змогу заробити на банкрутстві якогось суб'єкта господарювання. Головними учасниками ринку позабіржових свопів кредитного дефолту є дилери цінних паперів та інші фінансові інституції.

Своп кредитного дефолту – це контракт між двома сторонами, згідно з яким покупець кредитного забезпечення здійснює періодичні відсоткові платежі, виражені зазвичай у вигляді фіксованих відсоткових пунктів [82], що нараховуються від узгодженої суми капіталу або ціни активу, а друга зі сторін переймає на себе кредитний ризик, пов'язаний з певним позичальником, якого називають „базовим суб'єктом" (reference entity).

Інвестор, який приймає на себе кредитний ризик, отримує за це встановлену під час укладання угоди фіксовану циклічну оплату (fixed rate), яку ще називають ставкою дефолтного свопу. Вона сплачується другою стороною систематично, через рівні проміжки часу, найчастіше поквартально або кожні півроку. Іноді сторони домовляються, що така оплата повинна бути одноразовою, на початку дії своп-контракту. У такому разі така угода буде опціоном і називатиметься **опціоном кредитного дефолту** (credit default option), а внесена на початку оплата – премією опціону кредитного дефолту. Отже, можна стверджувати, що циклічні грошові потоки, які сплачує один із партнерів дефолтного свопу на користь іншого партнера, є нічим іншим, як амортизацією опціонної премії.

У дефолтних свопах у ролі базового активу виступає кредитний ризик. Як правило, на етапі укладання угоди своп не уточнюється, який інструмент утримувач дефолтного свопу буде змушений поставити емітенту свопу у разі появи обумовленої кредитної події, з метою грошового відшкодування. Це пов'язано із тим, що в умові ISDA Master Agreement від 1999 року [147] таке відшкодування визначено як „позичені гроші" (borrowed money). Цей термін є доволі широким і охоплює практично усі можливі варіанти позик, якими можуть бути облігації, кредити, позики, комерційні та інші цінні папери тощо. У згаданій умові також уточнено всі можливі кредитні події, настання яких може спричинити дефолт базового суб'єкта. Умова ISDA Master Agreement була створена для стандартизації трансакцій „credit default swaps" та спрощення умов їхнього обігу.

Щодо використання у дефолтному свопі термінів „покупець" і „продавець" – завжди необхідно уточнювати їхню позицію. Взагалі продавцем може бути як сторона, яка продає кредитний ризик, так і сторона, яка продає кредитне забезпечення. Аналогічно покупцем може бути як партнер, який купує кредитний ризик, так і партнер, який продає забезпечення кредиту.

У разі настання дефолту, тобто кредитної події, розрахунок за таким свопом, як правило, відбувається у фізичній формі. Це означає, що облігації, які були об'єктом угоди, покупець кредитного ризику зобов'язаний перекупити у продавця ризику за номіналом (наприклад, по 100 $), а не за ринковою ціною (наприклад, по 0,10 $). Можлива також грошова компенсація, однак такий вид розрахунку використовують доволі рідко, з огляду на високу волатильність ринку і складність обчислення суми належного відшкодування.

Згідно з означенням ISDA кредитна подія (credit event, event of default, default) – це банкрутство (bankruptcy), вимога негайного розрахунку за зобов'язаннями (obligation acceleration), невиконання зобов'язань (obligation default), неплатоспроможність (failure to pay), відмова або відтермінування платежів (repudiation/moratorium), реструктуризація (restructuring) [145]. Отже, кредитною подією може бути банкрутство позичальника, зниження його рейтингу, затримки у регулюванні відсоткових платежів за кредитом або купонів за облігаціями тощо.

Отже, свопи кредитного дефолту – це умови, в яких одна зі сторін, яка продає забезпечення (protection seller), отримує деякі комісійні від суми кредиту. Взамін за це вона зобов'язується у разі настання обумовленої у контракті кредитної події (credit event), наприклад, банкрутства позичальника, компенсувати другій стороні угоди, тобто покупцеві забезпечення (protection buyer), повну суму завданих збитків. Найпростіші свопи, виставлені на один актив, називаються plain vanilla credit default swaps.

Наступним прикладом похідних інструментів, головним призначенням яких є обмеження кредитного ризику, є **свопи загального доходу** (total return swaps або total rate of return swaps – TRORS). Зміст таких трансакцій полягає в обміні загального доходу, отриманого з базового інструменту, вразливого на оцінки кредитного ризику (наприклад, облігації), на інші грошові потоки, наприклад, обчислені на підставі відсоткової ставки міжбанківського ринку. У такому разі дохід, на який складається зростання вартості базового інструменту, а також відсотки або дивіденди, потрапляє до партнера, який у цій угоді продає кредитне забезпечення. Взамін за це він виплачує покупцю забезпечення обумовлену відсоткову ставку (наприклад, LIBOR плюс деяка маржа) від узгодженої суми капіталу. Отже, своп загального доходу – це трансакція, в якій одна зі сторін, що купує забезпечення, переказує увесь дохід (total return) з базового активу, обтяженого кредитним ризиком, іншій стороні угоди, яка взамін за це виплачує покупцю забезпечення деякі відсотки, величина яких зазвичай ґрунтується на відсотковій ставці міжбанківського ринку LIBOR.

До групи основних кредитних деривативів також зараховуються **свопи кредитних спредів** (credit spread swaps), які ще називають свопами кредитних марж. Існують два різновиди цих деривативів, а саме:

– свопи кредитних марж, побудовані на основі активів *без ризику*. Такі деривативи називаються абсолютним спредом (absolute spread);

– свопи кредитних марж, побудовані на основі активів, *вразливих на кредитний ризик*. Такі деривативи називаються відносним спредом (relative spread).

Завдяки створенню таких інструментів уможливилося отримання фінансової вигоди від правильного передбачення майбутнього формування премії за ризик, обчисленої на підставі кредитних марж.

Форвард кредитного спреду – це форвардний контракт, в основу якого покладено різницю дохідності між двома активами. Причому цей кредитний дериватив відрізняється від опціону на кредитний спред тим, що величина кредитного спреду узгоджується наперед, тобто у момент укладання форвардної угоди, а також тим, що розрахунок за угодою є обов'язковим. Залежно від величини спреду покупець кредитного забезпечення або одержує різницю, якщо вона додатна, або її сплачує, якщо вона від'ємна.

Своп конвертації (convertability swap) страхує покупця кредитного забезпечення (покупець свопу) від змін валютного режиму країни, зокрема від впровадження обмежень на вільну конвертацію внутрішньої валюти. Якщо уряд обумовленої в угоді країни введе згадані обмеження, то продавець свопу зобов'язаний поставити наперед узгоджену суму вільно конвертованої валюти на вказаний в угоді офшорний рахунок покупця. Взамін за це покупець поставляє продавцю свопу відповідну суму валюти вказаної країни.

Кредитні опціони (credit options) дуже схожі на опціони, в основу яких покладено акції. Це означає, що в обох випадках покупець опціону сплачує премію за право на отримання вигоди з різниці між ціною спот базового інструменту та ціною виконання опціону (опціон „кол"), або навпаки (опціон „пут"). Відмінність між згаданими деривативами полягає у базовому інструментів. Для класичних опціонів – це акція, а для кредитних опціонів – кредитна маржа або активи, вразливі на зміну кредитного ризику. У зв'язку з цим розрізняємо два види кредитних опціонів:

– опціони, в основу яких покладено *кредитну маржу* (credit spread options);

– опціони, в основу яких покладено *ціну активу*. Такі опціони ще називають опціонами кредитного дефолту (credit default options).

Боргові цінні папери, індексовані згідно з кредитним ризиком (credit linked notes, CLN's), які ще називають кредитними нотами, становлять групу порівняно нових кредитних деривативів. Вони є комбінованою структурою, яка поєднує у собі риси боргового цінного паперу з рисами вбудованого у нього похідного кредитного інструменту, наприклад, свопу кредитного дефолту. Найпоширеніші на ринку такі різновиди цих деривативів:

– боргові цінні папери із вбудованим свопом загального доходу (total rate of return credit linked notes);

– боргові цінні папери із вбудованим свопом кредитного дефолту (credit default linked notes);

– боргові цінні папери, основані на кредитних спредах (credit spread linked notes);

– синтетичні облігації (synthetic bonds).

Боргові цінні папери, індексовані згідно з кредитним ризиком, забезпечують кредит через емісію спеціальних боргових цінних паперів з підвищеним для інвестора ризиком. У такий спосіб ризик наданого кредиту перекладається на інвесторів, які набувають цінні папери підвищеного ризику.

Ринок похідних кредитних інструментів динамічно розвивається, внаслідок чого постійно з'являються нові і складніші інструменти. Аналогічно, як і для опціонів, серед кредитних деривативів виділяють групу **екзотичних** похідних інструментів, серед яких найпопулярніші такі:

– кошикові свопи кредитного дефолту (basket credit default swaps або basket linked credit default swaps);

– опціони з бар'єром входу на портфель кредитів (knock-in basket options);

– опціони обміну кредитного ризику з обмеженими втратами (reduced loss credit default options);

– пропорційні структури обміну кредитного ризику (pro rata default structures);

– свопціони кредитного дефолту (options on credit default swaps або default swaptions).

Серед кошикових свопів кредитного дефолту виділяють їхні різновиди, такі, як first-to-default basket, second-to-default basket і навіть third-to-default swaps. Такі свопи, виставлені на кошик активів, характеризуються ефективним левериджем, який не підвищує номіналу трансакції, однак збільшує ризик, а тим самим можливі прибутки або збитки.

Кошикові свопи найчастіше ґрунтуються на концепції first-to-default, тобто розрахунок за ними настає тоді, коли один з активів, що входить у кошик, підлягає кредитній події. У такому разі сторона, яка продала кредитне забезпечення, повинна компенсувати збитки за такою подією, що припиняє дію цієї угоди своп. Для забезпечення решти активів з кошика необхідно укласти нову угоду своп. Є і складніші форми дефолтних свопів, зокрема „чорний ящик" (black box), виставлений на 100 або 200 невідомих активів, свопи на дохід (total rate of return swaps) [211], свопи обміну кредитних маржж (credit spread swaps) [105, 191] тощо.

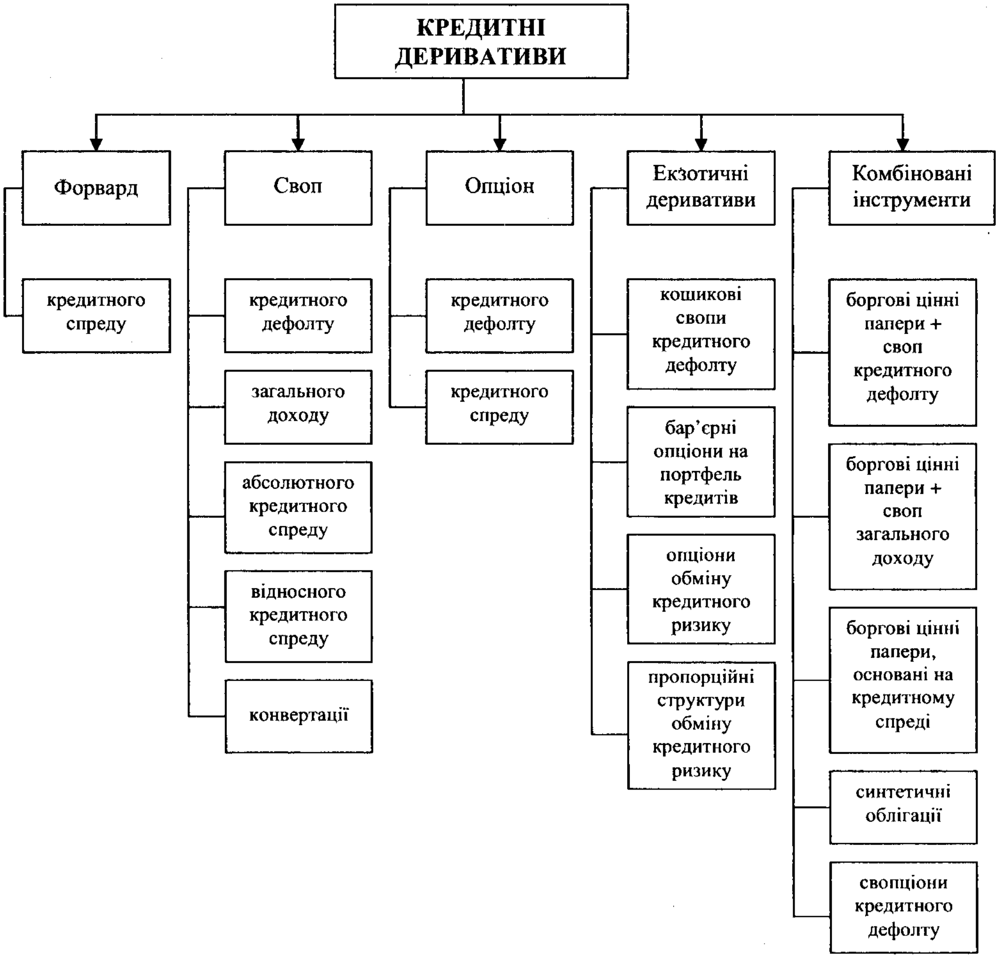

Рис. 5.4.1. Класифікація кредитних деривативів

Підсумовуючи, можна визначити основні особливості застосування кредитних деривативів:

– негайний розрахунок за цим деривативом після настання кредитної події;

– припинення дії угоди після згаданого вище розрахунку;

– можливість диверсифікації ризику за базовими активами, ринками, галузями та регіонами;

– хеджування позиції покупця кредитного забезпечення упродовж усього терміну дії базового активу;

– позичальник не бере участі і не повинен бути інформований про укладення угоди аж до моменту настання кредитної події.

5.5. Погодні деривативи

Строкові угоди, базовим активом яких є параметри погоди, часто називають ***погодними деривативами*** (weather derivatives), або угодами „метео". Вони можуть набирати різних форм, починаючи з форвардних контрактів і закінчуючи екзотичними опціонними контрактами або гібридними похідними інструментами, що являють собою поєднання різних фінансових (похідних або похідних та звичайних) інструментів. Головною відмінністю погодних деривативів від решти фінансових деривативів є базовий інструмент, згідно із значенням якого відбувається розрахунок за контрактом між його сторонами. У разі угод „метео" у ролі базового інструменту може виступати синтетичний індекс, значення якого залежатиме від температури повітря, води, опадів, сили вітру чи кількості сонячних днів у заданому періоді часу. Сьогодні базовим інструментом погодних деривативів найчастіше є температура повітря. Треба зазначити, що як і для більшості звичайних похідних інструментів, розрахунок за погодними деривативами відбувається також у грошовій формі.

Але чому саме параметри погоди? І кому найбільше загрожує ризик несприятливих кліматичних умов? Найчастіше йдеться про загрозу ринкових видів ризику. Наприклад, фірма, фінансові результати якої безпосередньо залежать від коливань цін товарів, які вона виробляє або купує, наражається на ціновий ризик. Ціни можуть бути як сприятливими, так і несприятливими для неї. Однак можна також навести приклади фірм, які змушені продавати свої продукти за встановленими (фіксованими) цінами. Наприклад, фінансові результати компанії, яка займається дистрибуцією електричної енергії чи природного газу у країнах, в яких держава встановлює цінові тарифи на стратегічні види товарів, залежатимуть виключно від обсягів обороту. Відомо, що за невисоких температур влітку і не дуже низьких температур взимку споживання електроенергії зменшується, оскільки немає потреби додатково охолоджувати чи обігрівати приміщення. За незначних від'ємних або навіть додатних температур взимку зменшується також споживання газу, у зв'язку з чим зменшуються обсяги обороту та прибутку газових компаній. Як бачимо, такі фірми наражаються на ризик обороту. Цей вид ризику може також загрожувати підприємствам з інших галузей економіки. Наприклад, обороти фірми, яка виробляє і продає зимовий спортивний одяг, залежатимуть як від середньої температури повітря взимку, так і від товщини снігового шару. Від погодних умов залежать також прибутки виробників кондиціонерів, охолоджувальних напоїв, морозива та пива. На зміни кліматичних умов реагує будівництво, туристичний бізнес, землеробство тощо.

Фінансові результати усіх розглянутих видів діяльності залежатимуть від середніх погодних умов у цей період часу, зокрема середніх температур повітря. Від сили (швидкості) вітру залежать результати діяльності вітрових електростанцій, від величини опадів – гідроелектростанцій, від кількості сонячних днів – продуктивність сонячних батарей, парникових рослин тощо. Отже, вибравши ключовий параметр для певного виду діяльності і знайшовши протилежну сторону для строкової угоди, можна конструювати погодний дериватив. Передусім необхідно визначити конструкцію індексу, який залежить від вибраного параметра, а також критичний рівень, з яким буде порівнюватися фактичне значення індексу. В угодах, в яких ризиковим параметром є температура повітря, базовим індексом є найчастіше так звані температуро-дні (degree-days, SD). Під цим індексом розуміють суму відхилень (які визначають у градусах) середньої денної температури від встановленої в угоді критичної температури протягом узгодженого періоду. Розрізняють два типи відхилень: відхилення вверх від критичної температури (SD+) та відхилення вниз від критичної температури (SD-).

У Сполучених Штатах Америки за критичний рівень прийнято 65° F (або 18.3° C). Вважається, що саме ця температура є умовною межею між сезоном опалення та сезоном кондиціонування приміщень. У зв'язку з цим число SD+ для певного дня (або CDD – cooling degree days) обчислюється як різниця між середньою температурою дня та температурою 65° F. Якщо така різниця є від'ємним числом, то 65° F приймають таким, що дорівнює нулю. Натомість число SD- для певного дня (або HDD – heating degree days) обчислюється як різниця між температурою 65° F та середньою температурою дня. Якщо SD- набуває від'ємного значення, то його вважають таким, що дорівнює нулю. Узагальнюючи, можна записати для одного дня:

$$CDD = SD+ = \max\left\{t_{av}^{fact} - t_{kr}, 0\right\},\ HDD = SD- = \max\left\{t_{kr} - t_{av}^{fact}, 0\right\},$$

де t_{kr} – критична температура;

t_{av}^{fact} – середня фактична температура дня.

