
ФІЗИКО-ХЕМІЧНЕ МАТЕРІАЛОЗНАВСТВО

УДК 620.17:519.24

Г.О. Сіренко¹, В.П. Свідерський², М.Б. Складанюк¹, М.І. Мартинюк¹,
І.В.Говдяк¹

Застосування дисперсійної аналізи у дослідженні тертя та зношування метало-полімерних пар

¹Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,
вул. Шевченка, 57, м. Івано-Франківськ, 76018, Україна, skladanyuk16@gmail.com

²Хмельницький національний університет, вул. Інститутська, 11, м. Хмельницький, 29016, Україна

Рукопис статті, що описує вплив величини навантаги, швидкості ковзання, природи полімеру та суміжної металевої поверхні на тертя та зношування полімерів за допомогою дисперсійної аналізи.

Ключові слова: навантаження, швидкість ковзання, полімер, металева поверхня, тертя, зношування, дисперсійна аналіза.

H.O.Sirenko¹, V.P. Svidersky², M.B. Skladanyuk¹, M.I. Martynyuk¹, I.V.
Hovdiak¹

Mathematical methods in chemistry and chemical technology: dispersion analysis (theory)

*Vasyl Stefanyk' Precarpathian National University,
57, Shevchenko Str., Ivano-Frankivsk, 76018, Ukraine, skladanyuk16@gmail.com*
²*Khmelnitsky National University, 11, Instytutaska Str., Khmelnytsky, 29016, Ukraine*

A manuscript that describes mathematical methods in chemistry and chemical technology, namely the concept of dispersion analysis. The material on the application of dispersion analysis in chemical technology has been worked out.

Keywords: variance, statistical equality, dispersion analysis

Стаття постуила до редакції 20.09.2018; прийнята до друку 05.12.2018.

1. Вступ

1. Дослідження значимости ряду чинників під час зношування

Для дослідження вибрані два кількісних чинники, які варіюються на чотирьох кількісних рівнях

(табл. 1.1) і два якісних чинника, які варіюються на чотирьох якісних рівнях (табл. 1.2)

Таблиця 1.1

Кількісні чинники та їх рівні

№ п/п	Кількісні вхідні чинники	Натуральне позначення		Рівні варіювання				Інтервал варіювання
		Чинник	Рівні	1	2	3	4	
1	Питоме навантаження, МПа	P	P _i	1,0	2,0	3,0	4,0	1,0
2	Швидкість ковзання, м/с	V	V _i	0,3	0,6	0,9	1,2	0,3

Таблиця 1.2

Якісні чинники та їх рівні

№ п/п	Якісні чинники	Натуральне позначення		Рівні варіювання			
		Чинник	Рівні	1	2	3	4
1	Природа полімера	П	П _q	A	B	C	D
2	Природа контртіла	Me	Me ₁	a	β	γ	δ

У табл. 1.2 внесені такі позначення: А - аліфатичний поліамід П-610; В-ароматичний поліамід фенілон С2; С- ароматичний поліамід фенілон П; Д – поліпропілен; α- титановий стоп ВТ-1-0; β- титановий стоп ПТ-3В; γ-нержавіюча криця 10Х18Н9Т; δ-алюмінієвий стоп А-5.

В якості матриці планування використані суміжний план типу $N=p^k=r^2=m^2$ з квадратами 2-го порядку, які уявляють собою сумісні два латинські квадрати розміром $m \times m$ (де N-число дослідів, p- число рівнів чинниково експерименту, k- число чинників, m- число стовбців і рядків квадрату).

У цьому випадку модель експерименту, нехтуючи ефектами взаємодії, які з великою ймовірністю є незначимими, представляється у вигляді:

$$\eta_{ijql} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_q + \delta_l + \varepsilon_{ijql}, \quad (1.1)$$

де η_{ijql} - значення функції відгуку для i-го рівня чинника P, j-го рівня чинника v, q-го рівня чинника П, l-го рівня чинника Me деякої гіпотетичної генеральної сукупності;

μ - загальний ефект;

α_i - ефект від i-го рівня P - чинника;

β_j - ефект від j-го рівня v - чинника;

γ_q - ефект від q-го рівня П - чинника;

δ_l - ефект від l-го рівня Me - чинника;

ε_{ijql} - помилка гіпотетичного експерименту.

Оцінка генеральних ефектів за вибірковими характеристиками становить:

$$\eta_{ijql} \leftarrow U_{ijql}; \quad \mu \leftarrow M; \quad \alpha_i \leftarrow P_i; \quad \beta_j \leftarrow v_j; \quad \gamma_q \leftarrow P_q; \quad \delta_l \leftarrow Me_l.$$

$\varepsilon_{ijql} \leftarrow \varepsilon_{\text{пом}} = \varepsilon_n$ - помилка експерименту.

Тоді модель експерименту можна представити у вигляді:

$$Y_{ijql} = M + P_i + v_j + P_q + Me_l + \varepsilon_{\text{пом}}. \quad (1.2)$$

Число взаємноортогональних квадратів дорівнює $n+1=4+1=5$, із яких 2 впорядкованих (по рядках і стовбцях) і 3 латинських:

1-й	2-й	3-й	4-й	5-й
1 1 1 1	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
2 2 2 2	1 2 3 4	2 1 4 3	3 4 1 2	4 3 2 1
3 3 3 3	1 2 3 4	3 4 1 2	4 3 2 1	2 1 4 3
4 4 4 4	1 2 3 4	4 3 2 1	2 1 4 3	3 4 1 2

Накладанням 3-го і 4-го взаємноортогональних квадратів один на одного одержали оптимальний план у вигляді греко-латинського квадрата (умови ортогонального планування):

Матриця планування в цифровому позначенні:

11 22 33 44
23 14 41 32
34 43 12 21
42 31 24 13

Матриця планування в буквенному позначенні:

