

Р.Г. Черкез<sup>1,2</sup>, Е. Пожар<sup>2</sup>, А. Жукова<sup>2</sup>

## **Вплив числа каналів на ефективність проникних термоелементів з матеріалів на основі Bi-Te-Se-Sb**

<sup>1</sup>*Інститут термоелектрики, Чернівці, Україна, radionch@ukr.net*

<sup>2</sup>*Чернівецький національний університет ім. Юрія Федъковича, Чернівці, Україна, erika.pojar@rambler.ru, zukovaa340@gmail.com*

Представлені результати досліджень проникних термоелементів. Описано метод математичної теорії оптимального управління та комп'ютерного проектування для вирішення багатофакторних оптимізаційних задач. Зроблено комп'ютерний розрахунок параметрів для проникних термоелементів, що виготовлені на основі Bi-Te-Se-Sb. Отримані результати свідчать про можливість збільшення ефективності перетворення енергії в 1,2 - 1,5 рази за рахунок термоелектричних матеріалів.

**Ключові слова:** Матеріал термоелементу, термоелектричне перетворення, COMSOL Multiphysics, функціонально-градієнтний матеріал, Bi-Te-Se-Sb, проектування.

*Стаття поступила до редакції 15.11.2019; прийнята до друку 15.12.2019.*

### **Вступ**

Термоелектричні генератори відомі в техніці трохи менше двох століть, однак їх промислове застосування почалося відносно недавно, практично одночасно з відкриттям перших напівпровідників. І донині термоелектричне перетворення теплової енергії в електричну потребує більшої популяризації, особливо беручи до уваги зростаючу потребу в альтернативних джерелах електричної енергія [1, 2].

Перспективним є використання низькотемпературних термогенераторів в медичних пристроях, які вживляються в організм людини (IMD), таких як кардіостимулятори, дефібрилятори, насоси для дозування ліків і нейростимулятори. У більшості таких пристріїв джерелами живлення служать акумулятори, які не перезаряджаються. Тому головне обмеження таких пристріїв — ресурс роботи акумулятора.

В даний час широке застосування отримують ТГМ з максимальною робочою температурою до 280°C. Ця температура є дуже високою для сплавів телуридів вісмуту — основи напівпровідникових гілок переважної більшості випускаемых ТГМ. Тривала експлуатація ТГМ на основі зазначеного матеріалу

при температурах понад 300°C неможлива. Саме це і визначає категорію ТГМ на основі даного напівпровідника, як «низькотемпературні ТГМ» [3].

Одним із шляхів розширення можливостей застосування низькотемпературної термоелектрики є впровадження нових термоелектричних матеріалів, більш ефективних, ніж традиційні матеріали на основі  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , PbTe, Si-Ge. Перші теоретичні дослідження проникних термоелементів для потоків газів [4-6] вказали на перспективність їх створення, оскільки вони передбачають підвищення холодильного коефіцієнта на 30 – 40 % [7] при охолодженні повітря і підвищення ККД генераторів на 20 - 30 % [8] при використанні низькопотенційної теплової енергії газів.

Тому, в роботі [9] вперше для більш коректного вирішення таких завдань використано математичну теорію оптимального управління і проведено дослідження проникних термоелементів в 1-D моделі з напівпровідників, враховуючи їх температурні залежності, для однорідних і функціонально-градієнтних матеріалів (ФГМ). Це дало можливість створити теорію проникних термоелементів з ФГМ і вказати на можливості підвищення енергетичних характеристик в режимах генерації електричної

енергії і охолодження теплоносій в 1,2 - 1,5 рази.

Перспективним напрямком підвищення ефективності термоелектричного перетворення енергії є використання фізичних моделей термоелементів, у яких теплообмін з джерелом і стоком тепла здійснюється не тільки через спаї гілок, яке характерно для традиційних термоелементів, але і в обсязі матеріалу гілок.

Фізичні моделі використовують ефект масштабу в випадку пропорційного застосування всього комплексу досліджуваних властивостей. Фізична модель являє собою аналогову модель, в якій між параметрами об'єкта і моделлю однакової фізичної природи існує однозначна відповідність. У цьому випадку елементам системи ставляться у відповідність фізичні еквіваленти, що відтворюють структуру, основні властивості і співвідношення досліджуваного об'єкта. При фізичному моделюванні, основою якого є теорія подібності, зберігаються особливості проведення експерименту в натурі з додержанням оптимального діапазону зміни відповідних фізичних параметрів.

