Ефективність Застосування Дискретного Трійкового Симетричного Вейвлет-Перетворення для Цифрової Обробки Інформації у Розподілених Системах Управління

Артем Ізмайлов
кафедра інформатики
Прикарпатський національний університет
Івано-Франківськ, Україна
aiartefact@gmail.com

Любомир Петришин
кафедра управління
Науково-технологічний університет AGH
Краків, Польща
l.b.petryshyn@gmail.com

Application Effectiveness of Discrete Symmetric Ternary Wavelet Transform for Digital Information Processing in Dispersed Management Systems

Artem Izmailov
dept. of Computer Science
Precarpathian National University
Ivano-Frankivsk, Ukraine
aiartefact@gmail.com

Lubomyr Petryshyn
dept. of Enterprise Management
AGH University of Science and Technology
Cracow, Poland
l.b.petryshyn@gmail.com

***Анотація*—У роботі досліджено ефективність застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації за критерієм мінімуму середнього абсолютного значення деталізуючих коефіцієнтів у порівнянні з існуючими дискретними вейвлет-перетвореннями. На основі отриманих результатів, визначено сфери ефективного застосування даного вейвлет-перетворення у прикладних галузях цифрової обробки інформації.**

Abstract—The paper deals with discrete wavelet transform based on symmetric ternary functions and its application efficiency in digital information processing due to the criterion of minimum of absolute mean value of detail coefficients in comparison to existing discrete wavelet transforms. Scopes of efficient application of given wavelet transform were defined using the results of conducted analysis.

Ключові слова—цифрова обробка інформації; дискретне вейвлет-перетворення; трійкові симетричні функції

Keywords—digital information processing; discrete wavelet-transform; symmetric ternary functions

I. Вступ

Цифрова обробка інформації є ключовим елементом багатьох технічних систем, які використовуються у різних галузях економіки, зокрема: управління, виробництва, медицини та зв’язку [1 – 7]. Відповідно, підвищення ефективності рішень у галузі цифрової обробки інформації призведе до підвищення ефективності перебігу процесів, які включають цифрову обробку інформації, у прикладних галузях.

Актуальним завданням цифрової обробки інформації є обробка цифрових сигналів на основі вейвлет-перетворень [1 – 3, 8 – 10]. Основною властивістю і, водночас, недоліком довільного вейвлет-перетворення є його пристосованість для обробки лише певного класу сигналів [2, 8 – 10]. Звідси випливає актуальність завдання синтезу нових вейвлет-функцій та відповідних їм вейвлет-перетворень, які дозволять з вищою ефективністю проводити обробку конкретних цифрових сигналів, у тому числі тих, для яких існуючі методи працюють із недостатнім рівнем ефективності.

Аналіз останніх досліджень у галузі вейвлет-перетворень вказує на те, що дослідження щодо реалізації та аналізу ефективності застосування дискретних вейвлет-перетворень на основі трійкових симетричних функцій не проводились [1 – 5]. Водночас, успішний синтез дискретного ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій [7] та дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій [4, 5] вказують на перспективність розвідок по даних напрямах.

Метою дослідження є оцінювання ефективності застосування дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій за критерієм мінімуму середнього абсолютного значення деталізуючих коефіцієнтів вейвлет-перетворення.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в успішному проведенні оцінки ефективності застосування дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій у порівнянні з найбільш уживаними вейвлет-перетвореннями за критерієм мінімуму середнього абсолютного значення деталізуючих коефіцієнтів вейвлет-перетворення.

II. Дискретне вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій

У загальному випадку дискретне вейвлет-перетворення неперервної функції $f(x) \in L_2(R)$ має вигляд [2, 8, 9]

$$w_{m,n} = \left\langle f(\bullet) \,|\, \psi_{m,n}(\bullet) \right\rangle, \quad (1)$$

де $\psi_{m,n}(x)$ – система вейвлет-функцій, яка, у загальному випадку, будується на основі материнського вейвлета $\psi(x)$ у вигляді [2, 8, 9]

$$\psi_{m,n}(x) = a_0^{-m/2}\psi(a_0^{-m}x - nb_0), \quad (2)$$

де $a_0 \neq 1$ – параметр стиску, b_0 – параметр зсуву, $m, n \in Z$.

