ФІЗИКА І ХІМІЯ ТВЕРДОГО ТІЛА
Т. 11, № 1 (2010) С. 45-57

PHYSICS AND CHEMISTRY OF SOLID STATE
V. 11, № 1 (2010) P. 45-57

УДК 539.2

ISSN 1729-4428

А.В. Константинович[1], І.А. Константинович[2]

Тонка структура спектра випромінювання системи трьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у вакуумі та прозорому середовищі

[1]Чернівецький національний університет, вул. Коцюбинського 2, Чернівці, 58012, Україна,
e-mail: aconst@hotbox.ru
[2]Інститут термоелектрики Національної академії наук і Міністерства освіти і науки України,
вул. Дубинська 9а, Чернівці, 58027, Україна, e-mail: jt@inst.cv.ua

Вдосконаленим методом самодії Лоренца досліджено потужність випромінювання заряджених частинок, що рухаються вздовж гвинтової лінії у вакуумі та прозорому ізотропному середовищі. Особливу увагу приділено дослідженню тонкої структури спектрального розподілу потужності синхротронного та синхротронно-черенковського випромінювань трьох електронів, що рухаються по гвинтовій лінії у вакуумі та прозорому ізотропному середовищі та дослідженню явища надвипромінювання в такій системі. Проаналізовано спектри синхротронного та синхротронно-черенковського випромінювань окремого електрона.

Ключові слова: синхротронне випромінювання, синхротронно-черенковське випромінювання, фактор когерентності, система електронів, прозоре середовище.

Стаття поступила до редакції 16.12.2008; прийнята до друку 15.12.2009.

Вступ

Відомий англійський фізик Шотт [1-2] в 1907 році вперше строго в рамках класичної електродинаміки дослідив спектр випромінювання системи електронів, що рухаються по колу.

Характерні властивості синхротронного випромінювання (СВ) заряджених частинок, що рухаються у вакуумі, проаналізовані в огляді [3] та монографіях [4-6]. В роботах [7-9] вдосконаленим методом самодії Лоренца досліджено синхротронне випромінювання окремої зарядженої частинки, що рухається по колу або по гвинтовій лінії у вакуумі. Спектр випромінювання систем невзаємодіючих заряджених частинок, що рухаються вздовж гвинтової лінії у вакуумі, досліджено в працях [3,4,10-13]. Спектр випромінювання системи взаємодіючих заряджених частинок досліджено Клєпіковим [14-16]. Надпотужне короткохвильове когерентне СВ потягом згустків досліджено у праці [17].

Класичну теорію випромінювання заряджених частинок, що рухаються з надсвітловими швидкостями, було накреслено Хевісайдом [18], Кондре [19] та Зоммерфельдом [20-23]. Класичну теорію явища черенковського випромінювання заряду у диспергуючому середовищі вперше сформульовано Франком і Таммом [24] у 1937 році. Ця теорія пояснила властивості випромінювання, що експериментально було спостережене Черенковим [25-28]. Випромінювання зарядів і мультиполів, що рухаються прямолінійно у середовищі, проаналізовані у монографіях [29,30].

Черенковські ефекти, що ґрунтуються на чотирьох фундаментальних взаємодіях, були досліджені і класифіковані в праці [31].

Спектр електромагнітного випромінювання електронів, що рухаються в середовищі у магнітному полі, досліджено у роботах [32-36]. Особливості спектра випромінювання системи невзаємодіючих електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у прозорому ізотропному середовищі, досліджено у працях [37-42].

Явище інтерференції при випромінюванні електромагнітних хвиль окремими електронами може спричинити вплив на повну потужність випромінювання, тобто виникає когерентне СВ [43-49]. Спостереження за когерентним СВ [44,45] вказують на необхідність дослідження впливу форми та розмірів згустку на когерентне синхротронне випромінювання. Когерентність СВ в області радіодіапазону викликає інтерес у зв'язку з дослідженням радіовипромінювання, що надходить від пульсарів [50,51].

Випадок когерентного випромінювання

просторово-локалізованих інвертованих атомів, коли розміри системи менші за довжину хвилі, що випромінюється, вперше було досліджено Дікке [52] і отримало назву явища надвипромінювання. Надвипромінювання має місце й у випадку класичних електронних ансамблів і пов'язане з різними елементарними механізмами індукованого випромінювання (синхротронне, черенковське і т.д.) [53].

Метою даної роботи є дослідження методом самодії Лоренца спектрального розподілу потужності синхротронного та синхротронно-черенковського випромінювань одного та трьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії. Використовуючи точні інтегральні співвідношення для спектрального розподілу потужності випромінювання трьох електронів, що рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії, аналітичними та числовими методами досліджено тонку структуру спектра електромагнітного випромінювання у вакуумі та прозорому середовищі нижче та вище черенковського бар'єра. Значна увага приділяється дослідженню фактора когерентності для випадку коли виконуються умови виникнення явища надвипромінювання. Проаналізовано вплив ефекту Доплера на особливості спектра випромінювання окремого електрона при його русі по гвинтовій лінії.

I. Спектральний та спектрально-кутовий розподіли середньої потужності випромінювання системи трьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у середовищі

Середню за часом потужність випромінювання $\overline{P}^{rad}$ заряджених частинок, що рухаються в прозорому ізотропному середовищі, можна визначити згідно [7, 37, 41, 54]:

$$\overline{P}^{rad} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} P^{rad}(t)dt, \qquad (1)$$

$$P^{rad}(t) = \int_0^\infty d\omega W(t,\omega), \qquad (2)$$

$$W(t,\omega) = \frac{1}{\pi c^2}\int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}\int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}\,'\int_{-\infty}^{\infty} dt'\omega\mu(\omega)\frac{\sin\left[\frac{n(\omega)\omega}{c}\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|\right]}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|}\times$$
$$\times\cos\omega(t-t')\left\{\vec{j}(\vec{r},t)\vec{j}(\vec{r}\,',t')-\frac{c^2}{n^2(\omega)}\rho(\vec{r},t)\rho(\vec{r}\,',t')\right\}, \qquad (3)$$

$P^{rad}(t)$ – миттєва потужність випромінювання, $W(t,\omega)$ – функція миттєвого спектрального розподілу потужності випромінювання, $\vec{j}(\vec{r},t)$ – густина струму, $\rho(\vec{r},t)$ – густина заряду, $\mu(\omega)$ – магнітна проникність, $n(\omega)$ – показник заломлення, ω – циклічна частота, c – швидкість світла у вакуумі.

Густина струму $\vec{j}(\vec{r},t)$ та густина заряду $\rho(\vec{r},t)$ трьох невзаємодіючих точкових заряджених частинок визначаються виразами:

$$\vec{j}(\vec{r},t)=\sum_{l=1}^{3}\vec{V}_l(t)\rho_l(\vec{r},t), \quad \rho(\vec{r},t)=\sum_{l=1}^{3}\rho_l(\vec{r},t),$$
$$\rho_l(\vec{r},t)=e\delta(\vec{r}-\vec{r}_l(t)), \qquad (4)$$

де $\vec{r}_l(t)$ –, $\vec{V}_l(t)$ – закон руху та швидкість l–ої частинки.

Досліджується випадок системи трьох електронів, що рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії у прозорому ізотропному середовищі. У цьому випадку закон руху та швидкість l-го електрона визначаються співвідношеннями:

$$\vec{r}_l(t) = r_0\cos[\omega_0(t+\Delta t_l)]\vec{i} + r_0\sin[\omega_0(t+\Delta t_l)]\vec{j} + V_{\|}(t+\Delta t_l)\vec{k},$$
$$\vec{V}_l(t) = \frac{d\vec{r}_l(t)}{dt}. \qquad (5)$$

Тут $r_0 = V_\perp\omega_0^{-1}$, $\omega_0 = ceB^{ext}\widetilde{E}^{-1}$, $\widetilde{E} = c\sqrt{p^2+m_0^2c^2}$, вектор магнітної індукції $\vec{B}^{ext}\|0Z$, $V_\perp$, $V_\|$ – компоненти швидкості, $\vec{p}$, $\widetilde{E}$ – імпульс та енергія електрона, e і m_0 – його заряд і маса спокою, c – швидкість світла у вакуумі.

Середню потужність випромінювання трьох електронів ми отримаємо, підставляючи (4) і (5) в (1) – (3). Тоді знайдемо [42]:

$$\overline{P}^{rad} = \int_0^\infty W(\omega)d\omega, \qquad (6)$$

$$W(\omega) = \frac{2e^2}{\pi c^2}\int_0^\infty dx\omega\mu(\omega)S_3(\omega)\frac{\sin\{n(\omega)\omega c^{-1}\eta(x)\}}{\eta(x)}\cos(\omega x)\times$$
$$\times\left[V_\perp^2\cos(\omega_0 x)+V_\|^2-\frac{c^2}{n^2|\omega|}\right], \qquad (7)$$

де $\eta(x)=\sqrt{V_\|^2x^2+4\frac{V_\perp^2}{\omega_0^2}\sin^2\left(\frac{\omega_0}{2}x\right)}$, $W(\omega)$ – функція спектрального розподілу середньої потужності випромінювання, $\mu(\omega)$ – магнітна проникність, $n(\omega)$ – показник заломлення, ω – циклічна частота, c – швидкість світла у вакуумі. Для фактора когерентності має місце рівність

$$S_3(\omega) = \sum_{l,j=1}^{3}\cos\{\omega(\Delta t_l - \Delta t_j)\}, \qquad (8)$$

де Δt_l – зсув у часі l-го електрона. Зокрема, у випадку одного електрона фактор когерентності $S_1(\omega)=1$, а для трьох електронів він визначається виразом

$$S_3(\omega) = 3 + 2\cos(\omega\Delta t_{12}) + 2\cos(\omega\Delta t_{23}) +$$
$$+ 2\cos\{\omega(\Delta t_{12}+\Delta t_{23})\}. \qquad (9)$$

Тут Δt_{12}, Δt_{23} – зсуви у часі між першим і другим та другим і третім електронами, відповідно.

