12. Степнов М.Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний / Михаил Никитович Степнов. – М.: Машиностроение, 1972. – 232 с. : ил., табл. – Библиогр.: с. 229-230 (36 назв.).
13. Венецкий И.Г. Теория вероятностей и математическая статистика / И.Г. Венецкий, Г.С. Кильдишев. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – М.: Статистика, 1975. – 264 с.: ил., табл. – Приложения: с. 255-264 (9 табл.).
14. Волощенко А.Б. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч.-метод. посібник для самост. вивчення дисц. [для студ. економ. спеціал. вищ. навч. заклад.] / А.Б. Волощенко, І.А. Джалладова; [Мін-во освіти інауки України; гриф: лист № 14 / 18.2-613 від 22.03.2002 р.]. – К.: Київ. Нац. економ. ун-т, 2003. – 256 с.: іл., табл. – Приклади розв. завдань і вправи для самост. розв'язання в кінці розд. – Блочно-модул. контроль: с. 183 – 203 (9 варіантів). – Відповіді: с. 204 – 216. - – Бібліогр.: с. 217 (18 назв). – Додатки: с. 218 – 254 (8 табл.). – ISBN 966 – 574 – 459– 3.
15. Бендат Дж.С. Измерение и анализ случайных процессов / Дж.С. Бендат, А.Г. Пирсол; пер. с англ. Г.В.Матушевского, В.Е.Привальского; под ред. И.Н.Коваленко. – М.: Мир, 1971. – 408 с. – Перевод за изд.: Measurement and analysis of random data / Julius S. Bendat, Allan G. Piersol. – John Wiley and Sons, Inc. – New York-London-Sydney, 1967.: ил., табл. – Предмет. указатель: с. 403-408. – Библиогр.: с. 400-402 (59 наименов.).
16. Зажигаев Л.С. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента / Л.С. Зажигаев, А.А. Кишьян, Ю.И. Романиков. – М.: Атомиздат, 1978. – 232 с.: ил., табл. – Приложение: с. 144-229 (16 табл.). – Библиогр.: с. 230-231.

Стаття поступила до редакції 2.07.2008 р.; прийнята до друку 15.07.2008 р.

***Сіренко О.Г.*** – провідний інженер відділу природної флори;
***Кузишин О.В.*** – асистент кафедри теоретичної і прикладної хімії, магістр.
***Мідак Л.Я.*** – кандидат хімічних наук, доцент кафедри теоретичної і прикладної хімії.
**Рецензент:** кандидат хімічних наук Татарчук Т.Р., доцент кафедри теоретичної і прикладної хімії Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

УДК 62.50; 57.087.1

# МОДЕЛІ РОЗПОДІЛУ ОСОБИН НА ПРОБНИХ ПЛОЩАХ: 5. СТАТИСТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ДИСПЕРСІЙНИЙ АНАЛІЗ: СТАТИСТИЧНА РІВНІСТЬ РЯДУ МАТЕМАТИЧНИХ СПОДІВАНЬ ОСОБИН СОСНИ КЕДРОВОЇ ЄВРОПЕЙСЬКОЇ (PINUS CEMBRA L.) ТА ЯЛИНИ ЗВИЧАЙНОЇ (PICEA ABIES)

***О.Г. Сіренко [1], О.В. Кузишин [2]***

[1]Національний ботанічний сад ім. М.М. Гришка Національної Академії Наук України, вул. Тімірязєвська, 1, Київ, 01014, Україна
[2]Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, вул. Шевченка, 57, Івано-Франківськ, 76025, Україна

*Приведені статистичні характеристики просторового розподілу осбин Pinus cembra L. та Picea abies на пробних площах, закладених за двома схемами для чорнично-зеленомохової (асоціація I) та сфагнової (асоціація II) структур. Виявлені кореляційні зв'язки між параметрами просторового розподілу особин. Обґрунтовано надійність визначення закону просторового розподілу особин за показником ступеня просторової агрегації та інших показників. Показана можливість опису просторового розподілу особин за нормальним законом Ґаусса.*

***Ключові слова**: Pinus cembra L., кедр, Picea abies, ялина, пробна площа, елементарна комірка, асоціація, особина, середнє арифметичне, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації, ступінь просторової агрегації, начальний момент, центральний момент, показник асиметрії, показник ексцесу, вибіркова сукупність, генеральна сукупність, коефіцієнт кореляції, нормальний розподіл Ґаусса.*

***Sirenko O.H., KuzyshynO.V. The models of species' distribution on the test area**: **statistic characterisctics, dispersive analysis of general average of Pinus cembra L. and Picea abies species.** Statistic characterisctics of steric distribution of cedar and spruce on the test areas are illustrated. The correlation relation of steric distribution of species has been found. The reliability of determining the low of steric distribution of species with the degree of steric aggregation has been proved. Possibility of description of steric distribution of species with normal Gauss low is shown.*

***Key words**: Pinus cembra L., cedar, Picea abies, spruce, test area, elementary unit, association, species, average, variance, root-mean-square deviation, variation coefficient, degree of steric aggregation, initial moment, central moment, asymmetry factor, excess factor, random set, correlation coefficient, normal Gauss distribution.*

## Вступ

Результати розрахунку статистичних характеристик розподілу особин сосни кедрової європейської (Pinus cembra L.) та особин ялини звичайної (Picea abies) приведені в табл. 1-6 роботи [1]. У цій роботі [1] приведені також результати дисперсійного аналізу зі статистичної рівності ряду ґенеральних дисперсій і зроблений висновок про прийняття нульової гіпотези про статистичну рівність ґенеральних дисперсій з рівнем значущості $\alpha$ = 0,01 та $\alpha$ = 0,05 за критеріями Фішера, Кохрана та Бартлета. У роботі [2] проведений кореляційний і регресійний аналізи статистичних характеристик розподілу особин кедра та ялини і показано, що наявність лінійного зв'язку залежить від схеми об'єднання сукупних пробних площ, типу та асоціації особин, що лінійна кореляція між характеристиками розподілу експерименту та математичних моделей суттєво відрізняються і що показник просторової аґреґації $S^2/\bar{x}$ має тісний (значущий) коефіцієнт кореляції з величиною пробної площі F, середньою $\bar{x}$ та lg F і ln F для особин ялини асоціації I схеми 2 [експеримент (екс.) та математичної моделі за таблицею випадкових чисел (т.в.ч.)]. Для особин кедра схеми 2 асоціації I між $S^2/\bar{x}$ та lg F, ln F існує надійний лінійний зв'язок для екс. та т.в.ч., у той же час лінійний зв'язок $S^2/\bar{x} \sim F$ значущий лише для екс. і незначущий для математичної моделі за т.в.ч., а для зв'язку $S^2/\bar{x} \sim \bar{x}$ навпаки: лінійний зв'язок значущий для математичної моделі за т.в.ч. і незначущий для екс. Для схеми I всіх вищих зв'язків лінійного зв'язку не виявлено. У роботі [3] показано, що емпіричний просторовий розподіл особин ялини та кедра на сукупних пробних площах може бути осереднений теоретичним нормальним розподілом Ґаусса. Ці результати [1-3] дозволяють з високою надійністю провести дисперсійний аналіз по перевірці рівності ряду ґенеральних середніх сукупних пробних площ.

Мета цієї частини роботи полягала в дисперсійному аналізі статистичної рівності ряду математичних сподівань (ряду ґенеральних середніх) розподілу особин кедра та ялини на сукупних пробних площах, закладених за схемами 1 і 2 ( рис. 1 [7]) та за таблицею випадкових чисел чорнично-зеленомохової структури (асоціація I) та сфаґнової структури (асоціація II), і знаходження довірчих інтервалів для показника ступеня просторової аґреґації особин на цих пробних площах.

## Експериментальна частина

**Об'єкт дослідження**: сосна кедрова європейська (Pinus cembra L.) альпійсько-карпатського виду (далі кедр) та ялина звичайна (Picea abies) (далі ялина). Стадії розвитку кедра: j – ювенільна; im ($im_1$, $im_2$) – іматурна (іматурна 1, іматурна 2); v ($v_1$, $v_2$) – вірґінільна (вірґінільна 1, вірґінільна 2); g ($g_1$, $g_2$, $g_3$) – генеративна (генеративна 1, генеративна 2, генеративна 3); S – сенільна; ks – квазісенільна.

**Пробна площа.** Досліджували кедровососново-ялиновий ліс. Сукупні пробні площі були закладені в однакових ценотичних умовах – чорнично-зеленомохової (асоціації I) та сфаґнової (асоціації II) структури, що часто зустрічається при аналізі результатів експериментів, за двома схемами [1]:

- **схема 1**: коли площі об'єднують, а число елементарних комірок лишається сталим (N=4) при зростанні їх розмірів;
- **схема 2**: коли площі об'єднують так, що кількість елементарних комірок N зростає від 4 до 36 або від 4 до 12 (а при утворенні пробних площ за таблицею випадкових чисел від 4 до 256) при сталому розмірі елементарної комірки (12,5× 12,5 м).

Вихідна базова пробна площа $F_1$ = 25 м × 25 м = 625 м$^2$, яка мала 4 елементарні комірки розміром $F_0$ = 12,5 м × 12,5 м= 156,25 м$^2$, у які за результатами досліджень попадала (а за таблицею випадкових чисел [6-8] була розміщена) певна кількість особин (кедра, ялини) кожної з двох ценотичних структур:

- **асоціації I** (чорнично-зеленомохової структури) (табл. 1-4) роботи [1];
- **асоціації II** (сфаґнової структури) (табл. 1-4) роботи [1].

Розміри сукупних пробних площ зростали: від $F_1$ = 625 м$^2$ до $F_9$ = 5625 м$^2$ (9 об'єднань) для асоціації I; від $F_1$ = 625 м$^2$ до $F_3$ = 1875 м$^2$ (3 об'єднання) для асоціації II (табл. 1-4 роботи [1]), а при застосуванні таблиці випадкових чисел [4-6] – від $F_1$ = 625 м$^2$ (25 м×25 м) до $F_{11}$ = 40000 м$^2$ (200 м×200 м) (11 об'єднань) (табл. 5, 6 роботи [1]).

Із таблиці випадкових чисел [4-6] вибирали числа – кількість особин 1-21 (для кедра) та 0-22 (для ялини) – за строками або ґрафами і поміщали в елементарні комірки за схемою 2 послідовно за строками або ґрафами сукупної пробної площі або випадковим чином (теж вибираючи числа за строками або ґрафами з таблиці випадкових чисел) при нумерації строк таблиці сукупної пробної поверхні, або за «лотерейною грою». У всіх випадках результати відрізнялися менше, ніж на 1,5%. У подальших дослідженнях із таблиці випадкових чисел [4-6] вибирали числа – кількість особин 1-21 (для кедра) та 0-22 (для ялини) – за строками, поміщаючи числа в елементарні комірки за схемою 2 послідовно за строками. Для подальшої статистичної обробки використали [6-14]. Результати розрахунку статистичних числових характеристик розподілу особин ялини та кедра приведені в табл. 1-6 [1].

**1. Процедура дисперсійного аналізу полягала у перевірці нульової гіпотези $H_o$ про рівність ряду ґенеральних середніх** (математичних сподівань) особин ялини та кедра: $H_o$: $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_i = \dots = \mu_k$, які оцінені за рядом вибіркових середніх арифметичних: $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_i, \dots \bar{x}_k$ відповідно.

**2. Розраховували статистичні характеристики** [1, 10], що пов'язані із перевіркою $H_o$ про рівність ряду математичних сподівань та порівняльним аналізом:

- **Загальну середню особин:** $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k}(N_i \cdot \bar{x}_i)}{\sum_{i=1}^{k} N_i}$, (1)

де $\bar{X}_i$ – середня особин і-тої пробної площі; $N_i$ – кількість особин і-тої пробної площі.

- **Дисперсію особин між рядами пробних площ** (міжрядкова дисперсія):

$$S_1^2 = \frac{SS_1}{f_1} = \frac{1}{k-1}\sum_{i=1}^{k} N_i(\bar{x}_i - \bar{x})^2, \tag{2}$$

де $SS_1$ – сума при розрахунку дисперсії $S_1^2$; $f_1 = (k-1)$ – число ступенів вільностей для дисперсії $S_1^2$.

- **Дисперсію особин внутрішню (залишкову)** – в середині пробних площ для всієї матриці $[k \times N_i]$:

$$S_2^2 = \frac{SS_2}{f_2} = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{k} N_i\right) - k}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N_i}(x_{ij} - \bar{x}_i)^2, \tag{3}$$

де $SS_2$ – сума при розрахунку дисперсії $S_2^2$; $f_2 = \left(\sum_{i=1}^{k} N_i\right) - k$ – число ступенів вільностей для дисперсії $S_2^2$; $x_{ij}$ – кількість особин в елементарній комірці і-тої пробної площі.

- **Повну (загальну, сумарну) дисперсію особин для k-пробних площ**:

$$S_3^2 = \frac{SS_3}{f_3} = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{k} N_i\right) - 1}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N_i}(x_{ij} - \bar{x})^2 = \frac{SS_1 + SS_2}{f_1 + f_2}, \tag{4}$$

де $SS_3$ – сума при розрахунку дисперсії $S_3^2$; $f_3 = \left(\sum_{i=1}^{k} N_i\right) - 1$ – число ступенів вільностей для дисперсії $S_3^2$.

**4.2. Процедура перевірки** [10, 12]: перевірку $H_o$ рівності ряду ґенеральних середніх здійснювали за критерієм Фішера [10-12], розраховуючи емпіричне його значення:

$$F_p = \frac{S_1^2}{S_2^2}, \tag{5}$$

яке порівнюють з теоретичним (табличним) значенням критерію Фішера $F_T = F_\alpha\{\alpha, f_1, f_2\}$, що вибране із таблиць[6, 11 12] для рівня значущості $\alpha = 1 - P$ та числа ступенів вільностей $f_1$ і $f_2$ для дисперсій $S_1^2$ і $S_2^2$.

- Якщо $F_P \le F_T = F_\alpha$, то гіпотезу Но приймають – ряд ґенеральних середніх статистично рівний (ряд вибіркових середніх статистично однорідний) з рівнем значущості $\alpha = 1 - P$. Тоді за [10] тут маємо, що всі результати належать одній нормально розподіленій ґенеральній сукупності особин із загальною ґенеральною дисперсією $\sigma^2$, оцінкою якої є величина $S_3^2$ та загальною ґенеральною середньою $\mu$, оцінкою якої є загальна вибіркова середня, $\bar{x}$ з довірчою ймовірністю $P = 1 - \alpha$ та довірчими інтервалами (вираз у квадратних дужках):

- **дисперсія $\sigma^2$**

а) **за табличним значенням $Z_\alpha$** [10, 12]:

$$P\left[\left(S_3^2 Z_1^2 \frac{f_3}{f_3+1}\right) < \sigma^2 < \left(S_3^2 Z_2^2 \frac{f_3}{f_3+1}\right)\right] = 1 - \alpha; \tag{6}$$

де $Z_1, Z_2 \left\{N = \sum_{i=1}^{k} N_i; P\right\}$ знаходили за [12] для загального числа всіх особин N та ймовірності P;

б) **за табличним значенням $\chi_\alpha^2$** [10]:

$$P\left[\left(\frac{f_3 S_3^2}{\chi_\alpha^2\{f_3; \alpha/2\}}\right) < \sigma^2 < \left(\frac{f_3 S_3^2}{\chi_{1-\alpha}^2\{f_3; (1-\alpha/2)\}}\right)\right] = 1 - \alpha; \tag{7}$$

де табличні значення $\chi_T^2 = \chi_\alpha^2$ знаходили за [11 ,12] для рівнів значущості $\alpha/2$ та $(1-\alpha/2)$ і числа ступенів вільностей $f_3$;

- **математичні сподівання** за табличними даними [10]:

$$P\left[\left(\bar{x}-\frac{S_3\cdot t_\alpha\left\{\alpha/2;f_3\right\}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{k}N_i}}\right)<\mu<\left(\bar{x}+\frac{S_3\cdot t_\alpha\left\{\alpha/2;f_3\right\}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{k}N_i}}\right)\right]=1-\alpha, \qquad (8)$$

де $S_3=\sqrt{S_3^2}$, а $t_T=t_\alpha$ знаходили за [11-13] для рівня значущості $\alpha/2$ та числа ступенів вільностей $f_3$.

