ФІЗИКА І ХІМІЯ ТВЕРДОГО ТІЛА
Т. 8, № 2 (2007) С. 392-396

PHYSICS AND CHEMISTRY OF SOLID STATE
V. 8, № 2 (2007) P. 392-396

УДК 548; 539.216; 621.36:004.94

ISSN 1729-4428

Р.Г. Черкез

Особливості ФГМ для проникних генераторних термоелементів

Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича, Чернівці, Україна

Представлені результати теоретичних досліджень по використанню неоднорідних матеріалів (ФГМ) для проникних термоелементів. Описано методи їх комп'ютерного проектування з метою досягнення максимального ККД перетворення енергії. Для матеріалів на основі телуриду вісмуту приведені оптимальні розподіли неоднорідності проникного термоелемента у вигляді залежностей коефіцієнту термоерс, електропровідності та теплопровідності вздовж висоти вітки для випадку, коли температура теплоносія на вході 600К, а температура холодних спаїв термоелемента 300К. Показано, що використання ФГМ в проникних термоелементах дозволяє підвищити ККД по відношенню до класичних термоелементів з монолітних матеріалів у 1,3-1,6 рази для матеріалів на основі телуриду вісмуту.

Стаття поступила до редакції 07.06.2006; прийнята до друку15.03.2006.

Вступ

Дослідження направлені на підвищення ефективності перетворення енергії є актуальними, оскільки можливості подальшого розширення практичного застосування термоелектрики в першу чергу залежать від їх коефіцієнта корисної дії. Основними шляхами підвищення ефективності перетворення енергії в термоелектриці прийнято вважати підвищення добротності термоелектричних матеріалів Z і зниження втрат теплової енергії в пристроях підведення тепла до термоелектричних перетворювачів і відводу тепла від них у навколишнє середовище.

Домінуючі методи підвищення добротності термоелектричних матеріалів були сформульовані ще А.Ф. Іоффе в середині минулого століття [1]. Ці методи були застосовані до ряду матеріалів, що дало істотне зростання добротності і, відповідно, сприяло широкому застосуванню термоелектрики. Проте в останнє десятиліття, незважаючи на численні дослідження, подальше зростання добротності термоелектричних матеріалів незначне. Виникли необхідності пошуку інших шляхів підвищення ефективності перетворення енергії.

До таких напрямків відноситься використання об'ємних термоелектричних ефектів, що реалізуються в неоднорідних матеріалах та використання таких умов теплообміну, в яких тепло підводиться або відводиться не тільки через поверхні гарячих і холодних спаїв, а й через внутрішні поверхні віток термоелементів. До останніх відносяться проникні термоелементи [2,3], у яких уздовж висоти віток є канали (пори) для прокачування теплоносія. Керуючи умовами теплообміну (швидкістю теплоносія, інтенсивністю теплообміну), можна впливати на об'ємний розподіл джерел (стоків) тепла у вітках проникного термоелемента.

Одним з перших на можливість підвищення ефективності термоелектричного перетворення енергії шляхом застосування проникних термоелементів було вказано в авторських свідоцтвах Зоріна І.В. [4,5]. Послідовне дослідження термоелементів із проникними вітками проведено в Україні [6-10]. В інституті термоелектрики на основі математичної теорії оптимального керування розроблені ефективні методи проектування термоелектричних матеріалів і пристроїв на їх основі [7,9-10], що свідчить про перспективність їх застосування.

Таким чином, метою роботи є проектування неоднорідних термоелектричних матеріалів та теоретичне дослідження можливостей підвищення ефективності перетворення енергії шляхом використання таких матеріалів в проникних термоелементах для режиму генерації електричної енергії.

I. Постановка задачі

Фізична модель проникного термоелемента, що працює в режимі генерації електричної енергії приведена на рис. 1. Вона містить вітки *n*- і *p*- типів провідності, властивості матеріалу яких змінюються

.

Рис. 1. Фізична модель проникного генераторного термоелемента.