Після деяких нескладних перетворень (6) та (7) внесок окремих гармонік у середню потужність випромінювання системи трьох електронів можна подати у вигляді:

$$\overline{P}^{rad} = \frac{e^2}{c^3}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty} d\omega\mu(\omega)n(\omega)\omega^2 S_3(\omega)\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta \times$$
$$\times\delta\left\{\omega\left(1-\frac{n(\omega)}{c}V_{\|}\cos\theta\right)-m\omega_0\right\}\times$$
$$\times\left\{V_{\perp}^2\left[\frac{m^2}{q^2}J_m^2(q)+J_m'^2(q)\right]+\left(V_{\|}^2-\frac{c^2}{n^2(\omega)}\right)J_m^2(q)\right\}, \quad (10)$$

де $q=\frac{n(\omega)}{c}\frac{\omega}{\omega_0}V_{\perp}\sin\theta$, $J_m(q)$, $J_m'(q)$ – функції Бесселя цілочислового індекса та їхні похідні, відповідно.

Кожна гармоніка являє собою набір частот, що є розв'язками рівняння

$$\omega\left(1-\frac{n(\omega)}{c}V_{\|}\cos\theta\right)-m\omega_0=0. \quad (11)$$

У випадку системи, що складається з одного електрона ($S_1(\omega)=1$) співвідношення (10) переходить у вираз, отриманий методом сили самодії [55] та методом охоплюючих поверхонь [34].

Після інтегрування (10) за θ знаходимо спектральний розподіл потужності випромінювання трьох електронів за гармоніками

$$\overline{P}^{rad} = \frac{e^2}{c^2V_{\|}}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty} d\omega\mu(\omega)\omega S_3(\omega)\,\eta\left(u^2(m)\right)\times$$
$$\times\left\{V_{\perp}^2\left[\frac{m^2}{q_1^2u^2(m)}J_m^2(q_1u(m))+J_m'^2(q_1u(m))\right]+\right.$$
$$\left.+\left(V_{\|}^2-\frac{c^2}{n^2(\omega)}\right)J_m^2(q_1u(m))\right\}, \quad (12)$$

де

$$\eta\left(u^2(m)\right)=\begin{cases}1, & u^2(m)>0\\ 0, & u^2(m)<0\end{cases}, \quad q_1=\frac{n(\omega)V_{\perp}}{c}\frac{\omega}{\omega_0},$$
$$u^2(m)=1-\frac{c^2(m\omega_0-\omega)^2}{n^2(\omega)V_{\|}^2\omega^2}. \quad (13)$$

Межі смуг визначаються функцією $\eta\left(u^2(m)\right)$.

Розглянемо середовище зі сталими ε та μ. Тоді при $V_{\|}<\frac{c}{n}$ спектральні розподіли потужності випромінювання на окремих смугах визначаються виразом

$$\overline{P}^{rad} = \sum_{m=1}^{\infty}\int_{\omega_m^{\min}}^{\omega_m^{\max}} d\omega W_m(\omega), \quad (14)$$

$$W_m(\omega)=\frac{e^2\mu}{c^2V_{\|}}\omega S_3(\omega)\left\{V_{\perp}^2\left[\frac{m^2}{q_m^2}J_m^2(q_m)+J_m'^2(q_m)\right]+\right.$$
$$\left.+\left(V_{\|}^2-\frac{c^2}{n^2}\right)J_m^2(q_m)\right\}, \quad (15)$$

де

$$\omega_m^{\min}=\frac{m\omega_0}{1+\frac{nV_{\|}}{c}}, \qquad \omega_m^{\max}=\frac{m\omega_0}{1-\frac{nV_{\|}}{c}},$$
$$q_m=\frac{nV_{\perp}}{c}\frac{\omega}{\omega_0}\sqrt{1-\frac{c^2(m\omega_0-\omega)^2}{n^2V_{\|}^2\omega^2}}. \quad (16)$$

Необхідно особливо підкреслити, що лише в області частот, де перекриття відсутнє, для функції спектрального розподілу потужності випромінювання має місце рівність

$$W(\omega)=W_m(\omega). \quad (17)$$

Як випливає зі співвідношень (14), (15), лише на межах першої гармоніки функція спектрального розподілу потужності випромінювання відмінна від нуля і дорівнює

$$W_1\left(\omega_1^{\min}\right)=\frac{e^2\mu V_{\perp}^2}{2c^2V_{\|}}S_3\left(\omega_1^{\min}\right)\frac{\omega_0}{1+\frac{nV_{\|}}{c}},$$

$$W_1\left(\omega_1^{\max}\right)=\frac{e^2\mu V_{\perp}^2}{2c^2V_{\|}}S_3\left(\omega_1^{\max}\right)\frac{\omega_0}{1-\frac{nV_{\|}}{c}}. \quad (18)$$

Зі співвідношень (14), (15) за допомогою заміни

$$\omega=\frac{m\omega_0}{1-\frac{nV_{\|}}{c}\cos\theta} \quad (19)$$

знаходимо кутовий розподіл потужності випромінювання трьох електронів ($\varepsilon=const$, $\mu=const$) за гармоніками:

$$\overline{P}^{rad} = \sum_{m=1}^{\infty}\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta\, P(m,\theta), \quad (20)$$

$$P(m,\theta)=\frac{e^2\mu\, n}{c^3}\frac{m^2\omega_0^2}{\left(1-\frac{nV_{\|}}{c}\cos\theta\right)^3}S_3(m,\theta)\times$$
$$\times\left\{V_{\perp}^2\left[\frac{m^2}{q_{0m}^2}J_m^2(q_{0m})+J_m'^2(q_{0m})\right]+\left(V_{\|}^2-\frac{c^2}{n^2}\right)J_m^2(q_{0m})\right\}, \quad (21)$$

де

$$q_{0m}=\frac{nV_{\perp}}{c}\frac{m\sin\theta}{1-\frac{nV_{\|}}{c}\cos\theta}, \quad (22)$$

$$S_3(m,\theta)=\sum_{l,j=1}^{3}\cos\left\{m\omega_0\left(1-\frac{nV_{\|}}{c}\cos\theta\right)^{-1}\left(\Delta t_l-\Delta t_j\right)\right\}. \quad (23)$$

Для кутів $\theta\to 0$ та $\theta\to\pi$ $q_{0m}\to 0$, а кутовий розподіл потужності випромінювання на першій гармоніці згідно (21) визначається виразом:

$$P(m=1,\theta)=\frac{e^2\mu n}{2c^3}S_3(m=1,\theta)\frac{\omega_0^2V_{\perp}^2}{\left(1-\frac{nV_{\|}}{c}\cos\theta\right)^3}. \quad (24)$$

Для випадку одного електрона, що рухається у середовищі ($\varepsilon=const$, $\mu=const$) вирази (20), (21) переходять у співвідношення, наведене в [33], а при русі у вакуумі – у вираз, наведений у праці [56].

Для випадку одного електрона ($S_1(\omega)=1$), підсумовуючи ряди в (20), (21) за функціями Бесселя цілочислового індекса та інтегруючи за θ вираз (20), отримаємо повну потужність випромінювання одного електрона [33]:

$$P_{med}^{tot}=\frac{2}{3}\frac{e^2\mu n}{c^3}\omega_0^2V_{\perp}^2\left(1-\frac{n^2V^2}{c^2}\right)^{-2},$$

$$\omega_0=\frac{eB^{ext}}{m_0c}\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}. \quad (25)$$

II. Тонка структура спектра синхротронного випромінювання трьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у вакуумі

Аналітичними та числовими методами дослідимо спектральний розподіл потужності синхротронного випромінювання (СВ) одного та трьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у вакуумі, при $B^{ext}=1$ *Гс*, $\mu=1$, $n=1$, $c=0{,}2997925\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\perp vac}=0{,}24\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|vac}=0{,}15\times10^{10}$ *см/с*, $r_{0j}=2285$ *см*, $\omega_{0j}=0{,}105\times10^{8}$ *рад/с* (j=1, 2, …, 6).

Повна потужність випромінювання одного електрона у вакуумі, що розрахована згідно (25), $P_{vac3}^{tot}=0{,}2852\times10^{-14}$ *ерг/с*, узгоджується з потужністю $P_{vac3}^{\text{int}}=0{,}2839\times10^{-14}$ *ерг/с*, отриманою згідно (6) і (7).