У випадку вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій, параметр a_0 рівний 3, а b_0 – 1. Відповідно, вираз (2) для даного перетворення набуде вигляду

$$\psi_{m,n}(x) = 3^{-m/2}\psi(3^{-m}x - n). \quad (3)$$

У зв'язку з тим, що параметр стиску у виразі (3) рівний 3, у представленому вейвлет-перетворенні використовуються два материнські вейвлети $\psi 1$ та $\psi 2$. У якості масштабної функції для даних вейвлетів обрано характеристичну функцію на проміжку [0, 1) (9)

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1, t \in [0,1), \\ 0, t \notin [0,1). \end{cases} \quad (4)$$

Вейвлет $\psi 1$ визначається аналітичним виразом

$$\psi 1(t) = \begin{cases} -\sqrt{\frac{3}{2}}, t \in [0, \frac{1}{3}), \\ \sqrt{\frac{3}{2}}, t \in [\frac{2}{3}, 1), \\ 0, t \notin [0, \frac{1}{3}) \cup [\frac{2}{3}, 1). \end{cases} \quad (5)$$

Вейвлет $\psi 2$ визначається аналітичним виразом

$$\psi 2(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, t \in [0, \frac{1}{3}) \cup [\frac{2}{3}, 1), \\ -\sqrt{2}, t \in [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}), \\ 0, t \notin [0, 1). \end{cases} \quad (6)$$

Функції (4) – (6) породжують відповідні їм сімейства функцій за допомогою аналітичної залежності (3). Детальну інформацію відносно аналізу властивостей функцій (4) – (6) та синтезу на їх основі відповідного вейвлет-перетворення можна знайти у [4].

III. Ефективність застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення

Для оцінки здатності вейвлет-перетворень концентрувати енергію у апроксимуючих коефіцієнтах та оцінки ефективності застосування вейвлет-перетворень у задачах зменшення надлишковості даних та очищення сигналів від шуму використовується критерій мінімуму середнього абсолютного значення деталізуючих коефіцієнтів вейвлет-перетворення [8 – 10]

$$d_{mean} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|d_i|, \quad (7)$$

де N – загальна кількість деталізуючих коефіцієнтів по всіх рівнях вейвлет-перетворення, d_i – i-ий член послідовності деталізуючих коефіцієнтів всіх рівнів вейвлет-перетворення.

Дослідження ефективності застосування дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій (ST) за критерієм (7) проводилося на множині з 34 тестових сигналів у порівнянні з дискретними вейвлет-перетвореннями на основі вейвлетів Хаара (Haar), Добеші 2-го (db2), 3-го (db3), 4-го (db4) порядків та біортогональних вейвлетів з параметрами 1.3 (bior1.3), 2.2 (bior2.2) та 3.7 (bior3.7).

Отримані за критерієм (7) дані вказують на відсутність переваги дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій над іншими вейвлет-перетвореннями за критерієм мінімуму середнього абсолютного значення деталізуючих коефіцієнтів. Однак, проведений у роботах [4, 5] аналіз ефективності дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій за критеріями мінімуму середньоквадратичної похибки відновлення даних за частиною коефіцієнтів та мінімуму ентропії деталізуючих коефіцієнтів вказав на необхідність аналізу результатів досліджень ефективності з точки зору переваги даного вейвлет-перетворення відносно кількості рівнів перетворення, оскільки у випадку частини тестових сигналів перевага даного перетворення зберігається лише до певного значення кількості рівнів перетворення.

Окрім вищесказаного, необхідно врахувати, що для повної декомпозиції сигналу (кількість апроксимуючих коефіцієнтів досягає мінімального для заданого вейвлет-перетворення значення і з кожним наступним рівнем перетворення не зменшується [2, 8, 9]) представленого множиною близько 1000±25 семплів біортогональними вейвлет-перетвореннями та вейвлет-перетвореннями Хаара та Добеші необхідно 10 рівнів перетворення, а у випадку вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій – лише 7. Відповідно, виникає необхідність здійснити порівняння отриманих показників за критерієм (7), у випадку відповідних сигналів, між 7-им рівнем для синтезованого вейвлет-перетворення та 10-им для решти вейвлет-перетворень.

Наприклад, у випадку сигналу sumsin (сума двох синусоїдальних сигналів), графік якого наведено на рис. 1, для дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій на 7-му рівні перетворення критерій (7) набуває значення 0,85869, при цьому дане перетворення забезпечує повну декомпозицію описаного сигналу. З рис. 2 випливає, що у випадку решти вейвлет-перетворень, які забезпечують повну декомпозицію сигналу лише на 10-му рівні перетворення, значення даного критерію є вищим, ніж зазначене попередньо, причому перевага синтезованого перетворення у даному випадку складає від 1,5% до 7,5% залежно від перетворення.