Для періодів, довших, ніж один день, значення CDD та HDD визначаються як сума значень кожного дня, з визначеного в угоді періоду тобто:

$$CDD = \sum_{i=1}^{n} CDD_i\ ,\ HDD = \sum_{i=1}^{n} HDD_i\ ,$$

де CDD_i – CDD *i*-го дня (*i=1,2,...,n*);

HDD_i – HDD *i*-го дня.

Підставою для розрахунку за контрактами є додатне значення сумарного CDD або HDD. Наперед визначається ціна одиниці індексу, наприклад, 100 $. Тоді для визначення суми виплати отримане значення індексу множать на його ціну. Аналогічно будують контракти, базовими інструментами яких є: сила вітру, кількість сонячних днів, величина опадів чи товщина снігового покрову.

Погодні деривативи вперше з'явилися в обігу у 1997 році в США. Безпосередньою причиною їхньої появи були кліматичні зміни на північно-американському континенті, викликані течією El Nino взимку 1997–1998 року. У цей період значна кількість американських фірм зазнала збитків, спричинених винятково високими, як для зими, середніми денними температурами повітря.

Треба зауважити, що у зв'язку з парниковим ефектом та глобальним потеплінням на планеті [110, 130, 214] такі нестандартні явища почали відзначатися значно частіше, а це означає, що погодні деривативи набуватимуть популярності, оскільки стає щоразу складніше передбачити параметри погоди в усі пори року. Ринком погодних деривативів насамперед зацікавилися страхові компанії, оскільки такі інструменти стали для них кращим джерелом доходів, ніж звичайна страхова діяльність.

На ринку угод „метео" найчастіше укладаються форвардні та свопові контракти (позабіржовий ринок), ф'ючерсні та опціонні контракти (біржовий ринок). Наприклад, на біржі Chicago Mercantile Exchange обертаються ф'ючерси та опціони, виставлені на індекси CDD та HDD для десяти американських міст, зокрема: Атланти, Чикаго, Чінчінаті, Нью-Йорка, Далласа, Філадельфії, Портланда, Туссона, Дес Моінеса, Лас Вегаса. Ці контракти переважно використовуються для страхування власних позицій сторін. Варто нагадати, що біржові деривативи є стандартизованими інструментами. Однак фірми, які намагаються шукати методів страхування від несприятливих кліматичних умов, частіше потребують індивідуальних контрактів, які б страхували їх від заданого профілю ризику. У такому разі придатнішими стають інструменти позабіржового строкового ринку, серед яких форвардні та свопові контракти, а також екзотичні опціони (азіатські, бінарні тощо), найчастіше європейського стилю виконання.

Переважна більшість угод „метео" укладаються між учасниками енергетичного сектору або між енергетичними та фінансовими компаніями. Однак ці похідні інструменти починають поступово завойовувати інші сектори економіки, зокрема сільське господарство, будівництво, виробництво засобів охорони рослин, виробництво охолоджувальних напоїв, морозива, пива, вирощування винограду та виноробство, виробництво одягу, взуття, спортивного спорядження тощо. Найцікавішим прикладом застосування контракту „метео" поза енергетичним сектором була пропозиція канадської фірми Bombardier, яка виробляла і продавала снігові скутери. Ця фірма у 1998 році запропонувала таку угоду: у разі купівлі одного із 36 моделей скутерів (ціною від 4 000 $ до 10 000 $) гарантувалося автоматичне повернення 1 000 $, якщо кількість опадів снігу не перевищить 50 % норми для місця проживання покупця. Фірма Bombardier мала можливість запропонувати своїм клієнтам таку угоду завдяки укладенню опціонного контракту „метео" з компанією Enron (енергетична компанія).

Зазначимо, що погодні деривативи кардинально відрізняються від фінансових деривативів. Основна відмінність полягає у тому, що базовим інструментом фінансових деривативів є ринковий інструмент, який має ціну, натомість базовим інструментом погодних деривативів є неринковий інструмент, який складно оцінювати та прогнозувати. Головна проблема полягає у тому, що моделі визначення цін фінансових деривативів не можуть бути використані для оцінювання погодних деривативів. Іншою проблемою є вдале створення індексів для таких деривативів.

Завдяки угодам „метео" розширяються можливості страхування фінансових результатів господарської діяльності багатьох ринкових суб'єктів. Погодні деривативи дають можливість страхуватися від наслідків дії несприятливих кліматичних змін. Необхідно підкреслити основну відмінність між традиційними страховими полісами та угодами „метео". Отож, за страховим полісом відшкодування передбачається страхувальнику *лише* у разі зазнавання збитків внаслідок подій, від яких він застрахувався, причому відшкодування не може перевищувати суми завданих збитків. Натомість у разі погодних деривативів виплата сторін залежить лише від того, чи базовий інструмент перетнув критичну позначку чи, ні, і абсолютно не залежить від їхніх збитків. Активними учасниками серед фінансових інституцій на ринку погодних деривативів, окрім страхових компаній, можуть стати також і банківські установи.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 5

До одних із найстарших та найпопулярніших похідних інструментів строкового ринку можна зарахувати форвардні та ф'ючерсні контракти. Ф'ючерси, які є предметами виключно біржового обігу, дають змогу не тільки хеджувати фінансові вкладення, але й ефективно управляти ними, вміло використовуючи сучасні моделі та механізми фінансового ринку. Форварди виконують аналогічну функцію хеджування, однак такі контракти укладаються лише на позабіржовому ринку.

Узагальнюючи дослідження і зважаючи на той факт, що в останні роки на строковому ринку з'явилися похідні інструменти нового типу, зокрема кредитні та погодні деривативи, дамо визначення форвардного та ф'ючерсного контракту. Форвардний контракт – це позабіржова індивідуальна угода купівлі–продажу, в якій покупець і продавець домовляються про майбутню поставку обумовленої кількості базового інструменту (фінансового активу, товару або сировини) визначеного виду (або якості) або угода про фінансовий розрахунок між сторонами згідно з визначеною формулою (для рівня ризику, значень індексів або інших параметрів) на дату закінчення терміну дії контракту, причому ціна форвардного контракту може узгоджуватися або у момент укладання угоди між контрагентами, або у момент поставки, за домовленістю сторін.

Ф'ючерсний контракт – це стандартизована біржова угода купівлі–продажу деяких активів (фінансових інструментів, сировини або товарів) або угода про фінансовий розрахунок між сторонами згідно з визначеною формулою (для індексів або значень параметрів), яка буде реалізована у певний момент часу у майбутньому, за наперед узгодженою між сторонами контракту ціною.

Дослідження ринку деривативів показали, що ф'ючерсні та форвардні контракти можна класифікувати, передусім, за типом базових інструментів. Отож, розрізняємо товарні та фінансові контракти. Частка товарних контрактів сьогодні не перевищує 10 % біржового та позабіржового обігу цих деривативів. Натомість серед фінансових контрактів переважають індексні і відсоткові ф'ючерси та валютні і відсоткові форварди. Зокрема, фінансові ф'ючерси на відсоткові ставки застосовують як позичальники фінансових ресурсів, так і їхні кредитори для страхування від ризику змін відсоткових ставок. Позичальники використовують їх для забезпечення від зростання витрат, пов'язаних із майбутнім запозиченням або залученням грошових ресурсів. Натомість кредитори страхуються від зниження відсоткових ставок, які зменшуватимуть дохід за наданими кредитами з плаваючою відсотковою ставкою або новими кредитами загалом. У ролі позичальників та кредиторів зазвичай виступають банківські установи, страхові компанії, інвестиційні, хеджингові, пенсійні фонди, інші суб'єкти господарювання різних форм власності.

Варанти є інструментами строкового ринку, які характеризуються асиметричним ризиком. Це означає, що ризик покупця варанту є обмеженим, тоді як ризик продавця варанту теоретично може бути необмеженим. Саме ця риса є найістотнішою, яка відрізняє варанти та опціони від похідних інструментів з симетричним ризиком, таких, як ф'ючерси, форварди та свопи. Сьогодні в обігу є підписні (субскрипційні, акційні або фондові), опціонні та екзотичні варанти. Останні характеризуються складнішим способом розрахунку, ніж стандартні європейські та американські варанти. Вони найчастіше емітуються фінансовими інституціями на індивідуальне замовлення клієнтів і котируються на позабіржових ринках.

На основі виконаного аналізу сучасного стану світового ринку деривативів дамо таке визначення свопу. Угода своп – це позабіржова угода–зобов'язання про періодичний/ одноразовий обмін платежів, залежних від узгоджених між сторонами значень (цін, рівня) деяких базових інструментів (фінансових активів, товарів або сировини, рівня ризику, параметрів погоди), за якою обмін фінансовими умовами забезпечує обом сторонам угоди деякий виграш, недоступний в жоден інший спосіб.

Нові свопові трансакції, які зараховують до похідних фінансових інструментів, істотно відрізняються від класичних свопів обміну валют. Свопи нового типу можна охарактеризувати як угоди, що полягають в узгодженні суми обміну, валюти обміну, терміну дії угоди, відсоткових ставок, а також зобов'язань обох сторін щодо систематичних відсоткових платежів від встановленої умовної суми. Найпопулярнішими видами контрактів своп є: відсотковий своп, валютно-відсотковий, товарний, фондовий, а також свопи нової генерації, серед яких найпопулярнішими стали кредитні свопи.

Кредитні деривативи є однією із найважливіших інновацій світового фінансового ринку в останні роки. Завдяки їм вперше кредитний ризик був відокремлений від інших видів ризику і став предметом ринкового обігу. Швидке зростання вартості трансакцій з цими деривативами у поєднанні з різноманітністю їхніх форм, а внаслідок цього розширення можливостей їхнього використання зумовили значне зацікавлення цими похідними фінансовими інструментами, як з боку науковців, так і з боку практиків. На ринку свопів важливу роль відіграють банківські установи, які можуть виконувати роль активного партнера в угоді своп, явного або анонімного посередника.

Строкові угоди, базовим активом яких є параметри погоди, називають погодними деривативами. Вони можуть набирати різних форм, починаючи з форвардних контрактів і закінчуючи екзотичними опціонними контрактами або гібридними похідними інструментами, що являють собою поєднання різних фінансових (похідних або похідних та традиційних) інструментів. Головною відмінністю погодних деривативів від решти фінансових деривативів є базовий інструмент, згідно із значенням якого відбувається розрахунок за контрактом між його сторонами. У таких угодах у ролі базового інструменту може виступати синтетичний індекс, значення якого залежатиме від температура повітря, води, величини опадів, сили вітру чи кількості сонячних днів у заданому періоді часу. Сьогодні базовим інструментом погодних деривативів найчастіше є температура повітря. Необхідно відзначити, що як і для більшості традиційних похідних інструментів, розрахунок за погодними деривативами відбувається також у грошовій формі.

РОЗДІЛ 6. РИЗИК ДІЯЛЬНОСТІ НА РИНКУ ДЕРИВАТИВІВ

6.1. Регулювання ризику діяльності банківських установ на ринку деривативів

Деривативи з часом стали самостійними інструментами, котрі відокремилися від первинних активів та ринків, які були основою їхніх розробок. Однак головною причиною появи і поширення похідних інструментів була не пропозиція їх на ринку, а саме попит на інструменти такого типу. Попит на деривативи залежав від двох важливих характеристик цих інструментів, зокрема:

– можливості ефективнішого перерозподілу ризику між сторонами деривативних контрактів;

– застосування левериджу у більшості інструментів ринку деривативів, що давало вищі доходи за невисоких інвестиційних видатків на їх придбання.

Деривативи можуть застосовувати господарські суб'єкти різних форм власності та у різних сферах діяльності. Однак основною метою їхнього використання є хеджування зайнятих позицій на ринку реальних товарів, а також страхування портфелів активів. Найчастіше деривативи використовуються у торгівлі стратегічними видами сировини, зокрема, газом, нафтою, нафтопродуктами та електроенергією. Деривативи застосовуються як на ринку електроенергії, отриманої із традиційних джерел [47], так і на ринку електроенергії із відновлюваних та альтернативних джерел [16, 51]. Серед найновіших використань різних форм деривативних контрактів необхідно виділити ринок, на якому здійснюється торгівля лімітами на емісію парникових газів, серед яких в останні роки найяскравіше розвивається ринок емісій діоксиду вуглецю [61], [168-169], [184].

Іншою стороною у хеджингових трансакціях з участю деривативів є, як правило, фінансові інституції, які переймають на себе той ризик, якого намагаються позбутися інші ринкові суб'єкти. Як показали дослідження ринку деривативів, найактивнішими учасниками цього ринку серед фінансових інституцій є банківські установи. Фінансовий ринок, невід'ємною частиною якого є ринок деривативів, є основним полем діяльності цих інституцій. Значення банківської системи у сучасному світі стає дедалі важливішим. Її стабільність є гарантом розвитку усієї економічної системи. Однак умови функціонування банків постійно ускладнюються [8, 9]. Причиною цього є висока конкуренція, глобалізація та інформатизація світової економіки, а також загальне зростання темпу економічного життя. Не менш важливими є потреби пристосування до впровадження нових банківських технік і нових видів операцій та послуг. Операції з похідними фінансовими інструментами належать до групи нових операцій, причому операцій підвищеної складності.

Трансакції з деривативами та ризики, пов'язані з ними, вже протягом довгого часу цікавлять науковців, аналітиків і практиків фінансового ринку. Фінансові інституції, які здійснювали операції на ринку деривативів, намагалися враховувати деякі види ризику, пов'язані з похідними інструментами. Однак у зв'язку з невеликими обсягами таких операцій ризики не створювали великої загрози існуванню банківської системи. Однак стрімкий розвиток технологічної та інформаційної галузі наприкінці XX століття створив можливості значного розширення обсягів трансакцій з похідними інструментами, але й одночасно підвищив загальний рівень ризику у фінансових інституціях.

Вивчення економічної літератури свідчить про те, що проблеми управління ризиком похідних інструментів ще недостатньо досліджені як у вітчизняній, так і у зарубіжній літературі. Навпаки, похідні інструменти протягом довшого часу використовувалися для зниження ризиків інвестування у інші види активів за допомогою хеджування. Наприклад, О.М. Сохацька розглядає способи хеджування цінових та курсових ризиків за допомогою ф'ючерсної торгівлі [75]. З іншого боку, вітчизняні економісти недостатньо уваги також приділяють висвітленню рішень і вимог Базельського комітету банківського нагляду. Хоча в останні кілька років з'явилися публікації, в яких досліджуються директиви Базельського комітету, проте більшість з них стосуються Нової угоди про капітал. Зокрема, В. Кротюк і О. Куценко розглядають нову концептуальну редакцію Базельської угоди про капітал (Базель II), вказують на принципові відмінності Базеля II від попередніх редакцій Угоди про капітал [65]. В.В. Кравчуком досліджено основні положення базельських угод, їхній вплив на формування єдиної міжнародної системи оцінки ризиків банками, можливі результати реалізації цих угод для України, запропоновано новий підхід до оцінки та визначення міри ризику у сфері банківської діяльності [62]. М. Мельничук розглядає проблеми впровадження нових рекомендацій Базельського комітету щодо управління ризиками у банках України, зокрема нову угоду Базельського комітету про капітал, яка отримала назву Базель II: Міжнародне наближення оцінки та стандартів капіталу [68]. В. Кротюк та В. Міщенко досліджують деякі аспекти Базельської угоди (Базель I), необхідність її перегляду та впровадження Нової Базельської угоди (Базель II) [66]. Треба також відзначити, що більшість авторів розглядають різні види банківських ризиків, але не у контексті похідних інструментів, як наприклад у [1], де розглянуто сутність, класифікацію і механізми управління ризиками у банківській справі загалом. О. Пернарівський доволі докладно розглядає у [69] кредитний ризик комерційного банку, методи його аналізу і способи зниження. І. Кулініч досліджує основні чинники, які впливають на кредитний ризик та принципи управління ним [67]. Кредитний, депозитний, валютний, відсотковий, інвестиційний ризики, а також ризик ліквідності, банкрутства доволі добре описані і досліджені в [1, 69, 79]. Про операційний ризик, пов'язаний з похідними інструментами, коротко згадується в [67], [69]. Що стосується іноземної літератури, то ця проблематика доволі добре описана в [81, 104, 109, 150, 154].

Деривативи стають щоразу популярнішими у банківському та фінансовому секторі в усьому світі. Похідний інструмент є фінансовим контрактом, вартість якого залежить від вартості іншого, базового інструменту, на який він був виставлений. Похідні контракти можуть укладатися як на інституційно-організованих біржах, так і на позабіржовому ринку. Контракти біржового обороту, як правило, стандартизовані щодо терміну їхньої дії, величини контракту та умов його реалізації. Натомість позабіржові контракти краще пристосовані до індивідуальних потреб клієнтів і часто стосуються товарів, інструментів та термінів, які не пропонуються на організованих біржах. Деривативи можуть використовуватися банківськими установами як інструменти управління ризиком та як джерело доходу. Їхнє використання для управління ризиком створює для фінансових інституцій можливості ідентифікації, ізоляції і окремого управління ринковими видами ризику фінансових інструментів та товарів. Вміло і обережно їх застосовуючи, за допомогою похідних інструментів можна створити ефективні методи управління певними видами ризиків хеджуванням. Деривативи також можна застосовувати для зниження фінансових витрат або для збільшення доходності деяких активів. Треба зазначити, що ризик можна розглядати у трьох аспектах:

1. Об'єктивний ризик, пов'язаний із непевністю ситуації на ринку.

2. Суб'єктивний ризик, який породжується ставленням самого інвестора до ризику та його оцінки.

