ФІЗИКА І ХІМІЯ ТВЕРДОГО ТІЛА
Т. 7, № 3 (2006) С. 450-456

PHYSICS AND CHEMISTRY OF SOLID STATE
V. 7, № 3 (2006) P. 450-456

УДК 539.292

ISSN 1729-4428

Л.В. Дехтярук

# Вплив дифундуючого шару домішок на осциляційну залежність коефіцієнта поглинання звукової енергії у тонких шарах металу

*Сумський державний університет, вул. Р. – Корсакова, 2, м. Суми, 40007, Україна,*
*E-mail: dekhtyaruk@mail.ru*

Теоретично проаналізовано залежність коефіцієнта поглинання поздовжньої звукової хвилі $\Gamma(t_D)$ від часу дифузійного відпалювання $t_D$ у тонкій монокристалічній пластині, на одну із поверхонь якої нанесено ультратонкий дифундуючий шар домішок іншого металу. Аналіз зміни величини $\Gamma(t_D)$ проведено у рамках моделей Фукса і Фальковського. Показано, що зміна коефіцієнта поглинання після дифузійного відпалювання дозволяє дослідити сам процес дифузії, визначити ефективну глибину проникання атомів домішок у тонкий зразок і, відповідно, оцінити коефіцієнт об'ємної дифузії.

**Ключові слова:** об'ємна дифузія, коефіцієнт об'ємної дифузії, акустоелектронний осциляційний розмірний ефект, моделі Фукса та Фальковського.

*Стаття поступила до редакції 17.12.2005; прийнята до друку 15.05.2006.*

Експерименти, проведені у роботах [1-3] наглядно продемонстрували можливість дослідження процесу дифузії домішок у металах при вимірюванні поверхневого імпедансу [1, 2] і магнітоопору [3] у тонкій металевій пластині на одну із поверхонь якої нанесений ультратонкий шар іншого металу. Спостереження відсічки електронних траєкторій у шарі атомів домішок, дозволило по зміщенню ліній радіочастотного розмірного ефекту [1, 2] і по зміні амплітуди осциляцій магнітоопору [3] визначити глибину проникнення атомів домішок і, відповідно, оцінити коефіцієнт об'ємної дифузії. Нижче буде показано, що вивчення акустоелектронного осциляційного ефекту у тонкому шарі металу дає можливість отримати не менш докладну інформацію про коефіцієнт об'ємної дифузії.

У металевій плівці товщиною $d \ll l$ довжини вільного пробігу носіїв заряду, наявність розсіючого шару атомів біля однієї із поверхонь зразка приводить до того, що ефективний пробіг більшості електронів між двома актами розсіювання стає порядку $d - x_0$ [1-7]. У цьому випадку коефіцієнт поглинання звукової енергії у тонкій пластині в рамках моделі Фукса [8] буде залежати не від товщини плівки $d$ [9] (або $\sqrt{d}$ [10] – для моделі Фальковського [11, 12]), а від $d - x_0$ (або $\sqrt{d - x_0}$), оскільки розсіювання електронів, які дають основний внесок в ефект, після дифузійного відпалювання відбувається не на зовнішній поверхні зразка, а на продифундувавших в об'єм плівки домішках на деяку глибину $x_0$ (рис. 1)

$$x_0(t_D) \cong d\left\{1 - \frac{\Gamma(t_D)}{\Gamma(0)}\right\}. \qquad (1)$$

Тут $t_D$ – час дифузійного відпалювання; $\Gamma(0)$ – коефіцієнт поглинання звукової енергії у тонкому шарі металу до дифузійного відпалювання, який був розрахований у роботах [9] та [10] у рамках моделей Фукса та Фальковського відповідно; $\Gamma(t_D)$ – коефіцієнт поглинання звука після дифузійного

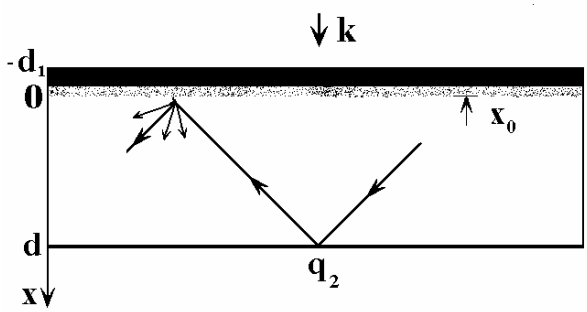


**Рис. 1**. Модель тонкої монокристалічної плівки, на одну з поверхонь, на яку нанесений дифундуючий шар домішок другого металу. Ламаною лінією схематично показано одну з можливих траєкторій носіїв заряду.

відпалювання, який буде розрахований нижче.

У даній роботі проаналізована залежність коефіцієнта поглинання звукової енергії від часу дифузійного відпалювання $t_D$ у тонкій монокристалічній пластині, на одну із поверхонь якої нанесений дифундуючий шар домішок товщиною $d_1$. Будемо вважати, що товщина шару дифузанта $d_1 << d$ товщини зразка, так що величина коефіцієнта поглинання у домішковому шарі $\Gamma_1 << \Gamma$ коефіцієнта затухання звукової енергії у пластині і ним можна знехтувати.