з координатою x внаслідок залежності термоелектричних властивостей матеріалу від температури $T(x)$ і від неоднорідності розподілу концентрації носіїв струму в матеріалі $\xi(x)$. Температура, яка підводиться до термоелемента теплоносія, дорівнює T_m, температура холодних спаїв термоелемента T_c. У моделі враховується також наявність контактних опорів r_0 у місцях контакту комутаційних пластин з вітками термоелемента. Теплоносій прокачується від гарячих спаїв до холодних. Тепло G від теплоносія передається матеріалу термоелемента шляхом теплообміну з внутрішньою поверхнею каналів віток. Бічні поверхні віток адіабатично ізольовані.

Стаціонарний одномірний розподіл температур $T(x)$ і теплових потоків $q(x)$, теплоносії $t(x)$ у вітках знайдемо з рішення системи диференціальних рівнянь

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dT}{d\mathrm{x}} = -\frac{\alpha\ j}{\kappa}\ T - \frac{j}{\kappa} q, \\ &\frac{dq}{d\mathrm{x}} = \frac{\alpha^2 j}{\kappa} T + \frac{\alpha\ j}{\kappa} q + j\rho + \frac{\alpha_e l}{\left(S - S_K\right) j}\left(t - T\right), \\ &\frac{dt}{d\mathrm{x}} = \frac{\alpha_e}{Gc_P}\left(t - T\right). \end{aligned}\right\}_{n,p} \qquad (1)$$

де $\alpha_{n,p} = \alpha_{n,p}(T(\mathrm{x}), \xi_{n,p}(\mathrm{x}))$, $\kappa_{n,p} = \kappa_{n,p}(T(\mathrm{x}), \xi_{n,p}(\mathrm{x}))$, $\rho_{n,p} = \rho_{n,p}(T(\mathrm{x}), \xi_{n,p}(\mathrm{x}))$ – коефіцієнти термоЕРС, теплопровідності і питомий електричний опір матеріалу вітки n і p – типів залежать від розподілу концентрації носіїв струму $\xi_{n,p}(\mathrm{x})$ і температури $T(\mathrm{x})$; $\mathrm{x} = \frac{x}{l}$ – безрозмірна координата; α_e – ефективний коефіцієнт тепловіддачі, α_T – коефіцієнт тепловіддачі, Π_K^1 – периметр каналу, N_K – число каналів, l – висота віток термоелемента; S_K – площа перетину всіх каналів; S – перетин вітки разом з каналами; t – температура теплоносія в точці x; T – температура вітки в точці x; $j = il$; j – густина струму, c_p – теплоємність теплоносія.

Основною задачею є знаходження таких узгоджених оптимальних розподілів концентрації носіїв струму в матеріалі віток $\xi_{n,p}(\mathrm{x})$, витрати теплоносія G і густини струму j, при яких досягається максимальний коефіцієнт корисної дії для заданих температур холодних спаїв T_C, теплоносія T_m і за умови теплової ізоляції гарячих спаїв. Тоді граничні умови для системи диференціальних рівнянь (1) мають вид

$$\begin{aligned} &T_{n,p}\left(0\right) = T_{\mathrm{C}},\quad t_{n,p}\left(1\right) = T_m, \\ &q_n\left(1\right) + q_p\left(1\right) = 0,\quad T_n\left(1\right) = T_p\left(1\right) \end{aligned} \qquad (2)$$

Задачу досягнення максимуму ККД

$$\eta = \frac{W}{Q_p}, \qquad (3)$$

де $W = \sum_{n,p}\left\{Gc_P\left(T_m - t(0)\right) + \left(q(0) + j\frac{r_0}{l}\right)\frac{j\left(S - S_K\right)}{l}\right\}$ – електрична потужність, яка генерується термоелементом; $Q_p = \sum_{n,p} Gc_p\left(T_m - T_C\right)$ – наявна теплова енергія теплоносія; r_0 -контактний опір.

II. Метод розв'язку задачі

Поставлена задача відноситься до класу задач оптимального керування для систем з параметрами і з функціоналом у вигляді функції від значень фазових координат. Для її розв'язку зручно скористатись принципом максимуму Понтрягіна [11], що дає необхідні умови оптимальності.