У випадку одного електрона, що рухається по гвинтовій лінії у вакуумі, співвідношення (18) набуває вигляду

$$W_1^{один}\left(\omega_1^{\min}\right)=\frac{e^2V_{\perp}^2}{2c^2V_{\|}}\frac{\omega_0}{1+\frac{V_{\|}}{c}},$$

$$W_i^{один}\left(\omega_1^{\max}\right)=\frac{e^2V_{\perp}^2}{2c^2V_{\|}}\frac{\omega_0}{1-\frac{V_{\|}}{c}}. \quad (26)$$

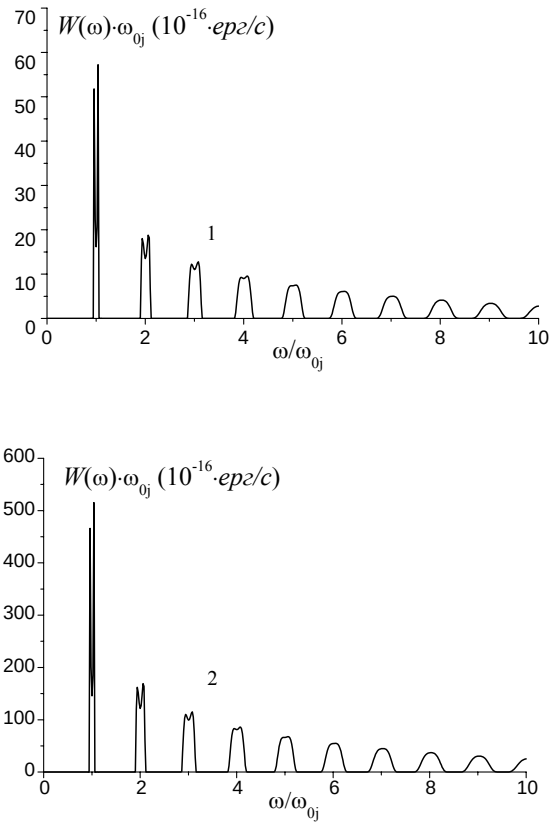


Рис. 1. Спектральний розподіл потужності синхротронного випромінювання (СВ) на низьких гармоніках при $V_{\perp vac}=0{,}24\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|vac}=0{,}15\times10^{10}$ *см/с*, $r_{0j}=2285$ *см*, $\omega_{0j}=0{,}105\times10^{8}$ *рад/с* (j=1, 2, …, 6). Крива 1 розрахована для одного електрона з $P_{vac1}^{\text{int}}=0{,}2092\times10^{-14}$ *ерг/с*, а крива 2 – для трьох електронів при зсуві у часі $\Delta t_{12}^2=\Delta t_{23}^2=0{,}001\,\pi/\omega_{02}$ і $P_{vac2}^{\text{int}}=0{,}1883\times10^{-13}$ *ерг/с*.

Для трьох електронів, що здійснюють рух вздовж гвинтової лінії у вакуумі, функція спектрального розподілу потужності випромінювання на межах першої гармоніки набуває вигляду

$$W_1^{три}\left(\omega_1^{\min}\right)=\frac{e^2V_{\perp}^2}{2c^2V_{\|}}\omega_1^{\min}\Big(3+2\cos\left(\omega_1^{\min}\Delta t_{12}\right)+$$
$$+2\cos\left(\omega_1^{\min}\Delta t_{23}\right)+2\cos\left\{\omega_1^{\min}\left(\Delta t_{12}+\Delta t_{23}\right)\right\}\Big),$$
$$\omega_1^{\min}=\omega_0\left(1+\frac{V_{\|}}{c}\right)^{-1}; \quad (27)$$

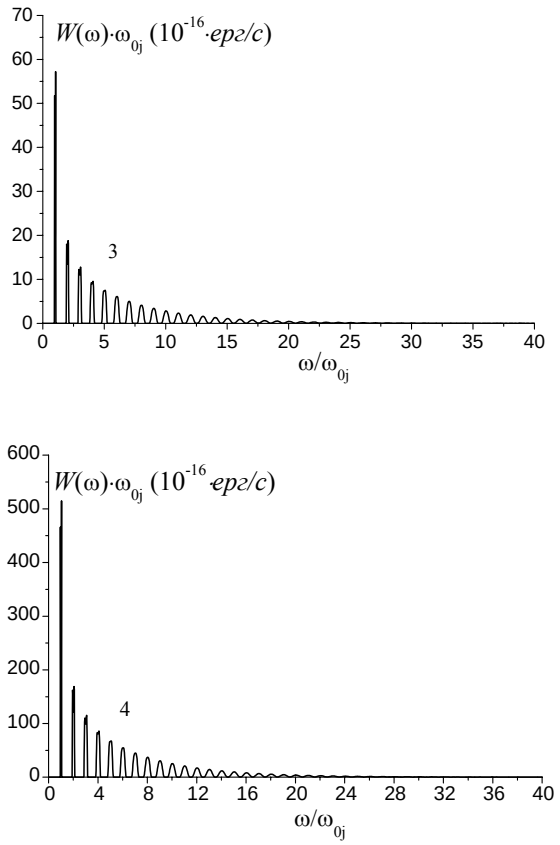


Рис. 2. Спектральний розподіл потужності СВ при $B^{ext} = 1$ *Гс*, $V_{\perp vac} = 0.24\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|vac} = 0.15\times10^{10}$ *см/с*. Крива 3 отримана для випадку одного електрона з $P^{\text{int}}_{vac3} = 0.2839\times10^{-14}$ *ерг/с*, а крива 4 – для трьох електронів при зсуві у часі $\Delta t^4_{12} = \Delta t^4_{23} = 0.001\,\pi/\omega_{04}$ і $P^{\text{int}}_{vac4} = 0.2555\times10^{-13}$ *ерг/с*.

$$W_1^{три}\left(\omega_1^{\max}\right) = \frac{e^2 V_\perp^2}{2c^2 V_\|}\omega_1^{\max}\left(3 + 2\cos\left(\omega_1^{\max}\Delta t_{12}\right) + \right.$$
$$\left. + 2\cos\left(\omega_1^{\max}\Delta t_{23}\right) + 2\cos\left\{\omega_1^{\max}\left(\Delta t_{12} + \Delta t_{23}\right)\right\}\right),$$
$$\omega_1^{\max} = \omega_0\left(1 - \frac{V_\|}{c}\right)^{-1}. \qquad (28)$$

Визначена згідно (26) функція спектрального розподілу потужності випромінювання на межах першої гармоніки у випадку одного електрона у вакуумі (крива 1 на рис. 1) на нижній межі дорівнює $W_1^{один}\left(\omega_1^{\min}\right)\omega_{01} = 0{,}5177\times10^{-14}$ *ерг/с*, а на верхній – $W_1^{один}\left(\omega_1^{\max}\right)\omega_{01} = 0{,}5723\cdot10^{-14}$ *ерг/с*.

При малому зміщенні у часі $\Delta t^2_{12} = \Delta t^2_{23} = 0.001\cdot\pi/\omega_{02}$ і $\Delta t^4_{12} = \Delta t^4_{23} = 0.001\cdot\pi/\omega_{04}$ (крива 2 на рис. 1, та крива 4 на рис. 2) фактор когерентності $S_3(\omega) \cong 9$, а три електрони на низьких гармоніках випромінюють як заряджена частинка з зарядом $3e$ і масою спокою $3m_0$, тобто в дев'ять разів більше, ніж один електрон ($P^{\text{int}}_{med2}/P^{\text{int}}_{med1} \cong P^{\text{int}}_{med4}/P^{\text{int}}_{med3} \cong 9$), що відповідає випадку надвипромінювання просторово-локалізованих інвертованих атомів [52, 53], коли розміри системи менші за довжину хвилі, що випромінюється.

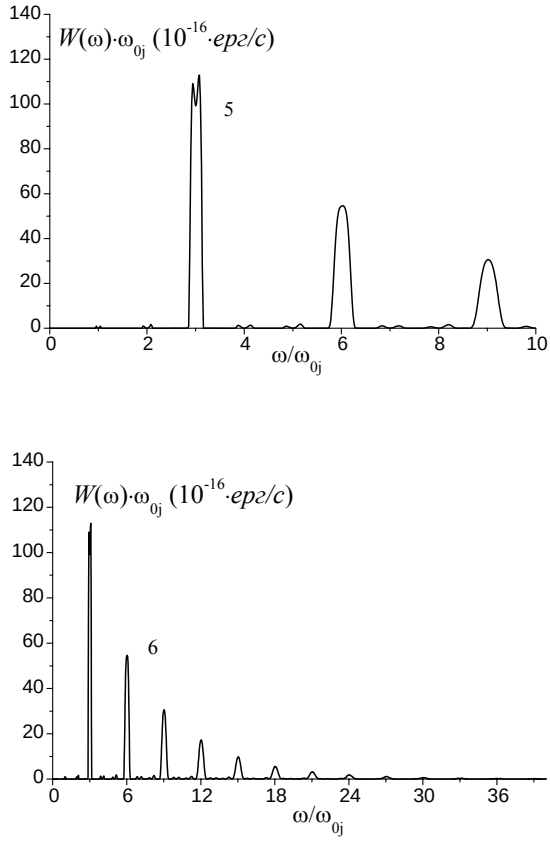


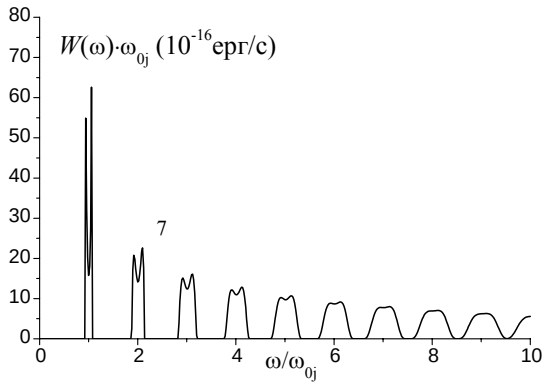
Рис. 3. Спектральний розподіл потужності СВ трьох електронів у вакуумі при $B^{ext} = 1$ *Гс*, $V_{\perp med} = 0{,}24\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с*. Крива 5 відповідає низьким гармонікам при $\Delta t^5_{12} = \Delta t^5_{23} = 2\pi/(3\,\omega_{05})$ і $P^{\text{int}}_{vac5} = 0.,646\times10^{-14}$ *ерг/с*, а крива 6 – низьким та середнім гармонікам при $\Delta t^6_{12} = \Delta t^6_{23} = 2\pi/(3\,\omega_{06})$ і $P^{\text{int}}_{vac6} = 0.8701\times10^{-14}$ *ерг/с*.