• Якщо $F_P > F_T = F_\alpha$, то гіпотезу Но відкидаємо – ряд генеральних середніх статистично нерівний (ряд вибіркових середніх статистично неоднорідний) з рівнем значущості $\alpha = 1 - P$.

**Оцінка дисперсії середніх** за: $$\sigma_\mu^2 \leftarrow S_\mu^2=\frac{k-1}{\sum_{i=1}^{k}N_i}\left(S_1^2-S_2^2\right). \qquad (9)$$

Тоді, за [12] тут маємо k-нормально розподілених генеральних сукупностей особин із загальною дисперсією $\sigma^2$ (бо попередньо була доведена статистична рівність ряду генеральних дисперсій $\sigma_i^2$), оцінкою якої є величина вибіркової дисперсії $S_2^2$, та із різними генеральними середніми $\mu_i$ ($\mu_1$, …, $\mu_k$), оцінками яких є вибіркові середні $\bar{x}_i$ ($\bar{x}_1$, …, $\bar{x}_k$) відповідно, з довірчою ймовірністю $P = 1 - \alpha$ (надійність результату) та довірчими інтервалами (точність результату):

- **дисперсія** $\sigma^2$

а) **за табличними значеннями** $Z_\alpha$ [10]:

$$P\left[\left(S_2^2Z_1^2\frac{f_2}{f_2+1}\right)<\sigma^2<\left(S_2^2Z_2^2\frac{f_2}{f_2+1}\right)\right]=1-\alpha, \qquad (10)$$

де $Z_1, Z_2\left\{N=\sum_{i=1}^{k}N_i;P\right\}$ знаходили за [12] для загального числа всіх особин N та ймовірності P;

б) **за табличними значеннями** $\chi_\alpha^2=\chi_T^2$ [10]:

$$P\left[\left(\frac{f_2S_2^2}{\chi_T^2\left\{f_2;\alpha/2\right\}}\right)<\sigma^2<\left(\frac{f_2S_2^2}{\chi_T^2\left\{f_2;1-\alpha/2\right\}}\right)\right]=1-\alpha, \qquad (11)$$

де табличні значення $\chi_T^2=\chi_\alpha^2$ знаходили за [11, 12] для рівнів значущості $\alpha/2$ та $\left(1-\alpha/2\right)$ і числа ступенів вільностей $f_2$;

- **математичні сподівання** $\mu_i$ [10]:

$$P\left[\left(\bar{x}_i-\frac{S_2t_T\left\{\alpha/2;f_2\right\}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{k}N_i}}\right)<\mu_i<\left(\bar{x}_i+\frac{S_2\cdot t_T\left\{\alpha/2;f_2\right\}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{k}N_i}}\right)\right]=1-\alpha, \qquad (12)$$

де $t_T = t_\alpha$ $\alpha/2; f_2$ – табличне значення критерію Стьюдента знаходили за [11-13] для рівня значущості $\alpha/2$ та числа ступенів вільностей $f_2$.

**4.3. Статистична рівність двох генеральних дисперсій $\sigma_1^2$ і $\sigma_2^2$ за оцінками вибіркових дисперсій** $S_1^2$ і $S_2^2$ відповідно за нульовою гіпотезою $H_o$: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ [10].

Процедура перевірки [10]: $$F_p=\frac{S_{max}^2}{S_{min}^2}=\frac{S_1^2}{S_2^2}, \text{ якщо } S_1^2 > S_2^2 \qquad (13)$$

Якщо $F_p > F_T = F_\alpha\ \{\alpha;\ f_1,\ f_2\}$, то гіпотезу $H_o$ про рівність двох генеральних дисперсій відкидають – дві генеральні дисперсії $\sigma_1^2$ і $\sigma_2^2$ статистично нерівні (дві вибіркові дисперсії $S_1^2$ і $S_2^2$ статистично неоднорідні) з рівнем значущості $\alpha=1-P$, де P – ймовірність прийняття $H_o$. Якщо $F_p \le F_T$, то $H_o$ приймають – дві генеральні дисперсії $\sigma_1^2$ і $\sigma_2^2$ рівні в статистичному смислі (дві вибіркові дисперсії $S_1^2$ і $S_2^2$ статистично однорідні) з рівнем значущості $\alpha = 1 - P$. Тут $F_p$ – розрахункове (емпіричне, експериментальне) значення критерію Фішера;

$F_т = F_\alpha \{\alpha;\ f_1,\ f_2\}$ – теоретичне (табличне) значення критерію Фішера [11, 12]; $f_1=(N_1-1)$, $f_2 = (N_2 - 1)$ – число ступенів вільностей для дисперсії $S_1^2$ і $S_2^2$ відповідно; $N_1$, $N_2$ – число досліджених варіантів (обсяги виборок).

**4.4. Статистична рівність двох генеральних середніх $\mu_1$ і $\mu_2$** за оцінками двох вибіркових середніх $\bar{x}_1$ і $\bar{x}_2$ за нульовою гіпотезою $H_o$: $\mu_1 = \mu_2$ [10]. Процедура перевірки [10]:

**а) якщо $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, то**

$$t_P = \left| \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S\sqrt{\frac{1}{N_1}} + \sqrt{\frac{1}{N_2}}} \right|, \qquad (14)$$

де $t_P$ – розрахунковий (емпіричний) критерій Стьюдента; $S = \sqrt{S^2}$, $S^2$ – узагальнена (зведена) вибіркова дисперсія:

$$S^2 = \frac{f_1 S_1^2 + f_2 S_2^2}{f_1 + f_2} = \frac{SS_1 + SS_2}{f_1 + f_2} = \frac{SS}{f}; \qquad (15)$$

$SS_1$, $SS_2$, $SS$ – суми відповідних дисперсій; $f_1$, $f_2$, $f = (f_1 + f_2)$ – число ступенів вільностей відповідних дисперсій; $t_T = t_\alpha \{\alpha;\ f\}$ [11-13] – теоретичне (табличне) значення критерію Стьюдента;

Таблиця 1. Розрахункові статистичні характеристики [10], що пов'язані з перевіркою нульової гіпотези про рівність ряду генеральних середніх та порівняльного аналізу.

| Особина | Ялина | | | | | Кедр | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Схема | 1 | | 2 | | | 1 | | 2 | | |
| Асоціація | I | II | I | II | I (т.в.ч.) | I | II | I | II | I (т.в.ч.) |
| N | 36 | 12 | 180 | 24 | 500 | 36 | 12 | 180 | 24 | 500 |
| $f_1$ | 8 | 2 | 8 | 2 | 10 | 8 | 2 | 8 | 2 | 10 |
| $f_2$ | 27 | 9 | 171 | 21 | 489 | 27 | 9 | 171 | 21 | 489 |
| $f_3$ | 35 | 11 | 179 | 23 | 499 | 35 | 11 | 179 | 23 | 499 |
| $S_1^2$, од.$^2$ | 1633,4 | 101,083 | 17,538 | 5,621 | 44,325 | 2339 | 68,25 | 16,215 | 12,831 | 35,495 |
| $S_2^2$, од.$^2$ | 25,37 | 5,194 | 17,418 | 5,736 | 44,577 | 39,898 | 27,389 | 26,594 | 14,421 | 36,673 |
| $S_3^2$, од.$^2$ | 392,91 | 22,628 | 17,423 | 5,726 | 44,572 | 565,4 | 34,818 | 26,13 | 14,283 | 36,649 |
| $\bar{x}$, од. | 30,944 | 11,583 | 6,189 | 4,623 | 10,846 | 40,528 | 12,5 | 7,901 | 6,25 | 11,026 |
| $F_P = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ | 64,382 | 19,462 | 1,007 | 0,98 | 0,994 | 58,624 | 2,492 | 0,61 | 0,89 | 0,968 |
| $F_{0,01}\{f_1;\ f_2\}$ | 3,26 | 8,02 | 2,626 | 5,785 | 2,362 | 3,26 | 8,02 | 2,626 | 5,785 | 2,362 |
| $F_{0,05}\{f_1;\ f_2\}$ | 2,305 | 4,26 | 1,995 | 3,465 | 1,851 | 2,305 | 4,26 | 1,995 | 3,465 | 1,851 |
| $\dot{\xi}_{0,01}$ | **19,75** | **2,43** | 0,38 | 0,17 | 0,42 | **17,98** | 0,31 | 0,23 | 0,15 | 0,41 |
| $\dot{\xi}_{0,05}$ | **27,93** | **4,57** | 0,51 | 0,28 | 0,54 | **25,43** | 0,59 | 0,31 | 0,26 | 0,52 |
| $\xi_{0,01}$ | 0,05 | 0,41 | **2,61** | **5,90** | **2,38** | 0,006 | **3,22** | **4,31** | **6,5** | **2,44** |
| $\xi_{0,05}$ | 0,04 | 0,22 | **1,98** | **3,54** | **1,86** | 0,04 | **1,71** | **3,27** | **3,89** | **1,91** |
| Кількість генеральних сукупностей з н.з.р. | 9 | 3 | 1 | 1 | 1 | 9 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Оцінка $\sigma^2$ | $S_2^2$ | $S_2^2$ | $S_3^2$ | $S_3^2$ | $S_3^2$ | $S_2^2$ | $S_3^2$ | $S_3^2$ | $S_3^2$ | $S_3^2$ |
| Оцінка $\mu_i$ | $\bar{x}_i$ | $\bar{x}_i$ | $\bar{\bar{x}}$ | $\bar{\bar{x}}$ | $\bar{\bar{x}}$ | $\bar{x}_i$ | $\bar{\bar{x}}$ | $\bar{\bar{x}}$ | $\bar{\bar{x}}$ | $\bar{\bar{x}}$ |
| $S_\mu^2$, од.$^2$ | 357,3 | 15,98 | - | - | - | 510,9 | - | - | - | - |
| Прийняття $H_o$ | – | – | + | + | + | – | + | + | + | + |

б) якщо $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, то $t_P = \left| \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{N_1} + \sqrt{\dfrac{S_2^2}{N_2}}}} \right|$, (16)

де число ступенів вільностей $f = \dfrac{f_1 \cdot f_2}{f_2 c^2 + f_1 (1-c)^2}$, де $c = \dfrac{\dfrac{S_1^2}{N_1}}{\dfrac{S_1^2}{N_1} + \dfrac{S_2^2}{N_2}}$. (17)

Якщо $|t_P| \leq t_\alpha$, то $H_o$ приймається – дві ґенеральні середні (математичні сподівання $\mu_1$ і $\mu_2$) статистично рівні (дві вибіркові середні $\bar{x}_1$ і $\bar{x}_2$ статистично однорідні) з рівнем значущості $\alpha = 1 - P$, Якщо $|t_P| > t_\alpha$, то $H_o$ відкидається – дві ґенеральні середні (математичні сподівання $\mu_1$ і $\mu_2$) статистично нерівні (дві середні $\bar{x}_1$ і $\bar{x}_2$ статистично неоднорідні).

## II. Результати та обговорення

Результати розрахунків числових характеристик $\bar{x}$, $S_1^2$, $S_2^2$, $S_3^2$ приведені в табл. 1.

**Введемо у науковий обіг математичних методів у біології означення ступеня нерівності ряду середніх** як відношення розрахункового значення критерію Фішера $F_p$ (за співвідношенням міжрядкової $S_1^2$ та внутрішньо рядкової $S_2^2$ дисперсій при процедурі перевірки нульової гіпотези про рівність ряду ґенеральних середніх) до табличного $F_\alpha$ для рівня значущості α:

$$\xi_\alpha = {}^{F_p}\!/_{F_\alpha}, \text{ де } F_p > F_\alpha, \quad (18)$$

а ступеня рівності ряду ґенеральних середніх: $\xi_\alpha = {}^{F_\alpha}\!/_{F_p}$, де $F_\alpha \geq F_p$. (19)

Таблиця 2. Вибіркові числові характеристики та довірчі інтервали для ряду ґенеральних середніх та ґенеральної дисперсії розподілу **особин ялини** на сукупних пробних площах, закладених **за схемою 1**.

| k | $N_i$ | $F_i$ [м²] | Вибіркові характеристики | | Довірчі інтервали для ґенеральних характеристик з довірчою ймовірністю | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $\bar{x}_i$ [од.] | $S_i^2$ [од.²] | P = 0,99 | P = 0,95 |
| Асоціація I (чорнично-зеленомохова структура) | | | | | | |
| 1 | 4 | 625 | 4,500 | 4,333 | $2,172 < \mu_1 < 6,828$ | $2,775 < \mu_1 < 6,225$ |
| 2 | 4 | 1250 | 10,000 | 35,333 | $7,672 < \mu_2 < 12,328$ | $8,275 < \mu_2 < 11,725$ |
| 3 | 4 | 1875 | 13,250 | 40,920 | $10,922 < \mu_3 < 15,578$ | $11,525 < \mu_3 < 14,975$ |
| 4 | 4 | 2500 | 18,250 | 26,917 | $15,922 < \mu_4 < 20,578$ | $16,525 < \mu_4 < 19,975$ |
| 5 | 4 | 3125 | 31,750 | 0,917 | $29,422 < \mu_5 < 34,078$ | $30,025 < \mu_5 < 33,475$ |
| 6 | 4 | 3750 | 40,000 | 15,333 | $37,672 < \mu_6 < 42,328$ | $38,275 < \mu_6 < 41,725$ |
| 7 | 4 | 4375 | 49,250 | 12,250 | $46,922 < \mu_7 < 51,578$ | $47,525 < \mu_7 < 50,975$ |
| 8 | 4 | 5000 | 54,000 | 38,667 | $51,672 < \mu_8 < 56,328$ | $52,275 < \mu_8 < 55,725$ |
| 9 | 4 | 5625 | 57,500 | 53,667 | $55,172 < \mu_9 < 59,828$ | $55,775 < \mu_9 < 59,225$ |
| | | | | за $Z_\alpha$: | $[13,743 < \sigma^2 < 54,509]$ | $[15,657 < \sigma^2 < 44,315]$ |
| | | | | за $\chi^2_\alpha$: | $[13,799 < \sigma^2 < 58,001]$ | $[15,860 < \sigma^2 < 47,014]$ |
| Асоціація II (сфаґнова структура) | | | | | | |
| 1 | 4 | 625 | 6,000 | 6,000 | $3,862 < \mu_1 < 8,138$ | $4,513 < \mu_1 < 7,487$ |
| 2 | 4 | 1250 | 13,000 | 4,667 | $10,862 < \mu_2 < 15,138$ | $11,513 < \mu_2 < 14,487$ |
| 3 | 4 | 1875 | 15,750 | 4,917 | $13,612 < \mu_3 < 17,888$ | $14,263 < \mu_3 < 17,237$ |
| | | | | за $Z_\alpha$: | $[1,884 < \sigma^2 < 21,657]$ | $[2,306 < \sigma^2 < 14,362]$ |
| | | | | за $\chi^2_\alpha$: | $[1,982 < \sigma^2 < 27,021]$ | $[2,458 < \sigma^2 < 17,313]$ |

Результати розрахунків ступенів нерівності і рівності ряду середніх для рівня значущості для α = 0,01 і α = 0,05 при перевірці нульової гіпотези зведені в табл. 1. Як видно з табл. 1, для ялини і кедра схеми 1 асоціації I маємо максимальну нерівність міжрядкової дисперсії по відношенню до внутрішньо рядкової дисперсії при перевірці $H_o$, тобто ряд ґенеральних середніх значно статистично нерівний (ряд вибіркових дисперсій статистично неоднорідний), при цьому нерівність більша з рівнем значущості α = 0,05, ніж з α = 0,01: 27,93 і 19,75 для ялини та 25,43 і 17,98 для кедра (як видно, що для кедра ця нерівність менша). Значно менша статистична нерівність спостерігається для генеральних середніх для ялини схеми 1 асоціації II: 4,57 (для $\alpha = 0{,}05$) та 2.43 (для $\alpha = 0{,}01$). Для решти сполучень «особина – схема – асоціація» спостерігається статистична рівність ряду генеральних середніх. Мажорантний ряд при цьому такий:

- $\alpha = 0{,}01$: (кедр – 2, II) > (ялина – 2, II) > (кедр – 2, I) > (кедр – 1, II) > (кедр – 2, I, т.в.ч.) ≥ (ялина – 2, I, т.в.ч.);
- $\alpha = 0{,}05$: (кедр – 2, II) > (ялина – 2, II) > (кедр – 2, I) > (ялина – 2, I) ≥ (кедр – 2, I, т.в.ч.) ≥ (ялина – 2, I, т.в.ч.) ≥ (кедр – 1, II).