3. Стратегії інвестування, які пов'язані з різноманітними інвестиційними цілями, зокрема зі зниженням ризику.

Ці три взаємопов'язані концепції розглядає нова наука – фінансова інженерія, головним завданням якої є застосування сучасних математичних методів до моделювання реальних економічних процесів, а також перевірка достовірності цих методів [24].

Ризики, пов'язані з інвестиціями у похідні інструменти, можна поділити на [23]:

- кредитний – це ризик невиконання контрагентом своїх зобов'язань. Цей вид ризику наявний у кожній фінансовій операції. Іншими словами, це здатність контрагента до виконання умов укладеної угоди;
- ринковий – пов'язаний з тим, що вартість контракту може змінитися під впливом змін ринкових факторів;
- операційний – пов'язаний з веденням бізнесу, і зумовлений можливістю юридичних помилок, неправильного виконання операцій, крадіжок тощо;
- стратегічний – це ризик неправильного трактування вимог клієнта, неправильного вибору напрямку дії тощо.

Варто відзначити, що останнім часом для більшості банківських установ діяльність на ринках деривативів стає безпосереднім джерелом доходу. З цією метою банки здійснюють три групи операцій: створення ринку (market making); відкриття позицій (position taking); арбітраж ризику (risk arbitrage).

Функція створення ринку означає здійснення трансакцій на ринку деривативів з клієнтами та іншими учасниками ринку з підтримкою врівноваженого портфеля та очікування доходів від різниці між цінами купівлі-продажу. Натомість відкриття позицій означає намагання отримати прибуток акцептуванням ризику, який виникає внаслідок відкриття безумовних позицій з надією на вигідну зміну цін. Під час здійснення операцій арбітражу учасники строкового ринку намагаються одержати прибуток, використовуючи малі різниці цін тих самих інструментів, які формуються на різних ринках або сегментах ринку.

Учасників ринку похідних інструментів можна поділити на дві групи: кінцеві споживачі і посередники. Перші з них, зазвичай, використовують похідні трансакції для досягнення певних цілей, пов'язаних з хеджуванням, фінансуванням або відкриттям позицій. До цієї групи учасників можна зарахувати банки, довірчі товариства, інвестиційні фонди, інститути спільного інвестування, корпорації, а також державні і місцеві адміністрації, урядові та міжнародні організації. Натомість посередники, яких ще називають дилерами, діють на замовлення кінцевих споживачів і можуть створювати ринки позабіржових деривативів. Метою їхньої діяльності є генерування доходу з оплат за трансакції, з різниці цін купівлі-продажу фінансових інструментів, а також з власних відкритих позицій. Найважливішими посередниками на світовому ринку є великі банки та інвестиційні компанії. Традиційно вони пропонують своїм клієнтам продукти управління валютним ризиком та ризиком відсоткової ставки.

Однак операції з деривативами у великих обсягах можуть загрожувати ліквідності і стабільності банківської системи, оскільки їх зараховують до фінансових інструментів підвищеного ризику. З огляду на глобалізацію світової кредитно-фінансової системи, банкрутство одного або кількох банків може стати причиною падіння усієї банківської систем окремої країни, а також призвести до нестабільності світової банківської системи загалом. У зв'язку з цим ще у березні 1986 року Базельський комітет банківського нагляду (Базельський комітет) вперше звернув увагу на ризик, пов'язаний з деривативами, опублікувавши документ під назвою „Управління позабалансовими ризиками банків: наглядовий прогноз". У цьому документі було викладено вимоги до управління позабалансовими ризиками, зокрема елементи управління різними видами ризиків, пов'язаними з похідними інструментами, а також вимоги до банківського менеджменту. Метою створення і оприлюднення цього документа було недопущення збитків та появи елементів нестабільності у світовій банківській системі [46].

Базельський комітет з метою підсилення запобіжних заходів щодо безпеки міжнародної банківської системи постійно опрацьовує спеціальні директиви для окремих видів банківської діяльності. Що стосується трансакцій на ринках деривативів, то Базельський комітет постійно розробляє нові вимоги, вказівки і методи, оприлюднює їх, а також відстежує інформацію, пов'язану з ними. Протягом 1994-1999 років Базельський комітет опублікував такі документи, що безпосередньо стосуються використання деривативів у фінансово-кредитній сфері [232]:

1. 07/1994 р. Директиви щодо управління ризиком похідних інструментів.
2. 12/1994 р. Пруденційний нагляд за діяльністю банків у сфері похідних інструментів.
3. 05/1995 р. Структура спостережної інформації про діяльність банків та інвестиційних фірм у сфері похідних інструментів.
4. 11/1995 р. Оприлюднення даних про торгову діяльність і діяльність у сфері похідних інструментів банків та інвестиційних фірм.
5. 11/1996 р. Дослідження даних про торгову діяльність і діяльність у сфері похідних інструментів банків та інвестиційних фірм.

6. 11/1997 р. Дослідження даних про торгову діяльність і діяльність у сфері похідних інструментів банків та інвестиційних фірм.

7. 09/1998 р. Структура спостережної інформації для торгової діяльності і діяльності у сфері похідних інструментів.

8. 11/1998 р. Дослідження даних про торгову діяльність і діяльність у сфері похідних інструментів банків та інвестиційних фірм.

9. 02/1999 р. Рекомендації для дослідження даних про торгову діяльність і діяльність у сфері похідних інструментів банків та інвестиційних фірм.

10. 10/1999 р. Рекомендації для дослідження даних про торгову діяльність і діяльність у сфері похідних інструментів банків та інвестиційних фірм.

11. 12/1999 р. Дані про торгову діяльність і діяльність у сфері похідних інструментів банків та інвестиційних фірм.

Серед багатьох опублікованих документів найбільше зацікавлення викликають „Директиви щодо управління ризиком похідних інструментів", які були розроблені Базельським комітетом і доведені до відома центральних банків країн-учасниць ще у липні 1994 року. Директиви стали продовженням і розширенням опублікованого у 1986 році документа „Управління позабалансовими ризиками банків: наглядовий прогноз". У новому документі містяться детальні рекомендації для спостережних і банківських організацій щодо правильного управління ризиком, пов'язаним з діяльністю на ринках деривативів. Розробляючи новий документ, Базельський комітет врахував поради країн-учасниць та рекомендації усіх суб'єктів фінансового ринку.

„Директиви щодо управління ризиком похідних інструментів" поєднують у одну структуру всі актуальні методи управління ризиком деривативів, які застосовуються у найбільших міжнародних банках. Хоча кожен банк має індивідуальну структуру і різне зовнішнє оточення, однак запропоновані Базельським комітетом методи управління можуть бути корисними для кожного з них. Згадані методи необхідно використовувати із урахуванням власних обсягів і складності трансакцій на ринку деривативів. Одночасно і органам банківського нагляду, які здійснюють контроль за рівнем ризиків комерційних банків, пов'язаних з деривативами, необхідно врахувати низку чинників локального характеру, таких, як законодавча база, політична та економічна ситуація країни тощо.

Проблема управління ризиком з використанням деривативів пов'язана зі зростанням обсягів обороту фінансових інструментів та ускладненням способів функціонування фінансових ринків. З іншого боку, поява величезної кількості нових видів деривативів вимагала певного регулювання з боку спостережних органів. У зв'язку з цим Базельський комітет банківського нагляду опублікував 25 основних вимог щодо ефективного банківського нагляду. В одній із засад уточнено поняття „всебічного управління ризиком". Згідно з цим документом такий процес охоплює ідентифікацію, вимірювання, моніторинг і контроль усіх видів ризику.

Директивні вказівки Базельського комітету стосуються операцій банків як з біржовими фінансовими інструментами, так і з позабіржовими. Згідно з Базельським комітетом основними видами ризиків, які загрожують банкам у зв'язку з трансакціями на ринку деривативів є кредитний, ринковий, операційний, юридичний ризик і ризик ліквідності, оскільки не всі трансакції з похідними інструментами реалізуються.

Кредитний ризик – це ризик того, що контрагент не виконає своїх зобов'язань перед цією інституцією. Інституція повинна оцінити як попередній, так і розрахунковий ризик на рівні клієнта для усіх продуктів. У момент розрахунку між сторонами сума капіталу, якому загрожує ризик з приводу невиконання контрагентом своїх зобов'язань, може дорівнювати повній вартості грошового потоку або цінних паперів, які інституція повинна отримати від контрагента. Натомість попередній кредитний ризик обчислюється як кошти зміни позиції плюс кількісна оцінка майбутніх потенційних витрат, пов'язаних зі зміною ринкових цін похідних інструментів. Потенційна загроза кредитного ризику вимірюється суб'єктивніше, ніж актуальна загроза, і є функцією часу, який залишився до моменту розрахунку, а також функцією змінності ціни, ставки, курсу або індексу, який є базовим активом контракту. Дилери та організовані учасники ринку деривативів повинні оцінювати потенційну загрозу за допомогою симуляційного аналізу або інших методів, які б враховували характерні особливості їхнього портфеля та актуальні ринкові умови.

Для зниження кредитного ризику контрагента інституції можуть використовувати страхування або гарантії третьої сторони. Не менш важливим є також юридичний аспект підписаної умови, який би передбачав усі можливі загрози для цієї установи. Для усіх контрагентів, з якими установа співпрацює на ринку деривативів, повинні бути встановлені кредитні ліміти. Важливо, щоб ці ліміти встановлювалися працівниками, незалежними від підрозділів, які займаються операціями з похідними інструментами.

Ринковий ризик може загрожувати фінансовому стану інституції внаслідок несприятливих змін ринкових цін, що може бути наслідком зміни ліквідності ринку, політичних та економічних подій як регіонального, так і світового масштабу. Ринковий ризик щоразу частіше обчислюється учасниками ринку за допомогою методу „величини, якій загрожує ризик" (VaR), котра вимірює потенційний прибуток або втрати на позиції портфеля або в масштабі усієї інституції. Інституція повинна щоденно здійснювати переоцінку усіх своїх портфелів і обчислювати загрозу виникнення ризику. Окрім цього, необхідно порівнювати прогнозні значення наслідків ринкового ризику з фактичними реальними даними. Особливу увагу необхідно звернути на результати обчислень моделей ринкового ризику, які необхідно порівнювати із реальними даними. Якщо прогнозні і реальні значення істотно відрізняються, то припущення, які використовуються для отримання прогнозів, повинні бути старанно вивірені або моделі повинні бути модифіковані.

Інституція повинна встановлювати ліміти для ринкового ризику, пов'язані з максимальним загальним ризиком, затвердженим вищим керівництвом і правлінням. Встановлені ліміти повинні доводитися до відома відповідних відділів і працівників у добре зрозумілій, чіткій формі. Натомість керівництво повинно володіти відповідними механізмами для своєчасного виявлення випадків перевищення лімітів і відповідних дій.

Інституції, діяльність яких на ринку деривативів зводиться лише до ролі кінцевих споживачів, потребують менш складних і розвинутих систем вимірювання ризику порівняно з дилерами. У таких інституціях, як мінімум, системи управління ризиком повинні оцінювати евентуальний вплив на прибутки та капітал інституції, який може бути наслідком несприятливих змін відсоткових ставок та інших ринкових умов, пов'язаних із загрозою ризику та ефективністю похідних трансакцій у загальному управлінні ризиком інституції.

Інституції у діяльності на ринку деривативів мають справу з двома видами ***ризику ліквідності,*** а саме:

1) ризиком, пов'язаним з особливими продуктами або ринками;

2) ризиком, пов'язаним із загальним фінансуванням діяльності інституції на ринку деривативів.

Перший вид означає ризик того, що інституція не буде спроможною легко або взагалі забезпечити чи компенсувати певну позицію за попередньою ринковою ціною або близькою до неї, з огляду на недостатню глибину ринку чи його дезорганізацію. Другий вид є ризиком того, що інституція не буде спроможною своєчасно реалізувати своїх зобов'язань щодо платежів або у разі вимоги внесення додаткового депозиту.

Керівництво повинно оцінювати ці види ризику у ширшому контексті загальної ліквідності інституції. Встановлюючи ліміти, інституція повинна знати величину, глибину і ліквідність ринку, а також відповідно до цього розробляти плани із урахуванням усіх можливих ситуацій (втрати доступу до одного чи кількох ринків, напружених ринкових умов тощо). Інституції, які створюють ринок позабіржових деривативів, або ті, які динамічно хеджують свої позиції на строковому ринку, повинні мати постійний доступ до фінансових ринків, а особливо у періоди ринкового напруження. План їхньої ліквідності повинен відображати здатність до переходу на інші, альтернативні ринки (наприклад біржові ринки строкових чи готівкових трансакцій). Інституції-учасниці позабіржових ринків деривативів повинні оцінювати ризик ліквідності, пов'язаний з достроковим розірванням похідних контрактів. Багато форм стандартизованих контрактів для трансакцій з деривативами дають контрагентам змогу вимагати їх забезпечення або розривати контракти достроково, якщо внаслідок якоїсь події погіршиться кредитоспроможність інституції або навіть її загальний фінансовий стан.

Юридичний ризик є ризиком того, що контракти не можуть бути виконані з юридичного погляду. Юридичний ризик повинен обмежуватися і управлятися на підставі внутрішніх правил, опрацьованих юридичним консультантом інституції після узгодження з працівниками відділу управління ризиком, які були затверджені керівництвом вищого рівня та правлінням. Перед тим, як розпочинати операції з похідними інструментами, інституції повинні переконатися, по-перше, що їхні контрагенти мають юридичне право і повноваження здійснення трансакцій такого типу, по-друге, що умови усіляких контрактів, що стосуються похідних інструментів, ґрунтуються на міцній правовій основі, по-третє, що їхня контрагенти мають повноваження щодо здійснення трансакцій з похідними інструментами, а також що зобов'язання контрагентів, які випливають з цих угод, юридично можуть бути виконані. Інституція повинна знати усі податкові закони, які стосуються деривативів.

Операційний ризик – це ризик того, що вади інформаційних систем або внутрішніх систем контролю спричинять несподівані втрати. Цей ризик пов'язаний з людськими помилками, аваріями систем та неадекватними контрольними процедурами і системами. Він може бути підвищеним для деяких похідних інструментів з огляду на складну природу структури їхніх платежів і складності обчислення їхньої вартості. Правління і керівництво вищого рівня повинні забезпечити виділення відповідних ресурсів, як фінансових, так і трудових, для підтримки операцій з деривативами, а також для розвитку і підтримки систем. Відповідальний за похідні інструменти підрозділ повинен, з одного боку, підпорядковуватися незалежному підрозділу, а з іншого, управління ним повинно становити інтегральну частину загального управління інституцією. Системи підтримки та операційні можливості повинні відповідати тим видам діяльності з похідними інструментами, які інституція здійснює. Системи підтримки та системи, розроблені для під'єднання до офіційних баз даних, повинні генерувати настільки точну інформацію, щоб керівництво підрозділу похідних інструментів і вище керівництво могли своєчасно виявляти загрозу ризику. Потреби систем, які виникають у зв'язку з діяльністю з деривативами, повинні оцінюватися під час стратегічного планування.

У разі складності похідних продуктів та розмірів і швидкості трансакцій фундаментальне значення має здатність виконавчих підрозділів до розуміння усіх деталей трансакцій, до ідентифікації помилок, а також здійснення платежів чи швидкого і точного перенесення активів. Все це вимагає достатньої кількості персоналу, знань і досвіду для підтримки розмірів і типу трансакцій, генерованих торговельними підрозділами. Керівництво повинно застосовувати відповідні практики прийняття на роботу і плани мотивації для утримання працівників з високою кваліфікацією.

Кінцеві споживачі на ринку деривативів не потребують такого рівня комп'ютеризації, як активніші торговельні інституції. Усі операційні системи і підрозділи повинні адекватно підтримувати основний процес перетворення, розрахунків і контролю трансакцій з деривативами. Чим розвинутіша діяльність інституції, тим більшою є необхідність встановлення комп'ютеризованих систем для її пристосування до складності і кількості реалізованих трансакції та до точності звітності щодо своєї позиції. Інституція повинна забезпечити, щоб використовувані нею методи оцінки позицій в деривативах були відповідними і щоб вхідні дані, які є основою цих методів, були обґрунтованими. Керівництво повинно забезпечити, щоб існував механізм, завдяки якому документація похідних контрактів підтверджувалася б, зберігалася та охоронялася. Інституція повинна мати затверджені внутрішні правила, які визначають вимоги стосовно документації для діяльності, пов'язаної з деривативами, а також формальні процедури зберігання та охорони важливих документів, засади яких узгоджені з юридичними вимогами та внутрішніми правилами.

6.2. Методи вимірювання операційного ризику

Проблеми доходу і ризику завжди були нерозривно пов'язані між собою незалежно від виду економічної діяльності. Кожен суб'єкт ринкових відносин під час свого функціонування тією чи іншою мірою наражається на різні прояви ризику. У зв'язку з цим виникають щоразу нові види ризиків господарської діяльності, що пов'язано з глобалізацією, інформатизацією та інтенсифікацією світової економіки. Одночасно існують такі види ризиків, які упродовж довшого часу не привертають особливої уваги, однак виявляється, що їхній вплив на результати діяльності є доволі значним. Таким різновидом у загальній гамі ризиків виявився операційний ризик.

До операційного ризику зараховують помилки у здійсненні трансакцій, неналежне функціонування інформаційних систем, зловживання і розтрати, судові витрати, пошкодження та втрати основних засобів, аварії систем, неадекватні процедури і системи контролю тощо. Ще донедавна вважалося неможливим оцінювання операційного ризику, оскільки він стосується доволі широкого кола подій з різних сфер діяльності. В останній декаді минулого століття з'явилися перші спроби визначення методів вимірювання операційного ризику. Необхідність опрацювання таких методів випливає з таких передумов:

1. Вимірювання операційного ризику є початковою умовою створення в інституціях методів управління консолідованим ризиком, тобто фінансовим ризиком, до якого зараховуються різні види ризиків.