Визначена при зміщенні у часі $\Delta t^2_{12} = \Delta t^2_{23} = 0.001\cdot\pi/\omega_{02}$ згідно (27), (28) функція спектрального розподілу потужності випромінювання на межах першої гармоніки у вакуумі (крива 2 на рис. 1) на нижній межі дорівнює $W_1^{три}\left(\omega_1^{\min}\right)\omega_{02} = 0{,}4660\times10^{-13}$ *ерг/с*, а на верхній – $W_1^{три}\left(\omega_1^{\max}\right)\omega_{02} = 0{,}5150\times10^{-14}$ *ерг/с*.

У випадку рівномірного розподілу трьох електронів вздовж гвинтової лінії при зміщенні в часі $\Delta t^5_{12} = \Delta t^5_{23} = 2\pi/(3\cdot\omega_{05})$ (крива 5 на рис. 3) і $\Delta t^6_{12} = \Delta t^6_{23} = 2\pi/(3\cdot\omega_{06})$ (крива 6 на рис. 3) на частотах $(3i-2)\,\omega_{0j}$ і $(3i-1)\,\omega_{0j}$ (j=5, 6; i=1, 2, …,7, …) випромінювання відсутнє.

III. Тонка структура спектра синхротронного випромінювання трьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у середовищі

Функції спектрального розподілу потужності синхротронного випромінювання (СВ) трьох електронів, що рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії в прозорому ізотропному середовищі, розраховані згідно співвідношень (6)–(7) при $B^{ext} = 1\,Гс$, $\mu = 1$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с*, $r_{0j} = 1530$ *см*, $\omega_{0j} = 0{,}1307\times10^{8}$ *рад/с* (*j*=7, 8, 9, ..., 16), $c = 0{,}2997925\times10^{11}$ *см/с* (рис. 4–11).



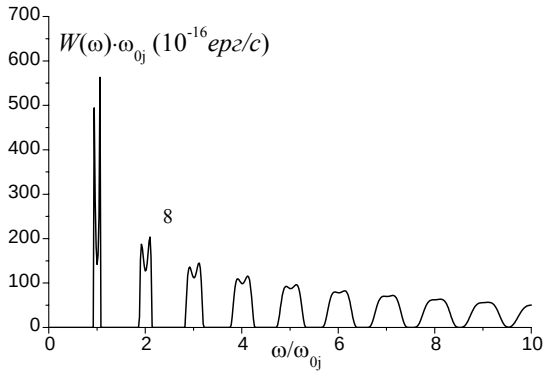


Рис. 4. Спектральний розподіл потужності синхротронного випромінювання (СВ) на низьких гармоніках у середовищі при $B^{ext} = 1\,Гс$, $\mu = 1$, $n = 1{,}3$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с*. Крива 7 відповідає одному електрону з $P^{\text{int}}_{med7} = 0{,}3992\times10^{-14}$ *ерг/с*, а крива 8 – трьом електронам при зсуві $\Delta t^{8}_{12} = \Delta t^{8}_{23} = 0{,}001\,\pi/\omega_{08}$ з потужністю $P^{\text{int}}_{med8} = 0{,}3592\times10^{-13}$ *ерг/с*.

У випадку одного електрона, що рухається вздовж гвинтової лінії у середовищі, (18) набуває вигляду

$$W_1^{один}\left(\omega_1^{\min}\right) = \frac{e^2\mu V_\perp^2}{2c^2 V_\|}\,\frac{\omega_0}{1+\dfrac{nV_\|}{c}},$$

$$W_1^{один}\left(\omega_1^{\max}\right) = \frac{e^2\mu V_\perp^2}{2c^2 V_\|}\,\frac{\omega_0}{1-\dfrac{nV_\|}{c}}. \qquad (29)$$

Визначена згідно (29) функція спектрального розподілу потужності СВ одного електрона на межах першої гармоніки у середовищі при $n = 1{,}3$ (крива 7 на рис. 4) на нижній межі дорівнює $W_1^{один}\left(\omega_1^{\min}\right)\omega_{07} = 0{,}5491\times10^{-14}$ *ерг/с*, а на верхній – $W_1^{один}\left(\omega_1^{\max}\right)\omega_{07} = 0{,}6255\times10^{-14}$ *ерг/с*. Ці величини добре узгоджуються з потужностями, що розраховані згідно співвідношень (6) та (7) при заміні $S_3(\omega)$ на $S_1(\omega) = 1$.

При дослідженні спектра СВ у середовищі нижче черенковського бар'єра ($V < c/n$) числові розрахунки проведено при $n = 1{,}3$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с*. При малому зсуві у часі між електронами $\Delta t^{8}_{12} = \Delta t^{8}_{23} = 0{,}001\,\pi/\omega_{08}$ (крива 8 на рис. 4) фактор когерентності $S_3(\omega) \cong 9$, а три електрони на низьких гармоніках випромінюють як заряджена частинка з зарядом $3e$ і масою $3m_0$, тобто в дев'ять разів більше, ніж один електрон ($P^{\text{int}}_{med8} \cong 9P^{\text{int}}_{med7}$), Це відповідає випадку надвипромінювання системи трьох електронів на низьких гармоніках у середовищі нижче черенковського бар'єра.

Для даної системи трьох електронів у прозорому середовищі функція спектрального розподілу потужності випромінювання на межах першої гармоніки набуває вигляду

$$W_1^{три}\left(\omega_1^{\min}\right) = \frac{e^2 V_\perp^2 \mu}{2c^2 V_\|}\,\omega_1^{\min}\Big(3 + 2\cos\left(\omega_1^{\min}\Delta t_{12}\right) +$$

$$+ 2\cos\left(\omega_1^{\min}\Delta t_{23}\right) + 2\cos\left\{\omega_1^{\min}\left(\Delta t_{12}+\Delta t_{23}\right)\right\}\Big),$$

$$\omega_1^{\min} = \frac{\omega_0}{1+\dfrac{n\,V_\|}{c}}, \qquad (30)$$

$$W_1^{три}\left(\omega_1^{\max}\right) = \frac{e^2 V_\perp^2 \mu}{2c^2 V_\|}\,\omega_1^{\max}\Big(3 + 2\cos\left(\omega_1^{\max}\Delta t_{12}\right) +$$

$$+ 2\cos\left(\omega_1^{\max}\Delta t_{23}\right) + 2\cos\left\{\omega_1^{\max}\left(\Delta t_{12}+\Delta t_{23}\right)\right\}\Big),$$

$$\omega_1^{\max} = \frac{\omega_0}{1 - \dfrac{n V_{\|}}{c}}. \qquad (31)$$

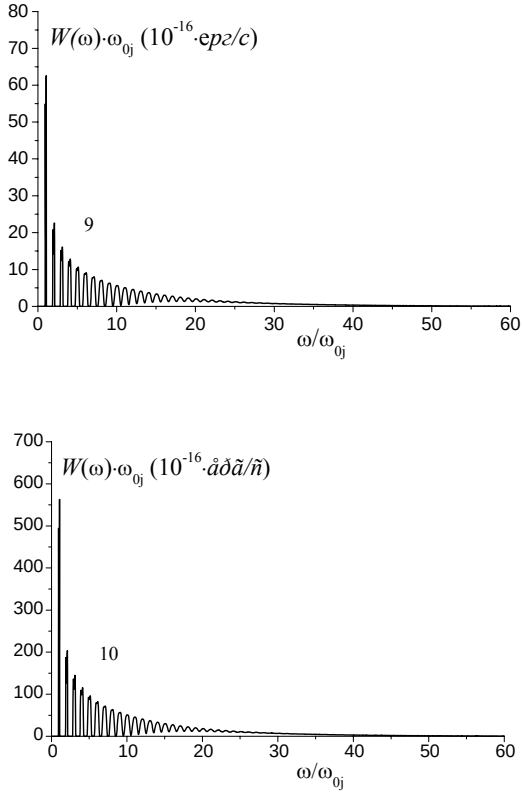


Рис. 5. Спектральний розподіл потужності СВ на всій області частот у середовищі при $B^{ext} = 1\,Гс$, $\mu = 1$, $n = 1{,}3$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с*. Крива 9 зображає випадок одного електрона з $P^{\text{int}}_{med9} = 0{,}8527\times10^{-14}$ *ерг/с*, а крива 10 – трьох електронів при $\Delta t^{10}_{12} = \Delta t^{10}_{23} = 0{,}001\,\pi/\omega_{010}$ і потужності $P^{\text{int}}_{med10} = 0{,}7661\times10^{-13}$ *ерг/с*.

Визначена згідно (30) та (31) функція спектрального розподілу потужності випромінювання на межах першої гармоніки у випадку трьох електронів при $n = 1{,}3$ (крива 8 на рис. 4) на нижній межі дорівнює $W_1^{mpu}\left(\omega_1^{\min}\right)\omega_{08} = 0{,}4942\times10^{-13}$ *ерг/с*, а на верхній – $W_1^{mpu}\left(\omega_1^{\max}\right)\omega_{08} = 0{,}5630\times10^{-14}$ *ерг/с*.