$A\alpha B\beta C\gamma D\delta$
 $B\gamma A\delta D\alpha C\beta$
 $C\delta D\gamma A\beta B\alpha$
 $D\beta C\alpha B\delta A\gamma$

Шляхом заміни у другому рядку оптимального плану поєднання елементів 14 на 34 і 32 на 12, а в четвертому рядку - 31 на 11 і 13 на 33, використовуючи правило перестановок, одержали неоптимальний план квадрата 2-го порядку (умови неоптимального планування):

Матриця планування в цифровому позначенні:

11 22 33 44
23 34 41 12
34 43 12 21
43 11 24 33

Матриця планування в буквенному позначенні:

$A\alpha B\beta C\gamma D\delta$
 $B\gamma C\delta D\alpha A\beta$
 $C\delta D\gamma A\beta B\alpha$
 $D\beta A\alpha B\delta C\gamma$

Таким чином, вся інформація одержується з $16 + 4 = 20$ дослідів.

2. Реалізація оптимального плану

Робоча матриця і матриця планування греко-латинського квадрата суміщені з чинниковим планом n^2 показані в таблицях 1.3, 1.4.

Таблиця 1.3

Матриця планування(оптимальний план)

V_i	P_i			
	P_1	P_2	P_3	P_4
V_1	$A\alpha$	$B\beta$	$C\gamma$	$D\delta$
V_2	$B\gamma$	$A\delta$	$D\alpha$	$C\beta$
V_3	$C\delta$	$D\gamma$	$A\beta$	$B\alpha$
V_4	$D\beta$	$C\alpha$	$B\delta$	$A\gamma$

Таблиця 1.4

Робоча матриця (оптимальний план)

V м/с	P , МПа			
	1,0	2,0	3,0	4,0
0,3	П-68/ВТ 1-0	Ф-С-2/ПТ-3В	ФП/10Х18Н9Т	ПП/АІ
0,6	ФС-2/10Х18Н9Т	П-68/АІ	ПП/ВП 1-0	ФП/ПТ-3В
0,9	ФП/АІ	ПП/10Х18Н9Т	П-68/ПТ-3В	ФС-2/ВТ 1-0
1,2	ПП/ПТ-3В	ФП/ВТ 1-0	ФС-2/ АІ	П-68/10Х18Н9Т

А) Лінійна інтенсивність зношування ($I, 10^{-8}$)

Результати реалізації робочої матриці (оптимальний план) представлені в табл. 1.5 і 1.6.

а) Розрахунки:

1) Загальна сума квадратів:

$$SS_{заг} = \sum_{i=1}^{m_i} \sum_{j=1}^{m_j} \sum_{n=1}^{m_n} (y_{ijn}^2) - \frac{\left(\sum_{i=1}^{m_i} \sum_{j=1}^{m_j} \sum_{n=1}^{m_n} y_{ijn} \right)^2}{N \cdot n}; \quad (2.3)$$

$$SS_{заг} = 393901, 89 - 39251, 53 = 354650, 36.$$

Число ступенів свободи:

$$f_{заг} = 64 - 1 = 63.$$

Таблиця 1.5

Результати досліджень лінійної інтенсивності зношування ($I, \cdot 10^{-8}$)
за оптимальним планом

V, м/с	P, МПа			
	1,0	2,0	3,0	4,0
0,3	1,9	6,97	4,86	290,0
	1,9	7,46	4,3	273,0
	3,6	4,76	3,3	312,0
	2,65	4,56	4,9	367,0
0,6	1,06	6,1	10,1	14,1
	0,74	8,0	10,9	17,8
	1,06	6,23	6,1	15,0
	0,70	6,18	5,5	11,6
0,9	2,06	1,93	13,0	15,0
	1,50	1,93	7,4	14,0
	1,43	1,03	10,0	10,1
	1,30	1,38	8,3	11,7
1,2	1,3	8,0	2,5	3,6
	1,8	10,1	2,9	1,7
	1,2	12,4	1,8	2,8
	0,67	13,9	2,3	1,3

Загальна дисперсія:

$$S_{заг}^2 = \frac{SS_{заг}}{f_{заг}}; \quad (1.4)$$

$$S_{заг}^2 = 5629, 37.$$

2) Сума квадратів відхилень середньої за швидкістю ковзання від загальної середньої:

$$SS_v = \frac{\sum_{j=1}^{m_j} \left(\sum_{i=1}^{m_i} \sum_{n=1}^{m_n} y_{ijn} \right)^2}{m_i \cdot m_n} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{m_i} \sum_{j=1}^{m_j} \sum_{n=1}^{m_n} y_{ijn} \right)^2}{N \cdot n}; \quad (1.5)$$

$$SS_v = 106376, 4 - 39251, 5 = 67124, 9.$$

Число ступенів свободи $f_v = 4 - 1 = 3$.

Таблиця 1.6

Результати досліджень лінійної інтенсивності зношування за оптимальним планом (середні значення)

V, м/с	P, МПа			
	1,0	2,0	3,0	4,0
0,3	2,51	5,94	4,34	310,5
0,6	0,89	6,63	8,15	14,63
0,9	1,57	1,57	9,68	12,7
1,2	1,24	11,1	2,38	2,4

Дисперсія за швидкості ковзання:

$$S_v^2 = \frac{SS_v}{f_v}; \quad (1.6)$$

$$S_v^2 = 22375.$$

3) Сума квадратів відхилень середньої за питомим навантаженням від загальної середньої:

$$SS_p = \frac{\sum_{i=1}^{m_i} \left(\sum_{j=1}^{m_j} \sum_{n=1}^{m_n} y_{ijn} \right)^2}{m_i \cdot m_n} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{m_i} \sum_{j=1}^{m_j} \sum_{n=1}^{m_n} y_{ijn} \right)^2}{N \cdot n}; \quad (1.7)$$

$$SS_p = 116996, 6 - 39251, 5 = 77745, 1.$$

Число ступенів свободи $f_p = 4 - 1 = 3$.