Таким чином, за результатами табл. 1 за [10] маємо k = 9 (для ялини і кедра схеми 1, асоціації I) та k = 3 (для ялини схеми 1, асоціації II) нормально розподілених генеральних сукупностей особин із загальною дисперсією $\sigma^2$ (бо попередньо була доведена статистична рівність ряду генеральних дисперсій $\sigma_i^2$), оцінкою якої є величина вибіркової дисперсії $S_2^2$, та із різними генеральними середніми $\mu_i$ ($\mu_1, \ldots, \mu_9$) або $\mu_i$ ($\mu_1, \ldots, \mu_3$), оцінками яких є вибіркові середні $\bar{x}_i$ ($\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_9$) або $\bar{x}_i$ ($\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_3$) відповідно (табл. 1-6 [1]) з довірчою ймовірністю $P = 1 - \alpha = 0{,}99$ та 0,95 (з рівнем значущості $\alpha = 0{,}01$ та 0,05)(надійність результату) та довірчими інтервалами (точність результату) (табл. 2; 5). Для решти варіантів (кедр, схема 1, асоціація II; ялина і кедр, схема 2, асоціація I, II, I т.в.ч.) всі результати належать одній генеральній сукупності, розподіленій нормально з параметрами: генеральна дисперсія $\sigma^2$, оцінкою якої є загальна вибіркова дисперсія $S_3^2$, та математичним сподіванням $\mu$, оцінкою якого є загальна середня $\bar{x}$ (табл. 5; 7; 9). За [1, 10] розрахуємо довірчі інтервали (вираз у квадратних дужках) для генеральної дисперсії $\sigma^2$ та ряду генеральних середніх $\mu_i$ з довірчою ймовірністю $P = 0{,}99$ та $P = 0{,}95$ (табл. 2; 5; 7; 9).

У табл. 3; 6; 8 приведені значення вибіркового показника просторової агрегації для кожної сукупної площі за $S_i^2$ $\left(\xi_{ii} = \frac{S_i^2}{\bar{x}_i}\right)$ та за $S_2^2$ $\left(\xi_i = \frac{S_2^2}{\bar{x}_i}\right)$. За критерієм Стьюдента $t_\alpha$ розраховані довірчі інтервали та вказана довірча ймовірність p=0,99 та p=0,95 для математичного сподівання та за $Z_\alpha$ та $\chi^2_\alpha$ розраховані довірчі інтервали та вказана довірча ймовірність p=0,99 та p=0,95 для генеральної дисперсії (табл. 2; 5; 7; 9). За цими довірчими інтервалами побудовані довірчі інтервали та вказана довірча ймовірність p=0,99 та p=0,95 для генерального показника ступеня просторової агрегації, як відношення довірчих інтервалів генеральної дисперсії та математичного сподівання, в кінцевому вигляді формули для якого, виходячи із означення та оцінок, будуть такі:

$$1)\ \frac{\sigma^2}{\mu} = \mathbf{E} \leftarrow \xi = \frac{\mathbf{S}^2}{\bar{\mathbf{x}}}\ \text{[од.]}; \tag{20}$$

а) за $\mathbf{Z_\alpha}$, $\mathbf{t_\alpha}$:

$$P\left[\left(\frac{Z_1^2 S^2 \cdot f\sqrt{\sum_{i=1}^{N} N_i}}{\left(\bar{x}\sqrt{\sum_{i=1}^{N} N_i} - S \cdot t_\alpha\left\{f;\frac{\alpha}{2}\right\}\right)(f+1)}\right) < E < \left(\frac{Z_2^2 S^2 \cdot f\sqrt{\sum_{i=1}^{N} N_i}}{\left(\bar{x}\sqrt{\sum_{i=1}^{N} N_i} + S \cdot t_\alpha\left\{f;\frac{\alpha}{2}\right\}\right)(f+1)}\right)\right] = 1-\alpha; \tag{21}$$

б) за $\chi^2_\alpha$, $\mathbf{t_\alpha}$:

$$P\left[\left(\frac{f \cdot S^2\sqrt{\sum_{i=1}^{k} N_i}}{\left(\bar{x}\sqrt{\sum_{i=1}^{k} N_i} - S \cdot t_\alpha\left\{f;\frac{\alpha}{2}\right\}\right)\chi^2_\alpha\left\{f;\frac{\alpha}{2}\right\}}\right) < E < \left(\frac{f \cdot S^2\sqrt{\sum_{i=1}^{k} N_i}}{\left(\bar{x}\sqrt{\sum_{i=1}^{k} N_i} + S \cdot t_T\left\{f;\frac{\alpha}{2}\right\}\right)\chi^2_T\left\{f;\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\right\}}\right)\right] = 1-\alpha; \tag{22}$$

$$2)\ \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\boldsymbol{\mu}} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\upsilon} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \leftarrow \xi = \frac{\mathbf{S}}{\bar{\mathbf{x}}} \cdot \mathbf{S} = \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{S}\ \text{[од.]}; \tag{23}$$

в) за $\boldsymbol{\upsilon}$, $\mathbf{Z_\alpha}$, $\mathbf{t_\alpha}$:

$$\left[\left(\frac{\gamma Z_1 S f\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2f} + t_\alpha\left\{f;\alpha/2\right\}\sqrt{1+2\gamma^2}\right)\sqrt{f+1}}\right) < E < \left(\frac{\gamma Z_2 S f\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2f} - t_\alpha\left\{f;\alpha/2\right\}\sqrt{1+2\gamma^2}\right)\sqrt{f+1}}\right)\right] = 1-\alpha; \tag{24}$$

г) за $\boldsymbol{\upsilon}$, $\chi^2_\alpha$, $\mathbf{t_\alpha}$:

$$P\left[\left(\frac{\gamma\cdot f\cdot S\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2f}+t_T\left\{f;\alpha/2\right\}\sqrt{1+2\gamma^2}\right)\sqrt{\chi^2_T\left\{f;\alpha/2\right\}}}\right)<E<\left(\frac{\gamma\cdot f\cdot S\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2f}-t_T\left\{f;\alpha/2\right\}\sqrt{1+2\gamma^2}\right)\sqrt{\chi^2_T\left\{f;1-\alpha/2\right\}}}\right)\right]=1-\alpha. \quad (25)$$

Просторовий розподіл особин ялини асоціації І на k = 9 та k = 3 сукупних пробних площах, закладених за схемою 1, з ймовірністю 0,99 і 0,95 носить (в середньому) контаґіозний характер при нерівних середніх та рівних дисперсіях (табл. 3).

Таблиця 3. Вибіркові числові характеристики та довірчі інтервали для ґенерального показника ступеня просторової аґреґації **особин ялини** на сукупних пробних площах, закладених **за схемою 1**.

| k | Вибіркові характеристики | | Довірчі інтервали для ґенерального показника просторової аґреґації з довірчою ймовірністю | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\xi_{ii}$ [од.] | $\xi_i$ [од.] | P = 0,99 | | P = 0,95 | |
| | | | за $Z_\alpha$ | за $\chi^2_\alpha$ | за $Z_\alpha$ | за $\chi^2_\alpha$ |
| Асоціація І (чорнично-зеленомохова структура) | | | | | | |
| 1 | 0,963 | 5,638 | 6, 327 < $E_1$ < 7,983 | 6,353 < $E_1$ < 8,495 | 5,642 < $E_1$ < 7,119 | 5,715 < $E_1$ < 7,552 |
| 2 | 3,533 | 2,537 | 1,791 < $E_2$ < 4,422 | 1,799 < $E_2$ < 4,705 | 1,892 < $E_2$ < 3,780 | 1,917 < $E_2$ < 4,010 |
| 3 | 3,088 | 1,915 | 1,258 < $E_3$ < 3,449 | 1,263 < $E_3$ < 3,723 | 1,359 < $E_3$ < 2,959 | 1,376 < $E_3$ < 3,140 |
| 4 | 1,475 | 1,390 | **0,863** < $E_4$ < 2,649 | **0,867** < $E_4$ < 2,819 | **0,947** < $E_4$ < 2,219 | **0,960** < $E_4$ < 2,354 |
| 5 | 0,029 | 0,799 | 0,467 < $E_5$ < 1,600 | 0,469 < $E_5$ < 1,702 | 0,521 < $E_5$ < 1,324 | 0,528 < $E_5$ < 1,404 |
| 6 | 0,383 | 0,634 | 0,365 < $E_6$ < 1,288 | 0,366 < $E_6$ < 1,370 | 0,409 < $E_6$ < 1,062 | 0,414 < $E_6$ < 1,127 |
| 7 | 0,249 | 0,515 | 0,293 < $E_7$ < 1,057 | 0,294 < $E_7$ < 1,125 | **0,329** < $E_7$ < **0,869** | **0,334** < $E_7$ < **0,922** |
| 8 | 0,716 | 0,470 | **0,266** < $E_8$ < **0,968** | 0,267 < $E_8$ < 1,030 | **0,300** < $E_8$ < **0,795** | **0,303** < $E_8$ < **0,844** |
| 9 | 0,933 | 0,441 | **0,249** < $E_9$ < **0,911** | **0,250** < $E_9$ < **0,969** | **0,281** < $E_9$ < **0,748** | **0,284** < $E_9$ < **0,794** |
| Асоціація ІІ (сфагнова структура) | | | | | | |
| 1 | 1,000 | 0,866 | **0,488** < $E_1$ < 2,661 | **0,513** < $E_1$ < 3,320 | **0,511** < $E_1$ < 1,918 | **0,545** < $E_1$ < 2,312 |
| 2 | 0,359 | 0,400 | **0,173** < $E_2$ < 1,431 | **0,182** < $E_2$ < 1,785 | **0,200** < $E_2$ < 0,991 | **0,213** < $E_2$ < 1,195 |
| 3 | 0,312 | 0,330 | **0,138** < $E_3$ < 1,211 | **0,146** < $E_3$ < 1,511 | **0,162** < $E_3$ < 0,833 | **0,172** < $E_3$ < 1,004 |

Таблиця 4. Середні значення вибіркових характеристик та довірчі інтервали для ґенерального показника просторової аґреґації **особин кедра та ялини асоціації І** (чорнично-зеленомохова структура) та **асоціації ІІ** (сфаґнова структура) за двома **(1 і 2) схемами об'єднання** пробних площ.

| Особина | k | F [м$^2$] | Схема | Асоціація | Вибіркові характеристики | | Довірчі інтервали для ґенерального показника з довірчою ймовірністю | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $\bar{\xi}_{ii}$ [од.] | $\bar{\xi}_i$ [од.] | P = 0,99 за ($Z_\alpha$ + $\chi^2_\alpha$) | P = 0,95 за ($Z_\alpha$ + $\chi^2_\alpha$) |
| Кедр | 9 | 625 – 5625 | 1* | І* | 0,816 | 1,525 | 1,006 < E < 2,913 | 1,088 < E < 2,450 |
| Кедр | 3 | 625 – 1875 | 1 | ІІ | 2,111 | 3,006 | 1,887< E < 8,293 | 1,898 < E < 6,103 |
| Кедр | 9 | 625 – 5625 | 2 | І | 2,862 | 3,309 | 3,038 < E < 3,754 | 3,089 < E < 3,630 |
| Кедр | 3 | 625 – 1875 | 2 | ІІ | 2,325 | 2,190 | 1,764 < E < 4,251 | 1,799 < E < 3,577 |
| Кедр | 11 | 625 – 40.000 | 2** | І** | 4,170 | 3,720 | 3,064 < E < 3,741 | 3,119 < E < 3,505 |
| Ялина | 9 | 625 – 5625 | 1* | І* | 1,263 | 1,593 | 1,323 < E < 2,796 | 1,307 < E < 2,390 |
| Ялина | 3 | 625 – 1875 | 1* | ІІ* | 0,557 | 0,532 | 0,273 < E < 1,987 | 0,301 < E < 1,376 |
| Ялина | 9 | 625 – 5625 | 2 | І | 2,416 | 3,140 | 2,603 < E < 3,180 | 2,642 < E < 3,078 |
| Ялина | 3 | 625 – 1875 | 2 | ІІ | 1,186 | 1,187 | 0,889 < E < 2,393 | 0,929 < E < 1,997 |
| Ялина | 11 | 625 – 40.000 | 2** | І** | 5,218 | 4,625 | 3,819 < E < 4,593 | 3,879 < E < 4,310 |

* – середні за k-сукупними пробними площами; ** – математична модель за таблицею випадкових чисел

Крива залежності ( $\bar{x}_i \pm \Delta x_i$ ) ~ $F_i$ для ялини асоціації І за схемою 1 має перегин у точці $F_4$ ≈ 2500 м$^2$ для α = 0,01 та α = 0,05 (табл. 3). Теж саме спостерігається на кривій 1 залежності E ~ F (рис. 1-4), коли нижня межа довірчого інтервалу ґенерального показника просторової аґреґації особин ялини E накриває ділянки ξ ≤ 1 і коли розподіл особин ялини до точки $F_4$ ≤ 2500 м$^2$ носить контаґіозний характер, а після $F_4$ > 2500 м$^2$ – стає статистично частинно рівномірний. Це пояснюється початком втрати елементарною коміркою сукупної площі характерних властивостей контаґіозності, тобто на достатньо великих сукупних площах розподілу особин ялини властивості контаґіозності усереднюються і розподіл у цілому стає уявно рівномірним, а вибрана модель за схемою 1 – частинно, а при $F_8 \geq 5000$ м$^2$ з Р = 0,99 та при $F_4 \geq 4375$ м$^2$ з Р = 0,95, повністю непоказною в оцінці властивостей розподілу особин ялини, бо довірчі інтервали (нижні і верхні межі) повністю попадають в ділянку рівномірного розподілу.