Знаходження максимуму ККД зручно звести до мінімуму функціоналу J

$$J = \ln[\sum_{n,p}\left\{Gc_P\left(T_m - T_C\right)\right\}] - \ln[\sum_{n,p}\left\{Gc_P\left(T_m - t(0)\right) + \left(q(0) + j\frac{r_0}{l}\right)\frac{j\left(S - S_K\right)}{l}\right\}]. \qquad (4)$$

Тоді необхідні умови оптимальності даються співвідношеннями:

1. Густина струму повинна задовольняти співвідношенню

$$-\frac{\partial J}{\partial j} + \sum_{n,p}\int_0^1 \frac{\partial H\ (\psi, T, q, t, j, G)}{\partial j} d\mathrm{x} = 0\ . \qquad (5)$$

2. Витрати теплоносія в каналах повинна задовольняти рівнянню

$$-\frac{\partial J}{\partial G}+\sum_{n,p}\int_0^1\frac{\partial H(\psi,T,q,t,j,G)}{\partial G}d\mathrm{x}=0\ . \quad (6)$$

3. Значення оптимальних концентрацій носіїв для матеріалів віток $\xi_{n,p}$ повинні задовольняти умовам

для випадку пошуку оптимально однорідних матеріалів

$$\begin{aligned}&-\frac{\partial J}{\partial \xi_n}+\int_0^1\frac{\partial H_n(\psi,T,q,t,j,G)}{\partial \xi_n}d\mathrm{x}=0,\\&-\frac{\partial J}{\partial \xi_p}+\int_0^1\frac{\partial H_p(\psi,T,q,t,j,G)}{\partial \xi_p}d\mathrm{x}=0.\end{aligned} \quad (7)$$

для випадку пошуку функції неоднорідності матеріалів віток $\xi_{n,p}(\mathrm{x})$

$$\begin{aligned}&H^*_{n,p}(T(x),q(x),t(x),(x),j,G)=\\&=\max_{\xi_{n,p}\in U_\xi}H_{n,p}(T(x),q(x),t(x),\psi(x),\xi,j,G)\end{aligned} \quad (8)$$

У (5)-(8) H - функція Гамільтона, що має вид $H_{n,p}=\left(\psi_1 f_1+\psi_2 f_2+\psi_3 f_3\right)_{n,p}$, $(f_1,f_2,f_3)_{n,p}$ – праві частини системи диференціальних рівнянь (1), $\psi=(\psi_1,\psi_2,\psi_3)_{n,p}$ – вектор імпульсів, що визначається з рішення допоміжної системи диференціальних рівнянь, канонічно сполучених системі (1)

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d\psi_1}{d\mathrm{x}}=\frac{\alpha\ j}{\kappa}R_1\psi_1-\left(\frac{\alpha\ j}{\kappa}R_2-\frac{\alpha_e l}{(S-S_K)j}\right)\psi_2+\frac{\alpha_e}{Gc_P}\psi_3,\\&\frac{d\psi_2}{d\mathrm{x}}=\frac{j}{\kappa}\psi_1-\frac{\alpha\ j}{\kappa}\psi_2,\\&\frac{dt}{d\mathrm{x}}=-\frac{\alpha_e l}{(S-S_K)j}\psi_2-\frac{\alpha_e}{Gc_P}\psi_3,\end{aligned}\right\}_{n,p} \quad (9)$$

де

$$\left.\begin{aligned}&R_1=1+\frac{d\ln\alpha}{dT}T-\frac{d\ln\kappa}{dT}\left(T+\frac{q}{\alpha}\right),\\&R_2=R_1+\frac{1}{Z_K}\frac{d\ln\sigma}{dT}+\frac{d\ln\kappa}{dT}\left(T+\frac{q}{\alpha}\right)\end{aligned}\right\}_{n.p}$$

з граничними умовами

$$\psi_1^n(1)+\psi_1^p(1)=0,\qquad \psi_2^n(1)=\psi_2^p(1),$$

$$\psi_2^{n,p}(0)=-\frac{\dfrac{j(S-S_K)}{l}}{\sum_{n,p}\left\{Gc_P\left(T_m-t(0)\right)+\left(q(0)+j\frac{r_0}{l}\right)\frac{j(S-S_K)}{l}\right\}}, \quad (10)$$

$$\psi_3^{n,p}(0)=\frac{Gc_P}{\sum_{n,p}\left\{Gc_P\left(T_m-t(0)\right)+\left(q(0)+j\frac{r_0}{l}\right)\frac{j(S-S_K)}{l}\right\}}.$$

Для знаходження рішення задачі доцільно використовувати чисельні методи з реалізацію їх засобами комп'ютерного проектування. На основі системи рівнянь (1), (2), (5)-(9), (10) розроблена комп'ютерна програма для визначення розподілу концентрації носіїв струму $\xi_{n,p}(\mathrm{x})$, витрати теплоносія G та густини струму j, при яких коефіцієнт корисної дії проникного генераторного термоелемента буде максимальним.

