ФІЗИКА І ХІМІЯ ТВЕРДОГО ТІЛА
Т. 16, № 2 (2015) С. 261-265

PHYSICS AND CHEMISTRY OF SOLID STATE
V. 16, № 2 (2015) P. 261-265

DOI: 10.15330/pcss.16.2.261-265

УДК 621.315.592

ISSN 1729-4428

І.В. Гуцул, В.І. Гуцул

Особливості нестаціонарного розподілу температури оптично непрозорого анізотропного термоелемента при імпульсному променевому збудженні

Чернівецький національний університет імені Ю. Федьковича, 58012 вул. Коцюбинського, 2, Чернівці, Україна, e-mail: ktf@chnu.edu.ua

У роботі наведено розв'язки нестаціонарного рівняння теплопровідності оптично непрозорого анізотропного термоелемента при імпульсному променевому збудженні для двох часових інтервалів, а саме, коли падає променевий потік ($0 \le t \le t$) і коли дія променевого потоку припинилася ($t > t$). Показано, що поведінка температурних розподілів суттєво залежить від співвідношення між тривалістю імпульсу t і часом релаксації t_0 температурного відхилення по всьому об'єму анізотропного термоелемента, яке виникає при імпульсному променевому збудженні. Досліджено нестаціонарні температурні розподіли для довгих, коротких і середніх імпульсів збудження.

Ключові слова: анізотропний термоелемент, термостат, імпульсне променеве збудження, коефіцієнт теплопровідності, рівняння теплопровідності, температура.

Стаття поступила до редакції 12.01.2015; прийнята до друку 15.03.2015.

Дослідження термоелектричних явищ у твердих тілах, які опромінюються лазерним випромінюванням, є однією із областей термодинаміки, що активно розвивається. Її досягнення пов'язують із значним прогресом у технології лазерів, які використовують в якості променевих збуджень. Одним із перспективних напрямків розвитку сучасної термоелектрики є дослідження можливостей реєстрації та перетворення високоінтенсивних променевих потоків випромінювання [1, 2]. Отримання високих рівнів збудження в анізотропних середовищах та досягнення у розвитку лазерної спектроскопії дозволяють детально зрозуміти нерівноважні процеси в таких системах.

У даній роботі розглядається анізотропний термоелемент (АТ) у вигляді прямокутної пластини 1 (рис. 1) довжиною a, висотою b та шириною c, виготовленої з матеріалу, анізотропного за коефіцієнтами теплопровідності χ. Цей тензор у лабораторній системі координат (XYZ), повернутій на кут φ у площині XOY відносно кристалографічної (X′Y′Z′) системи, має вигляд:

$$c = \begin{vmatrix} c_{\|}\sin^2\phi + c_{\perp}\cos^2\phi & \left(c_{\|} - c_{\perp}\right)\sin\phi\cos\phi & 0 \\ \left(c_{\|} - c_{\perp}\right)\sin\phi\cos\phi & c_{\|}\cos^2\phi + c_{\perp}\sin^2\phi & 0 \\ 0 & 0 & c_{\perp} \end{vmatrix} \qquad (1)$$

де $c_{\|}$, $c_{\perp}$ – компоненти тензора c.

На верхню грань $y = 0$ пластини падає імпульс променевого потоку величиною q_0 і тривалістю t (рис. 2). Вважаємо, що кристал є оптично непрозорим для падаючого випромінювання. Це означає, що вся енергія променевого потоку поглинається поверхнею кристала і перетворюється у тепло. Внутрішні джерела тепла відсутні. Нижня грань пластини $y = b$ підтримується при сталій температурі T_0, яка дорівнює температурі термостата 2. Бокові грані АОТ адіабатично ізольовані. Початкову температуру неопроміненої пластини будемо вважати рівною