2. Вимірювання операційного ризику є знаряддям управління ризиком, пов'язаним з цими трансакціями, що дає змогу зменшити їхні операційні витрати.

3. Таке вимірювання повинно заохотити менеджерів до опрацювання методів мінімізації ризику, завдяки чому з'явиться можливість отримання вищих прибутків.

Оскільки операційні види ризику складно визначати у кількісному еквіваленті, то їх часто оцінюють досліджуючи сценарії „найгірших випадків" або „що би було якби", такі, як відімкнення електроенергії, подвоєння величини трансакцій чи помилка, знайдена у програмі. Їх можна також оцінювати у межах періодичних переглядів процедур, вимог документації, систем перетворення даних та інших операційних практик. Такі перегляди допомагають, зменшуючи ймовірність помилок та аварій контрольних систем, удосконалити контроль ризику та ефективність систем лімітів, а також запобігти нездоровим маркетинговим практикам і передчасному впровадженню нових продуктів та видів діяльності. Зважаючи на значну залежність діяльності на ринку деривативів від комп'ютеризованих систем, інституції повинні мати плани, що передбачають потенційні проблеми, пов'язані з нормальними процедурами перетворення даних.

Проаналізуємо можливі способи визначення капіталу, необхідного для покриття збитків, пов'язаних з операційним ризиком, а також деякі методи вимірювання операційного ризику [19]. Вимірювати операційний ризик можна двома способами:

1) з використанням підходу top-down;
2) із застосуванням підходу bottom-up.

Підхід top-down дає можливість визначити ймовірність і розмір потенційних збитків, а також ідентифікувати загрози, котрі можуть перешкодити реалізації цілей організації. Істотною проблемою для кожного суб'єкта ринкових відносин є встановлення протидії можливим подіям, які мають значний негативний вплив на фінансові результати їхньої діяльності і одночасно характеризуються низькою частотою появи. У підході top-down припускається, що операційний ризик є вищим у тих областях, які охоплюють більше ризикових активів.

Альтернативний підхід bottom-up концентрується на джерелах ризику. Критерієм є залежність між діями людей (технологій і процедур) в організації та певними внутрішніми і зовнішніми подіями. Організація ділиться на зони згідно з характером діяльності. Наступним етапом є вимірювання ризику у кожній такій зоні, який нарешті підсумовується для усієї установи. Саме цей підхід найчастіше використовується на практиці.

Методи вимірювання операційного ризику, що ґрунтуються на підході bottom-up, можна поділити на дві групи:

– методи, основані на показниках операційного капіталу;
– методи, які використовують статистичні моделі.

Методи, які ґрунтуються на показниках операційного капіталу, запропоновані у документах Базельського комітету банківського нагляду [86, 87]. Вони безпосередньо не пропонують квантифікації операційного ризику, але дають змогу визначити величину капіталу, необхідного для покриття збитків, які є наслідком операційного ризику в банку. У цих документах зазначено три основні методи для вимірювання величини такого капіталу, а саме:

– метод основного показника;
– стандартний метод;
– метод розширеного вимірювання.

У першому методі банки повинні утримувати капітал на покриття операційного ризику у сумі, що дорівнює певній частині валових доходів. Значення цього показника обчислюється як:

$$OC = \alpha GI, \qquad (6.2.1)$$

де OC – капітал на покриття операційного ризику;

α – коефіцієнт покриття операційного ризику;

GI – валові доходи.

Метод основного показника призначений для банків, які не ведуть діяльності на міжнародних ринках. Однак цей метод має певні недоліки. Наприклад, у разі інвестицій у похідні фінансові інструменти, які є доволі ризикованими активами, збитки від таких операцій можуть бути настільки високими, що суми капіталу, обчисленої за таким методом, буде недостатньо для їхнього покриття. Окрім того, цей метод не розрізняє видів діяльності і не враховує видів, які є чутливішими до операційного ризику.

У стандартному методі на першому етапі банк повинен визначити види діяльності і відповідні їм види активності (лінії бізнесу). Згідно з вимогами

Базельського комітету банківського нагляду мінімальний рівень капіталу дорівнює сумі капіталів на покриття для кожної бізнес-лінії (BL), які обчислюються аналогічно до попереднього методу:

$$OC = \sum_{i=1}^{7} OC_{BL_i}, \qquad (6.2.2)$$

$$OC_{BL_i} = \beta_{BL_i} * WO_i, \qquad (6.2.3)$$

де $i = 1,2,...,7$, (оскільки найчастіше виділяється саме сім видів активності);

OC_{BL_i} – капітал на покриття операційного ризику для i-ї лінії бізнесу;

β_{BL_i} – коефіцієнт покриття для i-ї лінії бізнесу;

WO_i – показник віднесення для i-ї лінії бізнесу.

Коефіцієнт покриття для кожної лінії бізнесу встановлює Комісія банківського нагляду (табл. 6.2.1)

Таблиця 6.2.1

Коефіцієнти покриття для різних видів діяльності

Вид діяльності	*Лінія бізнесу*	*Показник віднесення*	*Коефіцієнт покриття*
Банківська	Фінанси підприємств	Валові доходи	β_1
Інвестиційна	Оборот і продаж	Валові доходи	β_2
Банківська	Роздрібна	Середньорічна величина активів	β_3
	Комерційна	Середньорічна величина активів	β_4
	Оплати і розрахунки	Річна величина розрахунків	β_5
Інша	Маклерська	Валові доходи	β_6
	Управління активами	Вартість активів	β_7

Необхідна сума капіталу на покриття операційного ризику за допомогою цього методу визначається для банків, котрі ведуть діяльність на міжнародних ринках. Стандартний метод має переваги перед згаданим методом основного показника, оскільки дає змогу диференціювати операційний ризик за сферами діяльності, а також обчислювати капітал на покриття цього ризику, враховуючи показники віднесення, які найкраще характеризують цей вид діяльності.

Метод розширеного вимірювання ґрунтується на внутрішніх моделях, вибраних самими інституціями. У цьому методі необхідний рівень капіталу дорівнює сумі капіталів, потрібних для покриття операційного ризику у кожній лінії бізнесу, які оцінюються на основі індивідуальних внутрішніх моделей. І саме це є перевагою цього методу, оскільки внутрішні моделі ідеально пристосовані до індивідуальних особливостей організацій.

У методі розширеного показника виконують такі операції:

– здійснюється кваліфікація діяльності згідно з лініями бізнесу, як у попередньому методі;

– визначаються типи операційного ризику, характерні для цієї бізнес-лінії (RT – risk type);

– для кожного типу ризику, що відповідає цій лінії бізнесу, визначається чутливість показника віднесення на цей тип ризику (EI – exposure indicator);

– для кожного типу ризику, який відповідає цій лінії бізнесу, на підставі даних про збитки визначається параметр, котрий визначає ймовірність появи збитків (PE – probability of loss event) та очікувану її величину (LGE – loss given event) для заданої PE.

Добуток EI, PE, LGE дає можливість визначити очікувані збитки (EL – expected loss) для кожної лінії бізнесу і відповідного їй ризику:

$$OC = \sum_{i=1}^{7}\sum_{j}^{n}(\gamma_{BL_iRT_j} * EI_{BL_iRT_j} * PE_{BL_iRT_j} * LGE_{BL_iRT_j}), \tag{6.2.4}$$

де $LGE_{BL_iRT_j}$ –збитки для лінії бізнесу BL_i внаслідок дії ризику RT_i;

RT_i – вид ризику;

$EI_{BL_iRT_j}$ – чутливість показника віднесення лінії бізнесу BL_i на заданий вид ризику RT_i;

$PE_{BL_iRT_j}$ – ймовірність появи збитків у лінії бізнесу BL_i внаслідок дії ризику RT_i;

$\gamma_{BL_iRT_j}$ – відсотковий показник величини капіталу на покриття операційного ризику.

Цей метод є найкращим з відомих методів оцінювання величини капіталу на покриття операційних втрат. Він також може застосовуватися і в інституціях, котрі займаються обігом похідних фінансових інструментів, оскільки дає змогу не тільки приписувати певним видам діяльності різного роду ризики, але й також дає змогу визначити очікувану величину збитків для певного виду діяльності.

Окрім розглянутих методів, для оцінювання наслідків дії операційного ризику застосовують низку статистичних методів. Для визначення розподілу величини операційних втрат потрібно, передусім, створити базу даних, яка б містила значення операційних збитків. (Варто зауважити, що, на відміну від кредитного чи ринкового ризику, у разі операційного ризику джерелом втрат переважно є події всередині самої фірми.) Функцію втрат можна опрацювати на підставі емпіричних даних або створити її для випадкових змінних, які генеруються за допомогою методу Monte-Carlo. Наступним етапом є поділ бази даних, що містить операційні втрати, на категорії. Далі приписуємо певні типи операційного ризику до сфер діяльності, в яких відзначалися втрати, викликані цим видом ризику. Сфери діяльності можуть охоплювати, наприклад, операції з похідними фінансовими інструментами для роздрібних клієнтів, операції у більшому масштабі, інвестиційні поради тощо. Аналогічно оцінюється ризик для кожної категорії даних і для кожної сфери діяльності.

Розглянемо деякі зі статистичних методів. У методі аналізу розподілу збитків появі певного виду операційного ризику у певній сфері діяльності приписується відповідна ймовірність. Операційні збитки можна подати як частоту появи події у певній сфері і величину збитків від кожної такої події. Треба зазначити, що ці методи характерніші для страхового ринку і називаються актуарними методами, але глобалізація ринків призвела до того, що сьогодні такі методи почали використовуватися і на фінансовому ринку.

Збитки, викликані операційним ризиком, наприклад, на ринку похідних фінансових інструментів можна описати як комбінацію двох випадкових змінних: частоти завдання збитків і величини збитків. Частота збитків є мірою кількості подій, викликаних операційним ризиком, які сталися у проміжку часу. Її можна описати, приміром, за допомогою розподілу Пуассона. Натомість величина збитків є мірою втрат від настання кожної такої події. Її можна подати, використовуючи логарифмічно-нормальний розподіл. Оцінюють функцію розподілу ймовірності окремо для частоти збитків і окремо для їхньої величини. Розподіл сумарних збитків є комбінацією двох попередніх розподілів.

Якщо n означає кількість подій, викликаних операційним ризиком, які завдали збитків у певному проміжку часу, то функцію розподілу ймовірності частоти збитків можна записати так [150]:

$$P_{def}(LF) = f(n). \tag{6.2.5}$$

Якщо x означає величину збитків внаслідок появи певної події, то функція розподілу ймовірності збитків описується такою формулою:

$$P_{def}(LS) = g(x/n), \text{ де } x \geq 0. \tag{6.2.6}$$

Припускаючи, що частота і величина збитків є незалежними змінними, сукупні збитки можна обчислити так:

$$E(s) = E(n) * E(x), \tag{6.2.7}$$

де $E(s)$ – сумарне значення очікуваних збитків;

$E(n)$ – очікуване значення частоти появи події (математичне сподівання);

$E(x)$ – очікуване значення величини збитків (математичне сподівання).

Подані вище розподіли можуть бути агреговані, а саме утворювати розподіл сумарних значень збитків, описаний такою формулою:

$$P_{def}(L) = h(s) = \int g_s(s/n) f(n) dn, \tag{6.2.8}$$

де $P_{def}(L)$ – функція розподілу ймовірності збитків;

$g_s(s/n)$ – функція розподілу ймовірності для суми змінних, які є значеннями збитків.

Розподіл збитків, викликаних операційним ризиком на ринку похідних фінансових інструментів, характеризується великими значеннями у разі низької частоти їхньої появи і невеликими значеннями з високою частотою появи. Отже, цей розподіл не є нормальним розподілом. Це розподіл правосторонньо-асиметричний, який характеризується грубими „хвостами". Рис. 6.2.1 ілюструє розподіл такого типу, де на осі абсцис маємо частоту появи збитків, а на осі ординат – їхню величину.

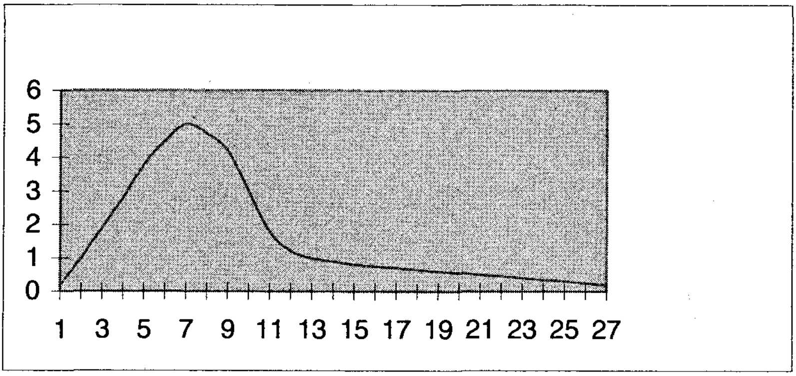

Рис. 6.2.1. Розподіл збитків

Базельський комітет банківського нагляду у документі „Sound Practices for the Supervision of Operational Risk” пропонує кілька статистичних методів оцінки „хвоста” розподілу. На практиці для оцінки операційного ризику серед запропонованих у документі методів найчастіше використовується теорія екстремальних значень.

Екстремальне значення – це значення, яке сильно відрізняється (приміром, на 5 стандартних відхилень) від середнього значення. Аналізовані за допомогою цього методу розподіли, у разі операційного ризику, є розподілами максимальних збитків, яких може зазнати інституція внаслідок настання певної події. Розподіли екстремальних значень можна пов'язати з визначенням рівня ризику, оскільки це максимум-розподіл випадкової змінної, визначеної як максимальні збитки.

Для визначення величини капіталу, якому загрожує ризик, можна використати міру загрози, тобто Value at Risk (VaR). Величина VaR – це така втрата вартості фінансового інструменту або портфеля фінансових інструментів, що їхня ймовірність або перевищення у певному проміжку часу дорівнює заданому рівню довіри (значущості). VaR формально записується як:

$$P(W \le W_0 - VaR) = \alpha, \qquad (6.2.9)$$

де W_0 – початкова вартість фінансового інструменту;

W – випадкова змінна, вартість фінансового інструменту на кінець періоду;

α – рівень значущості, значення ймовірності наближене до 0.

У разі знаходження величини (VaR) капіталу, податливого на ризик, необхідно оцінити максимальні збитки так, щоб ймовірність їхнього перевищення була невисокою. Значення VaR буде приблизною оцінкою такого капіталу, оскільки враховується тільки розподіл максимальних збитків, а не розподіл усіх збитків. Щоб визначити суму капіталу на покриття операційного ризику, потрібно визначити значення VaR для заданого рівня довіри у певній визначеній області появи ризику. У такий спосіб обчислюється сума капіталу на покриття операційного ризику, пов'язаного з певним джерелом його виникнення. Величина суми капіталу буде залежати від прийнятого рівня довіри. Вищезгадані оцінки необхідно застосовувати для кожної категорії операційного ризику. Отже, варто враховувати види діяльності, податливі на ризик, та категорії операційного ризику. Результатом такого аналізу є матриця, яка подає значення VaR для кожного виду діяльності і кожного типу ризику. Такою матрицею може, наприклад, бути матриця VaR для банку (табл. 6.2.2).

Однак агрегований рівень капіталу, необхідного на покриття операційного ризику, не визначається як сума значень, отриманих в усіх сферах для окремих категорій ризику. Це випливає з того факту, що квантиль суми не дорівнює сумі квантилів. Значення квантилів, отриманих в різних категоріях, необхідно упорядкувати з метою виділення екстремальних значень, котрі вкажуть на найризикованіші категорії. На цій підставі інституція може приймати рішення щодо величини капіталу, необхідного для страхування від операційного ризику.

Таблиця 6.2.2

Матриця VaR для банку

Вид діяльності	*Кадровий ризик*	*Технологічний ризик*	...	*Сумарний VaR певної діяльності*
Банківська роздрібна	VaR_{11}	VaR_{12}	VaR_{1j}	VaR_{1}
Банківська корпоративна	VaR_{21}	VaR_{22}	VaR_{2j}	VaR_{2}
...	VaR_{i1}	VaR_{i2}	VaR_{ij}	VaR_{j}
Сукупний ризик банку				VaR

Збитки, викликані операційним ризиком, можна оцінювати також за допомогою „Аналізу сценаріїв". Цей метод дає можливість розглядати сценарії, пов'язані з можливим розвитком ситуації у майбутньому. У разі операційного ризику, наприклад, на ринку похідних фінансових інструментів, цей аналіз полягає у прийнятті припущень щодо частоти появи деяких подій і величини збитків, яких вони завдають, а далі – обчисленні збитків, можливих у заданому проміжку часу. Для кожної трансакції з похідними фінансовими інструментами готуються прогнози стосовно формування її вартості для різних сценаріїв розвитку ситуації у майбутньому. Найчастіше розглядаються три сценарії:

– найімовірніший;
– оптимістичний;
– песимістичний.

Такі сценарії пов'язані з виникненням окремих видів операційного ризику протягом дії певної деривативної угоди і їхнім впливом на доходи інституції. У результаті можна отримати три можливі значення грошових потоків для такої інституції: значення найімовірніше, оптимістичне і песимістичне. Одержану інформацію можна використовувати у різний спосіб. Якщо відомі ймовірності реалізації розглянутих сценаріїв, існує можливість обчислення очікуваних збитків від операційного ризику. Натомість, коли відсутні дані про ймовірність реалізації аналізованих сценаріїв, то рішення щодо затримання певної суми капіталів на покриття операційного ризику повинно прийматися лише на підставі вартості здійснених трансакцій.