Дисперсія по питомому навантаженню:

$$S_p^2 = \frac{SS_p}{f_p}; \quad (1.8)$$

$$S_p^2 = 25915, 03.$$

4) Сума квадратів відхилень середньої за природою полімера від загальної середньої:

$$SS_n = \frac{\sum_{q=1}^{m_q} \left(\sum_{i,j=1}^{m_i, m_j} \sum_{n=1}^{m_n} y_{ijn} \right)^2}{m_{ij} \cdot m_n} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{m_i} \sum_{j=1}^{m_j} \sum_{n=1}^{m_n} y_{ijn} \right)^2}{N \cdot n}; \quad (1.9)$$

$$SS_n = 104015, 1 - 39251, 5 = 64763, 6.$$

Число ступенів свободи $f_n = 4 - 1 = 3$.

Дисперсія за природою полімера:

$$S_n^2 = \frac{SS_n}{f_n}; \quad (1.10)$$

$$S_n^2 = 21587, 9.$$

5) Сума квадратів відхилень середньої за природою металу від загальної середньої:

$$SS_{Me} = \frac{\sum_{l=1}^{m_l} \left(\sum_{i,j=1}^{m_j} \sum_{n=1}^{m_n} y_{ijn} \right)^2}{m_i \cdot m_n} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{m_i} \sum_{j=1}^{m_j} \sum_{n=1}^{m_n} y_{ijn} \right)^2}{N \cdot n}; \quad (1.11)$$

$$SS_{Me} = 105351, 5 - 39251, 5 = 66100.$$

Число ступенів свободи $f_{Me} = 4 - 1 = 3$.

Дисперсія по природі контртіла:

$$S_{Me}^2 = \frac{SS_{Me}}{f_{Me}}; \quad (1.12)$$

$$S_{Me}^2 = 22033, 3.$$

б) Сума квадратів помилки:

$$SS_{\varepsilon} = SS_{\text{заг}} - (SS_v + SS_p + SS_n + SS_{Me}) = 354650, 36 - (67124,9 + 77745, 1 + 64763, 6 + 66100) = 78916, 76. \quad (1.13)$$

Число ступенів свободи:

$$f_{\varepsilon} = f_{\text{заг}} - (f_v + f_p + f_n + f_{Me}) = 63 - 12 = 51. \quad (1.14)$$

Дисперсія помилки:

$$S_{\varepsilon}^2 = \frac{SS_{\text{ном}}}{f_{\text{ном}}}; \quad (1.15)$$

$$S_{\varepsilon}^2 = 1547, 39.$$

Результати дисперсійного аналізу зведені в табл. 1.7.

7) Перевірка нуль - гіпотез про значимість впливу чинників за критерієм Фішера.

а) Висуваємо нульову гіпотезу:

$H_0: \beta_j = 0$ (для всіх j вплив швидкості ковзання на інтенсивність лінійного зношування значний).

Альтернативною гіпотезою $H_1 \beta_j \neq 0$ буде: для всіх j вплив швидкості ковзання на інтенсивність лінійного зношування значний. Перевірка гіпотез: Розраховуємо статистику:

$$S_{\text{max}}/S_{\text{min}} = F_P = S_v^2/S_{\varepsilon}^2 = 14,46 = 22375 \cdot 10^{-6} : 1547,39 \cdot 10^{-6};$$

$$F_T = 2,789 \text{ (для } p = 0, 95, \alpha = 0,05; f_v = 3, f_{\text{ном}} = 51);$$

$F_P > F_T$. Так як $F_{PV} = 14,46 > F_T = 2,789$, то H_0 відкидаємо, приймаємо H_1 .

Таблиця 1.7

Результати дисперсійного аналізу лінійної інтенсивності зношування
($l, \times 10^{-8}$)

№	Джерело мінливості	f	Сума квадратів	Середній квадрат
1	Ефект швидкості ковзання	3	$67124,9 \cdot 10^{-16}$	$22375,0 \cdot 10^{-16}$
2	Ефект питомого навантаження	3	$77745,1 \cdot 10^{-16}$	$25915,03 \cdot 10^{-16}$
3	Ефект контртіла (металу)	3	$66100,0 \cdot 10^{-16}$	$22033,3 \cdot 10^{-16}$
4	Ефект полімеру	3	$64763,6 \cdot 10^{-16}$	$21587,9 \cdot 10^{-16}$
5	Помилка	51	$78916,76 \cdot 10^{-16}$	$1547,39 \cdot 10^{-16}$
6	Сума	63	$354650,36 \cdot 10^{-16}$	

Ступінь значущості впливу швидкості ковзання на лінійний коефіцієнт зношування:

$$\xi_2 = \frac{F_P}{F_T} = \frac{14,46}{2,789} = 5,185$$

Із залишками ступеня значущости:

$$\xi_1 = \frac{F_{PV}}{F_T} = \frac{2,789}{14,46} = 0,193$$

Висновок 1: вплив швидкості ковзання (V) на інтенсивність лінійного зношування значний із ймовірністю $p = 0,95$ у ділянці чинникового простору (ΔV) від 0,3 до 1,2 м/с.

б) H_0 : $\alpha_i = 0$ (для всіх i вплив питомого навантаження на інтенсивність зношування незначний). Розрахуємо статистику:

$$F_p = 16,75;$$

$$F_T = 2,789 \text{ (для } p = 0,95, f_p = 3, f_\varepsilon = 51);$$

$$F_p > F_T, \text{ то приймаємо } H_1$$

Висновок 2: вплив питомого навантаження на інтенсивність лінійного зношування значний із ймовірністю $p = 0,95$ та $\alpha = 0,05$ у ділянці чинникового простору від 1 до 4 МПа.