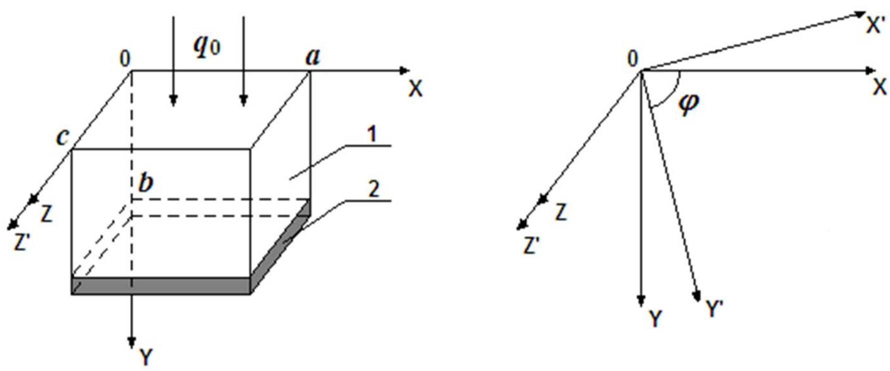

Рис. 1. Схематична конструкція АТ: анізотропна пластина 1; термостат 2.
Справа – лабораторна система координат XYZ і орієнтація кристалографічних осей X′Y′Z′ пластини 1.

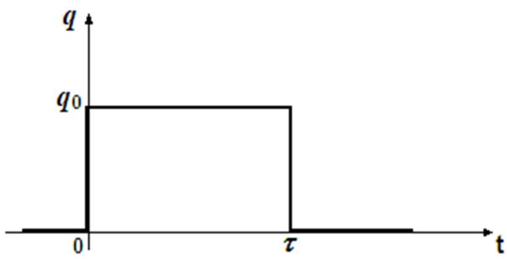

Рис. 2. Імпульс променевого потоку q_0, який падає на верхню робочу грань анізотропної пластини; τ – тривалість імпульсу, t – час.

температурі термостата T_0 і при цьому не враховані крайові ефекти ($a = c >> b$) [3].

Для визначення розподілу температури АТ використаємо рівняння теплопровідності [4] при відсутності внутрішніх джерел тепла:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{C_0 r} \sum_{i,k=1}^{3} c_{ik} \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_k}, \qquad (2)$$

де C_0 – питома теплоємність, r – густина матеріалу АТ, c_{ik} – компоненти тензора теплопровідності.

У випадку нестаціонарного розподілу температури в наближенні

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad c_{12} < c_{22}$$

рівняння теплопровідності (2) має вигляд:

$$\frac{\partial T(y,t)}{\partial t} = \frac{c_{22}}{C_0 r} \frac{\partial^2 T(y,t)}{\partial y^2}, \qquad (3)$$

де $T(y,t)$ – шукана температура, y – координата, t – час.

При визначенні нестаціонарного температурного поля $T(y,t)$, що формується під дією падаючого променевого потоку, розіб'ємо задачу на дві частини, які відповідають часовим інтервалам, коли падає променевий потік ($0 \le t \le t$) і коли дія променевого потоку припинилася ($t > t$).

Частина перша ($0 \le t \le t$). У цьому випадку крайові та початкова умови для рівняння теплопровідності (3) мають вигляд:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = -\frac{q_0}{c_{22}}, \quad T\big|_{y=b} = T_0, \quad T\big|_{t=0} = T_0. \qquad (4)$$

Використовуючи метод розділення змінних [5], одержимо розв'язок рівняння (3) при умовах (4) у наступному вигляді:

$$T_1(y,t) = T_0 + \frac{q_0(b-y)}{c_{22}} - \frac{8bq_0}{p^2 c_{22}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos\left[\frac{p}{2b}(2n+1)y\right]}{(2n+1)^2} \exp\left[-\frac{c_{22}p^2}{4rC_0 b^2}(2n+1)^2 t\right] \qquad (5)$$

Частина друга ($t > t$). Задача знаходження нестаціонарного температурного розподілу зводиться до розв'язування рівняння теплопровідності (3) за наступними крайовими і початковою умовами

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = 0, \quad T\big|_{y=b} = T_0, \quad T(y, t = t - 0) = T(y, t = t + 0). \qquad (6)$$

У цьому випадку початковим значенням температури є температура $T_1(y,t)$, яка задана співвідношенням (5) для моменту часу $t = t$.