Аналіз сценаріїв має велике значення для визначення операційного ризику похідних фінансових інструментів. Це випливає з того факту, що збитки, пов'язані з похідними інструментами, можуть бути великими, а їхню величину можна визначити на підставі песимістичного сценарію. Значення аналізу сценаріїв є особливо істотним для тих ринків деривативів, які тільки почали розвиватися, тобто тих, для яких відсутні історичні дані щодо частоти появи операційного ризику та викликаних ним збитків. На таких ринках аналіз сценаріїв ґрунтується на поточних спостереженнях та прогнозах.

Інші методи вимірювання операційного ризику

У зв'язку зі значною зацікавленістю у 90-х роках XX століття управлінням операційним ризиком постала проблема оцінювання та вимірювання цього ризику. Зважаючи на порівняну новизну цих задач і відсутність загальноприйнятих кількісних методів, сьогодні усюди застосовують якісні методи. Під якісними методами вимірювання ризику найчастіше розуміють методи, котрі використовують оцінки експертів чи інших осіб, котрі оцінюють значення параметрів на підставі своєї інтуїції, знань та досвіду. З метою знаходження значень ризику у такий спосіб застосовують евристичні (heuristic) техніки та описові методи, а також інструменти і техніки типу: анкети, формуляри, інтерв'ю. Найвідоміші такі якісні методи, які застосовуються для оцінювання рівня ризику [26]:

– метод типу self-assessment (самооцінки), наприклад, метод RSA (risk self-assessment);

– метод складання карти ризику.

Зважаючи на порівняно високий ризик, пов'язаний з використанням методів такого типу, тобто ризик великих помилок, адекватнішим було б використання виразу „оцінювання величини" замість „вимірювання значення" операційного ризику. Однак, на думку більшості спеціалістів, які безпосередньо займаються управлінням ризиком, якісні методи повинні виконувати тільки допоміжну функцію стосовно кількісних методів. У зв'язку з цим постійно триває пошук порівняно простих і одночасно достовірних кількісних методів вимірювання операційного ризику. Посереднім етапом на шляху до створення ефективних кількісних методів може бути метод, який ґрунтується на „ключових показниках ризику" (Key Risk Indicators – KRI).

Поняття „ключові показники ризику" визначається як набір параметрів бізнес-процесу, котрі з високою ймовірністю відображають зміни профілю операційного ризику цього процесу. Такими параметрами є статистичні значення і міри, часто фінансові, на підставі яких можна визначити, наприклад, чутливість підприємства до ризику, зокрема операційного. Ці показники визначаються на підставі періодичних даних, наприклад, місячних або квартальних. Вони можуть охоплювати, приміром, кількість невдалих трансакцій, показники кадрових змін, частоту помилок. Метою аналізу показників ризику є, передусім, попередження керівництва підприємства про можливість виникнення негативних змін, пов'язаних з операційним ризиком.

Серед основних застосувань методу, що ґрунтується на KRI, можна виділити:

– дослідження трендів і значень операційного ризику;

– відстеження і моніторинг рівня операційного ризику;

– ідентифікація і недопущення потенційної податливості на загрози, інциденти та втрати;

– визначення профілю ризику підприємства;

– обчислення обов'язкових резервів грошових засобів на покриття збитків, пов'язаних з операційним ризиком, у випадку банків.

Зосередимо увагу на застосуванні KRI для вимірювання операційного ризику, оскільки решту застосувань легко зрозуміти на рівні інтуїції. Проект дослідження способу і можливості використання KRI в управлінні операційним ризиком ініціювали фірма RiskBusiness і товариство Risk Management Association у співпраці з багатьма (понад 50) фінансовими інституціями з усього світу. У результаті реалізації цього проекту (The KRI Framework Study) опрацьовано базу KRI, котрою можуть користатися будь-які інституції у світі. Припускається, що ця база і надалі буде підтримуватися та розвиватися. Проект тривав трохи довше від року. Наступним етапом цього проекту було створення benchmark (комплекту документів з метою порівнювання) для окремих секторів, які можна буде використовувати як стандарт для порівняння з даними підприємств або з метою зазначення оптимальних значень показників. Однак є певні особливості, на які варто звернути увагу, використовуючи метод KRI. Кожна операція може ідентифікуватися за допомогою сотень показників. Отже, для досліджень та вимірювання ризику необхідно вибрати найістотніші з них. Цей вибір не може бути випадковим. Окрім того, для кожного підприємства цей процес повинен здійснюватися індивідуально, а це означає, що такі набори показників для різних підприємств будуть різними. Добрими новими показниками можуть бути комбінації вже відомих показників. Наприклад, показник змін персоналу може бути поєднаний з показниками кількості помилок у підрозділі. Деякі KRI можуть виконувати також інші функції, як, наприклад, показник KPI (ключових показників перетворень). З часом вага, істотність і значення окремих KRI можуть змінюватися, а це означає, що варто періодично актуалізувати згадані комплекти показників для кожного підприємства. Натомість найбільше часу за цим методом вимагає етап детального описування вибраних конкретних показників. Впровадження методу KRI може мати такий перебіг.

1. Ідентифікація, приміром, 10 найважливіших показників для кожної категорії ризику, яку можна здійснити за допомогою експертних методів. Вибрані показники, згідно з критерієм Pareto, можуть становити до 80 % загального рівня ризику. Паралельно повинна створюватися бібліотека усіх ідентифікованих KRI.

2. Початкова ідентифікація, оцінювання ідентифікованих показників, згідно з прийнятими критеріями та їхнє детальне описування.

3. Надання показникам пріоритетів і збереження їх у бібліотеці KRI.

4. Обов'язкове визначення верхнього граничного значення для кожного показника. Добровільне визначення нижнього граничного значення.

5. Накопичення актуальних коефіцієнтів.
6. Приписування коефіцієнтам актуальних значень згідно з вибраною шкалою.
7. Агрегування результатів для окремих категорій ризику.

Окрім показників KRI, часто створюються також допоміжні міри, які призначені для створення низки інших показників. Прикладом такої міри може бути кількість працівників у підрозділі, натомість кількість завдань, що припадає на одного працівника, буде показником KRI. Наступним елементом інформаційної системи, яка підтримує використання KRI, є автоматичне приписування KRI до конкретних категорій операційного ризику (субризик) та операційних зон, що іноді називають картуванням або створенням карти ризику. Така карта дає змогу визначити ситуацію підприємства у кожній його операційній зоні, з погляду ризику, який там виникає. Агрегування ключових показників ризику, згідно з різними критеріями, приносить додаткову користь. Особливо приписування KRI до певного виду операційного ризику чи категорії ризику дає можливість досліджувати змінність і тенденції цього виду чи категорії ризику. Приписування певного набору ключових показників ризику до певного організаційного підрозділу дає змогу, натомість, відстежувати його ситуацію, здійснюючи моніторинг змінності вибраних KRI.

Оцінку ризику можна квантифікувати за допомогою наступних формул:

$$K = NS / S \text{ або } K = S / (NS + S),$$

де NS – чинники, несприятливі для певного заходу або ключові показники ризику, які виходять за межі зазначених границь;

S – чинники, сприятливі для цього заходу або ключові показники ризику, які містяться у зазначених межах.

Одним зі складніших етапів впровадження інформаційної системи, яка підтримує використання KRI, є автоматизація передавання даних між цією системою і допоміжними системами, типу фінансово-бухгалтерської системи підприємства. Наступним складним елементом є оцінювання розміру втрат, пов'язаних із появою інциденту чи явища. Іншою проблемою може бути поєднання різних методів вимірювання ризику (кількісних, якісних та змішаних) для зниження його рівня. Одним із розв'язків цієї проблеми може бути застосування Байєсівського (Bayesian) підходу.

Розглянемо, які є можливості розвитку кількісних методів вимірювання операційного ризику. Загальновідомо, що неможливо управляти ризиком, якщо попередньо не здійснено його ідентифікації та вимірювання. У зв'язку з цим, з метою квантифікації операційного ризику багато організацій розвивають власні практичні розв'язання, а деякі навіть експериментують, використовуючи статистичне і актуарне моделювання. Однак ці підходи сьогодні ще мало розвинуті і недозрілі, щоб їх можна було усюди використовувати з метою вимірювання операційного ризику. Ці проблеми пов'язані або зі специфікою операційного ризику, а саме з відсутністю даних щодо подій у цій області, або з поганою якістю внутрішніх даних, неадекватністю зовнішніх даних, змінністю організаційних структур, що має великий вплив на актуальність такої інформації.

Пошуки кількісних методів спричинені також вимогами, які різні організації нагляду та контролю починають ставити щодо вимірювання операційного ризику на підприємствах та в установах. Як приклад можна вказати вимоги Банку міжнародних розрахунків (Bank for International Settlements – BIS), які містяться в проекті Нової базельської угоди Про капітал. В постановах цієї Угоди зазначається, що незабаром банки будуть змушені створювати систему управління операційним ризиком, які б використовували якісні та кількісні методи.

BIS в проекті Нової базельської угоди Про Капітал рекомендує три кількісні підходи до обчислення обов'язкових резервів, які банки повинні утримувати з метою страхування себе від операційного ризику:

– метод основного показника (BIA – Basic Indicator Approach);

– стандартний метод (SA – The Standardised Approach) або альтернативний стандартний метод (ASA – Alternative Standard Approach);

– метод розширеного вимірювання (AMA – Advanced Measurement Approach).

Перші два підходи ґрунтуються на простих обчисленнях дебетових капіталів банку щодо операційного ризику, на підставі величини валового доходу з останніх трьох років, за допомогою зазначених показників. У випадку підходу AMA рекомендується основувати обчислення на одному із трьох кількісних методів, а саме:

– підході на основі методу „протоколу" (scorecard);

– підході на основі аналізу можливих сценаріїв (scenario analysis), тобто метод типу „що якщо?" (what if);

– підході на основі розподілів збитків (LDA – Less Distribution Approach).

Підхід, оснований на scorecard, можна впроваджувати з метою вимірювання операційного ризику, якщо у стратегічному управлінні підприємством вже використовується так звана концепція balanced scorecard (зрівноважений протокол) або планується її впровадити. У цьому методі „тверді" фінансові показники доповнюються „м'якими" нефінансовими показниками. Підхід, в основу якого покладено на аналіз сценаріїв, найчастіше ґрунтується на визначенні трьох сценаріїв: ймовірного, оптимістичного і песимістичного, для яких обчислюються значення ризику за допомогою кількісних методів. Такий сценарій є описом можливої ситуації, в якій може опинитися підприємство в майбутньому, а також наслідків та способів її подолання. Підхід LDA (Less Distribution Approach – наближення найменшого розподілу) ґрунтується на даних, які стосуються зовнішніх та внутрішніх втрат, а також на аналізі сценаріїв. Агреговані розклади потенційних збитків утворюються за допомогою актуарних методів. У цьому підході застосовується статистичний аналіз даних про внутрішні збитки. Правильне використання цього методу вимагає також урахування багатьох вимог якісного характеру.

У фаховій літературі можна знайти декілька груп кількісних методів, опрацьованих і пристосованих до вимірювання операційного ризику, серед яких:

– метод порівняльного аналізу;

– метод, оснований на врівноваженому протоколі;

– статистичні методи тощо.

Необхідно додати, що найчастіше застосовують або планують застосовувати для вимірювання операційного ризику такі методи:

1) методи, основані на теорії EVT (Extreme Value Theory – теорія екстремальних значень): CVaR (Conditional Value at Risk – умовне значення, податливе на ризик), POT (Peak over Threshold – пік над порогом), BMM (Block Maxima Method – блочний метод максимумів), Delta-EVT (теорія приростів екстремальних значень), Expected Shortfall (очікуваний дефіцит);

2) методи з групи stress testing (тестування у граничних режимах): stress testing з використанням теорії EVT;

3) статистичні методи (OpVaR, підхід Байєса, Delta-EVT);

4) порівнювальні методи (кількісний benchmark);

5) методи, основані на методі six sigma;

6) методи з області операційних досліджень.

Методи з групи stress testing, котрі основані на симуляційних методах, повинні доповнювати методи OpVaR. Вони дають змогу оцінити, якими можуть бути втрати у разі настання певних умов. Основні сценарії передбачають зміну одного або кількох важливих чинників ризику. Окрім того, сценарії можна основувати на історичних даних або на передбачуваних гіпотетичних політичних чи економічних подіях. Під час створення сценаріїв часто використовують метод Monte-Carlo. Сценарії повинні охоплювати усі можливі ринкові ситуації, від нормальних до крайніх. Ці методи приводять до отримання багатьох розв'язків, які складаються з множини багатьох параметрів та результатів. На підставі таких багатовимірних розв'язків треба оцінити, порівняти та впорядкувати варіанти і вибрати найкращий з можливих сценарій. Натомість статистичні методи ґрунтуються на теорії ймовірності та математичній статистиці.

Операційні методи впливають на чіткість управління фірмами та їхніми різноманітними заходами, підтримуючи прийняття рішень. Погляд на управління ризиком, запропонований Нейлом Догері (Neil Dohery) у 1985 році, великою мірою оснований на сучасній теорії фінансів. Це означає, що рішення, які стосуються управління ризиком, є фінансовими рішеннями і повинні оцінюватися стосовно їхнього впливу на вартість фірми. Фінансовий метод ґрунтується на припущеннях, які стосуються ринків і в зв'язку з цим найбільше стосуються великих комерційних фірм. Для того, щоб прийняти і застосувати цю концепцію, треба мати глибокі знання з області сучасної теорії фінансів.

Методи вимірювання ризику, основані на методі six sigma, подібно як і методи, що ґрунтуються на стратегічному протоколі результатів, можуть бути впроваджені в організаціях, які вже застосовували ці методи у стратегічному управлінні. Основані на EVT методи – це набір статистичних технік, котрі призначені для оцінювання ймовірності і наслідків подій, про які відсутні повні дані, зважаючи на низьку частоту появи таких подій. Щоб скористатися вищезгаданими методами, необхідно мати деякі дані. Залежно від їхньої кількості і якості застосовується той чи інший метод. Деякі із методів, що застосовуються для оцінювання потенційних втрат внаслідок операційного ризику, використовують статистичні розподіли ймовірності, а частина з них оцінює втрати від операційного ризику на підставі історичних даних. У цих методах можна використовувати дані, які походять з вимірювання або дані, отримані від експертів. Іноді некомплектні бази даних поповнюються власне експертними даними.

Вищезгадані методи відомі порівняно вузькій групі менеджерів, які займаються управлінням операційним ризиком. Варто було б розширити коло менеджерів, які б принаймні на середньому рівні орієнтувалися у цій сфері. Це дало б змогу правильно трактувати результати, отримані з застосуванням інформаційних інструментів, які використовують ці методи. Хоч метод ключових показників ризику різні автори зараховують, до методів або якісних або кількісних, однак переважає думка про його якісно-кількісний характер. На сучасному етапі основні зусилля варто сконцентрувати на поєднанні якісного оцінювання ризику, коефіцієнтів KRI, що враховують втрати, а також традиційного підходу до визначення пробабілістичних мір операційного ризику в одну зв'язану, інтегровану систему управління операційним ризиком. Головною тенденцією в управлінні ризиком (усіма його видами) повинен бути цілісний підхід, у якому інтегроване управління ризиком є елементом управління підприємством. Наступним етапом має бути опрацювання галузевого підходу до управління ризиком, оскільки підхід у банківській діяльності значно відрізняється від підходу до управління ризиком у промисловості. Окрім того, бібліотека KRI повинна постійно моніторуватися, актуалізуватися і поповнюватися, зважаючи на постійні зміни зовнішнього та внутрішнього середовища.

Системи управління ризиком найчастіше будуються еволюційно, тобто впровадженням чергових фаз розвитку управління операційним ризиком, а саме:

1) традиційний підход;
2) підвищення усвідомленості;
3) спостереження і моніторинг;
4) підвищення якості;
5) прогнозування;
6) інтеграції.

Ключові показники ризику варто впроваджувати вже з другої фази, розширюючи сферу їхнього застосування у кожній наступній фазі. На особливу увагу заслуговує той факт, що у світлі останніх досліджень, які стосуються ризику, Банк міжнародних розрахунків впровадив вимогу щодо утримування банками резервів на несподівані втрати, пов'язані з операційним ризиком, на рівні аж 15 % середньорічного валового доходу банку за останні три роки (в методі BIA). До цього часу банки повинні були обслуговувати за допомогою резервів на операційну діяльність тільки очікувані втрати. Це означає, що BIS намагається звернути увагу банків на велику загрозу з боку операційного ризику, який може створити серйозну загрозу для нормального функціонування банківської системи. З вищесказаного можна зробити висновок, що подібна загроза є великою і для небанківських підприємств.

Підсумовуючи, треба підкреслити, що першочерговим завданням кожного банку є підтримання фінансової стабільності, яка безпосередньо пов'язана з аналізом ризиків, вибором методів їх оцінювання, прийняттям рішень щодо зниження чи уникнення певних видів ризику тощо. Проте розглянуті вище методи можуть бути використані для управління операційним ризиком не тільки у банківських установах, але й у виробничому секторі, на підприємствах торгово-посередницького спрямування, підприємствах сфери обслуговування, а також в інших фінансових інституціях. У практичному використанні цих методів важливим є урахування галузевого аспекту, тобто особливостей суб'єктів господарської діяльності.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 6

Основними учасниками строкового ринку є різноманітні фінансові інституції, серед яких значна частка банківських установ. Фінансовий ринок, невід'ємною частиною якого є ринок деривативів, являється основним полем діяльності цих інституцій. Базельський комітет банківського нагляду як запобіжні заходи щодо безпеки міжнародної банківської системи постійно опрацьовує спеціальні директиви для окремих видів банківської діяльності. Що стосується трансакцій на ринках деривативів, то у своїй діяльності Базельський комітет постійно розробляє нові вимоги, вказівки і методи, оприлюднює їх, а також відстежує інформацію, пов'язану з ними.