Варіантами реалізації таких моделей є сегментні термоелементи, що мають канали для протікання по ним теплоносія. Наявність теплообміну в обсязі гілки підвищує інтенсивність тепlopерації, призводить до перерозподілу температурних полів, потенціалів і теплових потоків, впливаючи тим самим і на енергетичні характеристики термоелементу. Керуючи теплофізичними параметрами (швидкістю прокачування теплоносія, інтенсивністю теплообміну, густину електричного струму) можна реалізувати такі умови роботи, при яких буде покращена енергетична ефективність перетворення енергії.

Перші теоретичні дослідження сегментних термоелементів показали перспективність їх створення, передбачаючи підвищення коефіцієнта на 30-40 % при охолодженні повітря і підвищення ККД генераторів на 20-30 % при використання низькопотенційної теплової енергії. Однак такі дослідження були проведені для найпростішої моделі термоелемента в одномірному наближенні без урахування температурних залежностей параметрів матеріалу та комутаційних тепlopереходів.

## I. Фізична модель, математичний опис і результати вирішення завдання

Для неоднорідного ізотропного проникного термоелектричного середовища, в якому має місце стаціонарний потік тепла, заряджених частинок і енергії, викликаний наявністю градієнтів температури  $\nabla T$  і електрохімічного потенціалу  $\nabla \zeta$ , процеси обміну і перетворення енергії описуються фундаментальними законами збереження енергії та електричного заряду.

У стаціонарному випадку розподіл температури  $T$  в термоелектричному матеріалі визначається

системою диференціальних рівнянь в часткових похідних

$$\nabla k \nabla T + \frac{i^2}{s} - t i \nabla T - T i \nabla_T a = 0, \quad (1)$$

де  $\dot{q} = -k \nabla T + a \dot{i}$  – вектор густини потоку тепла;  $\dot{i} = -s \nabla z - s a \nabla T$  – вектор густини електричного струму;  $a$  – коефіцієнт термоЕРС,  $s$  – коефіцієнт електропровідності;  $k$  – коефіцієнт теплопровідності.

Наявність теплообміну термоелектричного матеріалу з теплоносієм обумовлює необхідність вирішувати (1), які пов'язані з рівняннями нерозривності, руху і теплопровідності для теплоносія, що можна записати у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div}(r_i \dot{V}) &= 0, \\ r_i \dot{F} - \nabla p + m \nabla^2 \dot{V} + \frac{1}{3} m \dot{V} (\operatorname{div}(\dot{V})) &= 0, \\ r_i \dot{F} + \operatorname{div}(\Lambda \dot{V}) + \operatorname{div}(k_v \nabla t) + r_i q_v &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

де  $r_i$  – густина теплоносія;  $\dot{V}$  – швидкість теплоносія;  $\dot{F}$  – масова сила;  $p$ -тиск;  $\Lambda$  – тензор напруги;  $k_v$  – коефіцієнт теплопровідності теплоносія;  $q_v$  – внутрішні джерела тепла;  $U$  – внутрішня енергія.

Вирішення такого завдання доцільно проводити в спеціально розроблених прикладних комп'ютерних програмах типу Femlab, ANSYS, COMSOL Multiphysics.

3-D моделювання генераторного термоелементу з боковим теплообміном було проведено в роботі [10] на основі програми COMSOL Multiphysics. Отримано розподіл температур в матеріалі гілки на основі Ві-Те і теплоносії (рис. 1а), розподіл швидкості теплоносія (рис. 1б) і розподіл потенціалів, що дозволяє визначити термодинамічні характеристики перетворення.

Результати розрахунків вказують на те, що з використанням бічного теплообміну великі значення ККД досягаються за умови проходження теплообміну на рівні 0,5 висоти гілки, а інші частини мають теплову ізоляцію. Отримано дані і для інших конструкцій термоелементу та температури теплоносія, які змінюються в діапазоні 700 - 1100 К. Дані вказують на те, що використання бокового теплообміну може дати покращення ККД на 20 - 30 % і електричну потужність на 40 - 50 %.

Дані розрахунку вказують на необхідність вирішувати багатопараметричне оптимізаційне завдання по знаходженню оптимальних умов роботи термоелементу та максимальних значень його енергетичних характеристик. Однак, проведення такої багатопараметричної оптимізації для 3-D моделі вкрай ускладнено. Використання 1-D моделі дозволяє провести багатопараметричну оптимізацію енергетичних характеристик термоелементів, виявити такі умови їх роботи, при яких можна досягти максимальних значень ефективності перетворення енергії.