Розділяючи змінні, аналогічно як і у першій частині задачі, одержимо розв’язок рівняння (3) для цього інтервалу часу в такому вигляді:

$$T_2(y,t) = T_0 + \frac{8bq_0}{p^2 c_{22}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos\left[\frac{p}{2b}\left(2n+1\right)y\right]}{\left(2n+1\right)^2} \left[\exp\left[-\frac{c_{22}p^2}{4rC_0b^2}\left(2n+1\right)^2 t\right] - 1\right] \exp\left[-\frac{c_{22}p^2}{4rC_0b^2}\left(2n+1\right)^2 t\right] \qquad (7)$$

З аналізу співвідношення (5) для $T_1\left(y,t\right)$ видно, що при $t >> t_0 = \frac{4rC_0b^2}{c_{22}p^2}$, тобто при досить довгій тривалості імпульсу, розподіл температури не залежить від часу і має лінійну залежність від координати *y*. Параметр t_0 має розмірність часу і характеризує так званий час релаксації температурного відхилення по всьому об’єму АТ, яке виникає при імпульсному променевому збудженні. Легко бачити, що при $t = 0$ розв’язок (5) задовольняє початкову умову (4), тобто $T(y,t)\big|_{t=0} = T_0$. Із виразу (7) для нестаціонарного розподілу температури $T_2\left(y,t\right)$ випливає, що при $t = t$ має місце лінійна залежність від координати *y*, а при $t \to \infty$ $T_2\left(y,t\right)$ прямує до T_0, як і повинно бути.

Загальний розв’язок (5) при $0 \le t \le t$ і загальний розв’язок (7) при $t > t$ рівняння теплопровідності (3) можна записати для обох часових інтервалів одним співвідношенням, використавши функцію Хевісайда [6].

$$q(t-t) = \begin{cases} 0, & t < t, \\ 1, & t > t. \end{cases} \qquad (8)$$

Тоді одержимо наступний вираз для нестаціонарного розподілу температури:

$$\begin{aligned} T(y,t) = {} & T_0 + \frac{q_0(b-y)}{c_{22}} - \frac{8bq_0}{p^2 c_{22}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos\left[\frac{p}{2b}\left(2n+1\right)y\right]}{\left(2n+1\right)^2} \exp\left[-\frac{c_{22}p^2}{4rC_0b^2}\left(2n+1\right)^2 t\right] - \\ & - q(t-t)\left\{\frac{q_0(b-y)}{c_{22}} - \frac{8bq_0}{p^2 c_{22}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos\left[\frac{p}{2b}\left(2n+1\right)y\right]}{\left(2n+1\right)^2} \exp\left[-\frac{c_{22}p^2}{4rC_0b^2}\left(2n+1\right)^2 \left(t-t\right)\right]\right\}. \end{aligned} \qquad (9)$$

Легко бачити, що поведінка температурних розподілів визначається співвідношенням між тривалістю імпульсу t і параметром t_0, які є незалежними між собою. Тому може бути випадок, $\tau > \tau_0$, тобто довгі імпульси і $\tau < \tau_0$, тобто короткі імпульси. У роботі проведено дослідження нестаціонарного температурного розподілу АТ, виготовленого з CdSb для наступних значень характеристик матеріалу: $\rho = 6,92 \cdot 10^3$ кг / м^3, $C_0 = 0,462 \cdot 10^3$ Дж / (кг · К), $\chi_{22} = 1,5$ Вт / (м · К), $b = 10^{-4}$ м, $q_0 = 10^4$ Вт / м^2. У цьому випадку параметр $\tau_0 = 8,65 \cdot 10^{-3}$ с.