Для того щоб розрахувати коефіцієнт поглинання енергії повздовжньої звукової хвилі, яка розповсюджується по нормалі до поверхні монокристалічного шару металу $\mathbf{k} = (k,\ 0,\ 0)$ [13]

$$\Gamma = \frac{1}{dW}\mathrm{Re}\int_0^d dx\left\langle g^*(\mathbf{p})f(x,\mathbf{p})\right\rangle, \qquad (2)$$

необхідно розв'язати лінеаризоване по малому тензору деформації $u_{ik} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right)$ кінетичне рівняння Больцмана для нерівноважної добавки $-\left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)\Psi(x,\mathbf{p})$ до фермівської функції розподілу $f_0(\varepsilon)$ [14]:

$$v_x\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \left\{\tau^{-1}(x,t_D) + i(\mathbf{kv}-\omega)\right\}\Psi = \Lambda_{ik}(\mathbf{p})\dot{u}_{ik} \equiv g(\mathbf{p}) \ .(3)$$

У формулах (2) і (3) $W = 1/\left(2\rho\ s\left|\dot{\mathbf{u}}(0)\right|^2\right)$ – густина потоку звукової енергії; $\rho$ – густина металу; $\left|\dot{\mathbf{u}}(0)\right|$ - швидкість переміщення атомів металу під дією акустичної хвилі; $\mathbf{k}$, $\omega$ і $s$ – її хвильовий вектор, частота і швидкість; $\Lambda_{ik}(\mathbf{p})$ – відмінність деформаційного потенціалу $\lambda_{ik}$ від його середнього значення на поверхні Фермі, яка описує локальну зміну закону дисперсії електронів у полі звукової хвилі; $e$, $x$, $\mathbf{p}$, $\mathbf{v}$, $\varepsilon$ – заряд, координата, квазіімпульс, швидкість та енергія електрона. Крапка означає частинну похідну по часу, кутовими дужками $\langle ... \rangle$ позначене інтегрування по поверхні Фермі, а знаком "*" - комплексне спряження.

Оскільки вважається, що основним механізмом поглинання звукової енергії є деформаційне поглинання, яке обумовлене перенорміровкою енергії носіїв заряду при деформації зразка [14], то у правій частині кінетичного рівняння (3), не виписується множник $e\mathbf{vE}$, який описує взаємодію носіїв заряду з електричним полем напруженості $\mathbf{E}$, яке виникає у результаті перерозподілу електронів у металі під впливом акустичної хвилі, оскільки врахування електричного поля не змінює порядок величини коефіцієнта затухання [15].

В умовах неоднорідного розподілу домі шків по товщині пластини, характерна частота об'ємних зіткнень носіїв заряду $\tau^{-1}(x,t_D)$ можна записати у вигляді двох множників [2,4]:

$$\tau^{-1}(x,t_D) = \tau_0^{-1} + \tau_1^{-1}(x,t_D), \qquad (4)$$

де $\tau_0^{-1} = \mathrm{const}$ і визначається розсіюванням електронів на фононах і залишкових домішках у зразку до дифузійного відпалювання, $\tau_1^{-1}(x,t_D)$ описує розсіювання носіїв заряду на продифундувавших в об'єм металу атомах дифузанта і дорівнює [1,2]:

$$\tau_1^{-1}(x,t_D) = v_0\sigma_{eff}n_0C_1(x,t_D). \qquad (5)$$

Тут $v_0$ – швидкість електронів на поверхні Фермі, $\sigma_{eff}$ – ефективний переріз розсіювання носіїв заряду на атомах домішок, $n_0$ – концентрація атомів у зразку до дифузійного відпалювання, $C_1(x,t_D)$ – розподіл атомів домішок в об'ємі тонкої плівки.

Якщо допустити, що коефіцієнт об'ємної дифузії сталий $(D_1 = \mathrm{const})$, немає стрибка концентрації на межі поділу $\left(C_1(0,t_D) = C_0 < 1\right)$, то розподіл домішок $C_1(x,t_D)$ в об'ємі зразку має наступний вигляд [16]:

$$C_1(x,t_D) = C_0\mathrm{erfc}\frac{x}{2\sqrt{D_1\ t_D}}. \qquad (6)$$

Загальний розв'язок кінетичного рівняння (3) має вигляд

$$\Psi(x,\mathbf{p}) = F\exp\left\{-\frac{1}{v_x}\int_{x_s}^{x}\frac{dx'}{\tau^*(x',t_D)}\right\} + \frac{1}{v_x}\int_{x_s}^{x}dx'g(\mathbf{p})\exp\left\{-\frac{1}{v_x}\int_{x'}^{x}\frac{dx''}{\tau^*(x'',t_D)}\right\}, \qquad (7)$$

де $\left(\tau^*(x,t_D)\right)^{-1} = \tau^{-1}(x,t_D) + i(\mathbf{kv}-\omega)$, $(x_s = 0,d)$ – координата точки розсіювання електрона на поверхні пластини. Розв'язок (7) містить довільну функцію $F$, яку необхідно визначити за допомогою граничної умови, яка описує характер взаємодії електрона з границями плівки [8,17]:

$$\Psi^{s_i}\left((i-1)d,\mathbf{p}\right) = q_i(\mathbf{p})\Psi^{s_j}\left((i-1)d,\mathbf{p}'\right),\ i \neq j = 1,2. \quad (8)$$

