# СИСТЕМИ РІВНЯНЬ ДИФУЗІЇ З ІНЕРЦІЄЮ ТА ЗРОСТАЮЧИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

**Малицька Г.П., Буртняк І.В.,** Прикарпатський національний університет ім. В.Стефаника, Івано-Франківськ, Україна, *bvanya@meta.ua*

Розглядаємо систему рівнянь

$$\partial_t u_\nu(t,X) - x\partial_y u_\nu(t,X) - x\partial_x u_\nu(t,X) = \sum_{r=1}^{m} a_{\nu r}(t)\partial_{x^2}^2 u_r(t,X),\ t>0, \tag{1}$$

$$u_\nu(t,X)\big|_{t=0} = u_{\nu_0}(X),\ X=(x,y)\in R^2,\ \nu=\overline{1,m}. \tag{2}$$

де $u_{\nu_0}(X)$ – достатньо гладкі, фінітні функції і $a_{\nu r}(t)\in C[0,T]$, система $\partial_t w_\nu(t,x) = \sum_{r=1}^{m} a_{\nu r}(t)\partial_{x^2}^2 w_r(t,x),\ \nu=\overline{1,m}$ – параболічна в сенсі Петровського $t>0, x\in R^1$.

Побудовано фундаментальну матрицю розв'язків задачі Коші (1), (2) $Z(t,X;0,S)$, $t>0,\ X\in R^2,\ S\in R^2$ та встановлено оцінки її похідних.

$$\left|D_x^k D_y^l Z(t,X;0,S)\right| \le C_{k,l}\exp\left\{-c_0\left[\left|xe^t-\gamma\right|^2\left(e^{2t}-1\right)^{-1} + \left|y-\eta+(x+\gamma)\left(e^t-1\right)\left(e^t+1\right)^{-1}\right|^2\right.\right.$$

$$\left.\left.\left(t-2\left(e^t-1\right)\left(e^t+1\right)^{-1}\right)\right]\right\}\left(e^{2t}-1\right)^{-\frac{k}{2}}\left(t-2\left(e^t-1\right)\left(e^t+1\right)^{-1}\right)^{-\frac{l}{2}} e^t, C_{k,l}>0, c_0>0, S=(\xi,\eta).$$

Зокрема для системи з одного рівняння одержано точний результат.

Нехай $x\in R^n, x=(x',x'',x'''), x'\in R^{n_1}, x''\in R^{n_2}, x'''\in R^{n_3}, n=n_1+n_2+n_3, n_j\in N\cup\{0\},\ \ j\in\{1,2,3\}$, але $n\in N, \xi=(\xi',\xi'',\xi'''),\ y^*=(y',y''), y^*\in R^{n_1+n_2}, \eta^*=(\eta',\eta''), \eta^*\in R^{n_1+n_2}$, $X=(x,y)$, $S=(\xi,\eta), X\in R^{2(n_1+n_2)+n_3},\ S\in R^{2(n_1+n_2)+n_3},\ \Delta_x=\sum_{j=1}^{n}\partial_{x_j^2}^2, x^{**}=(x'',x'''),\ \left|x^{**}-\xi^{**}\right|^2=\sum_{j=n_1+1}^{n}\left(x_j-\xi_j\right)^2.$

Розглянемо задачу Коші для рівняння вигляду:

$$\partial_t u(t,X) - \sum_{j=1}^{n_1+n_2} x_j\partial_{y_j}u(t,X) = \Delta_x u(t,X) + \sum_{r=1}^{n_1} x_j\partial_{x_j}u(t,X),\ t>0, \tag{3}$$

$$u(t,X)\big|_{t=0} = u_0(X),\ X\in R^{2n-n_3}, \tag{4}$$

де $u_0(X)$ достатньо гладка і фінітна функція. Знайдено $Z(t,X;0,S)$ – фундаментальний розв'язок задачі Коші (3), (4) $t>0, X\in R^{2n-n_3}, S\in R^{2n-n_3}$.

$$Z(t,X;0,S) = 3^{n_2/2}\left(2\sqrt{\pi}\right)^{-n_t-(2n_2+n_3/2)}\left(e^{2t}-1\right)^{n_2/2}\left(2t-4\left(e^t-1\right)\left(e^t+1\right)^{-1}\right)^{n_1/2}\exp\left\{-\left|x'e^t-\gamma'\right|^2\right.$$

$$\left(2e^{2t}-2\right)^{-1} - \left|y'-\eta'+(x'+\gamma')\left(e^t-1\right)\left(e^t+1\right)^{-1}\right|^2\left(4t-8\left(e^t-1\right)\left(e^t+1\right)^{-1}\right)^{-1} - \left|x^{**}-\xi^{**}\right|^2$$

$$\left.(4t)^{-1} - 3\left|y''-\eta''+(x''+\gamma'')2^{-1}t\right|^2 t^{-3} + t\right\}.$$

Єдиність $Z(t,X;0,S)$ встановлено на основі принципу максимуму Фіккери [1].

Література

1. Малицька Г.П. Про принцип максимуму для ультрапараболічних рівнянь // Укр. мат. журн. – 1996. – **48**, №2. – С.195–201.