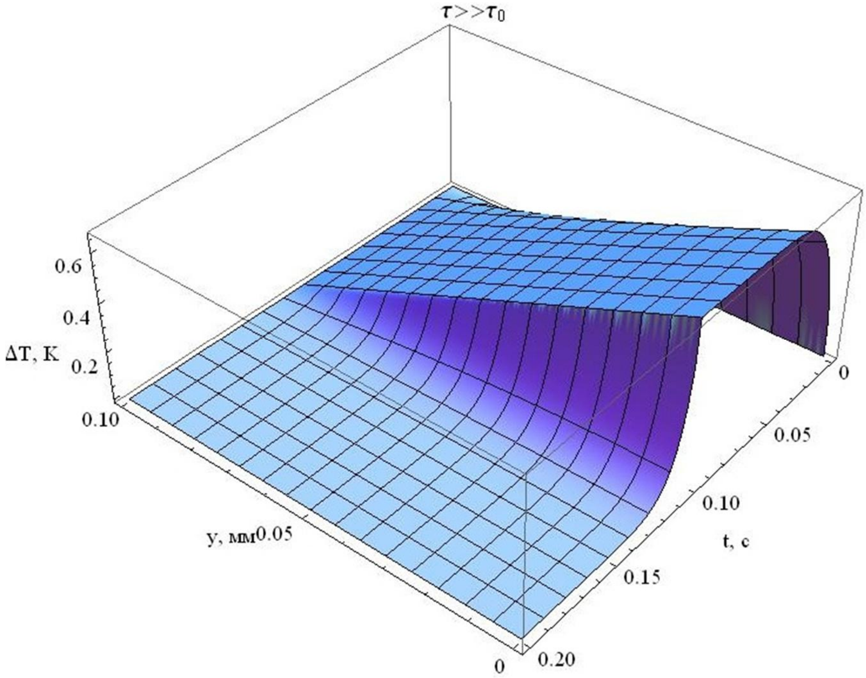

Рис. 3. Нестаціонарний температурний розподіл АТ із CdSb у випадку довгих імпульсів ($\tau = 10^{-1}$ с).

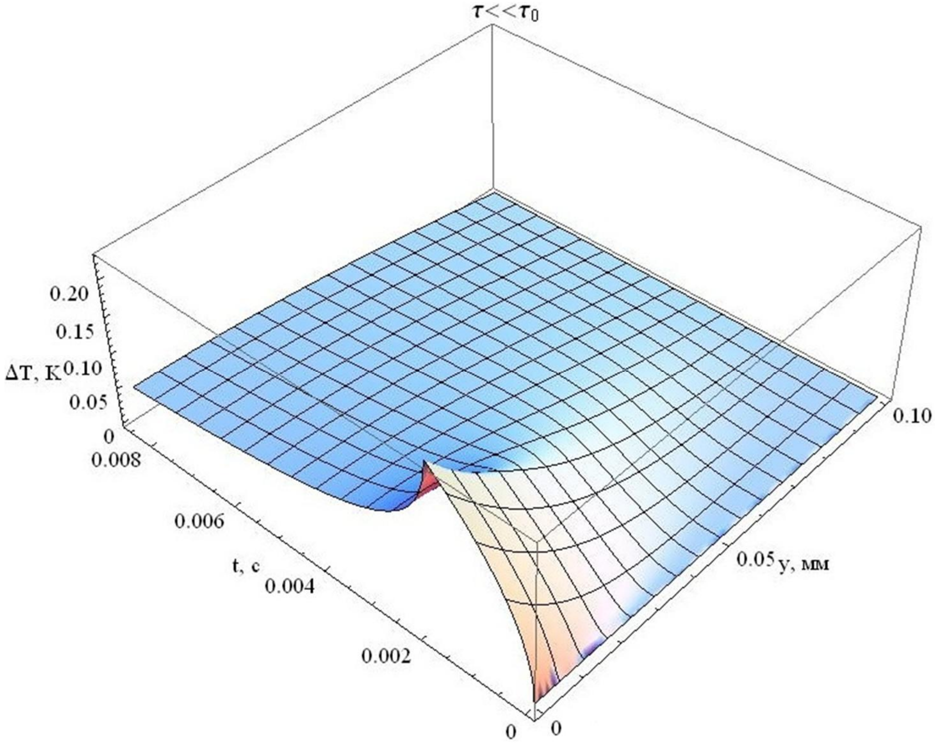

Рис. 4. Нестаціонарний температурний розподіл АТ із CdSb у випадку коротких імпульсів ($t = 2 \cdot 10^{-3}\ c$).

На рис. 3 наведено графік температурного розподілу $\Delta T(y,t) = T(y,t) - T_0$ для АТ із CdSb у випадку довгих імпульсів ($\tau = 10^{-1}$ с), на рис. 4 – у випадку коротких імпульсів ($\tau = 2 \cdot 10^{-3}$ с), а на рис. 5 – у випадку середніх імпульсів ($\tau = 8,65 \cdot 10^{-3}$ с). З аналізу рис. 3 видно, що АТ при довгих імпульсах дуже швидко нагрівається за час $t \approx \tau_0$ по експоненціальному закону. Після цього він знаходиться у квазістаціонарному стані на протязі часу $t \approx \tau$. При цьому температурний розподіл