У 1-D випадку визначення енергетичних

характеристик проникного термоелементу ґрунтуються на вирішенні системи диференціальних рівнянь для теплоносія і матеріалу гілок, гілки  $n$ - і р-типов провідності, виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= -\frac{\alpha_j}{\kappa} T - \frac{q}{\kappa}, \\ \frac{dq}{dx} &= \frac{\alpha_j^2}{\kappa} T + \frac{\alpha_j}{\kappa} q + i^2 \rho - \frac{\alpha_T P_K N_K l^2}{(S - S_K) j} (T - t), \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{\alpha_T P_K N_K l}{V c_P S_K} (T - t). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

де  $T$ ,  $t$  – температура матеріалу гілки і теплоносія в точці  $x$ ;  $j = il$  – приведена густина електричного струму;  $l$  – висота гілок термоелементу;  $i$  – густина електричного струму;  $q = \frac{1}{j} (\alpha_j T - \kappa \frac{dT}{dx})$  – наведений питомий тепловий потік;  $x = \frac{x}{l}$  – безрозмірна координата;  $S_K$  – площа перерізу всіх каналів;  $S$  – переріз гілки разом з каналами;  $P_K$  – периметр каналу;  $N_K$  – кількість каналів в гілці;  $V$  – масова швидкість теплоносія в каналах;  $\alpha_T$  – коефіцієнт

тепловіддачі в каналі.

Для вирішення оптимізаційної задачі по знаходженню оптимальних умов роботи термоелементу в роботах використаний принцип максимуму Понтрягіна математичної теорії оптимального управління, який дає необхідні умови оптимальності:

1) оптимальні значення питомої густини струму в гілках термоелементу  $j$  повинні задовольняти рівнянням:

$$-\left[ \frac{\partial J}{\partial j} \right]_{n,p} + \sum_{n,p} \int_0^1 \left[ \Psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial j} + \Psi_2 \frac{\partial f_2}{\partial j} + \Psi_3 \frac{\partial f_3}{\partial j} \right]_{n,p} dx = 0, \quad (4)$$

де  $J$  – функціонал, який характеризує ефективність процесу перетворення енергії (ККД для генераторів, холодильний коефіцієнт для охолодження і т.д.);  $(f_1, f_2, f_3)_{n,p}$  – праві частини рівнянь (1),  $\Psi = (\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3)_{n,p}$  – вектор-функція імпульсів [12], яка визначається за допомогою рішення допоміжної системи диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_1}{dx} &= \frac{\alpha_j}{\kappa} R_1 \Psi_1 - \left( \frac{\alpha_j}{\kappa} R_2 - \frac{\alpha_e l}{(S - S_K) j} \right) \Psi_2 + \frac{\alpha_T P_K^1 N_K}{G c_P} \Psi_3, \\ \frac{d\Psi_2}{dx} &= \frac{j}{\kappa} \Psi_1 - \frac{\alpha_j}{\kappa} \Psi_2, \\ \frac{d\Psi_3}{dx} &= -\frac{\alpha_T P_K^1 N_K l}{(S - S_K) j} \Psi_2 - \frac{\alpha_T P_K^1 N_K}{G c_P} \Psi_3, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

де:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= 1 + \frac{d \ln \alpha}{dT} T - \frac{d \ln \kappa}{dT} \left( T + \frac{q}{\alpha} \right), \\ R_2 &= R_1 + \frac{\kappa}{\alpha^2 \sigma} \frac{d \ln \sigma}{dT} + \frac{d \ln \kappa}{dT} \left( T + \frac{q}{\alpha} \right). \end{aligned} \right\}_{n,p}$$

2) оптимальні значення параметрів, які визначаються,  $w_i = (w_1, \dots, w_r)$ , розраховуються з системи інтегрально-диференціальних рівнянь:

$$-\left[ \frac{\partial J}{\partial w_i} \right]_{n,p} + \sum_{n,p} \int_0^1 \left[ \Psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial w_i} + \Psi_2 \frac{\partial f_2}{\partial w_i} + \Psi_3 \frac{\partial f_3}{\partial w_i} \right]_{n,p} dx = 0, \quad i = 1, \dots, r. \quad (6)$$

Аналізуючи отримані результати, що отримані з використанням методу послідовних наближень та методів розв'язання систем диференціальних рівнянь (3) і (5), методу Ньютона для вирішення систем інтегрально-диференціальних рівнянь (6) була розроблена комп'ютерна програма проектування

проникного термоелементу [10].

Температурні залежності параметрів  $a$ ,  $s$ ,  $k$  матеріалів на основі Bi-Ti-Se-Sb (рис. 2) були використані для розрахунків.

