ЗАДАЧА З НЕЛОКАЛЬНИМИ УМОВАМИ ДЛЯ СЛАБКОНЕЛІНІЙНОГО ГІПЕРБОЛІЧНОГО ФАКТОРИЗОВАНОГО ОПЕРАТОРА ЗІ СТАЛИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ В ЛІНІЙНІЙ ЧАСТИНІ РІВНЯННЯ

Гой Т. П., Власій О. Д.
Прикарпатський національний ун-т ім. В. Стефаника, Івано-Франківськ,
ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, Івано-Франківськ

В області $Q = \{(t,x) : t \in (0,T), x \in \Omega\}$, де Ω – коло одиничного радіуса, розглядаємо задачу

$$\prod_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial}{\partial t} - a_j \frac{\partial}{\partial x} - b_j \right) u(t,x) = f(t,x) + \varepsilon F(t,x,\overline{u}), \tag{1}$$

$$\sum_{\substack{q+j\leqslant n\\ 0\leqslant j<n}} c^l_{q,j} \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^q \left[\left(\frac{\partial^j u}{\partial t^j} + \omega \frac{\partial^{j-1} u}{\partial t^{j-1}} \right)\bigg|_{t=0} - \left(\mu \frac{\partial^j u}{\partial t^j} + \omega \frac{\partial^{j-1} u}{\partial t^{j-1}} \right)\bigg|_{t=T} \right] = 0, \tag{2}$$

де $l = 1,\ldots,n$, $\quad n \geqslant 3$, $\quad \overline{u} = \{\frac{\partial^{p+q} u}{\partial t^p \partial x^q},\ 0 \leqslant p+q \leqslant n-3\}$, $\mu, \omega \in \mathbb{C}\backslash\{0\}$, $a_j, b_j, c^l_{qj} \in \mathbb{R}$, $\quad \frac{\partial^{-1} u(t,x)}{\partial t^{-1}} = \int\limits_0^t u(s,x)ds$, функція $F(t,x,\overline{y})$ неперервна за t і досить гладка за іншими змінними в області $D = \{(t,x,\overline{y}) : (t,x) \in \overline{Q}$, $|y_{pq}| \leqslant M, 0 \leqslant p+q \leqslant n-3\}$, $\quad \overline{y} = \{y_{pq} \in \mathbb{C}, 0 \leqslant p+q \leqslant n-3\}$.
Вигляд області Q накладає умови 2π-періодичності за змінною x на функції $u(t,x)$, $f(t,x)$, $F(t,x,\overline{u})$.

Вважаємо, що $\gamma_j(k) \neq \gamma_l(k)$ для $j \neq l$, де $\gamma_j(k) = ia_jk + b_j$, $j = 1,\ldots,n$.

За умов єдиності розв'язку незбуреної задачі (1), (2) (при $\varepsilon = 0$), а саме, якщо для будь-яких $k \in \mathbb{Z}$ справджуються умови

$$1 - \mu \exp(\gamma_j(k)T) + \frac{\omega}{\gamma_j(k)} (1 - \exp(\gamma_j(k)T)) \neq 0, \quad j = 1,\ldots,n,$$

$$\det \left\| \sum_{j=0}^{n-q+1} c^l_{q-1,j} (ik)^j \right\|_{\substack{l=1,\ldots,n;\\ q=1,\ldots,n}} \neq 0,$$

доведено, що для майже всіх (стосовно міри Лебега в $\mathbb{R}$) чисел a_j, b_j, T при достатньо малих значеннях $|\varepsilon|$, $\varepsilon = \varepsilon(n,T,\mu,\omega)$, існує єдиний класичний розв'язок задачі (1), (2), який неперервно залежить від функції $f(t,x)$.