У граничній умові (8) квазіімпульси $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}'$ зв'язані між собою умовами збереження енергії і тангенціальної по відношенню до поверхні зразка компоненти квазіімпульсу, $s_i = \mathrm{sign}\ v_x$ $(s_1 = +, s_2 = -)$ і вказую знак нормальної до меж зразка складової швидкості електронів. Величина $q_i$ визначає ймовірність відбиття електрона із збереженням енергії та тангенціальної по відношенню до поверхні компоненти квазіімпульсу $\mathbf{p}$, і являється параметром задачі у моделі Фукса ($q_i = \mathrm{const}$ [8]), а в моделі Фальковського [11,12] $q_i$ залежить від кута підльоту до поверхні плівки і дорівнює:

$$q_i = 1 - Q_i\frac{v_x}{v_0}, \qquad (9)$$

де $Q_i = \mathrm{const}$ і визначається середнім розміром шорсткостей поверхонь зразка.

Вважається, що поверхня Фермі являє собою сферу радіусом $p_0$, і у граничній умові (8) не виписуються множники, які пов'язані з перенормировкою хімічного потенціалу відбитих електронів [18].

Підставляючи функції $\Psi(x,\mathbf{p})$ у вигляді (7) у граничну умову (8), отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь які дозволяють знайти величину $F$. Знаючи функцію розподілу електронів, можна розрахувати величину $\Gamma(t_D)$.

У результаті розрахунку отримаємо наступний вираз у рамках моделі Фукса, який визначає коефіцієнт поглинання звукової енергії у тонкій плівці з неоднорідно розподіленими домішками в об'ємі зразка:

$$\frac{\Gamma(t_D)}{\Gamma_0}=\frac{kd}{2\operatorname{arctg}\ kl}\operatorname{Re}\int_0^1\frac{dz}{z}G(z), \qquad (10)$$

$$G(z)=J^{(+)}+J^{(-)}+$$
$$+\frac{q_1J_0^{(+)}J_0^{(-)}+q_2J_d^{(+)}J_d^{(-)}+q_1q_2W(0)\left(J_0^{(+)}J_d^{(+)}E^{(-)}+J_0^{(-)}J_d^{(-)}E^{(+)}\right)}{1-q_1q_2E^{(+)}E^{(-)}W^2(0)}, \qquad (11)$$

$$J^{(\pm)}=\int_0^1 dxW_1(x)\int_x^1 dx'W_1^{-1}(|x'|)\exp\left\{-\frac{t}{z}(1\pm i\ kl\ z)(x'-x)\right\}$$

$$J_0^{(\pm)}=\int_0^1 dxW_1(0)W_1^{-1}(|x|)\exp\left\{-\frac{t}{z}(1\pm i\ kl\ z)x\right\},$$

$$J_d^{(\pm)}=\int_0^1 dxW(x)\exp\left\{-\frac{t}{z}(1\pm i\ kl\ z)(1-x)\right\},$$

$$W_1(x)=\exp\left\{-\frac{t}{z}A\left[\operatorname{erfc}\frac{1}{\sqrt{t_V}}-x\ \operatorname{erfc}\frac{x}{\sqrt{t_V}}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\sqrt{\frac{t_1}{\pi}}\left(\exp\left(-\frac{x^2}{t_V}\right)-\exp\left(-\frac{1}{t_V}\right)\right)\right]\right\}, \qquad (12)$$

$$E^{(\pm)}=\exp\left\{-\frac{t}{z}(1\pm i\ kl\ z)\right\},\ t=\frac{d}{l},\ A=n_0\sigma_{eff}lC_0,$$

$$t_V=\frac{4D_l}{d^2}t_D.$$

Тут $\Gamma_0$ – коефіцієнт поглинання звукової енергії в безграничному зразку [14], а величина $W_1(x)$ – визначає імовірність того, що електрон пройде відрізок шляху $[x,1]$ без розсіювання.

У моделі Фальковского коефіцієнт поглинання звукової енергії буде також визначатися формулою (10), у якій необхідно врахувати, що параметр дзеркальності $q_i=1-Q_iz$.

При невеликому часі дифузійного відпалювання $t_D$ ефективна глибина проникнення атомів домішок $\sqrt{D_l\ t_D}<<d$, похідна функції $W_1'(x)$ має максимум при $x=x_0=a_1\sqrt{D_lt_D}$ $\left(W_1''(x_0)=0\right)$ і являється «гострою» функцією у порівнянні з $\exp\{-t\ x/z\}$ [2,4], що дозволяє обчислити інтеграли в (10) асимптотично при $d/\sqrt{D_l\ t_D}>>1$ і отримати наступні вирази для коефіцієнта поглинання звукової енергії у товстій $(d>>l)$ і тонкій $(d<<l)$ пластині (тут і нище, формули які містять параметр $q_i$ визначають затухання звука у моделі Фукса, а формули, в яких міститься параметр $Q_i$ описують затухання амплітуди звукової хвилі у моделі Фальковского):