Дамо узагальнену середню оцінку вибірковим характеристикам (табл. 4):

для k = 9 $\bar{\xi}_{ii}$ = 0,816; $\bar{\xi}_i$ = 1,525 та для k = 3 $\bar{\xi}_{ii}$ = 0,435; $\bar{\xi}_i$ = 2,874 та вкажемо на осереднені довірчі інтервали за сукупними пробними площами та розрахунку дисперсії за $Z_\alpha + \chi^2_\alpha$ для ґенерального показника ступеня просторової аґреґації особин кедра з ймовірністю 0,99 та 0,95 (табл. 4): для k = 9 (за $Z_\alpha + \chi^2_\alpha$) P $[1{,}006 < \bar{E}_9 < 2{,}913]$ = 0,99 ($\alpha$ = 0,01); (за $Z_\alpha + \chi^2_\alpha$) P $[1{,}008 < \bar{E}_9 < 2{,}450]$ = 0,95 ($\alpha$=0,05); для k = 3 (за $Z_\alpha + \chi^2_\alpha$) P $[2{,}022 < \bar{E}_3 < 5{,}217]$ = 0,99 ($\alpha$ = 0,01); (за $Z_\alpha + \chi^2_\alpha$) P $[2{,}147 < \bar{E}_3 < 4{,}442]$ = 0,95 ($\alpha$=0,05).

Таблиця 5. Вибіркові числові характеристики та довірчі інтервали для ґенеральної середньої та ґенеральної дисперсії розподілу **особин кедра** на сукупних пробних площах, закладених **за схемою 1**.

| k | $N_i$ | $F_i$ [м$^2$] | Вибіркові характеристики | | Довірчі інтервали для ґенеральних характеристик з довірчою ймовірністю | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $\bar{x}_i$ [од.] | $S_i^2$ [од.$^2$] | P = 0,99 | P = 0,95 |
| Асоціація I (чорнично-зеленомохова структура) | | | | | | |
| 1 | 4 | 625 | 10,25 | 8,917 | $7{,}331 < \mu_1 < 13{,}169$ | $8{,}087 < \mu_1 < 12{,}413$ |
| 2 | 4 | 1250 | 15,50 | 3,667 | $12{,}581 < \mu_2 < 18{,}419$ | $13{,}337 < \mu_2 < 17{,}663$ |
| 3 | 4 | 1875 | 18,50 | 3,667 | $15{,}581 < \mu_3 < 21{,}419$ | $16{,}337 < \mu_3 < 20{,}663$ |
| 4 | 4 | 2500 | 25,50 | 3,667 | $22{,}581 < \mu_4 < 28{,}419$ | $23{,}337 < \mu_4 < 27{,}663$ |
| 5 | 4 | 3125 | 40,50 | 51,00 | $37{,}581 < \mu_5 < 43{,}419$ | $38{,}337 < \mu_5 < 42{,}663$ |
| 6 | 4 | 3750 | 52,00 | 102,67 | $49{,}081 < \mu_6 < 54{,}919$ | $49{,}837 < \mu_6 < 54{,}163$ |
| 7 | 4 | 4375 | 59,75 | 32,25 | $56{,}831 < \mu_7 < 62{,}669$ | $57{,}587 < \mu_7 < 61{,}913$ |
| 8 | 4 | 5000 | 68,25 | 56,25 | $65{,}331 < \mu_8 < 71{,}169$ | $66{,}087 < \mu_8 < 70{,}413$ |
| 9 | 4 | 5625 | 74,50 | 97,00 | $71{,}581 < \mu_9 < 77{,}419$ | $72{,}337 < \mu_9 < 76{,}663$ |
| за $Z_\alpha$: | | | | | $[21{,}612 < \sigma^2 < 85{,}724]$ | $[24{,}623 < \sigma^2 < 69{,}692]$ |
| за $\chi^2_\alpha$: | | | | | $[21{,}701 < \sigma^2 < 91{,}215]$ | $[24{,}942 < \sigma^2 < 73{,}936]$ |
| Асоціація II (сфаґнова структура) | | | | | | |
| 1 | 4 | 625 | 8,50 | 19,00 | $7{,}202 < \mu < 17{,}798$ | $8{,}752 < \mu < 16{,}248$ |
| 2 | 4 | 1250 | 12,25 | 14,92 | | |
| 3 | 4 | 1875 | 16,75 | 48,25 | | |
| за $Z_\alpha$: | | | | | $[12{,}861 < \sigma^2 < 147{,}864]$ | $[15{,}747 < \sigma^2 < 98{,}057]$ |
| за $\chi^2_\alpha$: | | | | | $[14{,}312 < \sigma^2 < 147{,}307]$ | $[17{,}473 < \sigma^2 < 100{,}261]$ |

Таблиця 6. Вибіркові числові характеристики та довірчі інтервали для ґенерального показника ступеня просторової аґреґації **особин кедра** на сукупних пробних площах, закладених **за схемою 1**.

| k | Вибіркові характеристики | | Довірчі інтервали для ґенерального показника просторової аґреґації з довірчою ймовірністю | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | P = 0,99 | | P = 0,95 | |
| | $\xi_{ii}$ [од.] | $\xi_i$ [од.] | за $Z_\alpha$ | за $\chi^2_\alpha$ | за $Z_\alpha$ | за $\chi^2_\alpha$ |
| Асоціація I (чорнично-зеленомохова структура) | | | | | | |
| 1 | 0,870 | 3,892 | $2{,}948 < E_1 < 6{,}510$ | $2{,}960 < E_1 < 6{,}927$ | $3{,}045 < E_1 < 5{,}614$ | $3{,}084 < E_1 < 5{,}956$ |
| 2 | 0,237 | 2,574 | $1{,}718 < E_2 < 4{,}654$ | $1{,}725 < E_2 < 4{,}952$ | $1{,}846 < E_2 < 3{,}945$ | $1{,}870 < E_2 < 4{,}186$ |
| 3 | 0,198 | 2,157 | $1{,}387 < E_3 < 4{,}002$ | $1{,}393 < E_3 < 4{,}259$ | $1{,}507 < E_3 < 3{,}373$ | $1{,}527 < E_3 < 3{,}578$ |
| 4 | 0,144 | 1,565 | $0{,}957 < E_4 < 3{,}016$ | $0{,}961 < E_4 < 3{,}210$ | $1{,}055 < E_4 < 2{,}519$ | $1{,}069 < E_4 < 2{,}672$ |
| 5 | 1,259 | 0,985 | $0{,}575 < E_5 < 1{,}974$ | $0{,}577 < E_5 < 2{,}100$ | $0{,}642 < E_5 < 1{,}633$ | $0{,}650 < E_5 < 1{,}733$ |
| 6 | 1,974 | 0,767 | $0{,}440 < E_6 < 1{,}561$ | $0{,}442 < E_6 < 1{,}661$ | $0{,}494 < E_6 < 1{,}287$ | $0{,}500 < E_6 < 1{,}365$ |
| 7 | 0,540 | 0,668 | $0{,}380 < E_7 < 1{,}368$ | $0{,}382 < E_7 < 1{,}456$ | $0{,}427 < E_7 < 1{,}126$ | $0{,}433 < E_7 < 1{,}194$ |
| 8 | 0,824 | 0,585 | $0{,}331 < E_8 < 1{,}205$ | $0{,}332 < E_8 < 1{,}282$ | $0{,}372 < E_8 < 0{,}990$ | $0{,}377 < E_8 < 1{,}050$ |
| 9 | 1,302 | 0,536 | $0{,}302 < E_9 < 1{,}107$ | $0{,}303 < E_9 < 1{,}178$ | $0{,}340 < E_9 < 0{,}909$ | $0{,}345 < E_9 < 0{,}964$ |
| Асоціація II (сфаґнова структура) | | | | | | |
| 1 | 2,235 | 4,096 | $1{,}786 < E < 8{,}308$ | $1{,}987 < E < 8{,}277$ | $1{,}799 < E < 6{,}035$ | $1{,}996 < E < 6{,}171$ |
| 2 | 1,218 | 2,842 | | | | |
| 3 | 2,881 | 2,079 | | | | |

Таблиця 7. Вибіркові числові характеристики та довірчі інтервали для ґенеральної середньої та ґенеральної дисперсії розподілу **особин ялини** на сукупних пробних площах, закладених **за схемою 2**.

| k | $N_i$ | $F_i$ [м²] | Вибіркові характеристики | | Довірчі інтервали для ґенеральних характеристик з довірчою ймовірністю | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $\bar{x}_i$ [од.] | $S_i^2$ [од.²] | P = 0,99 | P = 0,95 |
| Асоціація I (чорнично-зеленомохова структура) | | | | | | |
| 1 | 4 | 625 | 4,500 | 4,333 | | |
| 2 | 8 | 1250 | 5,000 | 10,571 | | |
| 3 | 12 | 1875 | 4,417 | 8,629 | | |
| 4 | 16 | 2500 | 4,563 | 7,063 | **$5{,}378 < \mu < 7{,}000$** | **$5{,}574 < \mu < 6{,}804$** |
| 5 | 20 | 3125 | 6,350 | 22,029 | за $Z_\alpha$: **$13{,}320<\sigma^2<23{,}379$** | за $Z_\alpha$: **$14{,}172<\sigma^2<21{,}718$** |
| 6 | 24 | 3750 | 6,667 | 20,232 | за $\chi^2_\alpha$ :**$14{,}674<\sigma^2<21{,}140$** | за $\chi^2_\alpha$ :**$15{,}280<\sigma^2<20{,}157$** |
| 7 | 28 | 4375 | 7,036 | 19,517 | | |
| 8 | 32 | 5000 | 6,750 | 19,871 | | |
| 9 | 36 | 5625 | 6,389 | 18,816 | | |
| Асоціація II (сфагнова структура) | | | | | | |
| 1 | 4 | 625 | 6,000 | 6,000 | **$3{,}252 < \mu < 5{,}994$** | **$3{,}612 < \mu < 5{,}634$** |
| 2 | 8 | 1250 | 4,750 | 5,071 | за $Z_\alpha$:**$2{,}797 < \sigma^2 <14{,}455$** | за $Z_\alpha$: **$3{,}253< \sigma^2 <11{,}237$** |
| 3 | 12 | 1875 | 4,083 | 6,083 | за $\chi^2_\alpha$ : **$2{,}981<\sigma^2<14{,}222$** | за $\chi^2_\alpha$ : **$3{,}458<\sigma^2<11{,}266$** |
| Асоціація I (математична модель особин ялини за таблицею випадкових чисел) | | | | | | |
| 1 | 4 | 625 | 8,500 | 43,667 | | |
| 2 | 8 | 1250 | 8,125 | 55,839 | | |
| 3 | 12 | 1875 | 9,083 | 56,265 | | |
| 4 | 16 | 2500 | 9,813 | 56,696 | **$10{,}076 < \mu < 11{,}616$** | **$10{,}261 < \mu < 11{,}431$** |
| 5 | 20 | 3125 | 9,200 | 50,800 | за $Z_\alpha$:**$36{,}836 <\sigma^2<56{,}800$** | за $Z_\alpha$: **$38{,}473<\sigma^2<49{,}981$** |
| 6 | 24 | 3750 | 9,458 | 52,172 | за $\chi^2_\alpha$ :**$40{,}122<\sigma^2<49{,}900$** | за $\chi^2_\alpha$ :**$41{,}137<\sigma^2<48{,}546$** |
| 7 | 28 | 4375 | 10,107 | 51,729 | | |
| 8 | 32 | 5000 | 9,906 | 48,733 | | |
| 9 | 36 | 5625 | 10,306 | 49,418 | | |
| 10 | 64 | 10.000 | 10,969 | 45,205 | | |
| 11 | 256 | 40.000 | 11,617 | 39,829 | | |

За цими усередненими даними можна стверджувати, що просторовий розподіл особин кедра асоціації I на k = 9 та k = 3 сукупних пробних площах, закладених за схемою 1, з ймовірністю 0,99 і 0,95 носить (в середньому) контаґіозний характер при нерівних ґенеральних середніх та рівних ґенеральних дисперсіях.

Крива залежності ($\bar{x}_i \pm \Delta x_i$) ~ $F_i$ для кедра асоціації I за схемою 1 має перегин у точці $F_4$ = 2500 м² для $\alpha$ = 0,01 та $F_5$ = 3125 м² для $\alpha$ = 0,05 (табл. 5). Аналіз та висновки за законом розподілу особин кедра аналогічні до ялини: розподіл в середньому носить контаґіозний характер.

Дамо узагальнену середню оцінку (k =3) вибірковим характеристикам: $\bar{\xi}_{ii}$ = 0,557 од.; $\bar{\xi}_i$ = 0,532 од. (табл. 3) та вкажемо на осереднені довірчі інтервали за сукупними пробними площами та розрахунку дисперсії за ($Z_\alpha + \chi^2_\alpha$) для ґенерального показника ступеня просторової агрегації особин ялини асоціація II (за схемою 1) з ймовірністю 0,99 та 0,95 (табл. 4): P [$0{,}273 < \bar{E}_3 < 1{,}987$]= 0,99 (для $\alpha$ = 0,01); P [ $0{,}301 < \bar{E}_3 < 1{,}376$] = 0,95 (для $\alpha$ = 0,05).

У зв'язку з тим, що довірчий інтервал для $\bar{E}$ перекриває всі можливі означення розподілу (рівномірний $\bar{E} < 1$; випадковий $\bar{E} = 1$; контаґіозний $\bar{E} > 1$), то за схемою 1 для асоціації II для особин ялини розподіл є невизначеним і за середніми характеристиками. Результати, що приведені в табл. 4; 8, дозволяють з ймовірністю P = 0,99 і P = 0,95 стверджувати, що розподіл особин ялини асоціації I на сукупних пробних площах, закладених за схемою 2, носить явний контаґіозний характер. Оцінка середніх показників $\bar{E}$ для $\alpha$ = 0,01 та $\alpha$ = 0,05 за сумою оцінок ($Z_\alpha + \chi^2_\alpha$) привела до таких результатів (табл. 4): P [$2{,}603 < \bar{E} < 3{,}180$] = 0,99 (для $\alpha$ = 0,01);P [$2{,}642 < \bar{E} < 3{,}078$] = 0,95 (для $\alpha$ = 0,05), що підтвердило вищий висновок.

Результати, що наведені в табл. 4; 10, дозволяють з ймовірністю P = 0,99 і P = 0,95 стверджувати, що розподіл особин кедра асоціації I на сукупних пробних площах, закладених за схемою 2, носить явний контаґіозний характер.

Оцінка середніх показників $\bar{E}$ для $\alpha$ = 0,01 та $\alpha$ = 0,05 за сумою оцінок ($Z_\alpha + \chi^2_\alpha$) привела до таких результатів (табл. 4):

$P\ [3{,}038 < \overline{E} < 3{,}754] = 0{,}99$ (для $\alpha = 0{,}01$); $P\ [3{,}089 < \overline{E} < 3{,}630] = 0{,}95$ (для $\alpha = 0{,}05$), що підтвердило вищеназваний висновок. Оцінка середнього ґенерального показника просторової агреґації $\overline{E}$ для $\alpha = 0{,}01$ та $\alpha = 0{,}05$ за сумою оцінок ($Z_\alpha + \chi^2_\alpha$) довірчих інтервалів привела до таких результатів (табл. 4):

$$P\ [0{,}889 < \overline{E} < 2{,}393] = 0{,}99 \text{ (для } \alpha = 0{,}01); \ P\ [0{,}929 < \overline{E} < 1{,}997] = 0{,}95 \text{ (для } \alpha=0{,}05).$$

Результати (табл. 8) не дають однозначної відповіді на розподіл особин ялини асоціації II за схемою 2 на $k = 3$ сукупних пробних площах: довірчі інтервали накривають ділянки рівномірного, випадкового та контаґіозного розподілів з певним зміщенням до контаґіозного: загальна середня – середина довірчого інтервалу – $\overline{E}_{ср} = 1{,}641$ для $P = 0{,}99$ та $\overline{E}_{ср} = 1{,}463$ для $P = 0{,}95$, то можна стверджувати, що розподіл ялин переважно носить контаґіозний характер.