Повна потужність випромінювання одного електрона у середовищі на всій частотній області $P^{tot}_{med9} = 0{,}8546\times10^{-14}$ *ерг/с*, що знайдена з виразу (25), добре узгоджується з потужністю, проінтегрованою згідно співвідношень (6)–(9): $P^{\text{int}}_{med9} = \overline{P}_9^{rad} = 0{,}8527\times10^{-14}$ *ерг/с* (крива 9 на рис. 5).

У випадку рівномірного розподілу трьох електронів вздовж гвинтової лінії при зсуві у часі $\Delta t^j_{12} = \Delta t^j_{23} = 2\pi/(3\omega_{0j})$ (криві j=11, 12 на рис. 6, 7), встановлено, що на частотах $(3i-2)\,\omega_{0j}$ та $(3i-1)\,\omega_{0j}$ ($j = 11, 12$; $i = 1, 2, 3, \ldots$) випромінювання відсутнє, а на частотах $3i\,\omega_{0j}$ ($j = 11, 12$; $i = 1, 2, 3, \ldots$) фактор когерентності $S_3(\omega) = 9$.

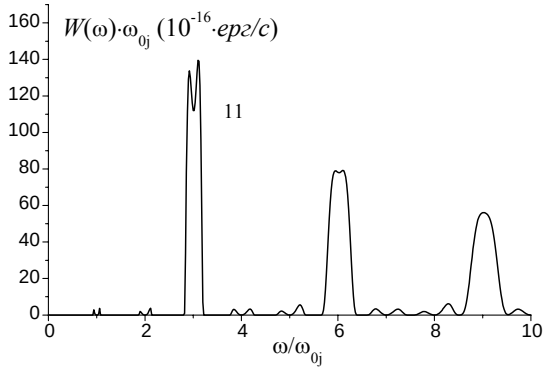


Рис. 6. Спектральний розподіл потужності СВ на низьких гармоніках у середовищі при $B^{ext} = 1\,Гс$, $\mu = 1$, $n = 1{,}3$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с*. Крива 11 відповідає трьом електронам при $\Delta t^{11}_{12} = \Delta t^{11}_{23} = 2\pi/(3\,\omega_{011})$ з потужністю $P^{\text{int}}_{med11} = 0{,}1126\times10^{-13}$ *ерг/с*.

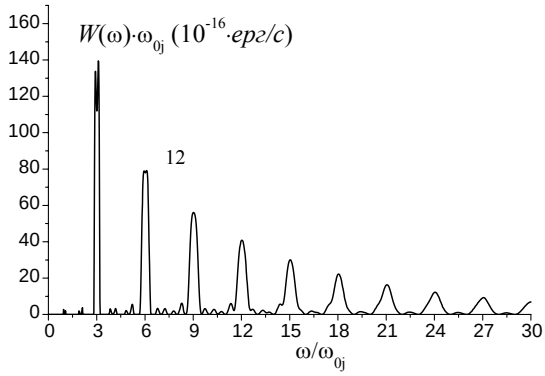


Рис. 7. Спектральний розподіл потужності СВ на низьких та середніх гармоніках у середовищі при $B^{ext} = 1\,Гс$, $\mu = 1$, $n = 1{,}3$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с*. Крива 12 відповідає трьом електронам при $\Delta t^{12}_{12} = \Delta t^{12}_{23} = 2\pi/(3\,\omega_{012})$ з потужністю $P^{\text{int}}_{med12} = 0{,}2183\times10^{-13}$ *ерг/с*.

Визначена згідно (30) та (31) функція спектрального розподілу потужності випромінювання на межах першої гармоніки у випадку трьох електронів при $n = 1{,}3$ (крива 11 на рис. 6) на нижній межі дорівнює

$W_1^{три}\left(\omega_1^{\min}\right)\omega_{011} = 0{,}2882\times10^{-15}$ *ерг/с*, а на верхній – $W_1^{три}\left(\omega_1^{\max}\right)\omega_{011} = 0{,}3630\times10^{-15}$ *ерг/с*.

У випадку рівномірного розташування трьох електронів вздовж гвинтової лінії (потяг електронів) при зсуві у часі $\Delta t_{12}^{j} = \Delta t_{23}^{j} = \pi/(3\omega_{0j})$ ($j = 13, 14$) синхротронне випромінювання відсутнє на частотах $(6i-4)\,\omega_{0j}$ і $(6i-2)\,\omega_{0j}$ ($j = 13, 14$, $i = 1, 2, 3, \ldots$), а на частотах $6i\times\omega_{0j}$ ($j = 13, 14$, $i = 1, 2, 3, \ldots$) фактор когерентності $S_3(\omega) = 9$ (крива 13 на рис. 8)

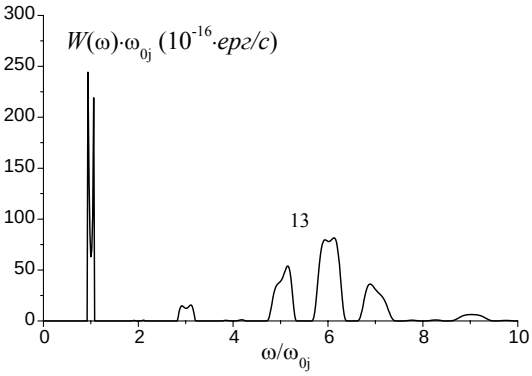


Рис. 8. Спектральний розподіл потужності СВ на низьких гармоніках трьох електронів у середовищі при $B^{ext} = 1\,Гс$, $\mu = 1$, $n = 1{,}3$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с* для зсуву в часі $\Delta t_{12}^{13} = \Delta t_{23}^{13} = \pi/(3\omega_{013})$ з потужністю випромінювання $P_{med13}^{\text{int}} = 0{,}987\times10^{-14}$ *ерг /с*.

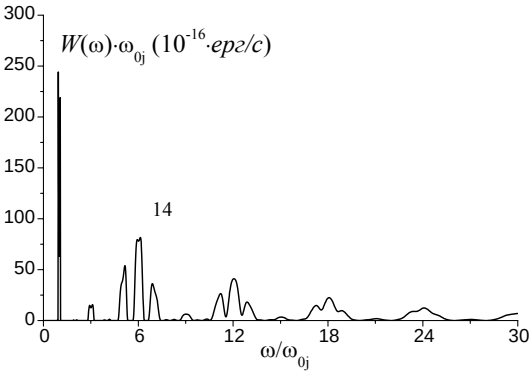


Рис. 9. Спектральний розподіл потужності СВ на низьких та середніх гармоніках трьох електронів у середовищі при $B^{ext} = 1\,Гс$, $\mu = 1$, $n = 1{,}3$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с* для зсуву в часі $\Delta t_{12}^{14} = \Delta t_{23}^{14} = \pi/(3\omega_{014})$ з потужністю $P_{med14}^{\text{int}} = 0{,}2173\times10^{-13}$ *ерг /с*.

Визначена згідно (30) та (31) функція спектрального розподілу потужності випромінювання на межах першої гармоніки у випадку трьох електронів при $n = 1{,}3$ (крива 13 на рис. 8) на нижній межі дорівнює $W_1^{три}\left(\omega_1^{\min}\right)\omega_{013} = 0{,}2442\times10^{-13}$ *ерг/с*, а на верхній – $W_1^{три}\left(\omega_1^{\max}\right)\omega_{013} = 0{,}219\times10^{-13}$ *ерг/с*. Ці величини добре узгоджуються з потужністю, що розрахована згідно співвідношень (6) та (7).

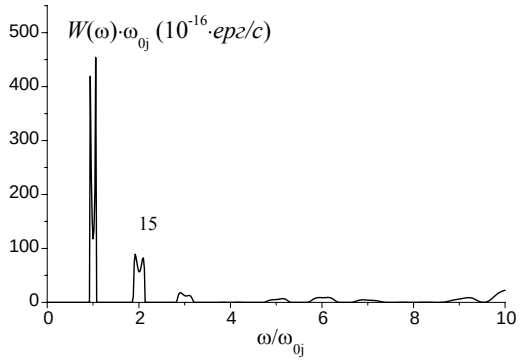


Рис. 10. Спектральний розподіл потужності СВ трьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у середовищі на низьких гармоніках при $B^{ext} = 1\,Гс$, $\mu = 1$, $n = 1{,}3$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с* для зсуву в часі $\Delta t_{12}^{15} = \Delta t_{23}^{15} = \pi/(6\omega_{015})$ з потужністю випромінювання $P_{med15}^{\text{int}} = 0.7254\times10^{-14}$ *ерг /с*.

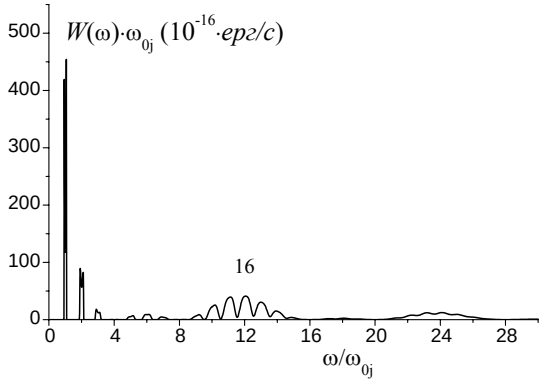


Рис. 11. Спектральний розподіл потужності СВ на низьких та середніх гармоніках трьох електронів у середовищі, при $B^{ext} = 1\,Гс$, $\mu = 1$, $n = 1{,}3$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с* для зсуву в часі $\Delta t_{12}^{16} = \Delta t_{23}^{16} = \pi/(6\omega_{016})$ з потужністю $P_{med16}^{\text{int}} = 0{,}2\cdot10^{-13}$ *ерг/с*.