1. Шар товстий $(d>>l)$:

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0}=1-\frac{kl}{\operatorname{arctg}\ kl}\frac{l}{d-x_0}\left\{\frac{1}{1+k^2l^2}-\frac{2+q_2}{4k^2l^2}\ln\ (1+k^2l^2)\right\}$$
$$\cong\begin{cases}1-\dfrac{l}{4(d-x_0)}\left\{2-q_2-\dfrac{14-q_2}{6}k^2l^2\right\}, & kl<<1,\\ 1+\dfrac{2+q_2}{\pi k(d-x_0)}\ln\ kl, & kl>>1.\end{cases} \qquad (13)$$

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0}=1-\frac{kl}{\operatorname{arctg}\ kl}\frac{l}{d-x_0}\times$$
$$\times\left\{\frac{1}{1+k^2l^2}-\frac{1}{k^2l^2}\ln\ (1+k^2l^2)++\frac{1+Q_2}{2k^2l^2}\left(1-\frac{1}{kl}\operatorname{arctg}\ kl\right)\right\}$$
$$\cong\begin{cases}1-\dfrac{l}{6(d-x_0)}\left[1+Q_2-3\left(1+\dfrac{4}{45}(1+Q_2)\right)k^2l^2\right], & kl<<1,\\ 1+\dfrac{4}{\pi k(d-x_0)}\left(\ln\ kl-\dfrac{3+Q_2}{4}\right), & kl>>1.\end{cases} \qquad (14)$$

2. Шар тонкий $(d<<l)$:

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0}=\begin{cases}\dfrac{1}{2}(1+q_2)\dfrac{(d-x_0)^2}{d\ l}\ln\dfrac{l}{d-x_0}, & kl<<1,\\ \dfrac{kd(1+q_2)}{\pi}\dfrac{(d-x_0)^2}{d^2}\ln\dfrac{l}{d-x_0}, & kl>>1, kd<<1.\end{cases} \qquad (15)$$

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0}=\begin{cases}\dfrac{\pi}{2}\left[\dfrac{2(d-x_0)}{l\ (1+Q_2)}\right]^{1/2}, & kl<<1,\\ kd\left[\dfrac{2\ l}{(1+Q_2)d^2}(d-x_0)\right]^{1/2}, & kl>>1,\ kd<<1.\end{cases} \qquad (16)$$

$$x_0(t_D)=a_1\sqrt{D_lt_D},\ a_1\approx 2\ln^{1/2}\left\{2\sigma_{eff}n_0C_0\sqrt{D_lt_D}\right\}. \qquad (17)$$

У формулах (13)-(16) величина $x_0(t_D)$ визначає ефективне зменшення товщини плівки, тобто характерну глибину проникнення атомів дифузанта в об'єм зразка. Коефіцієнт $a_l$ з одного боку визначається структурними характеристиками плівки, з іншого – $a_l$ залежить від коефіцієнта об'ємної дифузії. Однак при малому часі дифузійного відпалювання величина $a_l$ повільно змінюється зі зміною $D_l$ [1,2] і її наближено можна розглядати як параметр задачі. У цьому випадку коефіцієнт об'ємної дифузії може бути розрахований по наступній формулі:

$$D_l\cong\frac{d^2}{a_l^2t_D}\left\{1-\frac{\Gamma(t_D)}{\Gamma(0)}\right\}^2. \qquad (18)$$

Отримані наближені вирази для коефіцієнта

поглинання звукової енергії (13)-(16) дозволяють виразити ефективну глибину проникнення атомів домішок в об'єм плівки через його зміну $\Delta\Gamma = \Gamma(0) - \Gamma(t_D)$ та інші параметри задачі. Так, зокрема, при виконанні нерівності $(kd << 1)$, ефективна глибина проникнення атомів домішкам у рамках моделей Фукса и Фальковского відповідно дорівнює (для простоти вважається, що межі плівки дифузним чином розсіюють електрони, тобто $q_i = 0,\ Q_i = 1$):

1. Шар товстий $(d >> l)$:

$$x_0 = d\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0}\frac{t\ \ \mathrm{arctg}\ \ kl}{kl}\left\{\frac{1}{1+k^2l^2} - \frac{1}{2k^2l^2}\ln\left(1+k^2l^2\right)\right\}^{-1} \cong$$

$$\cong d\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0}\begin{cases} 2t\left(1+\frac{7}{6}k^2l^2\right),\ kl << 1, \\ \frac{\pi\ \ kd}{2}(1+\ln kl),\ kl >> 1. \end{cases} \quad (19)$$

$$x_0 = d\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0}\frac{t\ \ \mathrm{arctg}\ \ kl}{kl}\times$$

$$\times\left\{\frac{1}{1+k^2l^2} - \frac{1}{2k^2l^2}\ln\left(1+k^2l^2\right) + \frac{1}{k^2l^2}\left(1-\frac{\mathrm{arctg}\ \ kl}{kl}\right)\right\}^{-1} \cong$$

$$\cong d\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0}\begin{cases} 3t\left(1+\frac{53}{30}k^2l^2\right),\ kl << 1, \\ kd\pi\left(1+\ln kl + \frac{\pi}{4kl}\right),\ kl >> 1. \end{cases} \quad (20)$$