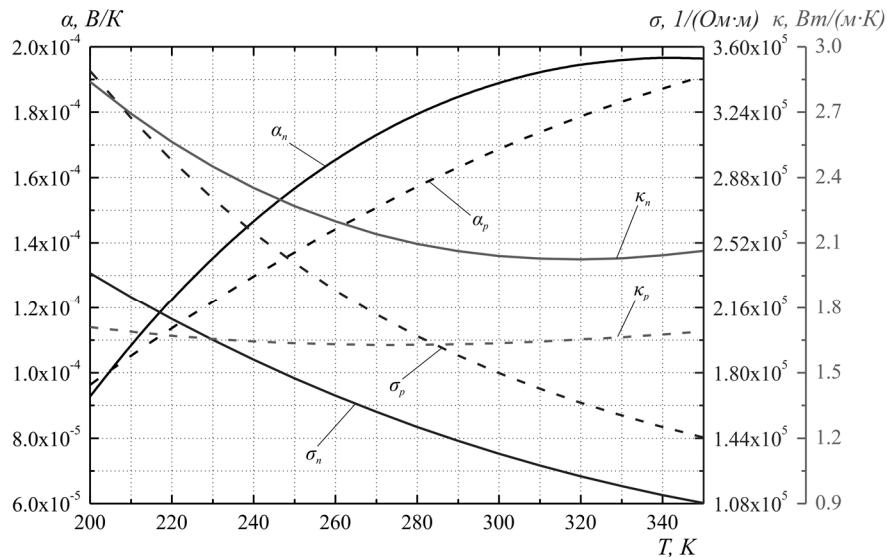


Рис. 2. Температурні залежності параметрів матеріалів на основі Bi-Te-Se-Sb.

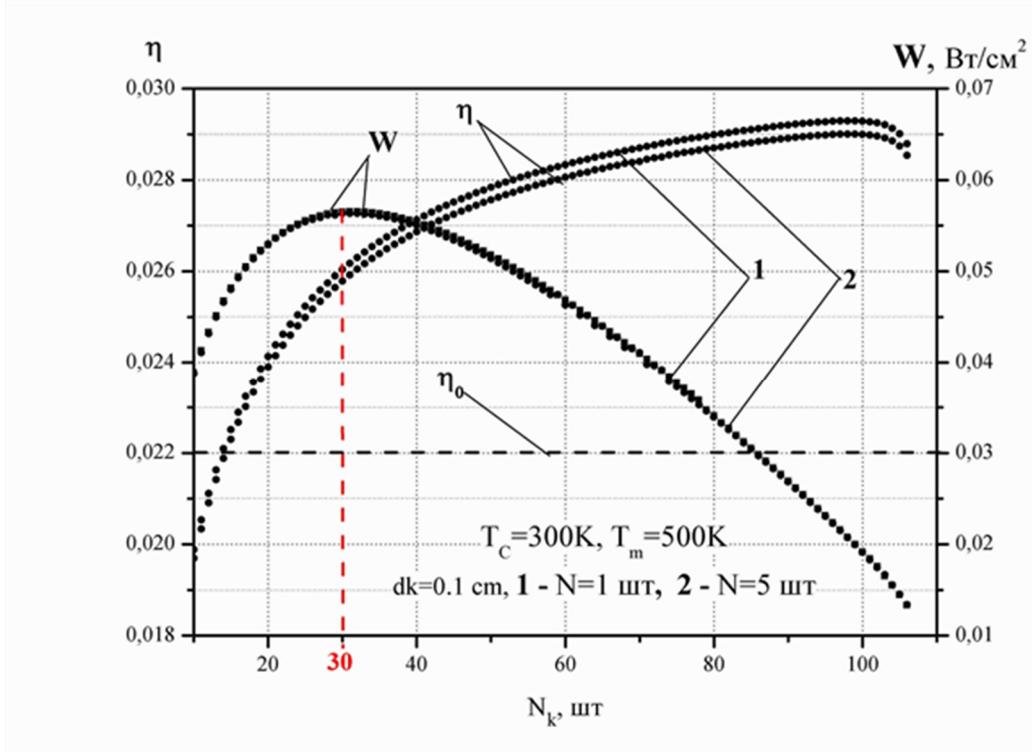


Рис. 3. Залежності ККД і потужності яка генеруєтьсяW від числа каналівN<sub>k</sub>.

Результати розрахунків проникного генераторного термоелементу з матеріалів на основі Bi-Te-Se-Sb від числа каналів для 1 і 2 сегментного проникного термоелементу в оптимальних умовах роботи наведені на рис. 3. Видно, що ККД зростає при збільшенні кількості каналів і виходить на насичення. Але вже при граничних його значеннях, що відповідають граничній пористості (85 %) матеріалу, ККД термоелементу починає спадати. Питома електрична потужність має максимум, в даному випадку при 30 каналах на 1 см<sup>2</sup>. Тому, раціональне число каналів на одиницю площини буде перебувати в межах 30 - 60 шт. Зіставлення з ККД класичного термоелементу  $\eta_0$ , що працює в

аналогічних умовах, вказує також на можливість підвищення ККД перетворення енергії приблизно на 30-50%.