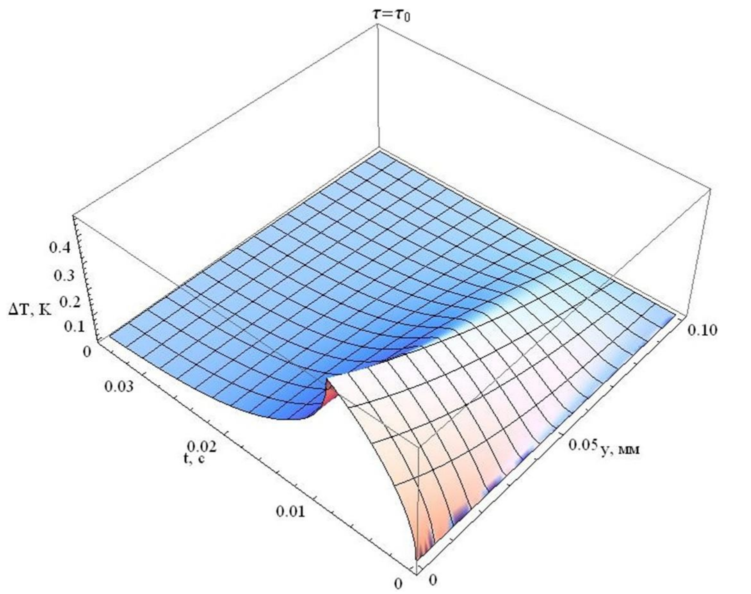

Рис. 5. Нестаціонарний температурний розподіл АТ із CdSb у випадку середніх імпульсів ($\tau = 8,65 \cdot 10^{-3}$ с).

приймає практично лінійний характер по координаті *y*. Після припинення дії променевого імпульсу температура АТ за час $t \approx \tau_0$ експоненціально швидко знижується до початкового значення T_0. При проходженні через АТ короткого імпульсу $t << \tau_0$ (рис. 4) просторовий розподіл температури у процесі нагрівання пластини має нелінійний характер і відсутні стаціонарні стани. Оскільки у розв'язку (7) при $t << \tau_0$ ряд, який відповідає за релаксацію температури, є слабо збіжним, то після виключення променевого імпульсу процес встановлення початкової температури визначається часом t_0. Із рис. 5 видно, що поведінка температурного розподілу АТ при середніх імпульсах є аналогічною до поведінки при коротких імпульсах.

Гуцул І.В. - доктор фізико-математичних наук, професор кафедри теоретичної фізики;
Гуцул В.І. - кандидат фізико-математичних наук, асистент кафедри теоретичної фізики..

[1] А.А. Ащеулов, И.В. Гуцул, ТКЭА (4), 10 (2005).
[2] А.А. Ащеулов, И.В. Гуцул, ФТП 40(8), 995 (2006).
[3] В.Н. Слипченко, А.А. Снарский, ФТП 8(10), 2010 (1974).
[4] А.В. Лыков, Теория теплопроводности (Высшая школа, Москва, 1967).
[5] Н.С Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов, Уравнения в частных производных математической физики (Высшая школа, Москва, 1970).
[6] Н.С Пискунов, Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов (Наука, Москва, 1978).

I.V. Gutsul, V.I. Gutsul

Peculiarities of Non-Stationary Temperature Distribution of Optical Non-Transparent Anisotropic Thermoelement at Impulse Ray Excitement

Chernivtsi National University, 58012 Kotsiubynsky Str., 2, Chernivtsi, Ukraine, e-mail: ktf@chnu.edu.ua

The solutions of non-stationary equation of thermoconductivity for the optical non-transparent thermoelement at impulse ray excitement are presented in the paper for two time ranges: when the ray current falls ($0 \le t \le t$) and when it stops ($t > t$). It is shown that the behavior of temperature distributions essentially depends on the relationship between the impulse duration (t) and relaxation time (t_0) of temperature shifts over the whole volume of anisotropic thermoelement, arising at the impulse ray excitement. The non-stationary temperature distributions are studied for the long, short and middle impulse excitement.

Key words: anisotropic thermoelement, thermostat, impulse ray excitement, thermoconductivity coefficient, thermoconductivity equation, temperature.