2. Шар тонкий $(d << l)$:

$$x_0 = d\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0}\begin{cases} \left(t\ln\frac{1}{t}\right)^{-1},\ kl << 1, \\ \frac{\pi}{2kd}\ln^{-1}\frac{1}{t},\ kl >> 1. \end{cases} \quad (21)$$

$$x_0 = d\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0}\begin{cases} \frac{4}{\pi}t^{-1/2},\ kl << 1, \\ \frac{2t^{1/2}}{kd},\ kl >> 1. \end{cases} \quad (22)$$

В області сильної просторової дисперсії $(kl >> 1,\ kd >> 1)$ носії заряду рухаються в неоднорідному полі акустичної хвилі і внаслідок обмеження зразка по товщині, коефіцієнт поглинання звука стає осцилюючою функцією товщини шару плівки

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 + \frac{2\ \ (1+q_2)}{\pi\ \ k}\frac{\left(1-\cos\ \ k(d-x_0)\right)}{(d-x_0)}\ln\frac{1}{d-x_0}, \quad (23)$$

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 + \frac{2}{k}\frac{\left(1-\cos\ \ k(d-x_0)\right)}{(d-x_0)}\left\{\frac{2\ \ 1}{(1+Q_2)(d-x_0)}\right\}^{1/2}, \quad (24)$$

яка досягає максимального значення, якщо на товщині $d - x_0$ укладається непарне число напівхвиль $\lambda/2$, тобто $d - x_0 = (2n+1)\lambda/2$, $n = 0, 1, 2...$.

При більшому часі дифузійного відпалювання, так що $\sqrt{D_l\ \ t_D} < d$, можна скористатись наближенням середньої концентрації [19], при якому вважається, що концентрація дифузанта не залежить від координати і дорівнює:

$$\overline{C}_l(t_D) = \frac{1}{d}\int_0^d dx C_l(x, t_D) = C_0 \times$$

$$\times\left\{\mathrm{erfc}\frac{d}{2\sqrt{D_l\ \ t_D}} + \frac{2}{d}\sqrt{\frac{D_l\ \ t_D}{\pi}}\left(1-\exp\left(-\frac{d^2}{4D_l\ \ t_D}\right)\right)\right\}. \quad (25)$$

Це спрощення дозволяє провести інтегрування по координаті $x$ у формулі (10) і отримати наступні вирази для коефіцієнта поглинання звукової енергії у рамках моделей Фукса і Фальковского $(q_i = 1 - Q_i z)$ відповідно:

$$\frac{\overline{\Gamma}(t_D)}{\Gamma_0} = \frac{\mathrm{arctg}\ \ k\bar{l}(t_D)}{\mathrm{arctg}\ \ kl}\times$$

$$\times\left\{1 - \frac{k\bar{l}(t_D)}{\bar{t}\ \ \mathrm{arctg}\ \ k\bar{l}(t_D)}\int_0^1 dz\ \ z\ \ \overline{G}(z)\right\}, \quad (26)$$

$$\overline{G}(z) = \frac{2(1-q_1q_2)k\overline{l}\ (t_D)z\sin kd\overline{E} + \overline{B}_- - \left(k\overline{l}\ (t_D)x\right)^2\overline{B}_+}{\left(1+\left(k\overline{l}\ (t_D)z\right)^2\right)^2\left(1-q_1q_2\overline{E}^2\right)}, \quad (27)$$

$$\overline{B}_\pm = 1 \pm 0.5(q_1+q_2) - (1\pm q_1)(1\pm q_2)\cos kd\ \overline{E} + \left(q_1q_2 \pm 0.5(q_1+q_2)\right)\overline{E}^2,$$

$$\overline{E} = \exp\left\{-\frac{\bar{t}}{z}\right\},\ \bar{t} = \frac{d}{\bar{l}},$$

$$\bar{l}(t_D) = \frac{1}{1 + l\sigma_{eff}n_0\overline{C}_l(t_D)} \quad (28)$$

- ефективна довжина вільного пробігу носіїв заряду у тонкому шарі металу після дифузійного відпалювання.

Формулу (26) можна спростити для граничних випадків товстих $(d >> \bar{l})$ і тонких $(d << \bar{l})$ шарів металу:

1. Шар тонкий $(d >> \bar{l})$:

$$\frac{\overline{\Gamma}}{\Gamma_0} = \frac{\mathrm{arctg}\ \ k\bar{l}}{\mathrm{arctg}\ \ kl}\left\{1 - \frac{k\ \ \bar{l}\ \ \bar{l}}{\mathrm{arctg}\ \ k\ \ \bar{l}\ d}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{1}{1+k^2\bar{l}^2} - \frac{2+q_1+q_2}{4k^2\bar{l}^2}\ln\ \ (1+k^2\bar{l}^2)\right]\right\} \cong$$