III. Результати розрахунку та їх обговорення

Представимо результати застосувань описаного методу для розрахунку проникного термоелемента з висотою віток 1см, площею поперечного перерізу $S\text{-}S_K = 1\text{см}^2$ для інтервалу температур 300-500 К при температурі холодних спаїв $T_C = 300$К; матеріали віток – тверді розчини $Bi_2(TeSe)_3$ n-типи провідності і $(BiSb)_2Te_3$ для вітки p-типу провідності.

Приклад оптимального розподілу властивостей матеріалу віток n- і p- типу для випадку, коли температура теплоносія на вході в термоелемент $T_m = 600$К, приведений на рис. 2. Такі залежності властивості матеріалу необхідно реалізувати в неоднорідних матеріалах для проникних генераторних термоелементах, що будуть працювати в даному температурному режимі та володіти максимальним ККД. В такому випадку, створюються ситуація при якій в матеріалі віток найкращим чином реалізується розподіл ефекту Томсона та об'ємного ефекту Пельтьє.

Рис. 2. Оптимальний розподіл параметрів проникного термоелемента вздовж висоти вітки *l*. Індекс n - матеріалу $Bi_2(TeSe)_3$ n-типу, p - для матеріалу $(BiSb)_2Te_3$ p-типу; ξ – оптимальна концентрація носіїв струму; α, σ, κ – оптимальні коефіцієнти термоЕРС, електропровідності і теплопровідності; температура теплоносія на вході – 600К; температура холодних спаїв термоелемента – 300 К; ефективний коефіцієнт теплообміну – 0,3 Вт/К.

Результати розрахунків максимального ККД проникного генераторного термоелемента приведені на рис. 3. На рисунку дано ріст ККД на основі неоднорідних матеріалів (FGM) по відношенню до однорідних виконаних за класичною схемою термоелемента від ефективного коефіцієнта теплообміну. Видно, що при малих значеннях інтенсивності теплообміну ($\alpha_e \approx 0{,}1 \div 0{,}2$) величина η_{FGM} зі зростанням коефіцієнта теплообміну також різко зростає. Це природно, оскільки при збільшенні α_e в цьому інтервалі зростає величина теплового потоку, що віддається теплоносієм термоелементу. При ($\alpha_e > 0{,}3$) настає насичення росту ККД. У цьому інтервалі значень коефіцієнта теплообміну основна

частина теплової енергії теплоносія передається до віток. Тому ефективний коефіцієнт теплообміну, що рекомендується знаходиться в інтервалі 0,3 ÷ 0,6 Вт/К, а значення максимального ККД досягає 4%.

Становить інтерес дослідити, на скількох зростає ККД проникних термоелементів при використанні функціонально-градієнтних матеріалів. Для цього необхідно провести порівняння отриманих результатів із ККД проникного термоелемента, виготовленого з однорідного матеріалу. Розроблені методи комп'ютерного проектування дозволяють, як нульове наближення, одержати значення ККД для проникного термоелемента з однорідного матеріалу

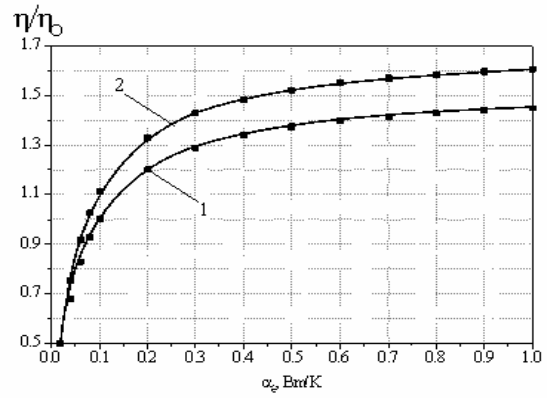

Рис. 3. Залежності росту ККД η проникного генераторного термоелемента від ефективного коефіцієнта теплообміну α_e. Температура теплоносія на вході в термоелемент – 600К; температура холодних спаїв термоелемента – 300К; 1 – відношення η_{HOM}/η_O; 2 – відношення η_{FGM}/η_O. η_{FGM} – оптимально неоднорідний матеріал віток; η_{HOM} – оптимально однорідний матеріал; η_O – непроникний термоелемент.