У випадку рівномірного розташування трьох електронів вздовж гвинтової лінії при зсуві $\Delta t_{12}^{j} = \Delta t_{23}^{j} = \pi/(6\,\omega_{0j})$ ($j = 15, 16$) випромінювання відсутнє на частотах $(12i-8)\,\omega_{0j}$ і $(12i-4)\,\omega_{0j}$ ($j = 15, 16$; $i = 1, 2, \ldots$), а на частотах $12i\times\omega_{0j}$ ($i = 1, 2, \ldots$) фактор когерентності $S_3(\omega) = 9$ (криві 15 та 16 на рис. 10 та 11).

Визначена згідно (30) та (31) функція спектрального розподілу потужності випромінювання на межах першої гармоніки у випадку трьох електронів при $n = 1{,}3$ (крива 15 на рис. 10) на нижній межі дорівнює $W_1^{три}\left(\omega_1^{\min}\right)\omega_{015} = 0{,}4292\times10^{-13}$ *ерг/с*, а на верхній – $W_1^{три}\left(\omega_1^{\max}\right)\omega_{015} = 0{,}4541\times10^{-13}$ *ерг/с*.

IV. Тонка структура спектра синхротронно-черенковського випромінювання трьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у середовищі

Функції спектрального розподілу потужності синхротронно-черенковського випромінювання (СЧВ) трьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у прозорому середовищі, розраховані згідно (6)–(7) при $B^{ext} = 1$ Гс, $\mu = 1$, $n = 1{,}7$, $V > c/n$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с*, $r_{0j} = 1530$ *см*, $\omega_{0j} = 0{,}1307\times10^{8}$ *рад/с* (j=17, 18, ..., 22) (рис.12–14).

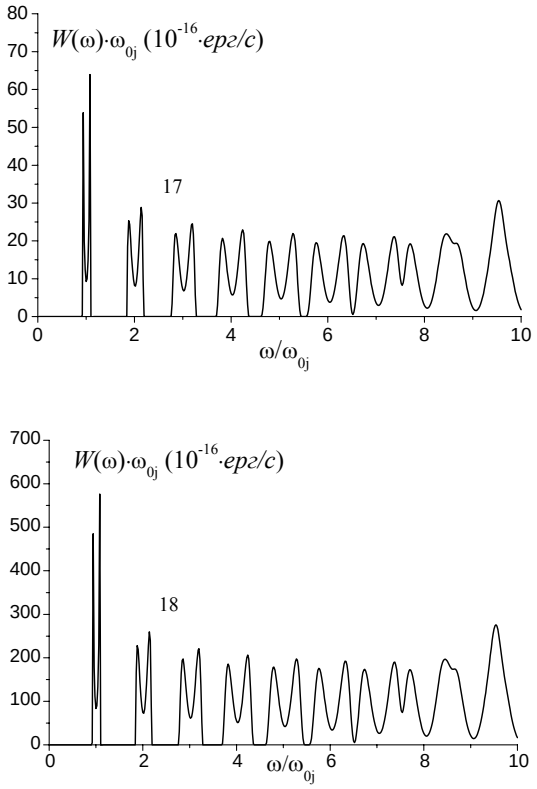


Рис. 12. Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання (СЧВ) на низьких гармоніках при $B^{ext} = 1\,Гс$, $\mu = 1$, $n = 1{,}7$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с*. Крива 17 розрахована для випадку одного електрона з $P_{med17}^{\text{int}} = 0{,}8813\times10^{-14}$ *ерг/с*, а крива 18 – трьох електронів при зсуві у часі $\Delta t_{12}^{18} = \Delta t_{23}^{18} = 0{,}001\times\pi/\omega_{018}$ з потужністю $P_{med18}^{\text{int}} = 0{,}7929\times10^{-13}$ *ерг/с*.

Визначена згідно (29) функція спектрального розподілу потужності випромінювання на межах першої гармоніки у випадку одного електрона при $n = 1{,}7$ (крива 17 на рис. 12) на нижній межі дорівнює $W_1\left(\omega_1^{\min}\right)\omega_{017} = 0{,}5390\times10^{-14}$ *ерг/с*, а на верхній – $W_1\left(\omega_1^{\max}\right)\omega_{017} = 0{,}6392\times10^{-14}$ *ерг/с*.

У випадку трьох електронів, що рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії, при $n = 1{,}7$ та $\Delta t_{12}^{18} = \Delta t_{23}^{18} = 0{,}001\pi/\omega_{018}$, залежність функції спектрального розподілу потужності СЧВ електрона набуває більш немонотонного характеру (крива 18 на рис. 12).

Визначена згідно (30) та (31) ункція спектрального розподілу потужності випромінювання на межах першої гармоніки у випадку трьох електронів при зсуві у часі $\Delta t_{12}^{18} = \Delta t_{23}^{18} = 0{,}001\,\pi/\omega_{018}$ при $n = 1{,}7$ (крива 18 на рис. 12) на нижній межі дорівнює $W_1\left(\omega_1^{\min}\right)\omega_{018} = 0{,}4851\times10^{-13}$ *ерг/с*, а на верхній – $W_1\left(\omega_1^{\max}\right)\omega_{018} = 0{,}5753\times10^{-13}$ *ерг/с*.

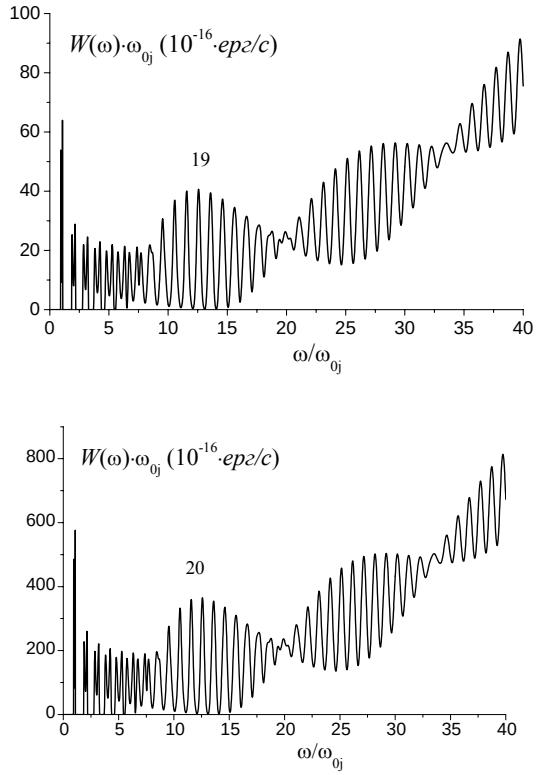


Рис. 13. Спектральний розподіл потужності СЧВ на низьких та середніх гармоніках при $B^{ext} = 1\,Гс$, $\mu = 1$, $n = 1{,}7$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с*. Крива 19 розрахована для випадку одного електрона з

$P_{med19}^{\text{int}} = 0{,}1193\times10^{-12}$ *ерг/с*, а крива 20 – трьох електронів при зсуві у часі $\Delta t_{12}^{20} = \Delta t_{23}^{20} = 0{,}001\times\pi/\omega_{020}$ з потужністю $P_{med20}^{\text{int}} = 0{,}1068\times10^{-11}$ *ерг/с*.

Визначена згідно (30) та (31) функція спектрального розподілу потужності випромінювання на межах першої гармоніки у випадку трьох електронів при зсуві у часі $\Delta t_{12}^{21} = \Delta t_{23}^{21} = 2\pi/(2\omega_{021})$ при $n = 1{,}7$ (крива 21 на рис. 14) на нижній межі дорівнює $W_1\left(\omega_1^{\min}\right)\omega_{021} = 0{,}4740\times10^{-15}$ *ерг/с,* а на верхній – $W_1\left(\omega_1^{\max}\right)\omega_{021} = 0{,}6392\times10^{-15}$ *ерг/с*.

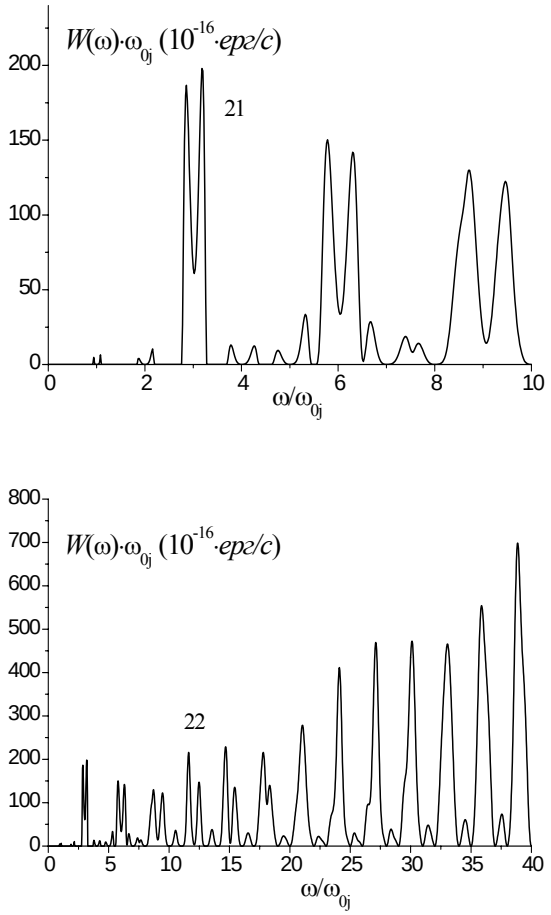


Рис. 14. Спектральний розподіл потужності СЧВ трьох електронів при $B^{ext} = 1\,Гс$, $\mu = 1$ $n = 1{,}7$, $V_{\perp med} = 0{,}2\times10^{11}$ *см/с*, $V_{\|med} = 0{,}15\times10^{10}$ *см/с* при зсуві у часі $\Delta t_{12}^{j} = \Delta t_{236}^{j} = 2\pi/(3\,\omega_{0j})$ ($j = 21, 22$). Крива 21 відповідає низьким гармонікам з потужністю $P_{med21}^{\text{int}} = 0{,}2679\times10^{-13}$ *ерг/с*, а крива 22 – низьким та середнім гармонікам з потужністю $P_{med22}^{\text{int}} = 0{,}3653\times10^{-12}$ *ерг/с*.