Оцінка середнього ґенерального показника просторової агреґації $\overline{E}$ для $\alpha=0{,}01$ та $\alpha = 0{,}05$ за сумою оцінок ($Z_\alpha + \chi^2_\alpha$) довірчих інтервалів привела до таких результатів (табл. 4): $P\ [1{,}764 < \overline{E} < 4{,}251] = 0{,}99$ (для $\alpha = 0{,}01$); $P\ [1{,}799 < \overline{E} < 3{,}577] = 0{,}95$ (для $\alpha = 0{,}05$). Ці результати дозволяють з ймовірністю $P = 0{,}99$ та $P = 0{,}95$ стверджувати, що розподіл особин кедра асоціації II на сукупних пробних площах, закладених за схемою 2, носить явний контаґіозний характер.

Як видно з табл. 8, вибіркові показники ступеня просторової агреґації математичної моделі особин ялини асоціації II за схемою 2 є надійними показниками та ефективними оцінками ґенерального показника просторової агреґації E (табл. 8), який має довірчі інтервали, що розраховані за довірчими інтервалами для $\sigma^2$ та $\mu$ (табл. 7), що за властивостями виборок моделі є однакові для $k = 11$; 9; 3 з довірчою ймовірність $P = (1 - \alpha)$: за $Z_\alpha$: $P\ [3{,}656 < E < 4{,}890] = 0{,}99$; за $\chi^2_\alpha$: $P\ [3{,}982 < E < 4{,}296] = 0{,}99$ (для $\alpha = 0{,}01$); за $Z_\alpha$: $P\ [3{,}749 < E < 4{,}372] = 0{,}95$; за $\chi^2_\alpha$: $P\ [4{,}009 < E < 4{,}247] = 0{,}95$ (для $\alpha = 0{,}05$), що дозволяє з ймовірністю $P = 0{,}99$ і $P = 0{,}95$ стверджувати, що розподіл особин ялини (0-22) в математичній моделі асоціації I на сукупних пробних площах за схемою 2, створених за таблицею випадкових чисел, носить явний контаґіозний характер з граничним теоретичним показником просторової агреґації. Оцінка середніх ґенеральних показників просторової агреґації $\overline{E}$ для $\alpha = 0{,}01$ та $\alpha = 0{,}05$ за сумою оцінок ($Z_\alpha + \chi^2_\alpha$), що приведені табл. 4, теж свідчать про цей висновок:

$$P\ [3{,}819 < \overline{E}_{11} < 4{,}593] = 0{,}99 \text{ (для } \alpha = 0{,}01); \ P\ [3{,}879 < \overline{E}_{11} < 4{,}310] = 0{,}95 \text{ (для } \alpha=0{,}05).$$

**Введемо в науковий обіг математичних методів біології означення ступеня граничної контаґіозності** як відношення ґенеральних показників просторової агреґації за експериментальною моделлю до теоретичного ґенерального показника граничної просторової агреґації за математичною моделлю за таблицею випадкових чисел при створення моделей за однаковими схемами:

$$\zeta_\alpha = \frac{E_{\alpha(\text{експ.})}}{E_{\alpha(\text{теор.})}} = \frac{E}{E_M}. \qquad (26)$$

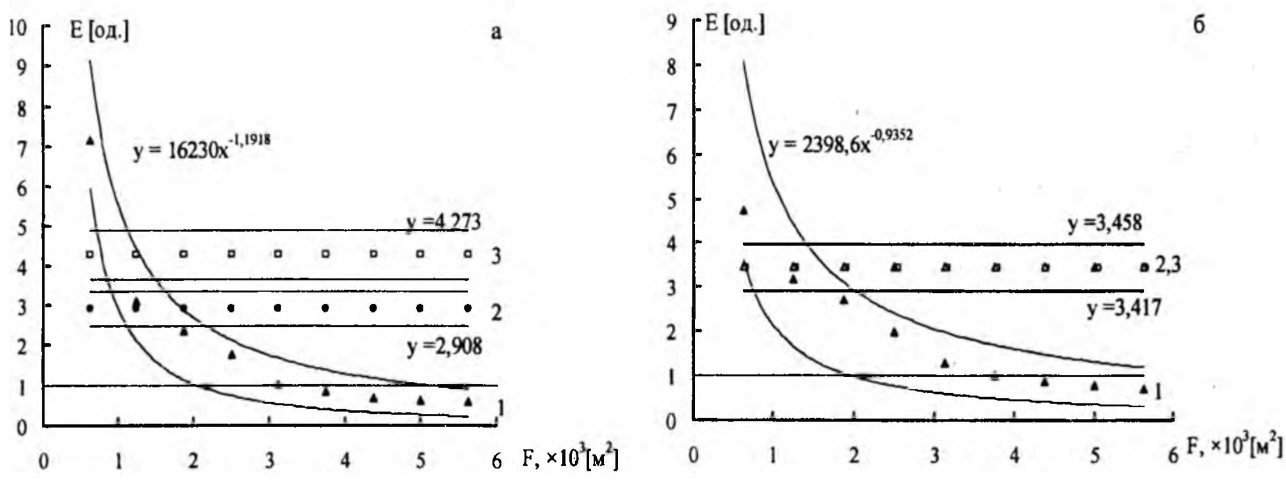


Рис.1. Довірчі інтервали для ґенерального показника просторової агреґації особин ялини (а) та кедра (б) чорнично-зеленомохової структури (асоціації I) на сукупних пробних площах, закладених за схемою: 1 – 1; 2 – 2; 3 – 2 (математична модель за таблицею випадкових чисел). Довірча ймовірність P = 0,99. Довірчі інтервали побудовані за $Z_\alpha$.

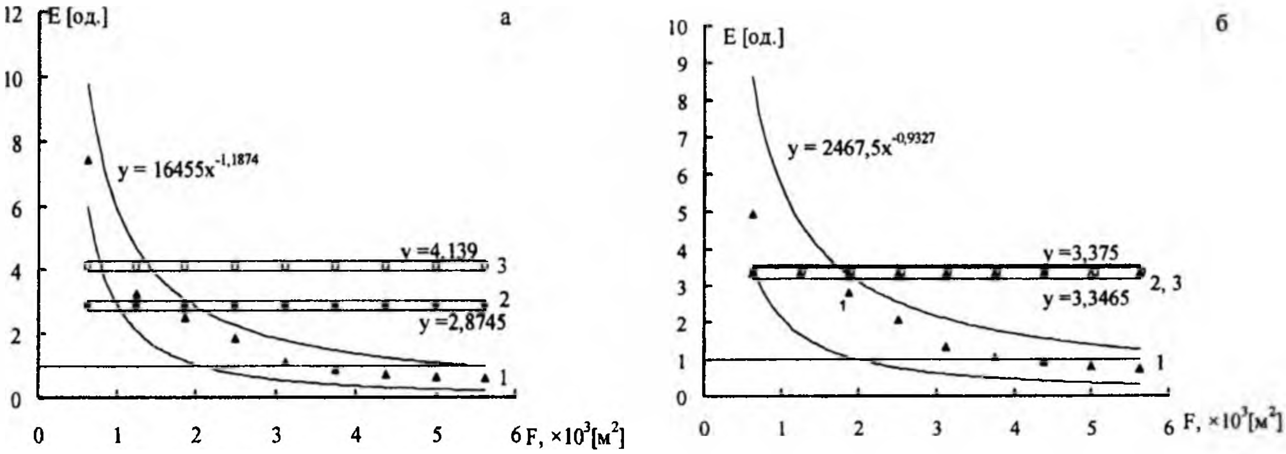


Рис.2. Довірчі інтервали для ґенерального показника просторової аґреґації особин ялини (а) та кедра (б) чорнично-зеленомохової структури (асоціації I) на сукупних пробних площах, закладених за схемою: 1 – 1; 2 – 2; 3 – 2 (математична модель за таблицею випадкових чисел). Довірча ймовірність P = 0,99. Довірчі інтервали побудовані за $\chi^2_\alpha$.

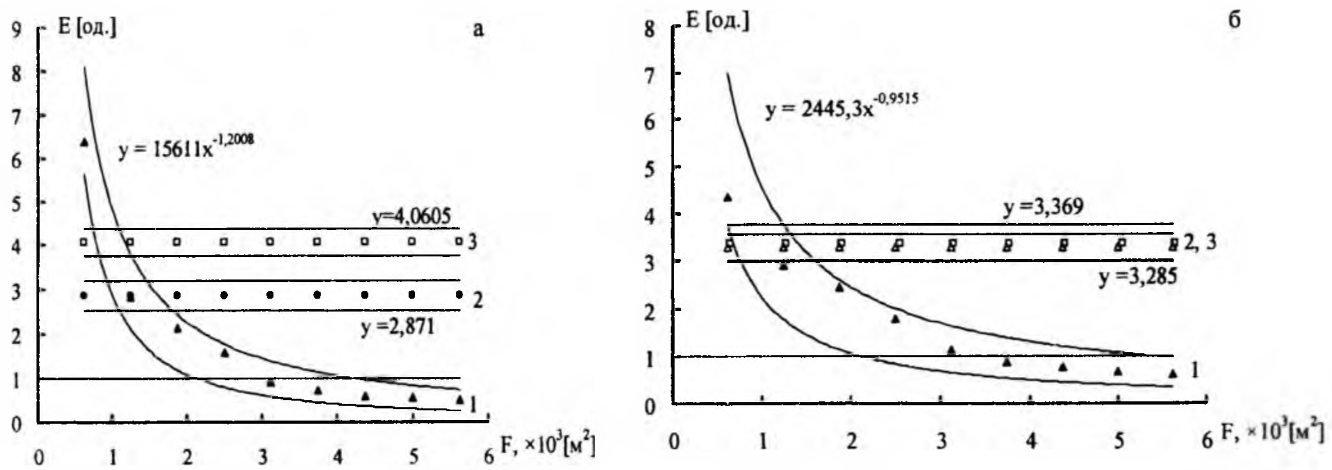


Рис.3. Довірчі інтервали для ґенерального показника просторової аґреґації особин ялини (а) та кедра (б) чорнично-зеленомохової структури (асоціації I) на сукупних пробних площах, закладених за схемою: 1 – 1; 2 – 2; 3 – 2 (математична модель за таблицею випадкових чисел). Довірча ймовірність P = 0,95. Довірчі інтервали побудовані за $Z_\alpha$.

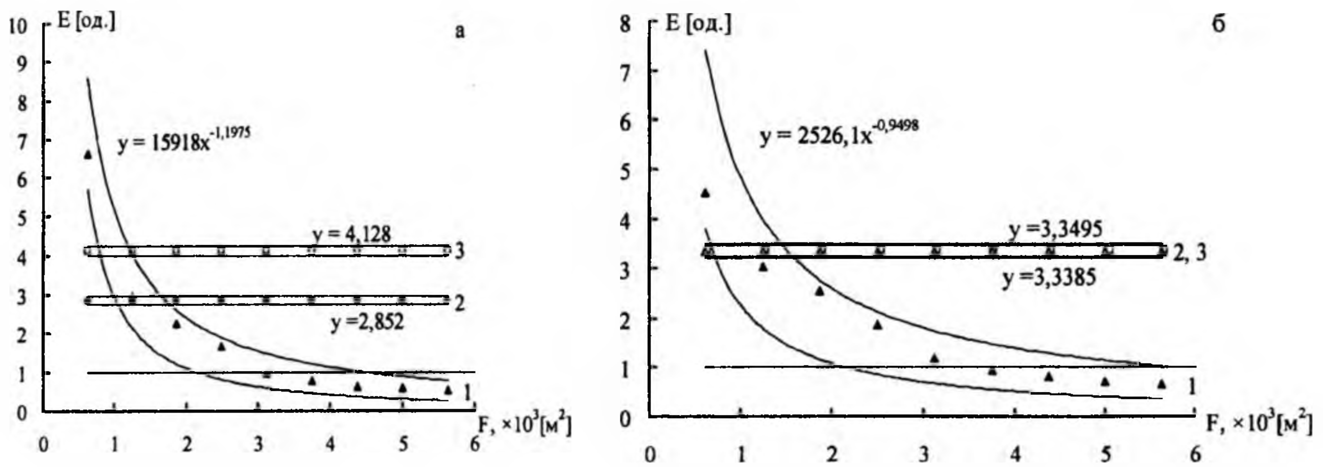


Рис.4. Довірчі інтервали для ґенерального показника просторової аґреґації особин ялини (а) та кедра (б) чорнично-зеленомохової структури (асоціації I) на сукупних пробних площах, закладених за схемою: 1 – 1; 2 – 2; 3 – 2 (математична модель за таблицею випадкових чисел). Довірча ймовірність P = 0,95. Довірчі інтервали побудовані за $\chi^2_\alpha$.

Таблиця 8. Вибіркові числові характеристики та довірчі інтервали для ґенерального показника ступеня просторової аґреґації **особин ялини** на сукупних пробних площах, закладених **за схемою 2**.

<table>
<tr><th rowspan="3">k</th><th colspan="2">Вибіркові характеристики</th><th colspan="4">Довірчі інтервали для ґенерального показника просторової аґреґації з довірчою ймовірністю</th></tr>
<tr><th rowspan="2">$\xi_{ii}$ [од.]</th><th rowspan="2">$\xi_i$ [од.]</th><th colspan="2">P = 0,99</th><th colspan="2">P = 0,95</th></tr>
<tr><th>за $Z_\alpha$</th><th>за $\chi^2_\alpha$</th><th>за $Z_\alpha$</th><th>за $\chi^2_\alpha$</th></tr>
<tr><td colspan="7">Асоціація I (чорнично-зеленомохова структура)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0,963</td><td>3,872</td><td rowspan="9">2,476 < E < 3,340</td><td rowspan="9">2,729 < E < 3,020</td><td rowspan="9">2, 543 < E < 3,192</td><td rowspan="9">2,741 < E < 2,963</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2,114</td><td>3,485</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1,954</td><td>3,945</td></tr>
<tr><td>4</td><td>1,548</td><td>3,818</td></tr>
<tr><td>5</td><td>3,469</td><td>2,744</td></tr>
<tr><td>6</td><td>3,035</td><td>2,613</td></tr>
<tr><td>7</td><td>2,774</td><td>2,476</td></tr>
<tr><td>8</td><td>2,944</td><td>2,581</td></tr>
<tr><td>9</td><td>2,945</td><td>2,727</td></tr>
<tr><td colspan="7">Асоціація II (сфаґнова структура)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1,000</td><td>0,954</td><td rowspan="3">0,860 < E < 2,412</td><td rowspan="3">0,917 < E < 2,373</td><td rowspan="3">0,901 < E < 1,994</td><td rowspan="3">0,957 < E < 2,000</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1,068</td><td>1,205</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1,490</td><td>1,402</td></tr>
<tr><td colspan="7">Асоціація I (математична модель особин ялини за таблицею випадкових чисел)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>5,137</td><td>5,244</td><td rowspan="11">3,656 < E < 4,890</td><td rowspan="11">3,982 < E < 4,296</td><td rowspan="11">3,749 < E < 4,372</td><td rowspan="11">4,009 < E < 4,247</td></tr>
<tr><td>2</td><td>6,873</td><td>5,486</td></tr>
<tr><td>3</td><td>6,194</td><td>4,907</td></tr>
<tr><td>4</td><td>5,778</td><td>4,542</td></tr>
<tr><td>5</td><td>5,522</td><td>4,845</td></tr>
<tr><td>6</td><td>5,516</td><td>4,713</td></tr>
<tr><td>7</td><td>5,118</td><td>4,410</td></tr>
<tr><td>8</td><td>4,919</td><td>4,500</td></tr>
<tr><td>9</td><td>4,795</td><td>4,325</td></tr>
<tr><td>10</td><td>4,121</td><td>4,063</td></tr>
<tr><td>11</td><td>3,429</td><td>4,837</td></tr>
</table>

Довірчі інтервали для ступеня граничної контаґіозності особин ялини, що визначені за довірчими інтервалами E та $E_M$ (табл.4), приведені в табл. 11 та на рис. 5-8.