при врахуванні температурної залежності властивостей матеріалу і вибору такої величини концентрації носіїв струму, при якій досягається найкраще значення ККД у заданому інтервалі температур. Для цього ж випадку однорідної речовини визначаються й оптимальні значення густини струму j, а також витрати G, що забезпечують максимальні значення ККД. Результати розрахунків росту ККД також приведені на рис. 3. З рисунка видно, що залежності ККД при використанні однорідного матеріалу подібні залежностям для функціонально-градієнтного матеріалу. Однак, як і слід очікувати, значення ККД при використанні функціонально-градієнтного матеріалу більше ніж при використанні однорідного матеріалу.

Порівняння показує, що зростання ККД при використанні проникних однорідних матеріалів у порівнянні з непроникними досягає 1,45, а в порівнянні з проникними з функціонально-градієнтних матеріалів у 1,6 раз.

Висновки

1. Представлено методи визначення оптимальних функцій неоднорідності матеріалу і параметрів проникного термоелемента в режимі генерації електричної енергії, при яких щонайкраще реалізуються об'ємні термоелектричні ефекти і розподіл внутрішнього теплообміну.

2. В режимі генерації електричної енергії ККД проникних неоднорідних термоелементів перевищує ККД класичних термоелементів з монолітних матеріалів у 1,3 – 1,6 рази для матеріалів на основі Bi-Te.

3. Отримані результати мають і практичне значення – вимоги для створення проникних генераторних термоелементів, а результати досліджень вказують на перспективність створення проникних неоднорідних термоелементів.

Черкез Р.Г. **–** кандидат фізико-математичних наук, асистент.

[1] А.Ф. Иоффе. *Полупроводники в современной физике.* Изд-во АН СССР, (1954).
[2] Л.И. Анатычук. *Термоэлементы и термоэлектрические устройства.* Наукова думка, К. 768 с. (1979).
[3] Г.К. Котырло, Ю.Н. Лобунец. *Расчет и конструирование термоэлектрических генераторов и тепловых насосов.* Наук. думка, К. 327 с. (1980).
[4] *АС СССР №144883,* И.В. Зорин, Заявлено 24.06.1961.
[5] *АС СССР №162578,* И.В. Зорин, Заявлено 02.05.1962.
[6] Г.К. Котырло, Г.М. Щеголев. *Тепловые схемы термоэлектрических устройств.* Наукова думка, К. 215 с. (1973).
[7] Л.І. Анатычук, Л.М. Вихор, Р.Г. Черкез // *Термоэлектричество,* (3), сс. 43-51 (2000).
[8] Р.Г. Черкез. // *Термоэлектричество,* (1), сс. 70-77 (2003).
[9] Л.И. Анатычук, Р.Г. Черкез. // *Термоэлектричество,* (2). сс. 35-46 (2003).
[10] L.I. Anatychuk, R.G. Cherkez. On the Properties of Permeable Thermoelements // *Proc. of XXII International conference on thermoelectrics, Montpellier (France),* сс. 480-483 (2003).
[11] Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. *Математическая теория оптимальных процессов.* Наука. М. 392с. (1976).

R.G. Cherkez

Peculiarities of FGM for Permeable Generator Thermoelements

Chernivtsi National University, Chernivtsi, Ukraine

Results of theoretical research on the use of inhomogeneous materials (FGM) for permeable thermoelements are represented. Methods of their computer design aimed at achieving maximum power conversion efficiency are described. For Bi-Te based materials optimal distributions of permeable thermoelement inhomogeneity in the form of dependences of thermoelectric coefficient, electric conductivity and thermal conductivity along the leg height are given for the case when heat carrier input temperature is 600K, and temperature of thermoelement cold junctions is 300K. It is shown that the use of FGM in permeable thermoelements allows a factor of 1.3-1.6 efficiency increase for Bi-Te materials as compared to classical thermoelements of bulk materials.