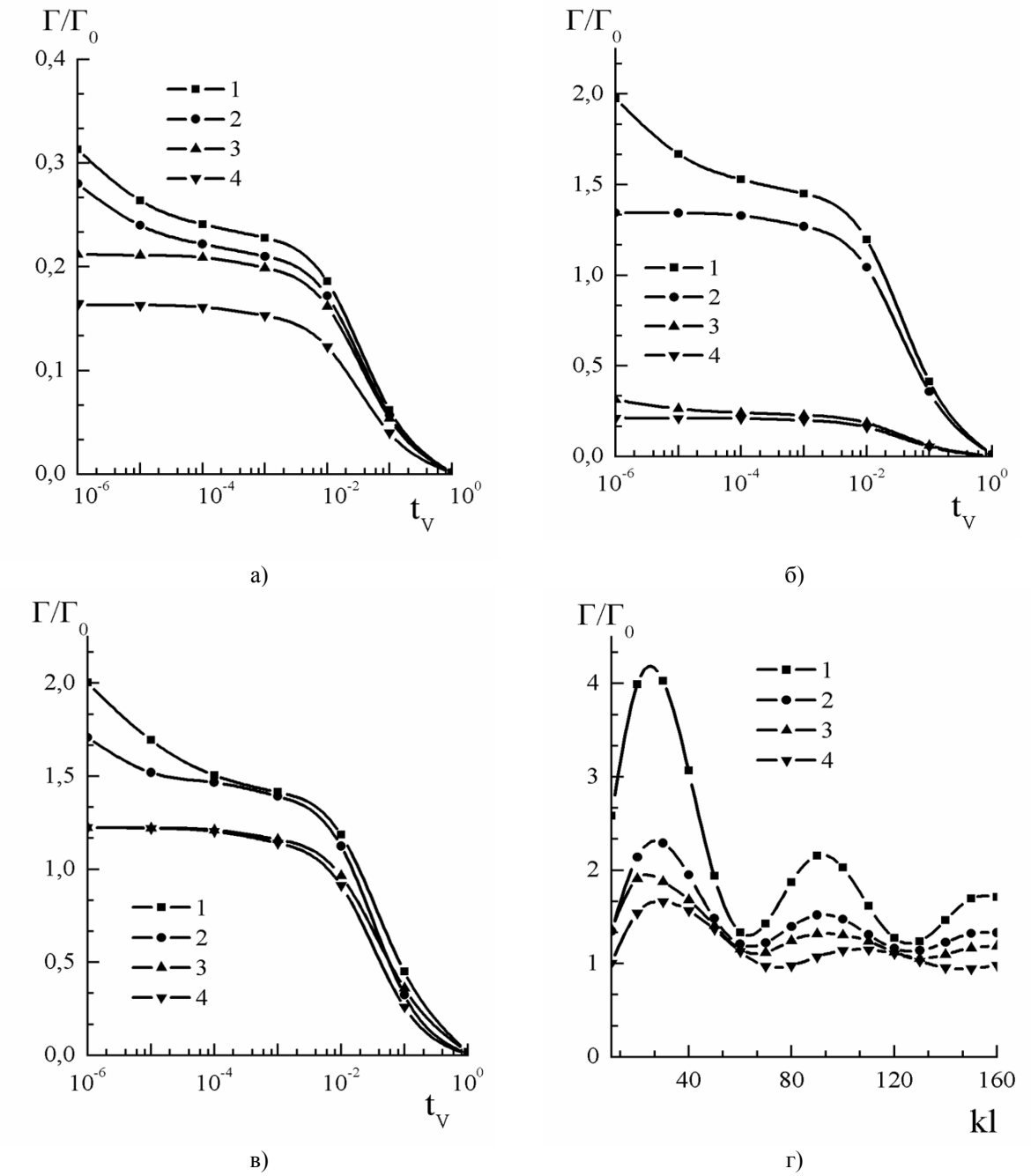


**Рис. 2.** Залежність коефіцієнта поглинання звукової енергії в тонкому монокристалічному шарі металу від часу дифузійного відпалу $t_V = \frac{4D}{d^2} t_D$ (а-в) и параметру $kl$ (г) при різних значеннях параметрів, які характеризують плівку. а) $t = 0{,}1$, $kl = 0{,}1$, $A = 1500$: 1 – $Q_1 = 1{,}0$, $Q_2 = 0{,}5$; 2 – $Q_1 = Q_2 = 1{,}0$; 3 – $q_1 = 0{,}0$, $q_2 = 0{,}5$; 4 – $q_1 = q_2 = 0$. б) $q_2 = Q_2 = 0{,}5$, $t = 0{,}1$, $A = 1500$: 1 – $Q_1 = 1{,}0$, $kl = 10$; 2 – $q_1 = 0$, $kl = 10$; 3 – $Q_1 = 1{,}0$, $kl = 0{,}1$; 4 – $q_1 = 0$, $kl = 0{,}1$. в) $t = 0{,}1$, $kl = 10$: 1 – $Q_1 = 1{,}0$, $Q_2 = 0{,}7$, $A = 1000$; 2 – $Q_1 = 1{,}0$, $Q_2 = 0{,}7$, $A = 3000$; 3 – $q_1 = 0{,}0$, $q_2 = 0{,}3$, $A = 1000$; 4 – $q_1 = 0{,}0$, $q_2 = 0{,}3$, $A = 3000$. г) $Q_2 = q_2 = 0{,}5$, $t = 0{,}1$, $A = 1500$: 1 – $Q_1 = 1{,}0$, $t_V = 0$; 2 – $q_1 = 0{,}0$, $t_V = 0$; 3 – $Q_1 = 1{,}0$, $t_V = 10^{-3}$; 4 – $q_1 = 0{,}0$, $t_V = 10^{-2}$.