У випадку рівномірного розподілу трьох електронів вздовж гвинтової лінії у середовищі при зсуві у часі $\Delta t_{12}^{j} = \Delta t_{23}^{j} = 2\pi/(3\omega_{0j})$ (криві *j*=21, 22 на рис. 14), встановлено, що на частотах $(3i-2)\,\omega_{0j}$ та $(3i-1)\,\omega_{0j}$ ($j = 21, 22$; $i = 1, 2, 3, \ldots$) випромінювання відсутнє, а на частотах $3i\,\omega_{0j}$ ($j = 21, 22$; $i = 1, 2, 3, \ldots$) фактор когерентності $S_3(\omega) = 9$.

З проведених розрахунків (рис. 4–14) випливає: для електронів, що рухаються у середовищі вздовж гвинтової лінії, відповідні смуги випромінювання на низьких гармоніках мають дискретний характер у випадку малої поздовжньої компоненти швидкості (компонента, що паралельна вектору магнітної індукції). На вищих гармоніках максимуми в спектральному розподілі переважно зумовлені накладанням m–ої та $m+1$–ої гармонік, а також внеском інших гармонік. Це узгоджується з результатами досліджень, наведених у [42].

Синхротронно-черенковське випромінювання трьох електронів являє собою єдиний процес і набуває більш немонотонного характеру при збільшенні величини поперечної складової швидкості електрона.

Висновки

1. Для малої поздовжньої компоненти швидкості, на низьких гармоніках, смуги випромінювання електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у вакуумі та середовищі, мають дискретний характер у випадку малої поздовжньої компоненти швидкості. На вищих гармоніках максимуми в спектральному розподілі зумовлені переважно накладанням m–ої та $m+1$–ої гармонік, а також внеском інших гармонік.
2. Вплив ефекту Доплера визначає межі смуг окремих гармонік у спектрах синхротронного та синхротронно-черенковського випромінювань трьох електронів, що рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії у середовищі.
3. При малому зсуві у часі, у випадку коли виконуються умови прояву надвипромінювання, тобто коли довжина хвилі випромінювання більша за розміри системи трьох електронів, система електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії, випромінює як заряджена частинка з зарядом $3e$ і масою спокою $3m_0$, тобто в дев'ять разів більше, ніж один електрон.
4. У випадку рівномірного розподілу трьох електронів вздовж гвинтової лінії у вакуумі та середовищі при зсуві у часі $\Delta t_{12} = \Delta t_{23} = 2\pi/(3\omega_0)$ встановлено, що на частотах $(3i-2)\,\omega_0$ та $(3i-1)\,\omega_0$ ($i = 1, 2, 3, \ldots$) випромінювання (синхротронне, синхротронно-черенковське) відсутнє, а на частотах $3i\,\omega_0$ ($i = 1, 2, 3, \ldots$) фактор когерентності $S_3(\omega) = 9$.
5. У випадку рівномірного розташування трьох

електронів вздовж гвинтової лінії (потяг електронів) у вакуумі та середовищі при зсуві у часі $\Delta t_{12} = \Delta t_{23} = \pi/(3\omega_0)$ випромінювання (СВ, СЧВ) відсутнє на частотах $(6i-4)\omega_0$ і $(6i-2)\omega_0$ ($i = 1, 2, 3, \ldots$), а на частотах $6i\,\omega_0$ ($i = 1, 2, 3, \ldots$) фактор когерентності $S_3(\omega) = 9$.

6. У випадку рівномірного розташування трьох електронів вздовж гвинтової лінії у вакуумі та середовищі при зсуві у часі $\Delta t_{12} = \Delta t_{23} = \pi/(6\cdot\omega_0)$ випромінювання (СВ та СЧВ) відсутнє на частотах $(12i-8)\omega_0$ і $(12i-4)\omega_0$ ($i = 1, 2, \ldots$), а на частотах $12\,i\times\omega_0$ ($i = 1$, 2,...) фактор когерентності $S_3(\omega) = 9$.
7. Підтверджено, що синхротронно-черенковське випромінювання трьох електронів являє єдиний процес. Вплив ефекту Доплера на особливості спектрального розподілу потужності випромінювання електрона стає істотнім поблизу черенковського бар'єра.

Константинович А.В. – кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Константинович І.А. – кандидат фізико-математичних наук, асистент

[1] G.A. Schott. The Radiation of Electrons Groups// *Annalen der Physik* , .**24** (14), pp.. 635-660 (1907).
[2] G.A. Schott. Electromagnetic Radiation and the Mechanical Reactions arising from It, Cambridge: University Press, 1912, 330p.
[3] И.М. Тернов. Синхротронное излучение // *УФН*, **165**(4), сс. 429-456 (1995).
[4] Bordovitsyn V. A., Ternov I. M. Synchrotron Radiation Theory and Its Development in Memory of I.M. Ternov, Singappore: Word Scientific, 447p. (1999).
[5] H. Wiedemann. Synchrotron radiation, Berlin and Heidelberg: Springer-Verlag, 274 p. (2003).
[6] A. Hofmann. The Physics of Synchrotron Radiation, Cambridge: University Press, 345 p. (2007).
[7] J. Schwinger. On the Classical Radiation of Accelerated Electrons // *Phys. Rev.* **75**(12), pp. 1912-1925 (1949).
[8] A.V. Konstantinovich, S.V. Melnychuk, I.A. Konstantinovich. Fine Structure of Radiation Spectrum of Charged Particles Moving in Magnetic Fields in Nonabsorbable Isotropic Media and in Vacuum // *Romanian Journal of Physics*, **48**(5-6), pp. 717-725 (2003).
[9] A.V. Konstantinovich, S.V. Melnychuk, I.A. Konstantinovich. Radiation Spectrum of an Electron Moving in a Spiral in Magnetic Field in Transparent Media and in Vacuum *// Journal of Materials Science. Materials in Electronics*, **17(**4), pp. 315-320 (2006).
[10] А.В. Константинович, В.В. Фортуна. К теории излучения невзаимодействующих зарядов, движущихся в постоянном магнитном поле в вакууме // *Известия высших учебных заведений. Физика*, (12), сс. 102-104 (1983).
[11] A.V. Konstantinovich, S.V. Melnychuk, I.A. Konstantinovich. Radiation Power Spectral Distribution of Two Electrons Moving in Magnetic Field // *Semiconductor Physics. Quantum Electronics & Optoelectronics*, **8**(2), pp. 253-258 (2005).
[12] A.V. Konstantinovich, S.V. Melnychuk, I.A. Konstantinovich. Radiation Power Spectral Distribution of the System of Electrons Moving in a Spiral in Vacuum // *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials,* 8(6), pp. 2143-2147 (2006).
[13] A.V. Konstantinovich, I.A. Konstantinovich. Radiation Spectrum of Electrons Moving in Magnetic Field in Vacuum // *Reports in Physics*, **58** (2), pp. 101-106 (2006).
[14] Н.П. Клепиков. Силы торможения излучением и излучение заряженных частиц // *УФН*, **146**(2), сс. 317-339 (1985).
[15] Н.П. Клепиков. Классическая теория электромагнитного излучения систем релятивистских частиц // *Ядерная физика,* **8**(7), сс. 1307-1316 (1995).
[16] N.P. Klepikov. Classical theory of electromagnetic radiation emitted by a system of relativistic particles// *Physics of Atomic Nuclei*, **58**(57). pp.1227-1236 (1995).
[17] V.A.Bordovitsyn, V.G. Bulenok, T.O. Pozdeeva. On the coherence of synchrotron radiation // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, **227(**1),. pp. 143-151 (2005).
[18] O. Heaviside. On the Electromagnetic Effects due to the Motion Electrification through a Dielectric // *Phil. Mag.*, **27**(5-th series), pp. 324-339 (1889).
[19] Th. Des Condres. Zur Theorie des Kraftfeldes elektrisher Landungen, die sich mit Ü̈berlichtgeschwindidkeit bewengen // *Arch. Néer*, **5,** pp. 652-664 (1900).
[20] A. Sommerfeld. Zur Elektronentheorie. I. Allgemeine Untersuchung des Feldes eines beliebig bewegten Elektrons // *Nachr. Königl. Ges. Wiss. Göttingen*, pp. 99-130 (1904).
[21] A. Sommerfeld. Zur Elektronentheorie. II. Grundlagen für eine allgemeine Dynamik des Elektrons // *Nachr. Königl. Ges. Wiss. Göttingen*, pp. 363-439 (1904).