Директивні вказівки Базельського комітету стосуються операцій банків як з біржовими фінансовими інструментами, так і з позабіржовими. Згідно з Базельським комітетом основними видами ризиків, які загрожують банкам у зв'язку з трансакціями на строковому ринку, є кредитний, ринковий, операційний, юридичний ризик і ризик ліквідності, оскільки не всі трансакції з похідними інструментами реалізуються. Директивні вказівки також містять у собі деякі методи, які дають змогу вимірювати рівень окремих видів ризику банківської діяльності.

ВИСНОВКИ

У другій половині минулого століття відзначався непорівнянний з попередніми періодами бурхливий розвиток строкових ринків (ринків деривативів) як у сенсі обсягів оборотів, так і у сенсі предметів трансакцій та різноманітності строкових контрактів. Безсумнівно, цьому сприяли розвиток промисловості, міжнародних торговельних контактів, необхідність редукції ризику в міжнародних трансакціях, а також революційний поступ у галузі комп'ютеризації, зокрема передавання інформації. Внаслідок цих змін на інвестиційних ринках почало зростати зацікавлення фінансовою математикою і спостерігався раптовий розвиток цієї галузі у напрямку моделювання нових форм похідних фінансових інструментів. Науковці почали створювати нові інструменти у відповідь на велику змінність ринкових умов, яка останнім часом спостерігається на світовому фінансовому ринку, і відповідно нові потреби інвесторів цього ринку. Оскільки світовий ринок і надалі характеризується високою волатильністю, то можна сподіватися на нові розробки у цій галузі. З іншого боку, інвестори потребують інформації щодо можливостей, які ці інструменти можуть надавати, та пов'язаних з ними ризиків.

Отже, характерною рисою сучасного стану світової економіки є її динамічність, глобалізація і змінність. Це породжує, своєю чергою, появу щоразу нових загроз для функціонування усіх без винятку господарських суб'єктів. Кожен з них намагається у своїй діяльності уникати негативного впливу непередбачуваних подій, тобто страхуватися від різних за своєю природою ризиків. Одним із методів такого страхування є придбання або продаж похідних фінансових інструментів, які дають змогу за відповідну оплату переносити свій евентуальний ризик на суб'єкти, що готові його прийняти. Похідні інструменти є інструментами строкового ринку.

Світовий фінансовий ринок, зокрема строковий (похідних інструментів), сьогодні розвивається доволі динамічно та успішно. Цей розвиток проявляється у створенні нових, складніших і цікавіших форм похідних інструментів, так званих деривативів, які є розвиненням відомих вже понад 30 років ф'ючерсних та опціонних контрактів. Назва „похідні" означає, що вони утворені від чогось, що вже існувало. Одночасно це означає вторинність від чогось первинного. Похідні інструменти не існують самостійно, як, наприклад, акції, облігації чи товари. Для їхнього створення необхідні інші інструменти, які є основою їхнього формування. Ці останні інструменти отримали назву базових або первинних. Отже, якщо існує похідний інструмент, то він нерозривно пов'язаний з іншим, базовим інструментом.

Основною властивістю трансакцій на строковому ринку є істотна різниця у часі між моментом укладання угоди (контракту) купівлі-продажу і моментом доставки та розрахунку між сторонами. Період часу між першим та другим моментом складається на період існування (термін дії) цих строкових інструментів. Іншою істотною їхньою рисою є можливість досягнення високого значення фінансового левериджу, тобто отримання непропорційно високих прибутків порівняно із сумою заінвестованого капіталу. Але, очевидно, можна швидко і багато втратити.

Отже, можна стверджувати, що деривативи є інструментами високого ризику, а тому термін їхнього життя зазвичай буває коротким. Операції з похідними інструментами можуть здійснювати як з метою управління ризиком портфеля активів, так і з метою отримання спекулятивних прибутків.

Похідні інструменти є предметами обігу на ринках деривативів, зокрема, на багатьох біржах, і становлять для інвесторів привабливий вид інвестицій, як для тих, котрі намагаються зредукувати ризик, так і для тих, котрі шукають можливості отримати надзвичайні прибутки. Роль похідних фінансових інструментів на світовому фінансовому ринку останнім часом значно зросла. Такі інструменти стали одним із найуспішніших способів страхування фінансових інвестицій від ризиків різної природи, які щоразу більше загрожують стабільності функціонування усіх без винятку ринків. Кожний господарський суб'єкт прагне у своїй діяльності уникати негативного впливу ризиків, а тому намагається шукати способи обмеження цього впливу або способи перенесення ризику на інших суб'єктів, які за відповідну оплату згоджуються його перейняти на себе. Саме з цією метою були створені нові види фінансових інструментів. До найпопулярніших похідних інструментів можна зарахувати ф'ючерси, форварди, опціони, свопи та варанти. Ці інструменти дають змогу не тільки хеджувати фінансові вкладення, але й ефективно управляти ними, вміло використовуючи сучасні моделі та механізми фінансового ринку.

Деривативи можуть обертатися як на інституційно-організованих біржах, так і на позабіржовому ринку. Контракти біржового обороту, як правило, стандартизовані щодо терміну їхньої дії, обсягу контракту та умов його реалізації. Натомість позабіржові контракти пристосованіші до індивідуальних потреб клієнтів і часто стосуються тих товарів, інструментів та термінів, які не пропонуються на жодній біржі. Усі опціони, які сьогодні обертаються на біржових та позабіржових ринках, можна умовно поділити на дві великі групи: стандартні або класичні (vanilla options) та нестандартні або екзотичні (exotic options). Екзотичні опціони можна вважати модифікацією стандартних опціонів. Від стандартних вони відрізняються тим, що в них не виконується одна із умов, що стосується дати погашення, ціни опціону, ціни реалізації або виду базового активу. Тобто можна говорити, що кожен опціон, який не є стандартним, вважається екзотичним. Однак це дуже узагальнене твердження. Класичний опціон визначається такими характеристиками, як вид, ціна виконання, ринкова ціна і термін дії. Ці параметри для класичного опціону встановлюються наперед, тобто під час укладання опціонного контракту. Для екзотичних опціонів цього принципу не завжди дотримуються. Рішення щодо встановлення параметрів опціонного контракту може бути прийняте пізніше щодо моменту його укладання.

Сьогодні на європейських та світових фінансових ринках можна зауважити пришвидшений розвиток наявних деривативів, а також періодичну появу нових, цікавіших і одночасно складніших фінансових інструментів. Світовий ринок класичних опціонних контрактів існує вже понад 30 років, натомість ринок екзотичних опціонів почав функціонувати близько 20 років тому, а деякі різновиди цих деривативів щойно були впроваджені у обіг. Незважаючи на це, такі інструменти ще важко знайти на вітчизняному строковому ринку, а тому необхідно виконувати дослідження ринку опціонів та інформувати якомога ширше коло інвесторів про переваги і недоліки цих екзотичних, у повному сенсі цього слова, для вітчизняного строкового ринку інструментів.

Сьогодні ринок екзотичних деривативів є сегментом строкового ринку, який розвивається найдинамічніше. Він становить вже близько 15 % усіх оборотів фінансового ринку. Кількість інструментів, що з'являються, є величезною. Креативність фінансових інституцій у цій сфері не має меж. На замовлення кожного клієнта інституції здатні приготувати декілька альтернативних розв'язань, які б відповідали потребам замовника. Деякі розв'язання приймаються і поширюються, а інші можуть використовуватися один або декілька разів, а потім з різних причин зникають як небезпечні або неефективні. Однак дослідження у цій сфері будуть корисними як для науковців, так і для практиків.

Основними учасниками строкового ринку є різноманітні фінансові інституції, серед яких значну частку займають банківські установи. Фінансовий ринок, невід'ємною частиною якого є строковий ринок, є основним полем діяльності цих інституцій. Значення банківської системи у сучасному світі стає дедалі важливішим. Її стабільність є гарантом розвитку усієї економічної системи. Однак умови функціонування банків постійно ускладнюються. Причиною цього є висока конкуренція, глобалізація та інформатизація світової економіки, а також загальне пришвидшення темпу економічного життя. Не менш важливими є потреби пристосування до впровадження нових банківських технік і нових видів операцій та послуг. Операції з похідними фінансовими інструментами належать до групи нових операцій, причому операцій підвищеної складності.

Трансакції з деривативами та ризики, пов'язані з ними, вже протягом певного часу цікавили науковців, аналітиків і практиків фінансового ринку. Фінансові інституції, які здійснювали операції на строковому ринку, намагалися враховувати деякі види ризику, пов'язані з деривативами. Однак у зв'язку з невеликими обсягами таких операцій ці ризики не створювали великої загрози існуванню банківської системи. Однак стрімкий розвиток технологічної та інформаційної галузей наприкінці XX століття створив можливості значного розширення обсягів трансакцій з похідними інструментами, що призвело до одночасного підвищення загального рівня ризику у фінансових інституціях. Серед інвесторів світового фінансового ринку похідні інструменти стають дедалі популярнішими.

Похідні інструменти можуть використовуватися банківськими установами як інструменти управління ризиком, а також у ролі джерела доходу. Вміло та обережно їх застосовуючи, за допомогою похідних інструментів можна створювати ефективні методи управління окремими видами ризиків хеджуванням. Деривативи також можна застосовувати для зниження фінансових витрат або для збільшення дохідності деяких активів. Останнім часом метою діяльності на ринках деривативів більшості банківських та інших фінансових установ розвинутих країн є саме отримання додаткових доходів.

Динамічні економічні зміни, які в останні роки відбуваються в Україні, зумовили бурхливий розвиток вітчизняного фінансового ринку, який є одним із найважливіших елементів ринкової економіки. Усі досягнення із сфери сучасних фінансів починають поступово впроваджуватися і використовуватися суб'єктами цього ринку. Наймолодшим сегментом вітчизняного фінансового ринку є ринок деривативів. Більшість похідних інструментів, які є в обігу на вітчизняному строковому ринку, становлять ф'ючерсні контракти. Натомість опціони рідко з'являються на ньому і, на жаль, не викликають зацікавлення потенційних інвесторів. А можливості цих інструментів є доволі широкими і різноманітними, а тому необхідно їх досліджувати і впроваджувати на фінансовий ринок нашої держави.

Початок третього тисячоліття також характеризується нестабільністю світової економіки, що спричиняє постійні коливання цін на стратегічні види сировини. Це, своєю чергою, впливає на нестабільність економічної ситуації в більшості країн світу і, як наслідок, виникнення проблем у плануванні майбутньої діяльності підприємств, організацій та установ. Наприклад, нафтові „шоки" у 1970, 1979–1981 і 2000 років, повторилися і у 2004 та 2005 роках, що негайно викликало реакцію у вигляді кризових явищ на усіх, без винятку, ринках. Така нестабільність, яку ще називають волатильністю у глобальній економіці, є причиною коливань валютних курсів, потрясінь на товарних та фінансових ринках. Внаслідок цього інфляційні процеси повторяються все частіше, що негативно впливає на світову економіку загалом та окремі ринки зокрема.

Сучасний ринок деривативів є одним із ефективних методів страхування від таких ризиків. Подальший розвиток світового ринку екзотичних опціонів, як стосовно обсягів обороту, так і з огляду на розробки нових похідних інструментів, сьогодні відбувається повільніше ніж це було у 80–90-ті роки минулого століття. Інновації у цій області спрямовані переважно на:

– поєднання конструкційних елементів різних екзотичних опціонів з метою створення нових, еластичніших інструментів з характеристиками, які краще відповідають вимогам сьогодення і задовольняють інвесторів;

– створення опціонів, які ґрунтуються на нестандартних первинних інструментах, таких, як показники інфляції (інфляційні опціони – inflation options), податкові ставки (податкові опціони – tax options), показники кредитоспроможності (кредитні опціони – credit options), ціни ринку нерухомості (опціони ринку нерухомості – real estate derivatives), показники забруднення довкілля (опціони середовища – environment options);

– впровадження нових форм похідних контрактів своп, які б відповідали сучасним вимогам інвесторів фінансового ринку;

– створення похідних інструментів, які дають можливість торгувати кредитним ризиком (кредитні деривативи);

– впровадження нових форм варантів, зокрема опціонних варантів;

– створення похідних інструментів, які дають змогу страхуватися від кліматичних змін на планеті (погодні деривативи);

– створення гібридних фінансових інструментів, які поєднують риси традиційного і похідного інструментів або риси двох різних похідних інструментів.

Як показали дослідження, в останні десятиліття на ринку деривативів з'явилися і надалі з'являються інноваційні форми похідних інструментів, такі, як екзотичні опціони, кредитні та погодні деривативи. Отож, строковий ринок розвивається у напрямку створення інноваційних форм похідних інструментів. Водночас зростають обсяги обороту деривативів та їхня ліквідність, що свідчить про популярність цих інструментів серед широкого загалу ринкових суб'єктів.

Підсумовуючи викладений матеріал, можна зробити такі висновки:

– ринок деривативів стає щоразу привабливішим для потенційних інвесторів;

– інструменти цього ринку дають широкі можливості їхнього пристосування до конкретних вимог клієнтів;

– описані вище деривативи можуть використовуватися інвесторами для хеджування своїх портфелів активів та пасивів;

– для правильного вибору стратегії хеджування необхідна глибока обізнаність з особливостями тих похідних інструментів, які інвестор має намір використати;

– нові види похідних інструментів також відкривають широкі можливості щодо спекулятивних операцій на ринку деривативів.

Впровадження нових видів деривативів на ринок України вимагає дослідження потенційного попиту на них та можливостей їхньої пропозиції. Поза тим необхідно дослідити правове поле їхнього обігу, а також ступінь готовності інвесторів та емітентів до застосування нових видів деривативів з метою хеджування, спекуляцій та арбітражу. Ринок похідних інструментів, враховуючи пришвидшений темп глобалізації фінансових оборотів, концентрацію капіталів банків та інших фінансових інституцій, має перспективи розвитку. Ці інструменти, по-перше, можуть використовуватися інвесторами для хеджування своїх позицій з метою зниження ризику фінансових інвестицій, по-друге – можуть бути додатковим джерелом спекулятивних прибутків для емітентів цих інструментів у разі сприятливих для них змін ринкових умов, але й одночасно джерелом надзвичайних ризиків – за несприятливих змін, по-третє, можуть використовуватися арбітражерами, які вміло використовують різниці цін тих самих інструментів на різних ринках.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Банківський менеджмент / За ред. О.А. Кириченка. – К.: Знання-Прес, 2002. – 438 с.

2. Васильченко З. Теорія і практика укладання строкових валютних контрактів // Банківська справа. – 1998. – № 1 (19). – С. 46–53.

3. Гордон В. Основні фінансові інструменти міжнародного валютного ринку та перспективи їх розвитку в Україні // Финансовые услуги. – 1999. – № 3–4. – С. 30–34.

4. Деривативы. Курс для начинающих / Пер. с англ. – М.: Альбина Паблишер, 2002. – 208 с.

5. Дудяк Р.П., Бугіль С.Я. Організація біржової діяльності: основи теорії і практики. – Львів: Новий Світ – 2000, Магнолія плюс, 2003. – 360 с.

6. Звіт Державної комісії з цінних паперів та фондового ринку України за 2005 рік.

7. Іващук Н.Л., Жовтанецький М. Розрахункова модель управління інвестиціями у виробничій фірмі // Вісн. Львів. держ. ун-ту імені Івана Франка. – 1998. – № 28. – С. 152–154.

8. Іващук Н.Л. Моделювання динаміки банківських пасивів // Вісн. Нац. ун-ту „Львівська політехніка". – 2000. – Т. 384: Менеджмент та підприємництво в Україні: етапи становлення і проблеми розвитку, № 2. – С. 35–39.

9. Іващук Н.Л. Динаміка банківського прибутку за облігаціями державної позики // Вісн. Нац. ун-ту „Львівська політехніка". – 2000. – № 405: Менеджмент та підприємництво в Україні: етапи становлення і проблеми розвитку. – С. 28–32.

10. Ivashchuk N.L. A Mathematical Model of a Technology Sector with Investment // Journal of Mathematical Sciences. Kluwert Academic/Plenum Publ. (USA). – 1999. – Vol. 96, No. 2. – P. 3070–3072.

11. Іващук Н.Л., Єлейко В.І. Дослідження динаміки прибутків за облігаціями державної позики // Вісн. Львів. комерційної академії. – 2001. – Т. 1: Проблеми перехідної економіки. – С. 61–63.

12. Іващук Н.Л. Динамічна модель кредитно-фінансової діяльності банку // Вісн. Нац. ун-ту „Львівська політехніка". – 2001. – № 436: Менеджмент та підприємництво в Україні: етапи становлення і проблеми розвитку. – С. 181–185.

13. Іващук Н.Л., Маслак О.О., Маслак В.О. Балансова модель кредитно-фінансової установи // Соціально-економічні дослідження в перехідний період: Щорічник наук. праць Інституту регіональних досліджень НАН України. – 2001. – Вип. 31. – С. 359–365.

14. Іващук Н.Л., Єлейко В.І. Алгоритми обчислення прибутку кредитно-фінансових установ // Вісн. Львів. комерційної академії. – 2002. – № 33: Проблеми перехідної економіки. –Т. 2, ч. 1. – С. 86–89.

15. Іващук Н.Л., Солінська М. Дослідження динаміки фінансових показників промислових підприємств // Вісник Нац. ун-ту „Львівська політехніка". – 2003. – № 478: Менеджмент та підприємництво в Україні: етапи становлення і проблеми розвитку. – С. 115–119.

16. Іващук Н.Л., Солінська М. Економічне обґрунтування виробництва енергії з відновлювальних джерел в країнах Євросоюзу // Вісн. Львів. комерційної академії. Сер. Економічна. – 2004. – Вип. 15. – С. 148–153.

17. Іващук Н.Л. Дослідження динаміки розподілів прибутку методом виробничих функцій // Вісн. Нац. ун-ту „Львівська політехніка". – 2004. – № 517: Менеджмент та підприємництво в Україні: етапи становлення і проблеми розвитку. – С. 119–127.