$$\cong \begin{cases} \frac{\bar{l}}{l}\left[1 - \frac{\bar{l}}{4d}\left(2 - q_1 - q_2 - \frac{14 - q_1 - q_2}{6} k^2 \bar{l}^2\right)\right], & k\bar{l} << 1, \\ 1 + \frac{2 + q_1 + q_2}{\pi k d} \ln \; k\bar{l}, & k\bar{l} >> 1. \end{cases} \tag{29}$$

$$\frac{\bar{\Gamma}}{\Gamma_0} = \frac{\operatorname{arctg} \; k\bar{l}(t_D)}{\operatorname{arctg} \; kl}\left\{1 - \frac{k\bar{l}}{\operatorname{arctg} \; k\bar{l}} \frac{\bar{l}}{d} \times \right.$$
$$\left. \times \left[\frac{1}{1 + k^2 \bar{l}^2} - \frac{\ln \; (1 + k^2 \bar{l}^2)}{k^2 \bar{l}^2} + \frac{Q_1 + Q_2}{2k^2 \bar{l}^2}\left(1 - \frac{\operatorname{arctg} \; k\bar{l}}{k\bar{l}}\right)\right]\right\}$$

$$\cong \begin{cases} \frac{\bar{l}}{l}\left[1-\frac{\bar{l}}{6\ d}\left(Q_1+Q_2-3\left(1+\frac{4(Q_1+Q_2)}{45}\right)k^2\bar{l}^2\right)\right], k\bar{l} << 1, \\ 1+\frac{4}{\pi kd}\left(\ln\ k\bar{l}-\frac{1}{4}(2+Q_1+Q_2)\right),\ k\bar{l} >> 1. \end{cases} \quad (30)$$

2. Шар тонкий $\left(d << \bar{l}\right)$:

$$\frac{\bar{\Gamma}}{\Gamma_0}=\frac{1}{2}\frac{(1+q_1)(1+q_2)}{1-q_1q_2}\ln\frac{\bar{l}}{d}\begin{cases} \frac{d}{\bar{l}},\ k\bar{l} << 1, \\ \frac{2kd}{\pi},\ k\bar{l} >> 1,\ kd << 1. \end{cases} \quad (31)$$

$$\frac{\bar{\Gamma}}{\Gamma_0}=\begin{cases} \frac{\pi}{2}\left(\frac{2d}{\bar{l}\ (Q_1+Q_2)}\right)^{1/2},\ k\bar{l} << 1, \\ kd\ \left(\frac{2\bar{l}}{(Q_1+Q_2)d}\right)^{1/2},\ k\bar{l} >> 1,\ kd << 1. \end{cases} \quad (32)$$

$$\frac{\bar{\Gamma}}{\Gamma_0}=1+\frac{2\ (1+q_1)(1+q_2)}{1-q_1q_2}\frac{(1-\cos\ kd)}{\pi\ kd}\ln\frac{\bar{l}}{d},\ kd >> 1, \quad (33)$$

$$\frac{\bar{\Gamma}}{\Gamma_0}=1+\frac{2(1-\cos\ kd)}{kd}\left\{\frac{2\ \bar{l}}{d(Q_1+Q_2)}\right\}^{1/2},\ kd >> 1. \quad (34)$$

При більшому часі дифузійного відпалювання $\sqrt{D_l\ t_D} \sim d$ залежність $\Gamma$ від коефіцієнта об'ємної дифузії $D_l$ являється більш складною і для описання експериментальних даних необхідно використовувати точну формулу (10).

Криві, наведені на рис. 2, а-г отримані числовим розрахунком по формулі (10) і ілюструють залежність коефіцієнта затухання звукової енергії в зразку від часу дифузійного відпалювання $t_V$ (рис. 2, а-в) та параметру $kl$ (рис. 2, г), при різних значеннях параметрів, які характеризують зразок.

Таким чином, наявність дифундуючого шару домішок на одній із поверхонь тонкого шару металу суттєво впливає на величину коефіцієнта поглинання поздовжньої звукової хвилі. При невеликому часі дифузійного відпалювання, коли ефективний глибина проникнення в об'єм зразка значно менше товщини плівки $\left(\sqrt{D_l t_D} << d\right)$, в плівці виникають розмірні ефекти, які визначаються товщиною „чистої" області $d-x_0$, де $x_0-$ ефективне зменшення товщини плівки. Досліджуючи зміну коефіцієнта поглинання звукової енергії у результаті дифузійного відпалювання і використовуючи співвідношення (19)-(22) можна визначити величину $x_0$ і, відповідно, по формулі (18) оцінити коефіцієнт об'ємної дифузії. Якщо ж $\sqrt{D_l t_D} < d$, то для аналізу зміни коефіцієнта затухання звука можна скористатися наближенням середньої концентрації. У цьому випадку відносно простий зв'язок між $\Gamma(t_D)$ та $\bar{l}(t_D)$ також дозволяє отримати інформацію про коефіцієнт об'ємної дифузії.

