Буртняк Іван Володимирович,
Буртняк Иван Владимирович
Burtnyak Ivan Volodymyrovych
д.е.н., професор кафедри економічної кібернетики,
ДВНЗ Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаника,
м.Івано-Франківськ,Україна
bvanya@meta.ua
Малицька Ганна Петрівна,
Малицкая Анна Петровна
Malytska Anna Petrivna
к.фіз-мат.н., доцент кафедри математичного і функціонального аналізу,
ДВНЗ Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаника,
м.Івано-Франківськ,Україна

Моделювання волатильності фондового ринку за допомогою індексу ПФТС

Анотація. Запропоновано використовувати модель Гобсона-Роджерса для дослідження динаміки індексу ПФТС та знаходження волатильності вартості фінансових інструментів, що дозволило запропонувати ефективний метод для моделювання, аналізу і стійкої оцінки важливих ринкових параметрів та дозволяє моделювати поведінку інвесторів в різних ринкових умовах, а також відображати позитивні або негативні тенденції використання фінансового інструменту.

Ми досліджуємо залежність зміни волатильності індексу ПФТС на базі модифікованої моделі Блека-Шоулза, яку запропонували Гобсон і Роджерс [1].

Для проведення аналізу ми використали значення величини індексу ПФТС, за період з початку січня 2017 р. по кінець грудня 2019р. Нехай P_t– значення індексу в момент часу t, $Z_t = \ln\left(e^{-rt} P_t\right)$– логарифмічно дисконтоване значення ціни індексу, $S_t^{(m)} = \lambda \int_0^{\infty} e^{-\lambda u} \left(Z_t - Z_{t-u}\right)^m du$, де параметр λ описує вагу історичних спостережень. Величина індексу задовольняє стохастичне диференціальне рівняння $dZ_t = \sigma\left(t, Z_t, S_t^{(1)}, ..., S_t^{(n)}\right) dB_t + \mu\left(t, Z_t, S_t^{(1)}, ..., S_t^{(n)}\right) dt$ [2]. Нехай $e^{-rt} P_t$ буде $\bar{P}$–мартингал, який є розв'язком стохастичного рівняння $d\bar{P}_t = \sigma \bar{P}_t d\bar{B}_t$, де B_t – броунівський рух, за формулою Іто $dZ_t = \sigma d\bar{B}_t - \frac{1}{2}\sigma^2 dt$.

Обчислимо значення функції S

$$\bar{S}_t = \sum_{i=0}^{M} \frac{w_i}{W}\left(Z_t - Z_{t-i}\right), \quad (1)$$

де $w_i = e^{-\lambda i \Delta t}$ – вагові коефіцієнти, а W – їхня сума. Як відповідну оцінку волатильності візьмемо $\bar{\sigma}_t = \sqrt{k \sum_{i=1}^{M} \frac{w_i}{W}\left(Z_{t-i+1} - Z_{t-i} - \bar{\mu}_t\right)^2}$, де $\bar{\mu}_t = \ln \frac{M-t}{t}$ – ваговий коефіцієнт, $k = W^2 \Big/ \sum\left(\frac{W^2}{M} - w_i^2\right)$, це коректувальний коефіцієнт для неупередженої оцінки σ^2. Всі оцінки обчислені для щоденних даних, ми розглядаємо 122 операційних дні та маємо на увазі одиницю часу $\Delta t = 1/122$.

Взявши M = 1224, обчислимо оцінку, засновану на 1224 історичних спостереженнях за кожним з операційних днів.

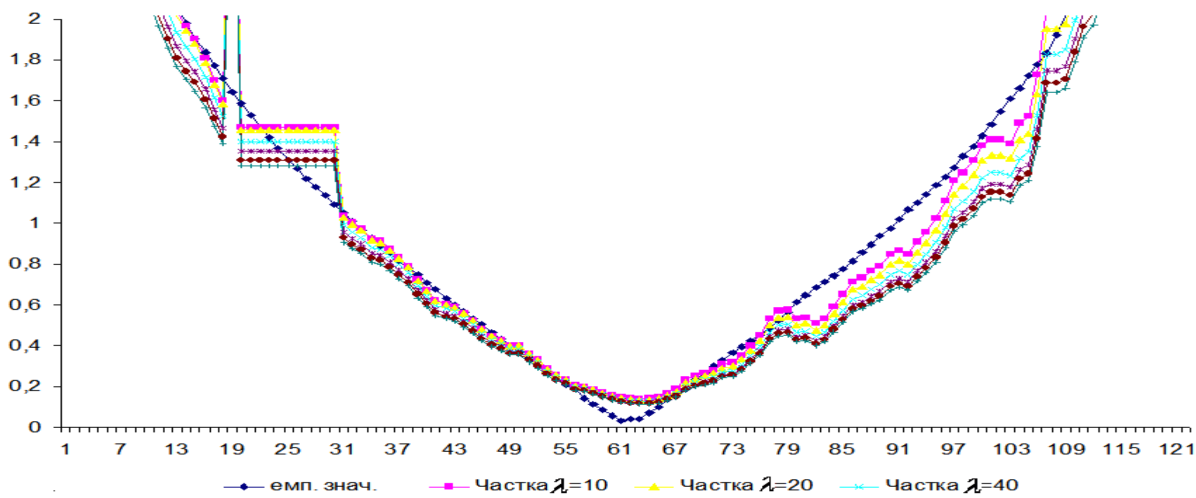

Рис.1. Тренд волатильності, як частки двох многочленів.

На рис. 1 наведено зв'язок між оцінкою (1) та волатильністю $\overline{\sigma}_t$ обчисленої за допомогою частки квадратних тричленів $\sigma(S) = \frac{1 + aS + bS^2}{c + dS + eS^2}$.

Дослідження доводять, що найефективнішою специфікацією для функції волатильності є $\sigma(S) = \frac{1 + aS + bS^2}{c + dS + eS^2}$, яка найкраще відображає відношення між відгалуженням і волатильністю, це значно зменшує зусилля, залучені на проблему оптимізації.

Дане дослідження забезпечує емпіричну очевидність на користь наших припущень і допомагає нам у виділенні відповідної функції волатильності

Шляхозалежна волатильність володіє минулою інформацією та дозволяє моделювати поведінку інвесторів в різних ринкових умовах, а також відображає позитивні або негативні тенденції використання фінансового інструменту. На відміну від стандартних локальних або стохастичних моделей волатильності, у випадку раптового падіння ринку, шляхозалежна модель волатильності може бути використана для автоматичного підвищення рівня волатильності з метою гармонізації динаміки фондового ринку.

Література

1. Burtnyak, I.V., Malytska, A. Application of the spectral theory and perturbation theory to the study of Ornstein-Uhlenbesck processes. Carpathian Math. Publ. 2018, 10 (2), 273–287. doi:10.15330/cmp.10.2.273-287
2. Burtnyak I., Malytska A. (2019). Finding the derivative price using the Vasicek model with multidimensional stochastic volatility. Development Management, 17(4), 19-30.