в) H_0 : $\delta_i = 0$ для всіх i (вплив природи металевго контртіла на знос незначний).

$$F_p = 14,24;$$

$$F_T = 2,789 \text{ (для } p = 0,95, f_{Me} = 3, f_{ном} = 51);$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 3: вплив природи металевго контртіла на інтенсивність лінійного зношування значний із ймовірністю 0,95 для алюмінію, нержавіючої криці, титанових стопів.

г) H_0 : $\gamma_q = 0$ для всіх q (вплив природи полімеру на лінійну інтенсивність зношування незначний).

$$F_p = 13,95;$$

$$F_T = 2,789 \text{ (для } p = 0,95, f_n = 3, f_\varepsilon = 51);$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 4: вплив природи полімеру на знос значний із ймовірністю 0,95 для ароматичних і аліфатичного поліамідів і поліпропілену.

8) Перевірка нуль- гіпотез про рівний вплив чинників:

а) H_0 : $SS_p = SS_v$; $F_{розр} = S_p^2/S_v^2 = 1, 16$; $F_{табл} = 9,28$ (для $p = 0, 95$, $f_p = 3$, $f_v = 3$);

$$F_p < F_T$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

б) H_0 : $SS_p = SS_n$; $F_p = 1, 2$; $F_T = 9,28$ (для $p = 0, 95$, $f_p = 3$, $f_n = 3$);

$$F_p < F_T$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

в) H_0 : $SS_p = SS_{Me}$; $F_p = 1,18$; $F_T = 9,28$ (для $p = 0, 95$, $f_p = 3$, $f_{Me} = 3$);

$$F_p < F_T$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

г) H_0 : $SS_v = SS_n$; $F_p = 1,04$; $F_T = 9,28$ (для $p = 0, 95$, $f_v = 3$, $f_n = 3$);

$$F_p < F_T$$

Гіпотеза H_0 підтверджується

д) H_0 : $SS_v = SS_{Me}$; $F_p = 1,02$; $F_T = 9,28$ (для $p = 0, 95$, $f_v = 3$, $f_{Me} = 3$);

$$F_p < F_T$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

е) H_0 : $SS_n = SS_{Me}$; $F_p = 0, 98$; $F_T = 9,28$ (для $p = 0, 95$, $f_n = 3$, $f_{Me} = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

Висновок 5: ефекти від всіх чинників в однаковій мірі впливають на інтенсивність лінійного зношування із ймовірністю 0,95.

Б) Коефіцієнт тертя.

Результати реалізації робочої матриці за коефіцієнтом тертя (оптимальний план) представлені в табл. 1.8 і 1.9.

1) Загальна сума квадратів:

$$SS_{\text{заг}} = 5,669 - 4,634 = 1,035.$$

Число ступенів свободи:

$$f_{\text{заг}} = 80 - 1 = 79.$$

Загальна дисперсія:

$$S^2_{\text{заг}} = 0,013.$$

Таблиця 1.8

Результати досліджень коефіцієнту тертя за оптимальним планом

V м/с	P, МПа			
	1,0	2,0	3,0	4,0
0,3	0,595	0,367	0,298	0,369
	0,560	0,314	0,220	0,368
	0,562	0,340	0,199	0,368
	0,525	0,303	0,229	0,357
	0,537	0,360	0,287	0,383
0,6	0,296	0,218	0,225	0,240
	0,286	0,207	0,212	0,220
	0,243	0,242	0,199	0,220
	0,229	0,217	0,203	0,220
	0,327	0,243	0,193	0,198
0,9	0,210	0,150	0,270	0,216
	0,243	0,132	0,292	0,179
	0,273	0,124	0,364	0,161
	0,228	0,129	0,344	0,179
	0,252	0,132	0,353	0,165
1,2	0,132	0,171	0,148	0,093
	0,113	0,228	0,120	0,043
	0,143	0,221	0,115	0,094
	0,115	0,226	0,123	0,066
	0,121	0,196	0,150	0,056

Таблиця 1.9

Результати досліджень коефіцієнту тертя за оптимальним планом
(середні значення)

V, м/с	P, МПа			
	1,0	2,0	3,0	4,0
0,3	0,56	0,34	0,25	0,37
0,6	0,28	0,23	0,21	0,22
0,9	0,24	0,13	0,32	0,18
1,2	0,12	0,21	0,13	0,07

2) Сума квадратів відхилень середньої за швидкістю ковзання від загальної середньої:

$$SS_v = 5,2455 - 4,634 = 0,6115.$$

Число ступенів свободи:

$$f_v = 4 - 1 = 3.$$

Дисперсія по швидкості ковзання:

$$S^2_v = 0,2038.$$

3) Сума квадратів відхилень середньої за питомим навантаженням від загальної середньої:

$$SS_p = 4,73 - 4,634 = 0,096.$$

Число ступенів свободи:

$$f_p = 4 - 1 = 3.$$

Дисперсія по питомому навантаженню:

$$S^2_p = 0,032.$$

4) Сума квадратів відхилень середньої за природою полімера від загальної середньої:

$$SS_n = 4,716 - 4,634 = 0,082.$$

Число ступенів свободи:

$$f_n = 4 - 1 = 3.$$

Дисперсія по природі полімера:

$$S^2_n = 0,027.$$

5) Сума квадратів відхилень середньої за природою металу від загальної середньої:

$$SS_{Me} = 4,751 - 4,634 = 0,117.$$

Число ступенів свободи:

$$f_{Me} = 4 - 1 = 3.$$

Дисперсія по природі контргіла:

$$S^2_{Me} = 0,039.$$

6) Сума квадратів помилки:

$$SS_{пом} = SS_{заг} - (SS_v + SS_p + SS_n + SS_{Me}) = 1,035 - (0,611 + 0,096 + 0,082 + 0,117) = 0,129.$$

Число ступенів свободи:

$$f_\epsilon = f_{заг} - (f_v + f_p + f_n + f_{Me}) = 79 - 12 = 67.$$

Дисперсія помилки:

$$S^2_\epsilon = 0,002.$$

Результати дисперсійного аналізу зведені в табл. 2.10.