У разі використання співвідношення (26) величин E і $E_M$, розрахованих за різними схемами [наприклад, E (схема 1) і $E_M$ (схема 2)], про висновки за ступенем граничної контаґіозності $\zeta_\alpha$ особин можна говорити лише в якісному смислі та при розмірі пробної площі F > 625 м$^2$ (кількісний смисл буде некоректним). Що й підтверджується даними табл. 11. 12.

У табл. 12 зведені середні значення довірчих інтервалів для $\zeta_\alpha$ за ($Z_\alpha$ + $\chi^2_\alpha$) для P = 0,99 та P = 0,95. Як видно з табл. 10, вибіркові показники ступеня просторової аґреґації математичної моделі особин кедра за схемою 2 є оцінками ґенерального показника ступеня просторової аґреґації E (табл. 10), який має довірчі інтервали, що розраховані за довірчими інтервалами для $\sigma^2$ та $\mu$ (табл. 9), і за властивостями виборок моделі є однакові для k = 11; 9; 3 з довірчою ймовірність P = (1 – α). Оцінка середніх ґенеральних показників просторової аґреґації $\overline{E}$ для α = 0,01 та α = 0,05 за сумою оцінок ($Z_\alpha$+ $\chi^2_\alpha$), що приведені табл. 4, розподіл особин кедра (1-21) в математичній моделі асоціації I на сукупних пробних площах за схемою 2, створених за таблицею випадкових чисел, носить явний контаґіозний характер з граничним теоретичним показником просторової аґреґації:

$$P\,[3{,}064 < \overline{E} < 3{,}741] = 0{,}99 \ (\text{для } \alpha = 0{,}01);\ P\,[3{,}119 < \overline{E} < 3{,}505] = 0{,}95 \ (\text{для } \alpha = 0{,}05).$$

Довірчі інтервали для ступеня граничної контаґіозності особин кедра в експериментальній моделі, що визначені за E та $E_M$ (табл. 4), приведені в табл. 11 та на рис. 5-8. Як видно з табл. 12, для схеми 2 (результати для схеми 1 не є коректними) спостерігаються такі закономірності розподілу за величинами ступеня граничної контаґіозності: для кедра цей показник досягає максимальних значень: ~ 100% – для чорнично-зеленомохової структури та ~ 83 % – для сфаґнової структури; для ялини цей показник має менші значення: ~ 69 % –для чорнично-зеленомохової структури та ~ 37 % – для сфаґнової структури, але загальні закономірності залишаються: контаґіозність чорнично-зеленомохової структури більша, ніж сфаґнової і для кедра, і для ялини. Як видно з рис. 5-8, для схеми 2 асоціацій I і II показник ступеня граничної контаґіозності не залежить від розмірів сукупної пробної площі F, при цьому довірчий інтервал для асоціації II ширший, ніж для асоціації I; для схеми 1 асоціації I цей показник зменшується із збільшенням F, при цьому довірчий інтервал та середина

Таблиця 9. Вибіркові числові характеристики та довірчі інтервали для ґенеральної середньої та ґенеральної дисперсії розподілу **особин кедра** на сукупних пробних площах, закладених **за схемою 2**.

| k | $N_i$ | $F_i$ [м²] | Вибіркові характеристики | | Довірчі інтервали для ґенеральних характеристик з довірчою ймовірністю | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $\bar{x}_i$ [од.] | $S_i^2$ [од.²] | P = 0,99 | P = 0,95 |
| Асоціація I (чорнично-зеленомохова структура) | | | | | | |
| 1 | 4 | 625 | 10,250 | 8,917 | | |
| 2 | 8 | 1250 | 7,750 | 17,929 | | |
| 3 | 12 | 1875 | 6,167 | 17,606 | | |
| 4 | 16 | 2500 | 6,375 | 13,850 | $6{,}910 < \mu < 8{,}892$ | $7{,}150 < \mu < 8{,}652$ |
| 5 | 20 | 3125 | 8,100 | 29,884 | за $Z_\alpha$: $19{,}977 < \sigma^2 < 35{,}062$ | за $Z_\alpha$: $21{,}254 < \sigma^2 < 32{,}572$ |
| 6 | 24 | 3750 | 8,667 | 29,536 | за $\chi^2_\alpha$: $22{,}007 < \sigma^2 < 31{,}704$ | за $\chi^2_\alpha$: $22{,}917 < \sigma^2 < 30{,}231$ |
| 7 | 28 | 4375 | 8,536 | 28,036 | | |
| 8 | 32 | 5000 | 8,531 | 31,289 | | |
| 9 | 36 | 5625 | 8,278 | 28,949 | | |
| Асоціація II (сфагнова структура) | | | | | | |
| 1 | 4 | 625 | 8,500 | 19,000 | $4{,}085 < \mu < 8{,}415$ | $4{,}654 < \mu < 7{,}846$ |
| 2 | 8 | 1250 | 6,130 | 14,982 | за $Z_\alpha$: $6{,}978 < \sigma^2 < 36{,}056$ | за $Z_\alpha$: $8{,}116 < \sigma^2 < 28{,}029$ |
| 3 | 12 | 1875 | 5,580 | 12,810 | за $\chi^2_\alpha$: $7{,}436 < \sigma^2 < 35{,}476$ | за $\chi^2_\alpha$: $8{,}627 < \sigma^2 < 28{,}102$ |
| Асоціація I (математична модель особин кедра за таблицею випадкових чисел) | | | | | | |
| 1 | 4 | 625 | 8,500 | 43,667 | | |
| 2 | 8 | 1250 | 8,375 | 51,696 | | |
| 3 | 12 | 1875 | 10,333 | 50,242 | | |
| 4 | 16 | 2500 | 9,813 | 41,096 | | |
| 5 | 20 | 3125 | 9,500 | 43,842 | $10{,}328 < \mu < 11{,}725$ | $10{,}495 < \mu < 11{,}557$ |
| 6 | 24 | 3750 | 9,958 | 39,520 | за $Z_\alpha$: $30{,}288 < \sigma^2 < 46{,}704$ | за $Z_\alpha$: $31{,}634 < \sigma^2 < 41{,}096$ |
| 7 | 28 | 4375 | 10,143 | 34,201 | за $\chi^2_\alpha$: $32{,}990 < \sigma^2 < 41{,}030$ | за $\chi^2_\alpha$: $33{,}825 < \sigma^2 < 39{,}917$ |
| 8 | 32 | 5000 | 10,375 | 37,597 | | |
| 9 | 36 | 5625 | 10,250 | 38,707 | | |
| 10 | 64 | 10.000 | 11,469 | 36,888 | | |
| 11 | 256 | 40.000 | 11,652 | 34,243 | | |

інтервалу більше 100 % при $F < 1875$ м². Перевищення ступеня контаґіозності $\zeta > 100$ % (табл. 12, рис. 5-8) пов'язане для асоціації II з малим обсягом виборки $k = 3$ ($F_1 = 625$ м² … $F_3 = 1875$ м²), а для схеми 1 – додатково з тим, що ступінь контаґіозності $\zeta = E/E_M$ розрахований як співвідношення показника просторової аґреґації особин E за схемою 1 до цього показника за математичною моделлю, створеною за таблицею випадкових чисел, за схемою 2, що є некоректно у кількісному вимірі, але якісна оцінка ступеня контаґіозності надійна.

По суті ми маємо дві близькі математичні моделі для особин ялини та кедра і статистично незначна міра розбіжності між ними, пов'язана з різною чисельністю особин (0-22 для ялини та 1-21 для кедра) – чисел, що витягнуті з таблиці випадкових чисел, та різною фраґментальності таблиці при створенні двох моделей. Обидва фактори носять випадковий характер.

У табл. 13 зведені результати порівняння двох рядів ґенеральних середніх особин ялина (я) і кедра (к) чорнично-зеленомохової (I) та сфагнової (II) структур для сукупних пробних площ, закладених за схемою 1 (1) і 2 (2) (екс. – без позначок) та 2 (2) [за таблицею випадкових чисел (т.в.ч.) з позначкою я·, к·]. Статистичні висновки зроблені за процедурою перевірки нульових гіпотез $H_{01}$: $\sigma_{1\cdot}^2 = \sigma_{1\cdot\cdot}^2$ (рівність двох ґенеральних міжрядкових дисперсій), $H_{02}$: $\sigma_{2\cdot}^2 = \sigma_{2\cdot\cdot}^2$ (рівність двох ґенеральних внутрішніх дисперсій), $H_{03}$: $\sigma_{3\cdot}^2 = \sigma_{3\cdot\cdot}^2$ (рівність двох ґенеральних повних дисперсій) та $H_o$: $\mu_\cdot = \mu_{\cdot\cdot}$ (рівність двох ґенеральних загальних середніх) за розрахованим $F_p$ і табличним $F_\alpha$ критеріями за рівнями значущості $\alpha = 0{,}01$ і $\alpha = 0{,}05$. Як видно з табл. 13, результати перевірки нульових гіпотез дозволили зробити такі висновки:

- **міжрядкові дисперсії**: а) рівні для схем 1 і 2 для асоціацій I =II з рівнем значущості 0,01 і 0,05 [лише для кедра (схема 1) з $\alpha = 0{,}05$ I > II]; б) рівні для схем 1 = 2 для ялини і кедра асоціації II і нерівні (1 > 2) для ялини і кедра асоціації I; в) рівні між я· = к·, я· = я, к· = к для схеми 2, асоціації I; г) рівні між я = к для схем 1 і 2 та асоціацій I і II;
- **внутрішньорядкові дисперсії**: а) нерівні між асоціаціями I > II для ялини за схемами 1 = 2 і рівні I = II для кедра за схемами 1 і 2; б) рівні між схемами 1 і 2 для кедра та ялини асоціацій I і II; в) рівні між я· = к· (з $\alpha = 0{,}01$) і нерівні я· > к· (з $\alpha = 0{,}05$); нерівні я· > я, к· > к для схеми 2 асоціації I; г) рівні між я = к схеми 1 асоціації I (з $\alpha = 0{,}01$ і 0,05); нерівні між к > я схеми 2, асоціації I; рівні я = к (з $\alpha = 0{,}01$) і нерівні к > я (з $\alpha$=0,05) схем 1 і 2 асоціації II;

Таблиця 10. Вибіркові числові характеристики та довірчі інтервали для генерального показника просторової агрегації **особин кедра** на сукупних пробних площах, закладених **за схемою 2**.

| k | Вибіркові характеристики | | Довірчі інтервали для генерального показника просторової агрегації з довірчою ймовірністю | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | P = 0,99 | | P = 0,95 | |
| | $\xi_{ii}$ [од.] | $\xi_i$ [од.] | за $Z_\alpha$ | за $\chi^2_\alpha$ | за $Z_\alpha$ | за $\chi^2_\alpha$ |
| Асоціація I (чорнично-зеленомохова структура) | | | | | | |
| 1 | 0,870 | 2,549 | 2,891 < E < 3,943 | 3,185 < E < 3,565 | 2,973 < E < 3,765 | 3,205 < E < 3,494 |
| 2 | 2,313 | 3,372 | | | | |
| 3 | 2,855 | 4,237 | | | | |
| 4 | 2,173 | 4,099 | | | | |
| 5 | 3,689 | 3,226 | | | | |
| 6 | 3,408 | 3,015 | | | | |
| 7 | 3,285 | 3,061 | | | | |
| 8 | 3,668 | 3,063 | | | | |
| 9 | 3,497 | 3,157 | | | | |
| Асоціація II (сфагнова структура) | | | | | | |
| 1 | 2,235 | 1,680 | 1,708 < E < 4,285 | 1,820 < E < 4,216 | 1,744 < E < 3,572 | 1,854 < E < 3,582 |
| 2 | 2,444 | 2,330 | | | | |
| 3 | 2,296 | 2,560 | | | | |
| Асоціація I (математична модель особин кедра за таблицею випадкових чисел) | | | | | | |
| 1 | 5,137 | 4,312 | 2,933 < E < 3,983 | 3,194 < E < 3,499 | 3,014 < E < 3,556 | 3,223 < E < 3,454 |
| 2 | 6,173 | 4,376 | | | | |
| 3 | 4,862 | 3,547 | | | | |
| 4 | 4,188 | 3,735 | | | | |
| 5 | 4,615 | 3,858 | | | | |
| 6 | 3,969 | 3,680 | | | | |
| 7 | 3,372 | 3,613 | | | | |
| 8 | 3,624 | 3,532 | | | | |
| 9 | 3,776 | 3,576 | | | | |
| 10 | 3,216 | 3,195 | | | | |
| 11 | 3,939 | 3,145 | | | | |

Таблиця 11. Довірчі інтервали для ступеня контагіозності для генеральної сукупності **особин кедра та ялини** на сукупних пробних площах, закладених **за схемою 2**.

| Особина | Схема | Асоціація | Довірчі інтервали для генерального ступеня граничної контагіозності ζ* (%) з довірчою ймовірністю | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | P = 0,99 | | P = 0,95 | |
| | | | за $Z_\alpha$ | за $\chi^2_\alpha$ | за $Z_\alpha$ | за $\chi^2_\alpha$ |
| Кедр | 2 | I | $0,986 < \zeta < 0,990$ | $0,997 < \zeta < 1,019$ | $0,986 < \zeta < 1,059$ | $0,994 < \zeta < 1,012$ |
| Кедр | 2 | II | $0,582 < \zeta < 1,076$ | $0,570 < \zeta < 1,205$ | $0,579 < \zeta < 1,005$ | $0,575 < \zeta < 1,037$ |
| Ялина | 2 | I | $0,677 < \zeta < 0,683$ | $0,685 < \zeta < 0,703$ | $0,678 < \zeta < 0,730$ | $0,684 < \zeta < 0,698$ |
| Ялина | 2 | II | $0,235 < \zeta < 0,493$ | $0,230 < \zeta < 0,552$ | $0,240 < \zeta < 0,456$ | $0,239 < \zeta < 0,471$ |
| Кедр | 1 | I | $0,342 < \bar{\zeta} < 0,709$ | $0,316 < \bar{\zeta} < 0,858$ | $0,359 < \bar{\zeta} < 0,668$ | $0,340 < \bar{\zeta} < 0,730$ |
| Кедр | 1 | II | $0,609 < \bar{\zeta} < 2,086$ | $0,622 < \bar{\zeta} < 2,366$ | $0,597 < \bar{\zeta} < 1,697$ | $0,619 < \bar{\zeta} < 1,787$ |
| Ялина | 1 | I | $0,361 < \bar{\zeta} < 0,554$ | $0,333 < \bar{\zeta} < 0,671$ | $0,346 < \bar{\zeta} < 0,530$ | $0,328 < \bar{\zeta} < 0,580$ |
| Ялина | 1 | II | $0,073 < \bar{\zeta} < 0,362$ | $0,070 < \bar{\zeta} < 0,513$ | $0,078 < \bar{\zeta} < 0,285$ | $0,077 < \bar{\zeta} < 0,354$ |

*середня величина для k = 9 (схема 1, асоціація I) та для k = 3 (схема 1, асоціація II)

Таблиця 12. Середні значення довірчих інтервалів ступеня граничної контагіозності ґенеральної сукупності **особин кедра та ялини** за розрахунками дисперсії та показників просторового розподілу за $(Z_\alpha + \chi^2_\alpha)$.