18. Іващук Н.Л. Інвестування на засадах похідних фінансових інструментів // Вісн. Нац. ун-ту „Львівська політехніка". – 2005. – № 547: Менеджмент та підприємництво в Україні: етапи становлення і проблеми розвитку. – С. 248–252.

19. Іващук Н.Л. Застосування кількісних методів в управлінні операційним ризиком // Вісн. Нац. ун-ту „Львівська політехніка". – 2006. – № 554: Проблеми економіки та управління. – С. 255–261.

20. Іващук Н.Л. Формування цін акційних опціонів // Вісн. Нац. ун-ту „Львівська політехніка". – 2006. – № 552: Логістика. – С. 209–216.

21. Іващук Н.Л. Про значення компетенції організації у формуванні її ринкової вартості // Вісн. Нац. ун-ту „Львівська політехніка". – 2006. – № 567: Менеджмент та підприємництво в Україні: етапи становлення і проблеми розвитку. – С. 233–239.

22. Іващук Н.Л. Роль банків на ринку муніципальних цінних паперів // Вісн. Терноп. нац. економ. ун-ту. – 2007. – № 4. – С. 65–71.

23. Іващук Н.Л. Управління ризиком діяльності банківської установи на строковому ринку // Проблеми раціонального використання соціально-економічного і природно-ресурсного потенціалу регіону: фінансова політика і інвестиції. – Рівне, 2006. – № 1, вип. XII. – С. 61–69.

24. Іващук Н.Л. Управління портфелем цінних паперів комерційного банку // Регіональна економіка. – 2006. – № 3. – С. 191–198.

25. Іващук Н.Л. Модель динаміки економічних показників однопродуктового виробництва // Вісн. Львів. нац. ун-ту. Сер. Економічна. – 2006. – Вип. 35. – С. 265–274.

26. Іващук Н.Л. Управління ризиком похідних фінансових інструментів у банківській сфері // III Міжнар. наук.-практ. конф. „Актуальні проблеми сучасних наук: треорія та практика, 16–30 червня 2006 р. – Дніпропетровськ, 2006. – Т. 12: Економічні науки. – С. 8–12.

27. Iwaszczuk N., Iwaszczuk O. Management of the enterprise knowledge // Aspekty konkurencji na rynku w procesie globalizacji. – Краків, 2006. – Т. 2. – С. 71–75.

28. Іващук Н.Л. Хеджування із застосуванням бар'єрних опціонів // Наук. вісн. ПУСКУ. – Полтава, 2007. – № 1 (21). – С. 128–132.

29. Іващук Н.Л. Сутність та класифікація екзотичних опціонів // Вісн. Терноп. нац. економ. ун-ту. – 2007. – № 1 (17): Економічний аналіз. – С. 157–161.

30. Іващук Н.Л. Принципи оцінювання екзотичних опціонів // Економіка: проблеми теорії та практики. – Дніпропетровськ, 2006. – Т. 1, вип. 220. – С. 303–314.

31. Іващук Н.Л. Сутність та різновиди зворотних опціонів // Вісн. Нац. ун-ту „Львівська політехніка". – 2007. – № 575: Менеджмент та підприємництво в Україні: етапи становлення і проблеми розвитку. – С. 71–75.

32. Іващук Н.Л. Деякі різновиди бар'єрних опціонів // Вісн. Нац. ун-ту „Львівська політехніка". – 2007. – № 582: Проблеми економіки та управління. – С. 35–40.

33. Іващук Н.Л. Фактори впливу на ціни бар'єрних опціонів // Вісн. Нац. ун-ту „Львівська політехніка". – 2007. – № 580: Логістика. – С. 409–414.

34. Іващук Н.Л. Оцінювання зворотних опціонних контрактів // Вісн. ЛДФА. – 2007. – № 12: Економічні науки. – С. 264–270.

35. Іващук Н.Л. Хеджування зворотних опціонів // Вісн. Львів. Комерційної академії. – 2007. – Вип. 9: Торгівля, комерція, підприємництво. – С. 101–108.

36. Іващук Н.Л. Способи оцінювання бар'єрних опціонів // Вісн. Східноукр. нац. ун-ту. – Луганськ, 2007. – № 4 (110), ч. 2. – С. 62–67.

37. Іващук Н.Л. Особливості застосування азіатських опціонів // Вісн. Львів. комерційної академії. Сер. Економічна. – 2007. – Вип. 26. – С. 55–62.

38. Іващук Н.Л. Сутність та функції варрантів // Вісн. економ. науки України. – Донецьк, 2007. – № 1 (11). – С. 52–56.

39. Іващук Н.Л. Загальна характеристика та види варрантів // Економіка і держава. – К., 2007. – № 3. – С. 17–20.

40. Іващук Н.Л. Сутність та різновиди азіатських опціонів // Економіка: проблеми теорії та практики. – Дніпропетровськ, 2007. – Т. 2, вип. 224. – С. 484–495

41. Іващук Н.Л. Особливості застосування одинарних опціонів // Актуальні проблеми економіки. – К., 2007. – № 4 (70). – С. 86–96.

42. Іващук Н.Л. Фактори впливу на ціни одинарних опціонів // Економіка: проблеми теорії та практики. – Дніпропетровськ, 2007. – Т. 3, вип. 223. – С. 910–919.

43. Іващук Н.Л. Методологічні аспекти оцінювання та застосування складених опціонів // Вісн. Львів. нац. ун-ту. Сер. Економічна. – 2007. – Вип. 37 (1). – С. 490–495.

44. Іващук Н.Л. Еволюція світового ринку екзотичних акціонів // Міжнар. наук.-практ. конф. „Наука та практика", 11–15 лютого 2007 р. – Полтава, 2007. – С. 94–96.

45. Іващук Н.Л. Методологія оцінювання еластичних опціонів // Регіональна економіка. – 2007. – № 1. – С. 237–244.

46. Іващук Н.Л. Управління ризиком похідних інструментів у світлі рекомендацій Базельського комітету // Держава та регіони. Сер. Економіка і підприємництво. – Запоріжжя, 2007. – № 2. – С. 111–116.

47. Ivashchuk N., Puszak T., Puszak Ya. Influence of electricity privatization on the living standard in transition economies // Zeszyty Uniwersytetu Rzeszowskiego. – 2007. – P. 457–477.

48. Іващук Н.Л. Особливості та методологічні аспекти оцінювання кореляційних опціонів // Регіональна економіка. – 2007. – № 3. – С. 183–191.

49. Іващук Н.Л. Сутність та особливості кореляційних опціонів // Наукові записки. – Острог, 2007. – № 5 (4). – С. 192–191.

50. Іващук Н.Л. Особливості застосування вибраних екзотичних опціонів // Проблеми раціонального використання соціально-економічного і природно-ресурсного потенціалу регіону: фінансова політика і інвестиції. – Рівне, 2007. – № 2, вип. XIII. – С. 56–66.

51. Иващук Н.Л. Солинска М. Роль восстанавливаемых источников энергии в топливно-энергетическом балансе: опыт и перспективы Польши // Современный научный вестник. – Белгород, 2007. – № 10 (18). – С. 4–12.

52. Іващук Н.Л. Функції банківських установ на ринку свопів // Вісн. Нац. ун-ту „Львівська політехніка". – 2007. – № 599: Менеджмент та підприємництво в Україні: етапи становлення і проблеми розвитку. – С. 108–115.

53. Іващук Н.Л., Іващук О.В. Про значення знань для інноваційного підприємства // Економіка: проблеми теорії та практики. – Дніпропетровськ, 2007. – Т. 2, вип. 226. – С. 304–311.

54. Іващук Н.Л., Іващук О.В. Стратегії забезпечення ризику відсоткової ставки за допомогою фінансових ф'ючерсів // Держава та регіони. – Запоріжжя, 2007. – № 3. – С. 86–90.

55. Іващук Н.Л., Єлейко В.І. Застосування нестандартних опціонів з метою хеджування // Соціально-економічні дослідження в перехідний період. – 2007. – № 1 (63). – С. 387–395.

56. Іващук Н.Л. Особливості нелінійних опціонів // V Всеукр. наук.-практ. конф. „Стан та проблеми інноваційної розбудови України", 14–15 березня 2007 р. – Дніпропетровськ, 2007. – Т. 4. – С. 61–64.

57. Іващук Н.Л. Спосіб оцінювання складених опціонів // Міжнар. наук.-практ. конф. „Забезпечення сталого розвитку банківської діяльності", 11 жовтня 2007 р. – Київ, 2007. – С. 106–109.

58. Іващук Н.Л., Іващук О.В. Одинарні опціони та їх різновиди // Всеукр. наук.-практ. конф. „Проблеми розвитку фінансових послуг в Україні", 15–16 листопада 2007 р. – Харків, 2007. – Ч. 1. – С. 96–98.

59. Іващук Н.Л. Застосування деяких різновидів кореляційних опціонів // Вісн. ЛДФА. – 2007. – № 13: Економічні науки. – С. 299–306.

60. Іващук Н.Л. Способи оцінювання бар'єрних опціонів // Всеукр. наук.-практ. конф. „Сучасні тенденції розвитку інформаційних технологій в науці, освіті та економіці, 11–13 грудня 2006 р. – Луганськ, 2006. – С. 115–117.

61. Іващук Н.Л., Соловей О.Л, Іващук О.В. Роль деривативів на ринку емісій парникових газів // Економіка: проблеми теорії та практики. – Дніпропетровськ, 2007. – Т. 1, вип. 232. – С. 269–275.

62. Кравчук В.В. Базельські угоди: новий етап розвитку міжнародної системи оцінки ризиків // Фінанси України. – 2004. – № 6. – С. 121–128.

63. Крамаренко В.І. Біржова діяльність. – К: ЦУЛ, 2003. – 264 с.

64. Крамаренко Я. Валютні деривативи: сутність, класифікація, призначення // Економіст. – 2000. – № 19. – С. 44–47.

65. Кротюк В., Куценко О. Базель II: нова концептуальна редакція Базельської угоди про капітал // Вісн. НБУ. – 2006. – № 3. – С. 2–5.

66. Кротюк В., Міщенко В. Еволюція підходів до оцінки капіталу в Базельських угодах // Банківська справа. – 2005. – № 4. – С. 3–9.

67. Кулинич И.Н.. Управление банковскими рисками как способ повышения платежеспособности коммерческого банка // Актуальні проблеми економіки. – 2005. – № 1. – С. 60–68.

68. Мельничук М. Проблеми впровадження нових рекомендацій Базельського комітету щодо управління ризиками в банках України // Банківська справа. – 2005. – № 5. – С. 76–82.

69. Пернарівський О. Аналіз, оцінка та способи зниження банківських ризиків // Вісн. НБУ. – 2004. – № 4. – С. 44–49.

70. Примостка Л.О. Фінансові деривативи: аналітичні та облікові аспекти: Монографія. – К.: КНЕУ, 2001. – 263 с.

71. Примостка Л.О. Фінансовий менеджмент у банку. – К.: КНЕУ, 2004. – 468 с.

72. Проект Закону України „Про похідні (деривативи)". –

73. Солодкий О.М. Біржовий ринок. – К: Джерела М, 2002. – 336 с.

74. Сохацька О.М. Міжнародні ф'ючерсні ринки: теоретико-методологічні аспекти. – Тернопіль: Карт-бланш, 2002. – 454 с.

75. Сохацька О.М. Біржова справа. – Тернопіль: Карт-бланш, 2003. – 602 с.

76. Сохацька О.М. Процедура поставки за ф'ючерсними та опціонними контрактами на зарубіжних біржових ринках // Вісн. Терноп. акад. народ. Господарства. – 1999. – Вип. 6. – С. 213–223.

77. Сохацька О.М. Застосування опціонів у корпоративному управлінні // Економіст. – 2001. – № 3. – С. 33–39.

78. Фабер С., Пожарська І., Куценко О. Нагляд на основі оцінки ризиків: українська перспектива // Вісн. НБУ. – 2004. – № 6. – С. 24–26.

79. Шарп У.Ф., Александер Г.Дж., Бейли Дж.В. Инвестиции: Пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 1999. – 1024 с.

80. Шелудько В.М. Фінансовий ринок. – К.: Знання, 2006. – 535 с.

81. Alexander C. Operational Risk, Regulation, Analysis and Management. – Person Education Limited, 2003.

82. Anson M.J.P., Fabozzi F.J., Choudhry M., Chen R.R. Credit Derivatives: Instruments, Application and Pricing. – Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons Inc., 2004.

83. Babsiri M.E., Noel G. Simulation Path-Depended Options: A New Approach // The Journal of Derivatives. – 1998. – Nr 6 (2).

84. Banks E. Complex Derivatives. Understanding and Managing the Risks of Exotic Options, Complex Swaps, Warrants and Other Synthetic Derivatives. – Chicago-Illinois-Cambridge-England: Probus Publishing Company, 1994.

85. Banks E. The Credit Risk of Complex Derivatives. Finance and Capital Markets series. – Macmillan Business, 1997.

86. Basel Committee on Banking Supervision, Consultative Document, Operational Risk, Supporting Document to the New Basel Capital Accord. – Basel: Bank for International Settlements, January 2001.

87. Basel Committee on Banking Supervision, Sound Practices for the Management and Supervision, of Operational Risk. – Basel: Bank for International Settlements, December 2001.

88. Black F. The Pricing of Commodity Contracts // Journal of Financial Economics. – 1976. – Nr 3. – P. 167–179.

89. Black F., Derman E., Toy W. A One-Factor Model of Interest Rates and Its Application to Treasury Bond Options // Financial Analysis Journal. – January–February, 1990. – P. 33–39.

90. Black F., Scholes M.J. The Pricing of Options and Corporate Liabilities // Journal of Political Economy. – 1973. – 3 (81). – P. 637–654.

91. Boyle P.P. Options: A Monte Carlo Approach // Journal of Financial Economics. – 1977. – Nr 4. – P. 323–328.

92. Briys E., Bellalah M., Mai H.M., de Varenne F. Options, Futures and Exotic Derivatives: Theory, Application and Practice. – Chichester: John Wiley&Sons, 1998.

93. Brooks R. A Lattice Approach to Interest Rate Spread Options // Journal of Financial Engineering. – 1995.

94. Chance D.M. An introduction to derivatives. – Orlando: The Dryden Press, 1995.

95. Chen A.H., Bicksler J. An Economic Analysis of Interest Rate Swaps // Journal of Finance. – 1986. – 41, 3. – P. 645–655.

96. Cont R., Tankov P. Financial Modelling With Jump Processes. – Chapman & Hall / CRC, 2004. – 527 p.

97. Conze A., Viswanathan. Path-Depended Options: The Case of Loockback Options // Journal of Finance. – 1991. – Vol. 46, nr 5. – P. 1893–1907.

98. Cooper I. Świat kontraktów futures, forward i swapów / Tajniki finansów. – Warszawa: LIBER, 2000. – 632 p.

99. Cox D.R, Miller H.D. The Theory of Stochastic Processes. – New York: John Wiley & Sons Inc, 1965.

100. Cox J, Ingersoll J., Ross S. A Theory of the Term Structure of Interest Rates // Econometrica. – 1985. – Nr 53. – P. 385–407.

101. Cox J.C., Ross S.A. The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes // Journal of Financial Economics. – 1976. – Nr 3. – P. 145–166.

102. Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M. Option pricing: A Simplified Approach // Journal of Financial Economics. – 1979. – Nr 7. – P. 229–263.

103. Cox J.C., Rubinstein M. Options Markets. – New Jersey: Prentice-Hall International, Inc., Englewoodf Cliffs, 1985.

104. Crus M. Operational Risk Modelling and Analysis. Theory and Practice. – London: Incisive Media Investment Limited, 2004.

105. Das S. Credit Derivatives and Credit Linked Notes. – Singapore: John Wiley & Sons Inc., 2000.

106. Demo R., Patel P. Protective Basket // From Black-Scholes to Black Holes – New Frontiers in Options // Risk Magazine Ltd., 1992. – P. 141–146.

107. DeRosa D.F. Options on foreign exchange. – New York: John Wiley&Sons, 2000.

108. Donders M.W.M. Anomalies in Options Markets; Empirical Studies of the European Options Exchange. – Rotterdam Institute for Research and Investment Services BV, 1996. – P. 11–13.

109. Dowd K. Beyong Value at Risk: The New Science of Risk Management. – Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 1998.

110. European Climate Change Program. Європейська Комісія. – Брюссель, червень 2000.

111. Falloon W. Performance and Promise // Risk. – 1992. – N 5 (9). – P. 31–32.

112. Fierla A. Giełdowy rynek opcji na akcje; możliwości rozwoju w Polsce: Monografie i opracowania nr 432. – Warszawa: Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej, 1997.

113. Fisher S. Call Option Pricing When the Exercise Prise is Uncertain, and the Valuation of Index Bonds // Journal of Finance. – 1978. – Nr 33 (1). – P. 169–176.

114. Fitch T.P. Dictionary of Banking Terms. – New York, 1997.

115. Futures Markets Modelling, Management and Monitoring Futures Trading. – Florence: Edited Manfred E. Streit, 1983. – 324 p.

116. Garman M. Spread the Load // Risk. – 1992. – N 5 (11). – P. 68–84.

117. Garman M. The Pricing of Supershares // Journal of Financial Economics. – 1978. – N 6. – P. 3–10.

118. Garman M.B., Kohlhagen S.W. Foreign Currency Option Value // Journal of International Money & Finance. – 1983. – Nr 2. – P. 231–237.

119. Gastineau G. An Introduction to Special-Purpose Derivatives: Options with a Payout Depending on More Than One Variable // The Journal of Derivatives. – 1993. – № 1 (1). – P. 98–104.

120. Gastineau G. An Introduction to Special-Purpose Derivatives: Path-Dependent Options // The Journal of Derivatives. – 1993. – № 1 (2). – P. 78–86.