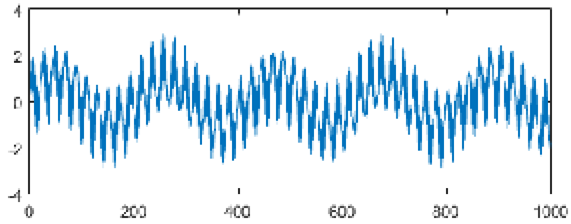

Рис. 4. Тестовий сигнал sumsin для оцінки ефективності дискретних вейвлет-перетворень

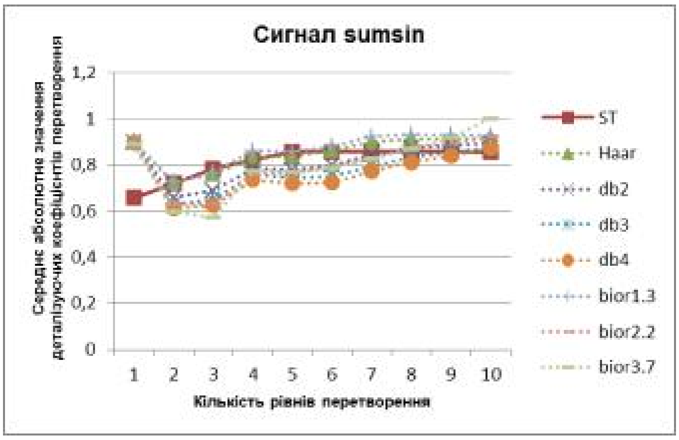

Рис. 5. Діаграма значень критерію d_{mean} для тестового сигналу sumsin в залежності від кількості рівнів перетворення

Відповідно до вищесказаного, здійснена оцінка переваги дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій над іншими вейвлет-перетвореннями за критерієм мінімуму середнього абсолютного значення деталізуючих коефіцієнтів для всієї множини тестових сигналів (рис. 3).

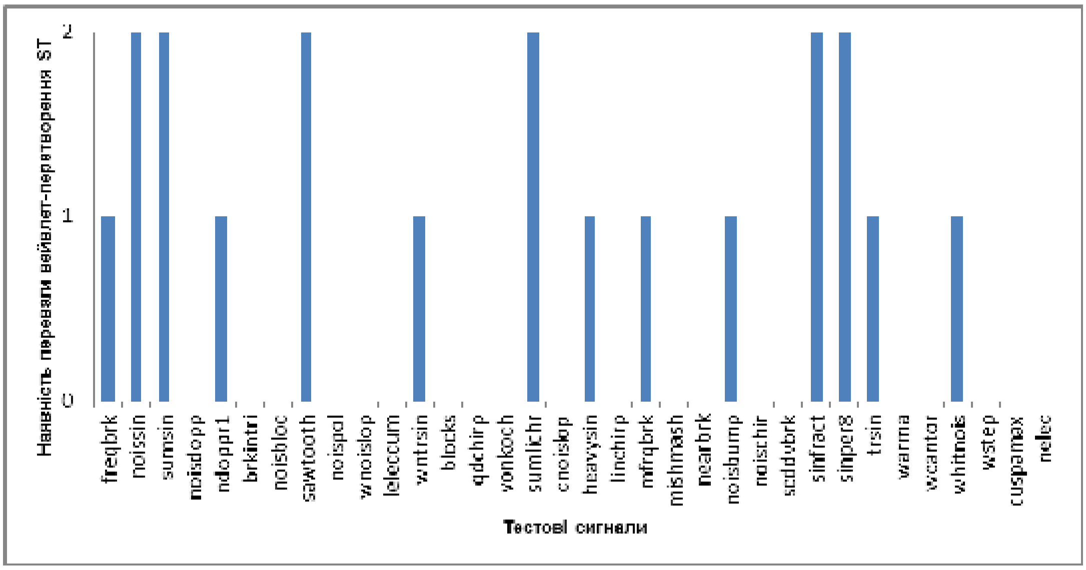

Рис. 6. Гістограма наявності переваги дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення над іншими за критерієм мінімуму середнього абсолютного значення деталізуючих коефіцієнтів вейвлет-перетворення (2 – повна перевага, 1 – перевага над частиною вейвлет-перетворень, 0 – відсутність переваги)

З даних на рис. 3 випливає, що у випадку тестових сигналів noissin (зашумлений синусоїдальний сигнал), sumsin (сума двох синусоїдальних сигналів), sawtooth (послідовність трикутних імпульсів), sumlichr (комбінація лінійно-розгорнутих синусоїд), sinfract (фрактал із синусоїдальною огинаючою) та sinper8 (вісім періодів чистого тону) синтезоване вейвлет-перетворення володіє вищою ефективністю за критерієм (7) у порівнянні з рештою проаналізованих вейвлет-перетворень у випадку повної декомпозиції сигналу. Це свідчить про вищу здатність даного вейвлет-перетворення концентрувати енергію у апроксимуючих коефіцієнтах і, відповідно, більш ефективне зменшення надлишковості та стиснення даних описаних типів.