| Особина | Схема | Асоціація | Середина довірчих інтервалів ступеня граничної контагіозності ґенеральної сукупності особин з довірчою ймовірністю | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | P = 0,99 | P = 0,95 | $\overline{\zeta}$, % |
| | | | за $(Z_{0,01} + \chi^2_{0,01})$ | за $(Z_{0,05} + \chi^2_{0,05})$ | |
| Кедр | 2 | I | 0,998 | 1,013 | 100,5 |
| Кедр | 2 | II | 0,858 | 0,799 | 82,9 |
| Ялина | 2 | I | 0,687 | 0,698 | 69,2 |
| Ялина | 2 | II | 0,378 | 0,352 | 36,5 |
| Кедр | 1 | I | 0,556 | 0,524 | 54,0 |
| Кедр | 1 | II | 1,421 | 1,175 | 129,8 |
| Ялина | 1 | I | 0,480 | 0,446 | 46,3 |
| Ялина | 1 | II | 0,255 | 0,199 | 22,7 |

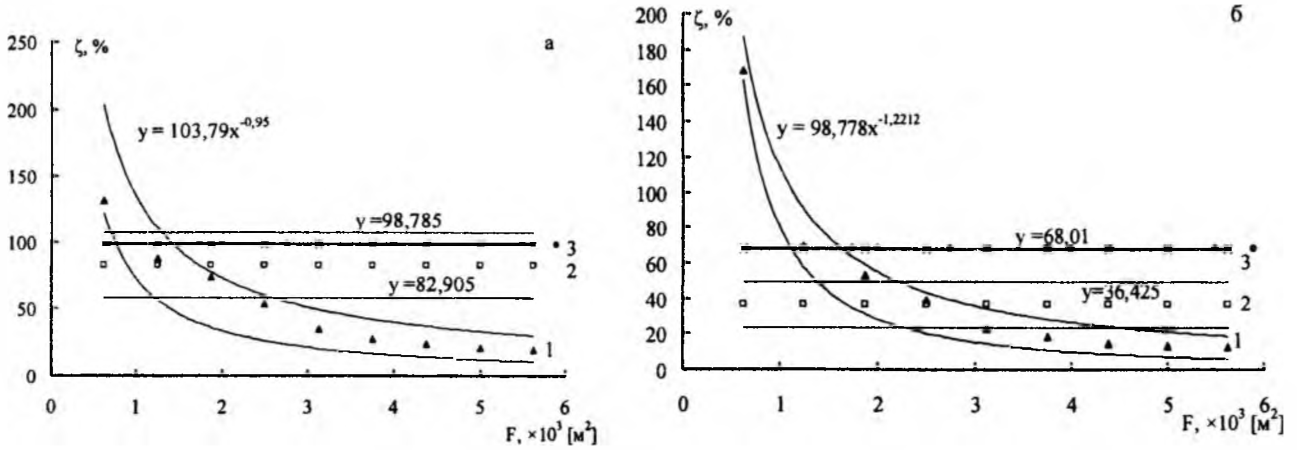


Рис.5. Довірчі інтервали для ґенерального показника ступеня граничної контаґіозності особин ялини (а) та кедра (б) (асоціацій I та II) на сукупних пробних площах, закладених за схемою:
1 – схема 1 (асоціація I); 2 – схема 2 (асоціація II); 3 – схема 2 (асоціація I). Довірча ймовірність P = 0,99. Довірчі інтервали побудовані за $Z_\alpha$.

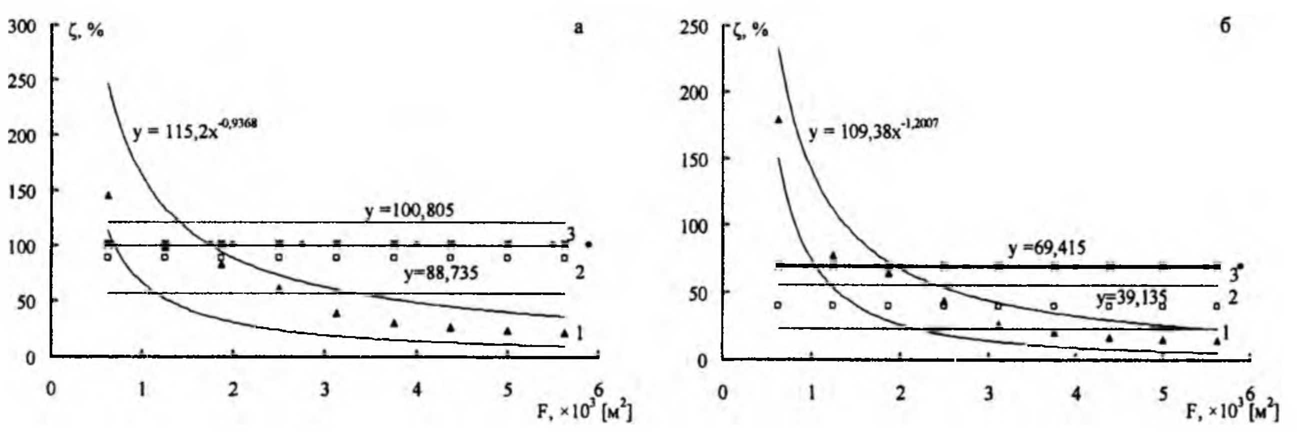


Рис.6. Довірчі інтервали для ґенерального показника ступеня граничної контаґіозності особин ялини (а) та кедра (б) (асоціацій I та II) на сукупних пробних площах, закладених за схемою:
1 – схема 1 (асоціація I); 2 – схема 2 (асоціація II); 3 – схема 2 (асоціація I). Довірча ймовірність P = 0,99. Довірчі інтервали побудовані за $\chi^2_\alpha$.

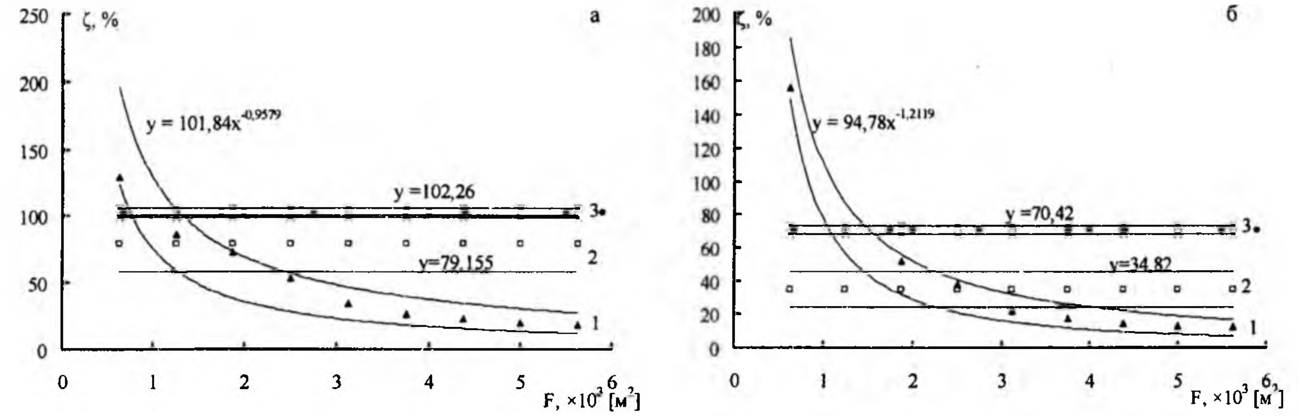


Рис.7. Довірчі інтервали для ґенерального показника ступеня граничної контаґіозності особин ялини (а) та кедра (б) (асоціацій I та II) на сукупних пробних площах, закладених за схемою:
1 – схема 1 (асоціація I); 2 – схема 2 (асоціація II); 3 – схема 2 (асоціація I). Довірча ймовірність P = 0,95. Довірчі інтервали побудовані за $Z_\alpha$

Таблиця 13. Порівняння двох рядів ґенеральних середніх **особин ялини і кедра** чорнично-зеленомохової (асоціація I) та сфагнової (асоціація II) структур для сукупних пробних площ, закладених **за схемою 1 і 2** (екс.) **та 2** (т.в.ч.).

| Особина | Схема | Асоціація | $H_{01}$: $\sigma_{1\cdot}^2 = \sigma_{1\cdot\cdot}^2$ | | | | | Прийняття $H_{01}$ з α: | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $F_{p1}$ | $F_{\alpha 1}$ для α: | | $\dot{\xi}_\alpha$ ($\xi_\alpha$) для α: | | | |
| | | | | 0,01 | 0,05 | 0,01 | 0,05 | 0,01 | 0,05 |
| ялина | 1 | I~II | 16,159 | 99,4 | 19,4 | (6,15) | (1,20) | + | + |
| кедр | 1 | I~II | 34,271 | 99,4 | 19,4 | (2,90) | 1,77 | + | - |
| ялина | 2 | I~II | 3,120 | 99,4 | 19,4 | (31,86) | (6,22) | + | + |
| кедр | 2 | I~II | 1,264 | 99,4 | 19,4 | (78 ,64) | (15,35) | + | + |
| ялина | 1~2 | I | 93,133 | 6,03 | 3,44 | 15,44 | 27,07 | – | – |
| кедр | 1~2 | I | 144,247 | 6,03 | 3,44 | 23,92 | 41,93 | – | – |
| ялина | 1~2 | II | 17,983 | 99,0 | 19,0 | (5,51) | (1,06) | + | + |
| кедр | 1~2 | II | 5,319 | 99,0 | 19,0 | (18,61) | (3,57) | + | + |
| ялина (т.в.ч.) ~ кедр (т.в.ч.) | 2 | I | 1,249 | 4,85 | 2,98 | (3,88) | (2,39) | + | + |
| ялина (т.в.ч.) ~ ялина | 2 | I | 2,527 | 5,81 | 3,35 | (2,30) | (1,33) | + | + |
| кедр (т.в.ч.) ~ кедр | 2 | I | 2,189 | 5,81 | 3,35 | (2,65) | (1,53) | + | + |
| ялина ~ кедр | 1 | I | 1,432 | 6,03 | 3,44 | (4,22) | (2,41) | + | + |
| ялина ~ кедр | 2 | I | 1,082 | 6,03 | 3,44 | (5,57) | (3,18) | + | + |
| ялина ~ кедр | 2 | II | 2,283 | 99,0 | 19,0 | (43,4) | (8,3) | + | + |
| ялина ~ кедр | 1 | II | 1,481 | 99,0 | 19,0 | (66,9) | (12,8) | + | + |

- **повні дисперсії:** а) нерівні для ялини і кедра схем 1 і 2 асоціацій I > II з α=0,01 і 0,05 (лише для α = 0,05 кедра схеми 2 I > II); б) нерівні для схем 1 > 2 ялини і кедра асоціації I з α=0,01 і 0,05; рівні для схем 1 = 2 ялини і кедра асоціації II (лише для ялини 1 > 2 з α = 0,05); в) нерівні я· > к· (з α = 0,05), я· > я та к· > к (з α = 0,01 і 0,05) (лише рівні я· = к· з α=0,05); г) рівні я = к (схема 1, асоціація I і II) з α = 0,01 і 0,05 та я = к (схема 2, асоціація II) з α = 0,01; нерівні к > я (схема 2, асоціація I) з α = 0,01 і 0,05 та к > я (схема 2, асоціація II) з α = 0,05;

Продовження табл. 13.

| Особина | Схема | Асоціація | $H_{o3}: \sigma_{3.}^2 = \sigma_{3..}^2$ | | | | | | Прийняття $H_{o3}$ з α: | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $F_{p3}$ | $F_{\alpha 3}$ для α: | | $\dot{\xi}_\alpha\ (\xi_\alpha)$ для α: | | | | |
| | | | | 0,01 | 0,05 | 0,01 | 0,05 | | 0,01 | 0,05 |
| ялина | 1 | I~II | 17,394 | 3,90 | 2,55 | 4,46 | 6,82 | | – | – |
| кедр | 1 | I~II | 16,239 | 3,90 | 2,55 | 4,16 | 6,37 | | – | – |
| ялина | 2 | I~II | 3,043 | 2,33 | 1,80 | 1,31 | 1,69 | | – | – |
| кедр | 2 | I~II | 1,83 | 2,33 | 1,80 | (1,27) | 1,02 | | + | – |
| ялина | 1~2 | I | 22,551 | 1,762 | 1,502 | 12,80 | 15,01 | | – | – |
| кедр | 1~2 | I | 21,638 | 1,762 | 1,502 | 12,28 | 14,41 | | – | – |
| ялина | 1~2 | II | 3,952 | 4,04 | 2,62 | (1,02) | 1,51 | | + | – |
| кедр | 1~2 | II | 2,438 | 4,04 | 2,62 | (1,66) | (1,07) | | + | + |
| ялина (т.в.ч.) ~ кедр (т.в.ч.) | 2 | I | 1,216 | 1,23 | 1,16 | (1,01) | 1,05 | | + | – |
| ялина (т.в.ч.) ~ ялина | 2 | I | 2,558 | 1,36 | 1,239 | 1,88 | 2,06 | | – | – |
| кедр (т.в.ч.) ~ кедр | 2 | I | 2,558 | 1,36 | 1,239 | 1,88 | 2,06 | | – | – |
| ялина~ кедр | 1 | I | 1,439 | 2,25 | 1,77 | (1,56) | (1,23) | | + | + |
| ялина~ кедр | 2 | I | 1,50 | 1,436 | 1,289 | 1,05 | 1,16 | | – | – |
| ялина~ кедр | 2 | II | 2,494 | 2,723 | 2,015 | (1,09) | 1,24 | | + | – |
| ялина~ кедр | 1 | II | 1,539 | 4,46 | 2,82 | (2,90) | (1,83) | | + | + |

Продовження табл. 13.