121. Gastineau G. An Introduction to the Special-Purpose Derivatives: Roll Up Puts, Roll Down Calls, and Contingent Premium Options // The Journal of Derivatives. – 1994. – № 1 (4). – P. 40–43.

122. Gastineau G. Exotic (nonstandard) options on fixed-income instruments // F.J. Fabozzi. The handbook of fixed income options: strategies, pricing and applications. – Chicago: Irwin Professional Publishing, 1996.

123. German H., Yor V. Bessel process, Asian options and perpetuities // Math. Finance. – 1993. – 3. – P. 349–375.

124. Gentle D. Basket Weaving // Risk. – 1993. – N 6 (6). – P. 51–52.

125. Geske R. The Valuation of Compound Options // Journal of Financial Economics. – March, 1979. – P. 1511–1524.

126. Goldman B., Sosin H., Gato M.A. Path-Dependent Options: Buy at the Low, Sell at the High // Journal of Finance. – 1979. – Nr 34. – P. 1111–1127.

127. Gordon M.J., Shapiro E. Capital equipment analysis: the required rate of profit // Management Science. – 1956. – Vol. 3. – P. 102–110.

128. Grabbe J.O. The Pricing of Call and Put Option on Foreign Exchange // Journal of International Money & Finance. – 1983. – Nr 2. – P. 239–253.

129. Grannis S. An Idea Whose Time Has Come // From Black-Scholes to Black Holes – New Frontiers in Options. – Risk Magazine Ltd., 1992. – P. 137–139.

130. Green Paper on greenhouse gas emissions trading within European Union. Європейська Комісія. – Брюссель, березень, 2000.

131. Gudaszewski W., Hnatiuk M. Opcje wielocznnikowe – wprowadzenie // Rynek Terminowy. – 2004. – Nr 2. – P. 6–11.

132. Gudaszewski W., Lukojc A. Wycena wielocznnikowych opcji egzotycznych // Rynek Terminowy. – 2004. – Nr 2. – P. 12–22.

133. Hakansson N. The Purchasing Power Fund: A New Kind of Financial Intermediary // Financial Analysis Journal. – 1976. – N 32. – P. 49–59.

134. Heath D., Jarrow R., Morton A. Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates // Econometrica. – 1992. – Nr 60 (1). – P. 77–105.

135. Heynen R., Kat H. Partial Barrier Options // The Journal of Financial Engineering. – 1994. – Nr 3(3/4). – P. 253–274.

136. Hind S. Fever options in 2001 // Risk. – May 2002.

137. Hirschleifer J. Investment decision under uncertaintly – choice theoretic approaches // The Quaterly Journal of Economics. – 1965. – Vol. 74. – P. 509–536.

138. Hull J.C. Fundamentals of Futures and Options Markets. – Prentice Hall, Upper Saddle River 2002.

139. Hull J.C. Kontrakty terminowe i opcje. Wprowadzenie. – Warszawa: WIG-Press, 1997. – 510 p.

140. Hull J.C. Options, futures and other derivatives. – Fourth edition. – Prentice-Hall International Inc., Upper Saddle River, 2000. – 698 p.

141. Hull J., White A. Pricing Interest-Rate Securities // The review of Financial Studies. – 1990. – Nr 3. – P. 573–592.

142. Hull J., White A. The pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities // The Journal of Finance. – 1987. – Nr 3. – P. 281–300.

143. Hunter W.C., Stowe D.W. Path-Depended Options// Economic Review. – Federal Reserve Bank of Atlanta, March-April, 1992.

144. Huynh C.B. Back To Basket // Risk. – 1994. – N 7 (5). – P. 59–61.

145. International Swaps and Derivatives Association Inc. Credit Derivatives Definition ISDA. – New York, 2003.

146. ISDA Definition. International Swaps and Derivatives Association Inc., 1991.

147. ISDA Master Agreement. International Swaps and Derivatives Association Inc., 1999.

148. Iwasiewicz A., Paszek Z. Statystyka z elementami statystycznych metod sterowania jakością. – Kraków: AE, 2000.

149. Jamshidian F. An Exact Bond option Formula // Journal of Finance. – 1989. – Nr 44. – P. 205–209.

150. Jorion P. Value at Risk, The New Benchmark for Managing Financial Risk. – New York: McGraw-Hill, 2001. – 454 p.

151. Kat H.M. Contingent Premium Options // The Journal of Derivatives. – 1994. – Nr 1 (4). – P. 44–54.

152. Kat H.M. Structured equity derivatives. The Definitive Guide to Exotic Options and Structured Notes. – Chichester: John Wiley & Sons, LTD, 2001.

153. Kemna A.G., Vorst A.C. A Pricing Method for Options Based on Average Asset Values // Journal of Banking and Finance. – March 1990. – Nr 14. – P. 113–129.

154. King J.L. Operational Risk: Measurement and Modeling. – London, Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 2001.

155. Kolb R.W. Futures, Options and Swaps. – Padstow: Blackwell Publishing, 2003. – 877 p.

156. Kolb R.W. Understanding futures markets. – Chicago: Foreman and Company, 1988.

157. Kolb R.W. Wszystko o instrumentach pochodnych. – Warszawa: WIG-Press, 1997.

158. Kwok Y.K., Lau K.W. Pricing Algorithms for Options with Exotic Path-Dependence // The Journal of Derivatives. – 2001. – Nr 9 (1).

159. Leland H. Options Pricing and Replication with Transaction Costs // Journal of Finance. – 1985. – Nr 40. – P. 1283–1301.

160. Levy E. Pricing European Average Rate Currency Options // Journal of International Money and Finance. – 1992. – Nr 11. – P. 474–491.

161. Linetsky V. Exact pricing of Asian options: an application of spectral theory. – Working paper, 2002.

162. Małecki W. Terminowe rynki finansowe: nowe możliwości finansowe zabezpieczenia się przed ryzykiem zmian stóp procentowych // Bank i kredyt. – 1996. – № 2. – S. 7–30.

163. Markowitz H.M. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. – New York: John Willey & Sons Inc, 1959.

164. McDonald R.L. Derivatives Markets. – Boston: Pearson Education, 2003.

165. McHattie A. The Investors guide to warrants. – FT Pitman Publishing, 1996.

166. Merton R. Option Pricing When Underlying Stock Returns Are Discontinuous // Journal of Financial Economics. – 1976. – Nr 3. – P. 125–144.

167. Merton R. The Theory of Rational Option Pricing // The Bell Journal of Economics and Management Science 4. – 1973. – P. 141–183.

168. Michalski D. Wplyw hadlu emisjami CO_2 na rynek energii elektrycznej // Rynek terminowy. – 2005. – N 4. – S. 19–23.

169. Michalski D. Ryzyka specyficzne dla rynku emisji CO_2 // Rynek terminowy. – 2005. – N 4. – S. 24–26.

170. Napiorkowski A. Charakterystyka, wycena i zastosowanie wybranych opcji egzotycznych: Materialy i studia. – Warszawa: Narodowy Bank Polski, 2001. – 122 p.

171. Nelken I. Pricing, Hedging and Trading Exotic Options. – New York: McGraw-Hill, 2000.

172. Nelken I. The Handbook of Exotic Options. Instruments, Analysis and Applications. – Chicago: IRWIN Professional Publishing, 1996.

173. Neuberger A. The Log Contract and Other Power Contracts / I. Nelken. The Handbook of Exotic Options. Instruments, Analysis and Applications. – Chicago: IRWIN Professional Publishing, 1996.

174. Nichols M. In Praise of the Average // Risk. – 1996. – Nr 9 (5).

175. Nusbaum D. March of the exotic // Risk. – 1997. – Nr 10 (6). – P. 24–28.

176. Ong M. Exotic options: the market and their taxonomy / I. Nelken. The Handbook of Exotic Options. Instruments, Analysis and Applications. – Chicago: IRWIN Professional Publishing, 1996.

177. Overhaus M. Himalaya options // Risk. – March, 2002.

178. Parsley M. The Last Piece of the Jigsaw // Euromoney. – November, 1993.

179. Patel N. Inside FX options trading // Risk. – May, 2001.

180. Pearson N.D. An Efficient Approach For Pricing Spread Options // The Journal of Derivatives. – 1995. – N 3 (1). – P. 76–91.

181. Pechtl A. Classified Information // Risk. – 1995. – Nr 8 (6). – P. 59–61.

182. Price Q. Warrants, options and convertibles. – New York: IFR Publishing Ltd., 1990.

183. Pruchnicka-Grabias I. Egzotyczne opcje finansowe. – Warszawa: CeDeWu, 2006. – 232 p.

184. Przybylik M. Czynniki wplywajace na ksztaltowanie się cen uprawnien do emisji gazow cieplarnianych // Rynek terminowy. – 2005. – N 4. – S. 27–29.

185. Quessette R. New products, new risks // Risk. – March 2002. – P. 97–101.

186. Ravindran K. Customized Derivatives: A Step-by-Step Guide to Using Exotic Options, Swaps and Other Customized Derivatives. – New York: McGraw-Hill, 1998.

187. Ravindran K. Low-Fat Spreads // Risk. – October 1993. – N 6 (10). – P. 66–67.

188. Rogers L, Shi Z. The value of an Asian option // Journal of Applied Probability. – 1995. – 32. – P. 1077–1088.

189. Ross S.A. The arbitrage theory of capital asset pricing // Journal of Economic Theory. – 1976. – Vol. 13. – P. 341–360.

190. Rowsell L. Commodity derivatives / OTC market in derivative instrument. – Basingstoke: MacMillan Publishers Ltd., 1993.

191. Rule D. The Credit Derivatives Market: Its Development and Possible Implications for Financial Stability. London, Bank of England // Financial Stability Review. – June 2001. – P. 137–159.

192. Rubinstein M. Asian options // Risk. – 1991. – Nr 4 (3).

193. Rubinstein M. Options For The Undecided // Risk. – 1991. – Nr 4 (4).

194. Rubinstein M. Forward-Start Options // Risk. – 1991. – Nr 4 (2).

195. Rubinstein M. Somewhere Over the Rainbow // Risk. – 1991. – Nr 4 (11).

196. Rubinstein M. Unscrambling the Binary Code // Risk. – October 1991.

197. Said K. Pricing exotic under the smile // Risk. – November 1999. – P. 72–76.

198. Samberger K. Instrumenty pochodne na akcje: opcje, indeksy, kontrakty terminowe, koszyki i ETF-y // Rynek Terminowy. – 2003. – Nr 1. – P. 58–62.

199. Samuelson P.A. Rational theory of warrant pricing // Industrial Management Review. – 1965. –6. – P. 13–31.

200. Schaefer S.M., Schwartz E.S. Time-Dependent Variance and the Pricing of Bond Options // Journal of Finance. – December 1987. – 42. – P. 1113–1128.

201. Schroder M. Computing the Constant Elasticity of Variance Option Pricing Formula // Journal of Finance. – March, 1989. – P. 211–219.

202. Schwartz E. The Valuation of Warrants: Implementing a New Approach // Journal of Financial Economics. – 1977. – Nr 4. – P. 79–93.

203. Scott L. Option Pricing When the Variance Changes Randomly: Theory, Estimation, and an Application // Journal of Financial and Quantitative Analysis. – 1987. – Nr 22. – P. 419–438.

204. Shaw W. Pricing Asian Options by Contour Integration, including Asymptotic Methods for Low Volatility. – Oxford, 2002.

205. Smithson C. Path-dependency. Defining and categorising path-dependent options // Risk. – 1997. – Nr 4, vol. 10.

206. Smithson Ch. What's new in the options markets? // Risk. – May 2000.

207. Sprenkle C.M. Warrant Prices as Indicators of Expectation and Preferences // The Random Character of Stock Market Prices. – MIT Press, 1964. – P. 412–474.

208. Starzyńska W. Statystyka praktyczna. – Warszawa: PWN, 2000.

209. Stulz R.M. Options on the Minimum or the Maximum of Two Risky Assets // Journal of Financial Economics. – 1982. – Nr 10 (2). – P. 161–185.

210. Tarczynski W., Zwolankowski M. Inzynieria finansowa: Instrumentarium, Strategie, Zarzadzanie ryzykiem. – Warszawa: Agencja Wydawnicza Placet, 1999. – 336 p.

211. Tavakoli J.M. Credit Derivatives & Synthetic Structures. A Guide to Instruments and Application. – New York: John Wiley & Sons Inc., 2001.

212. Tobin J. Liquidity preference as behavior towards risk // Review of Economic Studies. – 1958. – Vol. 25. – P. 65–86.

213. Tian Y. Pricing Complex Barrier Options under General Diffusion Processes // The Journal of Derivatives. – 1999. – Nr 7 (2).

214. United Nations Framework Convention on Climate Change. – 1996.

215. Vasick O.A. An Equilibrium Characterization of the Term Structure // Journal of Financial Economics. – 1977. – Nr 5. – P. 79–93.

216. Vecer J. Unified Asian pricing // Risk. – June 2002.

217. Vorst T. Averaging Options / The handbook of exotic options: instruments, analysis and application. – New York: McGraw-Hill Book Company, 1996.

218. Vorst T. Prices and Hedge Ratios of Average Exchange Rate Options // International Review of Financial Analysis. – 1992. – Nr 1. – P. 179–194.

219. Walker F.A. How the Options Markets Work. – New York, 1991.

220. Waimsley J. The Foreign Exchange and Money Market Guide. – New York, 1992.

221. Wei J.Z. Valuation of Discrete Barrier Options by Interpolations // The Journal of Derivatives. – 1998. – Nr 6 (1).

222. Weron A., Weron R. Inżynieria finansowa. – Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1999. – 432 p.

223. Wiggins J. Options Values under Stochastic Volatility // Journal of Financial Economics. – 1987. – Nr 19. – P. 351–372.

224. Zhang P.G. An Introduction to Exotic Options // European Financial Management. – 1995. – Nr 1 (1). – P. 87–95.

225. Zhang P.G. Correlation digital options // The Journal of Financial Engineering. – 1995. – Nr 4 (1). – P. 75–96.

226. Zhang P.G. Exotic Options. A Guide to second Generation Options. – Singapore, New Jersey, London, Hong Kong: World Scientific, 1997.

227. Zhang P. Exotic Options. A Guide to Second Generation Options. – Singapore, New Jersey, London, Hong Kong: World Scientific, 2001. – 692 p.

228. Zhang P.G. Flexible Asian Options // The Journal of Financial Engineering. – 1994. – Nr 3 (1). – P. 65–83.

229. Zhang P.G. Flexible Arithmetic Asian Options // Journal of Derivatives. – 1995. – Nr 4. – P. 87–95.

230. Zhang P.G. The pricing of European-Style Flexible Asian Options // Derivatives Week. – 27.12.1993. – P. 12.

231. Zurack M.A. Application of OTC Options and Other Structure Product / J.C. Francis, W.W. Toy, J.G. Whittaker. The handbook of equity derivatives. – New York: John Wiley & Sons Inc, 2000.

232. http:\\www.bis.org.

233. http:\\www.ssmsc.gov.ua.

234. http:\\ www.maths.ox.ac.uk.

ЗМІСТ

Вступ 3

Розділ 1. Теоретико-методологічні основи функціонування ринків деривативів 9

1.1. Деривативи як інвестиційні інструменти строкового ринку 9

1.2. Особливості біржової та позабіржової торгівлі деривативами 15

Висновки до розділу 1 31

Розділ 2. Дослідження засад та моделей ціноутворення стандартних опціонів 33

2.1. Механізми дії ринків опціонних контрактів 33

2.2. Опціони на акції 58

2.3. Відсоткові опціони 84

2.4. Валютні опціони 94

2.5. Опціони на індекси та ф'ючерсні контракти 97

Висновки до розділу 2 111

Розділ 3. Дослідження особливостей моделювання нестандартних опціонів з фіксованим та стохастичним доходом базового інструменту 114

3.1. Сутність та класифікація нестандартних опціонів 114

3.2. Моделі азіатських опціонів 127

3.3. Моделі бар'єрних опціонів 171

3.4. Моделі зворотних опціонів 199

3.5. Моделі інших видів умовних опціонів 227

Висновки до розділу 3 238

Розділ 4. Дослідження особливостей моделювання нестандартних опціонів з фіксованою та стохастичною відсотковою ставкою без ризику 239

4.1. Моделі кореляційних опціонів 239

4.2. Моделі одинарних опціонів 299

4.3. Моделі залежних від часу опціонів 328

4.4. Моделі інших видів екзотичних опціонів 342

Висновки до розділу 4 363

Розділ 5. Характеристика сучасних інструментів ринку деривативів 364

5.1. Механізми дії ринків ф'ючерсних та форвардних контрактів 364

5.2. Особливості варантів нової генерації 392

5.3. Особливості свопів нової генерації 406

5.4. Кредитні деривативи 423

5.5. Погодні деривативи 428

Висновки до розділу 5 431

Розділ 6. Ризик діяльності на ринку деривативів 433

6.1. Регулювання ризику діяльності банківських установ на ринку деривативів ... 433

6.2. Методи вимірювання операційного ризику 441

Висновки до розділу 6 454

Висновки 455

Література 460

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

Іващук Наталія Леонідівна

РИНОК ДЕРИВАТИВІВ: ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЦІНОУТВОРЕННЯ

Редактор Оксана Чернигевич
Технічний редактор Лілія Саламін
Коректор Наталія Колтун
Комп'ютерне верстання Ірини Жировецької
Художник-дизайнер Уляна Келеман

Здано у видавництво 22.01.2008. Підписано до друку 31.04.2008.
Формат 70×100/16. Папір офсетний. Друк офсетний.
Умовн. друк. арк. 38,1. Обл.-вид. арк. 37,2.
Наклад 300 прим. Зам. 80127.

Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”
Реєстраційне свідоцтво серії ДК № 751 від 27.12.2001 р.

Поліграфічний центр Видавництва
Національного університету “Львівська політехніка”

вул. Ф. Колесси, 2, Львів, 79000