Таким чином, експериментальне дослідження коефіцієнта поглинання звукової енергії у тонкій монокристалічній плівці при дифузії в її об'єм домішкових атомів іншого металу дозволяє не лише дослідити сам процес дифузії, а й визначити ефективну глибину проникнення в об'єм зразка атомів дифузанта і, відповідно, оцінити коефіцієнт об'ємної дифузії.


[1] С.В. Гуденко, И.П. Крылов. Радиочастотный размерный эффект при рассеянии электронов на границе диффузионного слоя примесей // *Письма в ЖЭТФ,* **28**(4), сс. 243-246 (1978).

[2] С.В. Гуденко, И.П. Крылов. Радиочастотный размерный эффект при диффузии примесей // *ЖЭТФ,* **86**(6), сс. 2304-2316 (1984).

[3] В.Ф. Коваль, В.И. Ватаманюк, Ю.С. Остроухов, О.А. Панченко. Влияние диффузии атомов алюминия на магнетосопротивление тонких пластин молибдена // *ФНТ,* **12**(8), сс. 880-882 (1986).

[4] Ю.А. Колесниченко. Влияние диффундирующего слоя примесей на электропроводность тонких металлических пластин // *ФНТ,* **11**(11), сс. 1165-1171 (1985).

[5] Ю.А. Колесниченко. Влияние диффузионного слоя примесей на высокочастотные свойства тонких пластин // *ФНТ,* **12**(6), сс. 632–635 (1986).

[6] Л.В. Дехтярук, Ю.А. Колесниченко. Влияние взаимной диффузии на электропроводность двухслойных металлических пластин // *ФММ,* **75**(5), сс. 21-30 (1993).

[7] L.V. Dekhtyaruk, Yu.A. Kolesnichenko, V.G. Peschansky. Kinetic phenomena in metallic multilayers // *Physics Reviews,* **20**(4), pp. 3-113 (2004).

[8] K. Fuchs. The conductivity of thin metallic films according to the electron theory of metals // *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **34**(A1), pp. 100-108 (1938).

[9] Л.В. Дехтярук. Размерный осцилляционный акустоэлектронный эффект в металлах // *Металлофиз. новейшие технол.,* **24**(3), сс. 297-312 (2002).

[10] Л.В. Дехтярук. Осцилляционная зависимость коэффициента затухания звука в тонких слоях металла // *Известия ВУЗ. Физика,* **46**(9), сс. 19-25 (2003).

[11] Л.А. Фальковский. Кинетические явления у поверхности металла // *Поверхность. Физика, химия, механика,* **7**, сс. 13-25 (1982).

[12] C.A. Falkovsky. Transport phenomena of metal surface // *Adv. Phys.,* **32**(5), pp. 753-789 (1983).
[13] В.М. Гохфельд, О.В. Кириченко, В.Г. Песчанский. Размерные акустоэлектронные эффекты в металлах // *ФНТ,* **19**(1), сс. 3-32 (1993).
[14] А.И. Ахиезер, М.И. Каганов, Г.Я. Любарский. О поглощении ультразвука в металлах // *ЖЭТФ,* **32**(4), сс. 837-841 (1957).
[15] В.Л. Гуревич, С.Г. Ланг, С.Т. Павлов. Об индукционном и деформационном поглощении звука в проводниках // *ЖЭТФ,* **50**(5), сс.1679 -1693 (1970).
[16] А.И. Райченко. *Математическая теория диффузии в приложениях.* Наукова думка, Киев, 396 с. (1981).
[17] M.S.P.Lucas. Electrical conductivity of thin metallic films with unlike surfaces // *J. Appl. Phys.,* **36**(5), pp. 1632-1635 (1965).
[18] В.Г. Песчанский, М.Я. Азбель. Магнетосопротивление полуметаллов // *ЖЭТФ,* **55**(5), сс. 1980-1996 (1968).
[19] *Тонкие пленки. Взаимная диффузия и реакции.* Под ред. Дж. Поута, К.Ту, Дж. Мейера. Мир, Москва, 576 с. (1982).

L.V. Dekhtyaruk

# The Influence of Diffusing Impurities on Oscillatory Dependence of Absorption Coefficient of Acoustic Energy in Thin Films

*Sumy State University, R.- Corsakova, 2, 40007 Sumy, Ukraine*
*E-mail: dekhtyaruk@mail.ru*

The diffusion-annealing-time dependence of the absorption coefficient of longitudinal sound waves, $\Gamma(t_D)$, in a thin single-crystal plate capped with the ultra-thin layer of diffusing impurities was analyzed theoretically within the Fuchs and Falkovsky models. We demonstrate that changes in the absorption coefficient caused by the diffusion annealing provide the possibility to study the diffusion process, i.e. we may obtain the effective penetration depth of impurity atoms and estimate the bulk diffusion coefficient.