У загальному випадку, дискретне вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій забезпечує менше до 45% середнє абсолютне значення деталізуючих коефіцієнтів для 18% протестованих сигналів.

Водночас, отримані дані (рис. 3) свідчать про наявність для 59% тестових сигналів більшого до 63% середнього абсолютного значення деталізуючих коефіцієнтів, яка вказує, відповідно, на нижчу здатність синтезованого перетворення концентрувати енергію відповідних типів даних у апроксимуючих коефіцієнтах, але, при цьому, на кращу здатність даного вейвлет-перетворення виявляти характеристики та особливості сигналів різного характеру та вищу ефективність у задачах очищення сигналів від шуму, зокрема, з використанням техніки «м'якого» порогу [8, 10].

Висновки

Дискретне вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій завдяки своїй відмінній від інших вейвлет-перетворень структурі володіє рядом переваг. Зокрема, для певних типів даних (наприклад, суми двох синусоїдальних сигналів) дане перетворення володіє вищою, у порівнянні з іншими вейвлет-перетвореннями, здатністю до зменшення надлишковості та стиснення даних, що підтверджується отриманими як за критерієм (7), так і у роботах [4, 5] результатами.

Водночас, одержані результати вказують на вище, у порівнянні з іншими вейвлет-перетвореннями, середнє абсолютне значення деталізуючих коефіцієнтів, утворених синтезованим вейвлет-перетворенням. Це вказує на вищу ефективність застосування даного перетворення у задачах очищення сигналів від шуму, зокрема, за допомогою техніки «м'якого» порогу, оскільки при збільшенні значення порогу менша кількість деталізуючих коефіцієнтів перетвориться в нуль, що дозволить зменшити втрати корисної інформації в процесі очищення сигналу від шуму.

Подальші дослідження полягають у аналізі ефективності застосування дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій за допомогою відмінних від (7) критеріїв. Необхідним є, також, синтез згорткової форми даного вейвлет-перетворення з метою спрощення його імплементації у засобах цифрової обробки інформації. Проведення окреслених досліджень дозволять чітко визначити спектр застосування описаного вейвлет-перетворення.

Література References

[1] E. Ifeachor, B. Jervis, Digital Signal Processing: A Practical Approach (2nd Edition), Pearson Education, 2002, P. 960.

[2] P.S. Addison, The Illustrated Wavelet Transform Handbook: Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance (Second Edition) / P.S. Addison, CRC Press, 2016, P. 446.

[3] S. Prasad, Information Fusion in the Redundant-Wavelet-Transform Domain for Noise-Robust Hyperspectral Classification / S. Prasad, W. Li, J.E. Fowler, L.M. Bruce // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. – September 2012. – Vol. 50, No. 9. – P. 3474-3486. doi: 10.1109/TGRS.2012.2185053

[4] А.В. Ізмайлов, Дискретне трійкове симетричне вейвлет-перетворення та його застосування для цифрової обробки інформації у розподілених системах управління / А.В. Ізмайлов, Л.Б. Петришин // Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання: матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції, м. Івано-Франківськ, 14-19 травня 2018 року. – Івано-Франківськ : Супрун В.П., 2018. – С. 152-155.

[5] А.В. Ізмайлов, Застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення для перетворення форми та цифрової обробки інформації у розподілених системах управління в умовах секторної кооперації / А.В. Ізмайлов, Л.Б. Петришин // Комп'ютерна алгебра та інформаційні технології: праці III Міжнародної науково-практичної конференції, м. Одеса, 20-25 серпня 2018 року. – Одеса : Бондаренко М.О., 2018. – С. 61-64.

[6] A. Izmailov, L. Petryshyn, "Symmetric ternary functions and their application in orthogonal transforms," 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), Kiev, 2017, P. 836-841. doi: 10.1109/UKRCON.2017.8100364

[7] А.В. Ізмайлов, Ефективність застосування ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації / А.В. Ізмайлов // Методи та прилади контролю якості. 2018. № 1 (40). С. 97-104.

[8] Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов в MATLAB / Н.К. Смоленцев. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 304 с.

[9] I. Daubechies, Ten Lectures on Wavelets, CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, Rutgers University and AT&T Bell Laboratories, 1992, P. 357.

[10] D. Salomon, Data Compression – The Complete Reference, Springer London, 2007, P. 1092.