Таблиця 1.10

**Результати дисперсійної аналізи за коефіцієнтом тертя
(оптимальний план)**

№	Джерело мінливості	F	Сума квадратів	Середній квадрат
1	Ефект швидкості ковзання	3	0,611	0,2038
2	Ефект питомого навантаження	3	0,096	0,032
3	Ефект контртіла (металу)	3	0,117	0,039
4	Ефект полімеру	3	0,082	0,027
5	Помилка	67	0,129	0,002
6	Сума	79	1,035	

7) Перевірка нуль-гіпотез про значимість чинників за критерієм Фішера.

а) $H_0: \beta_j = 0$ для всіх j (вплив швидкості ковзання на коефіцієнт тертя незначний).

$$F_p = 101,9;$$

$$F_T = 2,75 \text{ (для } p = 0,95, f_v = 3, f_{\text{пом}} = 67 \text{)};$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 1: вплив швидкості ковзання на коефіцієнт тертя значний із ймовірністю 0,95 в області факторного простору від 0,3 до 1,2 м/с.

б) $H_0: \alpha_i = 0$ для всіх i (вплив питомого навантаження на коефіцієнт тертя незначний).

$$F_p = 16;$$

$$F_T = 2,75 \text{ (для } p = 0,95, f_p = 3, f_{\text{пом}} = 67 \text{)};$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 2: вплив питомого навантаження на коефіцієнт тертя значний із ймовірністю 0,95 в області чинникового простору від 1 до 4 МПа.

в) $H_0: \delta_l = 0$ для всіх l (вплив природи металічного контртіла на коефіцієнт тертя незначний).

$$F_p = 19,5;$$

$$F_T = 2,75 \text{ (для } p = 0,95, f_l = 3, f_{\text{пом}} = 67 \text{)};$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 3: вплив природи металевого контртіла на коефіцієнт тертя значний із ймовірністю 0,95 для алюмінію, нержавіючої криці, титанових стопів.

г) $H_0: \gamma_q = 0$ для всіх q (вплив природи полімеру на коефіцієнт тертя незначний).

$$F_p = 13,5;$$

$$F_T = 2,75 \text{ (для } p = 0,95, f_q = 3, f_{\text{пом}} = 67 \text{)};$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 4: вплив природи полімеру на коефіцієнт тертя значний із ймовірністю 0,95 для ароматичних і аліфатичного поліамідів і поліпропілену.

8) Перевірка нуль-гіпотез про рівний вплив чинників:

а) $H_0: SS_p = SS_v$; $F_p = 6,37$; $F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_p = 3, f_v = 3$);

$$F_p < F_T$$

Гіпотеза H_0 підтверджується

б) $H_0: SS_p = SS_n$; $F_p = 1,19$; $F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_p = 3, f_n = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

в) $H_0: SS_p = SS_{Me}$; $F_p = 1,22$; $F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_p = 3, f_{Me} = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

г) $H_0: SS_v = SS_{Me}$; $F_p = 5,23$; $F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_v = 3, f_{Me} = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

д) $H_0: SS_V = SS_n; F_p = 7,55; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_v = 3, f_n = 3$);

$F_p < F_T$.

Гіпотеза H_0 підтверджується.

е) $H_0: SS_n = SS_{Me}; F_p = 1,44; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_n = 3, f_{Me} = 3$);

$F_p < F_T$.

Гіпотеза H_0 підтверджується.

Висновок 5: ефекти від всіх чинників в однаковій мірі впливають на коефіцієнт тертя з ймовірністю 0,95.

3. Реалізація неоптимального плану

Робоча матриця і матриця планування греко-латинського квадрату суміщені з чинниковим планом p^2 наведені в табл. 1.11 і 1.12.

Таблиця 1.11

Робоча матриця (неоптимальний план)

V ,м/с	P, МПа			
	1,0	2,0	3,0	4,0
0,3	П-68/ВТ-1	ФС-2/3В	ФП/10Х18Н9Т	ПП/А1
0,6	ФС-2/10Х18Н9Т	ФП/А1	ПП/ВТ-1	П-68/3В
0,9	ФП/А1	ПП/10Х18Н9Т	П-68/3В	ФС-2/ВТ-1
1,2	ПП/3В	П-68/ВТ-1	ФС-2/А1	ФП/10Х18Н9Т

Таблиця 1.12

Матриця планування (неоптимальний план)

V _j	P _i			
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
V ₁	Aα	Bβ	Cγ	Dδ
V ₂	Bγ	Cδ	Dα	Aβ
V ₃	Cδ	Dγ	Aβ	Bα
V ₄	Dβ	Aα	Bδ	Cγ

Результати реалізації робочої матриці (неоптимальний план)

представлені в табл. 1.13 і 1.14.

А) Інтенсивність лінійного зношування ($I, 10^{-8}$)

1) Загальна сума квадратів:

$$SS_{\text{заг}} = 393040,9 - 37233,56 = 355807,34.$$

Число ступенів свободи:

$$f_{\text{заг}} = 64 - 1 = 63.$$

Загальна дисперсія:

$$S^2_{\text{заг}} = 5647,74.$$

2) Сума квадратів відхилень середньої за швидкістю ковзання від загальної середньої:

$$SS_V = 105856,43 - 37233,56 = 68622,87.$$

Число ступенів свободи:

$$f_v = 4 - 1 = 3.$$

Дисперсія по швидкості ковзання:

$$S_v^2 = 22874,29.$$

3) Сума квадратів відхилень середньої за питомим навантаженням від загальної середньої:

$$SS_p = 114428,21 - 37233,56 = 77194,65.$$

Число ступенів свободи:

$$f_p = 4 - 1 = 3.$$

Таблиця 1.13

Результати досліджень лінійної інтенсивності зношування (I , 10^{-8}) за неоптимальним планом