[22] A. Sommerfeld. Zur Elektronentheorie. III. Ueber Lichtgeschwindigkeits- und Ueberlichtgeschwindigkeits-Elektronen // *Nachr. Königl. Ges. Wiss. Göttingen*, pp. 201-235 (1905).
[23] A. Sommerfeld. Simplified Deduction of the Field and the Forces of an Electron, Moving in Any Given Way // *Kon. Ned. Akad, Weten. Amsterdam*, **7,** pp. 346-367 (1905).
[24] И.Е. Тамм, И.М. Франк. Когерентное излучение быстрого электрона в среде // *Доклады АН СССР*, **14**(3), сс. 107-112 (1937).
[25] П.А. Черенков. Видимое свечение чистых жидкостей под действием γ – радиации // *Доклады АН СССР*, **2(**8), сс. 451-454 (1034).
[26] П.А. Черенков. Влияние магнитного поля на видимое свечение жидкостей, вызываемое гамма-лучами // *Доклады АН СССР*, **3(**9), сс. 413–416 (1936).
[27] П.А.Черенков. Видимое свечение чистых жидкостей под действием жестких β – лучей // *Доклады АН СССР*, **14** (3), сс. 99-102 (1937).
[28] П.А. Черенков. Угловое распределение интенсивности свечения, вызываемого в чистых жидкостях γ – лучами // *Доклады АН СССР*, 14(3), сс. 103-105 (1937).
[29] И.М. Франк. Излучение Вавилова-Черенкова. Вопросы теории, Наука, Москва. 288 с. (1988).
[30] G.N. Afanasiev/ Vavilov-Cherenkov and Synchrotron Radiation: Foundations and Applications, Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers, 499 p. (2004).
[31] D.B. Ion, W. Stocker. Nuclear Mesonic Cherenkov-like Radiation from High Energy Nucleons // *Phys. Rev. C,* **52** (6), pp. 3332-3343 (1995).
[32] В.Н. Цытович. К вопросу об излучении быстрых электронов в магнитном поле при наличии среды // *Вестник Московского ун-та. Физика*, (11). сс. 27-36 (1951).
[33] А.В. Константинович, В.М. Ницович. Энергетические потери заряда, движущегося по спирали в прозрачном диэлектрике // *Известия вузов СССР. Физика*, (2), сс. 59-62 (1973).
[34] А.Б. Куканов, А.В. Константинович. Об одном обобщении метода охватывающих поверхностей в классической теории излучения // *Известия вузов СССР. Физика*, (8), сс. 7-11 (1975).
[35] J. Schwinger, Tsai Wu-yang, T. Erber. Classical and Quantum Theory of Synergic Synchrotron-Čerenkov Radiation // *Ann. of Phys*, **96** (2), pp. 303-332 (1976).
[36] A.V. Konstantinovich, I.A. Konstantinovich. Oscillations in Radiation Spectrum of Electron Moving in Spiral in Transparent Medium and Vacuum // *Astroparticles Physics*, **30**(3), pp.142-148 (2008).
[37] А.В. Константинович, С.В. Мельничук, І.М. Раренко, І.А. Константинович, В.П. Жаркой. Спектр випромінювання системи заряджених частинок, що рухаються в непоглинаючому ізотропному середовищі // *Журнал фізичних досліджень*, **4** (1), сс. 48-56 (2000).
[38] А.В. Константинович, І.А. Константинович. Особливості спектра випромінювання заряджених частинок, що рухаються в магнітному полі в прозорому середовищі // *Фізика і хімія твердого тіла,* **6(**4). сс. 535-541 (2005).
[39] I.A. Konstantinovich, A.V. Konstantinovich. Radiation Spectrum of Charged Particles Moving in Magnetic Field in Medium // *Romanian Journal of Physics,*. **51(**5–6), pp. 547-555 (2006).
[40] A.V. Konstantinovich, I.A.. Konstantinovich. Radiation Power Spectral Distribution of Two Electrons Moving in a Spiral in Magnetic Field // *Romanian Journal of Physics*, **52**(3-4), pp. 237-244 (2007).
[41] А.В. Константинович, І.А. Константинович. Спектр випромінювання чотирьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії в прозорому середовищі // *Фізика і хімія твердого тіла*, **8** (2), сс. 240-249 (2007).
[42] A.V. Konstantinovich, I.A. Konstantinovich. Radiation Spectrum of the System of Electrons Moving in a Spiral in Transparent Medium // *Romanian Journal of Physics*, **53**(3-4), pp.507-513 (2008).
[43] И.М. Тернов, В.В. Михайлин. Синхротронное излучение. Теория и эксперимент, Москва: Энергоатомиздат, 296 с. (1986).
[44] T. Nakazato, M. Oyamada, N. Niimura, S. Urasawa, O. Konno, A. Kagaya, R. Kato, T. Kamiyama, Y. Torizuka, T. Nanba, Y. Kondo, Y. Shibata, K. Ishi, T. Olisaka, M. Ikazawa/ Observation of Synchrotron Radiation //*Phys. Rev. Lett.*, **63**(12), pp. 1245-1248 (1989).
[45] K. Ishi, Y. Shibata, T. Takahashi, H. Mishiro, T. Olisaka, M. Ikezawa, Y. Kondo, T. Nakazato, S. Urasawa, M. Nimura, R. Kato, Y. Shibasaki, M. Oyamada. Spectrum of Coherent Synchrotron Radiation in the Far-Infrared Region // *Phys. Rev.A.* **43**(10), pp. 5597-5804 (1991).
[46] Y. Schibata, K. Ishi, T. Takahashi, F. Arai, M. Izekawa, K. Takami, T. Matsuyama, K. Kobayashi, Y. Fujita. Observation of Coherent Synchrotron, Cherenkov and Wake-Field Radiation at Millimetric Wavelengths Using an L-Band Linear Accelerator // *Phys. Rev. A,* **44**(6), pp. 3449-3551 (1991).
[47] N.P. Klepikov, I.M. Ternov, V. Ya. Epp. Coherent Radiation of Charged Particles Moving along a Closed Path // *Nucl. Instrum. and Meth. Phys. Phys. Rev. A*, 282(2-3), pp. 413-416 (1989).
[48] N.P. Klepikov, I.M. Ternov. Coherent Sychrotron Radiation of a Bunch of Particles // *Nucl. Instrum. and Meth. Phys. Phys. Rev. A*, **308**(1-2), pp. 113-114 (1991).
[49] Н.П., Клепиков, И.М. Тернов. Когерентное синхротронное излучение сгустков частиц // *Извести вузов СССР. Физика*, (3), сс. 9-15 (1991).

[50] F.C. Michel. Intense Coherent Submillimetric Radiation in Electron Storage Rings // *Phys. Rev. Lett.*, **48**(9), pp. 580-583 (1982).
[51] F.C. Michel. Radio Pulsar Disk Electrodynamics // *Astrophys. Journ.*, **266(**1. Pt. 1), pp. 188-200 (1985).
[52] R.H. Dicke. Coherence in spontaneous radiation process // *Phys. Rev.*, **93**(1), pp. 99-110 (1954).
[53] Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова, А.С. Сергеев, Р.М Розенталь, В.Г. Шпак, М.И. Яландин, А.Д.Р. Фелпс, А.В. Кросс. Генерация сунаносекундных микроволновых импульсов на основе эффекта черенковского сверхизлучения // *Журн. техн. физ.,* **72** (3), сс. 53-60 (2002).
[54] А.В. Константинович, С.В. Мельничук, І.А. Константинович. Класична теорія випромінювання заряджених частинок. І. Запізнюючі і випереджаючі потенціали та напруженості електромагнітного поля і метод сили самодії Лоренца // *Науковий вісник Чернівецького ун-ту. Вип. 102. Фізика. Електроніка*, Чернівці: Рута, 2001, сс. 5-13.
[55] А.В. Константинович, В.М. Ніцович. Спектральний розподіл потужності випромінювання заряду, що рухається вздовж спіралі в диспергуючому прозорому феродіелектрику // *УФЖ,* **18**(5),сс. 853-854 (1973).
[56] А.А. Соколов, В.Ч. Жуковский, М.М. Колесникова, Н.С. Никитина, О.Е. Шишанин. К теории синхротронного излучения при движении электрона по спирали // *Известия вузов СССР. Физика*, 2, сс. 108-116 (1969).

A.V. Konstantinovich[1], I.A. Konstantinovich[2]

The Fine Structure of Radiation Spectrum of System of Three Electrons which Move in Spiral in Vacuum and Transparent Medium

[1]*Chernivtsi National University, Kotsybynsky Str.,2, Chernivtsi, 58012, Ukraine,*
E-mail: theormyk@chnu.cv.ua; aconst@hotbox.ru
[2]*Institute of Thermoelectricity NAS and MES of Ukraine, Dubinska Str., 9a, Chernivtsi, 58027, Ukraine*

Using the improved Lorentz self-interaction method the radiation power of charged particles which move in a spiral in vacuum and transparent medium is investigated. Special attention is given to the research of the fine structurre of the spectral distribution of the synchrotron and synchrotron-Cherenkov radiations of three electrons moving in a spiral in vacuum and transparent isotropic medium and to the research of the fenomenon of superradiation of this system. The spectra of synchrotron and synchrotron-Cherenkov radiations for one electron are analyzed.