

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ДВОХ ФУНКЦІЙ ДІЙСНОЇ ЗМІННОЇ ТИПУ ІНТЕГРАЛІВ ФРЕНЕЛЯ

Гой Тарас, кандидат фіз.-мат. наук, доцент

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,
tarasgoi@yahoo.com

За аналогією з класичними степеневими розвиненнями для тригонометричних функцій $\sin x$ і $\cos x$, розглянемо неелементарні функції дійсної змінної $\text{sinc}(x)$ і $\text{cosc}(x)$, означені за формулами [1]

$$\text{sinc}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)^{[2n+1]}}, \quad \text{cosc}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)^{[2n]}}$$

де $n^{[m]} = n(n+m/2-1)(n+m/2-2)\dots(n+m/2+1)$ – центральний факторіальний степінь, а також функції типу інтегралів Френеля

$$S(x) = \int_0^x \text{sinc}(t^2) dt, \quad C(x) = \int_0^x \text{cosc}(t^2) dt.$$

Теорема. Функції $S(x)$ і $C(x)$ є розв'язками відповідно таких задач Коші:

$$27x^3 y^{(4)} - 81x^2 y''' + (16x^5 + 177x)y'' + (32x^4 - 192)y' = 0, \\ y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0, y'''(0) = 2;$$

$$27x^3 y^{(4)} - 135x^2 y''' + (16x^5 + 339)y'' - 384y' = -384, \\ y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = 0, y'''(0) = 0.$$

Список використаних джерел

1. Гой Т. П. Неелементарні функції, породжені центральними факторіальними степенями // Вісник Харківського нац. ун-ту ім. В. Н. Каразіна. Серія «Математика, прикладна математика і механіка». – 2014. – № 1133. – С. 131–139.