$V, \text{м/с}$	$P, \text{МПа}$			
	1,0	2,0	3,0	4,0
0,3	1,90	6,97	4,86	290,0
	1,90	7,46	4,30	273,0
	3,60	4,76	3,30	312,0
	2,65	4,56	4,90	367,0
0,6	1,06	2,80	10,1	5,2
	0,74	5,90	10,9	6,50
	1,06	3,97	6,1	3,90
	0,70	5,86	5,5	5,30
0,9	2,06	1,93	13,0	15,0
	1,50	1,93	7,40	14,0
	1,30	1,03	10,0	10,1
	1,43	1,38	8,30	11,7
1,2	1,3	7,0	2,50	9,60
	1,8	5,30	2,90	8,90
	1,2	7,80	1,80	8,20
	0,67	4,70	2,30	6,90

Таблиця 1.14

Результати досліджень лінійної інтенсивності зношування за неоптимальним планом (середні значення)

$V, \text{м/с}$	$P, \text{МПа}$			
	1,0	2,0	3,0	4,0
0,3	2,51	5,94	4,34	310,5
0,6	0,89	4,63	8,15	5,23
0,9	1,57	1,57	9,68	12,7
1,2	1,24	6,20	2,38	8,4

Дисперсія по питомому навантаженню:

$$S_p^2 = 25731,55.$$

4) Сума квадратів відхилень середньої за природою полімера від загальної середньої:

$$SS_n = 107722,98 - 37233,56 = 70489,42.$$

Число ступенів свободи:

$$f_n = 4 - 1 = 3.$$

Дисперсія по природі полімера:

$$S_n^2 = 23496,47.$$

5) Сума квадратів відхилень середньої за природою металу від загальної середньої:

$$SS_{Me} = 103404,48 - 37233,56 = 66170,92.$$

Число ступенів свободи:

$$f_{Me} = 4 - 1 = 3.$$

Дисперсія по природі металевого контртіла:

$$S^2_{Me} = 22056,97.$$

б) Сума квадратів помилки:

$$SS_{\varepsilon} = SS_{\text{заг}} - (SS_v + SS_p + SS_n + SS_{Me}) = 355807,34 - (68622,87 + 77194,65 + 70489,42 + 66170,92) = 73329,48.$$

Число ступенів свободи:

$$f_{\varepsilon} = f_{\text{заг}} - (f_v + f_p + f_n + f_{Me}) = 63 - 12 = 51.$$

Дисперсія помилки:

$$S^2_{\varepsilon} = 1437,83.$$

Результати дисперсійної аналізи зведені в табл. 1.15.

Таблиця 1.15

Результати дисперсійної аналізи лінійної інтенсивності зношування
($I, \times 10^{-8}$)

№ п/п	Джерело мінливості		Сума квадратів	Середній квадрат
1	Ефект швидкості ковзання	3	$68622,87 \cdot 10^{-16}$	$22874,29 \cdot 10^{-16}$
2	Ефект питомого навантаження	3	$77194,65 \cdot 10^{-16}$	$25731,55 \cdot 10^{-16}$
3	Ефект контртіла (металу)	3	$66170,92 \cdot 10^{-16}$	$22056,97 \cdot 10^{-16}$
4	Ефект полімера	3	$70489,42 \cdot 10^{-16}$	$23496,47 \cdot 10^{-16}$
5	Помилка	51	$73329,48 \cdot 10^{-16}$	$1437,83 \cdot 10^{-16}$
6	Сума	63	$355807,34 \cdot 10^{-16}$	

7) Перевірка нуль-гіпотез про значимість чинників за критерієм Фішера.

а) $H_0: \beta_j = 0$ для всіх j (вплив швидкості ковзання на знос незначний).

$$F_p = 15,909;$$

$$F_T = 2,789 \text{ (для } p = 0,95, f_v = 3, f_{\text{пом}} = 51);$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 1: вплив швидкості ковзання на лінійну інтенсивність зношування значний із ймовірністю 0,95 у ділянці чинникового простору від 0,3 до 1,2 м/с.

б) $H_0: \alpha_i = 0$ для всіх i (вплив питомого навантаження на лінійну інтенсивність зношування незначний).

$$F_p = 17,9;$$

$$F_T = 2,789 \text{ (для } p = 0,95, f_p = 3, f_{\varepsilon} = 51);$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 2: вплив питомого навантаження на лінійну інтенсивність зношування значний із ймовірністю 0,95 у ділянці чинникового простору від 1 до 4 МПа.

в) $H_0: \delta_l = 0$ для всіх l (вплив природи металевого контртіла на лінійну інтенсивність зношування незначний).

$$F_p = 15,3;$$

$$F_T = 2,789 \text{ (для } p = 0,95, f_l = 3, f_{\varepsilon} = 51);$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 3: вплив природи контртіла на інтенсивність лінійного зношування значний із ймовірністю 0,95 для алюмінію, нержавіючої криці, титанових стопів.

г) $H_0: \gamma_q = 0$ для всіх q (вплив природи полімеру на інтенсивність лінійного зношування незначний).

$$F_p = 16,34;$$

$$F_T = 2,789 \text{ (для } p = 0,95, f_q = 3, f_e = 51);$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 4: вплив природи полімеру на інтенсивність лінійного зношування значний із ймовірністю 0,95 для ароматичних і аліфатичного поліамідів і поліпропілену.

8) Перевірка нуль-гіпотез про рівний вплив чинників:

а) $H_0: SS_p = SS_v; F_p = 1,125; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_p = 3, f_v = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

б) $H_0: SS_p = SS_{Me}; F_p = 1,167; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_p = 3, f_{Me} = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

в) $H_0: SS_p = SS_n; F_p = 1,095; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_p = 3, f_n = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

г) $H_0: SS_v = SS_{Me}; F_p = 1,037; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_v = 3, f_{Me} = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

д) $H_0: SS_v = SS_n; F_p = 1,027; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_v = 3, f_n = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

е) $H_0: SS_n = SS_{Me}; F_p = 1,065; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_n = 3, f_{Me} = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

Висновок 5: ефекти від всіх чинників в однаковій мірі впливають на інтенсивність лінійного зношування із ймовірністю 0,95.