## Висновок

Проведено аналіз можливостей використання низькотемпературних генераторів та сказано, що для розуміння суті фізичних процесів в досліджуваних матеріалах використовують фізичні моделі, що включають в себе теоретичний розрахунок з послідувочним проектуванням даного матеріалу, де циркулюючий теплоносій протікає через гілки

напівпровідникового матеріалу.

Для досліджуваних матеріалів типу - Bi-Te-Se-Sb проведено розрахунок степені впливу конструкційних параметрів (діаметру каналів і їх кількості, висоти глок та кількості сегментів. Визначено найбільш оптимальні умови їх роботи по значенню ККД термоелементу. Названо найкращі величини впливаючих параметрів за допомогою яких можна визначити характеристичні матеріалознавчі величини для даного типу термоелементу.

Порівняння по термодинамічній ефективності перетворення енергії з традиційними термоелементами показало можливість підвищення ККД в 1,2 – 1,5 рази.

**Черкез Р.Г.** - доктор фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник;  
**Пожар Е.В.** – магістр;  
**Жукова А.С.** – студентка.

- [1] Л.И. Анатычук, Термоэлектричество, Т.1. Физика термоэлектричества (Черновцы, 2008).
- [2] D.T. Crane, J.W. LaGrandeur, F. Harris, L.E. Bell, Proceedings of the International Conference on Thermoelectrics (OR, Corvallis, 2008). Р. 34
- [3] А.с. СССР № 144883. Способ повышения КПД термоэлектрического генератора (холодильника). Зорин И. В. Заявлено 24.06.1961, Опубликовано 18.10.1968.
- [4] Г.К. Котырло, Г.М. Щеголев, Тепловые схемы термоэлектрических устройств. (Наукова Думка, Київ, 1973).
- [5] L.I. Anatychuk, R.G. Cherkez, Journal of Thermoelectricity (2), 35 (2003).
- [6] L.I. Anatychuk, R.G. Cherkez, Journal of Electronic Materials 41(6), 1115 (2012).
- [7] R. Cherkez, Applied Thermal Engineering 38, 7 (2012).
- [8] L.I. Anatychuk, R.G. Cherkez, Journal of Thermoelectricity (3), 5 (2010).
- [9] L.I. Anatychuk, R.G. Cherkez, Journal of Thermoelectricity (3), 5 (2008).
- [10] R.G. Cherkez, Journal of Thermoelectricity (3), 59 (2012).
- [11] L.I. Anatychuk, R.G. Cherkez, D.D. Demyanyuk, N.R. Bukharayeva, Journal of Thermoelectricity (2), 5 (2012).
- [12] Л.С. Понtryгин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф Мищенко, Математическая теория оптимальных процессов (Наука, Москва, 1976).

R.G. Cherkez<sup>1</sup>, E. Pozhar<sup>2</sup>, A. Gykova<sup>2</sup>

## Influence of Channel Diameter on the Efficiency of Permeable Thermoelements From Bi-Te-Se-Sb Materials

<sup>1</sup>Institute of Thermoelectricity, Chernivtsi, Ukraine, [radionch@ukr.net](mailto:radionch@ukr.net)

<sup>2</sup>Chernivtsi National University. Yuriy Fedkovych, Chernivtsi, Ukraine, [erika.pojar@rambler.ru](mailto:erika.pojar@rambler.ru), [zukovaa340@gmail.com](mailto:zukovaa340@gmail.com)

The results of studies of permeable thermoelements are presented. The physical model, method of calculation and design of a permeable thermocouple in which the fluid is pumped through the branches of the semiconductor material are described. For materials based on Bi-Te-Se-Sb, the influence of structural parameters (channel diameter and number, branch height and number of segments) in optimal conditions of thermoelement efficiency on energy characteristics is calculated. The features of methods of solving problems in 3-D and 1-D cases for different models of permeable thermocouples are described. 3-D simulation of the generator thermocouple based on COMSOL Multiphysics was used for the calculations. On the basis of computer-aided design, optimal values of such parameters are calculated, which allow to establish the necessary material science requirements for the creation of thermocouple and indicate the possibility of increasing the efficiency of thermoelectric energy conversion by 1.2 - 1.5 times compared to traditional thermocouples.

**Keywords:** permeable thermoelement, energy characteristics, optimization, design.