| Особина | Схема | Асоціація | $H_o: \mu_. = \mu_{..}$ | | | | | Прийняття $H_o$ з α: | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $t_p$ | $t_\alpha$ для α/2: | | $\dot{\xi}_\alpha\ (\xi_\alpha)$ для α: | | | |
| | | | | 0,005 | 0,025 | 0,01 | 0,05 | 0,01 | 0,05 |
| ялина | 1 | I~II | 18,153 | 2,72 | 2,028 | 6,67 | 8,95 | - | - |
| кедр | 1 | I~II | 13,997 | 2,72 | 2,03 | 5,15 | 6,90 | - | - |
| ялина | 2 | I~II | 2,704 | 2,59 | 1,97 | 1,04 | 1,37 | - | - |
| кедр | 2 | I~II | 1,919 | 2,59 | 1,97 | (1,35) | (1,03) | + | + |
| ялина | 1~2 | I | 27,651 | 2,59 | 1,97 | 10,68 | 14,04 | - | - |
| кедр | 1~2 | I | 29,142 | 2,59 | 1,97 | 11,25 | 14,79 | - | - |
| ялина | 1~2 | II | 8,494 | 2,741 | 2,038 | 3,10 | 4,17 | - | - |
| кедр | 1~2 | II | 3,342 | 2,732 | 2034 | 1,22 | 2,74 | - | - |
| ялина (т.в.ч.) ~ кедр (т.в.ч.) | 2 | I | 0,447 | 2,58 | 1,96 | (5,77) | (4,39) | + | + |
| ялина (т.в.ч.) ~ ялина | 2 | I | 10,752 | 2,582 | 1,968 | 4,16 | 5,46 | - | - |
| кедр (т.в.ч.) ~ кедр | 2 | I | 6,686 | 2,582 | 1,968 | 2,59 | 3,40 | - | - |
| ялина~ кедр | 1 | I | 7,118 | 2,673 | 2,006 | 2,66 | 3,55 | - | - |
| ялина~ кедр | 2 | I | 3,471 | 2,58 | 1,96 | 1,35 | 1,77 | - | - |
| ялина~ кедр | 2 | II | 1,782 | 2,691 | 2,015 | (1,51) | (1,13) | + | + |
| ялина~ кедр | 1 | II | 0,502 | 2,845 | 2,086 | (5,67) | (4,16) | + | + |

| Особина | Схема | Асоціація | $H_{o2}$: $\sigma_{2\cdot}^2 = \sigma_{2\cdot\cdot}^2$ | | | | | Прийняття $H_{o2}$ з α: | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $F_{p2}$ | $F_{\alpha 2}$ для α: | | $\dot{\xi}_\alpha$ ($\xi_\alpha$) для α: | | | |
| | | | | 0,01 | 0,05 | 0,01 | 0,05 | 0,01 | 0,05 |
| ялина | 1 | I~II | 4,884 | 4,685 | 2,884 | 1,04 | 1,69 | – | – |
| кедр | 1 | I~II | 1,457 | 4,685 | 2,884 | (3,22) | (1,98) | + | + |
| ялина | 2 | I~II | 3,037 | 2,44 | 1,86 | 1,24 | 1,63 | – | – |
| кедр | 2 | I~II | 1,844 | 2,44 | 1,86 | (1,32) | (1,01) | + | + |
| ялина | 1~2 | I | 1,457 | 1,863 | 1,557 | (1,28) | (1,07) | + | + |
| кедр | 1~2 | I | 1,500 | 1,863 | 1,557 | (1,24) | (1,04) | + | + |
| ялина | 1~2 | II | 1,104 | 4,79 | 2,93 | (4,34) | (2,65) | + | + |
| кедр | 1~2 | II | 1,899 | 3,405 | 2,365 | (1,79) | (1,25) | + | + |
| ялина (т.в.ч.) ~ кедр (т.в.ч.) | 2 | I | 1,216 | 1,237 | 1,164 | (1,02) | 1,04 | + | – |
| ялина (т.в.ч.) ~ ялина | 2 | I | 2,559 | 1,373 | 1,248 | 1,86 | 2,05 | – | – |
| кедр (т.в.ч.) ~ кедр | 2 | 1 | 1,379 | 1,373 | 1,248 | 1,01 | 1,11 | – | – |
| ялина~ кедр | 1 | 1 | 1,573 | 2,508 | 1,905 | (1,60) | (1,21) | + | + |
| ялина~ кедр | 2 | I | 1,527 | 1,453 | 1,30 | 1,05 | 1,18 | – | – |
| ялина~ кедр | 2 | II | 2,514 | 2,863 | 2,085 | (1,14) | 1,21 | + | – |
| ялина~ кедр | 1 | II | 5,273 | 5,35 | 3,18 | (1,02) | 1,66 | + | – |

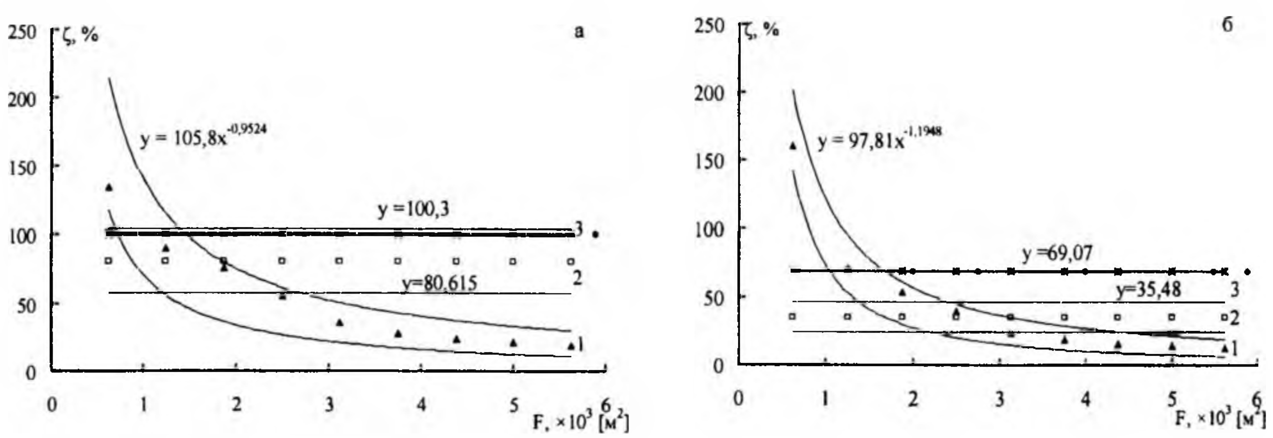


Рис.8. Довірчі інтервали для ґенерального показника ступеня граничної контаґіозності особин ялини (а) та кедра (б) (асоціацій I та II) на сукупних пробних площах, закладених за схемою: 1 – схема 1 (асоціація I); 2 – схема 2 (асоціація II); 3 – схема 2 (асоціація I). Довірча ймовірність P = 0,95. Довірчі інтервали побудовані за $\chi_\alpha^2$.

- **загальні середні**: а) нерівні: між асоціаціями I > II для ялини і кедра схеми 1 та ялини схеми 2; між схемами 1 > 2 для ялини і кедра за асоціаціями I і II; між я· > я , к· > к схеми 2, асоціації I та к > я асоціації I схем 1 і 2 з α = 0,01 і 0,05; б) рівні: між асоціаціями I =II кедра схеми 2; між я·= к· схеми 2 асоціації I (за таблицею випадкових чисел); між я = к асоціації II схем 1 і 2.

### Висновки

1. Для надійності висновків при прийнятті або відкиданні нульових гіпотез та побудови довірчих інтервалів для ґенеральних дисперсій і ґенеральних середніх та інших статистичних оцінок використали стандартні розподіли Фішера, Кохрана, Бартлета, Стьюдента та два рівні значущості 1 і

5%, а також при побудові довірчих інтервалів для ґенеральних дисперсій використали два табличних критерії $Z_\alpha$ та $\chi^2_\alpha$.

2. Для порівняння з еталонним розподілом проведений дисперсійний аналіз математичної моделі, виборка якої створена за таблицею випадкових чисел.
3. Вперше в науковий обіг у математичні методи в біології введено поняття ступеня статистичної рівності (нерівності) двох або ряду ґенеральних дисперсій за критеріями Фішера, Кохрана, Бартлета і двох або ряду математичних сподівань за критерієм Фішера, Стьюдента та ступеня статистичної прийнятності або відкидання нульових гіпотез за критеріями Фішера, Кохрана, Пірсона, Стьюдента.
4. Доведено, що ряд математичних сподівань (ґенеральних середніх) особин ялини звичайної (*Picea abies*) чорнично-зеленомохової та сфагнової структур при просторовому розподілі на пробних площах, що закладені за схемою 1, статистично нерівні з високим ступенем нерівності: 19,75 (для ступеня значущості $\alpha$ = 1%)і 27,93 (для $\alpha$ = 5%) для чорнично-зеленомохової структури та 2,43 ($\alpha$ = 1%) і 4,57 (для $\alpha$ = 5%) для сфаґнової структури. Разом з тим, ряд ґенеральних середніх особин ялини звичайної (*Picea abies*) чорнично-зеленомохової та сфаґнової структур при просторовому розподілі на пробних площах, що закладені за схемою 2, та для математичної моделі, що створена за таблицею випадкових чисел, за схемою 2, статистично рівні зі ступенем рівності: 2,61 (для $\alpha$ = 1%) і 1,98 (для $\alpha$ = 5%) для чорнично-зеленомохової структури; 5,9 (для $\alpha$ = 1%) і 3,54 (для $\alpha$ = 5%) для сфаґнової структури та 2,38 (для $\alpha$ = 1%) і 1,86 (для $\alpha$ = 5%) для математичної моделі.
5. Доведено, що ряд математичних сподівань (ґенеральних середніх) особин сосни кедрової європейської (*Pinus cembra*) чорнично-зеленомохової структури при просторовому розподілі на пробних площах, що закладені за схемою 1, статистично нерівні з високим ступенем нерівності: 17,98 (для $\alpha$ = 1%) та 25,43 (для $\alpha$ = 5%). Разом з тим, ряд ґенеральних середніх особин сосни кедрової європейської (*Pinus cembra*) сфаґнової структури при просторовому розподілі на пробних площах, що закладені за схемою 1, особин чорнично-зеленомохової та сфаґнової структур при просторовому розподілі особин на пробних площах, що закладені за схемою 2 та для математичної моделі, що створена за таблицею випадкових чисел за схемою 2, статистично рівні зі ступенем рівності: 3, 22 (для $\alpha$ = 1%) і 1,71 (для $\alpha$ = 5%) для сфаґнової структури за схемою 1; 4,31 (для $\alpha$ = 1%) і 3,27 (для $\alpha$ = 5%) для чорнично-зеленомохової структури за схемою 2; 6,5 (для $\alpha$ = 1%) і 3, 89 (для $\alpha$ = 5%) для сфаґнової структури за схемою 2; 2,44 (для $\alpha$ = 1%) і 1,91 (для $\alpha$ = 5%) для математичної моделі за схемою 2.
6. За критерієм Стьюдента розраховані довірчі інтервали та вказана довірча ймовірність p = 99% та p = 95% для ряду математичних сподівань та за функцією Z та за хі-квадрат розподілу Пірсона розраховані довірчі інтервали та вказана довірча ймовірність p = 99% та p = 95%.
7. Отримані формули у кінцевому вигляді та розраховані довірчі інтервали для ґенерального показника ступеня просторової агреґації: 1) за функцією Z та критерієм Стьюдента; 2) за критеріями Пірсона та Стьюдента; 3) за коефіцієнтом варіації; за коефіцієнтом варіації, критеріями Пірсона та Стьюдента та вказана довірча ймовірність p = 99% та p = 95%.
8. За середніми ґенеральними показниками ступеня просторової агреґації та довірчими інтервалами за сумою оцінок за функцією Z та хі-квадрат критерію Пірсона проаналізовано ступінь контаґіозності розподілу особин.
9. Вперше введено у науковий обіг математичних методів у біології означення ступеня граничної контаґіозності як відношення ґнеральних показників просторової агреґації за експериментальною моделлю до ґенерального показника граничної просторової агреґації математичної моделі, складеної за таблицею випадкових чисел (при створенні моделей за однаковими схемами).
10. Розраховані довірчі інтервали для ступенів граничної контаґіозності для довірчої ймовірності p = 99% та p = 95 %, за якими для сосни кедрової європейської чорнично-зеленомохової структури цей показник сягає ~ 100% і ~ 83% – для сфаґнової структури, для ялини звичайної, яка проростає разом з сосною кедровою європейською, ці показники мають менші величини: ~ 69% для чорнично-зеленомохової структури та ~ 37% для сфаґнової структури.

**Література**

1. Сіренко О. Г. Моделі розподілу особин на пробних площах: 2. Статистичні характеристики. Дисперсійний аналіз (статистична рівність ряду ґенеральних дисперсій) / О. Г.Сіренко, О.В.Кузишин // Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Серія Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. Х. – С. 95 – 113: іл. 1, табл. 6. – Бібліогр.: с. 112 – 113 (34 назви).
2. Сіренко О. Г. Моделі розподілу особин на пробних площах: 3. Статистичні характеристики. Кореляційний та реґресійний аналізи / О. Г.Сіренко, О.В.Кузишин, Л.Я.Мідак // Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Серія Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. XI. – С. 76-89: іл. 4, табл. 7. – Бібліогр.: с. 89 (15 назв).
3. Сіренко О. Г. Моделі розподілу особин на пробних площах: 4. Моделі розподілу особин на пробних площах: 4. Розподіл особин сосни кедрової європейської (*Pinus cembra L.*) та ялини звичайної (Picea abies) за нормальним законом Ґаусса / О. Г.Сіренко, О.В.Кузишин, Л.Я. Мідак // Вісник Прикарп.

нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Серія Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. XI. – С. 90-98 : іл. 1, табл. 1. – Бібліогр.: с. 97-98 (16 назв).
4. Спиридонов А.А. Планирование эксперимента: Учебное пособие / А.А. Спиридонов, Н.Г. Васильев. – Свердловск: Изд-во Урал. политехн. ин-та, 1975. – 150 с.: ил., табл. – Библиогр.: с. 147-148 (23 наименов.).
5. Венецкий И.Г. Теория вероятностей и математическая статистика / И.Г. Венецкий, Г.С. Кильдишев. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – М.: Статистика, 1975. – 264 с.: ил., табл. – Приложения: с. 255-264 (9 табл.).
6. Волощенко А.Б. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч.-метод. посібник для самост. вивчення дисц. [для студ. економ. спеціал. вищ. навч. заклад.] / А.Б. Волощенко, І.А. Джалладова; [Мін-во освіти інауки України; гриф: лист № 14 / 18.2-613 від 22.03.2002 р.]. – К.: Київ. Нац. економ. ун-т. 2003. – 256 с.: іл., табл. – Приклади розв. завдань і вправи для самост. розв'язання в кінці розд. – Блочно-модул. контроль: с. 183 – 203 (9 варіантів). – Відповіді: с. 204 – 216. - – Бібліогр.: с. 217 (18 назв). – Додатки: с. 218 – 254 (8 табл.). – ISBN 966 – 574 – 459– 3.
7. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. 2 изд. – К.: Техніка, 1977. – 768 с.: ил., табл. – Библиогр. после гл. – Предмет. указат.: с. 752-764.
8. Корн Г. Справочник математика для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – Пер. с $2^{го}$ амер. издания И.Г. Арамановича, А.М. Березмана, И.А. Вайнштейна и др. / Под общ. ред. И.Г. Арамановича. – М.: Наука, 1978. – 832с: ил., табл. – Библиогр. к гл.: с. 796-800 (183 назви). – Указат. обознач.: с. 801-803. – Предмет. указат.: с. 804-831.
9. Критерії оцінки розподілу мікронерівностей на поверхні твердого тіла / О.В.Кузишин, О.Г.Сіренко, Л.Я.Мідак, Г.О.Сіренко // Фізика і хімія твердого тіла. – 2008. – Т. 9, №2. – С. 407-414: іл., табл. – Бібліогр.: с.412-414 (52 назви).
10. Степнов М.Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний / Михаил Никитович Степнов. – М.: Машиностроение, 1972. – 232 с. : ил., табл. – Библиогр.: с. 229-230 (36 назв.).
11. Бендат Дж.С. Измерение и анализ случайных процессов / Дж.С. Бендат, А.Г. Пирсол; пер. с англ. Г.В.Матушевского, В.Е.Привальского; под ред. И.Н.Коваленко. – М.: Мир, 1971. – 408 с. – Перевод за изд.: Measurement and analysis of random data / Julius S. Bendat, Allan G. Piersol. – John Wiley and Sons, Inc. – New York-London-Sydney, 1967.: ил., табл. – Предмет. указатель: с. 403-408. – Библиогр.: с. 400-402 (59 наименов.).
12. Зажигаев Л.С. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента / Л.С. Зажигаев, А.А. Кишьян, Ю.И. Романиков. – М.: Атомиздат, 1978. – 232 с.: ил., табл. – Приложение: с. 144-229 (16 табл.). – Библиогр.: с. 230-231.

Стаття поступила до редакції 2.07.2008 р.; прийнята до друку 15.07.2008 р.

***Сіренко О.Г.*** – провідний інженер відділу природної флори;
***Кузишин О.В.*** – асистент кафедри теоретичної і прикладної хімії, магістр.

**Рецензент**: кандидат хімічних наук Мідак Л.Я., доцент кафедри теоретичної і прикладної хімії Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.