Б) Коефіцієнт тертя

Результати реалізації робочої матриці за коефіцієнтом тертя (неоптимальний план) представлені в табл. 2.16 і 2.17.

1) Загальна сума квадратів:

$$SS_{\text{заг}} = 6,7081 - 5,7808 = 0,9273.$$

Число ступенів свободи:

$$f_{\text{заг}} = 80 - 1 = 79.$$

Загальна дисперсія:

$$S^2_{\text{заг}} = 0,0117.$$

2) Сума квадратів відхилень середньої за швидкістю ковзання від загальної середньої:

$$SS_v = 6,1081 - 5,7808 = 0,32725.$$

Таблиця 1.16

Результати дослідження коефіцієнта тертя за неоптимальним планом

$V, \text{м/с}$	$P, \text{МПа}$			
	1,0	2,0	3,0	4,0
0,3	0,595	0,367	0,298	0,369
	0,560	0,314	0,220	0,368
	0,562	0,340	0,199	0,368
	0,525	0,303	0,229	0,357
	0,537	0,360	0,287	0,383
0,6	0,296	0,251	0,225	0,308
	0,286	0,263	0,212	0,277
	0,243	0,268	0,199	0,260
	0,229	0,280	0,203	0,265
	0,327	0,274	0,193	0,232
0,9	0,210	0,150	0,270	0,216
	0,243	0,132	0,292	0,179
	0,273	0,124	0,364	0,161
	0,228	0,129	0,344	0,179
	0,252	0,132	0,353	0,165
1,2	0,132	0,360	0,148	0,338
	0,113	0,338	0,120	0,303
	0,143	0,392	0,115	0,290
	0,115	0,293	0,123	0,266
	0,121	0,306	0,150	0,305

Таблиця 1.17

Результати досліджень коефіцієнта тертя за неоптимальним планом
(середні значення)

$V, \text{м/с}$	$P, \text{МПа}$			
	1,0	2,0	3,0	4,0
0,3	0,56	0,34	0,25	0,37
0,6	0,28	0,27	0,21	0,27
0,9	0,24	0,13	0,32	0,18
1,2	0,12	0,34	0,13	0,30

Число ступенів свободи:

$$f_v = 4 - 1 = 3.$$

Дисперсія по швидкості ковзання:

$$S^2_v = 0,109083.$$

3) Сума квадратів відхилень середньої за питомим навантаженням від загальної середньої:

$$SS_p = 5,8360 - 5,7808 = 0,0552.$$

Число ступенів свободи:

$$f_p = 4 - 1 = 3.$$

Дисперсія по питомому навантаженню:

$$S^2_p = 0,0184.$$

4) Сума квадратів відхилень середньої за природою полімера від загальної середньої:

$$SS_n = 6,094 - 5,781 = 0,313.$$

Число ступенів свободи:

$$f_n = 4 - 1 = 3.$$

Дисперсія за природою полімера:

$$S_n^2 = 0,104.$$

5) Сума квадратів відхилень середньої за природою металу від загальної середньої:

$$SS_{Me} = 5,8575 - 5,7808 = 0,0767.$$

Число ступенів свободи:

$$f_{Me} = 4 - 1 = 3.$$

Дисперсія за природою металевого контртіла:

$$S_{Me}^2 = 0,025567.$$

6) Сума квадратів помилки:

$$SS_\varepsilon = SS_{заг} - (SS_v + SS_p + SS_n + SS_{Me}) = 0,9273 - (0,32725 + 0,0552 + 0,0767 + 0,312805) = 0,155345.$$

Число ступенів свободи:

$$f_\varepsilon = f_{заг} - (f_v + f_p + f_n + f_{Me}) = 79 - 12 = 67.$$

Дисперсія помилки:

$$S_\varepsilon^2 = 0,002319.$$

Результати дисперсійної аналізи зведені в табл. 1.18.

Таблиця 1.18

Результати дисперсійного аналізу за коефіцієнтом тертя
(неоптимальний план)

№ п/п	Джерело мінливості	F	Сума квадратів	Середній квадрат
1	Ефект швидкості ковзання	3	0,32725	0,109083
2	Ефект питомого навантаження	3	0,0552	0,0184
3	Ефект контртіла (металу)	3	0,0767	0,025567
4	Ефект полімера	3	0,312805	0,104268
5	Помилка	67	0,155345	0,002319
6	Сума	79	0,9273	

7) Перевірка нуль- гіпотез про значимість чинників за критерієм Фішера.

а) $H_0: \beta_j = 0$ для всіх j (вплив швидкості ковзання на інтенсивність лінійного зношування незначний).

$$F_p = 47,04;$$

$$F_T = 2,746 \text{ (для } p = 0,95, f_j = 3, f_\varepsilon = 67);$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 1: вплив швидкості ковзання на інтенсивність лінійного зношування значний із ймовірністю 0,95 у ділянці чинникового простору від 0, 3 до 1, 2 м/с.

б) $H_0: \alpha_i = 0$ для всіх i (вплив питомого навантаження на інтенсивність лінійного зношування незначний).

$$F_p = 7,93;$$

$$F_T = 2,746 \text{ (для } p = 0,95, f_i = 3, f_e = 67);$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 2: вплив питомого навантаження на інтенсивність лінійного зношування значний із ймовірністю 0,95 у ділянці чинникового простору від 1 до 4 МПа.

в) $H_0: \delta_1 = 0$ для всіх 1 (вплив природи контртіла на інтенсивність лінійного зношування незначний).

$$F_p = 11,025;$$

$$F_T = 2,746 \text{ (для } p = 0,95, f_1 = 3, f_e = 67);$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 3: вплив природи контртіла на інтенсивність лінійного зношування значний із ймовірністю 0,95 для алюмінію, нержавіючої криці, титанових стопів.

г) $H_0: \gamma_q = 0$ для всіх q (вплив природи полімеру на інтенсивність лінійного зношування незначний).

$$F_p = 44,96;$$

$$F_T = 2,746 \text{ (для } p = 0,95, f_q = 3, f_e = 67);$$

$$F_p > F_T.$$

Висновок 4: вплив природи полімеру на інтенсивність лінійного зношування значний із ймовірністю 0,95 для ароматичних і аліфатичного поліамідів і поліпропілену.

8) Перевірка нуль- гіпотез про рівний вплив чинників:

а) $H_0: SS_p = SS_v; F_p = 5,928; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_p = 3, f_v = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується

б) $H_0: SS_p = SS_{Me}; F_p = 1,389; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_p = 3, f_{Me} = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

в) $H_0: SS_p = SS_n; F_p = 5,667; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_p = 3, f_n = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

г) $H_0: SS_v = SS_{Me}; F_p = 4,267; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_v = 3, f_{Me} = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

д) $H_0: SS_v = SS_n; F_p = 1,046; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_v = 3, f_n = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

е) $H_0: SS_{Me} = SS_n; F_p = 4,078; F_T = 9,28$ (для $p = 0,95, f_{Me} = 3, f_n = 3$);

$$F_p < F_T.$$

Гіпотеза H_0 підтверджується.

Висновок 5: ефекти від всіх чинників в однаковій мірі впливають на коефіцієнт тертя з ймовірністю 0,95.

Співвідношення F_p/F_T для оптимального і неоптимального планів за інтенсивності лінійного зношування і коефіцієнту тертя наведені в табл. 1.19, 1.20.

Таблиця 1.19

Співвідношення F_p/F_T за оптимальним і неоптимальним планами лінійної інтенсивності зношування ($I, \times 10^{-8}$)

Чинник (умовне позначення)	Співвідношення F_p/F_T для оптимального плану	Співвідношення F_p/F_T для неоптимального плану
V	14,5/2,8	15,9/2,8
P	16,8/2,8	17,9/2,8
N	14,2/2,8	15,3/2,8
Me	14,0/2,8	16,4/2,8
P/V	1,2/9,3	1,1/9,3
P/N	1,2/9,3	1,1/9,3
P/Me	1,2/9,3	1,2/9,3
V/N	1,0/9,3	1,0/9,3
V/Me	1,0/9,3	1,0/9,3
N/Me	1,0/9,3	1,1/9,3

Таблиця 1.20

Співвідношення F_p/F_T за оптимальним і неоптимальним планами за коефіцієнтом тертя

Чинник (умовне позначення)	Співвідношення F_p/F_T для оптимального плану	Співвідношення F_p/F_T для неоптимального плану
V	101,9/2,8	47,0/2,8
P	16,0/2,8	7,9/2,8
N	19,5/2,8	11,0/2,8
Me	13,5/2,8	45,0/2,8
P/V	6,4/9,3	5,9/9,3
P/N	1,2/9,3	5,7/9,3
P/Me	1,2/9,3	1,4/9,3
V/N	7,6/9,3	1,0/9,3
V/Me	5,2/9,3	4,3/9,3
N/Me	1,4/9,3	4,0/9,3

ВИСНОВКИ

Ретельно розглянутий приклад застосування дисперсійної аналізи в хемічному матеріалознавстві для виявлення впливу параметрів тертя та зношування, природи полімерів та суміжної металевої поверхні на коефіцієнт тертя та лінійну інтенсивність зношування.

Використані літературні джерела інформації

1. Лариков Л.Н. Структура и свойства металлов и сплавов. Справочник: Тепловые свойства металлов и сплавов / Лариков Л.Н., Юрченко Ю.Ф. – Киев: Наукова думка, 1985. – 438 с.
2. Сіренко Г.О., Базюк Л.В., Мещерякова Н.В. Теплофізичні властивості металів та сплавів: залежність зміни ентальпії від температури та радіусу атомів // Фізика і хімія твердого тіла. – Т. 12, № 1. – 2011. – С. 197-207.
3. Степнов М.Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний / Михаил Никитович Степнов. – Москва: Машиностроение, 1972. – 232 с. : ил., табл. – Библиогр.: с. 229-230 (36 назв.).
4. Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – 2-е изд., перераб. и допол. – Москва: Наука, 1976. – 280 с.: ил., табл. – Библиогр. в конце гл.
5. Мюллер П., Нойман П., Шторм Р. Таблицы по математической статистике / Пер. с нем. и предисловие В.М. Ивановой. – Москва: Финансы и статистика, 1982. – 272 с.: ил.
6. Сіренко Г.О., Мідак Л.Я., Сіренко О.Г. Методи лінійної множинної кореляції та регресії в хемічному матеріалознавстві // Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. Василя Стефаника. Серія Хімія. – Івано-Франківськ: 2011. – Вип. XII. – С. 124-132.
7. Володарський Є.Т., Кошева Л.О. Статистична обробка даних: Навчальний посібник. – Київ: Нац. авіац. ун-т, 2008. – 308 с. – ISBN 978-966-598-406-1.
8. Неділько С.А. Математичні методи в хімії: Підручник. – Київ: Либідь, 2005. – 256 с. – ISBN 966-06-0384-3.
9. Михайліченко Б.М. Курс загальної хімії. Теоретичні основи: Навчальний посібник. – Київ: Вид. «Знання» 2009. – 549с. ISBN 978-966-346-712-2.

Сіренко Г.О. – професор, доктор технічних наук, професор кафедри хімії;
Свідерський В.П. – доцент, к.т.н.;
Складанюк М.Б. – к.ф.-м.н., доцент кафедри хімії;
Говдяк І.В. – студентка IV курсу бакалаврату за спеціальністю «хімія»;
Мартинюк М. І. – магістр, здобувач наукової ступені по кафедрі хімії.